GABARITO TESTINHO 03 2021 30min

Resposta da questão 1:
[D]

Sendo x o número de período de 18 dias necessários, as sequências das linhas superior e inferior podem ser escritas, respectivamente, como:

$a_s = 7200 + 300x$

$a_i = 5200 + 800x$

Sendo assim, a convergência ocorrerá em:

$5200 + 800x = 7200 + 300x$

$500x = 2000$

$\therefore x = 4 \text{ períodos} = 72 \text{ dias}$

E o valor em USD será de:

$7200 + 300 \cdot 4 = 8400$

Resposta da questão 2:
[E]

O número de possibilidades é dado por:

$$\underbrace{1}_{\substack{1^a \\ \text{fileira}}} + 2 \cdot \underbrace{2 \cdot 2}_{\substack{2^a \text{ e } 3^a \\ \text{fileiras}}} + \underbrace{3 \cdot 2}_{\substack{4^a \\ \text{fileira}}} = 1 + 8 + 6 = 15 \text{ maneiras}$$

Resposta da questão 3:
[C]

Vamos calcular, inicialmente, cada uma das áreas:

$A_1 = \pi \cdot 1^2 = \pi$

$A_2 = \pi \cdot 2^2 - \pi \cdot 1^2 = 3\pi$

$A_3 = \pi \cdot 3^2 - \pi \cdot 2^2 = 5\pi$

$A_4 = \pi \cdot 4^2 - \pi \cdot 3^2 = 7\pi$

Portanto:

$P_1 = \dfrac{\pi}{16^2}$

$P_2 = \dfrac{3\pi}{16^2}$

$P_3 = \dfrac{5\pi}{16^2}$

$P_4 = \dfrac{7\pi}{16^2}$

Observando as probabilidades concluímos que a probabilidade de um jogador que está a 16 m de distância do alvo acertar a área A_4 é sete vezes a probabilidade de acertar a área A_1.

Resposta da questão 4:
[A]

Probabilidade de que ambos sejam verdadeiros:
$0,6 \cdot 0,6 = 0,36 = 36\%$

Probabilidade de que pelo menos um seja falso:
$100\% - 36\% = 64\%$

Resposta da questão 5:
[B]

Inicialmente faremos as transformações das medidas para metros.
$1200 \text{ mm} = 1,2 \text{ m}$
$40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}$
$3 \text{ dm} = 0,3 \text{ m}$

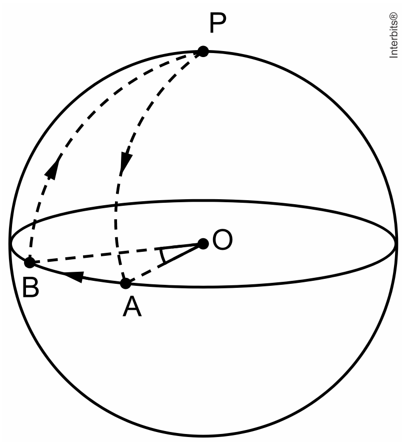
Volume de concreto usado para um degrau.
$V = 1,2 \cdot 0,4 \cdot 0,3 = 0,144 \text{ m}^3$

Considerando que com 1 saco de cimento faz-se 2 m^3 de concreto, o número mínimo de sacos de cimento, necessários para a construção dos 102 degraus será dado por:
$\dfrac{102 \cdot 0,144}{2} = 7,344,$ ou seja, no mínimo 8 sacos de cimento.

Resposta [B].

Resposta da questão 6:
[C]

Considere a figura, em que P é o Polo Norte e O é o centro da esfera.



Queremos calcular a soma $\overset{\frown}{PA} + \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BP}.$
Sabendo que a circunferência da Terra mede $40000 \text{ km},$ temos

$$2\pi r = 40000 \Leftrightarrow r = \frac{20000}{\pi} \text{km},$$

em que r é o raio da Terra.

