MDC

MDC = Máximo divisor comum

À primeira vista, esse assunto é visto como fácil, pois ele é lecionado no Ensino Fundamental. Mas não se enganem, pois seus problemas podem trazer algumas complicações.

Relembrando os números primos {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37,...}

- Modo de calcular

MDC

O primeiro passo é fazer a fatoração, isto é, decompor em fatores primos.

Exemplo: 12 e 18

12, 18	2
6, 9	2
3, 9	3
1, 3	3
1, 1	

O segundo passo é envolver os termos que dividiram todos os números da linha:
- O primeiro 2 dividiu o 12 e o 18 (envolve);
- O segundo 2 dividiu o 6, mas não dividiu o 9. (ele não conta);
- O primeiro 3 dividiu o 3 e o 9 (envolve);
- O segundo 3 dividiu o 3, mas não dividiu o 1. (ele não conta)

O terceiro passo é multiplicar apenas os números envolvidos.

MDC = 2 . 3 = 6

Para efeitos interpretativos, usa-se o *MDC* quando há grandes grupos que serão DIVIDIDOS ou DISTRIBUIDOS em grupos menores e de mesma quantidade de elementos em cada um deles.

Exercícios:

1. Assinale a alternativa que apresenta o máximo divisor comum (MDC) dos números 24 (vinte e quatro), 84 (oitenta e quatro) e 90 (noventa)

a) 4.
b) 5
c) 6.
d) 7.
e) 8.

Resolução:

24, 84, 90	2
12, 42, 45	2
6 , 21, 45	2
3 , 21, 45	3
1 , 7 , 15	3
1 , 7 , 5	5
1 , 7 , 1	7
1 , 1 , 1	

MDC: 2 . 3 = 6

(Alternativa C)

2. Em uma papelaria, há uma caixa com 80 lápis pretos e 55 lápis vermelhos. Para facilitar as vendas, foram feitos pacotinhos, todos com o mesmo número de lápis e na maior quantidade possível, de modo que cada pacotinho contenha lápis de uma só cor. Sabendo que não restou nenhum lápis na caixa e que cada pacotinho de lápis preto custa R$ 5,00 e cada pacotinho de lápis vermelho custa R$ 6,00, então o valor a ser arrecadado com a venda de todos os pacotinhos será

a) R$ 146,00.
b) R$ 148,00.
c) R$ 150,00.
d) R$ 152,00.
e) R$ 154,00.

Resolução:

80, 55	2
40, 55	2
20, 55	2
10, 55	2
5 , 55	5
1 , 11	11
1 , 11	

MDC = 5 lápis

Agora que sabemos quantos lápis possuem em cada saquinho, vamos calcular quantos pacotinhos existem de cada cor de lápis

Lápis preto 80 / 5 = 16 pacotinhos
Lápis vermelho 55 / 5 = 11 pacotinhos

Por último, devemos multiplicar o valor de cada cor de lápis pela quantidade de pacotes existentes

Lápis preto: 16 . 5 = 80 reais
Lápis vermelho: 11 . 6 = 66 reais

80 + 66 = 146 reais

(Alternativa A)

3. Uma costureira tem quatro carretéis de fitas com, respectivamente, 164 m, 136 m, 112 m e 84 m. Ela precisa cortar essas fitas em pedaços de mesmo comprimento, sendo cada pedaço o maior possível. O número máximo de pedaços obtidos e o comprimento, em metros de cada pedaço, serão, respectivamente,

a) 124 e 6.

b) 124 e 4.
c) 132 e 4.
d) 132 e 6.
e) 184 e 8.

Resolução:

164,	136,	112,	84	2
82 ,	68 ,	56 ,	42	2
41 ,	34 ,	28 ,	21	2
41 ,	17 ,	14 ,	21	2
41 ,	17 ,	7 ,	21	3
41 ,	17 ,	7 ,	7	7
41 ,	17 ,	1 ,	1	17
41 ,	1 ,	1 ,	1	41
1 ,	1 ,	1 ,	1	

MDC: 2 . 2 = 4 metros

Agora que possuímos o tamanho exato de cada pedaço é só dividir pelos comprimentos de cada fita

164 / 4 = 41 pedaços
136 / 4 = 34 pedaços
112 / 4 = 28 pedaços
84 / 4 = 11 pedaços

41 + 34 + 28 + 21 = 124

(Alternativa B)

4. Para a elaboração de um cronograma, que será fixado em um painel, uma folha retangular de cartolina deverá ser totalmente dividida em quadrados iguais, todos de mesmo tamanho, de modo que o quadriculado preencha totalmente a área da folha. Sabendo-se que a folha tem 1,3 m de comprimento e 0,9 m de largura, e que os quadrados deverão ter a maior área possível, é correto afirmar que o número de quadrados obtidos será igual a

a) 22.
b) 60.
c) 85.
d) 100.
e) 117.

