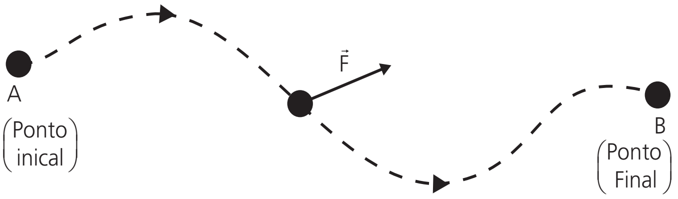
Resumo Teórico

Em alguns problemas de dinâmica, o uso das leis de Newton pode fazer com que a sua solução seja extremamente longa e dificultosa. O que iremos mostrar nesse tópico é um conjunto de ferramentas que, se usadas adequadamente, poderão simplificar uma série de problemas.

Trabalho

Para nosso estudo, iremos entender o trabalho de uma força $\vec{F}$ realizado sobre um corpo como sendo uma maneira de fornecer ou retirar energia desse corpo.

Assim, supondo que uma força $\vec{F}$ atue sobre um corpo durante um percurso de A até B, como mostra a figura:



O trabalho realizado por $\vec{F}$ no deslocamento do corpo de A até B é definido por:

$$\mathcal{T}_F = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r}, \text{ onde } \begin{cases} \vec{F} \text{ deve ser uma função da posição} \\ \text{e } d\vec{r} \text{ é o elemento de deslocamento.} \end{cases}$$

Produto escalar

> **Observação:**
>
> Essa integral é conhecida como "integral de linha" pois a mesma é feita ao longo da trajetória (linha).

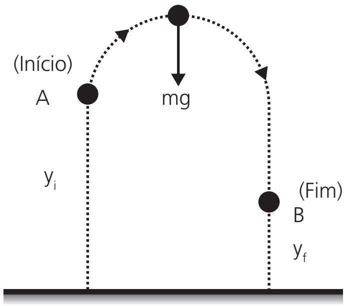
1) Supondo que $\vec{F}$ seja constante, temos:

$$\mathcal{T}_F = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \vec{F}\cdot\int_A^B d\vec{r} = \vec{F}\cdot(\vec{r}_B - \vec{r}_A)$$

logo: $\mathcal{T}_F = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$, que pode ser calculado:

$$\mathcal{T}_F = \left|\vec{F}\right|\cdot\left|\Delta\vec{r}\right|\cdot\cos\theta \quad \text{ou} \quad \mathcal{T}_F = F_x\cdot\Delta x + F_y\cdot\Delta y + F_z\cdot\Delta z$$

Um exemplo de força constante é a força peso: $\boxed{\vec{P} = -mg\hat{j}}$



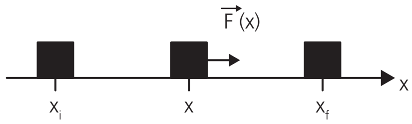
$$\mathcal{T}_P = \vec{P}\cdot\Delta\vec{r}$$

$$\mathcal{T}_P = (-mg\hat{j})\cdot(\Delta x\cdot\hat{i} + \Delta y\cdot\hat{j})$$

$$\mathcal{T}_P = -mg\cdot\Delta y = -mg(y_f - y_i)$$

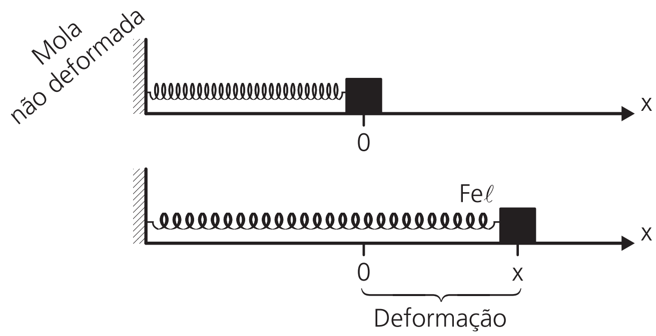
ou $\boxed{\mathcal{T}_P = mg\cdot y_i - mg\cdot y_f}$

2) Se $\vec{F}$ não for constante, é preciso conhecer $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$, ou no caso unidimensional $F = F(x)$.



logo $\mathcal{T}_F = \int_i^f F(x)\cdot dx$

Um exemplo de força variável é a força elástica:



