RONAEBSON
MATEMÁTICA CRIATIVA

CADERNO ENEM

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

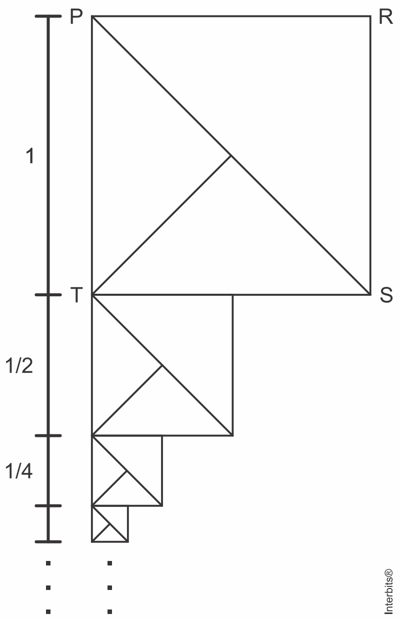
Disponibilizado por Minerva.

Como caiu no Enem

Questão 01

(ENEM 2020)

O artista gráfico holandês Maurits Cornelius Escher criou belíssimas obras nas quais as imagens se repetiam, com diferentes tamanhos, induzindo ao raciocínio de repetição infinita das imagens. Inspirado por ele, um artista fez um rascunho de uma obra na qual propunha a ideia de construção de uma sequência de infinitos quadrados, cada vez menores, uns sob os outros, conforme indicado na figura.



O quadrado PRST, com lado de medida 1, é o ponto de partida. O segundo quadrado é construído sob ele tomando-se o ponto médio da base do quadrado anterior e criando-se um novo quadrado, cujo lado corresponde à metade dessa base. Essa sequência de construção se repete recursivamente.

Qual é a medida do lado do centésimo quadrado construído de acordo com esse padrão?

A $\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$

B $\left(\frac{1}{2}\right)^{99}$

C $\left(\frac{1}{2}\right)^{97}$

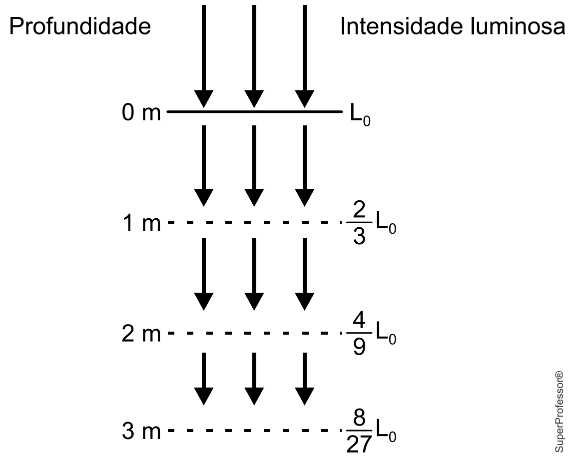
D $\left(\frac{1}{2}\right)^{-98}$

E $\left(\frac{1}{2}\right)^{-99}$

Questão 02

(ENEM 2023)

O esquema mostra como a intensidade luminosa decresce com o aumento da profundidade em um rio, sendo L_0 a intensidade na sua superfície.



Considere que a intensidade luminosa diminui, a cada metro acrescido na profundidade, segundo o mesmo padrão do esquema.

A intensidade luminosa correspondente à profundidade de 6 m é igual a

A $\frac{1}{9}\,L_0$

B $\frac{16}{27}\,L_0$

C $\frac{32}{243}\,L_0$

D $\frac{64}{729}\,L_0$

E $\frac{128}{2187}\,L_0$

Questão 03

(ENEM 2017 LIBRAS)

Atualmente, a massa de uma mulher é 100 kg. Ela deseja diminuir, a cada mês, 3% da massa que possuía no mês anterior. Suponha que ela cumpra sua meta.

A sua massa, em quilograma, daqui a dois meses será

A 91,00.
B 94,00.
C 94,09.
D 94,33.
E 96,91.

Disponibilizado por Minerva.

