Resolução – Matemática Básica
S15.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 01 ====================================

Semelhança de Triângulos

Revisão de conceitos:

Bom, vamos relembrar bem rapidamente o que é a Semelhança de Triângulos antes de prosseguirmos.

Basicamente, chamamos de triângulos semelhantes aqueles que possuem:

- Lados proporcionais
- Ângulos iguais

E, sempre que 2 triângulos possuírem lados proporcionais, eles possuíram ângulos iguais.

O caso contrário também é verídico, ou seja, quando 2 triângulos possuem ângulos iguais eles possuirão ângulos proporcionais, mas, há um caso específico, que chamamos de congruência de triângulos, que é quando os ângulos são iguais e a proporção dos lados é de 1 pra 1 (lados são iguais).

Mas, por que essa ferramenta é tão útil em tantas questões de matemática?

Ela nos permite, dentre outras coisas, encontrar lados, ângulos, relações, razões e até mesmo construir novas figuras.

E, então, sabendo isso, vamos praticar nessa questão a aplicação direta dessa teoria.

Resolução:

a)

i) Os triângulos são semelhantes? Por quê?

Antes de irmos aplicando propriedades de semelhança de triângulos, vamos verificar se são, de fato, semelhantes.

E, para isso, basta olhar para a representação de ângulos dos desenhos.

O ângulo em A é o mesmo ângulo em D, bem como o ângulo em C é o mesmo ângulo em F, e, isso já basta para afirmar semelhança, pois, com certeza o ângulo em B será igual ao ângulo em E, mas, veremos mais disso na Letra b desta questão.

ii) Ok, agora que sabemos que eles são semelhantes, vamos aos cálculos de x e y.

Bom, como há semelhança, sabemos que há proporcionalidade entre os lados correspondentes (lados opostos aos mesmo ângulo).

Então, podemos construir a seguinte relação:

$$\frac{16}{y} = \frac{x}{9} = \frac{20}{15}$$

iii) Achando x

$$\frac{x}{9} = \frac{20}{15}$$

$$\frac{x}{9} = \frac{4}{3}$$

$$x = 9 \cdot \frac{4}{3}$$

$$x = 12$$

iv) Achando y

$$\frac{16}{y} = \frac{4}{3}$$

$$y = 16 \cdot \frac{3}{4}$$

$$y = 12$$

Observação:

Digamos que você chegou numa prova e viu isso, o que você poderia fazer para acelerar?

Bom, quando vi esses triângulos, me passou imediatamente pela cabeça a resposta, pois eles são triângulos do tipo 3/4/5.

Ou seja, já conhecemos bem esse tipo de triângulo pitagórico (que é um triângulo retângulo), e, com isso em mente, conseguimos resolver a questão de forma bem mais veloz.

Afinal, o primeiro e o segundo triângulo são triângulos derivados do 3/4/5, ou, usando os termos que estamos revisando, são semelhantes ao 3/4/5, pois são o 12/16/20 e o 9/12/15.

Enfim, além disso, se você chegou numa questão desse tipo e não está seguro com semelhança, observe que você poderia realizar um Pitágoras em ambos, então, não hesite em fazê-lo se for sua opção mais viável.

Resposta: x = 12; y = 12.

b)

i) Os triângulos são semelhantes? Por quê?

Bom, como eu havia dado um mini spoiler na letra a, se temos 2 ângulos iguais, já podemos declarar que os triângulos são semelhantes, isto é, que possuem 3 ângulos iguais.

Resolução – Matemática Básica
S15.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Bom, veja, ambos os triângulos, pela definição de triângulo devem somar 180º de ângulo interno, certo?

Então, se eles possuem 2 ângulos iguais e o terceiro é o suplemento desses 2, certamente será o mesmo ângulo para ambos.

E, como nesse caso, de fato há 2 ângulos iguais entre os triângulos, eles são semelhantes.

ii) A expressão de semelhança

Relacionando os lados proporcionais, opostos ao mesmo ângulo em ambos os triângulos, obtemos:

$$\frac{6}{y+4} = \frac{x}{2x+4,5} = \frac{8}{20}$$

iii) Encontrando o valor de x

$$\frac{x}{2x+4,5} = \frac{8}{20}$$

$$\frac{x}{2x+4,5} = \frac{2}{5}$$

$$5x = 2\cdot(2x+4,5)$$

$$5x = 4x+9$$

$$x = 9$$

iv) Encontrando o valor de y

$$\frac{6}{y+4} = \frac{2}{5}$$

$$30 = 2\cdot(y+4)$$

$$30 = 2y+8$$

$$2y = 22$$

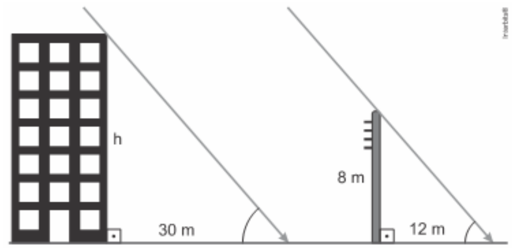
$$y = 11$$

Resposta: x = 9; y = 11.

