Estratégia
Militares

CURSO EXTENSIVO

ITA 2023

Física

AULA 06
Trabalho, potência e energia

Prof. Toni Burgatto

Sumário

Introdução

Nessa aula, continuaremos com o estudo de dinâmica, abordando os seguintes temas: trabalho, potência e energia.

É muito importante que você tenha todos os conceitos bem enraizados e treine com muitas questões, sem sair do foco dos nossos vestibulares. Nós preparamos muitas questões para você.

Ainda existem questões que cobram os conceitos dessa aula juntamente com quantidade de movimento e energia potencial eletrostática. Vamos deixar essas questões para aulas futuras.

Caso tenha alguma dúvida entre em contato conosco através do fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:

@proftoniburgatto

1. Trabalho e potência

Primeiramente, vamos definir o trabalho de uma força constante. Seja um ponto material que, devido a ação de um sistema de forças, desloca-se descrevendo uma trajetória qualquer, da posição A para a posição B.

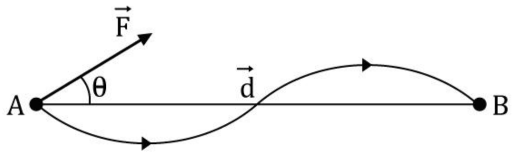


Figura 1: Trabalho da força $\vec{F}$ entre os pontos A e B.

Se indicarmos pode $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$ o vetor deslocamento e por $\vec{F}$ a força constante dentre aquelas que atuam sobre o ponto material. Assim, o trabalho da força constante $\vec{F}$ ao longo do deslocamento $\vec{d}$ é definido por:

$$\boxed{\tau = \vec{F} \cdot \vec{d}}$$

Diante da definição apresentada, observe que o trabalho de uma força é uma grandeza escalar.

Podemos reescrever o produto escalar, para fins de cálculos, em função dos módulos dos vetores:

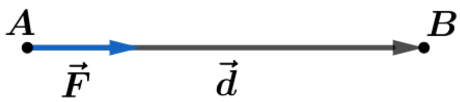
$$\boxed{\tau = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta}$$

Assim, vemos que o ângulo θ é o ângulo formado entre o vetor $\vec{F}$ e o vetor $\vec{d}$.

Note que segundo essa definição, o trabalho depende apenas de $\vec{F}$, $\vec{d}$ e θ. Ou seja, o trabalho de uma força constante não depende da trajetória entre os pontos A e B.

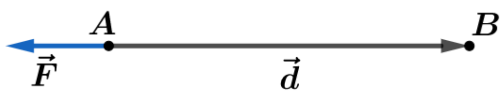
Notoriamente, vemos que:

a) Se $\vec{F}$ e $\vec{d}$ têm a mesma direção e sentido, então $\theta = 0$. Logo, $\cos\theta = \cos 0 = 1$, portanto:



$$\boxed{\tau = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}|}$$

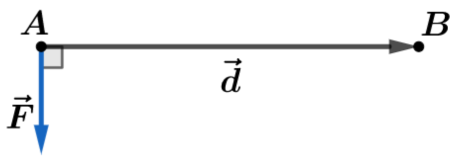
b) Se $\vec{F}$ e $\vec{d}$ têm a mesma direção e sentidos opostos. Nesse caso, $\theta = 180°$ e $\cos 180° = -1$. Pela definição, temos:



$$\tau = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos 180°$$

$$\boxed{\tau = -|\vec{F}| \cdot |\vec{d}|}$$

c) Se $\vec{F}$ é perpendicular a $\vec{d}$, então $\theta = 90\ °$, temos $\cos 90° = 0$. Portanto:



$$\tau = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos 90° = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot 0$$

$$\boxed{\tau = 0}$$

1.1. Trabalho motor e resistente

Se $0 \leq \theta < 90°$, então $\cos\theta > 0$, portanto o trabalho da força $\vec{F}$ é positivo. Assim, dizemos que a força $\vec{F}$ realiza um ***trabalho motor***. Nesse caso, a força $\vec{F}$ favorece o deslocamento, como no exemplo de um jovem puxando uma caixa, na figura abaixo:

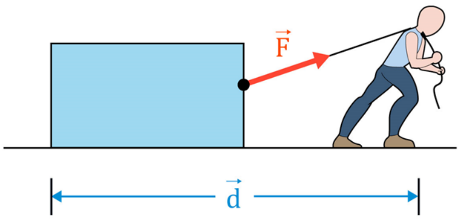


Figura 2: Homem puxando bloco, realizando um trabalho motor.

Por outro lado, se $90° < \theta \leq 180°$, então $\cos\theta < 0$ e o trabalho da força $\vec{F}$ é negativo. Nesse caso, o trabalho é denominado ***resistente***. Dizemos que a força $\vec{F}$ desfavorece o deslocamento, conforme mostra a figura abaixo:

Figura 3: Força $\vec{F}$ realizando o trabalho resistente.

De uma forma geral, podemos dizer que o trabalho de uma força é uma medida da energia transferida ou transformada em um processo.

A unidade de trabalho é definida pelo produto da unidade de força pela unidade de comprimento:

$$\text{u(trabalho)} = \text{u(Força)} \cdot \text{u(distância)}$$

$$\text{u(trabalho)} = \text{N} \cdot \text{m}$$

No SI, o produto $N \cdot m$ recebe o nome de joule (J):

$$1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$$

1.2. O trabalho de uma força variável

Considere um ponto material sujeito a um sistema de forças, descrevendo uma trajetória qualquer, da posição A para a posição B, como mostra a figura abaixo:

Figura 4: Deslocamento de A para B.

Seja $\vec{F}$ uma força variável dentre outras que agem sobre o ponto material. Conforme vimos na definição de trabalho de uma força constante, o trabalho é o produto escalar da força pelo deslocamento.

Assim, para o cálculo do trabalho da força variável, ao longo do deslocamento AB, devemos dividir a trajetória em pequeninos trechos, de tal forma que possam ser considerados retilíneos e a força $\vec{F}$, em cada um desses trechos, possa ser considerada constante. Esquematicamente teríamos que:

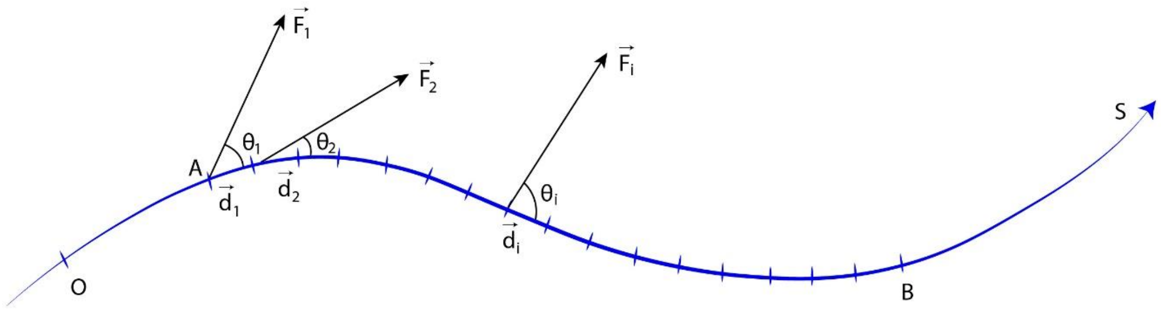


Figura 5: Trabalho de uma força variável é a soma de infinitos trabalhos menores, tomadas as forças para elementos de deslocamento tão pequenos quanto se queira.

Dessa forma, temos que:

$$\tau_{\vec{F}} = \tau_{\vec{F}_1} + \tau_{\vec{F}_2} + \cdots + \tau_{\vec{F}_i} + \cdots$$

$$\tau_{\vec{F}} = \vec{F}_1 \cdot \vec{r}_1 + \vec{F}_2 \cdot \vec{r}_2 + \cdots + \vec{F}_i \cdot \vec{r}_{i1} + \cdots$$

$$\tau_{\vec{F}} = \left|\vec{F}_1\right| \cdot |\vec{r}_1| \cdot \cos\theta_1 + \left|\vec{F}_2\right| \cdot |\vec{r}_2| \cdot \cos\theta_2 + \cdots + \left|\vec{F}_i\right| \cdot |\vec{r}_i| \cdot \cos\theta_i + \cdots$$

Note que:

- $|\vec{F}_1| \cdot \cos\theta_1 = F_{tg_1}$ é a componente tangencial de $\vec{F}_1$
- $|\vec{F}_2| \cdot \cos\theta_2 = F_{tg_2}$ é a componente tangencial de $\vec{F}_2$
- $|\vec{F}_i| \cdot \cos\theta_i = F_{tg_i}$ é a componente tangencial de $\vec{F}_i$

Então, podemos dizer que:

$$\tau_{\vec{F}} = |F_{tg_1}| \cdot + F_{tg_2} + \cdots + F_{tg_i} + \cdots$$

Se construirmos um gráfico da componente tangencial de $\vec{F}$ em função do espaço, então teríamos que:

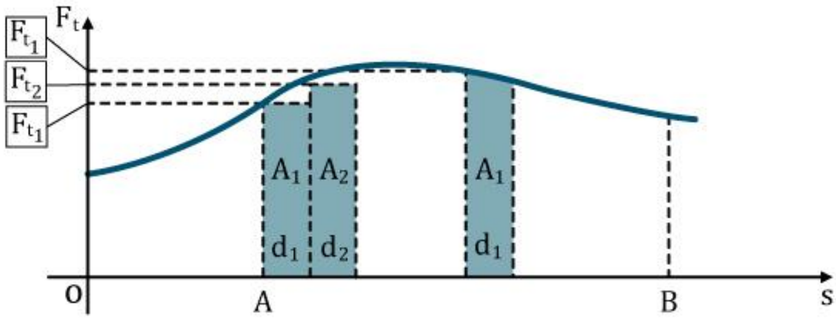


Figura 6: Gráfico da força projetada na direção do deslocamento (tangencial) em função do deslocamento.

Pelo gráfico, vemos que as áreas dos retângulos são $A_1 = |\vec{F}_{tg_1}| \cdot |\vec{r_1}|$, $A_2 = |\vec{F}_{tg_2}| \cdot |\vec{r_2}|$,..., $A_i = |\vec{F}_{tg_i}| \cdot |\vec{r_i}|$. Portanto:

$$\tau_{\vec{F}} = A_1 + A_2 + \cdots + A_i + \cdots$$

Cada vez que dividimos a trajetória em um número maior de pequenos de deslocamentos, ou seja, pegamos deslocamentos ainda menores, obteremos um valor mais exato para o trabalho da força $\vec{F}$.

Dessa forma, quando pegamos um número de deslocamentos tendendo ao infinito, o trabalho da força $\vec{F}$, entre as posições A e B, será, numericamente, igual à área da superfície entre a curva e o eixo do deslocamento.

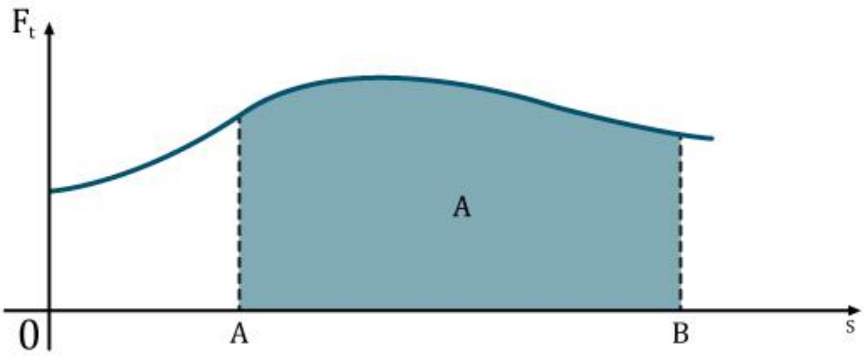


Figura 7: Área sombreada é numericamente igual ao trabalho da força $\vec{F}$.

Matematicamente, podemos escrever que:

$$\boxed{\tau_{\vec{F}} = \int_{r_A}^{r_B} F_{tg}\, dr} \text{ ou } \boxed{\tau_{\vec{F}} = \int_{A}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{r}}$$

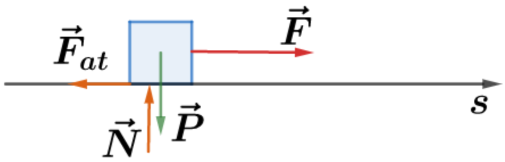
Consideração: você não precisa saber resolver uma integral. Você precisa saber que em um gráfico de força tangente pelo deslocamento, a área corresponde numericamente ao trabalho da força.

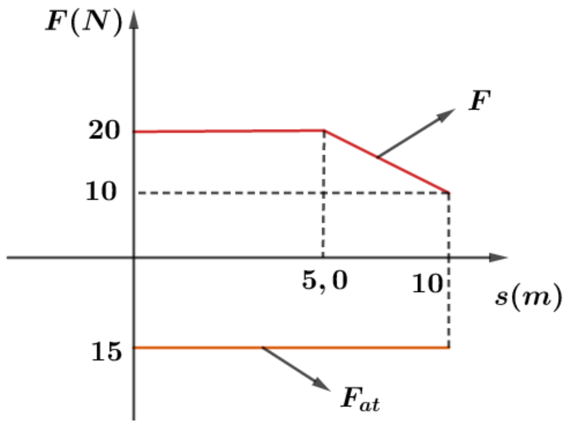
ESCLARECENDO!

1)

Considere um corpo em movimento em retilíneo ao longo do eixo Ox e as forças $\vec{F}$ e $\vec{F}_{at}$ atuam nele, conforme o esquema abaixo.

Os módulos das forças $\vec{F}$ e $\vec{F}_{at}$ estão representados no gráfico abaixo, em função de x.





Determine:

a) o trabalho da força $\vec{F}$ no deslocamento de 0 a 10 metros.

b) o trabalho da força $\vec{F}_{at}$ no deslocamento de 0 a 10 metros.

c) o trabalho da força resultante no deslocamento de 0 a 10 metros.

Comentários:

a) A área do gráfico é numericamente igual ao trabalho da força em questão. Portanto:

$$\tau_{\vec{F}} = 20 \cdot 5 + \left(\frac{20+10}{2}\right) \cdot (10-5) = 100 + 75 = 175 \text{ J}$$

Repare que o trabalho de $\vec{F}$ ao longo do deslocamento em questão é um trabalho motor.

b) Novamente, temos que:

$$\tau_{\vec{F}_{at}} = (-15) \cdot 10 = -150 \text{ J}$$

Note que o trabalho de $\vec{F}_{at}$ ao longo do deslocamento em questão é um trabalho resistente.

c) Para calcular o trabalho da força resultante, basta fazer a soma algébrica dos trabalhos de cada força:

$$\tau_{\vec{F}_R} = \tau_{\vec{F}} + \tau_{\vec{F}_{at}} = 175 + (-150) = 25 \text{ J}$$

Perceba que o trabalho de $\vec{F}_R$ ao longo do deslocamento em questão é um trabalho motor.

1.3. Trabalho de um força normal à trajetória

No caso de uma força normal à trajetória, teremos sempre que o ângulo $\theta = 90°$, mesmo se dividirmos o deslocamento em trechos bem pequenos. Por isso, o trabalho de uma força normal à trajetória será sempre nulo:

$$d\tau_{Normal} = \left|\vec{F}_{normal}\right| \cdot |d\vec{r}| \cdot \cos\theta \Rightarrow d\tau_{Normal} = \left|\vec{F}_{normal}\right| \cdot |d\vec{r}| \cdot \cos 90° \Rightarrow \boxed{d\tau_{Normal} = 0}$$

Um exemplo prático é o trabalho da força centrípeta. Ao longo de todo o deslocamento, em cada instante, a força centrípeta é sempre normal ao deslocamento. Logo, seu trabalho é nulo.

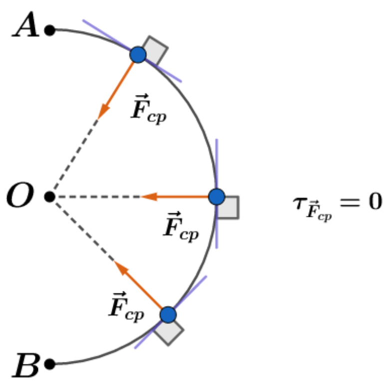


Figura 8: O trabalho da resultante centrípeta é nulo.

Outro exemplo conhecido ocorre no pêndulo simples. O trabalho da força de tração $\vec{T}$ ao longo do deslocamento da massa é nulo, já que ela atua na direção radial, apontando para o centro de giração do pêndulo.

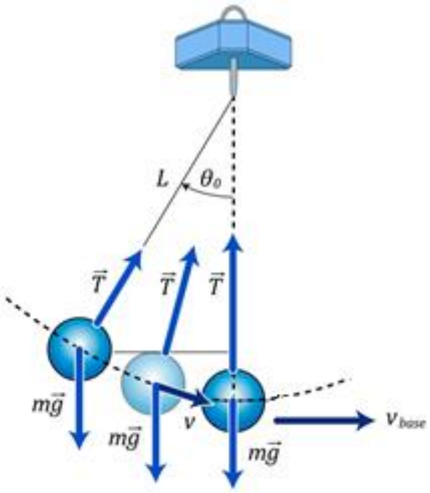


Figura 9: Trabalho da força de tração no deslocamento da massa de um pêndulo é nulo.