Sabemos que $\boxed{Fel = -K\cdot x}$

Logo, $\mathcal{T}_{Fel} = \int_i^f F(x)\cdot dx$

$$\mathcal{T}_{Fel} = \int_i^f -k\cdot x dx = -k\int_i^f x\cdot dx$$

$$\mathcal{T}_{Fel} = -k\left.\frac{x^2}{2}\right|_i^f = -k\left[\frac{x_f^2}{2} - \frac{x_i^2}{2}\right]$$

$$\boxed{\mathcal{T}_{Fel} = \frac{k.x_i^2}{2} - \frac{k.x_f^2}{2}}$$

Potência

A potência é a grandeza que mede a "rapidez" com que uma força realiza trabalho. Sendo assim, podemos definir a potência instatânea (Pot) e a potência média (Pot_m):

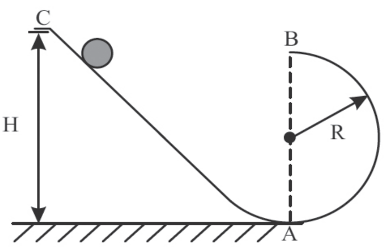
$$Pot = \frac{d\,\tau_F}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} j = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

e

$$Pot_m = \frac{\tau_F}{\Delta t} \xrightarrow[\vec{F} = cte]{se} Pot_m = \frac{\vec{F} \cdot \Delta\vec{r}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}_m$$

Exercícios

01. A figura representa uma pista sem atrito cuja secção vertical forma a partir do ponto mais baixo A uma semicircunferência de raio R. Um objeto de massa M é abandonado a partir de uma altura H que é a mínima que ainda lhe permite atingir o ponto B situado na vertical de A.



Sendo T_1 o trabalho da força peso e T_2 o trabalho da reação da pista ao longo dessa trajetória CAB, podemos afirmar, a respeito de H, T_1 e T_2 que:

A) $H = \frac{5R}{2}$; T_1 e T_2 só podem ser calculados conhecendo-se a forma detalhada da pista.

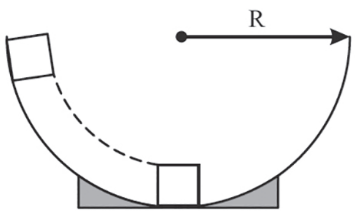
B) $H = \frac{5R}{2}$; $T_1 = mg\frac{R}{2}$; T_2 só pode ser calculado conhecendo-se a forma detalhada da pista.

C) $H = \frac{3R}{2}$; $T_1 = -Mg\frac{R}{2}$; $T_2 = 0$.

D) $H = \frac{5R}{2}$; $T_1 = Mg\frac{R}{2}$; $T_2 = 0$.

E) $H = \frac{3R}{2}$; $T_1 = Mg\frac{R}{2}$; $T_2 = -Mg\frac{R}{2}$.

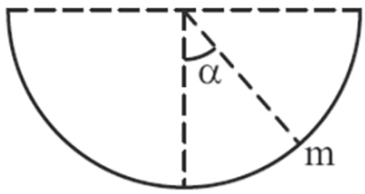
02. Um bloco de gelo de 2,0 g escorrega em uma tigela hemisférica de raio 30 cm desde uma borda até a parte inferior. Se a velocidade na parte inferior for 200 cm/s, o trabalho realizado pelas forças de atrito, durante o trajeto, foi:



Obs.: Despreze a variação de massas do gelo.

A) zero.
B) $1,9 \times 10^2$ erg.
C) $5,9 \times 10^4$ erg
D) $1,9 \times 10^4$ erg.
E) outro valor.

03. Abandona-se com velocidade inicial nula uma partícula de massa m_2, no interior de uma casca hemisférica, na posição definida pelo ângulo α (ver figura). Supondo que não haja atrito, a força $\vec{F}$ que a casca exerce sobre a partícula quando esta se encontra no ponto mais baixo de sua trajetória, é dada por:

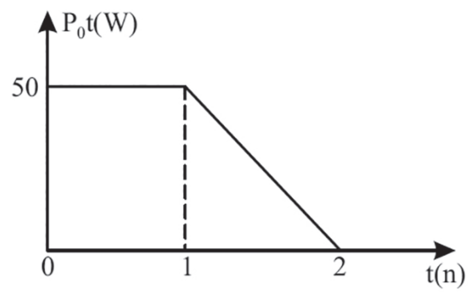


A) $F = mg(2\cos\alpha - 1)$
B) $F = mg(3 - 2\cos\alpha)$
C) $F = mg(1 - 2\cos\alpha)$
D) $F = 2mg(1 - \cos\alpha)$
E) $F = mg$

