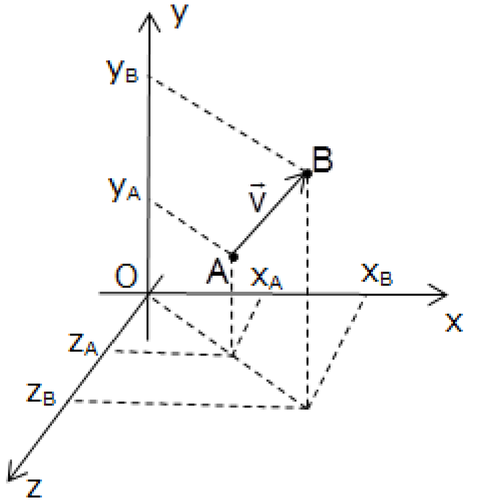
GEOMETRIA ANALÍTICA NO ESPAÇO

CONCEITOS FUNDAMENTAIS NO R³

Eixos coordenados



Ox: Eixo das abscissas
Oy: Eixo das ordenadas
Oz: Eixo das cotas

Distância entre dois pontos

$$d_{AB} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

Representação de um vetor

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} = B - A = (x_B, y_B, z_B) - (x_A, y_A, z_A) = \left(\overbrace{x_B - x_A}^{x}, \overbrace{y_B - y_A}^{y}, \overbrace{z_B - z_A}^{z} \right) = (x, y, z) = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

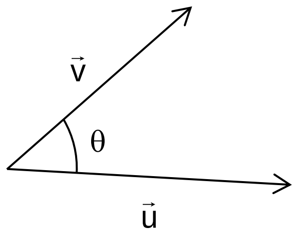
$$\text{Ex.: } \begin{cases} C = (2, 0, -1) \\ D = (0, -1, 2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{CD} = D - C = (0, -1, 2) - (2, 0, -1) = [0 - 2, -1 - 0, 2 - (-1)] = (-2, -1, 3) = -2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$$

OPERAÇÕES COM VETORES

$$\vec{u} = (x_1, y_1, z_1) \text{ e } \vec{v} = (x_2, y_2, z_2) \begin{cases} \vec{u} = \vec{v} \therefore x_1 = x_2, y_1 = y_2 \text{ e } z_1 = z_2 \\ \vec{u} \pm \vec{v} = (x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2, z_1 \pm z_2) \\ \vec{w} = t \cdot \vec{u}, t \in \Re^* \therefore \vec{w} = t \cdot (x_1, y_1, z_1) \therefore \vec{w} = (tx_1, ty_1, tz_1) \\ \vec{w} \parallel \vec{u} \therefore \dfrac{tx_1}{x_1} = \dfrac{ty_1}{y_y} = \dfrac{tz_1}{z_1} = t \\ \text{Ex.: } \begin{cases} \vec{a} = (2, 4, 6) \\ \vec{b} = (-4, -8, -12) \end{cases} \Rightarrow \dfrac{2}{-4} = \dfrac{4}{-8} = \dfrac{6}{-12} = -\dfrac{1}{2} \therefore \vec{a} \parallel \vec{b} \therefore \vec{a} = -\dfrac{1}{2}\vec{b} \end{cases}$$

$$\text{Ponto médio M de um segmento AB} \begin{cases} A = (x_A, y_A, z_A) \text{ e } B = (x_B, y_B, z_B) \\ M = \left(\dfrac{x_A + x_B}{2}, \dfrac{y_A + y_B}{2}, \dfrac{z_A + z_B}{2} \right) \end{cases}$$

PRODUTO ESCALAR



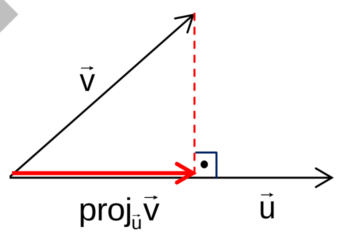
$$\vec{u}=(x_1,y_1,z_1)\text{ e }\vec{v}=(x_2,y_2,z_2)\begin{cases}\text{Definição algébrica} \Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2\\ \text{Definição geométrica} \Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos\theta\end{cases}$$

$$\text{Propriedades}\begin{cases}\vec{u}\cdot\vec{v}=\vec{v}\cdot\vec{u}\\ \vec{u}\cdot(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{u}\cdot\vec{w}\\ (\vec{u})^2=\vec{u}\cdot\vec{u}=|\vec{u}|^2\\ |\vec{u}\cdot\vec{v}|\le|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\\ |\vec{u}+\vec{v}|\le|\vec{u}|+|\vec{v}|\end{cases}$$