1.4. Trabalho realizado por uma mola que obedece à Lei de Hooke

Considere um bloco sobre uma superfície horizontal sem atrito, preso a uma mola, como mostra o esquema abaixo:

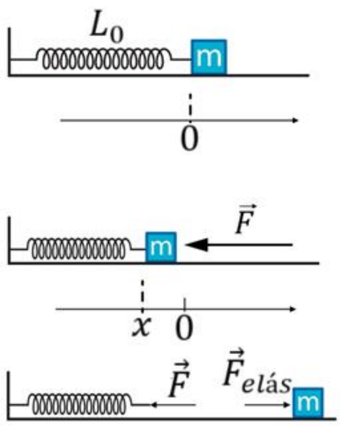


Figura 10: Quando a mola está relaxada, ela não exerce força sobre o bloco. Ao ser comprimida, de modo que $\boldsymbol{x}$ é negativo, ela exerce uma força de magnitude $-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}$, de modo que $\boldsymbol{x}$ é negativo, portanto, $-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}$ é positivo.

De acordo com a Lei de Hooke, a força exercida pela mola sobre o bloco é expressa por:

$$F_x = -kx$$

Em que k é a constante elástica da mola, uma constante positiva e x é a distensão da mola.

Note que orientamos o segmento x. Logo, se a mola é esticada, então x é positivo e a componente F_x da força exercida pela mola é negativa. Por outro lado, se a mola é comprimida, então x é negativo e a componente F_x da força exercida pela mola é positiva.

Note que no bloco ainda atua a força normal da mesa $\vec{N}$ e a força peso $\vec{P}$. Entretanto, essas forças são perpendiculares ao movimento e não realizam trabalho ao longo do deslocamento do bloco sobre a mesa.

Como a força elástica varia linearmente com x, então podemos fazer um gráfico da componente F_x em função do deslocamento.

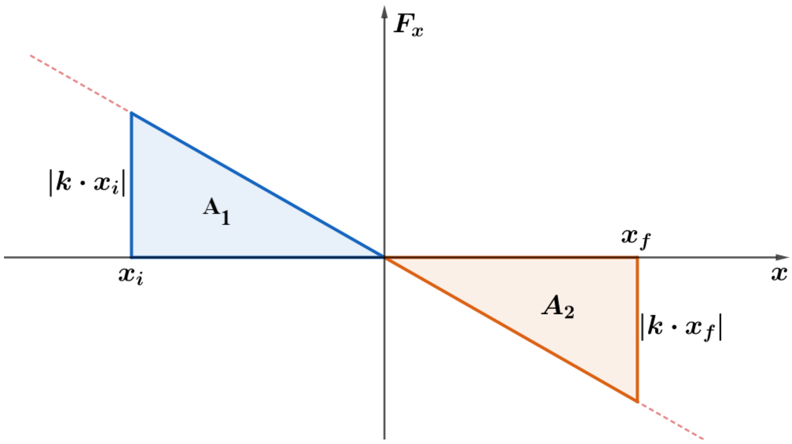


Figura 11: Gráfico do módulo da força elástica pela deformação.

Se desejarmos saber o trabalho pela mola ao longo da posição inicial até a posição final, basta calcular a soma algébrica das áreas do gráfico hachuradas:

$$\tau_{pela\ mola} = |A_1| - |A_2| = \frac{kx_i \cdot x_i}{2} - \frac{kx_f \cdot x_f}{2}$$

$$\boxed{\tau_{pela\ mola} = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2}$$

Se você puxa uma mola inicialmente relaxada, esticando até a distensão final x_f, qual será o trabalho realizado pela força de valor média $\vec{F}_{VM}$ que atua sobre a mola? Sabemos que a força de sua mão sobre a mola é proporcional a elongação (kx, ela tem a mesma intensidade, mas sentido contrário a força da mola sobre sua mão).

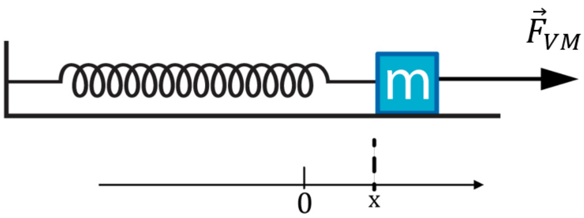


Figura 12: Representação da força de valor média ao distender uma mola.

Ao aumentar a elongação de 0 até x_f, a força sobre a mola cresce linearmente de 0 até kx_f. Portanto, o valor médio da força que atua sobre a mola é dado por $\frac{0+kx_f}{2} = \frac{kx_f}{2}$. Assim, o trabalho realizado por esta força é dado pelo produto deste valor médio pelo deslocamento x_f.

$$\tau_{\vec{F}_{VM}} = \left(\frac{kx_f}{2}\right) \cdot x_f$$

$$\boxed{\tau_{\vec{F}_{VM}} = \frac{1}{2}kx_f^2}$$

A força elástica é uma força do tipo conservativa (falaremos mais sobre o conceito de forças conservativas e não conservativas futuramente). Para forças conservativas, o trabalho não depende da trajetória.

Por exemplo, podemos pegar um corpo de massa m, ligado a uma mola, desliza sobre uma guia circular conforme o esquema abaixo:

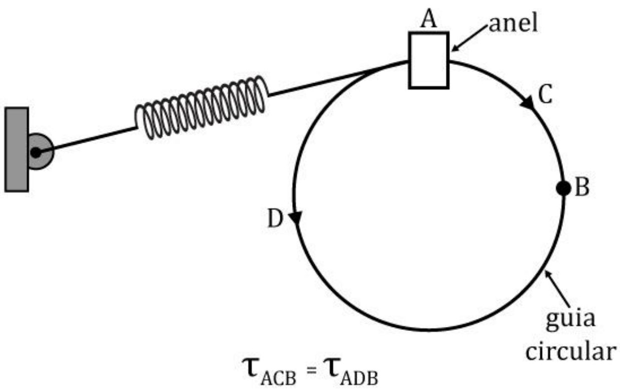


Figura 13: O trabalho da força elástica ao longo do caminho ACB é o mesmo se tomarmos o caminho ADB.

Diante disso, o trabalho da força elástica ao longo da trajetória ACB é igual ao trabalho ao longo de ADB.

$$\boxed{\left(\tau_{\vec{F}_{elas}}\right)_{ACB} = \left(\tau_{\vec{F}_{elas}}\right)_{ADB}}$$

1.5. Trabalho da força peso

Como vimos, o trabalho de uma força constante é dado por:

$$\tau_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \vec{d} = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta$$

Vamos considerar um corpo de massa m que parte da posição A e chega à posição B, de acordo com a figura abaixo:

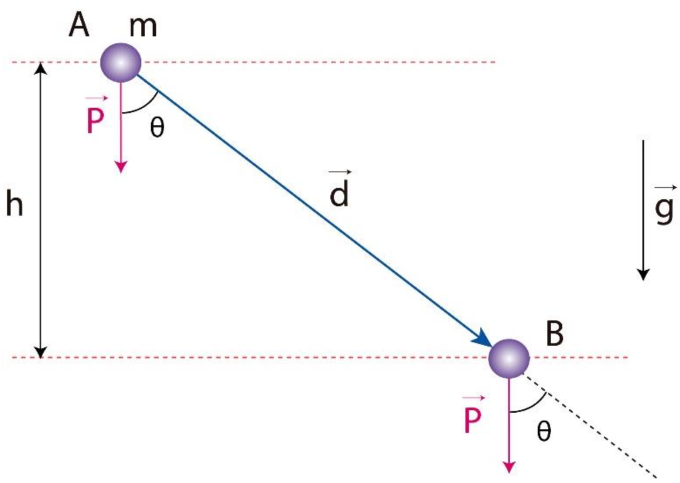


Figura 14: Trabalho da força peso do nível A para o nível B.

Se considerarmos que a aceleração da gravidade $\vec{g}$ é constante, então teremos que o peso é constante de $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$. Seja $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$ o vetor deslocamento, θ o ângulo entre os vetores $\vec{P}$ e $\vec{d}$, e h é o desnível entre as posições A e B.

Utilizando a definição de trabalho de uma força constante, temos que:

$$\tau_{\vec{P}} = |\vec{P}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta$$

Observando a geometria da figura, podemos dizer que:

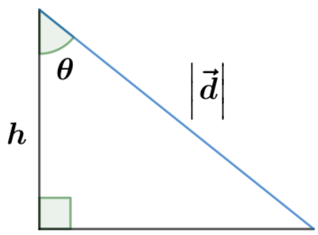


Figura 15: Relação geométrica entre altura dos desníveis e deslocamento do corpo.

$$h = |\vec{d}| \cdot \cos\theta$$

Portanto, podemos escrever o trabalho da força peso em função do desnível h:

$$\tau_{\vec{P}} = |\vec{P}| \cdot h$$

Chamando $|\vec{g}| = g$, finalmente:

$$\boxed{\tau_{\vec{P}} = m \cdot g \cdot h}$$

Esse resultado mostra que o trabalho da força peso não depende da trajetória. Poderíamos ter escolhido outro caminho ligando o ponto A ao B e o trabalho seria o mesmo.

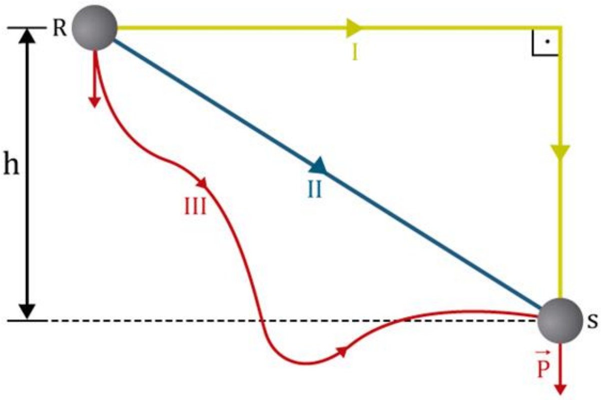


Figura 16: A força peso é uma força conservativa, por isso, seu trabalho independe da trajetória.

Em qualquer uma das trajetórias (I, II, III), o trabalho da força peso $\vec{P}$ vale $\tau_{\vec{P}} = m \cdot g \cdot h$.

Quando o trabalho da força não depende da trajetória, dizemos que a força é ***conservativa***. Definiremos o conceito de força conservativa no próximo capítulo.

Caso o corpo sofrer um deslocamento oposto, ou seja, ir de B para A, o trabalho da força peso seria expresso por:

$$\tau_{\vec{P}} = |\vec{P}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(180° - \theta)$$

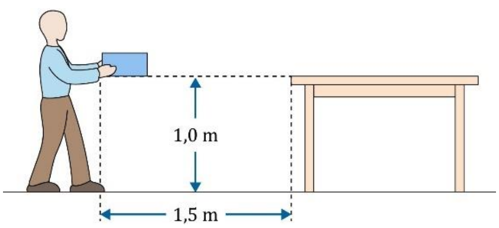
Da trigonometria, sabemos que $\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$. Logo:

$$\tau_{\vec{P}} = |\vec{P}| \cdot |\vec{d}| \cdot (-\cos\theta)$$

$$\boxed{\tau_{\vec{P}} = -|\vec{P}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta}$$

Importantíssimo: **o trabalho da força peso não depende da trajetória.**

2)



Um homem ergue uma caixa de massa $8\ kg$, a uma altura de $1\ m$, para colocá-la sobre uma mesa distante $1{,}5\ m$ do local. Adotando $g = 10\ m/s^2$, é correto afirmar que o trabalho realizado pela força peso, até a superfície superior da mesa, é:

a) -80 J b) 80 J c) 120 J d) 200 J e) -120 J

Comentários:

O trabalho da força depende apenas da diferença de níveis. Como o homem levanta o corpo, temos que:

$$\tau_{\vec{P}} = |\vec{P}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta$$

$$\tau_{\vec{P}} = (8 \cdot 10) \cdot 1 \cdot \cos(180°)$$

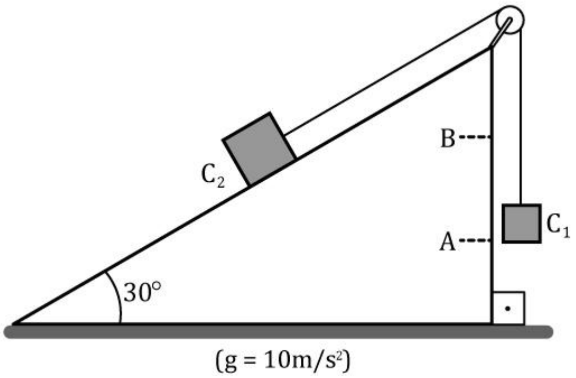
$$\boxed{\tau_{\vec{P}} = -80 \text{ J}}$$

Note que não contabiliza no cálculo do trabalho da força peso o fato do homem carregar o corpo na horizontal até a mesa.

Gabarito A.

3)

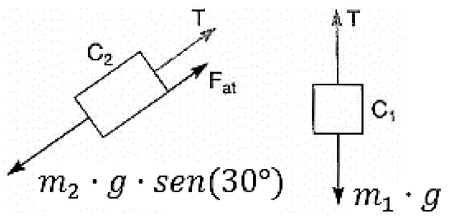
No sistema ao lado, de fio e polia ideais, o corpo C_1 de massa 5,0 kg sobe 50 cm, desde o ponto A até o ponto B, com velocidade constante. O trabalho realizado pela força de atrito existente entre o corpo C_2, de massa 20 kg, e o plano inclinado, neste intervalo foi:



a) -15 J b) 20 J c) -25 J d) 40 J e) -50 J

Comentário:

Para determinarmos o trabalho da força de atrito, utilizaremos a definição de trabalho como o produto da força pelo deslocamento. Portanto, é necessário conhecer o valor da força de atrito que age no corpo durante o deslocamento. Para isso, vamos fazer um diagrama de forças que atuam nos corpos C_1 e C_2:



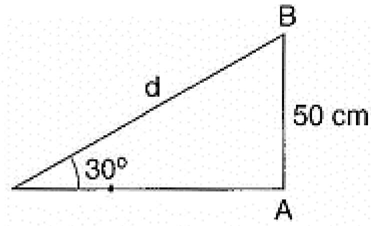
Como os blocos estão presos por fios inextensíveis e se movem com velocidade constante, a aceleração de cada bloco ao longo de seus deslocamentos é nula. Portanto, temos que:

$$\begin{cases} m_2 \cdot g \cdot sen(30°) = F_{at} + T \\ m_1 \cdot g = T \end{cases} \Rightarrow F_{at} = (m_2 \cdot sen(30°) - m_1) \cdot g$$

Substituindo valores, temos que:

$$F_{at} = \left(20 \cdot \frac{1}{2} - 5\right) \cdot 10 = 50\ \text{N}$$

Agora, precisamos saber o deslocamento do bloco C_2. Você poderia ser levado a usar uma relação trigonométrica para achar esse tamanho:



Mas cuidado! Isso está errado. Como o fio é **inextensível**, o bloco C_2 deslocará o mesmo que o fio C_1. Portanto, desloca de $0{,}50\ m$.

Note ainda que a força de atrito $\vec{F}_{at}$ tem sentido contrário ao deslocamento $\vec{d}$. Portanto:

$$\tau_{\vec{F}_{at}} = F_{at} \cdot d \cdot \cos 180°$$

$$\tau_{\vec{F}_{at}} = 50 \cdot 0{,}50 \cdot (-1)$$

$$\boxed{\tau_{\vec{F}_{at}} = -25\ \text{J}}$$

Gabarito C.

Mais tarde veremos o conceito de energia potencial e energia cinética, ampliando nosso entendimento do trabalho de forças conservativas.

1.6. Potência de uma força

Como vimos, a definição de trabalho não relaciona nada quanto ao tempo que ele leva para ser realizado. Se você empurra um caixote ao longo de uma certa distância, demorando duas horas, você realizaria o mesmo trabalho caso empurrasse o mesmo caixote, ao longo da mesma distância, mas em uma hora. Afinal, o que mudou de uma situação para outra?

Na Física, a taxa (variação de alguma coisa no tempo) na qual uma força realiza trabalho é denominada de **potência** P. Observe que trabalho é uma medida da energia transferida por uma força e potência é a taxa de transferência de energia.