Exercício 02 ====================================

Semelhança de Triângulos

Mais um exercício no modelo do 35, em que temos que descobrir a altura de algo que seria impossível de medir a altura, a partir da altura de um objeto menor e da sombra do objeto grande. Esse tipo de exercício é típico em questões de Semelhança de Triângulos.



i) Como a questão já está toda estruturada pra gente, vamos só aplicar a semelhança.

$$\frac{h}{30} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{h}{30} = \frac{2}{3}$$

$$h = \frac{2\times 30}{3}$$

$$h = 2\times 10$$

$$h = 20m$$

Resposta: Letra E

Resolução – Matemática Básica
S15.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 03 ====================================

Teorema de Pitágoras + Relações Importantes

Revisão de Conceitos:

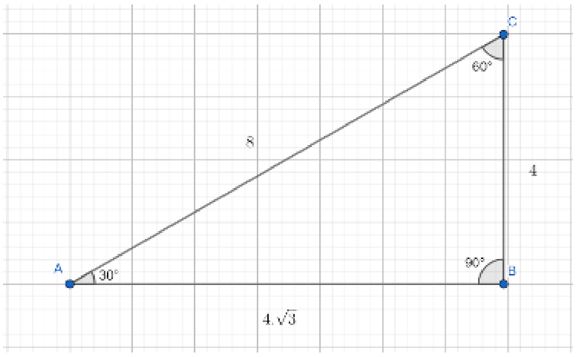
Talvez agora vocês estejam imaginando: "Revisão de Conceitos numa questão de Teorema de Pitágoras?? Esse monitor deve estar de sacanagem, é Pitágoras! A primeira coisa que eu falei não foi "papa", foi "quadrado da hipotenusa é soma dos quadrados dos catetos".

E, você acertou, não vou falar de Pitágoras haha.

Mas, há uma relação muito importante que essa questão envolve.

De verdade, essa relação a gente usa em mais da metade das questões de Geometria, que é a relação do "triângulo amiguinho", ou, a relação de um triângulo específico.

Esse triângulo é o seguinte:



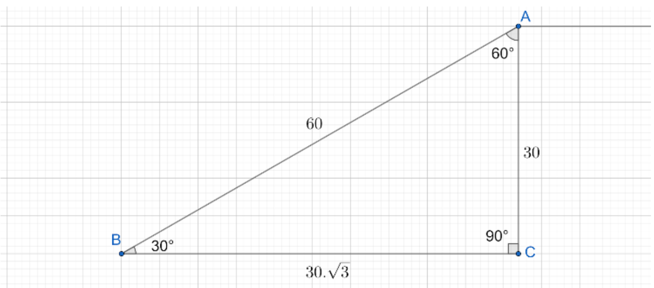
Que, com esses ângulos de 30/60/90, produz uma relação para os lados do triângulo, que é: x/x√3/2x.

Vamos utilizar essa propriedade na resolução.

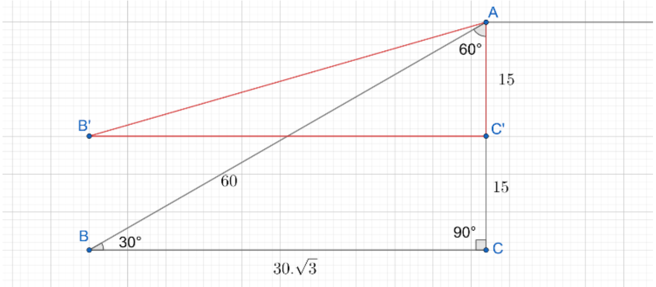
Resolução:

i) Bom, vamos começar mostrando o segmento BC

Como mostrado na Revisão de Conceitos, como possuímos um triângulo em que AC mede 30m e AB mede 60m, podemos já afirmar que o triângulo, com todas suas informações expressas, será da seguinte forma.



ii) Trocando a altura AC para 15m, como pedido pelo enunciado



Bom, então, para encontrar o novo comprimento da corda AB', basta realizar Pitágoras no triângulo vermelho, pois sabemos que B'C' é igual a 30√3 e que AC' é 15.

Temos, então:

$$(AB')^2 = (B'C')^2 + (AC')^2$$

$$Corda^2 = (30\sqrt{3})^2 + 15^2$$

$$Corda^2 = 30^2 \cdot 3 + 15^2$$

$$Corda = \sqrt{30^2 \cdot 3 + 15^2}$$

$$Corda = \sqrt{(15 \cdot 2)^2 \cdot 3 + 15^2}$$

$$Corda = \sqrt{15^2 \cdot 4 \cdot 3 + 15^2}$$

$$Corda = \sqrt{15^2 \cdot (12 + 1)}$$

$$Corda = 15\sqrt{13}$$

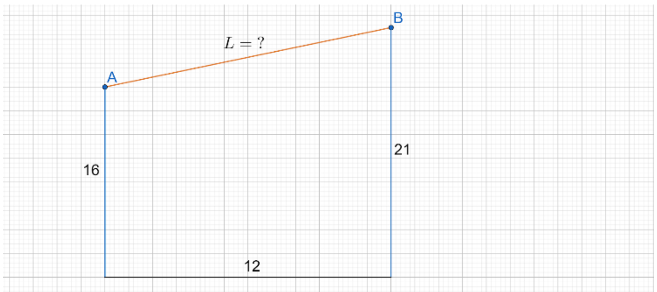
Resposta: Letra E.

Exercício 04 ====================================

Teorema de Pitágoras

Resolução:

i) Construindo a figura



As torres estão representadas numa coloração azul, em que a torre que vai de A até o chão é a menor torre, com 16 metros de altura, enquanto a torre que vai de B ao chão é a torre com 21 metros.

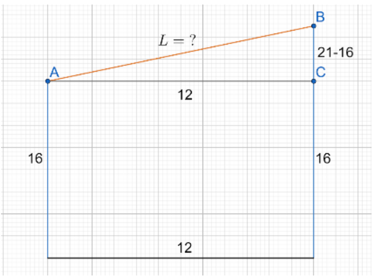
Resolução – Matemática Básica
S15.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Além disso, de coloração alaranjada está o fio entre as duas torres, de comprimento L, que queremos descobrir (o fio é o segmento que liga A a B).

Perceba também, que entre as torres há 12 metros.

ii) Achando o triângulo que resolve L

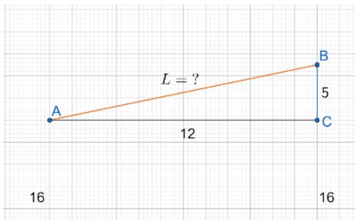
Bom, basta ver que há um segmento de reta paralelo ao chão, tal que formamos o triângulo ABC:



Veja, também, que obtivemos 21-16 de B a C.

