Probabilidades II

PROBABILIDADE CONDICIONAL

Considere a seguinte situação:

Uma urna contém 50 bolinhas numeradas de 1 a 50. Uma pessoa sorteia uma bola e, em vez de divulgar de imediato o resultado, ela declara: "O número sorteado é múltiplo de 6".

Com base nesses dados, pergunta-se: Qual é a probabilidade de o número sorteado ser um número maior do que 30?

Observe que a probabilidade de o número ser maior do que 30 está condicionada ao fato de já sabermos de antemão que o número sorteado é múltiplo de 6. Portanto, tal informação altera o espaço amostral que normalmente seria considerado.

Assim, temos:

i) Números múltiplos de 6 entre 1 e 50: {6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48}

ii) Observe que, no conjunto anterior, os números 36, 42 e 48 são maiores do que 30.

Portanto, a probabilidade pedida é igual a $\frac{3}{8}$.

O problema anterior poderia também ser resolvido de outra forma. Consideremos os seguintes eventos:

1º) A: Sortear um número múltiplo de 6.

$A = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48\}$

$n(A) = 8$

2º) B: Sortear um número maior do que 30.

$B = \{31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50\}$

$n(B) = 20$

3º) Como devemos considerar a ocorrência do evento B, uma vez que o evento A já ocorreu, estamos interessados nos elementos de B que pertencem também a A, ou seja, $A \cap B$.

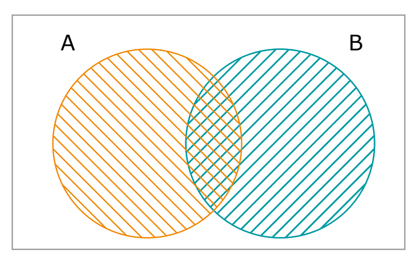
$A \cap B = \{36, 42, 48\}$

$n(A \cap B) = 3$

Observe que o conjunto A é o espaço amostral reduzido a ser considerado e que a probabilidade pedida é equivalente a:

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{3}{8}$$

Generalizando esse conceito, consideremos os eventos A e B de um espaço amostral E, conforme o diagrama a seguir:



Denotamos por $P(B|A)$ a probabilidade condicional de B em relação a A, ou seja, a probabilidade de ocorrer B dado que A já ocorreu.

Assim, temos:

$$P(B|A) = P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}$$

Dividindo o numerador e o denominador da fração por n(E), temos:

$$P(B|A) = \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(E)}}{\frac{n(A)}{n(E)}} \Rightarrow$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$

OBSERVAÇÃO

Se a ocorrência do evento B não está condicionada à ocorrência do evento A, dizemos que os eventos A e B são independentes. Dois eventos A e B são independentes se, e somente se, $P(B|A) = P(B)$.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. Considerar o experimento: "lançar simultaneamente dois dados e observar as faces superiores obtidas". Sabendo que, ao realizar o experimento, a soma dos números obtidos foi igual a um número primo, calcular a probabilidade de essa soma ser menor do que 5.

Resolução:

Sejam os seguintes eventos:

i) Obter soma igual a um número primo.

$$A = \{\underbrace{(1, 1)}_{\text{Soma} = 2}, \underbrace{(1, 2), (2, 1)}_{\text{Soma} = 3}, \underbrace{(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2)}_{\text{Soma} = 5},$$

$$\underbrace{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)}_{\text{Soma} = 7}, \underbrace{(5, 6), (6, 5)}_{\text{Soma} = 11}\}$$

$n(A) = 15$

ii) Obter soma menor do que 5.

$$A = \{\underbrace{(1, 1)}_{\text{Soma} = 2}, \underbrace{(1, 2), (2, 1)}_{\text{Soma} = 3}, \underbrace{(1, 3), (3, 1), (2, 2)}_{\text{Soma} = 4}\}$$

$n(B) = 6$

Assim, temos que:

$A \cap B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$

$n(A \cap B) = 3$

Sabemos, também, que $n(E) = 36$.