Considere um corpo se movendo com velocidade instantânea $\vec{v}$. Em um curto intervalo de tempo dt, a partícula sofrerá um deslocamento $d\vec{l} = \vec{v}dt$. Dessa forma, o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ que atua sobre o corpo, durante o intervalo de tempo dt, é dado pelo produto escalar da força $\vec{F}$ e pelo vetor deslocamento $d\vec{l}$:

$$d\tau_F = \vec{F} \cdot d\vec{l} = \vec{F} \cdot \vec{v}dt$$

Então, a potência é definida como:

$$\boxed{P = \frac{d\tau_F}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}}$$

Pela definição de produto escalar, podemos reescrever a fórmula da potência da seguinte forma:

$$\boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\theta}$$

Em que θ é o ângulo formado entre a força $\vec{F}$ e a velocidade vetorial instantânea $\vec{v}$.

Quando $\theta = 90°$, ou seja, $\vec{F}$ é normal a $\vec{v}$, o produto escalar $\vec{F} \cdot \vec{v}$ é nulo, já que $\cos 90° = 0$.

Verificamos este caso com a força centrípeta.

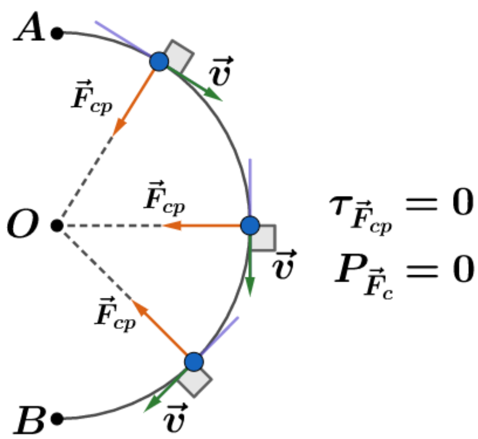


Figura 17: Propriedades importantes no movimento circular.

Para uma força centrípeta, a potência e o trabalho que ela realiza são nulos.

1.6.1. Potência média de uma força

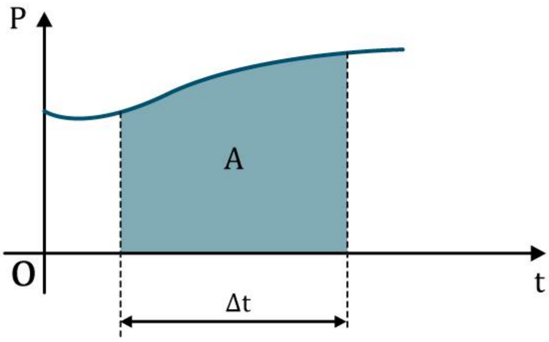
Se uma força $\vec{F}$ realiza um trabalho no intervalo de tempo Δt. Definimos como potência média da força $\vec{F}$ no intervalo de tempo Δt a grandeza:

$$\boxed{P_m = \frac{\tau_F}{\Delta t}}$$

1.7. Gráfico da potência em função do tempo

Em um gráfico cartesiano da potência instantânea pelo tempo, a área A num determinado intervalo de tempo Δt considerado é numericamente igual ao trabalho realizado.

Representando graficamente a potência instantânea em função do tempo, temos que:



A = τ (numericamente)

Figura 18: A área de um gráfico $\boldsymbol{P} - \boldsymbol{t}$ é numericamente igual ao trabalho da força.

$$\boxed{Trablho \overset{N}{=} Área}$$

1.8. Unidades

A unidade de potência é dada pela razão entre a unidade de trabalho e tempo:

$$u(potência) = \frac{u(trabalho)}{u(tempo)} = \mathrm{J/s}$$

No SI, a unidade de potência J/s recebe o nome de watt (W). Então:

$$1\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{J/s}$$

$$1\ \mathrm{quilowatt} = 1\ \mathrm{kW} = 10^3\ \mathrm{W}$$

Existe uma outra unidade para potência, que é bem conhecida, denominada de cavalo-vapor (cv) e o *horse-power* (HP) (não é apenas uma tradução de inglês para português, essas unidades são definidas de formas diferentes).

O cavalo-vapor é definido como a potência necessária para erguer de 1 m um corpo de massa 75 kg, em 1 s, em um local onde a aceleração da gravidade é de 9,8 m/s^2:

$$P_m = \frac{\tau_F}{\Delta t} = \frac{F \cdot d}{\Delta t} = \frac{m \cdot g \cdot \Delta h}{\Delta t}$$

$$1 \text{ cv} = \frac{(75\ kg)(9{,}8\ m/s^2)(1\ m)}{1\ s}$$

$$\boxed{1 \text{ cv} = 735 \text{ W}}$$

O *horse-power* pertence ao sistema técnico inglês e vale 746 W:

$$\boxed{1 \text{ HP} = 746 \text{ W}}$$

ESCLARECENDO!

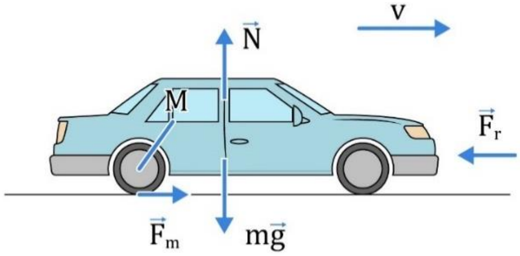
4)

Um automóvel move-se com velocidade constante de $20\ m/s$, com uma potência de $2{,}0 \cdot 10^4$ W.

Se a trajetória for retilínea e horizontal, calcule a intensidade da força motora que propulsiona o móvel e a intensidade da força que se opõe ao deslocamento.

Comentários:

Para melhor visualizar a situação, podemos representar as forças atuando no carrinho:



Em que $\vec{F}_M$ é a força motora que propulsiona o carro, $\vec{F}_r$ é a força de resistência do ar e atritos, $m \cdot \vec{g}$ é a força peso e $\vec{N}$ é a força normal do solo no carro.

Dado que $P = F_M . v$, com $P = 2{,}0 \cdot 10^4$ W e $v = 20\ m/s$, então a força motora que propulsiona o móvel para frente é de:

$$2{,}0 \cdot 10^4 = F_M \cdot 20 \therefore \boxed{F_M = 1 \text{ kN}}$$

Como o carro realiza um movimento retilíneo e uniforme, então a aceleração resultante é nula, ou seja, a força resultante é nula. Portanto, $\vec{F}_M$ e$\vec{F}_r$ devem ter mesmas intensidades e sentidos contrários. Logo:

$$\boxed{F_r = F_M = 1 \text{ kN}}$$

5)

Em uma usina hidrelétrica, a queda d'água tem altura de 20 metros. Considerando que a vazão de água é de $20 \cdot 10^3\ m^3/s$, determine a potência disponível, admitindo que não haja perdas?

Adote: densidade da água $1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$ e aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$.

Comentários:

Podemos dizer que a potência disponível é dada por:

$$P = \frac{\tau_{mg}}{\Delta t}$$

Em que $\tau_{mg} = m \cdot g \cdot h$ é o trabalho da gravidade. Sendo $d = \frac{m}{V}$, podemos dizer que:

$$\tau_{mg} = d \cdot V \cdot g \cdot h$$

Portanto:

$$P = \frac{d \cdot V \cdot g \cdot h}{\Delta t} = d \cdot \left(\frac{V}{\Delta t}\right) \cdot g \cdot h$$

Note que a razão do volume pelo tempo é a vazão de água ($z = \frac{V}{\Delta t}$). Logo:

$$\boxed{P = d \cdot z \cdot g \cdot h}$$

Substituindo valores, encontramos que:

$$P = (1{,}0 \cdot 10^3) \cdot (20 \cdot 10^3) \cdot (10) \cdot (20)$$

$$P = 4{,}0 \cdot 10^9\ \text{W ou } P = 4{,}0\ \text{GW}$$

6)

Um automóvel possui um motor de potência máxima P_0. O motor transmite sua potência completamente às rodas. Movendo-se em uma estrada retilínea horizontal, na ausência de vento, o automóvel sofre a resistência do ar, que é expressa por uma força cuja magnitude é $F = Av^2$, onde A é uma constante positiva e v é o módulo da velocidade do automóvel. O sentido dessa força é oposto ao da velocidade do automóvel. Não há outra força resistindo ao movimento. Nessas condições, a velocidade máxima que o automóvel pode atingir é v_0. Se quiséssemos trocar o motor desse automóvel por um outro de potência máxima P, de modo que a velocidade máxima atingida nas mesmas condições fosse $v = 2v_0$, a relação entre P e P_0 deveria ser:

a) $P = 2P_0$ b) $P = 4P_0$ c) $P = 8P_0$ d) $P = 12P_0$ e) $P = 16P_0$

Comentários:

O carro possui uma potência máxima que é transmitida integralmente para as rodas. Quando o carro começa a se mover, a força motora do carro é muito maior que a força de resistência do ar.

Entretanto, à medida que o carro vai aumentando a velocidade, a força de resistência vai aumentando, segundo a expressão $F = Av^2$. Até o momento que a velocidade é máxima, nesse ponto, a aceleração deve ser nula, pois se ainda houvesse aceleração e, portanto, poderíamos aumentar a velocidade, ou seja, ela ainda não seria máxima. (Além disso, vimos em cinemática que se a velocidade é máxima, a aceleração será nula, já que a aceleração é a deriva da velocidade em relação ao tempo).

Portanto, quando estamos na máxima velocidade, a força de resistência do ar é igual a força motora do automóvel. Portanto:

$$P = F_M v$$

$$P = Fv$$

$$P = (Av^2) \cdot v$$

$$P = Av^3$$

Para a primeira situação:

$$P_0 = Av_0^3$$

Para a segunda situação:

$$P = Av^3, \text{ com } v = 2v_0$$

Então:

$$P = Av^3 = A(2v_0)^3 = 8Av_0^3 = 8P_0$$

$$\therefore \boxed{P = 8P_0}$$

Gabarito C.

2. Energia

Trata-se de um dos conceitos mais importantes da ciência. Qualquer processo físico envolve energia.

O conceito de energia começa a se tornar mais compreensivo no século XIX, com os experimentos de James Prescott Joule sobre conversões de trabalho mecânico em calor e vice-versa, dando um norte para os conceitos atuais do princípio de conservação de energia.

Basicamente, dizemos que a energia se manifesta em diferentes formas:

- Energia térmica;
- Energia luminosa;
- Energia elétrica;
- Energia mecânica;
- Energia química;
- Energia nuclear, entre outras.

Um dos princípios mais amplos e fundamentais da Física é o da Conservação da Energia:

A energia total do Universo é **constante**, ou seja, durante os processos físicos podem apenas haver mudanças nas modalidades de energia.

Neste capítulo, vamos estudar algumas formas importantes de energia e o princípio da conservação e energia, temas de extrema importante para nossos vestibulares.

2.1. Energia Cinética

Nesse momento estudaremos apenas a energia cinética de translação.

Seja um carrinho de massa m com velocidade $\vec{v}_i$ no ponto A de uma superfície horizontal sem atrito. Aplicamos uma força $\vec{F}$ também horizontal e de módulo constante.

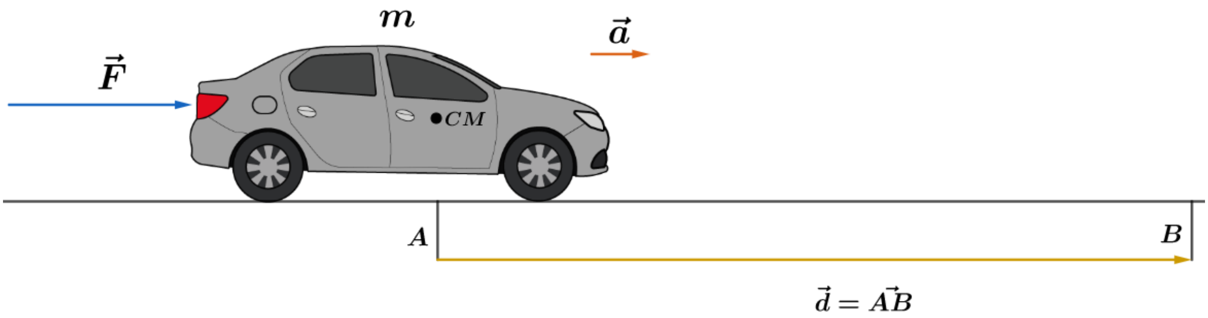


Figura 19: Carro sujeito a força $\vec{F}$ ao londo do deslocamento AB.

Devido à ação de $\vec{F}$, o carrinho terá uma aceleração $\vec{a}$, alterando a velocidade $\vec{v}_i$ para $\vec{v}_f$, quando chega no ponto B. O deslocamento AB é representado pelo vetor $\vec{d}$. Dizemos que o móvel variou sua energia cinética.

Essa variação de energia vem do trabalho realizado pela força resultante $\vec{F}$ ao longo do deslocamento $\vec{d}$. Dessa forma, temos que:

$$\tau_{\vec{F}} = \Delta E_C$$

$$\tau_{\vec{F}} = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos 0°$$

$$\boxed{\tau_{\vec{F}} = F \cdot d} \; (eq\ 2.1)$$

Como a força $\vec{F}$ é a resultante na direção horizontal, então, pela Segunda Lei de Newton temos que:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\boxed{F = m \cdot a} \; (eq\ 2.2)$$

Diante desse resultado, vemos que o móvel realiza um movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV). Logo, aplicando a equação de Torricelli, temos:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow \boxed{d = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2 \cdot a}}$$

Logo, o trabalho pode ser reescrito como:

$$\tau_{\vec{F}} = F \cdot \frac{v_f^2 - v_i^2}{2 \cdot a} = m \cdot a \cdot \frac{v_f^2 - v_i^2}{2 \cdot a}$$

$$\boxed{\tau_{\vec{F}} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = \Delta E_C}$$

Esse resultado é conhecido como o Teorema da Energia Cinética para uma força resultante constante. Basicamente ele mostra que para variarmos a velocidade de um corpo é necessária a realização de trabalho da resultante das forças que agem nele.

A quantidade $\frac{1}{2} m v^2$ é uma grandeza escalar que nos informa a energia relacionada ao movimento do automóvel. Por isso, chamamos de energia cinética E_C de um corpo a quantidade $E_C = \frac{1}{2} m v^2$.

A dedução do teorema da energia cinética foi feita para o caso de a força resultante ser constante ao logo do deslocamento. Vamos agora deduzir esse teorema para uma força variável.

O trabalho de uma força resultante qualquer ao longo de um deslocamento é dado pela soma de todos os produtos escalares entre a força resultante $\vec{F}_{res}$ e os deslocamentos $d\vec{l}$:

$$\tau_{\vec{F}_{res}} = \int_1^2 \vec{F}_{res} \cdot d\vec{l}$$

Em que $d\vec{l} = \vec{v} dt$, logo:

$$\tau_{\vec{F}_{res}} = \int_1^2 \vec{F}_{res} \cdot \vec{v} dt$$

Repare que o termo $\vec{F}_{res} \cdot \vec{v}$ é a potência instantânea, definida como $\frac{dE_C}{dt}$ (variação da energia pelo tempo e, nesse caso, estamos trabalhando com energia cinética. Portanto:

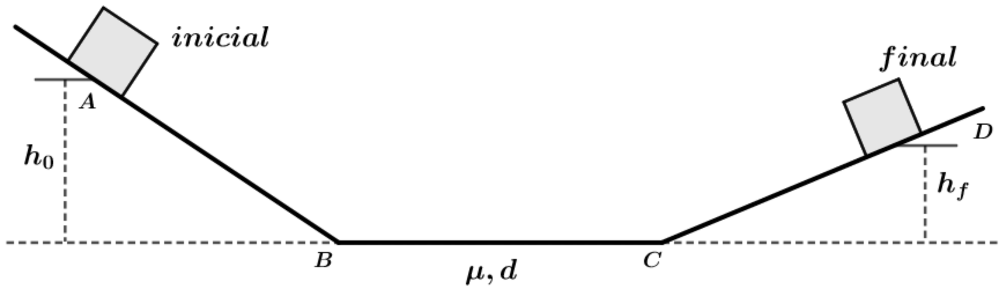
$$\tau_{\vec{F}_{res}} = \int_1^2 \frac{dE_C}{dt} dt = \int_1^2 dE_C = \Delta E_C$$

$$\boxed{\tau_{\vec{F}_{res}} = \Delta E_C}$$

Não se preocupe com a demonstração do teorema da energia cinética, apenas saiba trabalhar. É necessário saber verificar quem é a força resultante e aplicar o teorema corretamente.

7)

Um corpo de massa m é abandonado do ponto A de um plano inclinado, como mostra a figura abaixo. Os trechos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ não possuem atritos e o trecho horizontal $\overline{BC}$ tem coeficiente de atrito cinético μ_k. Calcule a altura máxima que o corpo atinge no trecho $\overline{CD}$.



Comentários:

Utilizando o teorema da energia cinética, podemos escrever que:

$$\tau_{\vec{F}_{res}} = \Delta E_C$$

$$\tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{F}_{at}} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$m \cdot g \cdot (h_0 - h_f) + \mu \cdot m \cdot g \cdot d \cdot \cos 180° = \frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

Como as velocidades em A e em D são nulas, temos que:

$$m \cdot g \cdot (h_0 - h_f) + \mu \cdot m \cdot g \cdot d \cdot \cos 180° = 0$$

$$\boxed{h_f = h_0 - d \cdot \mu}$$

Aqui consideramos que o bloco atingiu o plano $\overline{CD}$.