Resolução:

Para facilitar nossos cálculos, primeiro devemos converter de m para cm

1,3 m = 130 cm

0,9 m = 90 cm

130, 90	2
65 , 45	3
65 , 15	3
65 , 5	5
13 , 1	13
1 , 1	

MDC: 2 . 5 = 10 cm de lado

Em seguida devemos calcular a área de cada quadrado
Área do quadrado = 10 . 10 = 100 cm²

Agora precisamos calcular a área da cartolina retangular

Área do retângulo = Base . Altura
Área do retângulo = 90 . 130 = 11.700 cm²

Por fim é só dividir a área total da cartolina pela área de cada quadrado para sabermos quantos foram obtidos

11.700 / 100 = 117 quadrados

(Alternativa E)

5. Dois rolos de barbante, um com 60 metros, e o outro com 108 metros, precisam ser totalmente divididos, sem desperdício, em pedaços de barbante, todos com o mesmo comprimento, sendo este comprimento o maior possível. Satisfazendo essas condições, o número total de pedaços de barbante será igual a

a) 14.
b) 13.
c) 12.
d) 11.
e) 10.

Resolução:

60, 108	2
30, 54	2
15, 27	3
5 , 9	3
5 , 3	3
5 , 1	5
1 , 1	

MDC: 2 . 2 . 3 = 12 m

Para encontrar a quantidade de pedaços de barbante feitos, devemos pegar o comprimento de cada rolo e dividir pelo comprimento de cada pedaço de barbante

60 / 12 = 5 pedaços
108 / 12 = 9 pedaços

5 + 9 = 14 pedaços

(Alternativa A)

6. João recebeu 32 relatórios verdes e 40 relatórios vermelhos. Ele deve colocar esses relatórios em envelopes da seguinte forma: Todos os envelopes devem conter a mesma quantidade de relatórios. Nenhum envelope pode misturar relatórios de cores diferentes. Cumprindo essas exigências, o menor número de envelopes que ele precisará utilizar é:

a) 8;
b) 9;
c) 12;
d) 16;
e) 18;

Resolução:

32, 40	2
16, 20	2
8 , 10	2
4 , 5	2
2 , 5	2
1 , 5	5
1 , 1	

MDC: 2 . 2 . 2 = 8 relatórios

Agora devemos dividir a quantidade de relatórios total, pela quantidade de relatórios em cada envelope

Envelope com relatórios verdes: 32 / 8 = 4 envelopes
Envelope com relatórios vermelhos: 40 / 8 = 5 envelopes

Total de envelopes utilizados: 5 + 4 = 9 envelopes\
(Alternativa B)

7. Em um projeto de recuperação de uma nascente, a prefeitura plantará 225 mudas de ipê e 120 mudas de acácia. Com o objetivo de conscientizar as pessoas da comunidade sobre a importância da arborização urbana, o plantio será feito por crianças. Na hora do plantio, cada criança receberá a mesma quantidade de mudas de ipê e a mesma quantidade de mudas de acácia. Considerando que a prefeitura usará o maior número possível de crianças nessa ação, o número de acácias que cada criança plantará será:

a) 8
b) 10
c) 12
d) 15

Resolução:

225, 120	2

225, 60	2
225, 30	2
225, 15	3
75 , 5	3
25 , 5	5
5 , 1	5
1 , 1	

MDC: 3 . 5 = 15

Como a questão nos pede apenas a quantidade de mudas de acácia, devemos dividir sua quantidade total pela quantidade de mudas em cada pacote

120 / 15 = 8
(Alternativa A)