Ou seja, o segmento BC possui comprimento 5.

E, desse modo, ficamos com o seguinte triângulo:



iii) Encontrando o valor de L

Bom, se você está acostumado a resolver exercícios que envolvem Pitágoras, você provavelmente já sabe que esse triângulo é pitagórico, e, além disso, já sabe que é o triângulo 5/12/13. Se não, aqui vai uma relação útil de triângulos pitagóricos comuns:

- 3/4/5
- 5/12/13
- 7/24/25
- 8/15/17

Mas, caso você não lembrasse disso, bastaria fazer Pitágoras:

$$L^2 = 5^2 + 12^2$$

$$L^2 = 25 + 144 = 169$$

$$L = \sqrt{169} = 13\,m$$

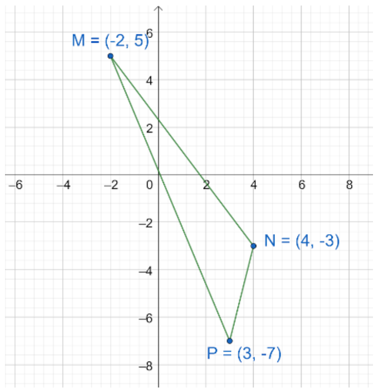
Resposta: Letra D.

Exercício 05 ====================================

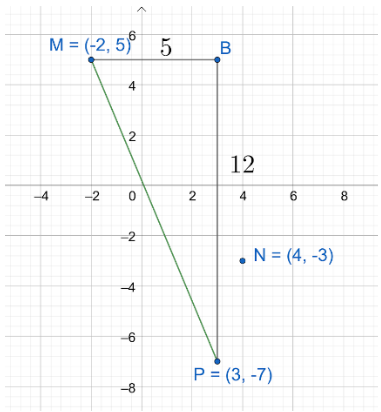
Teorema de Pitágoras

Resolução:

i) Primeiramente, mostrando o triângulo

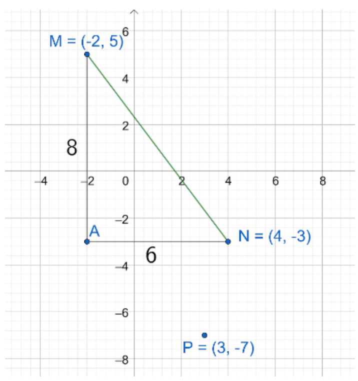


ii) Agora, descobrindo o comprimento de MP



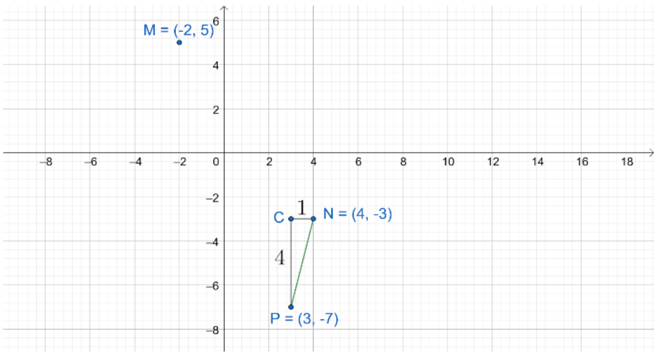
Como MB vale 5 e BP vale 12, podemos afirmar que MP vale 13, pois é um triângulo pitagórico. Caso queira dar uma revisada em alguns triângulos pitagóricos, vale consultar a [Seção iii do Item 4](#).

iii) Descobrindo o comprimento de MN



Bom, agora, como possuímos AM valendo 8 e AN valendo 6, sabemos que MN vale 10, pois temos um triângulo pitagórico novamente, do modelo 3/4/5, só que na forma 6/8/10.

iv) Encontrando, finalmente, o valor do segmento NP



Agora, por Pitágoras, temos:

$$NP^2 = 1^2 + 4^2$$

$$NP^2 = 1 + 16$$

$$NP^2 = \sqrt{17}$$

v) Resumindo nossas descobertas

- MP = 13
- MN = 10
- NP = √17

vi) Portanto, o perímetro é:

$$2P = MP + MN + NP$$

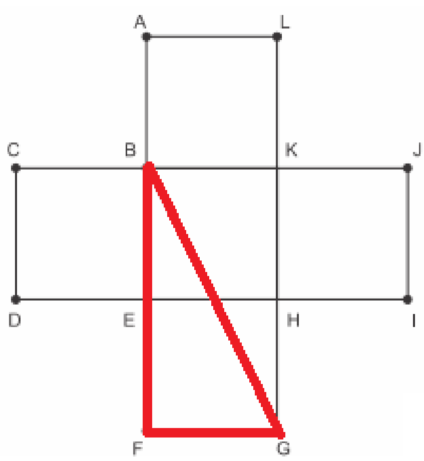
$$2P = 13 + 10 + \sqrt{17}$$

$$2P = 23 + \sqrt{17}$$

Resposta: 23 + √17

Exercício 06 ===================================

A única medida que a questão nos forneceu foi a do segmento BG, que pode ser visto como a hipotenusa do triângulo retângulo BFG:



E se chamarmos de L a medida do lado de cada um dos quadrados da figura, teremos que o lado FG do triângulo tem medida igual L, e o lado BF do triângulo tem medida igual a 2L.