2.2. Trabalho no centro de massa

Este tópico não aparece muito no nosso concurso, mas pode vir a cair. Então vamos ver um pouco sobre, mas não gaste muito tempo nessa parte.

Para um sistema de partículas, podemos escrever que:

$$\vec{F}_{ext_{Res}} = \sum \vec{F}_{i_{ext}} = M\vec{a}_{CM}$$

Em que $M = \sum m_i$ representa a massa do sistema e $\vec{a}_{CM}$ é a aceleração do centro de massa. Os conceitos envolvendo o centro de massa de um sistema, como calcular o centro de massa e a dinâmica no centro de massa serão estudados nas próximas aulas. Por hora, entenda que centro de massa é um ponto que pode representar a massa do sistema, para facilitar a abordagem do sistema.

Podemos multiplicar "escalarmente" a equação logo acima pela velocidade do centro de massa $\vec{v}_{CM}$:

$$\vec{F}_{ext_{Res}} \cdot \vec{v}_{CM} = M(\vec{a}_{CM} \cdot \vec{v}_{CM}) \; (eq\ 2.3)$$

Pela cinemática, podemos escrever que $d\vec{l}_{CM} = \vec{v}_{CM}dt$. Vamos obter o resultado matematicamente, não precisa ficar preso a isso. Não é o nosso objetivo. Queremos apenas o resultado.

$$\frac{d}{dt}(v^2) = \frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{v}) = \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = 2 \cdot \vec{a} \cdot \vec{v}$$

$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(v^2) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}v^2\right)} \; (eq\ 2.4)$$

Com a equação 2.4, podemos manipular a equação 2.3 da seguinte forma:

$$\vec{F}_{ext_{Res}} \cdot \vec{v}_{CM} = M(\vec{a}_{CM} \cdot \vec{v}_{CM}) = M\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}v^2\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Mv^2\right)$$

Como $\frac{1}{2}Mv^2 = E_C$, então:

$$\vec{F}_{ext_{Res}} \cdot \vec{v}_{CM} = \frac{d}{dt}(E_C) \Rightarrow \vec{F}_{ext_{Res}} \cdot \vec{v}_{CM}dt = d(E_C) \Rightarrow \vec{F}_{ext_{Res}} \cdot d\vec{l}_{CM} = d(E_C)$$

Portanto:

$$\boxed{\int_1^2 \vec{F}_{ext_{Res}} \cdot d\vec{l}_{CM} = \tau_{\vec{F}_{ext_{Res}}} = \Delta E_{C_{trans}}} \; (eq\ 2.5)$$

A equação 2.5 relaciona o trabalho da força resultante no centro de massa e a energia cinética de translação do sistema. Podemos dizer que:

O trabalho no centro de massa realizado pela força resultante externa sobre um sistema é igual à variação da energia cinética de translação desse sistema.

Olhando a equação 2.5 ingenuamente, somos levados a acreditar que ela é igual ao teorema da energia cinética apresentado anteriormente. Entretanto, há algumas diferenças importantes.

Note que a equação 2.5 nos mostra como varia a rapidez do centro de massa de um sistema com o deslocamento. Portanto, quando usamos esta relação estamos desprezando o movimento de qualquer parte do sistema em relação ao referencial do centro de massa.

Observação: um referencial no centro de massa é um referencial não girante (que não gira em relação a um referencial inercial) que se move com o centro de massa.

Desta maneira, podemos calcular o movimento do sistema como um todo, sem a necessidade de conhecer cada detalhe das partes do sistema, apenas com as informações do centro de massa.

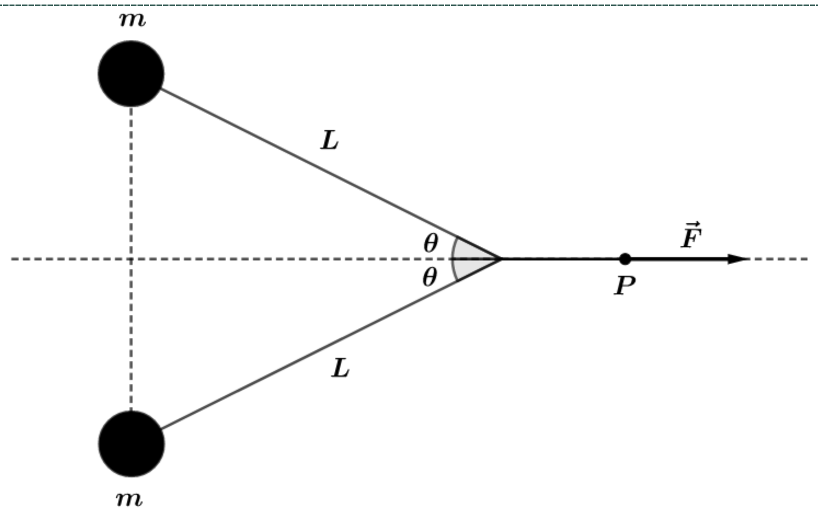
Quando um sistema se move com apenas uma partícula (todas as partes tendo a mesma velocidade), a relação do trabalho no centro de massa com a energia cinética de translação se reduz ao teorema da energia cinética.

Caso haja apenas uma força atuando no centro de massa, então podemos dizer que:

$$\boxed{\tau_{CM} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l}_{CM}}$$

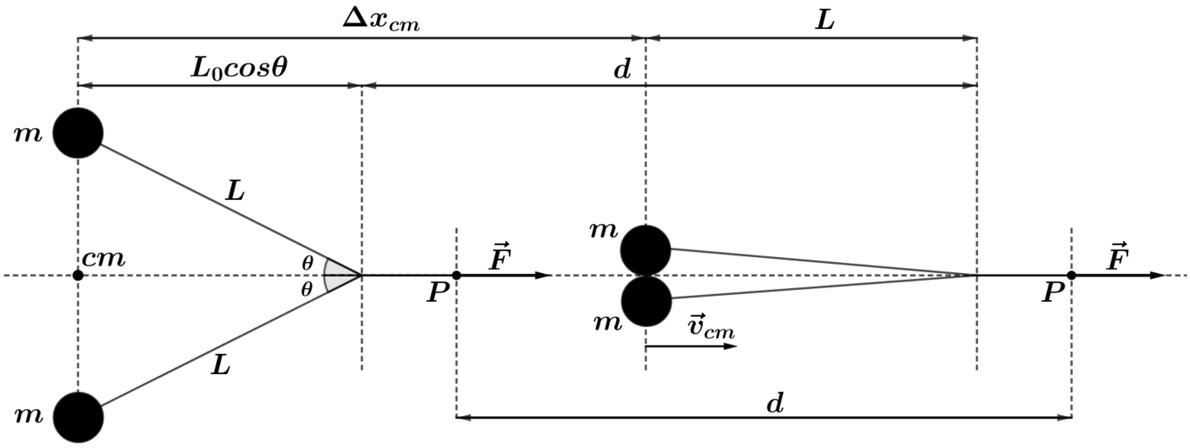
8)

Sejam duas partículas de massas idênticas m sobre uma mesa de ar, ligados por um fio, como na figura ao lado. Inicialmente, as massas estão em repouso. Uma força constante de intensidade F acelera o sistema para a direita. As partículas se colidem após a aplicação da força, com um deslocamento d do ponto P. Qual será a velocidade dos discos imediatamente após a colisão?



Comentários:

Inicialmente, vamos esquematizar o que acontece no problema:



Enquanto o centro de massa percorre a distância Δx_{CM}, o ponto onde aplicamos a força $\vec{F}$ percorre a distância d.

Aplicando a relação do trabalho no centro de massa com a energia cinética de translação do sistema, temos que:

$$\int_1^2 \vec{F}_{ext_{Res}} \cdot d\vec{l}_{CM} = \Delta E_{C_{trans}}$$

$$\int_1^2 F\hat{\imath} \cdot dx_{CM}\hat{\imath} = E_{C_{final}} - E_{C_{inicial}}$$

$$F\int_1^2 dx_{CM} = E_{C_{final}} - 0$$

$$F\Delta x_{CM} = \frac{1}{2}(2m)v_{CM}^2 = mv_{CM}^2$$

Note que embora utilizamos a notação do trabalho segundo o rigor do Cálculo, devido ao fato da força aplicada no ponto P ser constante, ela sai fora da integral e com isso, temos apenas o caso do cálculo do trabalho de uma força constante ao longo de um determinado deslocamento.

Podemos relacionar as distâncias de acordo com o vínculo geométrico:

$$\Delta x_{CM} + L = L\cos\theta_0 + d$$

$$\Delta x_{CM} = d - L(1 - \cos\theta_0)$$

Portanto, a velocidade do centro de massa pode ser expressa por:

$$F[d - L(1 - \cos\theta_0)] = m v_{CM}^2$$

$$\boxed{v_{CM} = \sqrt{\frac{F[d - L(1 - \cos\theta_0)]}{m}}}$$

Observações:

Neste exercício, dizemos que $\Delta x_{CM} < d$. Com isso, o trabalho no centro de massa realizado pela força $\vec{F}$ é menor que o trabalho $F \cdot d$ realizado pela força $\vec{F}$. Além disso, as partículas perdem energia cinética ao colidirem e grudam uma na outra. Esta energia aparece como alguma outra forma de energia, como por exemplo energia térmica. Mais adiante, discutiremos a conservação da energia.

2.3. Energia potencial

Chamamos de energia potencial aquela cuja energia está associada a posição relativas das diferentes partes do sistema. Diferente da energia cinética que está associada ao movimento, energia potencial está relacionada com a configuração do sistema.

Vamos supor que você queira levantar um haltere de massa m até uma altura h. O haltere encontra-se em repouso no chão e termina em repouso, logo, sua variação efetiva de energia cinética é zero.

Nesse caso, podemos considerar o haltere como uma partícula e então aplicar o teorema da energia cinética. Como a variação da energia cinética é nula, logo o trabalho total realizado sobre ele é nulo. No altere, existem duas forças atuando enquanto ele é levantado: a força peso e a força do operador.

A força peso sobre o haltere é $m\vec{g}$ e o trabalho realizado por essa força, enquanto é erguido, é $-mgh$. Como o trabalho total realizado sobre o haltere é zero, então o trabalho realizado pelo operador é de $+mgh$.

Podemos considerar o haltere e o planeta Terra como um sistema de duas partículas. Não consideramos você como parte do sistema, já que não terá efeitos nas nossas contas. As forças externas que atuam sobre o sistema haltere-Terra são: força de contato das suas mãos sobre o altere, força de contato dos seus pés sobre o chão e força gravitacional que você exerce sobre a Terra.

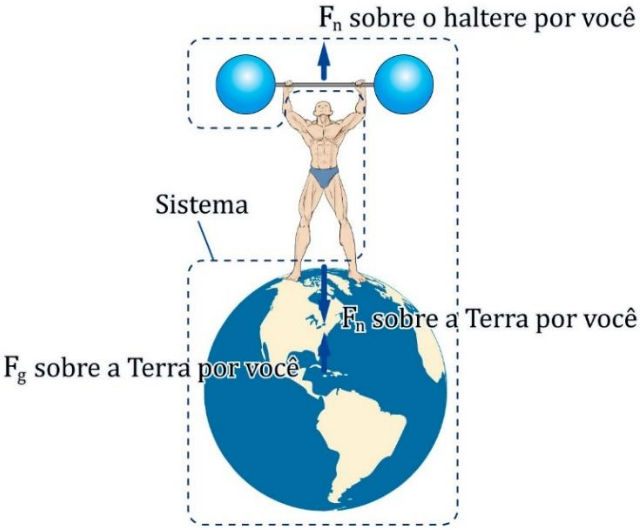


Figura 20: Representação do sistema formado pelo homem, terra e halteres. A representação não está em escala, já que a Terra é muito maior que os demais elementos da figura.

Evidentemente, a força gravitacional de você sobre a Terra é igual a oposta à força gravitacional da Terra sobre você, pois constituem um par ação-reação. As forças gravitacionais entre você e o haltere são desprezíveis.

Ao levantar o haltere, você desloca o corpo por cerca de 1 a dois metros. Assim, os deslocamentos do chão e do planeta Terra são insignificantemente pequenos, de tal forma que a força exercida sobre o haltere pelas suas mãos é a única das três forças externas que realiza trabalho sobre o sistema haltere-Terra.

Dessa forma, podemos dizer que o trabalho total realizado sobre o sistema pelas três forças externas é de $+mgh$, que corresponde ao trabalho realizado sobre o haltere por suas mãos.

Dizemos que a energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como ***energia potencial gravitacional***, energia relacionada à posição do haltere em relação à Terra (está associada à altura do haltere em relação ao chão).

Outro sistema conhecido por armazenar energia é a mola. Quando você estica ou comprime uma mola, existe uma energia associada a perturbação sofrida pela mola denominada de ***energia potencial elástica***.

ATENÇÃO
DECORE!

2.4. Forças conservativas e não conservativas

Anteriormente, vimos que o trabalho da força peso não dependia da trajetória. A força peso é apenas um tipo de força conservativa.

Definimos que:

Uma força é conservativa quando o trabalho realizado por ela independe do caminho percorrido pela partícula de um ponto a outro.

Em outras palavras:

Se uma força é conservativa, o trabalho que ela realiza sobre uma partícula é zero quando a partícula percorre ***qualquer*** caminho fechado, ou seja, retorna à posição inicial.

Tanto a ***força gravitacional*** sobre um corpo quanto a força exercida por uma ***mola*** de massa desprezível sobre um corpo são ***forças conservativas***. Sempre consideramos molas com massas desprezíveis.

Entretanto, nem todas as forças são conservativas. Por exemplo, a força de atrito. Se você empurra um objeto sobre uma superfície áspera, em linha reta, do ponto A para o ponto B, e em seguida retorna ao ponto A, o trabalho total realizado não é zero. A força de atrito é um exemplo de força não conservativa.

Outro exemplo clássico é o de um cavalo amarrado a um tronco de árvore, realizando um movimento circular. Enquanto o animal caminha com rapidez constante, a força $\vec{F}$ que ele exerce sobre o tronco enquanto ele o puxa em círculo está realizando trabalho de valor positivo. Embora o animal retorne ao ponto de início quando completa uma volta, o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ não é igual a zero. Assim, dizemos que $\vec{F}$ não é uma força conservativa.

Para mostrar que a força é não conservativa, basta encontrarmos um único caminho fechado em que o trabalho realizado por ela é não nulo. Por outro lado, encontrar um único caminho fechado em que o trabalho realizado por uma força particular não é a garantia de que a força será conservativa. É necessário mostra que para qualquer caminho o trabalho realizado por esta força será nulo. Geralmente, utiliza-se técnicas matemáticas mais avançadas para determinar se uma força é conservativa ou não. Este não é nosso objetivo aqui.

2.5. Função Energia Potencial

Como definimos, o trabalho de uma força conservativa independe do caminho realizado por elas. Depende apenas dos pontos inicial e final. Diante disso, podemos associar a essa força conservativa uma propriedade chamada função energia potencial U.

Definimos a função energia potencial U de forma que o trabalho realizado por uma força conservativa é igual à diminuição da função energia potencial. Matematicamente, dizemos que:

$$\tau = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\Delta U$$

Ou ainda:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -\int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\tau$$

Vamos aplicar esse conceito a dois tipos de forças muito utilizadas na Física.

2.5.1. Energia potencial gravitacional

Aplicando a definição que acabamos de ver para a força peso $\vec{F} = -mg\hat{j}$, ao longo de um deslocamento $d\vec{l} = dx\hat{\imath} + dy\hat{j} + dz\hat{k}$, temos que:

$$\Delta U = -\int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\int_1^2 -(mg\hat{j}) \cdot \left(dx\hat{\imath} + dy\hat{j} + dz\hat{k}\right) = \int_1^2 mgdy$$

$$\Delta U = mg(y_2 - y_1)$$

Em que usamos que o produto escalar dos vetores perpendiculares ($\hat{\imath} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k}$) são nulos e que $\hat{j} \cdot \hat{j} = 1$.

Assim, como definimos a variação de energia potencial, não é importante o valor real de U, mas a sua variação. Por isso, definimos uma altura como referência e calculamos a variação de energia potencial a partir dessa referência.

Por exemplo, se você está no alto de uma colina, pronto para esquiar, você pode utilizar a base da colina para dizer que a energia potencial gravitacional é mgh, dado que você está a h metros acima da base da colina. Vamos considerar que nosso sistema é constituído apenas da Terra e do esquiador.

Você pode escolher onde deseja colocar como referência para calcular sua variação de energia potencial. Claro, é interessante colocar em um nível estratégico para que facilite sua vida na hora de resolver uma questão.

Quando você (esquiador) se desloca, consideramos o movimento da terra, e a energia potencial do sistema esquiador-Terra pode ser chamado apenas de energia potencial do esquiador.