Portanto: $P(B|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{3}{\cancel{36}}}{\frac{15}{\cancel{36}}} = \dfrac{3}{15} = \dfrac{1}{5}$.

Na prática, basta considerarmos, no espaço amostral reduzido A**,** os pares cuja soma é menor do que 5. Desse modo, temos 3 pares em 15, e a probabilidade procurada é igual a $\dfrac{3}{15} = \dfrac{1}{5}$.

02. (UEL-PR) Considerar como verdadeiras as seguintes informações:

i) O Londrina Esporte Clube está com um time que ganha jogos com probabilidade de 0,40 em dias de chuva e de 0,70 em dias sem chuva.

ii) A probabilidade de um dia de chuva em Londrina, no mês de março, é de 0,30.

Se o time ganhou um jogo em um dia de março, em Londrina, então a probabilidade de que, nessa cidade, tenha chovido naquele dia é de

A) 30%.
C) 19,672%.
E) 80,328%.
B) 87,652%.
D) 12,348%.

Resolução:

Sejam:

P(C) = probabilidade de chover no dia.

P(V) = probabilidade de o time vencer.

P(C|V) = probabilidade de chover no dia, uma vez que o time venceu.

Sabemos que $P(C|V) = \dfrac{P(C \cap V)}{P(V)}$ e temos que a probabilidade de chover e de o time vencer é dada por:
$P(C \cap V) = 0{,}3 \cdot 0{,}4 = 0{,}12$

A probabilidade de o time vencer é dada por:

$P(V) =$

$$\underbrace{0{,}4 \cdot 0{,}3}_{\text{Vencer e chover}} + \underbrace{0{,}7 \cdot 0{,}7}_{\text{Vencer e não chover}} = 0{,}12 + 0{,}49 = 0{,}61$$

Então, $P(C|V) = \dfrac{P(C \cap V)}{P(V)} = \dfrac{0{,}12}{0{,}61} = 0{,}19672 = 19{,}672\%$.

TEOREMA DA MULTIPLICAÇÃO DE PROBABILIDADES

Uma importante consequência da definição de probabilidade condicional é vista a seguir:

$$\boxed{P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B).P(A|B)}$$

Do mesmo modo, temos:

$$\boxed{P(B|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A).P(B|A)}$$

Ou seja:

> A probabilidade da ocorrência simultânea de dois eventos (interseção) é igual ao produto da probabilidade de um deles pela probabilidade do outro, em relação ao primeiro.

OBSERVAÇÃO

Se os eventos A e B são independentes, temos:

$$\boxed{P(A \cap B) = P(B).P(A)}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

03. Um recipiente R_1 contém 3 bolinhas pretas e 4 bolinhas brancas. Um segundo recipiente R_2 possui 8 bolinhas pretas e 2 bolinhas brancas. Ao escolhermos um recipiente ao acaso e dele retirarmos uma bolinha, qual é a probabilidade de se observar o recipiente R_2 e uma bolinha branca?

Resolução:

Sejam:
$P(R_2)$ = probabilidade de se escolher o recipiente R_2.
$P(B|R_2)$ = probabilidade de se escolher uma bolinha branca, dado que já escolhemos R_2.
$P(R_2 \cap B)$ = probabilidade de se escolher R_2 e uma bolinha branca.

Temos:

$P(R_2 \cap B) = P(R_2).P(B|R_2) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{10} = 10\%$

LEI BINOMIAL DA PROBABILIDADE

Consideremos uma sequência de ensaios nos quais a probabilidade de ocorrência de determinado resultado não dependa dos resultados obtidos em ensaios anteriores e tampouco interfira nos próximos resultados. Esses ensaios são chamados *Ensaios de Bernoulli*.

Como exemplo, imaginemos o seguinte experimento: "Lançar um dado e observar a face superior obtida". Ao repetir esse ensaio 5 vezes, qual é a probabilidade de obtermos o número 3 exatamente duas vezes?

