



FRENTE B, GE: aula 01

GEOMETRIA DE POSIÇÃO

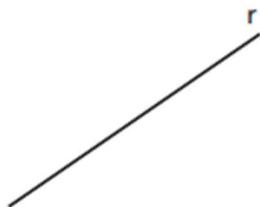
01. CONCEITOS PRIMITIVOS:

Na matemática, uma **noção primitiva** é um conceito indefinido. Em particular, a noção primitiva não é definida em termos de conceitos previamente definidos, mas é apenas motivada informalmente, geralmente por um apelo à intuição e a experiência cotidiana.

(1) **PONTO**: É um elemento conceitual, sem dimensão, sem forma. O ponto, originalmente, refere-se a uma dada posição específica



(2) **RETA**: Uma reta apresenta uma única dimensão, que é o comprimento, e é infinita. Quando vários pontos pertencem a uma mesma reta, eles são chamados de **colineares**.



(3) **PLANO**: Um plano apresenta duas dimensões, o comprimento e a largura, e é infinito. Quando vários pontos pertencem a um mesmo plano, eles são chamados de **coplanares**.



02. RETAS:

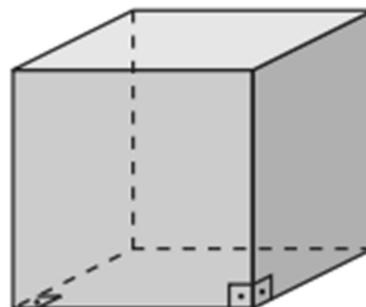
(1) **POSTULADO DA EXISTÊNCIA**: uma reta, bem como fora dela, tem infinitos pontos.

(2) **POSTULADO DA DETERMINAÇÃO**: dois pontos distintos determinam uma única reta que passa por eles;

(3) POSIÇÃO RELATIVA ENTRE RETAS:

concorrentes	paralelas
possuem um único ponto em comum.	são coincidentes (ou iguais) ou são coplanares e não tem ponto em comum.

reversas: são retas que não estão contidas em um mesmo plano.



Ou seja:

$$r \text{ e } s \text{ distintas} \begin{cases} r \text{ e } s \text{ coplanares} \\ \text{ou} \\ r \text{ e } s \text{ reversas} \end{cases} \begin{cases} r \text{ e } s \text{ têm ponto comum} \rightarrow r \text{ e } s \text{ concorrentes} \\ \text{ou} \\ r \text{ e } s \text{ não têm ponto comum} \rightarrow r \text{ e } s \text{ paralelas} \end{cases}$$

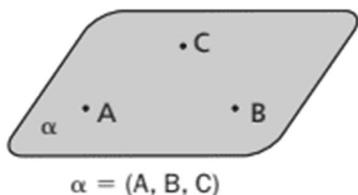
$$r \text{ e } s \text{ distintas} \begin{cases} r \text{ e } s \text{ têm ponto comum} \rightarrow r \text{ e } s \text{ são concorrentes} \\ \text{ou} \\ r \text{ e } s \text{ não têm ponto comum} \end{cases} \begin{cases} r \text{ e } s \text{ coplanares} \rightarrow r \text{ e } s \text{ são paralelas} \\ \text{ou} \\ r \text{ e } s \text{ não coplanares} \rightarrow r \text{ e } s \text{ são reversas} \end{cases}$$



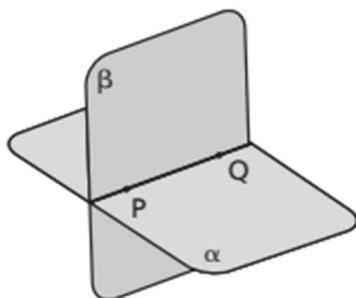
02. PLANOS:

(1) POSTULADO DA EXISTÊNCIA: um plano, bem como fora dele, tem infinitos pontos.

(2) POSTULADO DA DETERMINAÇÃO: três pontos não colineares determinam um único plano que passa por eles.