Questão 04

(ENEM 2022 PPL)

As bactérias são microrganismos formados por uma única célula. Elas estão presentes em praticamente todos os meios: no ar, na água, no solo ou no interior de outros seres vivos. A forma de reprodução mais comum das bactérias é a assexuada por bipartição. Nesse processo, cada uma delas tem seu DNA duplicado e, posteriormente, se divide em duas células bacterianas.

De modo geral, em condições favoráveis, esse processo de bipartição se conclui a cada 20 minutos.
Disponível em: www.sobiologia.com.br. Acesso em: 16 nov. 2013 (adaptado).

Considere que, no instante t = 0, há uma quantidade N_0 de bactérias em um meio favorável à sua reprodução, de modo que nele só se reproduzem por bipartição.

A sequência formada pela quantidade de bactérias nesse meio nos instantes 0, 20, 40, 60, 80 e 100 minutos é

A $N_0, N_0^2, N_0^3, N_0^4, N_0^5, N_0^6$
B $N_0, N_0^2, N_0^4, N_0^8, N_0^{16}, N_0^{32}$
C $N_0, 2N_0, 3N_0, 4N_0, 5N_0, 6N_0$
D $N_0, 2N_0, 4N_0, 8N_0, 16N_0, 32N_0$
E $N_0, 3N_0, 7N_0, 15N_0, 31N_0, 63N_0$

Questão 05

(ENEM 2019 PPL)

Alguns modelos de rádios automotivos estão protegidos por um código de segurança. Para ativar o sistema de áudio, deve-se digitar o código secreto composto por quatro algarismos. No primeiro caso de erro na digitação, a pessoa deve esperar 60 segundos para digitar o código novamente. O tempo de espera duplica, em relação ao tempo de espera anterior, a cada digitação errada. Uma pessoa conseguiu ativar o rádio somente na quarta tentativa, sendo de 30 segundos o tempo gasto para digitação do código secreto a cada tentativa. Nos casos da digitação incorreta, ela iniciou a nova tentativa imediatamente após a liberação do sistema de espera.

O tempo total, em segundo, gasto por essa pessoa para ativar o rádio foi igual a

A 300.
B 420.
C 540.
D 660.
E 1.020.

Questão 06

(ENEM 2018)

Um quebra-cabeça consiste em recobrir um quadrado com triângulos retângulos isósceles, como ilustra a figura.

Uma artesã confecciona um quebra-cabeça como o descrito, de tal modo que a menor das peças é um triângulo retângulo isósceles cujos catetos medem 2 cm.

O quebra-cabeça, quando montado, resultará em um quadrado cuja medida do lado, em centímetro, é

A 14
B 12
C $7\sqrt{2}$
D $6 + 4\sqrt{2}$
E $6 + 2\sqrt{2}$

Questão 07

(ENEM 2018)

Torneios de tênis, em geral, são disputados em sistema de eliminatória simples. Nesse sistema, são disputadas partidas entre dois competidores, com a eliminação do perdedor e promoção do vencedor para a fase seguinte. Dessa forma, se na 1ª fase o torneio conta com 2n competidores, então na 2ª fase restarão n competidores, e assim sucessivamente até a partida final.

Em um torneio de tênis, disputado nesse sistema, participam 128 tenistas.
Para se definir o campeão desse torneio, o número de partidas necessárias é dado por

A 2 x 128
B 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2
C 128 + 64 + 32 + 16 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1
D 128 + 64 + 32 + 16 + 16 + 8 + 4 + 2
E 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1

Disponibilizado por Minerva.

Questão 08

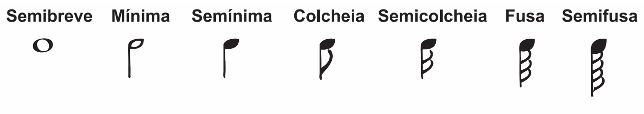
(ENEM 2018 PPL)

Na música, usam-se sinais gráficos chamados figuras de duração para indicar por quanto tempo se deve emitir determinado som.

As figuras de duração usadas atualmente são: semibreve, mínima, semínima, colcheia, semicolcheia, fusa e semifusa.