Sabendo então as medidas dos dois catetos, podemos relacioná-los à hipotenusa por Pitágoras:

$$L^2 + (2L)^2 = \left(\sqrt{20}\right)^2$$

$$L^2 + 4L^2 = 20$$

$$5L^2 = 20$$

$$L^2 = 4$$

$$L = 2$$

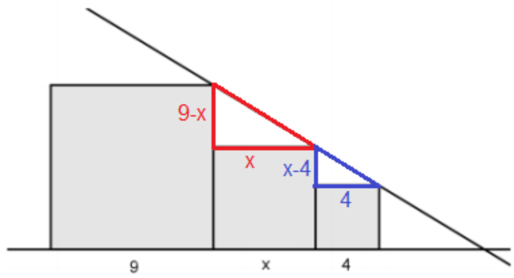
E a área total do quintal será a área desses cinco quadrados, de tal forma que cada um deles é um quadrado de lado 2:

$$\text{Área}_{\text{Total}} = 5 \cdot 2^2 = 20m^2$$

E ficamos com a **Letra A.**

Exercício 07 ===================================

Em vez de olharmos para os quadrados da imagem, vamos prestar atenção nos triângulos retângulos formados acima deles:



E esses dois triângulos têm todos os ângulos iguais, já que são retângulos e os outros ângulos são definidos pela inclinação da reta acima deles.

Com isso, esses triângulos são necessariamente semelhantes, e podemos estabelecer uma relação de proporcionalidade entre os lados equivalentes:

$$\frac{9-x}{x} = \frac{x-4}{4}$$

$$36 - 4x = x^2 - 4x$$

$$36 = x^2$$

$$x = 6$$

Resposta: 6.

Resolução – Matemática Básica
S15.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 08 ====================================

Se o ângulo ACB é reto, o triângulo ACB é retângulo, e o segmento CD é sua altura. Já que sabemos as medidas dos catetos AC e CB, podemos encontrar a medida da hipotenusa:

$$6^2 + 8^2 = \left(\overline{AB}\right)^2$$
$$\overline{AB} = 10$$

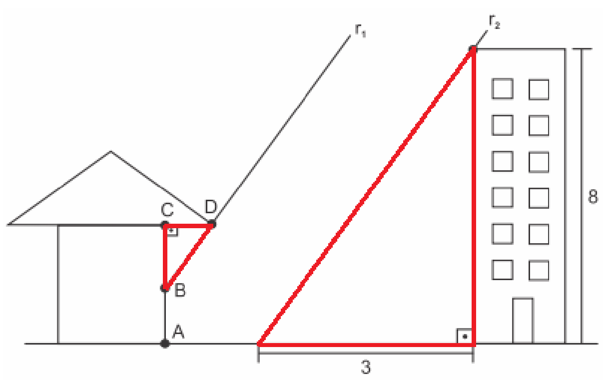
E sabendo a medida da hipotenusa podemos usar a relação métrica do triângulo retângulo que relaciona todos os lados e a altura (hipotenusa vezes a altura é igual a cateto vezes cateto):

$$10 \cdot h = 6 \cdot 8$$
$$h = 4{,}8$$

E ficamos com a **Letra A.**

Exercício 09 ====================================

Os raios de sol sempre formam os mesmos ângulos ao atingirem a Terra, logo analisemos os triângulos marcados na imagem:



Esses dois triângulos são semelhantes, já que ambos têm um ângulo reto e o ângulo de inclinação dos raios solares é constante.

No entanto, note que as posições dos lados equivalentes estão invertidas, e o lado CD do triângulo menor é equivalente ao lado medindo 3 do triângulo maior, e o lado CB equivale a 8.

Para encontrar a medida do lado BC, basta subtrair a medida de BA (1,3 m) da parede inteira (2,9 m)

$$CB = CA - BA$$
$$CB = 2{,}9 - 1{,}3 = 1{,}6m$$

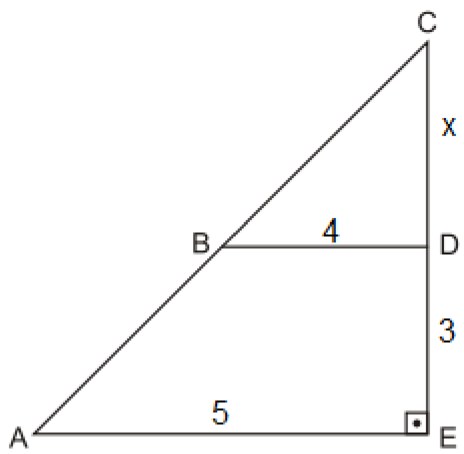
Com isso, podemos montar então a nossa relação de proporcionalidade entre os lados equivalentes dos triângulos semelhantes:

$$\frac{CD}{3} = \frac{1{,}6}{8}$$
$$CD = \frac{4{,}8}{8} = 0{,}6m$$

E ficamos com a **Letra A.**

Exercício 10 ====================================

Assinalando as medidas que a questão deu, nós podemos encontrar a medida CD rapidamente, uma vez que os triângulos BCD (menor) e ACE (maior) são semelhantes. Com isso, o lado CE do maior é equivalente ao lado CD do menor, e o lado BD do menor está equivalente ao lado AE do maior:



$$\frac{CD}{CE} = \frac{BD}{AE}$$
$$\frac{x}{x+3} = \frac{4}{5}$$
$$5x = 4x + 12$$
$$x = 12$$

E agora, sabendo que a medida CD é 12, nós sabemos que o lado CE mede 15.

