

Canguru de Matemática Brasil – 2015 – Nível S

Problemas de 3 pontos

1. Andrea nasceu em 1997 e sua irmã Carla nasceu em 2001. O que se pode dizer da diferença das idades das duas irmãs?

- (A) É menor do que 4 anos (B) É de 4 anos pelo menos (C) É de exatamente 4 anos
(D) É maior do que 4 anos (E) Não é menor do que 3 anos

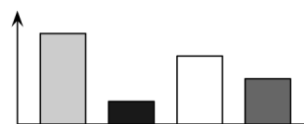
2. Para a, b reais, a expressão $(a-b)^5 + (b-a)^5$ equivale a

- (A) $-10ab$ (B) 0 (C) $2(a-b)^5$ (D) $2a^5 - 2b^5$ (E) $2a^5 + 2b^5$

3. Qual é o número de soluções da equação $2^{2x} = 4^{x+1}$?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) maior do que 3

4. Depois de uma excursão de Biologia, Diana desenhou no seu relatório um gráfico de barras representando a quantidade de indivíduos de quatro espécies de árvores. Seu professor sugeriu que o transformasse num gráfico de pizza, para melhor comparação. Qual é o aspecto do gráfico que ela desenhou?

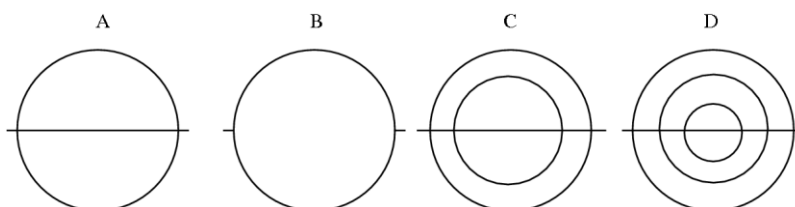


- (A) (B) (C) (D) (E)

5. Somando todos os inteiros desde 2001 até 2031 e dividindo a soma por 31, que número obtemos?

- (A) 2012 (B) 2013 (C) 2015 (D) 2016 (E) 2496

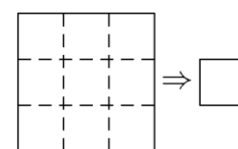
6. Quantas das figuras abaixo Aninha pode desenhar sem tirar o lápis do papel e sem passar duas vezes por um mesmo segmento ou arco de circunferência?



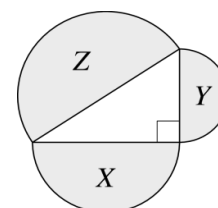
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

7. Uma folha quadrada de papel foi dobrada ao longo das linhas tracejadas, uma dobra de cada vez, sem importar a ordem. Em seguida, cortou-se um canto da folha dobrada e abriu-se a folha de volta. Quantos buracos são vistos nessa folha aberta?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 9



8. Três semicírculos têm como diâmetros os lados de um triângulo retângulo e têm áreas X , Y e Z , conforme figura. Qual das afirmações a seguir é verdadeira?

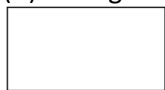


- (A) $X+Y < Z$ (B) $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$ (C) $X+Y = Z$ (D) $X^2 + Y^2 = Z^2$ (E) $X^2 + Y^2 = Z$

9. Um copo tem a forma de um cone truncado, conforme figura. Juliana quer colar um plástico colorido ao redor do copo, do lado de fora. Como ela deve cortar o plástico para colar perfeitamente na lateral do copo, sem enruguar?