A probabilidade de obtermos o número 3 em um lançamento é igual a $\frac{1}{6}$. Obviamente, a probabilidade de isso não ocorrer nesse lançamento é igual a $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$. Como a ordem de obtenção do número 3 na sequência de ensaios não é importante, devemos inicialmente escolher 2 dos 5 ensaios efetuados. Isso pode ser feito de $C_{5,2}$ modos distintos.

Denotemos por P(A) a probabilidade de obter o número 3 exatamente duas vezes.

Assim, temos:

$$P(A) = C_{5,2} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5!}{3!\,.\,2!} \cdot \frac{125}{7\,776} = 0{,}160751 \Rightarrow$$

$$P(A) = 16{,}0751\%$$

De maneira geral, se desejamos calcular a probabilidade P de obtermos exatamente **k** resultados favoráveis em **n** ensaios, temos que:

$$\boxed{P = C_{n,k} \cdot (P_f)^k \cdot (1 - P_f)^{n-k}}$$

Em que P_f é a probabilidade de obtermos o resultado favorável em um ensaio.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

04. Um baralho contém 8 cartas, das quais apenas uma é um ás. Uma carta é retirada ao acaso e depois devolvida ao baralho. Ao repetir o experimento quatro vezes, qual é a probabilidade de obtermos um ás exatamente duas vezes?

Resolução:

$$P = C_{4,2} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{4!}{2!\,.\,2!} \cdot \frac{1}{64} \cdot \frac{49}{64} = \frac{147}{2\,048}$$

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (PUC Minas–2019) Um casal que pretende ter cinco filhos descobre, ao fazer certos exames, que determinada característica genética tem a probabilidade de um terço de ser transmitida a cada um de seus futuros filhos. Nessas condições, a probabilidade de, exatamente, três dos cinco filhos possuírem essa característica é mais próxima de:

A) 14%
B) 12%
C) 18%
D) 16%

02. UHT4 (UERJ–2018) Cinco cartas de um baralho estão sobre uma mesa; duas delas são Reis, como indicam as imagens.

Após serem viradas para baixo e embaralhadas, uma pessoa retira uma dessas cartas ao acaso e, em seguida, retira outra.

A probabilidade de sair Rei apenas na segunda retirada equivale a

A) $\frac{1}{2}$.
B) $\frac{1}{3}$.
C) $\frac{2}{5}$.
D) $\frac{3}{10}$.

03. 2ØYF (UERJ) Um instituto de pesquisa colheu informações para saber as intenções de voto no segundo turno das eleições para governador de determinado estado. Os dados estão indicados no quadro a seguir:

Intenção dos votos	Percentual
Candidato A	26%
Candidato B	40%
Votos nulos	14%
Votos brancos	20%

Escolhendo aleatoriamente um dos entrevistados, verificou-se que ele não vota no candidato B. A probabilidade de que esse eleitor vote em branco é

A) $\frac{1}{6}$.
B) $\frac{1}{5}$.
C) $\frac{1}{4}$.
D) $\frac{1}{3}$.
E) $\frac{2}{5}$.

04. (UFJF-MG) Um casal planeja ter exatamente 3 crianças. A probabilidade de que pelos menos uma criança seja menino é de

A) 25%.
B) 42%.
C) 43,7%.
D) 87,5%.
E) 64,6%.

05. 1YTA (UFPR) Durante um surto de gripe, 25% dos funcionários de uma empresa contraíram essa doença. Dentre os que tiveram gripe, 80% apresentaram febre. Constatou-se também que 8% dos funcionários apresentaram febre por outros motivos naquele período. Qual a probabilidade de que um funcionário dessa empresa, selecionado ao acaso, tenha apresentado febre durante o surto de gripe?

A) 20%
B) 26%
C) 28%
D) 33%
E) 35%

06. F40P (UEG-GO) A tabela a seguir apresenta a preferência de homens e mulheres em relação a um prato, que pode ser doce ou salgado, típico de certa região do Estado de Goiás.