Com isso, nós temos a medida do cateto AE e do cateto CE, e podemos encontrar a hipotenusa AC por Pitágoras:

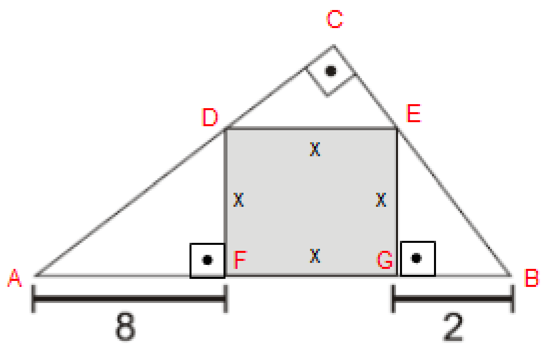
$$\left(\overline{AC}\right)^2 = 15^2 + 5^2$$
$$\left(\overline{AC}\right)^2 = 225 + 25$$
$$\left(\overline{AC}\right)^2 = 250$$
$$\overline{AC} = 5\sqrt{10}$$

E ficamos com a **Letra E.**

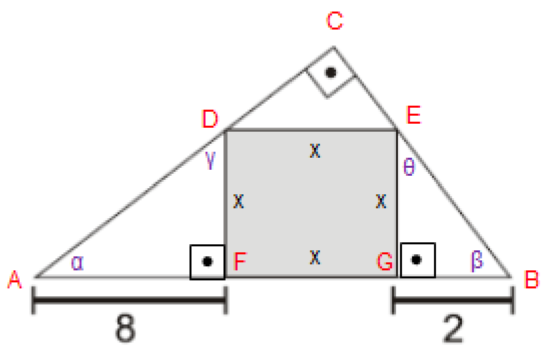
Resolução – Matemática Básica
S15.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 11 ====================================

Primeiro chamamos o lado do quadrado de x:



Agora destacamos alguns ângulos nos triângulos da figura:



Na figura acima, podemos perceber que temos 4 triângulos retângulos: ABC, AFD, EGB e DCE.

Ou seja, pode fazer as seguintes igualdades de ângulos dentro de ABC, AFD e EGB:

$$ABC\begin{cases}\alpha+\beta+90^{o}=180^{o}\\ \alpha+\beta=90^{o}\end{cases}$$

$$AFD\begin{cases}\alpha+\gamma+90^{o}=180^{o}\\ \alpha+\gamma=90^{o}\end{cases}$$

$$EGB\begin{cases}\theta+\beta+90^{o}=180^{o}\\ \theta+\beta=90^{o}\end{cases}$$

Juntando tudo temos:

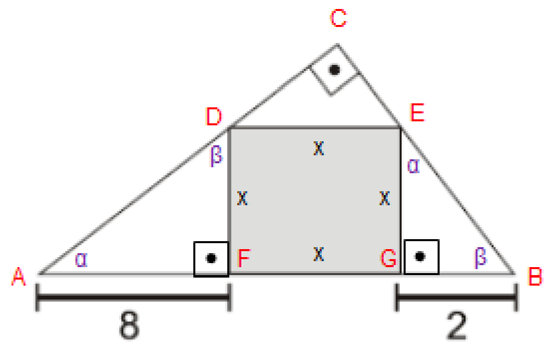
$\alpha+\beta=90^{o}$

$\alpha+\gamma=90^{o}$

$\theta+\beta=90^{o}$

Comparando a 1ª equação acima com a 2ª chegamos à conclusão que $\gamma=\beta$ e comparando a 1ª equação com a 3ª chegamos à conclusão que $\theta=\alpha$

Portanto os triângulos AFD e EGB são semelhantes entre si, pois possuem todos os ângulos congruentes (α,β e 90^{o}).



Fazendo a semelhança agora entre os lados análogos de AFD e EGB:

$$\frac{\text{Lado(AFD)}}{\text{Lado(EGB)}}=\frac{\overline{AD}}{\overline{EB}}=\frac{x}{2}=\frac{8}{x}$$

Resolvendo a última igualdade:

$\frac{x}{2}=\frac{8}{x}$

$x^2=8\cdot 2$

$x^2=16$

$x=\sqrt{16}=4$

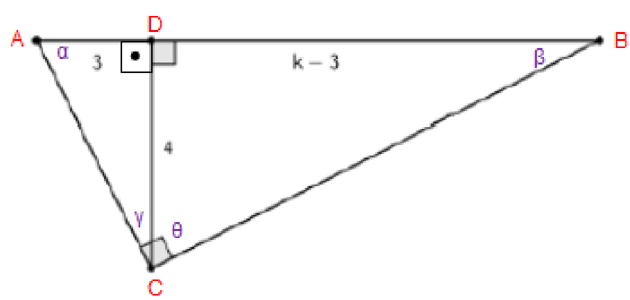
Com isso, o lado do quadrado vale 4.

Resposta: Letra D.

Exercício 12 ====================================

Utilizando a mesma estratégia de resolução do item anterior:

Destacamos alguns ângulos nos triângulos da figura:



Na figura cima, temos 3 triângulos retângulos: ABC, ACD e CBD.

Fazendo a soma dos ângulos interno igual a 180º dentro de cada triângulo:

Resolução – Matemática Básica
S15.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

$$ABC\begin{cases}\alpha+\beta+90^o=180^o\\ \alpha+\beta=90^o\end{cases}$$

$$ACD\begin{cases}\alpha+\gamma+90^o=180^o\\ \alpha+\gamma=90^o\end{cases}$$

$$CBD\begin{cases}\theta+\beta+90^o=180^o\\ \theta+\beta=90^o\end{cases}$$

Juntando tudo temos:

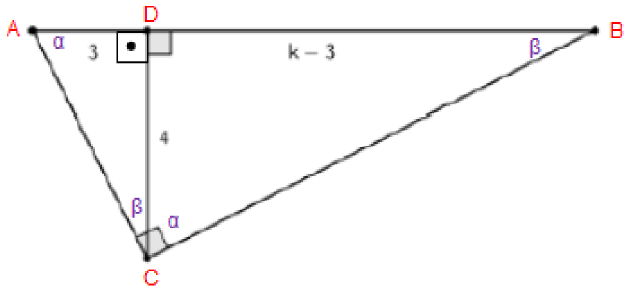
$$\alpha+\beta=90^o$$

$$\alpha+\gamma=90^o$$

$$\theta+\beta=90^o$$

Comparando a 1ª equação acima com a 2ª chegamos à conclusão que $\gamma=\beta$ e comparando a 1ª equação com a 3ª chegamos à conclusão que $\theta=\alpha$

Portanto os triângulos ACD e CBD são semelhantes entre si, pois possuem todos os ângulos congruentes (α, β e 90^o).