Essas figuras não possuem um valor (tempo) fixo. Elas são proporcionais entre si. A duração de uma semibreve é equivalente à de duas mínimas, a duração de uma mínima é equivalente à de duas semínimas, a duração de uma semínima equivale à de duas colcheias e assim por diante, seguindo a ordem dada.

Considere que a semibreve tem a duração de tempo de uma unidade.



Disponível em: www.portaleducamusicalcp2.mus.br. Acesso em: 11 nov. 2013 (adaptado).

A sequência que indica a duração de tempo de uma mínima, de uma semínima, de uma colcheia, de uma semicolcheia, de uma fusa e de uma semifusa é

Ⓐ $2, 4, 8, 16, 32, 64$

Ⓑ $1, 2, 4, 8, 16, 32$

Ⓒ $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}$

Ⓓ $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \frac{31}{32}, \frac{63}{64}$

Ⓔ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}$

Questão 09

(ENEM 2016 2ª APLICAÇÃO)

Para comemorar o aniversário de uma cidade, a prefeitura organiza quatro dias consecutivos de atrações culturais. A experiência de anos anteriores mostra que, de um dia para o outro, o número de visitantes no evento é triplicado. É esperada a presença de 345 visitantes para o primeiro dia do evento.

Uma representação possível do número esperado de participantes para o último dia é

Ⓐ 3×345
Ⓑ $(3 + 3 + 3) \times 345$
Ⓒ $3^3 \times 345$
Ⓓ $3 \times 4 \times 345$
Ⓔ $3^4 \times 345$

Questão 10

(ENEM 2012 PPL)

Uma maneira muito útil de se criar belas figuras decorativas utilizando a matemática é pelo processo de autossemelhança, uma forma de se criar *fractais.* Informalmente, dizemos que uma figura é autossemelhante se partes dessa figura são semelhantes à figura vista como um todo. Um exemplo clássico é o *Carpete de Sierpinski,* criado por um processo recursivo, descrito a seguir:

- Passo 1: Considere um quadrado dividido em nove quadrados idênticos (Figura 1). Inicia-se o processo removendo o quadrado central, restando 8 quadrados pretos (Figura 2).
- Passo 2: Repete-se o processo com cada um dos quadrados restantes, ou seja, divide-se cada um deles em 9 quadrados idênticos e remove-se o quadrado central de cada um, restando apenas os quadrados pretos (Figura 3).
- Passo 3: Repete-se o passo 2.

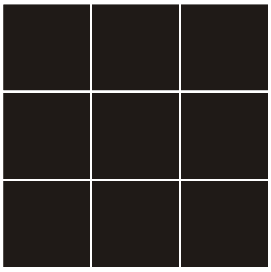


Figura 1

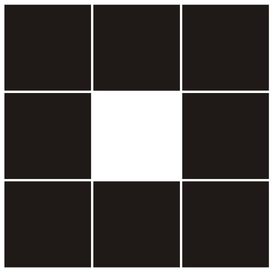


Figura 2

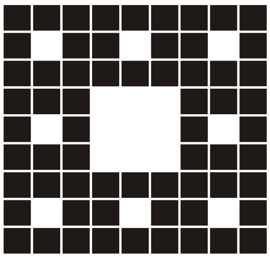


Figura 3

Admita que esse processo seja executado 3 vezes, ou seja, divide-se cada um dos quadrados pretos da Figura 3 em 9 quadrados idênticos e remove-se o quadrado central de cada um deles.

O número de quadrados pretos restantes nesse momento é

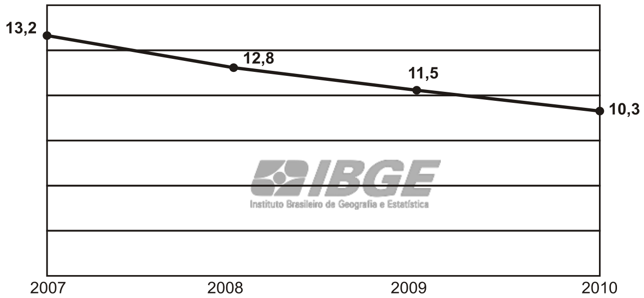
Ⓐ 64.
Ⓑ 512.
Ⓒ 568.
Ⓓ 576.
Ⓔ 648.