Sexo	Preferências	
	Doce	Salgado
Masculino	80	20
Feminino	60	40

Considerando-se os dados apresentados na tabela, a probabilidade de um desses indivíduos preferir o prato típico doce, sabendo-se que ele é do sexo feminino, é de

A) 0,43.
B) 0,50.
C) 0,60.
D) 0,70.

07. BUF2 (UPE) Dentre os esportes oferecidos aos estudantes de uma escola com 3 000 alunos, temos o futebol como preferência, sendo praticado por 600 estudantes. 300 estudantes dessa mesma escola praticam natação, e 100 praticam ambos os esportes. Selecionando-se um estudante praticante de futebol para uma entrevista, qual a probabilidade de ele também praticar natação?

A) $\frac{1}{3}$
B) $\frac{2}{3}$
C) $\frac{4}{3}$
D) $\frac{1}{6}$
E) $\frac{5}{6}$

08. 6QSH (UEG-GO) Pedro jogou dois dados comuns numerados de 1 a 6. Sabendo-se que o produto dos números sorteados nos dois dados é múltiplo de 3, a probabilidade de terem sido sorteados os números 3 e 4 é uma em

A) 18.
B) 12.
C) 10.
D) 9.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (UEG-GO–2020) Em uma caixa mágica temos 3 lenços azuis e 4 lenços brancos. O mágico, ao realizar o seu número, deseja retirar aleatoriamente e sem reposição 2 lenços da mesma cor. A probabilidade de que ele tenha sucesso nesse número é de:

A) $\frac{1}{7}$
B) $\frac{5}{7}$
C) $\frac{3}{7}$
D) $\frac{1}{6}$
E) $\frac{1}{147}$

02. (UEPA) Uma universidade realizou uma pesquisa *online* envolvendo jovens do Ensino Médio para saber quais meios de comunicação esses jovens utilizam para se informarem dos acontecimentos diários. Para incentivá-los a preencher os dados referentes à pesquisa, cujas respostas estão registradas no quadro a seguir, a universidade sorteou um *tablet* dentre os respondentes.

Mulheres	Ouvem apenas rádio	350
	Assistem televisão e consultam a Internet	150
Homens	Assistem televisão e consultam Internet	375
	Utilizam apenas Internet	125
Total de jovens entrevistados		1 000

Sabendo-se que o respondente sorteado consulta a Internet para se manter informado diariamente, a probabilidade de o sorteado ser um homem

A) é inferior a 30%.
B) está compreendida entre 30% e 40%.
C) está compreendida entre 40% e 60%.
D) está compreendida entre 60% e 80%.
E) é superior a 80%.

03. QG9Z (UEPA) Leia o texto para responder à questão.

Sabe-se que ler cria bons estudantes, melhora a capacidade de relacionamento e ativa os lugares certos do cérebro. Cultivar o hábito da leitura surte efeitos nítidos: desenvolve a imaginação, o vocabulário e o conhecimento. Não é acaso que jovens de grande promessa nos estudos e na carreira profissional sejam leitores vorazes.

Pensando nisso, um jovem deseja presentear um amigo leitor com dois livros, entretanto fica na dúvida quanto ao estilo – ficção ou não ficção. Decide sortear dois títulos distintos dentre 10 títulos de ficção e 12 títulos de não ficção.

VEJA, 2 373. ed (Adaptação).

Tomando por base as informações do texto, a probabilidade de esse jovem sortear, sucessivamente, um após o outro, dois títulos de ficção é

A) $\frac{15}{77}$.
B) $\frac{5}{11}$.
C) $\frac{6}{11}$.
D) $\frac{5}{8}$.
E) $\frac{1}{5}$.