Fazendo a semelhança agora entre os lados análogos de ACD e CBD:

$$\frac{Lado(ACD)}{Lado(CBD)}=\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}=\frac{3}{4}=\frac{4}{k-3}$$

Resolvendo a última igualdade:

$$\frac{3}{4}=\frac{4}{k-3}$$

$$3\cdot(k-3)=4\cdot4$$

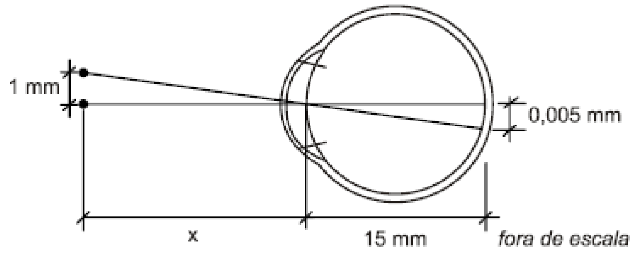
$$3k-9=16$$

$$3k=25$$

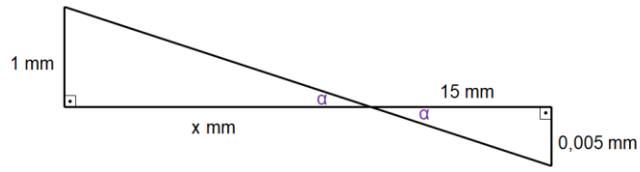
$$k=\frac{25}{3}$$

Resposta: $k=\frac{25}{3}$.

Exercício 13 ====================================



Podemos simplificar a figura cima em apenas 2 triângulos retângulos:



Os dois triângulo retângulo acima são semelhantes pois possuem o ângulo de 90º em comum os ângulos α que são opostos pelo vértice.

Fazendo a semelhança agora entre os lados análogos dos triângulos:

$$\frac{1\,mm}{0{,}005\,mm}=\frac{x\,mm}{15\,mm}$$

$$\frac{1}{0{,}005}=\frac{x}{15}$$

$$0{,}005x=15$$

$$x=\frac{15}{0{,}005}$$

$$x=\frac{15}{5\cdot10^{-3}}$$

$$x=3\cdot10^3$$

$$x=3000\,mm$$

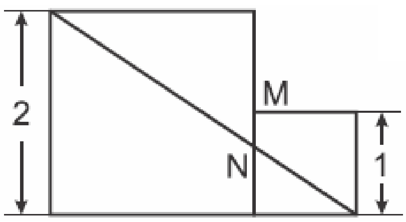
$$x=3\,m$$

A maior distância x será de 3 metros.

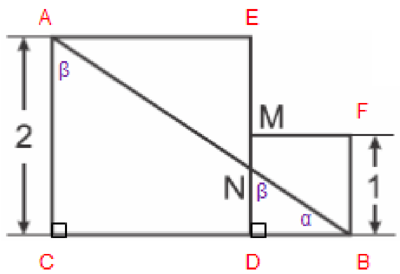
Resposta: Letra C.

Resolução – Matemática Básica
S15.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 14 ===================================



Destacando alguns ângulos na figura acima:



Com isso percebemos a semelhança que existe entre os triângulos retângulos ABC e NBD, pois possuem lado paralelos (por exemplo, ND e AC) e ângulos congruentes 90º e α .

Fazendo a semelhança agora entre os lados análogos de ABC e NBD:

$$\frac{\text{Lado(ABC)}}{\text{Lado(NBD)}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{NB}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{ND}}$$

Substituindo os valores dos lados dos quadrados:

$$\frac{\text{Lado(ABC)}}{\text{Lado(NBD)}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{NB}} = \frac{2+1}{1} = \frac{2}{\overline{ND}}$$

Resolvendo a última igualdade:

$$\frac{2+1}{1} = \frac{2}{\overline{ND}}$$

$$\frac{3}{1} = \frac{2}{\overline{ND}}$$

$$3\overline{ND} = 2 \to \overline{ND} = \frac{2}{3}$$

Como $\overline{MN} + \overline{ND} = 1$, então:

$$\overline{MN} + \frac{2}{3} = 1$$

$$\overline{MN} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Resposta: Letra B.

Exercício 15 ===================================

Colocando os dados do enunciado na figura:

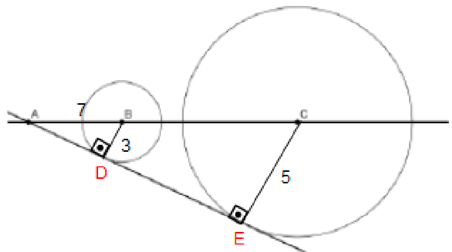


Figura 5

Podemos dizer que os ângulos D e E são retos, ou seja, iguais a 90º, pois eles são pontos de tangência das circunferência,

Ligando o centro da circunferência a um ponto de tangência pelo raio formamos ângulos retos.

Com isso, os triângulos ABD e ACE são semelhantes, lados paralelos e ângulos em comum (90º e ângulo(A)).