ÂNGULOS DIRETORES

São ângulos entre um vetor $\vec{v}$ e os eixos coordenados
$$\begin{cases}\cos\beta=\dfrac{x}{|\vec{v}|}\\ \cos\gamma=\dfrac{y}{|\vec{v}|}\Rightarrow\cos^2\beta+\cos^2\gamma+\cos^2\phi=1\\ \cos\phi=\dfrac{z}{|\vec{v}|}\end{cases}$$

PROJEÇÃO DE UM VETOR $\vec{v}$ SOBRE OUTRO VETOR $\vec{u}$



$$proj_{\vec{u}}\vec{v}=\left(\frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{|\vec{u}|^2}\right)\cdot\vec{u}$$

Demonstração

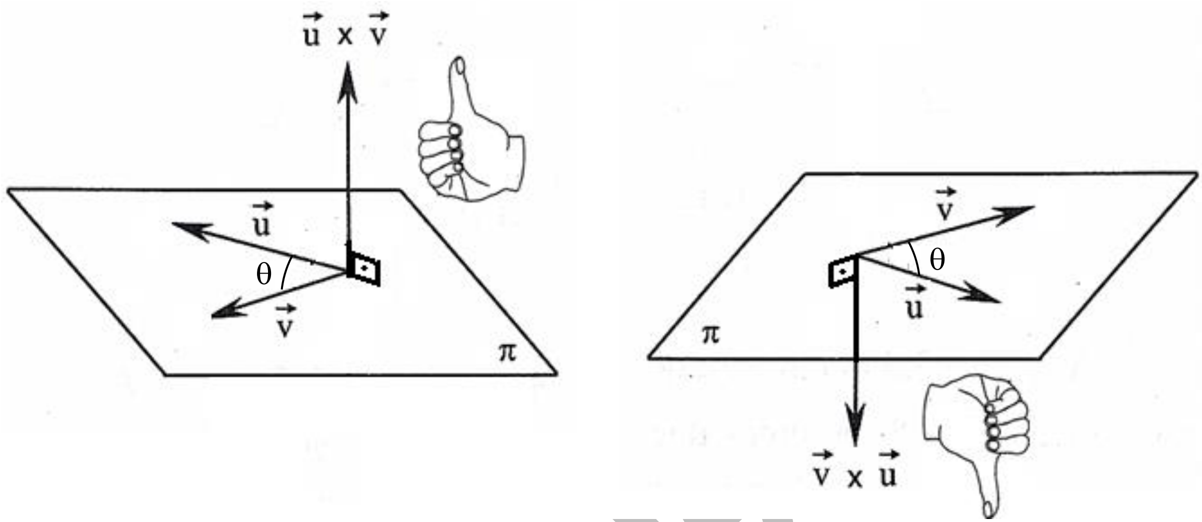
$$\begin{cases}|proj_{\vec{u}}\vec{v}|=|\vec{v}|\cdot\cos\theta\\ proj_{\vec{u}}\vec{v}\cdot\vec{v}=|proj_{\vec{u}}\vec{v}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos\theta\end{cases}\Rightarrow proj_{\vec{u}}\vec{v}\cdot\vec{v}=|\vec{v}|\cdot\cos\theta\cdot|\vec{v}|\cdot\cos\theta\therefore\boxed{proj_{\vec{u}}\vec{v}\cdot\vec{v}=|\vec{v}|^2\cdot\cos^2\theta}$$

$$\begin{cases}\vec{v}\cdot\vec{u}=|\vec{v}|\cdot|\vec{u}|\cdot\cos\theta\\ \cos\theta=\dfrac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{|\vec{v}|\cdot|\vec{u}|}\end{cases}\Rightarrow proj_{\vec{u}}\vec{v}\cdot\vec{v}=|\vec{v}|^2\cdot\left(\frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{|\vec{v}|\cdot|\vec{u}|}\right)^2\therefore proj_{\vec{u}}\vec{v}\cdot\cancel{\vec{v}}=\cancel{|\vec{v}|^2}\cdot\frac{\cancel{\vec{v}}\cdot\vec{u}\cdot\vec{v}\cdot\vec{u}}{\cancel{|\vec{v}|^2}\cdot|\vec{u}|^2}\therefore proj_{\vec{u}}\vec{v}=\left(\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|^2}\right)\cdot\vec{u}$$