04. Um automóvel de massa 500 kg é acelerado uniformemente a partir do repouso até uma velocidade V_0 = 40 m/s em t_0 = 10 s. A potência média desenvolvida por este automóvel durante os 10 s será:

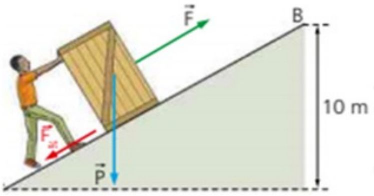
A) 160 kW
B) 80 kW
C) 40 kW
D) 20 kW
E) 3 kW

05. Um corpo de peso P = 20 N sobe um plano inclinado, puxado por uma força $\vec{F}$ paralela a esse plano. O corpo parte do repouso e após dois segundos atinge uma altura de dois metros acima do ponto de partida. A potência desenvolvida pela força $\vec{F}$ é dada pelo gráfico abaixo.

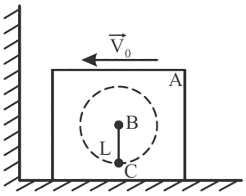


Determine o trabalho de $\vec{F}$ nos dois primeiros segundos e a velocidade do corpo no fim desse tempo. g = 10 m/s²

06. Um indivíduo empurra uma caixa de peso 200 N ao longo de uma rampa de 25 m, para cima, como força de intensidade F = 150 N. Entre a caixa e o piso há uma força de atrito de intensidade 30 N. Determine o trabalho realizado por cada uma das forças que atuam na caixa, e pela força resultante, no trajeto de A a B, de 25 m.



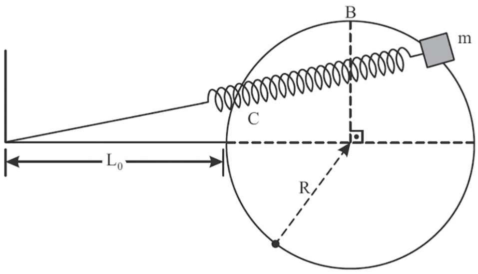
07. A esfera C e o bloco A movem-se para a esquerda com velocidade V_0 quando o bloco é subitamente parado pela parede. Determine a velocidade mínima V_0 para que a esfera C descreva uma volta completa ao redor do pino B.



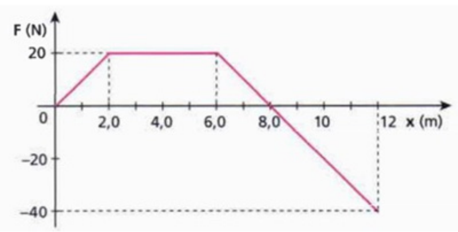
A) Se BC é uma barra fina de peso desprezível.
B) Se BC é uma corda.

08. Um colar com massa 4 kg é preso a uma mola e desliza sem atrito ao longo da barra circular situada num plano horizontal. A mola está sem deformação quando o colar está em C e a constante da mola é K = 4 N/m. Se o calor é liberado do repouso em B, determine a velocidade do colar quando ele passar no ponto C.

Obs.: $L_0 = R = (\sqrt{5} + 1)$m

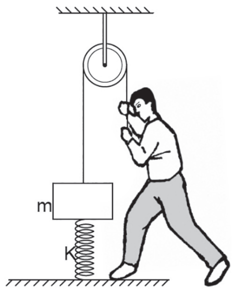


09. A intensidade da resultante das forças que agem em uma partícula varia em função de sua posição sobre o eixo Ox, conforme o gráfico seguir:

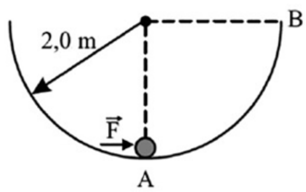


Calcule o trabalho da força resultante para o deslocamentos:
A) De $x_1 = 0$ a $x_2 = 8$ m
B) De $x_2 = 8$ m a $x_3 = 12$ m
C) De $x_1 = 0$ a $x_3 = 12$ m

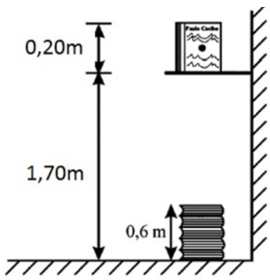
10. No esquema, representa-se uma mola na qual se apoia um sólido. O sistema é estático. Dão-se k = 1000 N/m, m = 20 kg, g = 10 m/s². Uma pessoa suspende o sólido lentamente, até ele destacar-se ligeiramente da mola. Qual é o trabalho da pessoa?



