Estou na área, grande guerreiro, futuro oficial da Marinha, Marinha Mercante ou Aeronáutica do Brasil!

Esta é a aula 03 do nosso curso de Matemática 1 para as provas da AFA, EFOMM e ESCOLA NAVAL. Este é um módulo BASTANTE extenso, onde veremos uma série de assuntos que são importantes para estas provas:

- **Razões e proporções**
- **Regra de três**
- **Problemas de torneira**
- **Porcentagem**
- **Juros**

SUMÁRIO

RAZÕES E PROPORÇÕES, REGRA DE TRÊS, PORCENTAGEM, JUROS

1. RAZÕES E PROPORÇÕES

1.1.RAZÃO

A razão entre dois números a e b é definida como sendo a fração $\frac{a}{b}$ ou $a:b$. Em uma razão, a e b são ditos os termos da razão, onde o primeiro é chamado de antecedente e o segundo de consequente.

Exemplos:

- A razão de 3 para 4 é 0,75.
- A velocidade média de um móvel é a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la.
- A densidade de um corpo é a razão entre a massa que um corpo possui e o volume ocupado por ele.
- A escala é a razão entre a medida de uma distância no desenho e a medida real.

OBSERVAÇÃO

Se multiplicarmos ou dividirmos os termos de uma razão por um mesmo número diferente de zero, a razão não se altera.

1.2. PROPORÇÃO

É a igualdade entre duas ou mais razões.

Podemos escrever uma proporção das duas formas a seguir: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ou $a:b::c:d$.

Dizemos que *a* e *d* são os extremos e *b* e *c* são os meios da proporção.

Propriedades:

i. O produto dos meios é igual ao produto dos extremos. Se $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, então $ad=bc$.

ii. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a}=\frac{c+d}{c} \;\; e \;\; \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$.

iii. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}=\frac{a-c}{b-d}$, se .

Quando temos uma proporção do tipo $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, podemos utilizar o seguinte artifício: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \Leftrightarrow a=b\cdot k$ e $c=d\cdot k$, onde k é chamado constante de proporcionalidade.

1.3. DIVISÃO EM PARTES PROPORCIONAIS E REGRA DE SOCIEDADE

i) Diretamente Proporcionais:

Dividir um número em partes proporcionais a uma lista de números é dividi-lo de forma que cada uma das partes resultantes seja proporcional aos números dados.

Exemplo: Dividir 100 em partes diretamente proporcionais a 2, 3 e 5.

Solução:

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}=\frac{x+y+z}{2+3+5}=\frac{100}{10}=10$$

$x = 2\cdot 10 = 20$, $y = 3\cdot 10 = 30$ e $z = 5\cdot 10 = 50$

ii) Inversamente Proporcionais:

Dividir um número em partes inversamente proporcionais a uma lista de números é dividi-lo de forma que cada uma das partes resultantes seja proporcional aos inversos dos números dados.

Exemplo: Dividir 235 em partes inversamente proporcionais a 3, 4 e 5.

Solução:

$$\frac{x}{\frac{1}{3}}=\frac{y}{\frac{1}{4}}=\frac{z}{\frac{1}{5}}=\frac{x+y+z}{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}}=\frac{235}{\frac{47}{60}}=300$$

$x=\frac{1}{3}\cdot 300=100$, $y=\frac{1}{4}\cdot 300=75$ e $z=\frac{1}{5}\cdot 300=60$

iii) Regra de Sociedade:

A divisão dos lucros ou prejuízos em uma sociedade é diretamente proporcional ou capital aplicado e ao tempo que o mesmo permaneceu aplicado.

Exemplo: Uma sociedade foi fundada pelos sócios A e B com capitais de R$ 300.000,00 e R$ 150.000,00. Após 6 meses do início foi admitido um novo sócio C com capital de R$ 200.000,00. Sabendo que a sociedade obteve um lucro R$ 110.000,00, após 1 ano de funcionamento, que parcela do lucro coube a cada um dos sócios?

Solução:

Sócio A: R$ 300.000,00 por 12 meses

Sócio B: R$ 150.000,00 por 12 meses

Sócio C: R$ 200.000,00 por 6 meses

Parcela de A: $a = 300.000 \cdot 12 \cdot k$

Parcela de B: $b = 150.000 \cdot 12 \cdot k$

Parcela de C: $c = 200.000 \cdot 6 \cdot k$

Simplificando os valores, tem-se:

Parcela de A: $a = 3 \cdot 2 \cdot k' = 6k'$

Parcela de B: $b = 1{,}5 \cdot 2 \cdot k' = 3k'$

Parcela de C: $c = 2 \cdot 1 \cdot k' = 2k'$

Lucro: $6k' + 3k' + 2k' = 110.000 \Leftrightarrow k' = 10.000$

Logo, a parcela de A é R$ 60.000,00; a parcela de B é R$ 30.000,00 e a de C é R$ 20.000,00.

Vejamos agora um exercício resolvido:

EXERCÍCIO RESOLVIDO 1:

Sejam a, b, c e k números reais diferentes de zero satisfazendo as relações $k = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$. Qual é o número de possíveis valores que k pode assumir?

a) 0.
b) 1.
c) 2.
d) 3.
e) 4.

Solução:

Utilizando a propriedade iii de proporções, temos que:

$k = \dfrac{a+b+c}{(b+c)+(c+a)+(a+b)} = \dfrac{a+b+c}{2(a+b+c)}$, se $a+b+c \neq 0$.

Assim, se $a+b+c \neq 0$, temos que $k = \dfrac{1}{2}$.

Por outro lado, se $a+b+c=0$, temos que $k = \dfrac{a}{b+c} = \dfrac{a}{-a} = -1$, onde usamos que $a+b+c=0 \Leftrightarrow b+c=-a$.

Com isso, obtemos dois possíveis valores para k.

RESPOSTA: C

2. REGRA DE TRÊS

Este é um tópico com o qual as pessoas possuem muita familiaridade, pois aparece frequentemente na resolução de problemas de Química, por exemplo. Há métodos esquemáticos para resolver regras de três, mas quando muitas variáveis são envolvidas, estes métodos podem acabar se tornando complicados. Por isso, utilizaremos aqui o conceito de funções para resolver problemas relacionados a regra de três. Antes de começarmos a ver exemplos, precisamos de dois conceitos:

i) Grandezas diretamente proporcionais:

Duas grandezas *a* e *b* são ditas diretamente proporcionais se existe uma constante *k* tal que $\dfrac{a}{b} = k$.

Exemplo:

Um atleta percorre um 30km em 3h. Mantendo o mesmo ritmo, em quanto tempo ele percorrerá 70km?

Montemos uma tabela:

Percurso (km)	Tempo (h)
30	3
70	x

Notem que as grandezas são **diretamente proporcionais**, ou seja, se aumentarmos o percurso, o tempo gasto pelo atleta também aumenta. Logo, devemos conservar a proporção: $\dfrac{30}{70} = \dfrac{3}{x} \Rightarrow 30x = 210 \Rightarrow x = 7$.

Portanto, o atleta percorrerá 70km em 7h.

ii) Grandezas inversamente proporcionais:

Duas grandezas *a* e *b* são ditas inversamente proporcionais se existe uma constante k tal que: $a = \frac{k}{b}$.

Exemplo:

Um piloto de kart faz um treino para a competição de "1000 metros contra o relógio", mantendo em cada volta uma velocidade constante e obtendo, assim, um tempo correspondente, conforme a tabela abaixo:

Velocidade (m/s)	Tempo(s)
5	200
10	100
20	x

Qual é o valor de x?

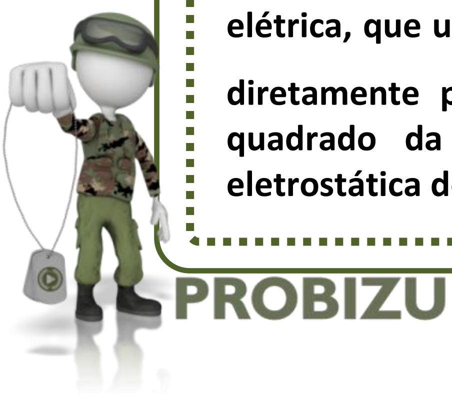
Note que as grandezas são inversamente proporcionais, ou seja, quando aumentamos a velocidade, o tempo gasto diminui. Assim, teremos:

$$\frac{10}{20} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{1000}{20} \Rightarrow x = 50$$

Portanto, o piloto demorará 50 segundos para completar o percurso a 20m/s.