Ademais, como $A\hat{O}B = 45^\circ = \dfrac{\pi}{4} \text{rad},$ vem

$$\overset{\frown}{AB} = A\hat{O}B \cdot r$$
$$= \frac{\pi}{4} \cdot \frac{20000}{\pi}$$
$$= 5000\,\text{km}.$$

É fácil ver que $\overset{\frown}{PA} = \overset{\frown}{PB}.$ Logo, como $\overset{\frown}{PA} + \overset{\frown}{PB}$ corresponde à metade da circunferência da Terra, podemos escrever

$$\overset{\frown}{PA} + \overset{\frown}{PB} = \frac{40000}{2}$$
$$= 20000\,\text{km}.$$

A resposta é $20000 + 5000 = 25000\,\text{km}.$

Resposta da questão 7:
[C]

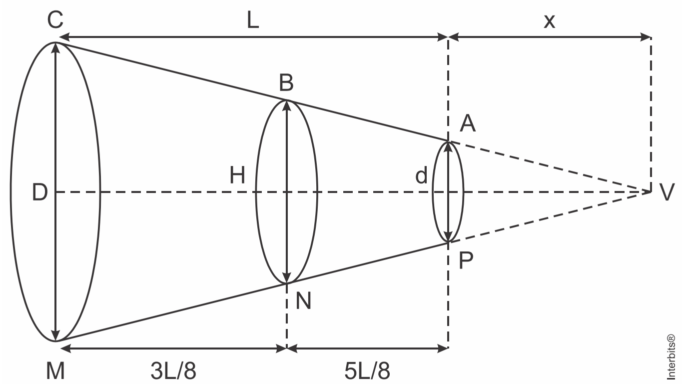
O número de pessoas contaminadas após t dias é dado por $n(t) = 2^{\frac{t}{3}}$, com $t \geq 0.$
Queremos calcular o menor valor de t para o qual se tem $n(t) \geq 4000.$ Logo, segue que

$$2^{\frac{t}{3}} \geq 4000 \Leftrightarrow 2^{\frac{t}{3}-5} \geq 5^3$$
$$\Leftrightarrow \log 2^{\frac{t}{3}-5} \geq \log 5^3$$
$$\Leftrightarrow \left(\frac{t}{3} - 5\right) \cdot \log 2 \geq 3 \cdot \log 5$$
$$\Rightarrow \left(\frac{t}{3} - 5\right) \cdot 0{,}3 \geq 3 \cdot 0{,}7$$
$$\Rightarrow t \geq 36.$$

Portanto, temos $32 < t < 38.$

Resposta da questão 8:
[C]

Temos a seguinte configuração:



Por semelhança de triângulos, obtemos:

$\Delta VAP \sim \Delta VCM:$

$$\frac{x}{x+L}=\frac{d}{D}\Rightarrow\frac{x}{x+240}=\frac{30}{60}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2x=x+240\Rightarrow x=240\text{ cm}$$

$\Delta VAP \sim \Delta VBN:$

$$\frac{x}{x+\frac{5L}{8}}=\frac{d}{H}\Rightarrow\frac{240}{240+\frac{5}{8}\cdot 240}=\frac{30}{H}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 8H=240+150\Rightarrow 8H=390$$
$$\therefore H=48{,}75\text{ cm}$$

Resposta da questão 9:
[E]

Considerando que a área A somada com a área B resulta na área C, podemos escrever que:

$8\cdot 4+\frac{8\cdot 2}{2}=\pi\cdot R^2$ (onde r é o raio do círculo)

$40=\pi\cdot R^2$

portanto, a área total será dada por:

$A_T=40+40=80\text{ m}^2.$

Já que com uma lata é possível pintar 4 m^2, para pintar 80 m^2 serão necessárias $\frac{80}{4}=20$ latas de tinta.

Resposta [E].

Resposta da questão 10:
[C]

Quantidade de duplicações e áreas:
Para o intervalo de 3 dias:

$\frac{30}{3}=10$ e $A_{maior}=\pi\cdot 2^{10}=1024\pi$

Para o intervalo de 5 dias:

$\frac{30}{5}=6$ e $A_{menor}=\pi\cdot 2^{6}=64\pi$

Cálculo dos raios:

$$1024\pi=\pi R^2$$
$$\therefore R=32$$
$$64\pi=\pi r^2$$
$$\therefore r=8$$