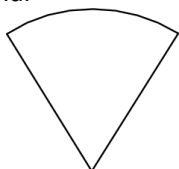
(A) retângulo



(B) trapezóide



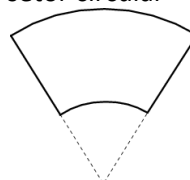
(C) setor circular



(D) tira curva de lados paralelos



(E) parte de setor circular



10. Um pentágono convexo tem n ângulos internos retos. Qual é a lista de possíveis valores de n ?

(A) 1, 2, 3

(B) 0, 1, 2, 3, 4

(C) 0, 1, 2, 3

(D) 0, 1, 2

(E) 1, 2

Problemas de 4 pontos

11. $\sqrt{(2015+2015)+(2015-2015)+(2015 \cdot 2015)+(2015:2015)} =$

(A) $\sqrt{2015}$

(B) 2015

(C) 2016

(D) 2017

(E) 4030

12. O eixo Ox e os gráficos das funções $f(x) = 2 - x^2$ e $g(x) = x^2 - 1$ dividem o plano cartesiano em quantas regiões?

(A) 7

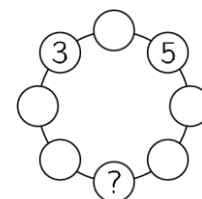
(B) 8

(C) 9

(D) 10

(E) 11

13. Elias quer escrever um número em cada círculo da figura ao lado de modo que cada número seja a soma dos números vizinhos. Qual número ele deve escrever no círculo com o ponto de interrogação?



(A) -5

(B) -16

(C) -8

(D) -3

(E) Isto é impossível.

14. São dados cinco números inteiros positivos distintos a, b, c, d, e tais que $c : e = b, a + b = d$ e $e - d = a$. Qual dos cinco números é o maior?

(A) a

(B) b

(C) c

(D) d

(E) e

15. A média geométrica de um conjunto de n números inteiros positivos é definida como sendo a raiz n -ésima do produto desses números. Se a média geométrica de um conjunto de três números é igual a 3 e a média geométrica de outro conjunto de três números é 12, qual é a média geométrica do conjunto desses seis números?

(A) 4

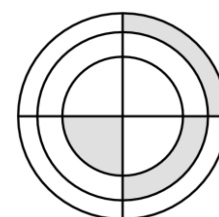
(B) 6

(C) $\frac{15}{2}$

(D) $\frac{15}{6}$

(E) 36

16. Na figura, os três círculos são concêntricos e os dois diâmetros são perpendiculares. Se as áreas das três regiões cinzentas são iguais e o raio do menor círculo é 1, qual é o produto dos raios dos três círculos?



(A) $\sqrt{6}$

(B) 3

(C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(D) $2\sqrt{2}$

(E) 6

17. Um lojista comprou dois carros para vendê-los em seguida. Ele vendeu o primeiro com ganho de 40% sobre o preço da compra e o segundo com ganho de 60%. A quantia que recebeu pela venda dos dois carros foi 54% maior do que a desembolsada para a compra dos mesmos. Qual é a razão entre o preço de custo do primeiro carro e o preço de custo do segundo carro?

- (A) 10:13 (B) 20:27 (C) 3:7 (D) 7:12 (E) 2:3

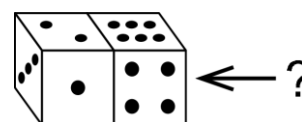
18. Amanda tem um dado comum, com os pontos 1,2,3,4,5 e 6 em suas faces. Bruna tem um dado estranho, com os pontos 2, 2, 2, 5, 5 e 5 em suas faces. Elas combinam lançar os dois dados simultaneamente e quem tirar a maior pontuação é a vencedora. Caso os números sejam iguais, ninguém vence. Qual é a probabilidade de Bruna vencer?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{7}{18}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{11}{18}$

19. Numa caixa há 2015 bolinhas de gude, numeradas de 1 a 2015. Bolinhas cujos números têm somas iguais para seus algarismos têm a mesma cor e bolinhas com números cujos algarismos têm somas diferentes têm cores diferentes. Por exemplo, as bolinhas com números 12 e 13 têm cores diferentes, pois $1+2 \neq 1+3$. Quantas cores diferentes têm as bolinhas dessa caixa?

- (A) 10 (B) 27 (C) 28 (D) 29 (E) 2015

20. Nos dados comuns, a soma dos pontos em faces opostas é sempre 7. Dois dados comuns iguais apoiados sobre uma mesa foram colocados em contato, como na figura. Quantos pontos podem aparecer na face não visível, indicada pelo ponto de interrogação?