Para resolver problemas de regras de três, vamos nos basear no seguinte:

Uma grandeza pode ser diretamente proporcional a várias grandezas e inversamente proporcional a outras. Se uma grandeza x é diretamente proporcional a a, b, c e inversamente proporcional a m, n, p escrevemos $x = k \cdot \frac{abc}{mnp}$, onde k é chamada de constante de proporcionalidade. Por exemplo, a lei de Coulomb afirma que dadas duas partículas com cargas Q e q, a uma distância d uma da outra, há uma força, chamada força elétrica, que uma faz na outra, cujo módulo é $F = \frac{kQq}{d^2}$. Assim, a força é diretamente proporcional às cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância. A constante k é chamada de constante eletrostática do meio.



Vejamos dois exercícios resolvidos:

EXERCÍCIO RESOLVIDO 2:

O dono de uma carpintaria sabe que precisa de 50 operários para fazer 10 armários em 5 dias. Sabendo que ele tem 20 armários para serem feitos em apenas dois dias, de quantos operários vai precisar?

Solução:

Representaremos as variáveis operários, armários e dias por O, A e D, respectivamente.

Como estamos interessados na quantidade de operários necessários para fazer os armários, analisaremos a relação entre O e A e entre O e D.

i. O e A são diretamente proporcionais, pois quanto mais operários tivermos, mais armários serão produzidos.

ii. O e D são inversamente proporcionais, pois quanto mais operários tivermos, menos dias serão necessários.

Assim, podemos escrever $O = k \cdot \frac{A}{D}$.

Agora, analisaremos a situação inicial e a situação final:

- **Situação inicial:**

Substituindo os valores para as variáveis, temos $50 = k \cdot \frac{10}{5} \Leftrightarrow k = 25$

- **Situação final:**

Agora, temos que $A = 20$ e $O = 2$, ou seja, $O = k \cdot \frac{A}{D} = 25 \cdot \frac{20}{2} = 250$.

- Desta forma, são necessários 250 operários para realizar o trabalho.

EXERCÍCIO RESOLVIDO 3:

Se K abelhas, trabalhando K meses do ano, durante K dias do mês e durante K horas por dia, produzem K litros de mel; então o número de litros de mel produzidos por W abelhas, trabalhando W horas por dia, em W dias e em W meses do ano será:

a) $\frac{K^3}{W^2}$

b) $\frac{W^5}{K^3}$

c) $\frac{K^4}{W^3}$

d) $\frac{W^3}{K^3}$

e) $\frac{W^4}{K^3}$

Solução:

Neste problema, temos 5 variáveis, representadas pelas letras entre parêntesis.

- Número de abelhas (A)
- Número de meses (B)
- Número de dias (C)
- Número de horas por dia (D)
- Quantidade de mel (E)

Como queremos saber a quantidade de mel produzida, analisaremos a relação entre a variável E e as outras variáveis:

I. E e A: São diretamente proporcionais, pois quanto mais abelhas, mais mel será produzido.
II. E e B: São diretamente proporcionais, pois quanto mais meses de trabalho, mais mel será produzido.

III. E e C: São diretamente proporcionais, pois quanto mais dias de trabalho, mais mel será produzido.
IV. E e D: São diretamente proporcionais, pois quanto mais horas por dia, mais mel será produzido.

São diretamente proporcionais, pois quanto mais horas por dia, mais mel será produzido.

Como a letra K já aparece no problema, usaremos M para constante proporcionalidade e assim podemos escrever $E = M \cdot ABCD$.

Na situação inicial, temos A = B = C = D = E = K, o que nos dá $K = M \cdot K^4 \Leftrightarrow M = \frac{1}{K^3}$.

Logo $E = \frac{ABCD}{K^3}$.

Na situação final, temos $A = B = C = D = W$ e assim teremos $E = \frac{W^4}{K^3}$, o que nos dá a opção E.

RESPOSTA: E

3. PROBLEMAS DO TIPO TORNEIRA

Os problemas do tipo torneira são problemas envolvendo tanques que possuam torneiras para seu enchimento e ralos para seu esvaziamento ou problemas em que ocorram situações análogas a esta. Para resolver estes problemas, devemos analisar que fração do trabalho é realizada em 1 hora. Vejamos dois exercícios resolvidos:

EXERCÍCIO RESOLVIDO 4:

Uma torneira enche um tanque em 12 horas; um ralo esvazia este mesmo tanque em 15 horas. Estando o tanque vazio e abrindo-se a torneira e o ralo simultaneamente, em quanto tempo o tanque ficará cheio?

Solução:

Seja V o volume do tanque. No período de uma hora, temos o seguinte:

I. A torneira coloca no tanque $\frac{V}{12}$ de água.
II. O ralo retira do tanque $\frac{V}{15}$ de água.

Assim, em uma hora, entra no tanque $\frac{V}{12} - \frac{V}{15} = \frac{V}{60}$ de água. Sendo t o tempo necessário em horas para encher o tanque completamente, devemos ter $\frac{V}{60} \cdot t = V \Leftrightarrow t = 60$ horas. Desta forma, o tanque ficará cheio em 60 horas.

EXERCÍCIO RESOLVIDO 5:

Três máquinas P, Q e R, trabalhando juntas, podem fazer um trabalho T em x horas. Quando trabalhando sozinha, P necessita de um adicional de 6 horas para realizar o mesmo trabalho, Q um adicional de 1 hora e R um adicional de x horas. Determine o valor de x.

a) 6.
b) 3.
c) 1.
d) $\frac{2}{3}$.
e) $\frac{1}{6}$.

Solução:

De acordo com o enunciado, temos:

- A máquina P necessita de x + 6 horas para fazer o trabalho.
- A máquina Q necessita de x + 1 horas para fazer o trabalho.
- A máquina R necessita de x + x = 2x horas para fazer o trabalho.

Para resolver o problema, devemos analisar a fração do trabalho que cada máquina realiza em uma hora:

i. Em uma hora, P realiza $\frac{1}{x+6}$ do trabalho.
ii. Em uma hora, Q realiza $\frac{1}{x+1}$ do trabalho.
iii. Em uma hora, R realiza $\frac{1}{2x}$ do trabalho.

Com isso, as máquinas realizam juntas, em uma hora,
$\frac{1}{x+6}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{2x}=\frac{2x(x+1)}{2x(x+6)(x+1)}+\frac{2x(x+6)}{2x(x+6)(x+1)}+\frac{(x+1)(x+6)}{2x(x+6)(x+1)}=\frac{5x^2+21x+6}{2x(x+6)(x+1)}$ do trabalho.

O enunciado ainda diz que as três máquinas realizam juntas o trabalho em x horas. Desta forma, segue que $x\cdot\frac{5x^2+21x+6}{2x(x+6)(x+1)}=1$ (igualamos a 1, pois 1 corresponde ao trabalho todo).

Com isso, temos que $\cancel{x}\cdot\frac{5x^2+21x+6}{2\cancel{x}(x+6)(x+1)}=1 \Leftrightarrow 5x^2+21x+6=2(x+6)(x+1) \Leftrightarrow 3x^2+7x-6=0$.

Resolvendo a equação do segundo grau, temos que $x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6)}}{2 \cdot 3} = \frac{-7 \pm 11}{6}$, ou seja, $x = -3$ ou $x = \frac{2}{3}$. Como x é positivo (pois corresponde a uma quantidade de horas), temos que $x = \frac{2}{3}$.

RESPOSTA: D

4. PORCENTAGEM

4.1. DEFINIÇÃO

É uma razão cujo denominador é igual a 100. Representamos a porcentagem pelo símbolo % (porcento).

Exemplos:

$\frac{13}{100} = 13\%$, $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$

4.2. VARIAÇÃO PERCENTUAL

Esta é a parte mais importante referente à porcentagem e que causa mais complicações nos alunos, apesar de ser simples. Preste bastante atenção para nunca mais errar isto em provas!

i) Aumento percentual:

Quando uma determinada quantidade x aumenta de i%, seu novo valor será $x + x \cdot \frac{i}{100} = x\left(1 + \frac{i}{100}\right)$. Desta forma, para obter o novo valor, basta multiplicar a quantidade antiga por $1 + \frac{i}{100}$.

Exemplo:

Um carro, que custava R$ 12.000,00, sofreu uma valorização (acréscimo) de 10% sobre o seu preço. Quanto ele passou a custar?

Solução:

Para um aumento de 10%, devemos multiplicar a quantidade inicial por $1 + \frac{10}{100} = 1{,}1$. Desta forma, o carro passou a custar $12000 \cdot 1{,}1 = 13200$ reais.

ii) Diminuição percentual:

Quando uma determinada quantidade x diminui de i%, seu novo valor será $x - x \cdot \frac{i}{100} = x\left(1 - \frac{i}{100}\right)$. Desta forma, para obter o novo valor, basta multiplicar a quantidade antiga por $1 - \frac{i}{100}$.