04. (PUC Minas) Em uma população humana, a probabilidade de um indivíduo ser mudo é estimada em $\frac{50}{10\ 000}$, a probabilidade de ser cego é $\frac{85}{10\ 000}$, e a probabilidade de ser mudo e cego é $\frac{6}{10\ 000}$. Nesse caso, "ser mudo" não exclui a possibilidade de "ser cego". Com base nessas informações, a probabilidade de um indivíduo, escolhido ao acaso, ser mudo ou cego é igual a

A) 0,0129.
B) 0,0135.
C) 0,0156.
D) 0,0174.

05. OJ4Ø

(FGV) Dois eventos **A** e **B** de um espaço amostral são independentes. A probabilidade do evento **A** é P(A) = 0,4 e a probabilidade da união de **A** com **B** é $P(A \cup B) = 0,8$. Pode-se concluir que a probabilidade do evento **B** é

A) $\frac{5}{6}$.
B) $\frac{4}{5}$.
C) $\frac{3}{4}$.
D) $\frac{2}{3}$.
E) $\frac{1}{2}$.

06. TW1D

(UCS-RS) Numa cidade com 60 000 domicílios, 35 000 deles têm acesso à Internet, 25 000 têm assinatura de TV a cabo, e um terço do número de domicílios não tem acesso a nenhum dos dois recursos. Qual é a probabilidade de um domicílio da cidade, escolhido ao acaso, ter acesso à Internet e não ter assinatura de TV a cabo?

A) $\frac{1}{4}$
B) $\frac{1}{12}$
C) $\frac{7}{12}$
D) $\frac{3}{8}$
E) $\frac{7}{8}$

07. (UEG-GO–2017) Um nadador vai disputar duas provas nas Olimpíadas, primeiro os 100 metros borboleta e depois os 100 metros nado livre. A probabilidade de ele vencer a prova dos 100 metros borboleta é de 70%, ao passo que a de ele vencer ambas é de 60%. Se ele vencer a prova dos 100 metros borboleta, a probabilidade de ele vencer a prova dos 100 metros nado livre é de aproximadamente

A) 0,42.
B) 0,86.
C) 0,50.
D) 0,70.
E) 0,60.

08. (UESB-BA–2019) Lançando-se em sequência 3 dados honestos de 6 lados, a probabilidade de se obterem resultados iguais em 2 consecutivos, mas não nos 3, é de:

A) $\frac{25}{108}$
B) $\frac{55}{216}$
C) $\frac{5}{18}$
D) $\frac{11}{36}$
E) $\frac{10}{27}$

09. (Unifor-CE) O resultado de uma pesquisa realizada por um órgão do governo do estado do Ceará sobre o perfil dos fumantes e publicado pela imprensa cearense mostrou que, num grupo de 1 000 pessoas, 17% fumam e, dentre os fumantes, 44% são mulheres. Se, nesse grupo de 1 000 pessoas, uma é escolhida ao acaso, então a probabilidade de ela ser fumante e mulher é, aproximadamente,

A) 0,044.
B) 0,054.
C) 0,075.
D) 0,085.
E) 0,095.

10. 144Q

(FEI-SP) Uma moeda viciada apresenta probabilidade de ocorrer face cara quatro vezes maior que a probabilidade de ocorrer face coroa. Em 2 lançamentos consecutivos dessa moeda, qual a probabilidade de ocorrer 2 vezes a face coroa?

A) 0,2
B) 0,1
C) 0,01
D) 0,02
E) 0,04

11. IKFU

(ACAFE-SC–2017) Uma prova consta de 7 questões de múltipla escolha, com 4 alternativas cada uma, e apenas uma correta. Se um aluno escolher como correta uma alternativa ao acaso em cada questão, a probabilidade de que ele acerte ao menos uma questão da prova é de, aproximadamente,

A) 87%.
B) 85%.
C) 90%.
D) 47%.

12. (Fatec–SP) Em um supermercado, a probabilidade de que um produto da marca A e um produto da marca B estejam a dez dias, ou mais, do vencimento do prazo de validade é de 95% e 98%, respectivamente. Um consumidor escolhe, aleatoriamente, dois produtos, um produto da marca A e outro da marca B. Admitindo eventos independentes, a probabilidade de que ambos os produtos escolhidos estejam a menos de dez dias do vencimento do prazo de validade é

A) 0,001%.
B) 0,01%.
C) 0,1%.
D) 1%.
E) 10%.