PRODUTO VETORIAL

$$\vec{u}=\left(x_1,y_1,z_1\right) \text{ e } \vec{v}=\left(x_2,y_2,z_2\right) \Rightarrow \vec{u}\times\vec{v}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ x_1 & y_1 & z_1\\ x_2 & y_2 & z_2\end{vmatrix}$$

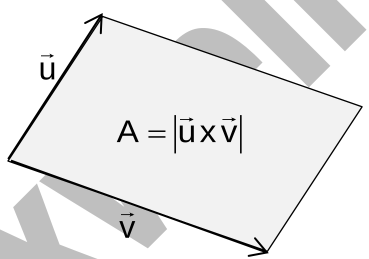
Direção e sentido

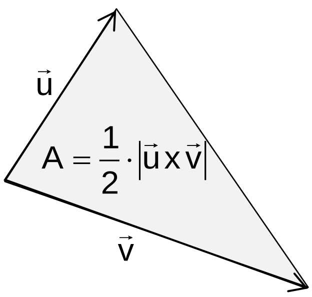


Módulo

$$\left|\vec{u}\times\vec{v}\right|=\left|\vec{u}\right|\cdot\left|\vec{v}\right|\cdot \operatorname{sen}\theta$$

Aplicação





Nota:
IDENTIDADE DE LAGRANGE

$$\begin{cases}\left|\vec{u}\times\vec{v}\right|=\left|\vec{u}\right|\cdot\left|\vec{v}\right|\cdot\operatorname{sen}\theta \therefore \operatorname{sen}\theta=\dfrac{\left|\vec{u}\times\vec{v}\right|}{\left|\vec{u}\right|\cdot\left|\vec{v}\right|}\\ \vec{u}\cdot\vec{v}=\left|\vec{u}\right|\cdot\left|\vec{v}\right|\cdot\cos\theta \therefore \cos\theta=\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\left|\vec{u}\right|\cdot\left|\vec{v}\right|}\end{cases} \Rightarrow \operatorname{sen}^2\theta+\cos^2\theta=1 \therefore \left(\frac{\left|\vec{u}\times\vec{v}\right|}{\left|\vec{u}\right|\cdot\left|\vec{v}\right|}\right)^2+\left(\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\left|\vec{u}\right|\cdot\left|\vec{v}\right|}\right)^2=1$$

$$\left|\vec{u}\times\vec{v}\right|^2+\left(\vec{u}\cdot\vec{v}\right)^2=\left|\vec{u}\right|^2\cdot\left|\vec{v}\right|^2$$

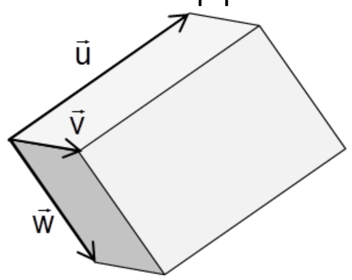
PRODUTO MISTO

$$\vec{u}=(x_1,y_1,z_1),\ \vec{v}=(x_2,y_2,z_2)\ \text{e}\ \vec{w}=(x_3,y_3,z_3)\Rightarrow \vec{u}\cdot(\vec{v}\,x\,\vec{w})=\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1\\ x_2 & y_2 & z_2\\ x_3 & y_3 & z_3\end{vmatrix}$$

$$\text{Propriedades}\begin{cases}\vec{u}\cdot(\vec{v}\,x\,\vec{w})=(\vec{u}\,x\,\vec{v})\cdot\vec{w}\\ \vec{u}\cdot(\vec{v}\,x\,\vec{w})=0\Leftrightarrow \vec{u},\vec{v}\ \text{e}\ \vec{w}\ \text{são coplanares}\end{cases}$$