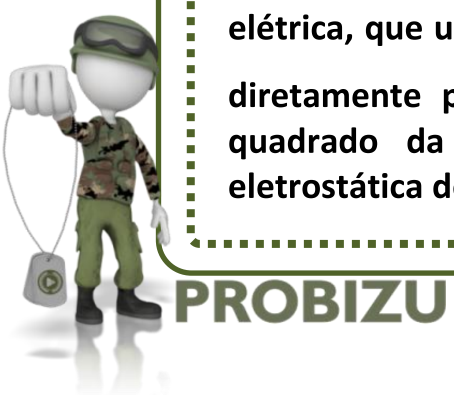
Exemplo:

Uma mercadoria no valor de R$10000,00 sofreu dois aumentos sucessivos de 10% e um desconto de 7%. Qual o novo valor da mercadoria?

Solução:

Dois aumentos de 10% equivalem a multiplicar por $\left(1 + \frac{10}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 1{,}1 \cdot 1{,}1 = 1{,}21$ e um desconto de 7% equivale a multiplicar por $\left(1 - \frac{7}{100}\right) = 0{,}93$. Assim, o novo valor da mercadoria será $10000 \cdot 1{,}21 \cdot 0{,}93 = 11253$ reais.

Uma grandeza pode ser diretamente proporcional a várias grandezas e inversamente proporcional a outras. Se uma grandeza x é diretamente proporcional a a, b, c e inversamente proporcional a m, n, p escrevemos $\mathbf{x = k \cdot \frac{abc}{mnp}}$, onde k é chamada de constante de proporcionalidade. Por exemplo, a lei de Coulomb afirma que dadas duas partículas com cargas Q e q, a uma distância d uma da outra, há uma força, chamada força elétrica, que uma faz na outra, cujo módulo é $\mathbf{F = \frac{kQq}{d^2}}$. Assim, a força é diretamente proporcional às cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância. A constante k é chamada de constante eletrostática do meio.



4.3. OPERAÇÕES SOBRE MERCADORIAS

São operações que envolvem a compra e venda de mercadorias e o lucro ou prejuízo nessas operações.

i. **VENDAS COM LUCRO:** o preço de venda é obtido pelo preço de custo mais o lucro.

V = C + L

ii. **VENDAS COM PREJUÍZO:** o preço de venda é obtido pelo preço de custo menos o prejuízo.

V = C – P

Exemplos:

1. Uma blusa social custou R$ 120,00. Por quanto deve ser vendida para que haja um lucro de 15% sobre o preço de custo?

Solução:

Temos que $V = C + L$. Para que haja um lucro de 15% sobre o preço de custo, devemos ter $L = 0{,}15C$, teremos que $V = 1{,}15C = 1{,}15 \cdot 120 = R\$138{,}00$.

2. Uma mercadoria foi vendida por R$180,00, com um prejuízo de 10% sobre o preço de venda. Qual o preço de custo dessa mercadoria?

Solução:

Temos que $V = C - P$. Para haver um prejuízo de 10% sobre o preço de venda, devemos ter $P = 0{,}1V$, teremos que $C = 1{,}1V = R\$198{,}00$.

Vejamos agora um exercício resolvido:

EXERCÍCIO RESOLVIDO 6:

Uma determinada conta a pagar de valor X vence no dia 30 de novembro, mas, se for paga até o dia 30 de setembro, tem 20% de desconto sobre X e, se for paga até o dia 31 de outubro, tem 10% de desconto sobre X. Alguém reservou o valor exato Y para pagar essa conta no dia 30 de setembro, no entanto esqueceu-se de fazê-lo e só efetuou esse pagamento no dia 31 de outubro. Qual a porcentagem a mais sobre Y que terá de pagar?

a) 10%

b) 12,5%

c) 17,5%

d) 20%

e) 25%

Solução:

Para pagar a conta no dia 30 de setembro, como há 20% de desconto, a pessoa necessita de $\left(1-\frac{20}{100}\right)X=0,8X$ para efetuar o pagamento, ou seja, $Y=0,8X$. Com o pagamento sendo feito no dia 31 de outubro, o desconto era de apenas 10% sobre X e assim a pessoa deve pagar $\left(1-\frac{10}{100}\right)X=0,9X$. Sendo i% a porcentagem a mais sobre Y que será paga, temos que $\left(1+\frac{i}{100}\right)Y=0,9X \Leftrightarrow \left(1+\frac{i}{100}\right)\cdot 0,8X=0,9X \Leftrightarrow 1+\frac{i}{100}=\frac{9}{8}$.

Logo $\frac{i}{100}=\frac{9}{8}-1=\frac{1}{8} \Leftrightarrow i=\frac{100}{8}=12,5$.

RESPOSTA: A

5. JUROS

5.1. DEFINIÇÕES

i) Juros: é o rendimento que se recebe pela aplicação de um capital a uma determinada taxa durante certo tempo.

ii) Juros simples: o regime de juros será simples quando o percentual de juros incidir apenas sobre o valor principal (valor inicial que é emprestado ou aplicado, também chamado de capital). Sobre os juros gerados a cada período não incidirão novos juros. Podemos calcular os juros através da fórmula $J=C\cdot i\%\cdot t$, onde *C* é o capital, *i%* é o percentual de juros incidentes e *t* é o tempo de aplicação.

OBSERVAÇÃO

1. **Quando o problema falar em taxa de juros i, devemos ter bom senso para saber se devemos considerar realmente i ou i%.**
2. **O tempo *t* deve ser expresso na mesma unidade a que estiver referenciada a taxa *i*. Se a taxa de juros estiver ao ano, o tempo deve ser expresso em anos, assim como se a taxa de juros estiver em meses, o tempo deve ser expresso em meses.**

iii) Montante: é o acúmulo do capital com os juros.

iv) Juros compostos: chamamos de juros compostos à remuneração que o capital C recebe após n períodos de aplicação, a percentual de juros de i% ao período, quando a cada período, a partir do segundo, os juros são calculados sobre o montante do capital no período anterior.

5.2. CÁLCULO DO MONTANTE

i) Juros simples:

Neste caso, o montante é dado por $M = C + J = C + C \cdot i\% \cdot t = C\left(1 + i\% \cdot t\right)$.

$$M = C\left(1 + i\% \cdot t\right)$$

ii) Juros compostos:

Denotaremos por M_k o montante após k períodos de tempo. Temos então a seguinte equação:

$$M_k = M_{k-1} + \left(1 + i\%\right)M_{k-1} \Leftrightarrow M_k = \left(1 + i\%\right)M_{k-1}$$

Desta forma, a sequência dos montantes forma uma progressão geométrica de razão 1 + i%. Veremos no próximo módulo que o termo geral de uma sequência como esta é dado por $M_n = M_0\left(1 + i\%\right)^n$. Como M_0 é igual ao capital inicial, temos que:

$$M_n = C\left(1 + i\%\right)^n$$

Vejamos agora dois exercícios resolvidos:

EXERCÍCIO RESOLVIDO 7:

Um capital C foi aplicado a uma taxa mensal numericamente igual ao capital. Quantos meses são necessários para que os juros simples sejam iguais ao quadrado do capital?

a) 20
b) 50
c) 100
d) 200
e) 400

SOLUÇÃO:

Sendo i a taxa de juros (neste caso, como a taxa é numericamente igual ao capital, o bom senso nos diz que a taxa de juros é de i pontos percentuais, ou seja, i%), temos que $J = C \cdot i\% \cdot t = \frac{Cit}{100}$. Como $i = C$, obtemos que $J = \frac{C^2 t}{100}$. Para que $J = C^2$, devemos ter $\frac{C^2 t}{100} = C^2 \Leftrightarrow t = 100$.

EXERCÍCIO RESOLVIDO 8:

César aplicou R$ 10.000,00 num fundo de investimentos que rende juros compostos a uma certa taxa de juro anual positiva *i*. Após um ano, ele saca desse fundo R$ 7.000,00 e deixa o restante aplicado por mais um ano, quando verifica que o saldo é R$ 6.000,00. O valor de $(4i-1)^2$ é:

a) 0,01

b) 0,02

c) 0,03

d) 0,04

e) 0,05

SOLUÇÃO:

Neste caso, pelas opções, vemos que o valor i citado no enunciado já está como percentual. Desta forma, temos a seguinte situação:

Após um ano, o montante de César era de $10000(1+i)$. Com a retirada de 7.000 reais, temos que César ficou com $10000(1+i) - 7000 = 3000 + 10000i$ reais no fundo. Aplicando este valor por mais um ano, temos que o montante final será $(3000+10000i)(1+i)$. Como o saldo verificado é de 6000 reais, temos:

$$(3\cancel{000} + 10\cancel{000}i)(1+i) = 6\cancel{000} \Leftrightarrow (3+10i)(1+i) = 6 \Leftrightarrow 10i^2 + 13i - 3 = 0.$$

Resolvendo esta equação do segundo grau, obtemos $i = -\frac{3}{2}$ ou $i = \frac{1}{5}$. Como a taxa i é positiva, temos que $i = \frac{1}{5}$. Logo $(4i-1)^2 = \left(\frac{4}{5} - 1\right)^2 = \left(-\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25} = 0{,}04$.