MATEMÁTICA

13. (UERJ) Em uma escola, 20% dos alunos de uma turma marcaram a opção correta de uma questão de múltipla escolha que possui quatro alternativas de resposta. Os demais marcaram uma das quatro opções ao acaso.

Verificando-se as respostas de dois alunos quaisquer dessa turma, a probabilidade de que exatamente um tenha marcado a opção correta equivale a

A) 0,48.
B) 0,40.
C) 0,36.
D) 0,25.

14. 6FX4 (UERJ–2017) Uma urna contém uma bola branca, quatro bolas pretas e **x** bolas vermelhas, sendo $x > 2$. Uma bola é retirada ao acaso dessa urna, é observada e recolocada na urna. Em seguida, retira-se novamente, ao acaso, uma bola dessa urna. Se $\frac{1}{2}$ é a probabilidade de que as duas bolas retiradas sejam da mesma cor, o valor de **x** é

A) 9.
B) 8.
C) 7.
D) 6.

15. ICME (FUVEST-SP) Em um experimento probabilístico, Joana retirará aleatoriamente 2 bolas de uma caixa contendo bolas azuis e bolas vermelhas. Ao montar-se o experimento, colocam-se 6 bolas azuis na caixa. Quantas bolas vermelhas devem ser acrescentadas para que a probabilidade de Joana obter 2 azuis seja $\frac{1}{3}$?

A) 2
B) 4
C) 6
D) 8
E) 10

16. (UEG-GO) Renata está grávida e realizará um exame que detecta o sexo do bebê. Se o exame detectar que é um menino, a probabilidade de ela pintar o quarto do bebê de azul é de 70%, ao passo que de branco é de 30%. Mas, se o exame detectar que é uma menina, a probabilidade de ela pintar o quarto do bebê de rosa é de 60% contra 40% de pintar de branco. Sabendo-se que a probabilidade de o exame detectar um menino é de 50%, a probabilidade da Renata pintar o quarto do bebê de branco é de

A) 70%.
B) 50%.
C) 35%.
D) 30%.
E) 20%.

17. PT4I (FUVEST-SP)

A) Uma urna contém três bolas pretas e cinco bolas brancas. Quantas bolas azuis devem ser colocadas nessa urna de modo que, retirando-se uma bola ao acaso, a probabilidade de ela ser azul seja igual a $\frac{2}{3}$?

B) Considere agora uma outra urna que contém uma bola preta, quatro bolas brancas e **x** bolas azuis. Uma bola é retirada ao acaso dessa urna, a sua cor é observada e a bola é devolvida à urna. Em seguida, retira-se novamente ao acaso uma bola dessa urna. Para que valores de **x** a probabilidade de que as duas bolas sejam da mesma cor vale $\frac{1}{2}$?

SEÇÃO ENEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (Enem–2020) Suponha que uma equipe de corrida de automóveis disponha de cinco tipos de pneu (I, II, III, IV, V), em que o fator de eficiência climática EC (índice que fornece o comportamento do pneu em uso, dependendo do clima) é apresentado:

- EC do pneu I: com chuva 6, sem chuva 3;
- EC do pneu II: com chuva 7, sem chuva −4;
- EC do pneu III: com chuva −2, sem chuva 10;
- EC do pneu IV: com chuva 2, sem chuva 8;
- EC do pneu V: com chuva −6, sem chuva 7.

O coeficiente de rendimento climático (CRC) de um pneu é calculado como a soma dos produtos dos fatores de EC, com ou sem chuva, pelas correspondentes probabilidades de se ter tais condições climáticas: ele é utilizado para determinar qual pneu deve ser selecionado para uma dada corrida, escolhendo-se o pneu que apresentar o maior CRC naquele dia. No dia de certa corrida, a probabilidade de chover era de 70% e o chefe da equipe calculou o CRC de cada um dos cinco tipos de pneu.

