

Canguru de Matemática Brasil – 2015 – Nível S

Problemas de 3 pontos

1. Andrea nasceu em 1997 e sua irmã Carla nasceu em 2001. O que se pode dizer da diferença das idades das duas irmãs?

- (A) É menor do que 4 anos (B) É de 4 anos pelo menos (C) É de exatamente 4 anos
(D) É maior do que 4 anos (E) Não é menor do que 3 anos

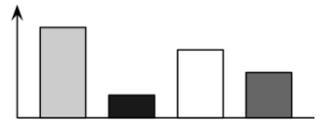
2. Para a, b reais, a expressão $(a-b)^5 + (b-a)^5$ equivale a

- (A) $-10ab$ (B) 0 (C) $2(a-b)^5$ (D) $2a^5 - 2b^5$ (E) $2a^5 + 2b^5$

3. Qual é o número de soluções da equação $2^{2x} = 4^{x+1}$?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) maior do que 3

4. Depois de uma excursão de Biologia, Diana desenhou no seu relatório um gráfico de barras representando a quantidade de indivíduos de quatro espécies de árvores. Seu professor sugeriu que o transformasse num gráfico de pizza, para melhor comparação. Qual é o aspecto do gráfico que ela desenhou?

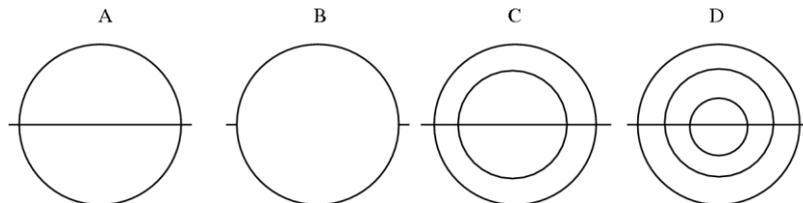


- (A) (B) (C) (D) (E)

5. Somando todos os inteiros desde 2001 até 2031 e dividindo a soma por 31, que número obtemos?

- (A) 2012 (B) 2013 (C) 2015 (D) 2016 (E) 2496

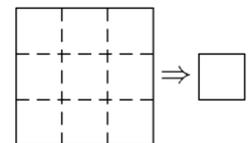
6. Quantas das figuras abaixo Aninha pode desenhar sem tirar o lápis do papel e sem passar duas vezes por um mesmo segmento ou arco de circunferência?



- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

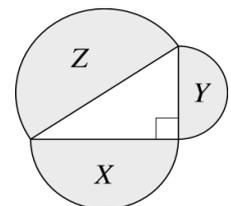
7. Uma folha quadrada de papel foi dobrada ao longo das linhas tracejadas, uma dobra de cada vez, sem importar a ordem. Em seguida, cortou-se um canto da folha dobrada e abriu-se a folha de volta. Quantos buracos são vistos nessa folha aberta?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 9



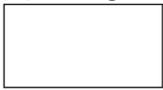
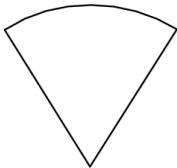
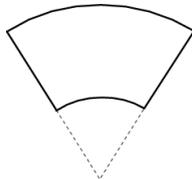
8. Três semicírculos têm como diâmetros os lados de um triângulo retângulo e têm áreas X , Y e Z , conforme figura. Qual das afirmações a seguir é verdadeira?

- (A) $X+Y < Z$ (B) $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$ (C) $X+Y = Z$ (D) $X^2 + Y^2 = Z^2$ (E) $X^2 + Y^2 = Z$



9. Um copo tem a forma de um cone truncado, conforme figura. Juliana quer colar um plástico colorido ao redor do copo, do lado de fora. Como ela deve cortar o plástico para colar perfeitamente na lateral do copo, sem enrugar?