RESPOSTA: D

1. José e Pedro constituíram uma sociedade, onde José entrou com Cr$ 2.000.000,00 e Pedro com Cr$ 2.500.000,00. Após 8 meses, José aumentou seu capital para Cr$ 3.500.000,00 e Pedro diminuiu seu capital para Cr$ 1.500.000,00. No fim de 1 ano e 6 meses houve um lucro de Cr$ 344.000,00. A parte do lucro que coube a José foi de:

a) Cr$ 140.000,00
b) Cr$ 144.000,00
c) Cr$ 186.000,00
d) Cr$ 204.000,00
e) Cr$ 240.000,00

2. Duas pessoas constituíram uma sociedade: a primeira entrou com um capital de Cr$ 5.000.000,00 e a segunda com Cr$ 6.000.000,00. Um ano depois, admitiram um terceiro sócio, que entrou com um capital de Cr$ 10.000.000,00. Decorridos 18 meses desde o início da sociedade, a firma teve um lucro de Cr$ 12.900.000,00. A parte do lucro que caberá ao terceiro sócio é:

Obs.: O lucro é dividido proporcionalmente ao capital e ao tempo, não se levando em conta outros fatores, como por exemplo a inflação.

a) Cr$ 1.000.000,00
b) Cr$ 2.000.000,00
c) Cr$ 3.000.000,00
d) Cr$ 4.000.000,00
e) Cr$ 5.000.000,00

3. Dois sócios x e y que montaram uma firma e que têm retirada mensal de acordo com o capital inicial de cada um, combinaram que a soma das retiradas totalizaria R$ 5.000,00. Após 6 meses, y passou a receber por mês mais 15% por ter adquirido algumas cotas de x que, consequentemente, passou a receber $\frac{1}{10}$ a menos. Sabendo-se que, mesmo após a mudança, o total da retirada mensal permaneceu e que x sempre economizou $\frac{1}{12}$ do que recebia, enquanto y sempre economizou 12,5%, é **INCORRETO** afirmar que:

a) a economia mensal de ambos era a mesma nos primeiros 6 meses.
b) x passou a receber menos de R$ 2.800,00 após 6 meses.
c) a diferença entre as duas retiradas caiu para 40% com a mudança.
d) a economia mensal de x diminuiu R$ 30,00 com a alteração das retiradas.

4. Uma herança P foi dividida por dois herdeiros, com idades, respectivamente, iguais a n e m, em partes diretamente proporcionais ao quadrado de duas idades. Qual foi a parte da herança recebida pelo herdeiro de idade n?

a) $\dfrac{P^2n}{m^2+n^2}$

b) $\dfrac{Pn^2}{m^2+n^2}$

c) $\dfrac{P^2n^2}{m^2+n^2}$

d) $\dfrac{Pn^2m}{m^2+n^2}$

e) $\dfrac{P^2n^2m}{m^2+n^2}$

5. Duas estradas de iguais dimensões começam simultaneamente a ser construídas por 15 operários cada uma delas. Mas, exclusivamente devido a dificuldades no terreno, percebe-se que enquanto uma turma avançou $\dfrac{2}{3}$ na sua obra, a outra avançou $\dfrac{4}{5}$ da sua. Quantos operários deve-se retirar de uma e pôr na outra, para que as duas obras fiquem prontas ao mesmo tempo?

a) 3
b) 4
c) 5
d) 8
e) 10

6. Um grupo A de 6 pedreiros e 8 ajudantes executou $\dfrac{4}{5}$ de uma obra em 12 dias, trabalhando 6 horas por dia. Por motivo de férias, o grupo A foi substituído por um grupo B de 8 pedreiros e 2 ajudantes que trabalhou 5 horas por dia para terminar a obra. Sabendo-se que a produção de 2 ajudantes equivale, sempre, à produção de um pedreiro e que não houve ausência de nenhum componente dos grupos de trabalho em nenhum dos dias, é correto afirmar que o grupo B:

a) ao substituir o grupo A, acarretou um atraso de 1 dia no tempo em que a obra teria ficado pronta, caso a mesma tivesse sido concluída pelo grupo A.
b) terminou a obra no tempo $t > 5$ dias.
c) gastaria mais de 21 dias se tivesse executado a obra inteira.
d) teria executado a parte feita pelo grupo A em menos de 15 dias.

7. Nos preparativos da festa de 60 anos da EPCAR, um grupo A composto de 6 soldados, trabalhando 6 horas por dia, contava com o prazo de 7 dias para aparar a grama dos jardins, utilizando todos os componentes o mesmo tipo de equipamento. Já que outros setores da Escola necessitavam também de reparos, ao final do 5° dia, quando apenas 75% do gramado estava cortado, alguns soldados foram remanejados e um novo grupo B se formou. Esse grupo B, cuja quantidade de soldados correspondia a $\frac{1}{3}$ do grupo A, dispôs-se a acabar de aparar a grama dos jardins, aumentando a carga horária diária em $33\frac{1}{3}\%$ e utilizando equipamentos cuja produtividade era o triplo dos equipamentos utilizados pelo grupo A. Supondo que todos os equipamentos tiveram perfeito funcionamento aproveitando sua capacidade máxima, é correto afirmar que o grupo B concluiu a tarefa:

a) após o prazo previsto de sete dias.
b) em dez horas de trabalho.
c) em oito horas de trabalho.
d) um dia antes do prazo previsto.

8. Para a reforma do Ginásio de Esporte da EPCAR foram contratados 24 operários. Eles iniciaram a reforma no dia 19 de abril de 2010 (2ª feira) e executaram 40% do trabalho em 10 dias, trabalhando 7 horas por dia. No final do 10ª dia, 4 operários foram dispensados.

No dia seguinte, os operários restantes retomaram o trabalho, trabalhando 6 horas por dia e concluíram a reforma. Sabendo-se que o trabalho foi executado nos dois momentos sem folgas em nenhum dia, o dia da semana correspondente ao último dia do término de todo o trabalho é:

a) domingo.
b) segunda-feira.
c) terça-feira
d) quarta-feira

9. Um reservatório deve ser cheio completamente com uma mistura de 76% de gasolina e de 24% de álcool. A torneira que fornece gasolina enche este tanque, sozinha, em 4 horas, e a torneira que fornece álcool enche este tanque, sozinha em 6 horas. Abrindo-se essas torneiras no mesmo instante, quanto tempo a mais uma delas deve ser deixada aberta, depois de a outra ser fechada, para que as condições estabelecidas sejam satisfeitas?

a) 1 h 30 min.
b) 1 h 36 min.
c) 1 h 42 min.
d) 1 h 48 min.
e) 1 h 54 min.

10. Um reservatório possui 4 torneiras. A primeira torneira gasta 15 horas para encher todo o reservatório; a segunda, 20 horas; a terceira, 30 horas e a quarta, 60 horas. Abrem-se as 4 torneiras, simultaneamente, e elas ficam abertas despejando água por 5 horas. Após esse período fecham-se, ao mesmo tempo, a primeira e a segunda torneiras. Considerando que o fluxo de cada torneira permaneceu constante enquanto esteve aberta, é correto afirmar que o tempo gasto pelas demais torneiras, em minutos, para completarem com água o reservatório, é um número cuja soma dos algarismos é:

a) par maior que 4 e menor que 10
b) par menor ou igual a 4
c) ímpar maior que 4 e menor que 12
d) ímpar menor que 5

11. Três operários A, B e C trabalhando juntos 8 horas por dia construíram um muro em 6 dias. Se B tivesse trabalhado sozinho, 8 horas por dia, gastaria $\frac{2}{3}$ a mais da quantidade de dias utilizada pelos três juntos. Se A tivesse trabalhado sozinho,4 horas por dia, gastaria o quádruplo do número de dias de B. Considerando A, B e C, cada um trabalhando 8 horas por dia, sendo mantidas as demais condições de trabalho, é correto afirmar que para construir tal muro:

a) Um deles, isoladamente, gastaria exatamente 1 mês.
b) A e B juntos gastariam mais de 7 dias.
c) C gastaria sozinho menos de 1 mês e meio de trabalho.
d) B e C trabalhando juntos gastariam menos de 10 dias.

