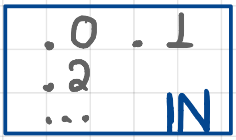
Conjuntos Numéricos

- **Números Naturais** $\mathbb{N}$

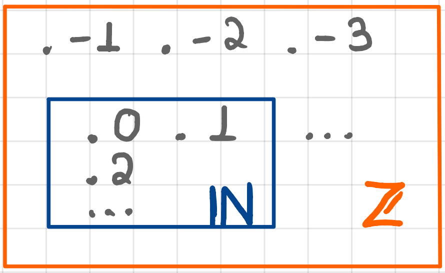


$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ → exclui o zero

Operações fechadas: + e x de dois números naturais tem resultado natural.

- **Números Inteiros** $\mathbb{Z}$



Números Inteiros: $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, +1, +2, \ldots\}$

Inteiros não negativos: $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$

Inteiros positivos: $\mathbb{Z}_+^* = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

Inteiros não positivos: $\mathbb{Z}_- = \{\ldots, -3, -2, -1, 0\}$

Inteiros negativos: $\mathbb{Z}_-^* = \{\ldots, -3, -2, -1\}$

Operações fechadas: +, x e − de dois números inteiros tem resultado inteiro.

Elemento oposto: a partir dos números inteiros, todo número a tem seu elemento oposto $(-a)$, que satisfaz

$$a + (-a) = 0$$

Paridade

Par : $2.n$, com $n \in \mathbb{Z}$

$8 = 2.4$

$-6 = 2.(-3)$

$0 = 2.0$

Ímpar : $2n+1$, com $n \in \mathbb{Z}$

$9 = 2.4 + 1$

$-3 = 2.(-2)+1$

- **Números Racionais** $\mathbb{Q}$

$\frac{1}{2}$; $0,777\ldots$; $-4,23$

-1 ; -2 ; -3 ; $\ldots$

0 ; 1 ; 2 ; $\ldots$ $\mathbb{N}$ $\ldots$ $\mathbb{Z}$ $\mathbb{Q}$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \,/\, \text{com } a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \notin \mathbb{Z} \right\}$$

-3 — Números Inteiros

$2,7$ — Decimais exatos

$0,444\ldots$ — Dízimas periódicas

Decimais Exatos: Número que pode ser representado por um número finito de casas depois da vírgula.

$1,7 = \frac{17}{10}$; $2,13 = \frac{213}{100}$; $0,0402 = \frac{402}{10000}$

1. (Ufrgs 2019) O valor numérico da expressão $\left(\frac{1}{2}+1\right)\cdot\left(\frac{1}{3}+1\right)\cdot\left(\frac{1}{4}+1\right)\cdot\ldots\cdot\left(\frac{1}{1000}+1\right)$ é

a) $\frac{1001}{4}$.

b) $\frac{1001}{3}$.

c) 500.

d) 501.

e) $\frac{1001}{2}$.

$$\rightarrow \frac{\cancel{3}}{2}\cdot\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{5}}{\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{6}}{\cancel{5}}\cdots\frac{1001}{\cancel{1000}} = \frac{1001}{2}$$

letra E

2. (Enem digital 2020) Um jogo pedagógico é formado por cartas nas quais está impressa uma fração em uma de suas faces. Cada jogador recebe quatro cartas e vence aquele que primeiro consegue ordenar crescentemente suas cartas pelas respectivas frações impressas. O vencedor foi o aluno que recebeu as cartas com as frações: $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{9}$.

A ordem que esse aluno apresentou foi

a) $\frac{1}{4}; \frac{5}{9}; \frac{3}{5}; \frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{4}; \frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{5}{9}$

c) $\frac{2}{3}; \frac{1}{4}; \frac{3}{5}; \frac{5}{9}$

d) $\frac{5}{9}; \frac{1}{4}; \frac{3}{5}; \frac{2}{3}$

e) $\frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{1}{4}; \frac{5}{9}$

$30 \div 5$: -30, resto 0 → $0,6$

$10 \div 4$: -8, 20, -20, resto 0 → $0,25$

$20 \div 3$: -18, 20, -18, resto 2 → $0,66...$

$50 \div 9$: -45, 50, -45, resto 5 → $0,55...$

logo, $\frac{1}{4} < \frac{5}{9} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$

Dízimas Periódicas: Número obtido pela razão de dois inteiros, mas que no processo de divisão nunca chegam a um resto zero. Nessa sequência de infinitas casas decimais, ocorre a repetição de um conjunto de dígitos.