Disponibilizado por Minerva.

Questão 11

(ENEM 2012 PPL)

O abandono escolar no ensino médio é um dos principais problemas da educação no Brasil. Reduzir as taxas de abandono tem sido uma tarefa que exige persistência e ações continuadas dos organismos responsáveis pela educação no país.
O gráfico apresentado a seguir mostra as taxas percentuais de abandono no ensino médio, para todo o país, no período de 2007 a 2010, em que se percebe uma queda a partir de 2008. Com o objetivo de reduzir de forma mais acentuada a evasão escolar são investidos mais recursos e intensificadas as ações, para se chegar a uma taxa em torno de 5,2% ao final do ano de 2013.



MEC/Inep, *Censo Escolar* (adaptado).

Qual a taxa de redução anual que deve ser obtida para que se chegue ao patamar desejado para o final de 2013? Considere $(0{,}8)^3 \cong 0{,}51$.

- **A** 10%
- **B** 20%
- **C** 41%
- **D** 49%
- **E** 51%

Questão 12

(ENEM 2014 PPL)

Pesquisas indicam que o número de bactérias X é duplicado a cada quarto de hora. Um aluno resolveu fazer uma observação para verificar a veracidade dessa afirmação. Ele usou uma população inicial de 10^5 bactérias X e encerrou a observação ao final de uma hora.
Suponha que a observação do aluno tenha confirmado que o número de bactérias X se duplica a cada quarto de hora.

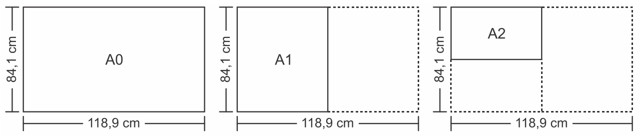
Após uma hora do início do período de observação desse aluno, o número de bactérias X foi de

- **A** $2^{-2} \cdot 10^5$
- **B** $2^{-1} \cdot 10^5$
- **C** $2^2 \cdot 10^5$
- **D** $2^3 \cdot 10^5$
- **E** $2^4 \cdot 10^5$

Questão 13

(ENEM 2016 PPL)

O padrão internacional ISO 216 define os tamanhos de papel utilizados em quase todos os países, com exceção dos EUA e Canadá. O formato-base é uma folha retangular de papel, chamada de A0, cujas dimensões são $84{,}1\,\text{cm} \times 118{,}9\,\text{cm}$. A partir de então, dobra-se a folha ao meio, sempre no lado maior, obtendo os demais formatos, conforme o número de dobraduras. Observe a
figura: A1 tem o formato da folha A0 dobrada ao meio uma vez, A2 tem o formato da folha A0 dobrada ao meio duas vezes, e assim sucessivamente.



Disponível em: http://pt.wikipedia.org. Acesso em: 4 abr. 2012 (adaptado).

Quantas folhas de tamanho A8 são obtidas a partir de uma folha A0?

- **A** 8
- **B** 16
- **C** 64
- **D** 128
- **E** 256

Disponibilizado por Minerva.

GABARITO

Resposta da questão 1:
[B]

Os lados dos quadrados constituem a progressão geométrica $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots, \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \ldots\right)$. Portanto, a resposta é $\left(\frac{1}{2}\right)^{100-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{99}$.

Resposta da questão 2:
[D]

A sequência de intensidades luminosas corresponde a uma progressão geométrica de razão $\frac{2}{3}$. Sendo assim, a intensidade luminosa correspondente à profundidade de 6 m (sétimo termo da PG) é igual a:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$
$$a_7 = L_0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{7-1}$$
$$\therefore a_7 = \frac{64}{729} L_0$$

Resposta da questão 3:
[C]

A resposta é $100 \cdot (0{,}97)^2 = 94{,}09\,\text{kg}$.