12. João vendeu dois carros de modelos SL e SR, sendo o preço de custo do primeiro 20% mais caro que o do segundo. Em cada carro teve um lucro de 20% sobre os seus respectivos preçosde venda. Se o total dessa venda foi R$ 88.000,00, o preço de custo do segundo modelo era, em reais, igual a:

a) 30.000,00
b) 32.000,00
c) 34.000,00
d) 35.000,00
e) 36.000,00

13. Uma pessoa aplica certa quantia em dinheiro a juros simples de 5% ao ano. No fim do primeiro ano, reúne o capital e os juros. Coloca $\frac{5}{7}$ da nova quantia a juros simples de 4% ao ano e o restante também a juros simples de 6% ao ano. Recebe, assim, R$ 672,00 de juros no final de 2 anos. Com base nisso, pode-se afirmar que o capital primitivo é um número cujo algarismo da centena é igual a:

a) 7
b) 5
c) 3
d) 0

14. Ao desfazer uma sociedade, dois sócios A e B fizeram a retirada de suas partes que eram diretamente proporcionais a 1 e 3. O sócio A aplicou, então, o valor de sua retirada à taxa de 50% ao ano. Já o sócio B aplicou a sua parte à taxa de 25% ao ano e $\frac{2}{3}$ do montante que recebeu após 12 meses foi igual a 150.000 reais. Pode-se afirmar que:

a) a diferença entre os rendimentos dos sócios A e B, após 12 meses, é, em milhares de reais, um número do intervalo [8, 15].
b) a soma dos capitais retirados por A e B é igual ao montante que o sócio B conseguiu após 12 meses.
c) o rendimento obtido pelo sócio A é igual a 30% do rendimento do sócio B.
d) o capital retirado pelo sócio A e o rendimento conseguido pelo sócio B são valores iguais.

15. Com os $\frac{7}{8}$ da metade do valor da herança que Carlos recebeu, ele adquiriu um lote. Com $\frac{1}{3}$ do restante ele liquidou suas dívidas e o valor que sobrou foi dividido em partes iguais aplicadas como a seguir: a 1ª parte foi aplicada na poupança com rendimento de 0,5% ao mês; e a 2ª foi aplicada em ações onde, ao fim de 15 dias, ele havia perdido 40% do valor dessa aplicação. Ao fim dos 15 dias subsequentes, Carlos conseguiu recuperar 50% do que foi perdido, ficando com um capital equivalente a 48.000 reais na 2ª parte aplicada. Com base nisso, é INCORRETO afirmar que:

a) o valor total dessa herança seria suficiente para comprar uma casa avaliada em 300.000 reais, caso não comprasse o lote nem liquidasse suas dívidas.
b) o lote adquirido custou menos de 150.000 reais.
c) o rendimento da poupança no primeiro mês foi superior a 200 reais.
d) considerando o mês de 30 dias, ao final do primeiro mês, a soma das partes aplicadas e seus rendimentos totalizavam 108.000 reais.

16. (CN 2009) O combustível A é composto de uma mistura de 20% de álcool e 80% de gasolina. O combustível B é constituído exclusivamente de álcool. Um motorista quer encher completamente o tanque do seu carro com 50% de álcool e 50% de gasolina. Para alcançar o seu objetivo, colocou x litros de A e y litros de B. A razão x/y é dada por:

a) 5/3
b) 3/5
c) 2/5
d) 5/2
e) 3/2

17. (CN 2008) Num determinado jogo, o apostador recebe toda vez que ganha, o valor apostado inicialmente mais 25% do mesmo; e recebe, toda vez que perde, apenas 25% do valor apostado inicialmente. Sabendo-se que foi feita uma aposta inicial de uma quantia x e que foram realizadas quatro jogadas, sempre sendo apostado o valor total obtido na jogada anterior, das quais ganhou-se duas e perdeu-se duas, qual é aproximadamente, o percentual de x obtido no final?

a) 3,7
b) 4,7
c) 5,7
d) 6,7
e) 9,8

18. (AFA 2013) Um tanque com capacidade de 300 litros de água possui duas torneira: I e II A torneira I despeja água no tanque a uma vazão de 2L por minuto. Já a torneira II retira água do tanque a uma vazão de 1/2 L por minuto. Às 8h de certo dia, com o tanque vazio, a torneira I foi aberta e, após 15 minutos, foi fechada. Às 9h e 30min as duas torneiras foram abertas, e assim permaneceram até 11h e 30min. Neste horário a torneira II é fechada, mas a torneira I permanece aberta até o momento em que a água atinge a capacidade do tanque. Este momento ocorre às:

a) 12h e 10 min
b) 12h e 15 min
c) 12h e 20 min
d) 12h e 25 min

19. (AFA 2011) Três carros, a, b e c, com diferentes taxas de consumo de combustível, percorrerão, cada um, 600 km por um mesmo caminho. No ponto de partida, os três estão com tanque cheio. Após terem percorrido, cada um, 1/5 do total previsto, os carros b e c foram abastecidos completando novamente seus tanques e gastaram, juntos, R$ 66,00. Ao final dos 600 km, os três carros foram abastecidos, completando seus tanques, e, nesse abastecimento, juntos, gastaram R$ 384,00. Considerando o preço do litro do combustível usado pelos três carros a R$ 3,00, a distância que o carro a percorre, em média, com um litro de combustível é:

a) 12 km
b) 15 km
c) 16 km
d) 18 km

20. (AFA 2009) Sr. Osvaldo possui certa quantia com a qual deseja adquirir um eletrodoméstico. Caso a loja ofereça um desconto de 40%, ainda lhe faltarão 1000 reais. Se o Sr. Osvaldo aplicar sua quantia a juros (simples) de 50% ao mês, ajunta, em três meses, o montante correspondente ao valor do eletrodoméstico sem o desconto. Assim, o valor do eletrodoméstico e da quantia que o Sr. Osvaldo possui somam, em reais:

a) 4000
b) 5000
c) 7000
d) 8000

21. (AFA 2009) Perguntaram a Gabriel qual era seu horário de trabalho e ele respondeu: “Habitualmente começo às 6 horas da manhã minha jornada de trabalho que é de 8 horas diárias, dividida em dois expedientes. Cumpro no primeiro expediente 3/4 dessa jornada, tenho um intervalo de almoço de 1 hora e 45 minutos e retorno para cumprir o tempo que falta, ou seja, o segundo expediente. Hoje, excepcionalmente, quando cheguei, o relógio de ponto registrou um horário tal que o tempo transcorrido do dia era igual aos 4/11 do tempo restante do dia e eu fui, então, alertado que estava atrasado. Acertei meu relógio pelo relógio de ponto e, para compensar meu atraso, pretendo cumprir os 3/4 de minha jornada e sair para almoçar reduzindo o tempo de meu intervalo de almoço em 1/5 Imediatamente retornarei para o trabalho e sairei no meu horário habitual.” Considerando que o relógio de ponto estivesse certo e em perfeito funcionamento, é correto afirmar que, nesse dia, Gabriel, com sua pretensão:

a) sairá para o almoço antes de 12 horas e 23 minutos.
b) retornará após o intervalo de almoço, exatamente, às 13 horas e 50 minutos.
c) cumprirá sua jornada diária na íntegra e ainda sobrarão dois minutos.
d) ficará devendo 1/160 de sua jornada diária.

22. (AFA 2007) Um fabricante de camisetas que pretendia vender seu estoque no prazo de 4 meses, mantendo o preço de cada camiseta, obteve o seguinte resultado:

- no primeiro mês, vendeu 10% de seu estoque;
- no segundo, 20% do restante das mercadorias;
- no terceiro, 50% do que sobrou.

Ao ver que sobraram 3.600 camisetas, no quarto mês, o fabricante reduziu o preço de cada uma em $33\frac{1}{3}\%$, conseguindo assim liquidar todo seu estoque e recebendo R$ 21.600,00 pelas vendas deste mês. É correto afirmar que o fabricante:

a) arrecadaria a mesma importância total, durante os 4 meses, se cada camiseta fosse vendida por x reais, x $\in [7, 8]$
b) tinha um estoque que superava 834 dúzias de camisetas.
c) no terceiro mês, vendeu uma quantidade de camisetas 200% a mais que no segundo mês.
d) no primeiro mês, recebeu mais de R$ 9.000,00

23. (AFA 2007) Considere a tabela para cálculo do imposto de renda a ser pago à Receita Federal no ano de 2007 – ano base 2006 (valores arredondados para facilitar os cálculos).

Rendimento para base de cálculo (R$)	Alíquota (%)	Parcela a deduzir (R$)
até 14.999,99	Isento	–
de 15.000,00 a 30.000,00	15	2.250,00
acima de 30.000,00	27,5	6.000,00

Para se conhecer o rendimento para base de cálculo, deve-se subtrair do rendimento bruto todas as deduções a que se tem direito. Esse rendimento para base de cálculo é multiplicado pela alíquota correspondente. Em seguida, subtrai-se a parcela a deduzir correspondente, de acordo com a tabela acima, obtendo-se assim o valor do imposto de renda a ser pago. Um trabalhador, cujo rendimento bruto foi de R$ 50.000,00 teve direito às seguintes deduções: R$ 4.400,00 com o total de gastos em educação, R$ 5.000,00 com o total pago à Previdência e R$ 1.500,00 por dependente.