a. $0,333... = 0,\overline{3} = \frac{1}{3}$

$$10x = 3,333...$$
$$-\ x = 0,333...$$
$$9x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

b. $1,101010... = 1,\overline{10} = \frac{109}{99}$

$$100x = 110,1010...$$
$$-\ x = 1,1010...$$
$$99x = 109 \rightarrow x = \frac{109}{99}$$

C. $0{,}03232\ldots = \frac{32}{990} = \frac{16}{445}$

$$\begin{aligned} 100x &= 3{,}23232\ldots \\ -\ x &= 0{,}03232\ldots \\ \hline 99x &= 3{,}2 \end{aligned}$$

$\rightarrow x = \frac{3{,}2}{99} = \frac{32}{990}$

5. (Upe 2011) A expressão $\dfrac{\overset{\text{I}}{1{,}101010\ldots} + \overset{\text{II}}{0{,}111\ldots}}{\underset{\text{III}}{0{,}09696\ldots}}$ é igual a

a) 12,5 ✗
b) 10
c) 8,75
d) 5
e) 2,5

$$\frac{\frac{109}{99} + \frac{1}{9}}{\frac{96}{990}} = \frac{\frac{109+11}{99}}{\frac{96}{990}} = \frac{\cancel{120}^{10}}{\cancel{99}} \cdot \frac{\cancel{990}^{10}}{\cancel{96}_{8}} = \frac{100}{8} = 12{,}5$$

letra A

II. $0{,}111\ldots = 0{,}\overline{1}$

$$\begin{aligned} 10x &= 1{,}111\ldots \\ -\ x &= 0{,}111\ldots \\ \hline 9x &= 1 \end{aligned}$$

$9x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{9}$

I. $1{,}101010\ldots = 1{,}1\overline{0}$

$$\begin{aligned} 100x &= 110{,}1010\ldots \\ -\ x &= 1{,}1010\ldots \\ \hline 99x &= 109 \end{aligned}$$

$99x = 109 \rightarrow x = \frac{109}{99}$

III. $0{,}0969696\ldots$

$$\begin{aligned} 100x &= 9{,}69696\ldots \\ -\ x &= 0{,}09696\ldots \\ \hline 99x &= 9{,}6 \end{aligned}$$

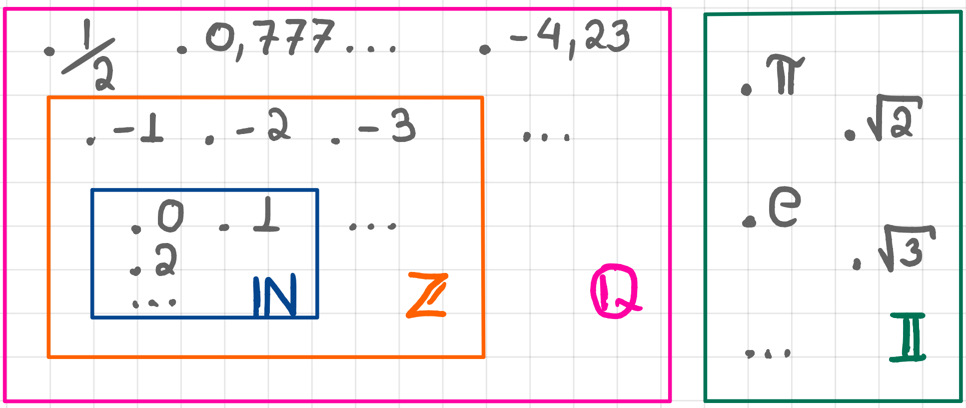
$99x = 9{,}6 \rightarrow x = \frac{9{,}6}{99} \begin{matrix}\cdot 10\\ \cdot 10\end{matrix} = \frac{96}{990}$

Operações fechadas: $+$, $\times$, $-$ e $\div$ de dois números racionais, tem resultado racional.

Elemento Inverso: a partir dos racionais, todo número a, diferente de zero, tem seu elemento inverso $a^{-1} = \frac{1}{a}$, que satisfaz

$$a \cdot a^{-1} = a \cdot \frac{1}{a} = +1$$

- **Números Irracionais** $\mathbb{I}$ ou $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$



$\pi = 3,141592\ldots$

$e = 2,718281\ldots$

$\sqrt{2} = 1,414213\ldots$

$\sqrt{3} = 1,73205\ldots$

Os números irracionais são todos os números que **Não** podem ser escritos na forma de fração (dízimas não periódicas).