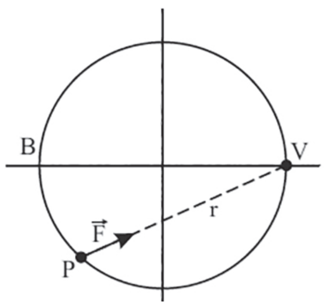
11. Uma partícula inicialmente em repouso no ponto A é levada ao ponto B da calha semicircular de raio 2,0 m indicada na figura. Uma das forças que agem sobre ela é F, conservativa, horizontal, dirigida sempre para a direita e de intensidade 10 N. Seja 2 kg a massa da partícula e g = 10 m/s². Determine o trabalho de F ao longo do deslocamento de A até B.



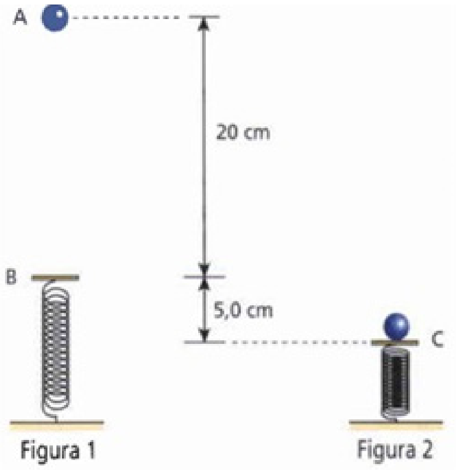
12. No piso, repousa uma pilha de livros de massa total a 20 kg e altura 0,60 m. Cada livro tem altura igual a 0,20 m. Uma pessoa enfileira os livros em uma prateleira a altura de 1,70 m. Determinar o trabalho realizado por essa pessoa para mover os livros.



13. Em relação a um referencial inercial, uma circunferência com diâmetro **d** é estacionária em um plano horizontal. Um corpúsculo de massa **m** percorre essa circunferência sob a ação de uma força motora $\vec{F}$ dirigida sempre para o ponto A e de intensidade proporcional à distância **r** do móvel ao ponto A. (F = Kr). Omitir peso e atrito. O móvel passa por B com velocidade V_0. Determine a velocidade em P.

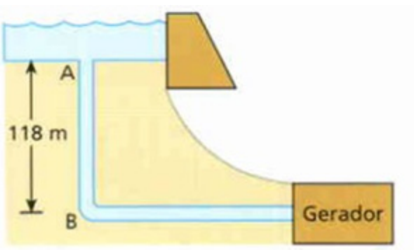


14. Na situação representada nas figuras 1 e 2, a mola tem massa desprezível e fica no solo com seu eixo na vertical. Um corpo de pequenas dimensões e massa igual a 2,0 kg é abandonado da posição A e, depois de colidir com o aparador da mola na posição B, aderindo a ele, desce e para instantaneamente na posição C. adotando g = 10 m/s^2 e desprezando o efeito do ar e qualquer força dissipativa no ato da colisão, calcule:



A) o trabalho do peso do corpo no percurso AC
B) o trabalho a forca aplicada pela mola sobre o corpo no percurso BC
C) a constante elástica da mola

15. As águas do rio São Francisco são represadas em muitas barragens, para o aproveitamento do potencial hidrográfico e transformação de energia potencial gravitacional em outras formas de energia. A figura a seguir representa uma dessas barragens e sua tubulação, que chamamos de tomada d'água, e o gerador elétrico. Admita que, na parte superior do tubo, a água esta em repouso, caindo a seguir até um desnível em 118 m, onde encontra o gerador de energia elétrica. A vazão da água é de 500 m^3/s. Considerando a densidade da água igual a 1 g/cm^3 e g = 10 m/s^2 e admitindo o sistema ideal, calcule a potência hídrica (em MW) na entrada do gerador.



Resoluções

01	02	03	04	05
D	D	B	E	A
06	**07**	**08**	**09**	**10**
*	C	A	*	*
11	**12**	**13**	**14**	**15**
20 J	–300 J	*	*	*

***05:** A) $v_0 \text{mín} = 2\sqrt{gL}$

B) $\frac{m}{L}\left(v_0{}^2 - 4gL\right) - mg \geq 0 \Rightarrow v_0 \geq \sqrt{5gL}$

06: +1000 J

09: A) +120 J
B) – 80 J
C) + 40 J

13: $V_P = \frac{V_0}{d}\sqrt{r}$

14: A) 5 J
B) –5 J
C) $4 \cdot 10^3$ N/M

15: 590 MW