Nessas condições, sabendo-se que o valor do imposto pago por esse trabalhador, no ano de 2007, foi de R$ 3.515,00, o número de dependentes considerado foi:

a) 2
b) 3
c) 4
d) 6

24. (AFA 2007) Apliquei meu capital da seguinte maneira: 30% em caderneta de poupança, 40% em letras de câmbio e o restante em ações. Na 1ª aplicação, lucrei 20%; na 2ª, lucrei 30% e na 3ª perdi 25%. Se o resultado final corresponde a um lucro de x% sobre o capital aplicado, então x é igual a:

a) 7,5
b) 10,5
c) 15
d) 17

25. (EFOMM 2008) Uma empresa utiliza mão-de-obra terceirizada para carregar os contêineres. A equipe A carrega completamente um contêiner em 20 horas; a B, em 23 horas; e a C, estando carregado, o esvazia em 26 horas. Se trabalhassem as três equipes juntas, o tempo aproximado que as três firmas juntas levariam para esvaziar um contêiner completamente cheio é:

a) 6 horas e 25 min.
b) 6 horas e 30 min.
c) 7 horas e 35 min.
d) 8 horas e 40 min.
e) 9 horas e 10 min.

26. (EFOMM 2013) O litro da gasolina comum sofreu, há alguns dias, um aumento de 7,7% e passou a custar 2,799 reais. Já o litro do álcool sofreu um aumento de 15,8%, passando a custar 2,199 reais. Sabendo que o preço do combustível é sempre cotado em milésimo de real, pode-se afirmar, aproximadamente, que a diferença de se abastecer um carro com 10 litros de gasolina e 5 litros de álcool, antes e depois do aumento, é de:

a) R$2,00
b) R$2,50
c) R$3,00
d) R$3,50
e) R$4,00

27. (EFOMM 2012) De todos os empregados de uma empresa de navegação, 31% optaram por um plano de assistência odontológica. A firma tem a matriz na capital e somente duas filiais, uma em Macaé e a outra em Piraí. Sabe-se que 50% dos empregados trabalham na matriz, 20% dos empregados trabalham na filial Macaé, 30% dos empregados da capital optaram pelo plano de assistência odontológica e que 35% dos empregados da filial de Macaé também fizeram tal opção. Qual é, então, a porcentagem dos empregados da filial de Piraí que optaram pelo plano?

a) 40%
b) 35%
c) 30%
d) 25%
e) 15%

1. José contribuiu com Cr$ 2.000.000,00 durante 8 meses e com Cr$ 3.500.000,00 durante 10 meses. Assim, o lucro de José deve ser proporcional a $2 \cdot 8 + 3{,}5 \cdot 10 = 51$ (já dividimos os capitais por 1.000.000 para não trabalharmos com muitos algarismos).

Da mesma forma, Pedro contribuiu com Cr$ 2.500.000,00 durante 8 meses e com Cr$ 1.500.000,00 durante 10 meses. Assim, o lucro de Pedro deve ser proporcional a $2{,}5 \cdot 8 + 1{,}5 \cdot 10 = 35$.

Assim, digamos que a parte do lucro de José é $51k$ e a parte do lucro de Pedro é $35k$.

Devemos ter $51k + 35k = 344.000 \Leftrightarrow k = 4000$. Com isso, o lucro de José foi de $51 \cdot 4000 = 204000$.

RESPOSTA: D

2. Mais uma vez, dividiremos os capitais por 1.000.000.

O lucro do primeiro sócio é proporcional a $5 \cdot 18 = 90$.

O lucro do segundo sócio é proporcional a $6 \cdot 18 = 108$.

O lucro do terceiro sócio é proporcional a $10 \cdot 6 = 60$.

Digamos então que os lucros são $90k, 108k, 60k$. Devemos ter $90k + 108k + 60k = 12.900.000 \Leftrightarrow k = 50.000$.

Assim, o lucro do terceiro sócio deve ser de Cr$ 3.000.000,00.

RESPOSTA: C

3. Seja m a retirada mensal do sócio x e n a retirada mensal do sócio y no começo.

Temos assim que $m + n = 5000$.

Após 6 meses, y passou a receber por mês $1{,}15n$ e x passou a receber $0{,}9m$. Como o total da retirada mensal permaneceu, temos que $0{,}9m + 1{,}15n = 5000$.

Obtemos assim o sistema $\begin{cases} m + n = 5000 \\ 0{,}9m + 1{,}15n = 5000 \end{cases}$. Resolvendo este sistema, obtemos m = 3000 e n = 2000.

Vamos agora analisar alternativa a alternativa:

a) a economia mensal de ambos era a mesma nos primeiros 6 meses.

x economizava nos 6 primeiros meses $\frac{1}{12}\cdot 3000 = 250$

y economizava nos 6 primeiros meses $\frac{12,5}{100}\cdot 2000 = 250$

CORRETA

b) x passou a receber menos de R$ 2.800,00 após 6 meses.

Após 6 meses, x passou a receber $0,9m = 2700 < 2800$

CORRETA

c) a diferença entre as duas retiradas caiu para 40% com a mudança.

Antes dos 6 meses, a diferença entre as duas retiradas era de 1000 reais.

Após 6 meses, a diferença passou a ser de 2700 – 2300 = 400 reais, o que configura uma queda de 40%.

CORRETA

d) a economia mensal de x diminuiu R$ 30,00 com a alteração das retiradas.

x economizava nos 6 primeiros meses $\frac{1}{12}\cdot 3000 = 250$

x passou a economizar $\frac{1}{12}\cdot 2700 = 225$

A economia mensal diminuiu R$ 25,00.

INCORRETA

RESPOSTA: D

4. Seja kn^2 a parte do herdeiro de idade n e km^2 a parte do herdeiro de idade m.

Temos assim $kn^2 + km^2 = P \Leftrightarrow k = \frac{P}{m^2 + n^2}$.

Assim, a parte do herdeiro de idade n é de $\frac{Pn^2}{m^2 + n^2}$.

RESPOSTA: B

5. Sejam L o comprimento da estrada e d o número de dias que os operários trabalharam.

A primeira obra teve $\frac{2L}{3}$ de estrada construída em d dias por 15 operários. Assim, 1 operário constrói $\frac{2L}{3}\cdot\frac{1}{d}\cdot\frac{1}{15}=\frac{2L}{45d}$ da primeira estrada em 1 dia.

A segunda obra teve $\frac{4L}{5}$ de estrada construída em d dias por 15 operários. Assim, 1 operário constrói $\frac{4L}{5}\cdot\frac{1}{d}\cdot\frac{1}{15}=\frac{4L}{75d}$ da segunda estrada em 1 dia.

Perceba que a segunda obra anda mais rápido que a primeira. Assim, devemos repassar operários da segunda obra para a primeira. Seja x a quantidade de operários que deve ser repassada.

Assim, a primeira obra ficará com 15 + x operários e a segunda com 15 – x operários.

Para a primeira obra, falta um comprimento de $\frac{L}{3}$ e para a segunda, falta um comprimento de $\frac{L}{5}$. Sendo t o tempo que os dois grupos levarão para concluir a obra simultaneamente, temos:

$$\frac{2L}{45d}\cdot(15+x)\cdot t=\frac{L}{3}$$
$$\frac{4L}{75d}\cdot(15-x)\cdot t=\frac{L}{5}$$

Da primeira equação, $\frac{t}{d}=\frac{15}{2(15+x)}$ e da segunda equação, $\frac{t}{d}=\frac{15}{4(15-x)}$.

Igualando, temos que $2(15-x)=15+x\Leftrightarrow x=5$.

RESPOSTA: C

6. Como a produção de 2 ajudantes equivale a de 1 pedreiro, podemos pensar que o grupo A possui 10 pedreiros e o grupo B possui 9 pedreiros.

Sendo x a porção total da obra, temos que 10 pedreiros, trabalhando 6 horas por dia, em 12 dias, realizaram $\frac{4x}{5}$ da obra. Assim, 1 pedreiro, trabalhando 6 horas por dia, em 1 dia, realiza $\frac{4x}{5}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{12}=\frac{x}{900}$ da obra.

Com isso, em 1 dia, o grupo A realiza $\frac{x}{900}\cdot 10\cdot 6=\frac{x}{15}$ da obra e o grupo B realiza $\frac{x}{900}\cdot 9\cdot 5=\frac{x}{20}$ da obra

Vamos analisar as afirmativas:

a) ao substituir o grupo A, acarretou um atraso de 1 dia no tempo em que a obra teria ficado pronta, caso a mesma tivesse sido concluída pelo grupo A.