Importante:

- $+, -, \times$ e $\div$ entre dois números irracionais tem resultado racional ou irracional

$$\mathbb{I} \;\substack{+\\-\\\times\\\div}\; \mathbb{I} \;\to\; \mathbb{Q} \text{ ou } \mathbb{I}$$

- $+, -, \times$ e $\div$ entre número irracional e um número racional (diferente de zero) tem resultado irracional

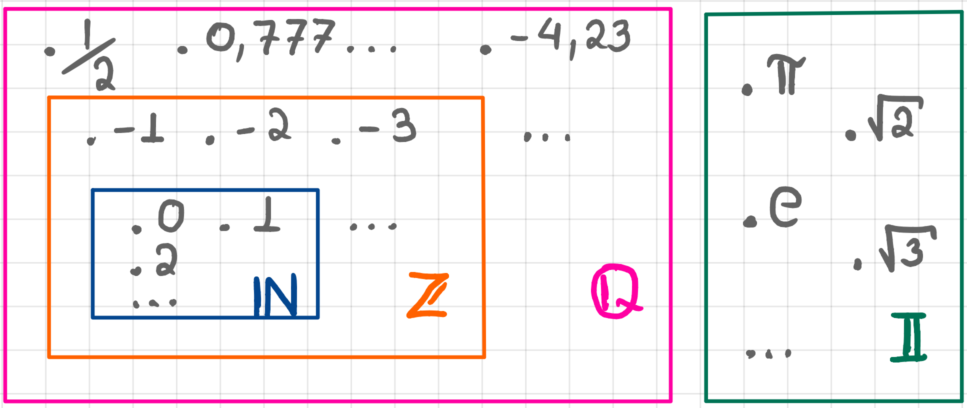
$$\mathbb{I} \;\substack{+\\-\\\times\\\div}\; \mathbb{Q}^* = \mathbb{I}$$

14. (Ufsj 2013) Sejam r_1 e r_2 números racionais quaisquer e s_1 e s_2 números irracionais quaisquer, é **INCORRETO** afirmar que

a) o produto $r_1 \cdot r_2$ será sempre um número racional.
b) o produto $s_1 \cdot s_2$ será sempre um número irracional.
c) o produto $s_1 \cdot r_1$ será sempre um número irracional.
d) para $r_2 \neq 0$, a razão r_1/r_2 será sempre um número racional.

letra B

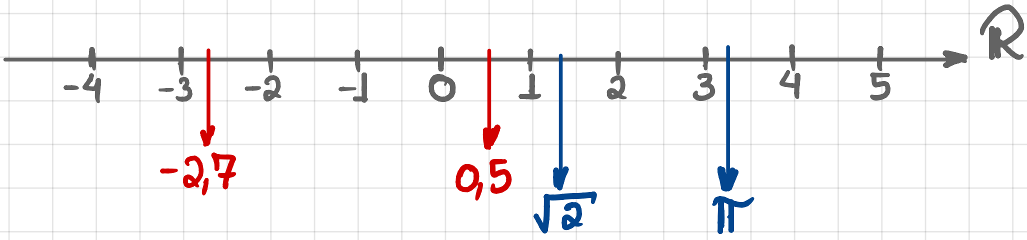
- **Números Reais** $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$



$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

↳ Reta real :

todo número real é representado por um ponto da reta!



6. (Fuvest 2014) O número real x, que satisfaz 3 < x < 4, tem uma expansão decimal na qual os 999.999 primeiros dígitos à direita da vírgula são iguais a 3. Os 1.000.001 dígitos seguintes são iguais a 2 e os restantes são iguais a zero.

Considere as seguintes afirmações:

I. x é irracional.

II. $x \geq \frac{10}{3}$

III. $x \cdot 10^{2.000.000}$ é um inteiro par.

Então,

a) nenhuma das três afirmações é verdadeira.
b) apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
c) apenas a afirmação I é verdadeira.
d) apenas a afirmação II é verdadeira.
e) apenas a afirmação III é verdadeira.

Com $3 < x < 4$, temos

$$x = \underbrace{\underbrace{3,333\ldots333}_{999.999 \text{ dígitos}}\underbrace{222\ldots222}_{1000001 \text{ dígitos}}}_{2 \text{ milhões de dígitos}}$$

I. Falso.

II. Falso.

$$x = 3,333\ldots333|222\ldots222$$
$$\frac{10}{3} = 3,333\ldots333|333\ldots333\ldots \longrightarrow x < \frac{10}{3}$$

III. Verdadeiro

$x \cdot 10^{2000000}$ é um inteiro par $= 3333\ldots333222\ldots222$ é par

Letra E