O pneu escolhido foi

A) I.
B) II.
C) III.
D) IV.
E) V.

02. (Enem–2020) Um apostador deve escolher uma entre cinco moedas ao acaso e lançá-la sobre uma mesa, tentando acertar qual resultado (cara ou coroa) sairá na face superior da moeda. Suponha que as cinco moedas que ele pode escolher sejam diferentes:

- duas delas têm "cara" nas duas faces;
- uma delas tem "coroa" nas duas faces;
- duas delas são normais (cara em uma face e coroa na outra).

Nesse jogo, qual é a probabilidade de o apostador obter uma face "cara" no lado superior da moeda lançada por ele?

A) $\frac{1}{8}$
B) $\frac{2}{5}$
C) $\frac{3}{5}$
D) $\frac{3}{4}$
E) $\frac{4}{5}$

03. (Enem–2018) Para ganhar um prêmio, uma pessoa deverá retirar, sucessivamente e sem reposição, duas bolas pretas de uma mesma urna.

Inicialmente, as quantidades e cores das bolas são como descritas a seguir:

- Urna A – Possui três bolas brancas, duas bolas pretas e uma bola verde;
- Urna B – Possui seis bolas brancas, três bolas pretas e uma bola verde;
- Urna C – Possui duas bolas pretas e duas bolas verdes;
- Urna D – Possui três bolas brancas e três bolas pretas.

A pessoa deve escolher uma entre as cinco opções apresentadas:

- Opção 1: Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 2: Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna B;
- Opção 3: Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna A; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 4: Passar, aleatoriamente, uma bola da urna D para a urna C; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna C;
- Opção 5: Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna D; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna D.

Com o objetivo de obter a maior probabilidade possível de ganhar o prêmio, a pessoa deve escolher a opção

A) 1.

B) 2.

C) 3.

D) 4.

E) 5.

04. UØL2

(Enem–2017) Numa avenida, existem 10 semáforos. Por causa de uma pane no sistema, os semáforos ficaram sem controle durante uma hora, e fixaram suas luzes unicamente em verde ou vermelho. Os semáforos funcionam de forma independente; a probabilidade de acusar a cor verde é de $\frac{2}{3}$ e a de acusar a cor vermelha é de $\frac{1}{3}$. Uma pessoa percorreu a pé toda essa avenida durante o período da pane, observando a cor da luz de cada um desses semáforos.

Qual a probabilidade de que essa pessoa tenha observado exatamente um sinal na cor verde?

A) $\frac{10 \cdot 2}{3^{10}}$

B) $\frac{10 \cdot 2^9}{3^{10}}$

C) $\frac{2^{10}}{3^{100}}$

D) $\frac{2^{90}}{3^{100}}$

E) $\frac{2}{3^{10}}$

05. Y9DU

(Enem–2017) Um morador de uma região metropolitana tem 50% de probabilidade de atrasar-se para o trabalho quando chove na região; caso não chova, sua probabilidade de atraso é de 25%. Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade da ocorrência de chuva nessa região.

Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?

A) 0,075

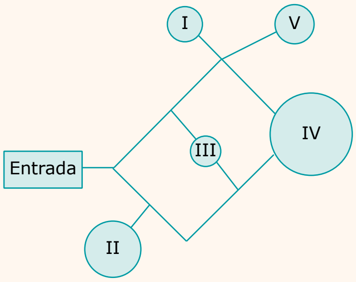
B) 0,150

C) 0,325

D) 0,600

E) 0,800

06. (Enem) Um adolescente vai a um parque de diversões tendo, prioritariamente, o desejo de ir a um brinquedo que se encontra na área IV, dentre as áreas I, II, III, IV e V existentes. O esquema ilustra o mapa do parque, com a localização da entrada, das cinco áreas com os brinquedos disponíveis e dos possíveis caminhos para se chegar a cada área. O adolescente não tem conhecimento do mapa do parque e decide ir caminhando da entrada até chegar à área IV.