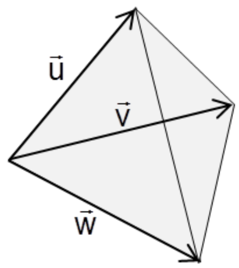
Aplicação

Paralelepípedo



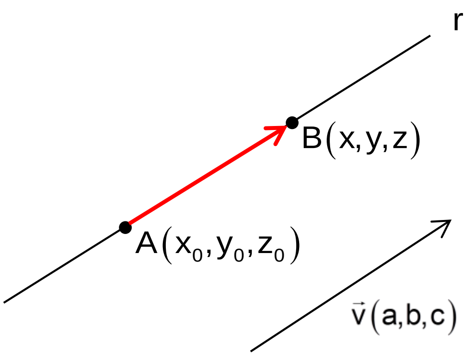
$$V=|\vec{u}\cdot(\vec{v}\,x\,\vec{w})|$$

Tetraedro



$$V=\frac{1}{6}\cdot|\vec{u}\cdot(\vec{v}\,x\,\vec{w})|$$

EQUAÇÕES DA RETA NO R³



$$\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$$

Equação simétrica

$$\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}=t,\ \text{sendo } t\in\Re$$

$$r\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+bt\\ z=z_0+ct\end{cases}$$

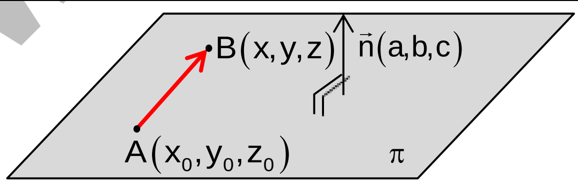
Equação paramétrica

$$\overrightarrow{AB}=t\cdot\vec{v},\ t\in\Re\ \therefore\ (x,y,z)-(x_0,y_0,z_0)=(a,b,c)t$$

$$(x,y,z)=(x_0,y_0,z_0)+(a,b,c)t$$

Equação da reta

EQUAÇÃO DO PLANO NO R³



$$\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}=0$$

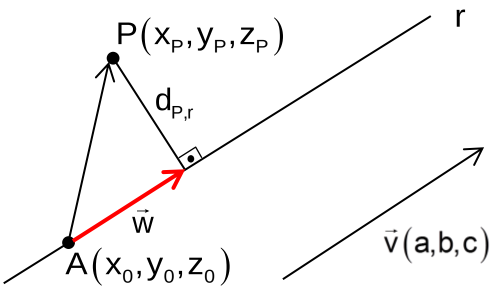
$$(x-x_0,y-y_0,z-z_0)\cdot(a,b,c)=0\ \therefore\ ax-ax_0+by-by_0+cz-cz_0=0\ \therefore\ ax+by+cz\overbrace{-ax_0-by_0cz_0}^{d}=0$$

$$ax+by+cz+d=0$$

Equação geral do plano

DISTÂNCIAS NO R³

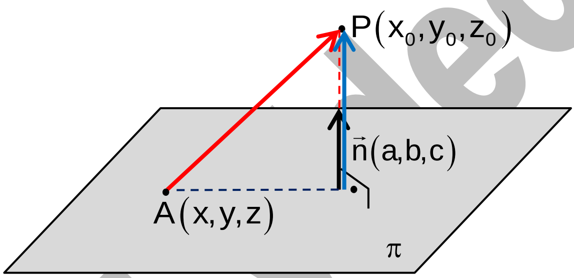
Distância entre um ponto e uma reta



$$\frac{|\vec{AP}\times\vec{w}|}{\cancel{2}} = \frac{|\vec{w}|\cdot d_{p,r}}{\cancel{2}} \therefore |\cancel{t}\cdot\vec{v}|\cdot d_{p,r} = |\vec{AP}\times\cancel{t}\cdot\vec{v}|$$

$$d_{P,r} = \frac{|\vec{AP}\times\vec{v}|}{|\vec{v}|}$$

Distância entre um ponto e um plano



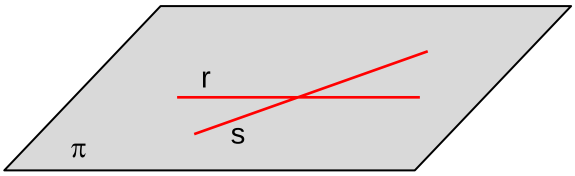
$$d_{P,\pi} = |Proj_{\vec{n}}\vec{AP}| \therefore d_{P,\pi} = \left|\left[\frac{\vec{AP}\cdot\vec{n}}{|\vec{n}|^2}\right]\cdot\vec{n}\right| \therefore d_{P,\pi} = \frac{|\vec{AP}\cdot\vec{n}|}{\cancel{|\vec{n}|^2}}\cancel{|\vec{n}|} \therefore d_{P,\pi} = \frac{|\vec{AP}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|} \therefore d_{P,\pi} = \frac{|(x_0-x, y_0-y, z_0-z)\cdot(a,b,c)|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