(3) INTERSECÇÃO ENTRE PLANOS:

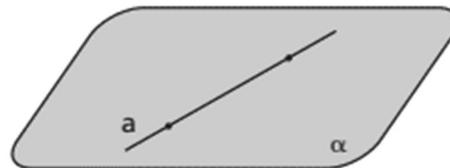


(4) POSIÇÃO RELATIVA ENTRE PLANOS:

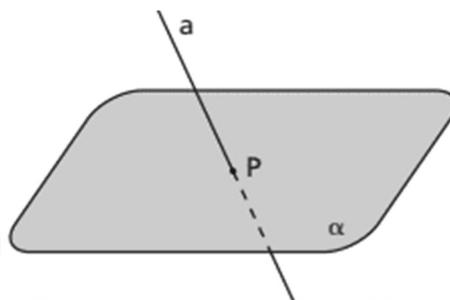
secantes	paralelos distintos
quando dois planos distintos se interceptam.	quando dois planos distintos não se interceptam.

IMPORTANTE! posição relativa entre reta e plano

(1) RETA CONTIDA NO PLANO:



(2) RETA SECANTE AO PLANO:



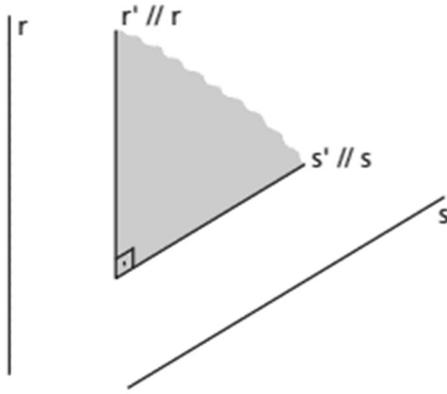
(3) RETA PARALELA AO PLANO:



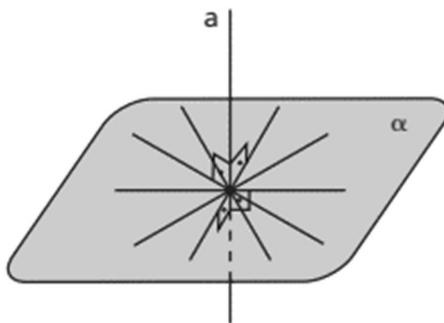


03. PERPENDICULARIDADE:

(1) RETAS ORTOGONAIS: duas retas são ortogonais se, e somente se, são reversas e formam ângulo reto.



(2) PLANO E RETA PERPENDICULARES: uma reta e um plano são perpendiculares se, e somente se, eles têm um ponto comum e a reta é perpendicular a todas as retas do plano que passam por esse ponto comum.



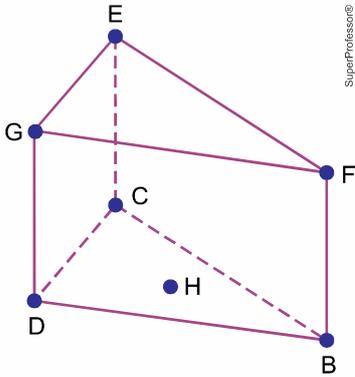
04. PROJEÇÃO ORTOGONAL: sombra do objeto.

ponto	
figura	
segmento	



EXERCÍCIOS

01. (USCS 2022) Um ponto H está sobre a base BCD de um prisma reto BCDGFE, mas não está sobre as arestas dessa base, conforme mostra a figura.



Considerando as retas que passam por dois vértices desse prisma ou por um vértice e por H, é possível afirmar que

- (a) \overline{CH} e \overline{BD} são reversas.
- (b) \overline{GF} e \overline{CE} são concorrentes.
- (c) \overline{FH} e \overline{CB} são reversas.
- (d) \overline{BG} e \overline{EF} são paralelas.
- (e) \overline{BH} e \overline{CD} são perpendiculares.