Suponha que, relativamente a cada ramificação, as opções existentes de percurso pelos caminhos apresentem iguais probabilidades de escolha, que a caminhada foi feita escolhendo ao acaso os caminhos existentes e que, ao tomar um caminho que chegue a uma área distinta da IV, o adolescente necessariamente passa por ela ou retorna.

Nessas condições, a probabilidade de ele chegar à área IV sem passar por outras áreas e sem retornar é igual a

A) $\frac{1}{96}$.

B) $\frac{1}{64}$.

C) $\frac{5}{24}$.

D) $\frac{1}{4}$.

E) $\frac{5}{12}$.

07. (Enem) Um casal, ambos com 30 anos de idade, pretende fazer um plano de previdência privada. A seguradora pesquisada, para definir o valor do recolhimento mensal, estima a probabilidade de que pelo menos um deles esteja vivo daqui a 50 anos, tomando por base dados da população, que indicam que 20% dos homens e 30% das mulheres de hoje alcançarão a idade de 80 anos.

Qual é essa probabilidade?

A) 50%
B) 44%
C) 38%
D) 25%
E) 6%

08. (Enem) Uma caixa contém uma cédula de R$ 5,00, uma de R$ 20,00 e duas de R$ 50,00 de modelos diferentes. Retira-se aleatoriamente uma cédula dessa caixa, anota-se o seu valor e devolve-se a cédula à caixa. Em seguida, repete-se o procedimento anterior.

A probabilidade de que a soma dos valores anotados seja pelo menos igual a R$ 55,00 é

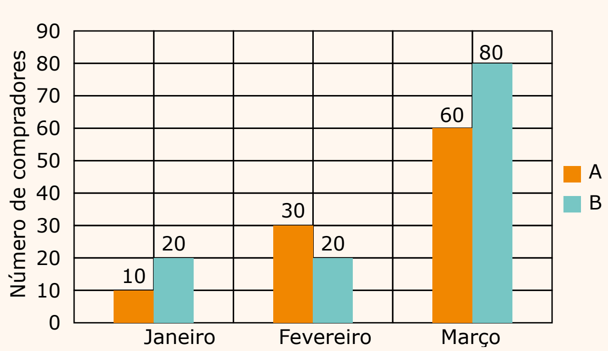
A) $\frac{1}{2}$.
B) $\frac{1}{4}$.
C) $\frac{3}{4}$.
D) $\frac{2}{9}$.
E) $\frac{5}{9}$.

09. (Enem) O psicólogo de uma empresa aplica um teste para analisar a aptidão de um candidato a determinado cargo. O teste consiste em uma série de perguntas cujas respostas devem ser verdadeiro ou falso e termina quando o psicólogo fizer a décima pergunta ou quando o candidato der a segunda resposta errada. Com base em testes anteriores, o psicólogo sabe que a probabilidade de o candidato errar uma resposta é 0,20.

A probabilidade de o teste terminar na quinta pergunta é

A) 0,02048.
B) 0,08192.
C) 0,24000.
D) 0,40960.
E) 0,49152.

10. (Enem) Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, **A** e **B**, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:



A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto **A** e outro brinde entre os compradores do produto **B**.

Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?

A) $\frac{1}{20}$
B) $\frac{3}{242}$
C) $\frac{5}{22}$
D) $\frac{6}{25}$
E) $\frac{7}{15}$

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

01. D
02. D
03. D
04. D
05. B
06. C
07. D
08. C

Propostos

Acertei ______ Errei ______

01. C
02. D
03. A
04. A
05. D
06. A
07. B
08. C
09. C
10. E
11. A
12. C
13. A
14. A
15. B
16. C
17.
   A) 16 bolas
   B) x = 1 ou x = 9

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

01. A
02. C
03. E
04. A
05. C
06. C
07. B
08. C
09. B
10. A

Total dos meus acertos: _____ de _____ . _______ %