$$d_{P,\pi} = \frac{|ax_0 - ax + by_0 - by + cz_0 - cz|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \therefore d_{P,\pi} = \frac{\left|ax_0 + by_0 + cz_0 + \overbrace{(-ax - by - cz)}^{d}\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

$$d_{P,\pi} = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

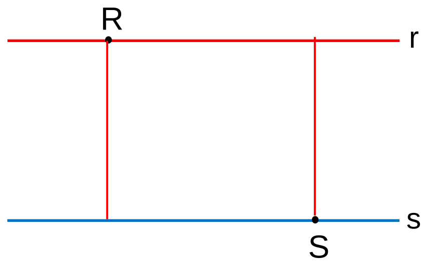
Distância entre retas

Retas concorrentes



$$d_{r,s} = 0$$

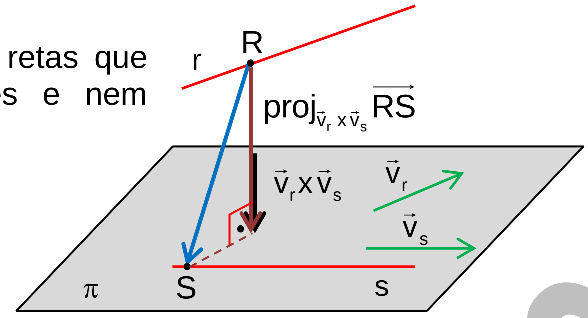
Retas paralelas



$$d_{r,s} = d_{R,s} = d_{S,r}$$

Retas reversas

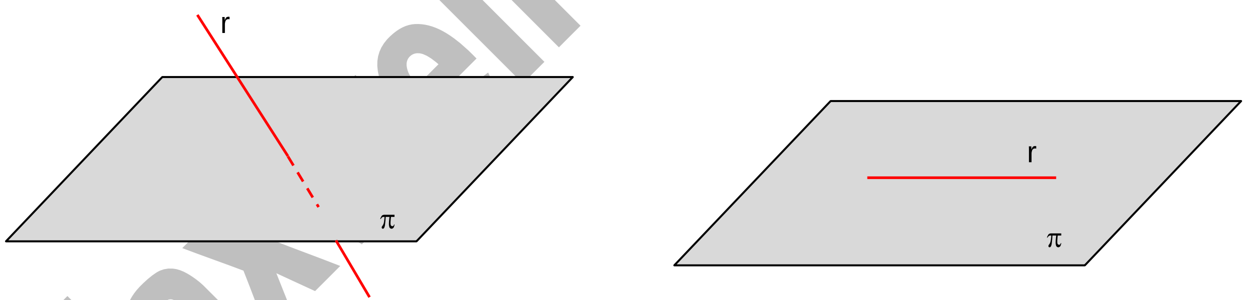
Retas reversas: são retas que não são concorrentes e nem paralelas



$$d_{r,s} = \left|\text{proj}_{\vec{v}_r \times \vec{v}_s} \overrightarrow{RS}\right| \therefore d_{r,s} = \left|\left[\frac{\overrightarrow{RS}\cdot(\vec{v}_r \times \vec{v}_s)}{\left|\vec{v}_r \times \vec{v}_s\right|^2}\right]\cdot \vec{v}_r \times \vec{v}_s\right| \therefore d_{r,s} = \frac{\left|\overrightarrow{RS}\cdot(\vec{v}_r \times \vec{v}_s)\right|}{\cancel{\left|\vec{v}_r \times \vec{v}_s\right|^2}}\cdot \cancel{\left|\vec{v}_r \times \vec{v}_s\right|}$$