Resposta da questão 4:
[D]

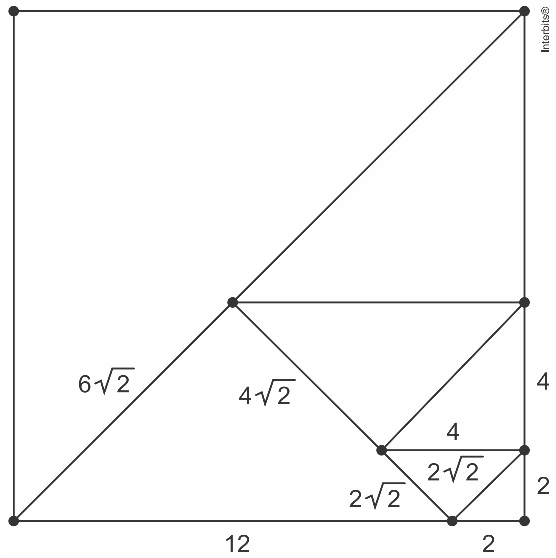
O número de bactérias cresce segundo uma progressão geométrica de primeiro termo N_0 e razão 2. Portanto, segue que a resposta é $N_0, 2N_0, 4N_0, 8N_0, 16N_0, 32N_0$.

Resposta da questão 5:
[C]

O tempo gasto com as digitações foi igual a $30 \cdot 4 = 120$ segundos. Ademais, como ele errou as três primeiras tentativas, teve que esperar $60 + 120 + 240 = 420$ segundos. Portanto, a resposta é $120 + 420 = 540$ segundos.

Resposta da questão 6:
[A]

É fácil ver que as hipotenusas dos triângulos retângulos crescem segundo uma progressão geométrica de primeiro termo $2\sqrt{2}\,\text{cm}$ e razão $\sqrt{2}$.



Portanto, de acordo com a figura, a resposta é $12 + 2 = 14\,\text{cm}$.

Resposta da questão 7:
[E]

O número de partidas disputadas decresce segundo uma progressão geométrica de primeiro termo $\frac{128}{2} = 64$ e razão $\frac{1}{2}$. Por conseguinte, a resposta é $64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$.

Resposta da questão 8:
[E]

Segue que a duração de uma mínima corresponde a $\frac{1}{2}$ da duração de uma semibreve, uma semínima corresponde a $\frac{1}{2}$ da duração de uma mínima, ou seja, $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ da duração de uma semibreve, uma colcheia corresponde a $\frac{1}{2}$ da duração de uma semínima, isto é, $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ da duração de uma semibreve, e assim sucessivamente, até $\frac{1}{64}$.

A resposta é $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}$.

Disponibilizado por Minerva.

Resposta da questão 9:
[C]

O número de visitantes cresce segundo uma progressão geométrica de primeiro termo 345 e razão $3.$ Por conseguinte, a resposta é $345 \times 3^3.$

Resposta da questão 10:
[B]

É fácil ver que o número de quadrados pretos que restam após a n-ésima iteração é dado por $8^n.$ Portanto, após a terceira iteração, o número de quadrados pretos que restam é igual a $8^3 = 512.$

Resposta da questão 11:
[B]

Seja i a taxa de redução anual procurada.

Como o percentual de abandono em 2010 foi de $10,3\%,$ segue-se que i deve ser tal que

$$
\begin{aligned}
10,3 \cdot (1-i)^3 = 5,2 \Leftrightarrow (1-i)^3 &= \frac{5,2}{10,3} \\
&\Rightarrow (1-i)^3 \cong 0,51 \\
&\Rightarrow (1-i)^3 \cong (0,8)^3 \\
&\Rightarrow 1-i \cong 0,8 \\
&\Rightarrow i \cong 20\% \text{ a.a.}
\end{aligned}
$$

Resposta da questão 12:
[E]

Uma hora corresponde a $\frac{4}{4}$ de hora. Logo, ao fim de uma hora, o número de bactérias X foi de $2^4 \cdot 10^5.$

Resposta da questão 13:
[E]

Calculando:

$$
\left.\begin{aligned}
A1 &= 2 \\
A2 &= 4 \\
A3 &= 8
\end{aligned}\right\rangle \Rightarrow \text{PG com } q = 2
$$

$$A8 = A1 \cdot q^{8-1} = 2 \cdot 2^7 = 256$$

Minerva