

Juros compostos

Juros compostos são os que, no fim de cada período, são somados ao capital para produzirem novos juros no período seguinte. Assim como nos juros simples, não há pagamento de parcelas, apenas a devolução em parcela única já com os juros embutidos no final do empréstimo.

Seja, por exemplo, um capital de R\$ 100,00 colocados a 10% ao mês durante 3 meses.

No fim do primeiro mês o juro é igual a R\$ 10,00 (10% de 100 = 10) e deve ser somado ao capital 100, isto é, o capital passou a ser R\$ 110,00.

No segundo mês o juro será de R\$ 11,00 (10% de 110) e deve ser somado ao capital R\$ 110,00, ou seja, o capital passou a ser de R\$ 121,00.

No final do terceiro mês o juro será de R\$ 12,10 (10% de 121) e somado ao capital gera um valor final de R\$ 133,10.

Observe que em cada mês o juro foi acumulando para a contagem de novos juros, isto é, houve "juros sobre juros".

A tabela mostra os juros calculados em cada mês e os respectivos valores atuais,

Mês	0	1	2	3
Valor atual	100	110	121	133,10
juro	0	10	11	12,10

Um fato importante de ser notado no juro composto é o de que os juros aumentam a cada período e esse aumento ocorre em progressão geométrica de razão 1,10 (10%), a partir do primeiro período. Em outras palavras, basta multiplicar o juro atual por 1,10 para encontrar o juro do próximo período.

Fórmula para cálculo do montante

Evidentemente que calcular os juros período a período é um processo árduo e que vale a pena somente para um número reduzido de períodos. As questões de provas, no entanto, trazem por vezes 12 meses, 15 meses, 36 meses e nessas situações é necessária a utilização da fórmula que apresentamos abaixo.

$$M = C.(1 + i)^t$$



Em toda fórmula sempre é necessário saber o significado de cada letra, então vamos a eles:

$M =$ montante – valor final = $C + J$

$C =$ capital = dinheiro emprestado = dinheiro aplicado = dinheiro investido

$i =$ taxa percentual de juros combinada

$t =$ tempo da operação = tempo do empréstimo.

OBS. : Nessa fórmula, como em todas as demais de matemática financeira, a taxa percentual i e o tempo t devem estar na mesma unidade de tempo.

Exemplo

Calcular o montante do capital de R\$ 10.000,00 a 10% ao ano em 3 anos.

$C = 10.000$

$i = 0,10$ (10%)

$t = 3$ (anos)

$M = C.(1+i)^t$

$M = 10000.(1+0,10)^3$

$M = 10000.(1,1)^3$

$M = 10000.1,331$

$M = 13.310$

Exemplo

Determinar o montante de R\$ 3.000 a 2% ao mês por 24 meses.

$C = 3.000$

$i = 0,02$ (2%)

$t = 24$ (meses)

$M = C.(1+i)^t$

$M = 3000.(1+0,02)^{24}$

$M = 3000.(1,02)^{24}$

$M = 3000.1,608437$

$M = 4.825,31$



Uma situação que precisamos comentar nessa resolução é como o candidato faria para calcular o valor de $1,02^{24}$. O Cálculo no "braço" seria muito trabalhoso e impraticável, e com isso, a própria banca fornece essa informação na questão, não precisando ficar preocupado com isso.

Exemplo

Qual o montante do capital de R\$ 500,00 ao fim de 2 anos com juros compostos de 24% ao ano capitalizados semestralmente?

$$C = 500$$

$$i = 0,12 \text{ (12\% ao semestre)}$$

$$t = 4 \text{ (semestres)}$$

$$M = C.(1+i)^t$$

$$M = 500.(1+0,12)^4$$

$$M = 500.(1,12)^4$$

$$M = 500.1,57351936$$

$$M = 786,76$$

Exemplo

O capital de R\$ 3.000,00 foi emprestado por 1 ano e 8 meses com juros compostos de 24% ao ano com capitalização mensal. Qual o montante? (utilize $(1,02)^{20} = 1,4859$)

$$C = 3000$$

$$i = 0,02 \text{ (2\% ao mês)}$$

$$t = 20 \text{ (meses)}$$

$$M = C.(1+i)^t$$

$$M = 3000.(1+0,02)^{20}$$

$$M = 3000.(1,02)^{20}$$

$$M = 3000.1,4859$$

$$M = 4.457,70$$



Exemplo

Certo capital produziu após 12 meses um montante de R\$ 7.184,00 aplicado a juros compostos de 5% ao mês. Qual é esse capital? (utilize $(1,05)^{12} = 1,796$)

$$C = ?$$

$$i = 0,05 \text{ (5\%)}$$

$$t = 12 \text{ (meses)}$$

$$M = 7.184$$

$$M = C.(1+i)^t$$

$$7184 = C.(1+0,05)^{12}$$

$$7184 = C.(1,05)^{12}$$

$$7184 = C.1,796$$

$$\frac{7184}{1,796} = C$$

$$C = 4.000$$

Exemplo

Um capital de R\$ 6.000,00 aplicado por 10 meses gerou um montante de R\$ 8.040,00. Qual a taxa mensal de juros compostos aplicada? (utilize $1,34^{\frac{1}{10}} = 1,05$)

$$C = 6000$$

$$i = ?$$

$$t = 10 \text{ (meses)}$$

$$M = 8040$$

$$M = C.(1+i)^t$$

$$8040 = 6000.(1+i)^{10}$$

$$\frac{8040}{6000} = (1+i)^{10}$$

$$1,34 = (1+i)^{10}$$

$$1,34^{\frac{1}{10}} = (1+i)$$



$$1,05 = 1 + i$$

$$i = 0,05 = 5\%$$