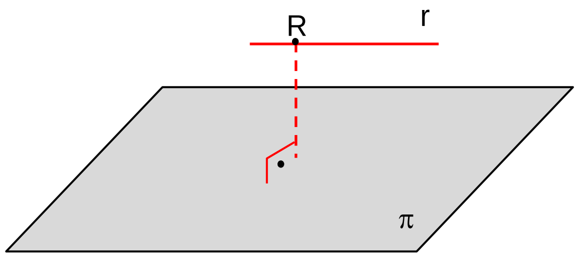
$$d_{r,s} = \frac{\left|\overrightarrow{RS}\cdot(\vec{v}_r \times \vec{v}_s)\right|}{\left|\vec{v}_r \times \vec{v}_s\right|}$$

Distância entre reta e plano concorrentes ou a reta sobre no plano



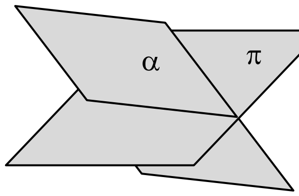
$$d_{r,\pi} = 0$$

Distância de uma reta paralela ao plano



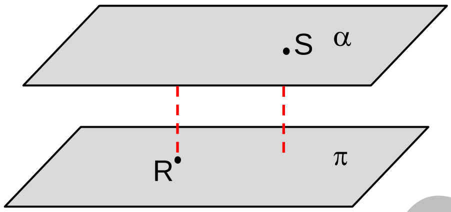
$$d_{r,\pi} = d_{R,\pi}$$

Distância entre planos
Planos concorrentes



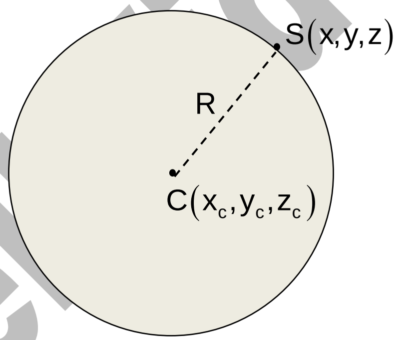
$$d_{\alpha,\pi} = 0$$

Planos paralelos



$$d_{\alpha,\pi} = d_{R,\pi} = d_{S,\alpha}$$

ESFERA



$$R^2 = (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2$$
Equação reduzida da esfera

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x_c x - 2x_c x - 2x_c x + x_c^2 + y_c^2 + z_c^2 - R^2 = 0$$
Equação geral da esfera

T.01 Considere o segmento AB com extremidades nos pontos $A(1,-1,3)$ e $B(3,1,5)$. Prolongando-se o segmento AB, no sentido de A para B, até um ponto C, de modo que o segmento quadruplique de valor. A soma das coordenadas do ponto C vale:
a) 25
b) 26
c) 27
d) 28
e) 29

T.02 Dado o vetor $\vec{w} = (3,2,5)$, determinar a soma a + b de modo que os vetores $\vec{u} = (3,2,-1)$ e $\vec{v} = (a,6,b) + 2\vec{w}$ sejam paralelos.
a) – 2
b) – 3
c) – 4
d) – 5
e) – 6

T.03 Dados os pontos $A(1,0,-1)$, $B(4,2,1)$ e $C(1,2,0)$, determine o produto dos possíveis valores de **m** para que $|\vec{v}| = 7$, sendo $\vec{v} = m \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.
a) – 39/5
b) – 35/8
c) 37/5
d) 4
e) 5

T.04 O produto escalar entre o vetor unitário $\vec{v}$ que possui a 2° coordenada positiva, que é ortogonal ao eixo Oz e que forma 60° com o vetor $\vec{i}$, e o vetor $\vec{w} = \left(2, 2\sqrt{3}, 24\right)$ vale:
a) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
b) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$
c) $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$
d) 4
e) 5

T.05 Dados vetores $\vec{a} = \left(1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$, $\vec{b} = (1,0,3)$ e $\vec{c} = (2,-1,1)$, o valor do módulo de $\vec{v}$, onde $\vec{v}$ é um vetor perpendicular aos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ tal que $\vec{v} \cdot \vec{c} = 8$ é:
a) $\sqrt{11}$
b) $\sqrt{13}$
c) $\sqrt{15}$
d) $\sqrt{17}$
e) $\sqrt{19}$