- (A) retângulo  (B) trapezóide  (C) setor circular  (D) tira curva de lados paralelos  (E) parte de setor circular 

10. Um pentágono convexo tem n ângulos internos retos. Qual é a lista de possíveis valores de n ?

- (A) 1, 2, 3 (B) 0, 1, 2, 3, 4 (C) 0, 1, 2, 3 (D) 0, 1, 2 (E) 1, 2

Problemas de 4 pontos

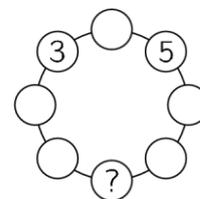
11. $\sqrt{(2015+2015)+(2015-2015)+(2015 \cdot 2015)+(2015:2015)} =$

- (A) $\sqrt{2015}$ (B) 2015 (C) 2016 (D) 2017 (E) 4030

12. O eixo Ox e os gráficos das funções $f(x) = 2 - x^2$ e $g(x) = x^2 - 1$ dividem o plano cartesiano em quantas regiões?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

13. Elias quer escrever um número em cada círculo da figura ao lado de modo que cada número seja a soma dos números vizinhos. Qual número ele deve escrever no círculo com o ponto de interrogação?



- (A) -5 (B) -16 (C) -8 (D) -3 (E) Isto é impossível.

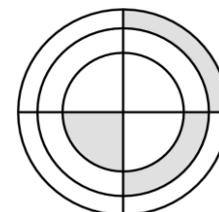
14. São dados cinco números inteiros positivos distintos a, b, c, d, e tais que $c : e = b, a + b = d$ e $e - d = a$. Qual dos cinco números é o maior?

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e

15. A média geométrica de um conjunto de n números inteiros positivos é definida como sendo a raiz n -ésima do produto desses números. Se a média geométrica de um conjunto de três números é igual a 3 e a média geométrica de outro conjunto de três números é 12, qual é a média geométrica do conjunto desses seis números?

- (A) 4 (B) 6 (C) $\frac{15}{2}$ (D) $\frac{15}{6}$ (E) 36

16. Na figura, os três círculos são concêntricos e os dois diâmetros são perpendiculares. Se as áreas das três regiões cinzentas são iguais e o raio do menor círculo é 1, qual é o produto dos raios dos três círculos?



- (A) $\sqrt{6}$ (B) 3 (C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (D) $2\sqrt{2}$ (E) 6

17. Um lojista comprou dois carros para vendê-los em seguida. Ele vendeu o primeiro com ganho de 40% sobre o preço da compra e o segundo com ganho de 60%. A quantia que recebeu pela venda dos dois carros foi 54% maior do que a desembolsada para a compra dos mesmos. Qual é a razão entre o preço de custo do primeiro carro e o preço de custo do segundo carro?

- (A) 10:13 (B) 20:27 (C) 3:7 (D) 7:12 (E) 2:3

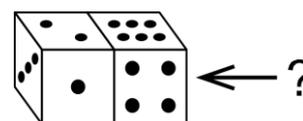
18. Amanda tem um dado comum, com os pontos 1,2,3,4,5 e 6 em suas faces. Bruna tem um dado estranho, com os pontos 2, 2, 2, 5, 5 e 5 em suas faces. Elas combinam lançar os dois dados simultaneamente e quem tirar a maior pontuação é a vencedora. Caso os números sejam iguais, ninguém vence. Qual é a probabilidade de Bruna vencer?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{7}{18}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{11}{18}$

19. Numa caixa há 2015 bolinhas de gude, numeradas de 1 a 2015. Bolinhas cujos números têm somas iguais para seus algarismos têm a mesma cor e bolinhas com números cujos algarismos têm somas diferentes têm cores diferentes. Por exemplo, as bolinhas com números 12 e 13 têm cores diferentes, pois $1+2 \neq 1+3$. Quantas cores diferentes têm as bolinhas dessa caixa?

- (A) 10 (B) 27 (C) 28 (D) 29 (E) 2015

20. Nos dados comuns, a soma dos pontos em faces opostas é sempre 7. Dois dados comuns iguais apoiados sobre uma mesa foram colocados em contato, como na figura. Quantos pontos podem aparecer na face não visível, indicada pelo ponto de interrogação?