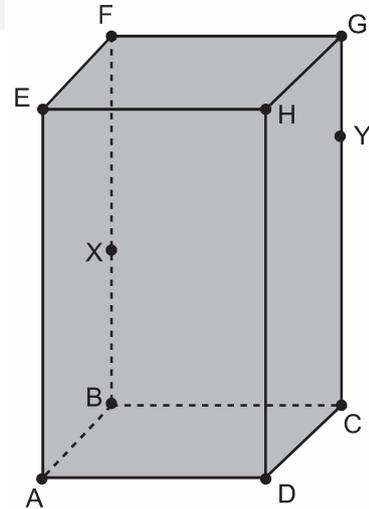
02. (UEA 2023) Considere as retas r e s e o plano α , tais que:

- i. $s \not\subset \alpha$
- ii. $r \subset \alpha$
- iii. $r // s$

Então, conclui-se que:

- (a) a reta r é perpendicular ao plano α .
- (b) a reta s é paralela ao plano α .
- (c) as retas r e s se intersectam no plano α .
- (d) as retas r e s se intersectam fora do plano α .
- (e) as retas r e s são reversas.

03. (ENEM PPL 2021) Um inseto percorreu sobre a superfície de um objeto, em formato de um prisma reto ABCDEFGH, com base retangular, uma trajetória poligonal, com vértices nos pontos: A - X - Y - G - F - E - X - G - E, na ordem em que foram apresentados.



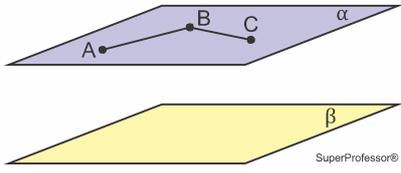
É necessário representar a projeção ortogonal do trajeto percorrido pelo inseto sobre o plano determinado pela base do prisma.

A representação da projeção ortogonal do trajeto percorrido pelo inseto é

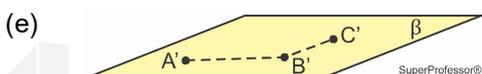
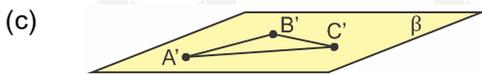
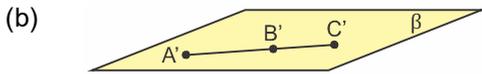
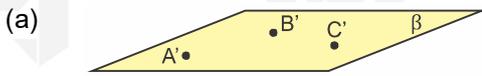
- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)



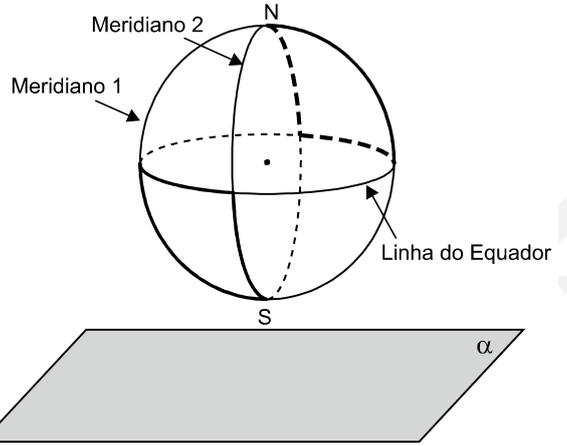
04. (UEA 2021) Considere os planos α e β , paralelos entre si, e os segmentos \overline{AB} e \overline{BC} contidos no plano α , com os pontos A, B e C não colineares, conforme mostra a figura.



Projetando-se ortogonalmente os segmentos \overline{AB} e \overline{BC} sobre o plano β , obtém-se



05. (ENEM 2022) Na figura estão destacadas duas trajetórias sobre a superfície do globo terrestre, descritas ao se percorrer parte dos meridianos 1, 2 e da Linha do Equador, sendo que os meridianos 1 e 2 estão contidos em planos perpendiculares entre si. O plano α é paralelo ao que contém a Linha do Equador.



A vista superior da projeção ortogonal sobre o plano α dessas duas trajetórias é