T.06 O cosseno do ângulo que a reta que passa pelos pontos $A(3,-1,4)$ e $B(1,3,2)$ forma com a sua projeção sobre o plano xy vale:

a) $\frac{\sqrt{35}}{6}$
b) $\frac{\sqrt{30}}{6}$
c) $\frac{\sqrt{29}}{6}$
d) $\frac{\sqrt{31}}{6}$
e) $\frac{1}{2}$

T.07 Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são perpendiculares e $\vec{c}$ forma com $\vec{a}$ e $\vec{b}$ ângulos iguais a $\frac{\pi}{3}$rad. Se $\vec{a}$ e $\vec{c}$ são unitários, $|\vec{b}| = 2$ e $\vec{p} = 3\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$, então $|\vec{p}|$ é igual a:

a) $\sqrt{5}$
b) $\sqrt{2}$
c) $\sqrt{15}$
d) $\sqrt{17}$
e) $\sqrt{19}$

T.08 Se $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$, $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = \sqrt{3}$ e $|\vec{w}| = \sqrt{5}$, o valor da soma dos produtos escalares $\vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{u}\cdot\vec{w} + \vec{v}\cdot\vec{w}$ é igual a:
a) 6
b) – 6
c) 5
d) – 5
e) 0

T.09 Dados os pontos $A(2,1,-1)$ e $B(0,2,1)$, determine a soma das coordenadas de todos os possíveis pontos C do eixo Ou de modo que a área do triângulo ABC seja 1,5 u.a.
a) 1/2
b) 9/2
c) 7/2
d) 5/2
e) 3/2

T.10 O volume do paralelepípedo cujas arestas adjacentes são os vetores $\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$; $3\vec{i} - \vec{j}$ e $5\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ é:
a) 2
b) 14
c) 18
d) 26
e) 28

T.11 Considere o plano $\pi: 3x+2y+4z-12=0$. Determine, em unidades de volume, o volume do tetraedro limitado pelo plano π e pelos planos coordenados.
a) 10
b) 11
c) 12
d) 13
e) 14

T.12 (EFOMM) Seja $ax+by+cz+d=0$ a equação do plano que passa pelos pontos $(4,-2,2)$ e $(1,1,5)$ e é perpendicular ao plano $3x-2y+5z-1=0$. A razão $\frac{d}{b}$ é

a) $-\frac{5}{4}$.

b) $\frac{4}{7}$.

c) 8.

d) $-\frac{1}{2}$.

e) $\frac{2}{5}$.

T.13 (EFOMM) Assinale a alternativa que apresenta equações paramétricas da reta r, sabendo-se que o ponto A, cujas coordenadas são $(2,-3,4)$, pertence a r e que r é ortogonal às retas

$$r_1: \begin{cases} x=-2+t \\ y=-t \\ z=-3 \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2: \begin{cases} y=-x-1 \\ z=3 \end{cases}$$

a) $r: \frac{x-2}{6} = \frac{y+3}{6} = 4-z$

b) $r: \begin{cases} x=2+6t \\ y=-3+5t \\ z=4 \end{cases}$

c) $r: \begin{cases} y=x-5 \\ z=6-x \end{cases}$

d) $r: \begin{cases} x=2+6t \\ y=-3+3t \\ z=4 \end{cases}$

e) $r: \begin{cases} x=2+6t \\ y=-3+6t \\ z=4-t \end{cases}$

14. (EFOMM) O volume da pirâmide delimitada pelos planos coordenados e pelo plano π: $5x - 2y + 4z = 20$ é:
a) 20/3 u.v.
b) 50/3 u.v.
c) 100/3 u.v.
d) 100 u. v.
e) 200 u.v

15. (EFOMM) Seja A o ponto de intersecção entre as retas $r_1 : \begin{cases} x = z + 3 \\ y = -2z - 1 \end{cases}$ e $r_2 : \begin{cases} x = 1 - 5t \\ 2y = -3 + 2t \\ z = 5 + 9t \end{cases}$ e seja B o ponto de intersecção entre as retas $r_3 : \dfrac{x+2}{4} = \dfrac{y-1}{-3} = z + 1$ e $r_4 : \begin{cases} 2x = 15 + 5t \\ 2y = 8 + 3t \\ 2z = 2 + t \end{cases}$. Defina a equação do plano mediador entre os pontos A e B.
a) $3x - 2y - 2z - 6 = 0$
b) $\dfrac{3}{2}x + 5y - \dfrac{3}{4}z - 1 = 0$
c) $55x - 37y + 12z = 1$
d) $2x - 3y + z - 12 = 0$
e) $-28x + 12y - 8z + 64 = 0$