Fazendo a semelhança agora entre os lados análogos de ABD e ACE:

$$\frac{\text{Lado(ABD)}}{\text{Lado(ACE)}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{CE}}$$

Substituindo os valores dados no enunciado:

$$\frac{\text{Lado(ABD)}}{\text{Lado(ACE)}} = \frac{7}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = \frac{3}{5}$$

Resolvendo a igualdade:

$$\frac{7}{\overline{AC}} = \frac{3}{5}$$

$$3 \cdot \overline{AC} = 7 \cdot 5$$

$$3\overline{AC} = 35$$

$$\overline{AC} = \frac{35}{3}$$

Como $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$, então:

$$7 + \overline{BC} = \frac{35}{3}$$

$$\overline{BC} = \frac{35}{3} - 7$$

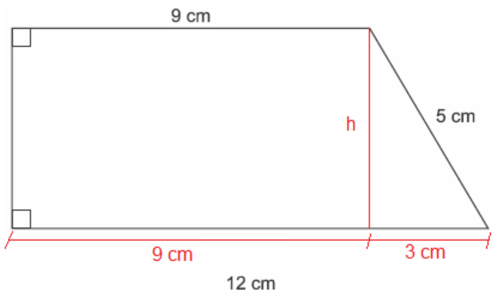
$$\overline{BC} = \frac{35}{3} - \frac{21}{3} = \frac{14}{3}$$

Resposta: $\mathbf{\overline{BC} = \frac{14}{3}}$.

Resolução – Matemática Básica
S15.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 16 ====================================

Para descobrirmos o perímetro do trapézio precisamos ainda encontrar a medida do último lado cuja medida ainda não sabemos. Esse lado desconhecido corresponde à altura do trapézio, então se nós traçarmos uma altura de forma a montar um triângulo retângulo com o outro lado não paralelo, essa altura tem a mesma medida do lado desconhecido:



E a base maior ficará então dividida em dois segmentos, um com medida correspondente à base menor (9 cm), e o outro medirá 3 cm (de forma a totalizar 15 cm). Com isso, nós construímos um triângulo retângulo de lados 3, h e 5, e podemos encontrar a altura por Pitágoras:

$$3^2 + h^2 = 5^2$$
$$h = 4$$

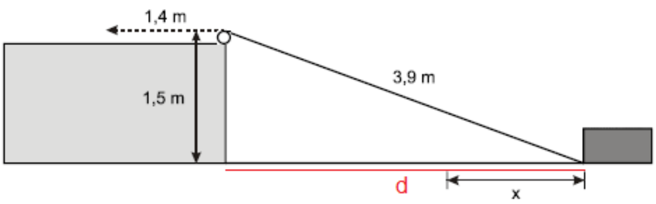
Sabendo a medida da altura, sabemos a medida do lado desconhecido do trapézio, e agora só precisamos somar as medidas de todos os lados:

$$P = 9 + 5 + 12 + 4 = 30$$

E o perímetro será então de 30 cm, **Letra C.**

Exercício 17 ====================================

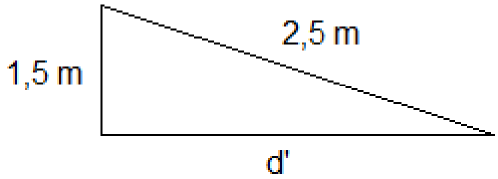
Note que a figura geométrica basilar nessa questão é o triângulo retângulo formado entre a corda, a altura da elevação e a distância entre a elevação e o bloco:



Com isso, nós conseguimos encontrar a distância d original entre a elevação e o bloco, por Pitágoras:

$$d^2 + (1{,}5)^2 = (3{,}9)^2$$
$$d^2 = 15{,}21 - 2{,}25$$
$$d^2 = 6{,}76$$
$$d = 2{,}6$$

Entretanto, após a corda ser puxada, esta diminuirá em 1,4 m, totalizando agora 2,5 m, e a altura da elevação não se altera, logo se esquematizarmos o novo triângulo formado por esses 2 elementos e a nova distância do bloco teremos:



Fazendo Pitágoras mais uma vez:

$$(d')^2 + (1{,}5)^2 = (2{,}5)^2$$
$$(d')^2 = 6{,}25 - 2{,}25$$
$$(d')^2 = 4$$
$$d' = 2$$

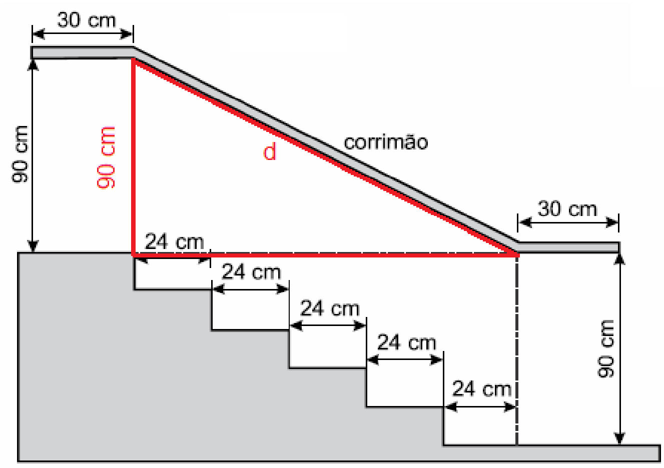
Para finalizar, a distância percorrida pelo bloco será a diferença entre a distância final e inicial:

$$x = d - d'$$
$$x = 2{,}6 - 2$$
$$x = 0{,}6m$$

Resposta: 0,6 m.

Exercício 18 ====================================

Para encontrar o comprimento total do corrimão precisamos ainda descobrir a medida do trecho inclinado, mas note que este é a hipotenusa de um triângulo retângulo:



Note que o cateto horizontal do triângulo é formado pelas distâncias horizontais dos cinco degraus, logo medirá 120 cm.