O grupo A terminaria a obra em $\dfrac{x}{\dfrac{x}{15}} = 15$ dias. Com a entrada do grupo B, eles levaram $\dfrac{\dfrac{x}{5}}{\dfrac{x}{20}} = 4$ dias além dos 12 para terminar a obra, ou seja, um total de 16 dias. Com isso, há um atraso de 1 dia.

CORRETA

RESPOSTA: A

7.

$75\% \to \dfrac{3}{4}$

$\dfrac{1}{3}$ de 6 = 2 soldados

$100 \to \dfrac{100}{3}$

$6h \to y$ $\Rightarrow$ y = 2h (acréscimo)

6h + 2h = 8h

GRUPO	SOLDADOS	h/dia	dias	gramado	equipamento com produtividade
A	6	6	5	3/4	1
B	2	8	x	1/4	3

$$\frac{2\times 8\times 3\times 3}{6\times 6\times 1\times 1} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{30}{24} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} \text{ (dias de 8 horas)}$$

$1\dfrac{1}{4}$ dia = 8 horas + 2 horas = 10 horas

RESPOSTA: B

8. Sendo x a porção total da reforma. Como 24 operários realizaram $\dfrac{2x}{5}$ em 10 dias, trabalhando 7 horas por dia, 20 operários, trabalhando 6 horas por dia, realizariam em 1 dia $\dfrac{2x}{5}\cdot\dfrac{1}{10}\cdot\dfrac{6}{7}\cdot\dfrac{20}{24} = \dfrac{x}{35}$.

Como ainda faltam 60% da reforma, deve ser realizado ainda $\frac{3x}{5}$. Assim, levará $\frac{\frac{3x}{5}}{\frac{x}{35}}=21$ dias para concluir a reforma.

Com os 10 dias iniciais, temos um total de 31 dias para concluir a reforma.

Como a reforma começou numa segunda-feira, ela será terminada ao fim de uma quarta-feira.

RESPOSTA: D

9. Sendo C litros a capacidade do reservatório, temos que a vazão da torneira de gasolina é $\frac{C}{4}$ L/h e a vazão da torneira de álcool é $\frac{C}{6}$ L/h.

O tempo que a torneira de gasolina deverá ficar aberta é $\frac{0{,}76C}{\frac{C}{4}}=3{,}04$ horas.

O tempo que a torneira de álcool deverá ficar aberta é $\frac{0{,}24C}{\frac{C}{6}}=1{,}44$ horas.

Assim, a torneira de gasolina ficará 3,04 – 1,44 = 1,6 horas = 1h 36 min a mais aberta que a de álcool.

RESPOSTA: B

10. Sendo C litros a capacidade do reservatório, temos as seguintes vazões para as 4 torneiras:

T1: $\frac{C}{15}$

T2: $\frac{C}{20}$

T3: $\frac{C}{30}$

T4: $\frac{C}{60}$

Em 5 horas, com as quatro torneiras abertas, foi enchido $\frac{5C}{15}+\frac{5C}{20}+\frac{5C}{30}+\frac{5C}{60}=\frac{5C}{6}$.

Restam então $\frac{C}{6}$ litros para serem enchidos.

As torneiras 3 e 4 juntas colocam $\frac{C}{30}+\frac{C}{60}=\frac{C}{20}$ litros por hora no tanque.

Assim, elas demorarão $\frac{\frac{C}{6}}{\frac{C}{20}}=\frac{10}{3}$ horas, ou seja, 200 minutos para terminar de encher o tanque. A soma dos algarismos de 200 é 2 + 0 + 0 = 2, que é um par menor ou igual a 4.

RESPOSTA: B

11.

OPERÁRIOS	h/DIA	TEMPO	MURO
A + B + C	8	6 dias	inteiro
B	8	10 dias	inteiro
A	4	40 dias	inteiro
	8	20 dias	inteiro
C	8	6 dias	inteiro

OPERÁRIOS	FRAÇÃO DO MURO	TEMPO
A + B + C	$1/6$	1 dia
B	$1/10$	1 dia
A	$1/20$	1 dia
C	$1/6-(1/10+1/20)=1/60$	1 dia
A + B	$1/20+1/10=3/20$	1 dia
B + C	$1/10+1/60=7/60$	1 dia

a) **Falso**: nenhum deles gastaria 1 mês.

b) **Falso**: A + B gastariam $\frac{20}{3}$ dias < 7 dias.

c) **Falso**: C gastaria 60 dias.

d) **Verdadeiro**: B + C gastariam $\frac{60}{7}$ dias < 10 dias.

RESPOSTA: D

12. Seja x o preço de custo do carro modelo SR. Como o preço de custo do modelo SL é 20% maior do que o do modelo SR, o preço de custo do SL é 1,2x. Sejam V1 e V2 os preços de vendas dos carros SL e SR, respectivamente.

Temos:

$$1{,}2x + L1 = V1$$
$$x + L2 = V2$$

Pelo enunciado, $L1 = 0{,}2V1$ e $L2 = 0{,}2V2$. Assim, $1{,}2x = 0{,}8V1 \Leftrightarrow V1 = \frac{3x}{2}$ e.

Como $V1 + V2 = 88.000$, temos que $\frac{3x}{2} + \frac{5x}{4} = 88000 \Leftrightarrow x = 32000$.

RESPOSTA: B

13. Seja C o capital primitivo.

Após 1 ano, temos que o montante é $C\left(1 + \frac{5 \cdot 1}{100}\right) = 1{,}05C$.

Assim, $\frac{5}{7} \cdot 1{,}05C = 0{,}75C$ será investido a 4% ao ano e $0{,}3C$ será investido a 6% ao ano.

Assim, ao fim de 2 anos, os juros recebidos são:

$$\frac{0{,}75C \cdot 4 \cdot 2}{100} + \frac{0{,}3C \cdot 6 \cdot 2}{100} = 0{,}096C$$

Assim $0{,}096C = 672 \Leftrightarrow C = 7000$, cujo algarismo da centena é 0.

RESPOSTA: D

14. Seja x a parte retirada por A e 3x a parte retirada por B.

O montante do sócio B após 1 ano de investimento foi de $\frac{3}{2} \cdot 150000 = 225.000$ reais.

Assim, $3x\left(1 + \frac{25}{100}\right) = 225.000 \Leftrightarrow x = 60.000$.

O rendimento do sócio A em 12 meses foi de $\frac{60.000 \cdot 50}{100} = 30.000$ reais e o rendimento do sócio B em 12 meses foi de $\frac{180.000 \cdot 25}{100} = 45.000$. A diferença entre os rendimentos foi de 15 milhares de reais, o que justifica a letra A como correta.

RESPOSTA: A

15. Seja x o valor da herança.

Assim, o lote custou $\frac{7x}{8}\cdot\frac{1}{2}=\frac{7x}{16}$ e o valor que sobrou para aplicações foi de $\frac{9x}{16}\cdot\frac{2}{3}=\frac{3x}{8}$.

Assim, o capital na primeira parte aplicada foi de $\frac{3x}{16}$ e na segunda também de $\frac{3x}{16}$.

Nos 15 dias iniciais, ele perdeu $0{,}4\cdot\frac{3x}{16}=\frac{3x}{40}$ e nos 15 dias seguintes, ele recuperou $50\%\cdot\frac{3x}{40}=\frac{3x}{80}$. Assim, na segunda parte aplicada, ele ficou com $\frac{3x}{16}-\frac{3x}{40}+\frac{3x}{80}=\frac{3x}{20}$. Com isso, temos que $\frac{3x}{20}=48000 \Leftrightarrow x=320000$.

Vamos analisar as afirmativas:

a) **Correta**, pois 320000 > 300000

b) **Correta**, o lote custou $\frac{7}{16}\cdot 320000=140000<150000$

c) **Correta**

O dinheiro investido na poupança inicialmente foi de $\frac{3}{16}\cdot 320000=60000$ reais. A 0,5% ao mês, o rendimento foi de $60000\cdot 0{,}5\%=300$ reais, que é superior a 200 reais.

d) **Incorreta**

Ao fim do primeiro mês, na primeira aplicação há 60000 + 300 = 60300 reais e na segunda aplicação há 48000 reais, totalizando 108300 reais.

16. Em x litros do combustível A, há 0,2x litros de álcool e 0,8x litros de gasolina.

Em y litros do combustível B, há y litros de álcool apenas.

Assim, o motorista colocou no carro 0,2x + y litros de álcool e 0,8x litros de gasolina. Para que a proporção álcool-gasolina seja 50%-50%, devemos ter $0{,}2x+y=0{,}8x \Rightarrow y=0{,}6x \Leftrightarrow \frac{x}{y}=\frac{5}{3}$.