8. Um marceneiro possui duas barras de ferro, uma com 1,40 metros de comprimento e outra com 2,45 metros de comprimento. Ele pretende cortá-las em barras de tamanhos iguais, de modo que cada pedaço tenha a maior medida possível. Nessas circunstâncias, o total de pedaços que o marceneiro irá cortar, utilizando as duas de ferro, é:

a) 9
b) 11
c) 12
d) 13

Resolução:

Primeiramente devemos converter para centímetro a fim de facilitar nosso cálculo
1,40 m = 140 cm
2,45 m = 245 cm

140, 245	2
70 , 245	2
35 , 245	5
7 , 49	7
1 , 7	7
1 , 1	

MDC: 5 . 7 = 35 cm

Agora que já sabemos a medida de cada barra após serem cortadas, basta dividir o tamanho total de cada uma pelo tamanho de seu pedaço

140 / 35 = 4 barras
245 / 35 = 7 barras

7 + 4 = 11 barras

(Alternativa B)

9. O MDC(34, 46, 58) é:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Resolução:

34, 46, 58	2
17, 23, 29	17
1 , 23, 29	23
1 , 1 , 29	29
1 , 1 , 1	

MDC = 2

(Alternativa B)

10. O MDC(20, 30, 40) é:

a) 05.
b) 10.
c) 15.
d) 20.
e) 25.

Resolução:

20, 30, 40	2
10, 15, 20	2
5 , 15, 10	2
5 , 15, 5	3
5 , 5 , 5	5
1 , 1 , 1	

MDC: 2 . 5 = 10

(Alternativa B)

11. Uma editora fará uma campanha distribuindo livros e canetas em estações de metrô. Serão distribuídos 1.620 livros e 2.940 canetas, de modo que cada estação de metrô participante da campanha receba a mesma quantidade de livros para distribuição e receba a mesma quantidade de canetas para distribuição. Para atingir o maior número de estações possível, a quantidade de canetas que cada estação deve receber é

a) 49
b) 70
c) 27
d) 35
e) 98

Resolução

1620, 2940	2
810, 1470	2
405, 735	3
135, 245	5
27, 49	a partir daqui não haverá números primos comuns.

MDC (1620, 2940) = 2 . 2 . 3 . 5 = 60

Canetas por estação : $\frac{2940}{60}$ = 49
(Alternativa A)

12. Qual é o máximo divisor comum (MDC) entre 75 e 125?

a) 25.
b) 30.
c) 36.
d) 44.
e) 64.

Resolução:

75, 125	3
25, 125	5
5, 25	5
1, 25	5
1,1	

MDC (75, 125) : 5 . 5 = 25

(Alternativa A)

13. Em uma escola, 144 meninos e 180 meninas devem ser vacinados contra o sarampo. Para tanto, pretende-se formar grupos somente de meninas ou somente de meninos, de modo que os grupos tenham a mesma quantidade e o maior número possível de integrantes, e que não reste nenhum aluno fora de um grupo. Nessas condições, o número total de grupos formados será igual a

a) 5.
b) 7.
c) 8.
d) 9.
e) 12.

Resolução:

144, 180	2
72, 90	2
36, 45	3
12, 15	3
4, 5	a partir daqui não haverá primos comuns

MDC (144, 180) : 2. 2 . 3 . 3= 36

Grupos de meninos : $\frac{144}{36}$= 4

Grupos de meninas : $\frac{180}{36}$ = 5

Total de grupos: 4 + 5 = 9

(Alternativa D)

14. Sendo D o Maior Divisor Comum entre os números 525 e 1120, e M o Mínimo Múltiplo Comum entre eles, determine o valor de M – 250.D:

a) 8050
b) 8750
c) 16000
d) 16835

Resolução:

$$\begin{array}{l|l} 525,\ 1120 & 2 \\ 525,\ 560 & 2 \\ 525,\ 280 & 2 \\ 525,\ 140 & 2 \\ 525,\ 70 & 2 \\ 525,\ 35 & 3 \\ 175,\ 35 & 5 \\ 35,\ 7 & 5 \\ 7,\ 7 & 7 \\ 1,\ 1 & \end{array}$$

M = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 3 . 5 . 5 . 7 = 16800
D = 5 . 7 = 35
M – 250 . D = 16800 - 250 . 35 = 16800 – 8750 = 8.050

(Alternativa A)

15. Um professor decide dividir seus alunos, 20 meninos e 24 meninas em grupos, de forma que cada grupo tenha o maior tamanho possível. Ainda, o número de meninas em cada grupo deve ser igual, bem como o número de meninos em cada grupo deve ser igual. Logo, o número total de alunos (meninos e meninas) em cada um dos grupos é igual a;

a) 4.
b) 8.
c) 9.
d) 10.
e) 11.