Sabendo essas medidas, podemos usar Pitágoras para encontrar a distância d do corrimão:

$$d^2 = 90^2 + 120^2$$

E para não perder muito tempo nessa conta, note que esse triângulo é uma variação do triângulo 345, com 90 sendo 30 vezes 3 e 120 sendo 30 vezes 4. Logo, a hipotenusa precisa medir 30 vezes 5, ou 150:

$$d = 150$$

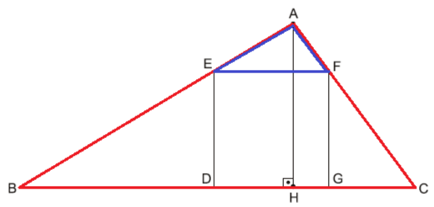
Mas essa distância não representa o comprimento total do corrimão, apenas o trecho inclinado, logo precisamos somar as medidas dos dois trechos retos da imagem:

$$C = 150 + 30 + 30 = 210cm$$

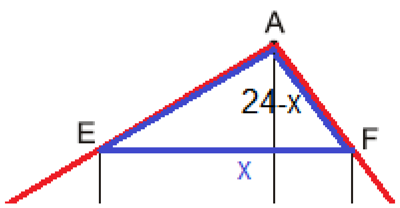
E ficamos com a **Letra D.**

Exercício 19 ===================================

O segredo dessa questão está em relacionar dois triângulos: AEF e ABC:



Esses dois triângulos são semelhantes, uma vez que todos os seus lados são paralelos (AE é paralelo a AB, AF e paralelo a AC, e EF e paralelo a BC). Podemos também chamar de x a medida do lado do quadrado EFDG, e com isso teremos que o lado EF do triângulo menor corresponde a x, e a altura do triângulo menor corresponde à altura do triângulo maior menos x:



Dessa forma, nós sabemos a base do triângulo maior e sua altura, logo podemos estabelecer uma relação de proporcionalidade entre os dois triângulos, uma vez que são semelhantes, relacionando, respectivamente, suas bases e suas altura:

$$\frac{b}{B} = \frac{h}{H}$$

$$\frac{x}{40} = \frac{24 - x}{24}$$

$$24x = 40 \cdot 24 - 40x$$

$$64x = 40 \cdot 24$$

$$x = \frac{\cancel{8} \cdot 5 \cdot \cancel{8} \cdot 3}{\cancel{8} \cdot \cancel{8}}$$

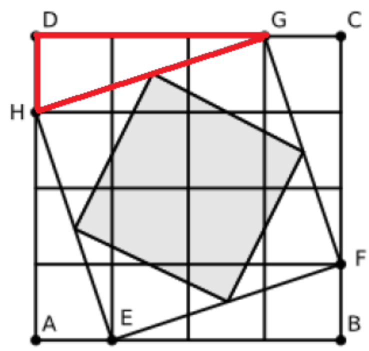
$$x = 15cm$$

Indo agora para as alternativas, vemos que a única válida para o número 15 é a **Letra D.**

Exercício 20 ===================================

Se determinarmos uma unidade de comprimento arbitrária 1 u.c. cuja medida corresponder ao lado de um dos pequenos quadradinhos que compõem a malha da figura, teremos que o quadrado ABCD possui 4 u.c. de lado, já que são necessários quatro quadrados para formar seu lado, e logo sua área será de 16.

Com isso, nós podemos formar um triângulo retângulo entre os lados dos quadrados ABCD e EFGH:



E note que esse triângulo marcado tem catetos medindo 3 (DG) e 1 (DH). Com isso, nós podemos encontrar a hipotenusa:

$$1^2 + 3^2 = a^2$$

$$a^2 = 10$$

$$a = \sqrt{10}$$

E sabendo a medida do lado do quadrado EFGH, é rápido encontrar sua área:

$$A_{EFGH} = a^2 = \left(\sqrt{10}\right)^2 = 10$$

E para encontrar a fração que isso representa do quadrado ABCD, basta dividirmos a área desse quadrado pelo todo:

$$\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

E com isso respondemos a letra A.

E a Letra B vai envolver um processo muito parecido, mas um pouco mais longo. Se a área de ABCD é 80, podemos encontrar seu lado pela fórmula da área do quadrado:

$$A = L^2$$

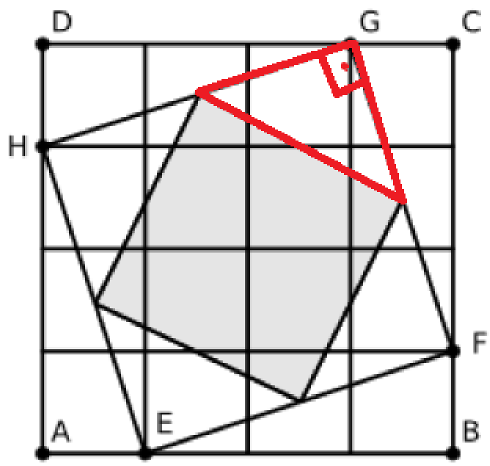
$$80 = L^2$$

$$L = 4\sqrt{5}$$

Mas o lado do quadrado ABCD é composto de 4 quadradinhos, logo cada um deles tem lado igual a raiz de 5. Repetindo o mesmo processo que fizemos no item A, mas agora com valores diferentes, vamos refazer aquele Pitágoras com catetos iguais a 3 quadrados e 1 quadrado, para encontrar o lado de EFGH:

$$\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(3\sqrt{5}\right)^2=\left(L_{EFGH}\right)^2$$
$$5+45=\left(L_{EFGH}\right)^2$$
$$\left(L_{EFGH}\right)^2=50$$
$$L_{EFGH}=\sqrt{25\cdot 2}$$
$$L_{EFGH}=5\sqrt{2}$$

E sabendo o lado de EFGH, nós podemos montar um último Pitágoras, já que o lado do quadrado cinza é a hipotenusa de um triângulo retângulo cujos catetos são a metade do lado de EFGH:



Montando o teorema de Pitágoras teremos:

$$x^2=\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2$$
$$x^2=\frac{25\cdot 2}{4}+\frac{25\cdot 2}{4}$$
$$x^2=\frac{50+50}{4}$$
$$x^2=\frac{100}{4}$$
$$x=\frac{10}{2}=5\text{cm}$$

E ficamos então com 5 cm.