RESPOSTA: A

17. A cada vitória, multiplicamos o valor investido por 1,25 e a cada derrota, multiplicamos o valor investido por 0,25. Como houve 2 vitórias e 2 derrotas, no final, teremos: $1{,}25\cdot 1{,}25\cdot 0{,}25\cdot 0{,}25\cdot x=0{,}0976x$, o que dá um percentual aproximado de 9,8%.

RESPOSTA: E

18.

Momento 1: de 8h até 8h15

Em 15 minutos, a torneira I despejou 15 x 2 = 30 L no tanque.

Como o tanque estava vazio, ao fim do momento 1, ele estará com 30 L de água.

Momento 2: de 9h30 min até 11h30 min

Em 2 horas (120 minutos), a torneira I despejou 120 x 2 = 240 L no tanque e a torneira II retirou 120 x 1/2 = 60 L do tanque.

Assim, ao fim do momento 2, o tanque estará com 30 + 240 – 60 = 210 L de água.

Momento 3: depois de 11h30 min

Agora, restam 90 L de água para o tanque ficar completo e só a torneira 1 está trabalhando. Sendo t o tempo em minutos para encher o tanque, temos que 2t = 90, ou seja, t = 45 min.

Com isso, o fim do momento 3 se dará às 11h 30 min + 45 min = 12h e 15 min

RESPOSTA: B

19. Após 1/5 de 600 km, ou seja, após 120 km, os carros b e c abasteceram juntos $\frac{66}{3}=22$ litros de combustível. Assim, em 480 km, os carros b e c consomem 88 litros de combustível. No fim do caminho, a, b e c abasteceram juntos $\frac{384}{3}=128$ litros de combustível, sendo que destes 128 litros, 88 serviram para abastecer os carros b e c. Assim, o carro a gastou 128 – 88 = 40 litros para completar o trajeto de 600 km, o que nos dá uma distância média de $\frac{600}{40}=15$ km percorridos com um litro de combustível.

RESPOSTA: B

20. Sejam x o valor do eletrodoméstico e y a quantia que Osvaldo possui.

Informação 1: Se a loja oferecer 40% de desconto, ainda faltam 1000 reais para Osvaldo.

Assim, temos que $0{,}6x=y+1000$ (i).

Informação 2: Se o Sr. Osvaldo aplicar sua quantia a juros (simples) de 50% ao mês, ajunta, em três meses, o montante correspondente ao valor do eletrodoméstico sem o desconto.

Investindo o dinheiro em três meses, o montante que Osvaldo obterá será $M=y\left(1+\frac{50}{100}\cdot 3\right)=\frac{5}{2}y$. Com isso, $\frac{5}{2}y=x$ (ii).

Juntando (i) e (ii), obtemos:

$0,6\cdot\frac{5}{2}y = y + 1000 \Leftrightarrow y = 2000$.

Com isso, x = 5000 e y = 2000, cuja soma é 7000 reais.

RESPOSTA: C

21. O primeiro expediente de Gabriel dura $\frac{3}{4}\cdot 8 = 6$ horas.

Assim, ele trabalha normalmente de 6h – 12h e almoça de 12h-13h45. O segundo expediente então é de 13h45 – 15h45.

No dia de hoje, temos: "quando cheguei, o relógio de ponto registrou um horário tal que o tempo transcorrido do dia era igual aos 4/11 do tempo restante do dia e eu fui, então, alertado que estava atrasado"

Assim, sendo x a hora em que Gabriel chegou, segue que $x = \frac{4}{11}\cdot(24 - x) \Leftrightarrow 15x = 96$, o que nos dá 6h 24 min.

Assim, de acordo com a pretensão de Gabriel, ele sairá para o almoço 12h24 min e terá um tempo de almoço igual a $\frac{4}{5}\cdot 1h45\text{min} = 1h24\text{min}$.

Desta forma, voltará então para o trabalho às 12h 24 min + 1h 24 min = 13h 48 min. Saindo no horário habitual, Gabriel sairá 15h45, deixando de cumprir 3 minutos de sua jornada diária, que equivale a 1/160 da jornada.

RESPOSTA: D

22. Seja x a quantidade inicial de camisas no estoque.

No primeiro mês, o fabricante vendeu 0,1x.

No segundo mês, vendeu $0,2\cdot 0,9x = 0,18x$.

No terceiro mês, vendeu $0,5\cdot(x - 0,1x - 0,18x) = 0,36x$

Assim, sobraram $x - 0,1x - 0,18x - 0,36x = 0,36x$ camisas. Logo $0,36x = 3600 \Leftrightarrow x = 10000$.

No último mês, ele vendeu 3600 camisas, recebendo 21600 reais, ou seja, vendeu cada camisa a 6 reais. Como houve uma redução de $33\frac{1}{3}\%$ no preço das camisas, o preço original era $\frac{3}{2}\cdot 6 = 9$ reais.

Vamos analisar as alternativas:

a) arrecadaria a mesma importância total, durante os 4 meses, se cada camiseta fosse vendida por x reais, x ∈ [7, 8]

O fabricante arrecadou $9\cdot(10000-3600)+6\cdot 3600=79200$ reais. Como ele tinha 10000 camisas, se tivesse vendido todas pelo mesmo preço, este preço seria $\frac{79200}{10000}=7,92\in[7,8]$.

CORRETA

RESPOSTA: A

23. O rendimento para base de cálculo do imposto do trabalhador é dado por

$$50000-4400-5000-1500x=40600-1500x\,,$$

onde x é o número de dependentes. Como nas alternativas, o número de dependentes vai até 6, temos que o rendimento para base de cálculo é maior que 30000 para todas as alternativas. Assim, estamos na última alíquota e segue que o imposto devido é:

$$0,275\cdot(40600-1500x)-6000$$

Com isso, segue que $0,275\cdot(40600-1500x)-6000=3515\Leftrightarrow x=4$.

RESPOSTA: C

24. Seja C o capital inicial. Temos assim:

i) Caderneta de poupança:

Ficou-se com $0,3C\cdot 1,2=0,36C$

ii) Letras de câmbio:

Ficou-se com $0,4C\cdot 1,3=0,52C$

iii) Ações:

Ficou-se com $0,3C\cdot 0,75C=0,225C$

Assim, no final ficou-se com $0,36C+0,52C+0,225C=1,105C$, o que corresponde a um lucro de 10,5%.

RESPOSTA: B

25. Esta questão está um pouco mal elaborada. Para resolvê-la, devemos assumir que o tempo que A e B levam para carregar o contêiner é o mesmo que levam para esvaziar o contêiner. Assim, no período de 1 hora, temos:

i) A esvazia 1/20 do contêiner
ii) B esvazia 1/23 do contêiner
iii) C esvazia 1/26 do contêiner

Assim, juntas, as três firmas esvaziaram, em 1 hora, $\frac{1}{20}+\frac{1}{23}+\frac{1}{26}=\frac{789}{5980}$. Sendo t o tempo que elas levariam juntas para esvaziar completamente o contêiner, temos que:

$\frac{789}{5980}t=1 \Leftrightarrow t=\frac{5980}{789}\cong 7{,}57$ horas, ou seja, o tempo é de aproximadamente 7 horas e 35 min.

RESPOSTA: C

26. Sendo a o preço antigo do álcool e g o preço antigo da gasolina, temos:

$$a\left(1+\frac{15{,}8}{100}\right)=2{,}199 \Leftrightarrow a\cong 1{,}899$$

$$g\left(1+\frac{7{,}7}{100}\right)=2{,}799 \Leftrightarrow a\cong 2{,}599$$

Assim, para abastecer um carro com 10 litros de gasolina e 5 litros de álcool, gasta-se:

i) Antes do aumento:

$$10\cdot 2{,}599+5\cdot 1{,}899=35{,}485$$

ii) Depois do aumento:

$$10\cdot 2{,}799+5\cdot 2{,}199=38{,}985$$

Assim a diferença pedida é 38,985 – 35,485 = R$ 3,50.

RESPOSTA: D

27. Seja x a quantidade de funcionários da empresa. Temos:

1) 50% trabalham na matriz e 30% optaram pelo plano: $0{,}5x\cdot 0{,}3=0{,}15x$ optaram pelo plano.
2) 20% trabalham em Macaé e 35% optaram pelo plano: $0{,}2x\cdot 0{,}35=0{,}07x$ optaram pelo plano.

3) 30% trabalham em Macaé e $y\%$ optaram pelo plano: $0{,}3x \cdot \frac{k}{100} = 0{,}003kx$ optaram pelo plano.

Do enunciado, segue que 31% dos funcionários optaram pelo plano. Assim:

$$\frac{0{,}15x + 0{,}07x + 0{,}003kx}{x} = \frac{31}{100} \Leftrightarrow k = 30$$

RESPOSTA: C