A energia potencial gravitacional de um sistema de partículas, considerando o campo gravitacional uniforme, é aquela que seria se toda a massa do sistema estivesse concentrada em seu centro de massa. Quando falamos de sistema de partículas, sempre iremos trabalhar com o centro de massa. Nos próximos capítulos iremos trabalhar exaustivamente o conceito de centro de massa.

Neste sistema, considere h_i a altura de uma partícula acima de algum nível de referência. Então, dizemos que a energia potencial gravitacional do sistema é:

$$U_g = \sum_i m_i g h_i = g \sum_i m_i h_i$$

Por definição, a altura do centro de massa do sistema é expressa por:

$$M h_{cm} = \sum_i m_i h_i \text{ onde } M = \sum_i m_i$$

Portanto, podemos escrever que a energia potencial gravitacional de um sistema de partículas é expressa em função da altura do centro de massa, em relação ao nível de referência:

$$\boxed{U_g = M g h_{cm}}$$

2.5.2. Energia potencial elástica

Outro exemplo clássico de força conservativa é a força elástica de uma mola (esticada ou comprimida) de massa desprezível. Vamos supor que você puxou um bloco preso a uma mola, a partir de sua posição de equilíbrio (posição de comprimento natural da mola), até a posição $x = x_1$.

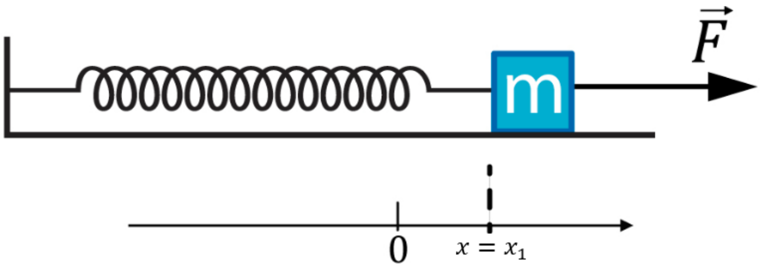


Figura 21: Força aplicada $\vec{F}$ puxa o bloco para a direita, esticando a mola de x_1.

Como vimos, o trabalho realizado pela mola sobre o bloco tem valor negativo, já que a força exercida pela mola sobre o bloco e o deslocamento têm sentidos opostos.

Quando você solta o bloco, a força da mola realiza trabalho positivo sobre o bloco, acelerando de volta para a sua posição inicial.

O trabalho total realizado sobre o bloco pela mola, enquanto o bloco se move de $x = 0$ até $x = x_1$, seguido volta até $x = 0$, é nulo. Este resultado independe do quanto que você distende a mola (desde que ela esteja na sua região elástica). Portanto, dizemos que a força exercida pela mola é do tipo conservativa. Então, podemos aplicar nosso conceito de função energia potencial a esta força:

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{l} = -F_x dx = -(-kx)dx = (kx)dx$$

$$dU = (kx)dx$$

Integrando, temos que:

$$U = \int kxdx = \frac{1}{2}kx^2 + U_0$$

Em que U_0 é a energia potencial quando $x = 0$, ou seja, quando a mola está frouxa, no seu tamanho natural. Escolhendo U_0 igual a zero, temos que a energia potencial de uma mola é expressa por:

$$\boxed{U_{F_{elas}} = \frac{1}{2}kx^2}$$

Se o operador puxar a mola de $x = 0$ até $x = x_1$, ele deveria aplicar uma força sobre o bloco. Considerando que o corpo está inicialmente em repouso e atinge $x = x_1$ em repouso também, então a variação de sua energia cinética é zero.

Aplicando o teorema da energia cinética, teríamos que o trabalho total realizado sobre o bloco é zero. Portanto:

$$\tau_{operador} + \tau_{mola} = 0$$

$$\tau_{operador} = -\tau_{mola} = \Delta U_{mola} = \frac{1}{2}kx_1^2 - 0 = \frac{1}{2}kx_1^2$$

Concluímos então que a energia transferida do operador que puxa o bloco para o sistema bloco-mola é igual a $\tau_{operador}$ e é armazenada como energia potencial na mola.

2.6. A conservação da energia mecânica

A energia mecânica de um sistema é constituída da energia cinética mais as possíveis energias potenciais:

$$E_{Mecânica} = E_{Cinética} + E_{Potencial}$$

Vimos anteriormente que o trabalho total realizado sobre cada partícula de um sistema é igual à variação da energia cinética da partícula, ΔE_{C_i}, de tal maneira que o trabalho total realizado por todas as forças, τ_{total}, é igual à variação da energia cinética total do sistema:

$$\tau_{total} = \sum \Delta E_{C_i} = \Delta E_{C_{sis}}$$

Podemos separar as forças que agem sobre as partículas de um sistema em forças internas e forças externas. Cada força interna é ou conservativa, ou não conservativa.

Assim, dizemos que o trabalho total realizado por todas as forças é igual ao trabalho realizado pelas forças externas τ_{ext}, mais o trabalho realizado pelas forças internas não conservativas τ_{nc} mais o trabalho realizado pelas forças conservativas τ_C:

$$\tau_{total} = \tau_{ext} + \tau_{nc} + \tau_c$$

$$\tau_{ext} + \tau_{nc} = \tau_{total} - \tau_c$$

Como vimos, para forças conservativas temos a relação $\Delta U_{sis} = -\tau_c$. Assim, dizemos que:

$$\tau_{ext} + \tau_{nc} = \Delta E_{C_{sis}} + \Delta U_{sis}$$

O lado direito da equação logo acima pode ser simplificado por:

$$\Delta E_{C_{sis}} + \Delta U_{sis} = \Delta\left(E_{C_{sis}} + U_{sis}\right)$$

Como a energia mecânica é soma das energias potencial e cinética, então, podemos escrever que:

$$\boxed{\tau_{ext} = \Delta E_{Mec} - \tau_{nc}}$$

Quando o trabalho de total realizado pelas forças externas e por todas as forças internas não conservativas é nulo, dizemos que a energia mecânica de um sistema de partículas é conservada.

$$\Delta E_{Mec} = 0 \Rightarrow E_{Mec} = E_{C\,sis} + U_{sis} = constante$$

Com esse resultado, vemos que se a energia mecânica de um sistema é conservada, podemos dizer que a energia mecânica final do sistema é igual a energia mecânica inicial do sistema, não é preciso considerar o movimento intermediário e o trabalho realizado pelas forças envolvidas.

Podemos dizer que trabalhar com conservação de energia é como se tirássemos fotos do sistema antes e depois. Assim, analisamos cada momento conforme desejado. Com isso, o uso da conservação de energia mecânica nos permite resolver problemas de elevado grau de dificuldade se usarmos apenas as leis de Newton.

Vamos resolver alguns problemas clássicos que nos darão mais afinidade com problemas envolvendo conservação de energia mecânica. Meu objetivo não é você decorar os resultados, mas aprender a aplicar a conservação de energia e como aplicar o teorema do trabalho de total realizado pelas forças externas.

2.7. Aplicação da conservação da energia mecânica

2.7.1. Chute de uma bola

No alto de um prédio de altura h_0, um jogador chuta uma bola com velocidade inicial v_0 e ângulo θ da horizontal. Desprezando a resistência do ar, qual deve ser a altura máxima que a bola atinge, acima do telhado do prédio? Qual deve ser o módulo da velocidade da bola um instante antes de tocar o solo?

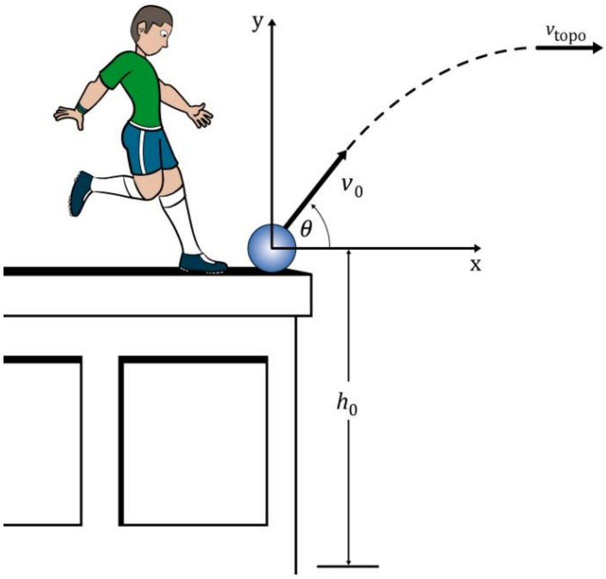


Figura 22: Garoto chutando uma bola no topo de um prédio.

Podemos escolher como sistema a bola e a Terra. Dessa forma, não existem forças externas realizando trabalho sobre o sistema, nem forças internas não conservativas realizando trabalho. Portanto, a energia mecânica do sistema é conservada.

Como vimos no lançamento obliquo, no topo da trajetória a bola tem velocidade apenas na direção horizontal. Vamos escolher como referência o telhado do prédio, portanto:

$$\tau_{ext} = \Delta E_{mec} - \tau_{nc}$$

$$0 = \Delta E_{mec} - 0$$

$$\therefore (E_{mec})_{final} = (E_{mec})_{inicial}$$

Vamos aplicar a conservação da energia mecânica entre o chute e o momento em que está no ponto mais alto, em relação ao nível do telhado:

$$(E_{mec})_{topo} = (E_{mec})_{inicial}$$

Note que a força gravitacional realiza trabalho sobre o sistema. Este trabalho é considerado na função energia potencial gravitacional mgy.

$$(E_{mec})_{topo} = (E_{mec})_{inicial}$$

$$(E_{cinética})_{topo} + \left(E_{potencial}\right)_{topo} = (E_{cinética})_{inicial} + \left(E_{potencial}\right)_{inicial}$$

$$\frac{1}{2}mv_{topo}^2 + mgy_{topo} = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgy_i$$

No topo, temos apenas a componente horizontal da velocidade, isto é, $v_x = v_0 \cdot \cos\theta$. Portanto, a altura máxima é dada por:

$$y_{topo} = \frac{\left(v_0^2 - v_{topo}^2\right)}{2g} \Rightarrow y_{topo} = \frac{v_0^2(1-\cos^2\theta)}{2g}$$

$$\boxed{y_{topo} = \frac{v_0^2 sen^2\theta}{2g}}$$

Para encontrarmos a velocidade da bola quando ela está quase tocando solo basta utilizar a conservação da energia mecânica:

$$(E_{mec})_{solo} = (E_{mec})_{topo} = (E_{mec})_{inicial}$$

$$(E_{cinética})_{solo} + \left(E_{potencial}\right)_{solo} = (E_{cinética})_{inicial} + \left(E_{potencial}\right)_{inicial}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mg(y_{solo}) = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgy_i$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mg(-h_0) = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}}$$

2.7.2. Pêndulo simples

Considere um pêndulo simples constituído de uma massa m e um fio de tamanho L. A massa é puxada lateralmente até que o ângulo entre o fio e a vertical é θ. Nesse ponto, a massa é largada do repouso. Determine a velocidade e a tração no fio quando a massa passa pelo ponto mais baixo do arco. Despreze a resistência do ar.

Esquematicamente, temos a seguinte situação:

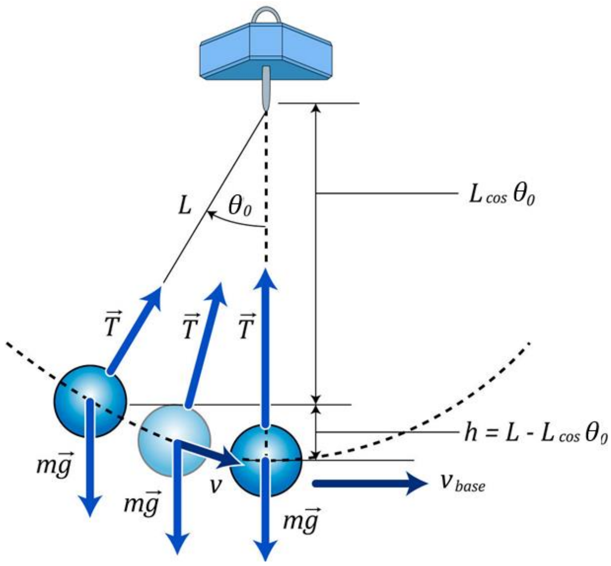


Figura 23: Força ao longo do deslocamento de um pêndulo simples.

Vamos considerar como sistema o pêndulo e a Terra. Assim, a força de tração $\vec{T}$ é uma força interna, não conservativa, atuando sobre a massa m. Ela taxa com que $\vec{T}$ realiza trabalho é $\vec{T} \cdot \vec{v} = P_{\vec{T}} = \frac{d\tau_{\vec{T}}}{dt}$. Note que $\vec{T} \perp \vec{v}$, logo, $\vec{T} \cdot \vec{v} = 0$. Portanto, $\tau_{\vec{T}} = 0$.

Além disso, a força gravitacional, $m\vec{g}$, que é uma força conservativa, também atua sobre a massa. Podemos utilizar o trabalho de total realizado pelas forças externas para calcular a velocidade no ponto mais baixo da trajetória e a tração no fio pode ser obtida pela segunda Lei de Newton.

$$\tau_{ext} = \Delta E_{mec} - \tau_{nc}$$

$$\tau_{nc} = \int_1^2 \vec{T} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 \vec{T} \cdot \vec{v} dt = 0$$

$$0 = \Delta E_{mec} - 0$$

$$\Delta E_{mec} = 0$$

$$(E_{mec})_{final} = (E_{mec})_{inicial}$$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 + m g y_f = \frac{1}{2} m v_i^2 + m g y_i$$

Considerando como altura de referência o ponto mais baixo e lembrando que a velocidade da massa é nula, temos que:

$$\frac{1}{2} m v_f^2 + 0 = 0 + mgh$$

$$v_f = \sqrt{2gh}$$

A altura de onde é lançada a massa do pêndulo, tomando como referência o ponto mais baixo é dada pela geometria do problema:

$$\cos\theta = \frac{L-h}{L}$$

$$h = L(1-\cos\theta)$$

Portanto, a velocidade é dada por:

$$\boxed{v_f = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)}}$$

Para a determinação da tração no ponto mais baixo, podemos utilizar a segunda Lei de Newton:

$$\sum F_y = m a_y$$

$$T - mg = m a_{cp}$$

$$T = mg + m\left(\frac{v_f^2}{R_{curvatura}}\right)$$

$$T = mg + m\left(\frac{v_f^2}{L}\right)$$

$$T = mg + m\left(\frac{2gL(1-\cos\theta)}{L}\right)$$

$$T = 3mg - 2mgcos\ \theta$$

$$\boxed{T = (3 - 2\cos\theta)mg}$$

2.7.3. Massa e mola

Considere um bloco de massa m sobre uma superfície horizontal, perfeitamente lisa, sendo empurrado por uma mola de constante elástica igual a k, comprimida de x metros. O bloco é então liberado e a força da mola acelera o bloco à medida que a mola descomprime. Após abandonar a mola, o bloco sobe um plano inclinado de ângulo θ. Determine a distância que o bloco percorre até atingir a altura máxima.

Podemos ilustrar o problema da seguinte forma:

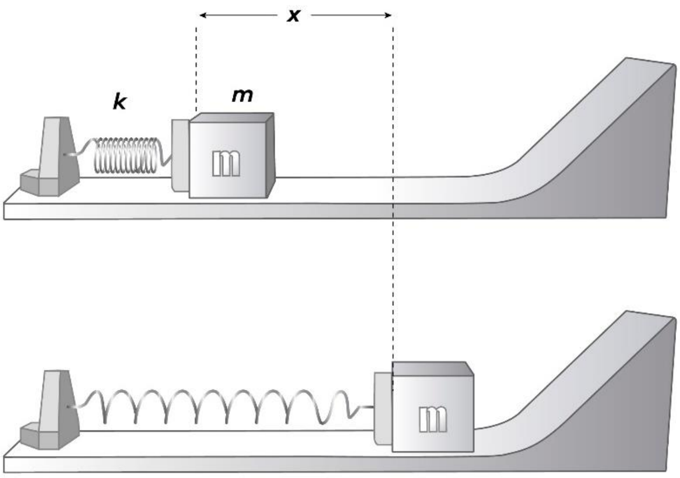


Figura 24: Mola sendo comprimida de x.

Para a resolução deste problema, vamos considerar que o sistema é constituído do bloco, da Terra, da mola, da superfície horizontal, da rampa e da parede na qual a mola está presa. Após ser liberado, não existem forças externas sobre o sistema. As únicas forças que realizam trabalhos são as forças exercidas pela mola sobre o bloco e a força gravitacional, ambas conservativas.

Dessa forma, a energia mecânica total do sistema é conservada. Portanto, podemos considerar dois momentos: o bloco deformado de x metros e o bloco na altura máxima (velocidade nula).