Resolução:

20, 24	2
10, 12	2
5, 6	2
5, 3	3
5, 1	5
1,1	

MDC (20, 24) = 2 . 2 = 4

(Alternativa A)

16. Uma papelaria dispõe de 36 apontadores e 51 borrachas e irá separá-los em pacotinhos, cada um deles com o mesmo número de peças e na maior quantidade possível. Sabendo-se que cada pacotinho não poderá ter apontadores e borrachas juntos, então o maior número possível de pacotinhos com apontadores que poderão ser feitos será

a) 9.
b) 12.
c) 15.
d) 17.
e) 20.

Resolução:

36, 51	2
18, 51	2
9, 51	3
3, 17	3
1, 17	17
1, 1	

MDC (36, 51) = 3
Pacotinhos com apontadores = $\frac{36}{3}$ = 12

(Alternativa B)

17. Um funcionário do almoxarifado recebeu pedidos de materiais de consumo conforme a tabela a seguir:

Secretaria	Itens
Educação	210
Fazenda e Patrimônio	168
Saúde	294

Esse funcionário irá remeter os pedidos, para cada secretaria, no menor número possível de pacotes, todos contendo a mesma quantidade de itens, independentemente do destino.
O número total de pacotes necessários será igual a

a) 4.
b) 5.
c) 7.
d) 12.

e) 16.

Resolução:

210, 168, 294	2
105, 84, 147	3
35, 28, 49	7
5 , 4, 7	a partir daqui não haverá primos comuns

MDC (210, 168, 294) = 2 . 3 . 7 = 42

210 + 168 + 294 = 672

Número de pacotes : $\frac{672}{42}$ = 16

(Alternativa E)

18. Para a elaboração de um cronograma para pavimentação, 8,4 km da estrada vicinal R e 14,4 km da estrada vicinal S deverão ser totalmente divididos em trechos, de modo que a extensão de cada trecho seja sempre a mesma, nas duas estradas, e que o número de trechos seja o menor possível. Nessas condições, o número máximo de trechos possíveis para a estrada S será igual a

a) 12.
b) 11.
c) 10.
d) 9.
e) 8.

Resolução:

Para facilitar os cálculos, iremos converter para uma unidade de medida onde não haja números decimais. A unidade de medida escolhida não altera o número de trechos.

8,4 km = 84 hm
14, 4 km = 144 hm

84, 144	2
42, 72	2
21, 36	2
21, 18	2
21, 9	3
7, 3	3
7, 1	7
1, 1	

MDC (84, 144) = 2 . 2 . 3 = 12

Números de trechos para estrada S.
$\frac{144}{12}$= 12

(Alternativa A)

19. Considere os seguintes números: 12, 15 e 30. A diferença entre o mínimo múltiplo comum (MMC) e o máximo divisor comum (MDC) destes números é:

a) 48
b) 57
c) 62
d) 21
e) 71

Resolução:

12, 15, 30	2
6, 15, 15	2
3, 15, 15	3
1, 5, 5	5
1, 1, 1	

MMC (12, 15, 30) = 2 . 2 . 3 . 5 = 60
MDC (12, 15, 30) = 3

Diferença = 60 - 3 = 57

(Alternativa B)

20. Um artesão de tapetes dispõe de duas peças de tecidos, uma com 900 centímetros e a outra com 780 centímetros. Ele vai cortar as peças de tecidos em tamanhos iguais e o maior possível. O número de tapetes que ele conseguirá fazer é:

a) 50
b) 46
c) 39
d) 15
e) 28

Resolução:

900, 780	2
450, 390	2
225, 195	3
75, 65	3
25, 65	5
5, 13	5
1, 13	13
1, 1	

MDC(900, 780) = 2. 2. 3 . 5 = 60 cm

$\frac{900}{60}$ = 15 e $\frac{780}{60}$ = 13

Número de tapetes = 13 + 15 = 28

(Alternativa E)