- (A) somente 2 (B) somente 5 (C) 2 ou 5 (D) 1, 2, 3 ou 5 (E) 2, 3 ou 5

Problemas de 5 pontos

21. Temos, ao lado, a tabela de multiplicação dos números de 1 a 10. Qual é a soma dos 100 produtos encontrados nesta tabela?

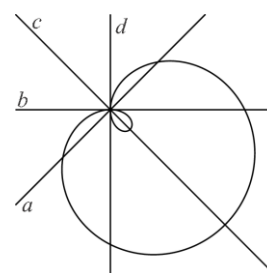
x	1	2	3	...	10
1	1	2	3	...	10
2	2	4	6	...	20
3	3	6	9	...	30
...
10	10	20	30	...	100

- (A) 1000 (B) 2025 (C) 2500 (D) 3025 (E) 5500

22. Se lermos as afirmações a seguir na ordem de (A) para (E), qual delas é a primeira que é verdadeira?

- (A) A (C) é verdadeira. (B) A (A) é verdadeira. (C) A (E) é falsa.
 (D) A (B) é falsa. (E) $1+1=2$.

23. A curva ao lado é descrita pela equação $(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 2(x^2 + y^2)$. Qual das retas a, b, c, d representa o eixo das ordenadas Oy ?



- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) nenhuma delas

24. Quantos são os polígonos regulares cujos ângulos internos têm como medida um número inteiro de graus?

- (A) 17 (B) 18 (C) 22 (D) 25 (E) 60

25. Quantos números positivos de três algarismos podem ser representados como a soma de exatamente nove diferentes potências de dois?

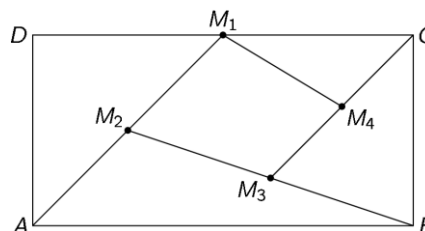
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

26. Quantos triângulos ABC existem tais que $m(\hat{A}BC) = 90^\circ$, $AB = 20$ e as medidas de todos os seus lados são números inteiros?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

27. No retângulo $ABCD$ da figura, os pontos M_1, M_2, M_3, M_4 são pontos médios dos segmentos a que pertencem. Qual é a razão entre a área do quadrilátero $M_1M_2M_3M_4$ e a do retângulo $ABCD$?

- (A) $\frac{7}{16}$ (B) $\frac{3}{16}$ (C) $\frac{7}{32}$ (D) $\frac{9}{32}$ (E) $\frac{1}{5}$



28. Juliana desenhou vários retângulos azuis e vermelhos no quadro-negro, sendo que exatamente sete deles são quadrados. Além disso, há três retângulos vermelhos a mais do que quadrados azuis e dois quadrados vermelhos a mais do que retângulos azuis. Quantos retângulos azuis Juliana desenhou?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 10

29. Na hora do recreio, 96 crianças deram as mãos formando uma grande roda. Então uma criança começou a contar a partir do 1, seguida pelas demais, no sentido horário, até chegar à última criança, que contou 96. Cada criança que disse um número par saiu da roda. As restantes continuaram contando a partir do número 97, saindo novamente da roda todas que disseram um número par. Elas continuaram a brincadeira, da mesma forma, até que sobrou uma única criança. Que número esta criança disse na primeira rodada?

- (A) 1 (B) 17 (C) 33 (D) 65 (E) 95

30. Bete e Beto substituem as letras da palavra KANGAROO por algarismos, de forma que o número resultante seja um múltiplo de 11. Eles substituem diferentes letras por diferentes algarismos e a mesma letra pelo mesmo algarismo, sendo K diferente do zero. Bete obtém o maior número possível enquanto que Beto obtém o menor número possível. Qual é o algarismo que substitui a mesma letra nos dois casos?

- (A) 0 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6