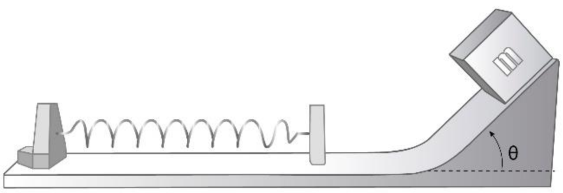


Figura 25: Altura alcançada pelo corpo após liberação da mola.

Portanto:

$$\tau_{ext} = \Delta E_{mec} - \tau_{nc}$$

$$0 = \Delta E_{mec} - 0 \Rightarrow \Delta E_{mec} = 0$$

$$(E_{mec})_{final} = (E_{mec})_{inicial}$$

$$(E_{cinética})_{final} + \left(E_{potencial}\right)_{final} = (E_{cinética})_{inicial} + \left(E_{potencial}\right)_{inicial}$$

$$0 + mgh = 0 + \frac{1}{2}kx^2 \therefore \boxed{h = \frac{kx^2}{2mg}}$$

Podemos fazer a seguinte relação geométrica:

$$sen\theta = \frac{h}{s} \Rightarrow s = \frac{h}{sen\theta}$$

$$\therefore \boxed{s = \frac{k \cdot x^2}{2 \cdot m \cdot g \cdot sen\theta}}$$

Nesse problema, a energia mecânica inicial do sistema é apenas a energia potencial da mola. Essa energia é transformada em energia cinética à medida que a mola é descomprimida, até o momento que o bloco está se desprendendo da mola. Neste instante, o bloco atinge a velocidade máxima. Em seguida, ele percorre o resto do plano horizontal com esta velocidade, até o momento em que chega ao pé do plano inclinado.

Aqui consideramos que quando ele chega no início do plano inclinado, sua velocidade não se altera. A partir deste momento, o bloco começa a perder energia cinética e começa a ganhar energia potencial gravitacional.

Note que a força normal ao bloco não realiza trabalho sobre o bloco, pois ela é sempre perpendicular ao deslocamento.

2.7.4. Bungee-jump

Imagine que você vai saltar de bungee-jump, na Nova Zelândia, de uma altura H. Após cair d, metros a corda do bungee-jump presa a seus tornozelos começa a se distender, percorrendo a distância x. Considerando que sua massa é m e a corda obedece a lei de Hooke (tem massa desprezível também), qual é a sua aceleração quando você está, momentaneamente em repouso no ponto mais baixo da trajetória? Para você não se machucar, vamos considerar que $H > d + x$.

Podemos representar o problema esquematicamente da seguinte forma:

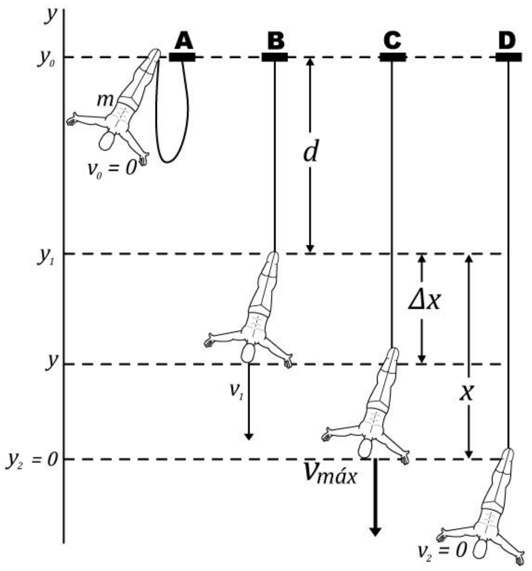


Figura 26: Velocidades e deslocamentos em um salto de bungee-jump.

Vamos considerar nosso sistema constituído por você, pela Terra e pela corda. Vamos considerar nossa referência no ponto mais baixo. Ou seja, a corda tem distensão máxima. Dessa forma, conhecendo a máxima distensão somos capazes de dizer qual é a aceleração máxima aplicando a segunda lei de Newton, junto com a lei de Hooke.

Em nosso sistema, não existe forças externas, nem forças internas não conservativas, realizando trabalho, portanto:

$$\tau_{ext} = \Delta E_{mec} - \tau_{nc}$$

$$0 = \Delta E_{mec} - 0$$

$$\Delta E_{mec} = 0$$

$$(E_{mec})_{final} = (E_{mec})_{inicial}$$

Vamos considerar dois instantes: o ponto inicial (salto) e o ponto final (distensão máxima da mola).

$$(E_{mec})_A = (E_{mec})_D$$

$$(E_{cinética})_A + \left(E_{potencial}\right)_A = (E_{cinética})_D + \left(E_{potencial}\right)_D$$

$$0 + mg(d + x) = 0 + \frac{1}{2}kx^2$$

Note que pelo enunciado, a mola tem comprimento natura d. Logo:

$$kx^2 - 2mgx - 2mgd = 0$$

$$x = \frac{2mg \pm \sqrt{4m^2g^2 - 4 \cdot k \cdot (-2mgd)}}{2 \cdot k}$$

$$x = \frac{2mg \pm 2\sqrt{m^2g^2 + 2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot d}}{2 \cdot k}$$

$$x = \frac{mg}{k} \pm \frac{\sqrt{m^2g^2 + 2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot d}}{k}$$

Observe que $\sqrt{m^2g^2 + 2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot d} > mg$, portanto:

$$\boxed{x = \frac{mg}{k} + \frac{\sqrt{m^2g^2 + 2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot d}}{k}}$$

Aplicando a segunda lei de Newton para o corpo no ponto mais baixo, temos que:

$$\sum F_y = ma_y$$

$$kx - mg = ma_{máx}$$

$$k\left(\frac{mg}{k} + \frac{\sqrt{m^2g^2 + 2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot d}}{k}\right) - mg = ma_{máx}$$

$$a_{máx} = \frac{\sqrt{m^2g^2 + 2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot d}}{m}$$

$$a_{máx} = \sqrt{\frac{m^2g^2 + 2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot d}{m^2}}$$

$$\boxed{a_{máx} = \sqrt{g^2 + \frac{2 \cdot k \cdot g \cdot d}{m}}}$$

Mas, qual seria a máxima velocidade atingida por você durante a queda.

Ingenuamente, somos levados a pensar que a velocidade máxima é atingida no ponto onde a corda atingi o comprimento natural, pois a partir desse momento, começa a surgir a força elástica no sentido contrário ao movimento.

Entretanto, não é neste ponto que você atingiu a máxima velocidade. De fato, a partir do momento em que a mola começa a ser distendida, surge uma força elástica contrária ao movimento, mas ela ainda é menor que a força peso. Portanto, a resultante das forças que atuam em você é $mg - k\Delta x$. Logo, a aceleração resultante é $a = g - \frac{k}{m}\Delta x$.

Assim, vemos que a aceleração está diminuindo em módulo. Lembrando a cinemática, a velocidade é máxima quando a aceleração é nula, portanto:

$$a = 0$$

$$g - \frac{k}{m}\Delta x = 0$$

$$\boxed{\Delta x = \frac{mg}{k}}$$

Portanto, quando o bloco atingir a distensão $\frac{mg}{k}$ sua aceleração será nula e, com isso, sua velocidade será máxima. Esse instante foi representado pela configuração C do nosso esquema de bungee-jump. Portanto, podemos fazer a conservação da energia mecânica entre A e C:

$$(E_{mec})_A = (E_{mec})_C$$

$$(E_{cinética})_A + \left(E_{potencial}\right)_A = (E_{cinética})_C + \left(E_{potencial}\right)_C$$

$$0 + mg(d + x) = \frac{1}{2}mv_{máx}^2 + mg(x - \Delta x) + \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

$$mgd + mgx = \frac{1}{2}mv_{máx}^2 + mgx - mg\Delta\mathrm{x} + \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

$$mgd = \frac{1}{2}mv_{máx}^2 - mg\Delta x + \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

Mas $\Delta x = \frac{mg}{k}$, então:

$$mgd = \frac{1}{2}mv_{máx}^2 - mg \cdot \frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{k}} + \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2$$

$$mgd = \frac{1}{2}mv_{máx}^2 - \frac{m^2g^2}{k} + \frac{m^2g^2}{2k}$$

$$mgd = \frac{1}{2}mv_{máx}^2 - \frac{m^2g^2}{2k}$$

$$\frac{1}{2}mv_{máx}^2 = mgd + \frac{m^2g^2}{2k}$$

$$\therefore \boxed{v_{máx} = \sqrt{2gd + \frac{mg^2}{k}}}$$

Ou ainda:

$$v_{máx} = \sqrt{2gd + \frac{mg}{k} \cdot g}$$

Como $\Delta x = mg/k$, então:

$$\therefore \boxed{v_{máx} = \sqrt{2gd + \Delta x \cdot g}}$$

Essa equação mostra que após cair a altura d (correspondente ao tamanho da corda), o corpo ainda continua a ganhar velocidade até a deformação dela $\Delta x = mg/k$, quando a aceleração no corpo zera.

2.7.5. O problema da velocidade mínima para completar o looping

Imagine que você está no ponto mais alto de uma montanha russa, a uma altura H. O conjunto carrinho-você possui massa m. Qual deve ser a relação entre H e R para que o carrinho consiga dar uma volta completa, com a menor velocidade possível? Despreze todas as forças de atrito.

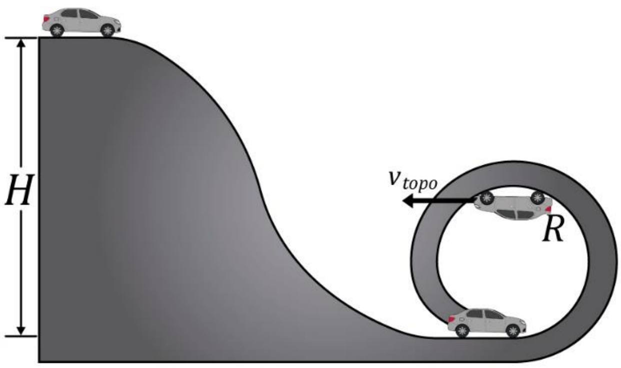


Figura 27: Carro realizando um looping com velocidade mínima no topo da circunferência de raio R.

Para a resolução deste problema, vamos tomar o sistema constituído pelo carrinho, seu conteúdo, o trilho (incluindo a laçada circular) e pela Terra. Assim, o carrinho (+ $você$) deve ter velocidade suficiente no topo da looping para não perder o contato com o trilho.

Vamos utilizar a conservação da energia mecânica direto para a determinação da velocidade no topo do looping. Note que não a forças externas atuando no sistema, assim como não existe forças internas não conservativas agindo.

Conhecendo a velocidade no topo, podemos utilizar a segunda lei de Newton para determinar a relação entre H e R. Vamos considerar o solo como nosso referencial.

Pela conservação de energia mecânica, temos:

$$(E_{mec})_{inicial} = (E_{mec})_{final}$$

$$(E_{cinética})_{inicial} + \left(E_{potencial}\right)_{inicial} = (E_{cinética})_{topo} + \left(E_{potencial}\right)_{topo}$$

$$0 + mgH = \frac{1}{2}mv_{topo}^2 + mgR$$

$$\boxed{v_{topo}^2 = 2g(H - R)}$$

Pela segunda lei de Newton, temos que:

$$F_{Res} = m \cdot g + N = m \cdot a_{cp}$$

$$m \cdot g + N = m \cdot \frac{v_{topo}^2}{R}$$

Para a condição de mínima velocidade, quando o carrinho chega no topo do looping, ele dever ter uma velocidade tal que está quase saindo dos trilhos, isto é, a força de contato é praticamente zero:

$$N \cong 0$$

$$m \cdot g + 0 = m \cdot \frac{v_{topo}^2}{R}$$

$$m \cdot g = m \cdot \frac{2g(H - R)}{R}$$

$$\boxed{H = \frac{3}{2}R}$$

2.8. A conservação da energia

No nível macroscópico, as forças não conservativas dissipativas não podem ser desprezadas, como exemplo o atrito.

Tais forças tende a diminuir a energia mecânica de um sistema, dissipando-a. Contudo, quando ocorre uma diminuição da energia mecânica, temos um aumento corresponde da energia térmica.

Como curiosidade, quando deformamos objetos, também ocorre uma transformação de energia mecânica em energia térmica. O trabalho realizado para deformar um material é dissipado como energia térmica. Pelo mesmo motivo, quando uma bola de massa de modelar cai no chão, ao se deformar ela esquenta.

Embora a energia mecânica total não seja conservada, nem a energia térmica, a energia total do sistema é conservada.

Outro tipo de força não conservativa está relacionado com reações químicas. Dessa forma, se incluímos a ocorrência de reações químicas no nosso sistema, então a soma da energia mecânica com a energia térmica não será conservada.

Além da energia química, ainda teríamos a parte da energia que um corpo irradia. Entretanto, ***qualquer acréscimo ou decréscimo da energia total de um sistema sempre pode ser associado a um aparecimento ou desaparecimento de energia fora do sistema***.

Este fato é expresso pela ***lei de conservação da energia***. Podemos dizer que a variação da energia de um sistema é dada pela diferença da energia que entra e a energia que sai do sistema. Matematicamente, temos:

$$\boxed{\Delta E_{sis} = E_{entra} - E_{sai}}$$

Assim, a lei da conservação da energia pode ser escrita como:

No universo, a energia total é constante. A energia nunca pode ser criada nem destruída, ela é apenas transformada de uma forma para outra ou transferida de uma parte para outra.

Podemos dizer que a energia de um sistema é constituída principalmente pelas seguintes partes:

$$\boxed{E_{sis} = E_{mec} + E_{térm} + E_{quím} + E_{outras}}$$

2.9. O teorema do Trabalho e Energia

Podemos transferir energia para dentro ou para fora de um sistema através da realização de trabalho sobre o sistema. Independentemente da situação, a lei da conservação da energia estabelece que:

$$\tau_{ext} = \Delta E_{sis} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} + \Delta E_{quím} + \Delta E_{outras}$$

Em que τ_{ext} é o trabalho realizado sobre o sistema por forças externas.

Este teorema nos permite estudar uma grande variedade de sistemas, trata-se de uma ferramenta muito poderosa. Tudo depende de como você vai definir o seu sistema.

Como já vimos anteriormente, podemos transferir energia na forma de calor de um sistema para outro. O calor é transferido, principalmente, por causa de uma diferença de temperatura. Nesta aula, vamos considerar a transferência de energia por calor desprezível.

Vamos estudar alguns problemas clássicos envolvendo o teorema do trabalho e energia. Novamente, não quero que você decore os resultados! Eu quero que você entenda como desenvolvemos cada problema.

2.9.1. Uma bola caindo

Considere uma bolinha de massa de modelar, com massa m, solta a partir do repousa a uma altura h, em relação ao solo. Vamos aplicar a lei de conservação da energia para o sistema constituído exclusivamente pela bolinha e para o sistema constituído pela Terra, pelo piso e pela bolinha.

Durante a queda, apenas a força da gravidade atua na bolinha. Ao tocar o solo, existe uma força de contato entre o piso e a massa de modelar, mas como o chão não se move, o trabalho realizado por ele deve ser nulo.

Além disso, podemos desprezar as variações de energia química ou de outras formas de energia, logo, $\Delta E_{quím} = \Delta E_{outras} = 0$. Portanto, a única energia transferida para ou da bola é devido ao trabalho realizado pela força da gravidade.

Pelo teorema do trabalho e energia, podemos escrever para a bolinha de massa de modelar a seguinte equação:

$$\tau_{ext} = \Delta E_{sist} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} + \Delta E_{quím} + \Delta E_{outras}$$

$$\tau_{ext} = \Delta E_{sist} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm}$$

Como mencionamos, o piso não se move, logo, não realiza trabalho sobre a bolinha. Portanto, o único trabalho das forças externas é devido a força da gravidade:

$$\tau_{ext} = mgh$$

Primeiramente, vamos considerar que apenas a bolinha é todo o sistema. Assim, a única energia mecânica é a cinética, que é nula no início e no fim. Dessa forma, a variação da energia mecânica é nula:

$$\Delta E_{mec} = 0$$

Assim, pelo teorema do trabalho e energia, temos que a variação da energia térmica é dada por:

$$\boxed{\Delta E_{térm} = mgh}$$

Observação: caso o solo não fosse perfeitamente rígido, haveria um aumento da energia térmica compartilhada entre o piso e a bolinha, já que o trabalho realizado pelo piso não seria nulo.

Agora, vamos considerar que nosso sistema seja formado pela Terra, pelo piso e pela bolinha.

Neste caso, não existem forças externas atuando sobre o sistema bolinha-piso-Terra (note que agora a força da gravidade e a força do solo são internas ao sistema). Logo, $\tau_{ext} = 0$.