- (A) somente 2 (B) somente 5 (C) 2 ou 5 (D) 1, 2, 3 ou 5 (E) 2, 3 ou 5

Problemas de 5 pontos

21. Temos, ao lado, a tabela de multiplicação dos números de 1 a 10. Qual é a soma dos 100 produtos encontrados nesta tabela?

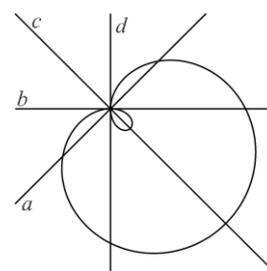
x	1	2	3	...	10
1	1	2	3	...	10
2	2	4	6	...	20
3	3	6	9	...	30
...
10	10	20	30	...	100

- (A) 1000 (B) 2025 (C) 2500 (D) 3025 (E) 5500

22. Se lermos as afirmações a seguir na ordem de (A) para (E), qual delas é a primeira que é verdadeira?

- (A) A (C) é verdadeira. (B) A (A) é verdadeira. (C) A (E) é falsa.
 (D) A (B) é falsa. (E) $1+1=2$.

23. A curva ao lado é descrita pela equação $(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 2(x^2 + y^2)$. Qual das retas a, b, c, d representa o eixo das ordenadas Oy ?



- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) nenhuma delas

24. Quantos são os polígonos regulares cujos ângulos internos têm como medida um número inteiro de graus?

- (A) 17 (B) 18 (C) 22 (D) 25 (E) 60

25. Quantos números positivos de três algarismos podem ser representados como a soma de exatamente nove diferentes potências de dois?

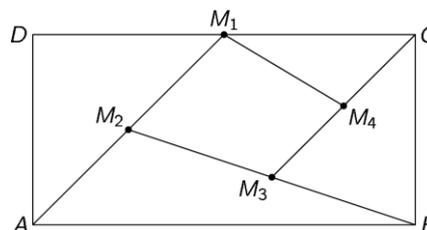
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

26. Quantos triângulos ABC existem tais que $m(\hat{A}BC) = 90^\circ$, $AB = 20$ e as medidas de todos os seus lados são números inteiros?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

27. No retângulo $ABCD$ da figura, os pontos M_1, M_2, M_3, M_4 são pontos médios dos segmentos a que pertencem. Qual é a razão entre a área do quadrilátero $M_1M_2M_3M_4$ e a do retângulo $ABCD$?

- (A) $\frac{7}{16}$ (B) $\frac{3}{16}$ (C) $\frac{7}{32}$ (D) $\frac{9}{32}$ (E) $\frac{1}{5}$



28. Juliana desenhou vários retângulos azuis e vermelhos no quadro-negro, sendo que exatamente sete deles são quadrados. Além disso, há três retângulos vermelhos a mais do que quadrados azuis e dois quadrados vermelhos a mais do que retângulos azuis. Quantos retângulos azuis Juliana desenhou?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 10

29. Na hora do recreio, 96 crianças deram as mãos formando uma grande roda. Então uma criança começou a contar a partir do 1, seguida pelas demais, no sentido horário, até chegar à última criança, que contou 96. Cada criança que disse um número par saiu da roda. As restantes continuaram contando a partir do número 97, saindo novamente da roda todas que disseram um número par. Elas continuaram a brincadeira, da mesma forma, até que sobrou uma única criança. Que número esta criança disse na primeira rodada?

- (A) 1 (B) 17 (C) 33 (D) 65 (E) 95

30. Bete e Beto substituem as letras da palavra KANGAROO por algarismos, de forma que o número resultante seja um múltiplo de 11. Eles substituem diferentes letras por diferentes algarismos e a mesma letra pelo mesmo algarismo, sendo K diferente do zero. Bete obtém o maior número possível enquanto que Beto obtém o menor número possível. Qual é o algarismo que substitui a mesma letra nos dois casos?

- (A) 0 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6