16. (EFOMM) Para descrever um código que permite transformar uma palavra P de três letras em um vetor $w \in \Re^3$, inicialmente, escolhe-se uma matriz 3x3. Por exemplo, a nossa "matriz código" será:

$$A == \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A partir da correspondência:
A $\rightarrow$1 / B $\rightarrow$ 2 / C $\rightarrow$ 3 / D$\rightarrow$ 4 / E$\rightarrow$ 5 / F $\rightarrow$ 6 / G $\rightarrow$ 7 /H $\rightarrow$ 8 / I $\rightarrow$ 9 / J$\rightarrow$ 10/ L $\rightarrow$ 11 / M $\rightarrow$ 12 / N $\rightarrow$ 13 /O $\rightarrow$ 14 / P $\rightarrow$ 15/ Q $\rightarrow$ 16 / R $\rightarrow$ 17 / S $\rightarrow$ 18 / T $\rightarrow$19 / U $\rightarrow$ 20/ V $\rightarrow$ 21 / X $\rightarrow$ 22 / Z $\rightarrow$ 23

a palavra P é transformada em vetor v do $\Re^3$. Em seguida, o código da palavra P é obtido pela operação w = A v. Por exemplo, a palavra MAR corresponde ao vetor (12,1,17) = v , a qual é codificada com w = Av = (26,56,19).
Usando o processo acima para decodificar w = (64,107,29), teremos
a) x = 18, y = 14, z = 11 / SOL
b) x = 12, y = 5, z = 11 / MEL
c) x = 12, y = 1, z = 20 / M AU
d) x = 11, y = 20, z = 1 / LUA
e) x = 20, y = 21, z = 1 / UVA

17. (EFOMM) Um paralelepípedo formado pelos vetores $\vec{u}$=(a,a,a), $\vec{v}$=(2a,2a,3a) e $\vec{w}$=(2a a, a) com a ∈ R tem volume igual a 8. Determine o valor de a.
a) 1.
b) 2.
c) 3/2.
d) 3.
e) 5/2

18. (EFOMM) A projeção ortogonal de A sobre a reta BC, sabendo-se que A = (3,7), B = (1,1) e C = (9,6), terá as coordenadas da projeção
a) x = 468/85; y = 321/89.
b) x = 478/87; y = 319/87.
c) x = 487/84; y = 321/87.
d) x = 457/89; y = 319/89.
e) x = 472/89; y = 295/89.

19. (EFOMM) A matriz $A = \left(a_{ij}\right)_{3x3} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$ define em $\mathbb{R}^3$ os vetores $\vec{v}_i = a_{i1}\vec{i} + a_{i2}\vec{j} + a_{i3}\vec{k}, 1 \le i \le 3$.

Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são dois vetores em $\mathbb{R}^3$ satisfazendo:

$\vec{u}$ é paralelo, tem mesmo sentido $\vec{v}_2$ e $|\vec{u}| = 3$;

$\vec{v}$ é paralelo, tem mesmo sentido $\vec{v}_3$ e $|\vec{v}| = 2$;

Então, o produto vetorial $\vec{u} x \vec{v}$ é dado por:

a) $\frac{3\sqrt{2}}{2}\left(\vec{i} + \vec{j} - \left(\sqrt{2}+1\right)\vec{k}\right)$

b) $3\sqrt{2}\left(\vec{i} - \vec{j} + \left(\sqrt{2}-1\right)\vec{k}\right)$

c) $3\left(\sqrt{2}\vec{i} + \vec{j} - \left(\sqrt{2}-1\right)\vec{k}\right)$

d) $2\sqrt{2}\left(\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} + \left(1-\sqrt{2}\right)\vec{k}\right)$

e) $-3\sqrt{2}\left(\vec{i} + \vec{j} - \left(\sqrt{2}-1\right)\vec{k}\right)$

GABARITO

01. c	**02. e**	**03. a**	**04. d**	**05. e**	**06. b**	**07. c**	**08. b**	**09. c**	**10. d**	**11. c**	**12. a**
13. e	**14. c**	**15. e**	**16. a**	**17. b**	**18. d**	**19. a**					