Pelo teorema do trabalho e energia, temos que:

$$\tau_{ext} = \Delta E_{sist} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm}$$

$$\Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} = 0$$

Para o sistema bolinha-piso-Terra, inicialmente a energia mecânica é apenas a energia potencial gravitacional. No final, a energia mecânica é nula. Portanto:

$$\Delta E_{térm} = -\Delta E_{mec}$$

$$\Delta E_{mec} = 0 - mgh$$

$$\therefore \Delta E_{térm} = -(-mgh)$$

$$\boxed{\Delta E_{térm} - mgh}$$

Note que nenhuma energia é transferida ao sistema bolinha-piso-Terra. Além disso, neste sistema, a energia potencial gravitacional inicial é convertida em energia cinética antes da bolinha tocar o solo e, em seguida, transformada em energia térmica.

2.9.2. Atrito cinético

No mundo real, sabemos que por mais polida que seja as superfícies, sempre haverá atrito quando um corpo desliza sobre outro. Nesse caso, parte da energia mecânica do sistema é transferida em energia térmica.

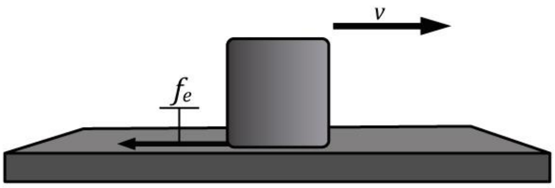


Figura 28: Representação da força de atrito contrária ao movimento do corpo.

Vamos considerar um bloquinho deslizando sobre uma prancha com velocidade inicial v_i. A prancha está sobre uma superfície sem atrito. Inicialmente, a prancha está em repouso. Se considerarmos o sistema constituído pelo bloco e pela prancha, então $\Delta E_{quím} = \Delta E_{outras} = 0$.

Note que a força gravitacional é perpendicular ao deslocamento, logo, não realiza trabalho. Dessa forma, não existe trabalho externo sendo realizado sobre nosso sistema. Pelo teorema do trabalho e energia, temos que:

$$0 = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm}$$

A variação da energia mecânica é dada pela variação da energia cinética do bloco e da prancha:

$$\Delta E_{mec} = (\Delta E_C)_{bloco} + (\Delta E_C)_{prancha} = \left(\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2\right) + \left(\frac{1}{2}MV_f^2 - 0\right)$$

Pela segunda lei de Newton, podemos dizer que a força de atrito entre o bloco e a prancha é dada por:

$$-f_{at} = ma_x$$

Em f_{at} é intensidade da força de atrito cinético e a_x é a aceleração do bloco na direção x. Multiplicando os lados da equação logo acima por Δx (deslocamento do bloco), obtemos que:

$$-f_{at}\Delta x = ma_x\Delta x$$

Pela equação de Torricelli, podemos dizer que $2a_x\Delta x = v_f^2 - v_i^2$. Portanto:

$$-f_{at}\Delta x = ma_x\Delta x = m\left(\frac{1}{2}(v_f^2 - v_i^2)\right) = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \; (eq\ 2.9\ a)$$

Esta equação mostra a relação entre o trabalho no centro de massa e a energia cinética de translação no bloco. Podemos aplicar a mesma relação para a prancha:

$$f_{at}\Delta X = MA_x\Delta X = M\left(\frac{1}{2}\left(V_f^2 - V_i^2\right)\right) = \frac{1}{2}MV_f^2 - 0\ (eq\ 2.9\ b)$$

Em que ΔX é o deslocamento da prancha e A_x é a aceleração da prancha.

Note que na prancha, a força de atrito está no sentido de deslocamento (por ação e reação, tem sentido contrário a força de atrito no bloco). Logo, a relação fornecida pela segunda lei de Newton é $f_{at} = MA_x$.

Quando somamos as equações 2.9 a e 2.9 b, encontramos que:

$$-f_{at}(\Delta x - \Delta X) = \left(\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2\right) + \frac{1}{2}MV_f^2$$

Observe que $\Delta x - \Delta X$ representa a distância relativa entre o bloco e a prancha, d_{rel}, e que o lado direito é a variação da energia mecânica do sistema bloco-prancha. Portanto:

$$\boxed{-f_{at}d_{rel} = \Delta E_{mec}}$$

Devido a presença do atrito entre o bloco e a prancha, a diminuição da energia mecânica do sistema bloco-prancha implica aumento da energia térmica do sistema. Assim, a energia dissipada pelo atrito cinético é dada por:

$$\boxed{\Delta E_{térm} = f_{at}d_{rel}}$$

Como d_{rel} é a mesma em todos os sistemas de referência, a equação logo acima é valida para qualquer sistema de referência, inercial ou não. Logo, temos o teorema de trabalho e energia com atrito.

$$\tau_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} = \Delta E_{mec} + f_{at}d_{rel}$$

2.9.3. Empurrando uma caixa sobre uma mesa

Considere uma caixa de massa m repousado sobre uma mesa horizontal. Você empurra a mesa com uma força $\vec{F}$, ao longo de um deslocamento d. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a mesa é μ_k. Qual é o trabalho externo realizado sobre o sistema bloco-mesa? Qual é a energia dissipada pelo atrito? Qual é a velocidade final da caixa?

Primeiramente, note que você é externo ao sistema bloco-mesa. Além disso, vamos desconsiderar qualquer variação na energia química. Assim, a energia do sistema é aumentada pelo trabalho da força externa. Aplicando o teorema do trabalho e energia com atrito, podemos escrever que:

$$\sum \tau_{ext} = \tau_{por\ você\ sobre\ o\ bloco} + \tau_{forças\ normais} + \tau_{forças\ gravitacionais}$$

$$\sum \tau_{ext} = F\Delta x + 0 + 0$$

$$\boxed{\sum \tau_{ext} = Fd}$$

A energia dissipada pelo atrito é dada por:

$$\Delta E_{térm} = f_{at}\Delta x$$

$$\boxed{\Delta E_{térm} = \mu_k mgd}$$

Pelo teorema do trabalho e energia, podemos encontrar a velocidade final do bloco:

$$\tau_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm}$$

$$\Delta E_{mec} = \Delta U + \Delta E_C$$

$$\Delta E_{mec} = 0 + \left(\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2\right)$$

$$\boxed{\Delta E_{mec} = \frac{1}{2}mv_f^2}$$

Portanto:

$$Fd = \frac{1}{2}mv_f^2 + \mu_k mgd$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{\frac{2d}{m}(F - \mu_k mg)}}$$

2.9.4. Trenó em movimento

Considere um trenó deslizando sobre uma superfície horizontal de gelo, com velocidade inicial v_i. O coeficiente de atrito cinético entre o trenó e o gelo é μ_k. Determine a distância que o trenó percorre até parar.

Podemos representar a situação em questão pelo seguinte desenho:

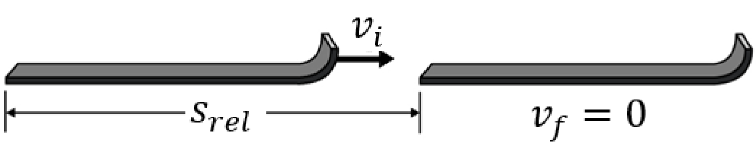


Figura 29: Deslizamento de um trenó até que ele pare.

Vamos tomar como nosso sistema o gelo e o trenó, para aplicar o teorema do trabalho e energia.

$$\tau_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm}$$

Como não forças externas realizando trabalho sobre o sistema, nem forças internas conservativas realizando trabalho. Podemos dizer que:

$$\tau_{ext} = 0 \text{ e } \Delta E_{potencial} = 0$$

Pela segunda lei de Newton na direção vertical, temos que:

$$f_N = m \cdot g \Rightarrow f_{at} = \mu_k \cdot f_N \Rightarrow \boxed{f_{at} = \mu_k \cdot m \cdot g}$$

Portanto:

$$\tau_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm}$$

$$\tau_{ext} = \Delta E_C + \Delta E_{potencial} + \Delta E_{térm}$$

$$0 = 0 + \Delta E_{cinética} + f_{at} \cdot d_{rel}$$

$$(E_C)_{final} - (E_C)_{inicial} = -f_{at} \cdot d_{rel}$$

$$0 - \frac{1}{2} m v^2 = -\mu_k \cdot m \cdot g \cdot d_{rel}$$

$$\boxed{d_{rel} = \frac{v^2}{2\mu_k g}}$$

2.9.5. Criança em um escorregador

Suponha uma criança de massa m, descendo por um escorregador de d metros de comprimento, inclinação de θ graus com a horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre a criança e o brinquedo é μ_k. Se a criança parte do repouso do topo do escorregado, qual será sua velocidade ao chegar à base do escorregador?

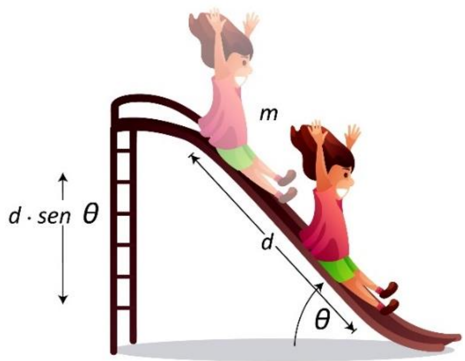


Figura 30: Criança deslizando em um escorregador.

Enquanto a criança desce o escorregador, ela transforma parte de sua energia potencial gravitacional em energia cinética e, por causa do atrito, uma porção de energia é convertida em energia térmica.

Neste problema, vamos tomar como nosso sistema o conjunto criança-escorregador-Terra.

Aplicando o teorema da conservação de energia, temos que:

$$\tau_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} = \Delta E_{potencial} + \Delta E_C + f_{at} \cdot d_{rel}$$

Note que não há forças externas atuando sobre o sistema. Neste problema, a variação da energia potencial gravitacional é dada pela variação de altura Δh (que é negativa).

$$\tau_{ext} = 0 \text{ e } \Delta E_{mec} = m \cdot g \cdot \Delta h$$

Pela segunda lei de Newton, temos que:

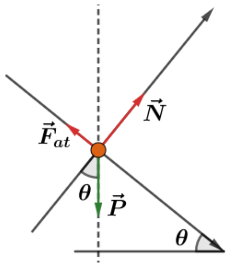


Figura 31: Diagrama de forças que atuam na criança.

$$F_N = m \cdot g \cdot cos\,\theta \Rightarrow f_{at,cinético} = \mu_k \cdot F_N = \mu_k \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta$$

Note que pela geometria da questão, escrevemos que:

$$|\Delta h| = d \cdot sen\theta$$

Lembrando que a variação de altura da criança é negativa.

Então, pelo teorema do trabalho e energia, encontramos a velocidade final da criança ao chegar a base:

$$\tau_{ext} = \Delta E_{potencial} + \Delta E_C + f_{at} \cdot d_{rel}$$

$$0 = m \cdot g \cdot \Delta h + \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_i^2 + (\mu_k \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta) \cdot d$$

$$0 = m \cdot g \cdot (-d \cdot sen\,\theta) + \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 - 0 + (\mu_k \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta) \cdot d$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{2 \cdot g \cdot d(sen\,\theta - \mu_k \cdot \cos\theta)}}$$

2.9.6. Dois blocos ligados por um fio e uma polia

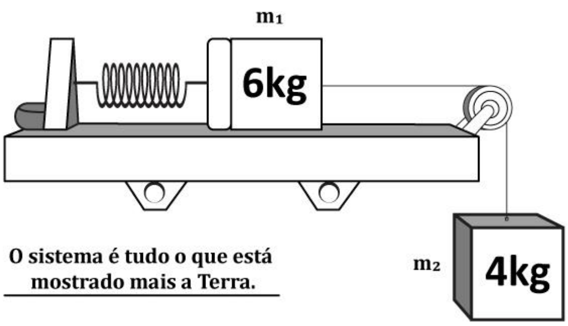


Figura 32: Representação de dois blocos ligados por um fio, com movimentos na horizontal e na vertical devido ao emprego de uma polia.

No esquema figura acima, um bloco de massa m_2 está pendurado, preso a um fio que passa por uma roldana de massa desprezível, ligando a outro bloco de massa m_1 sobre uma superfície fixa horizontal. O coeficiente de atrito cinético é de μ_k. O bloco de massa m_1 é empurrado contra a mola de constante elástica k, deformando-a de Δx. Determine a velocidade de cada bloco, após o bloco de massa m_2 ter descido Δs.

Nesse problema, vamos considerar que nosso sistema é composto pela Terra e todo conjunto mostrado na figura. Podemos esquematizar o que acontece no problema pela figura logo abaixo:

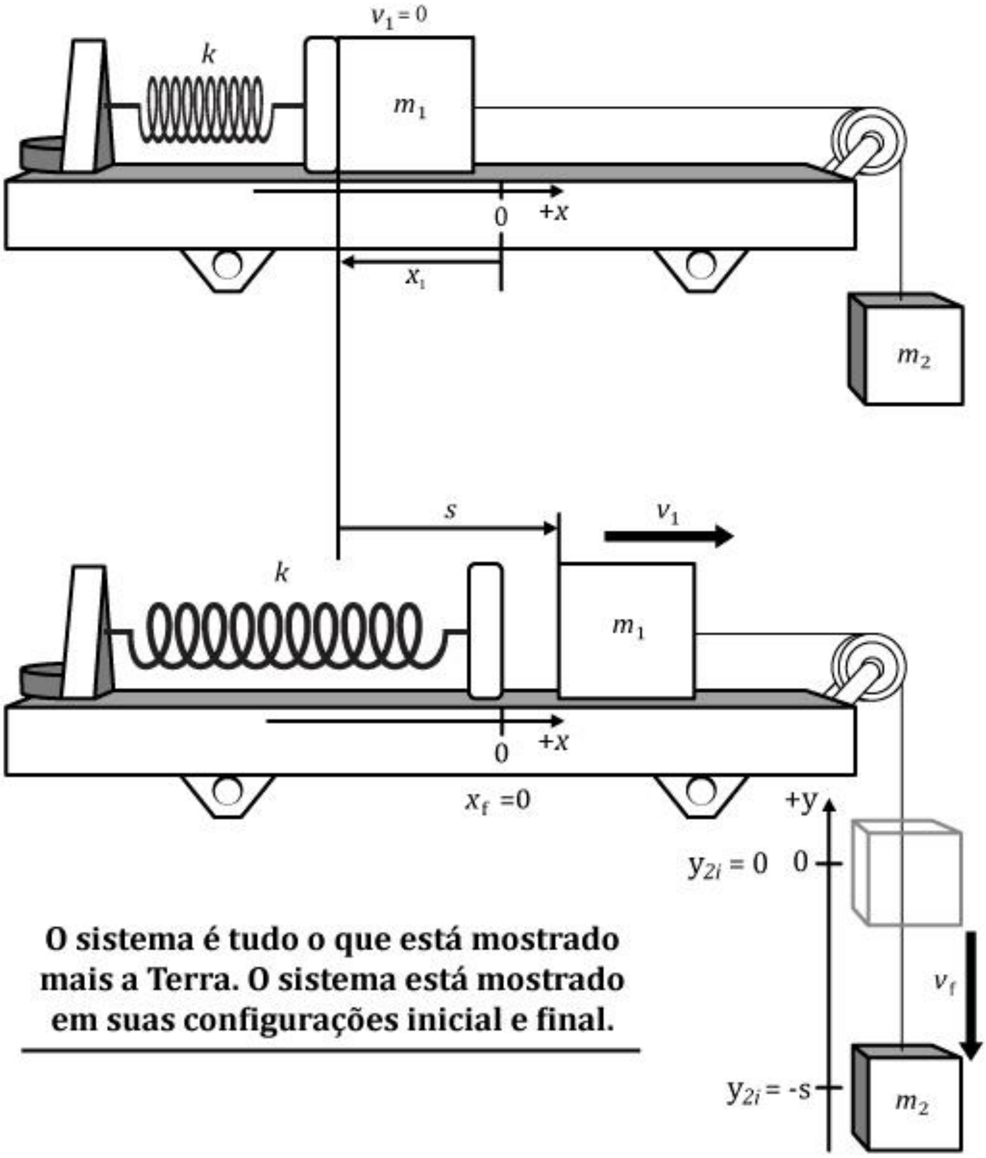


Figura 33: Deslocamentos e velocidades para nosso sistema.

Escrevendo o teorema do trabalho e energia, temos que:

$$\tau_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} = \Delta E_{pot\ grav} + \Delta E_{pot\ elás} + \Delta E_C + f_{at} \cdot d_{rel}$$

Não há forças externa agindo sobre nosso sistema, portanto $\tau_{ext} = 0$. Além disso, a variação da energia potencial elástica na mola é dada por:

$$\Delta E_{pot\ elás} = \frac{1}{2} k \cdot \Delta x^2$$

E a variação da energia potencial gravitacional é dada pela variação da altura no eixo y (que é negativa)

$$\Delta E_{pot\ grav} = m \cdot g \cdot (-d) = -m \cdot g \cdot d$$

Se o bloco de massa m_2 desloca-se de d metros, então, pelo vínculo geométrico, o bloco de massa m_1 também se deslocará d. Assim, os blocos terão as mesmas velocidades: o bloco 1 tem velocidade na direção horizontal, enquanto o bloco 2 tem a velocidade com mesmo módulo, mas na direção vertical.

A força de atrito entre o bloco 1 e a superfície horizontal é dada por:

$$f_{at} = \mu_k \cdot m_1 \cdot g$$

Aplicando o teorema:

$$0 = \left(0 - \frac{1}{2} k \Delta x^2\right) + (-m \cdot g \cdot d) + \left(\frac{1}{2} m_1 v_f^2 + \frac{1}{2} m_2 v_f^2\right) + \mu_k \cdot m_1 \cdot g \cdot d$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{\frac{k \Delta x^2 + 2(m_2 - \mu_k m_1) g d}{m_1 + m_2}}}$$

NOVIDADE!

2.9.7. Carro subindo a ladeira

Este é um problema mais aprofundado. Não fique muito tempo nele.

Você está subindo uma ladeira com inclinação de 10% (significa que a estrada se eleva de 1 metro para cada 10 de distância horizontal, ou seja, o ângulo de inclinação θ tal que $tg\theta = 0{,}100$). Para isso, você está com velocidade constante de $30\ m/s$ e o carro juntamente com os passageiros tem massa de $1000\ kg$. Se a eficiência (fração da energia química consumida que se manifesta como energia mecânica) é de 15%, qual a taxa de variação da energia química do sistema carro-Terra-atmosfera? Qual é a taxa de produção de energia térmica?

Uma parte da energia química é apenas para aumentar a energia potencial gravitacional do carro durante a subida. Além disso, outra parte da energia é utilizada para aumentar a energia térmica, sendo a maior parte desta expelida pelo sistema de exaustão do carro.

Vamos tomar como sistema, o conjunto formado pela Terra, pelo automóvel, pela ladeira e pela atmosfera. Primeiramente, devemos encontrar qual a taxa de perda de energia química. Para isso, vamos definir primeiramente o que é taxa de perda de energia química. Na Física, sempre que mencionamos taxa de alguma coisa nos referimos a variação desta grandeza pelo tempo.

Dessa forma, a taxa de perda de energia química pode ser definida como:

$$\frac{|\Delta E_{quím}|}{\Delta t}$$

Segundo enunciado, ocorre um aumento de 15% da energia mecânica da diminuição da energia química:

$$\Delta E_{mec} = 0{,}150|\Delta E_{quím}|$$

Com isso, podemos dizer que a taxa de perda da energia química é:

$$\frac{|\Delta E_{quím}|}{\Delta t} = \frac{1}{0{,}150}\frac{\Delta E_{mec}}{\Delta t}$$

O automóvel está se movendo com velocidade constante, portanto, a variação da energia cinética é nula ($\Delta E_C = 0$). Logo, a variação da energia mecânica é exclusivamente devido a variação da energia potencial gravitacional ($\Delta E_{mec} = \Delta E_{pot}$).

Logo:

$$\Delta E_{mec} = \Delta E_{pot} = m \cdot g \cdot \Delta h$$

Dessa forma, a taxa de perda da energia química é expressa por:

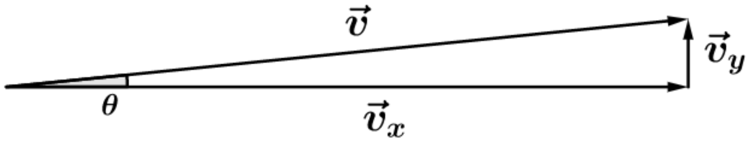
$$\frac{|\Delta E_{quím}|}{\Delta t} = \frac{1}{0{,}150}\frac{\Delta E_{mec}}{\Delta t}$$

$$\frac{|\Delta E_{quím}|}{\Delta t} = \frac{1}{0{,}150}\frac{m \cdot g \cdot \Delta h}{\Delta t}$$

Como a perda na energia química, ao tirarmos o módulo devemos compensar com um sinal de menos:

$$\frac{\Delta E_{quím}}{\Delta t} = -\frac{1}{0{,}150}\frac{m \cdot g \cdot \Delta h}{\Delta t}$$

Note que $\frac{\Delta h}{\Delta t}$ representa a velocidade v_y do automóvel que se relaciona com v de acordo com o vínculo geométrico:



$$v_y = v \cdot sen\ \theta$$

Como o ângulo é muito pequeno, podemos dizer que a tangente do ângulo é aproximadamente o seno dele (aproximação feita com ângulo em radianos).

$$sen\ \theta \cong tg\ \theta = 0{,}100$$

Substituindo valores, podemos encontrar a taxa de perda da energia química:

$$\frac{\Delta E_{quím}}{\Delta t} = -\frac{1}{0{,}150}\frac{m \cdot g \cdot \Delta h}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta E_{quím}}{\Delta t} = -\frac{1}{0{,}150} \cdot m \cdot g \cdot v_y$$

$$\frac{\Delta E_{quím}}{\Delta t} = -\frac{1}{0{,}150} \cdot m \cdot g \cdot v \cdot sen\ \theta$$

$$\frac{\Delta E_{quím}}{\Delta t} = -\frac{1}{0{,}150} \cdot (1000\ kg) \cdot \left(9{,}81\frac{m}{s^2}\right) \cdot \left(30\frac{m}{s}\right) \cdot 0{,}100$$

$$\boxed{-\frac{\Delta E_{quím}}{\Delta t} \cong 196\ \text{kW}}$$

Pelo teorema do trabalho e energia, temos que:

$$\tau_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} + \Delta E_{quím}$$

Para nosso sistema, o trabalho das forças externas é nulo. Assim, dividindo a equação logo acima por Δt, temos que:

$$0 = \frac{\Delta E_{mec}}{\Delta t} + \frac{\Delta E_{térm}}{\Delta t} + \frac{\Delta E_{quím}}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta E_{térm}}{\Delta t} = 0{,}15\frac{\Delta E_{quím}}{\Delta t} - \frac{\Delta E_{quím}}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta E_{térm}}{\Delta t} = -0{,}85\frac{\Delta E_{quím}}{\Delta t}$$

$$\boxed{-\frac{\Delta E_{térm}}{\Delta t} = 167\ \text{kW}}$$

2.9.8. Teorema da projeção do fat

Quando temos um corpo descendo um plano inclinado em que existe força de atrito, nós sabemos que a força de atrito é dada por:

$$fat = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(\theta)$$

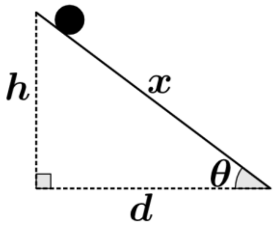


Figura 34: Corpo esférico descendo um plano inclinado que possui atrito.

Assim, ao fazer o trabalho da força de atrito ao deslocar todo plano inclinado, apenas o valor em módulo, temos:

$$t_{fat} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(\theta) \cdot x$$

Pela geometria, podemos ver que $x \cdot \cos(\theta) = d$. Portanto:

$$\tau_{fat} = \mu \cdot m \cdot g \cdot d$$

Assim, vemos que o trabalho da força de atrito, apenas em módulo, não depende de x e do ângulo θ, mas sim da distância d, que seria a projeção do plano na horizontal.

Se tomarmos um trajetória curva, o resultado seria o mesmo.

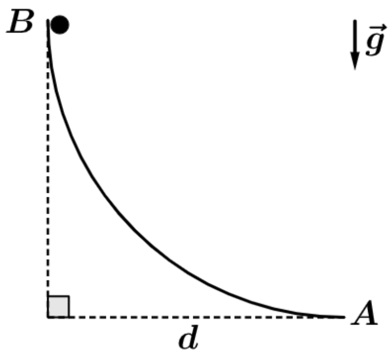


Figura 35: Trajetória curva de um corpo em uma superfície que possui atrito.

Você pode dividir a trajetória curva em infinitos trechos bem pequenos, que podem ser considerados retos como o plano inclinado e depois somar cada um desses pequenos trabalhos de força de atrito para dizer o trabalho total de B para A. Você vai chegar na mesma resposta. Como a força de atrito é uma força resistente nesse caso, então o trabalho da força de atrito, de acordo com o teorema da projeção do fat, é dado por:

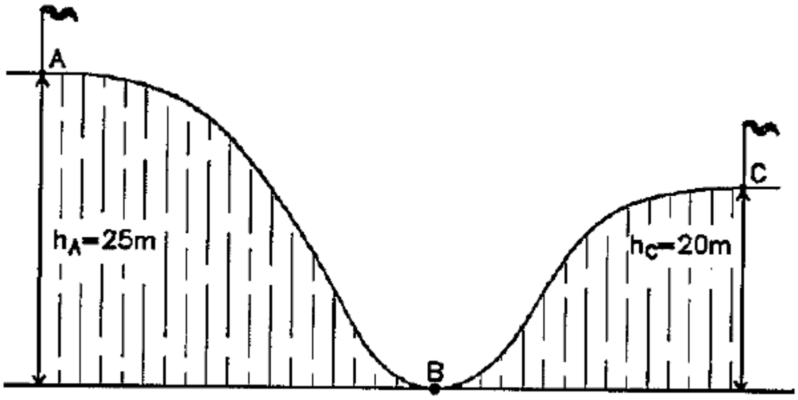
$$\boxed{\tau_{fat} = -\mu \cdot m \cdot g \cdot d}$$

HORA DE PRATICAR!

3. Lista de questões nível 1

1. (Colégio Naval – 2020)

Um carro de montanha russa parte do repouso do ponto A situado a 25 m do solo. Admitindo que ele não abandone a pista, desprezando os atritos e considerando $g = 10\ m/s^2$, calcule a velocidade do carro no ponto C situado a 20 m do solo e assinale a opção correta.



(A) 5 m/s (B) 10 m/s (C) 15 m/s (D) 20 m/s (E) 30 m/s

2. (Simulado Colégio Naval)

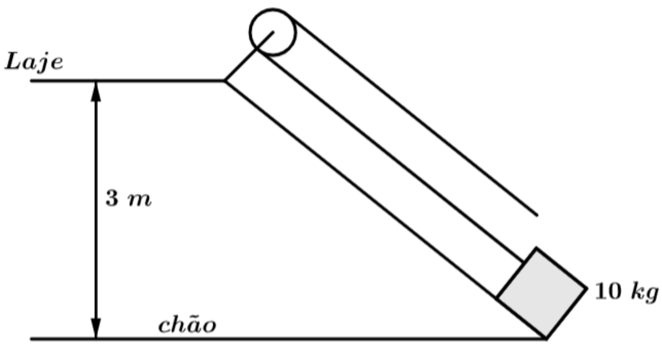
Um corpo de 5 kg é abandonado do repouso de uma altura de 10 metros, em um local onde a aceleração da gravidade é igual a 9,8 m/s². Se a energia do corpo quando ele está quase tocando o solo fosse utilizada para aquecer um litro de água líquido em um recipiente, a variação da temperatura da água, em graus Fahrenheit, seria igual a:

Despreze a resistência do ar. Considere $c_{água} = 1\ cal/g°C$, $d_{água} = 1\ g/cm^3$ e $1\ cal = 4,2\ J$

a) $0,42\ °F$ b) $0,21\ °F$ c) $0,32\ °F$ d) $0,12\ °F$ e) $0,50\ °F$

3. (Simulado Colégio Naval)

Em uma obra, um operário gasta 5 segundos para erguer um bloco do chão até a laje, utilizando uma roldana, apoiando o bloco sobre uma tábua bem lisa, como mostrado na figura abaixo.



Sabendo que o bloco chegou ao topo da laje com velocidade nula e desprezando quaisquer atritos, pode-se afirmar que a potência média desempenhada pelo operário na execução da tarefa foi igual a:

Considere a gravidade local igual a $10\ m/s^2$.

a) 40 W b) 50 W c) 60 W d) 70 W e) 80 W

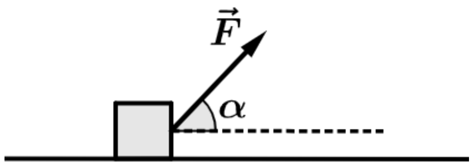
4. (Simulado Colégio Naval)

Em um corrida de fórmula 1, um carro parte do repouso e alcança a velocidade de 216 km/h em 4 s, mantendo uma aceleração praticamente constante. Se considerarmos que o carro se move em um plano horizontal e que a massa total do carro juntamente com o piloto é igual a 1 tonelada, a potência média transmitida pelo motor durantes os 4 s em HP foi de:

Considere que: 1 HP = 750 W. Desconsidere quaisquer perdas.

a) $300\ HP$ b) $450\ HP$ c) $600\ HP$ d) $750\ HP$ e) $900\ HP$

5. (Simulado Colégio Naval)



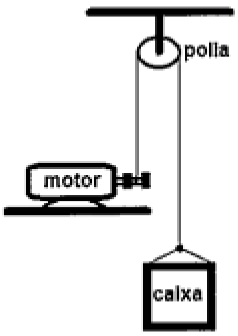
Na figura acima é mostrado um bloco de 5 kg, que se move em um MRUV. Se a sua velocidade varia em 12 m/s a cada 3 s, o trabalho da força $\vec{F}$ no deslocamento de 10 m é de:

Considere que o móvel se movimenta na horizontal e despreze quaisquer atritos.

a) 100 J b) 150 J c) 200 J d) 250 J e) 300 J

6. (EAM – 2020)

A figura a seguir mostra um motor sendo usado para erguer uma caixa de massa $m = 100\ kg$, com o auxílio de uma corda e uma polia (ambos de massa desprezível).

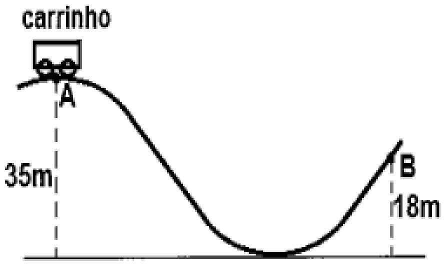


Desconsiderando os efeitos da resistência do ar e sabendo que a potência mecânica do motor é 1000 W e que o deslocamento vertical da caixa é 8 m, determine o tempo que o motor leva para erguer a caixa e marque a opção correta. Dado: $g = 10\ m/s^2$.

(A) 2 s (B) 4 s (C) 8 s (D) 10 s (E) 12 s

7. (EAM – 2022)

Em um parque de diversões um carrinho de montanha-russa, conforme a figura abaixo, com massa $m = 500\ kg$, passa pelo ponto A, a uma altura de 35 m, com velocidade de 12 m/s. Considerando que a energia mecânica se conserva, pode-se afirmar que a velocidade do carrinho a passar pelo ponto B, a uma altura de 18 m, será (use $g = 10\ m/s^2$) de:



(A) 14 m/s (B) 17 m/s (C) 20 m/s (D) 22 m/s (E) 28 m/s

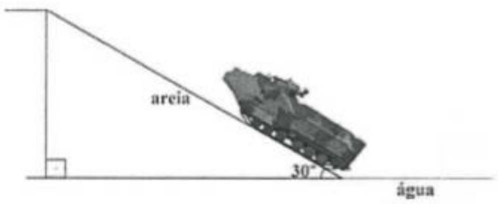
8. (EAM - 2019)

Um garoto em repouso no alto de um tobogã desliza por um desnível de $5\ m$. Desconsiderando qualquer tipo de atrito, possibilidade de rolamento e considerando $g = 10\ m/s^2$, assinale a opção que apresenta a velocidade, em m/s, com que o garoto chegará ao final.

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 50

9. (2018/EAM)

Considere um fuzileiro naval em missão de desembarque de equipamentos, em uma praia do Haiti, utilizando para tal um moderno Carro Lagarta Anfíbio (CLAnf) proveniente do Batalhão de Viaturas Anfíbias, conforme a figura a seguir.



As massas do CLAnf vazio, do equipamento que transporta e do fuzileiro naval que o conduz, são, respectivamente, 20.000 kg, 1.020 kg e 80 kg. A inclinação (rampa) da praia é de 30 graus por uma extensão de 10 m. Marque a opção que fornece o módulo do trabalho da força peso do sistema (CLAnf + equipamento + fuzileiro) ao subir totalmente a rampa.

Considere para tal $g = 10\ m/s^2$, sen30° = 0,50 e cos30° = 0,87.

(A) 105.500 J (B) 211.000 J (C) 535.000 J

(D) 850.000 J (E) 1.055.000 J

10. (Simulado EAM)

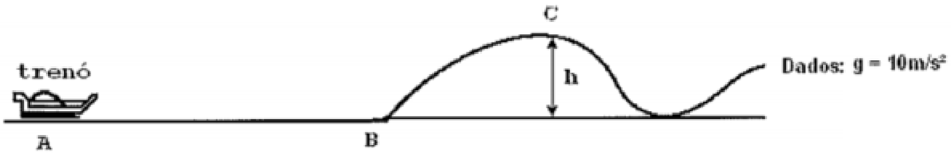
Em um teste de aceleração, um determinado automóvel variou sua velocidade de 0 a 108 km/h em 8 segundos, com uma aceleração constante. Sabendo que a massa do carro é de 1 tonelada, podemos dizer que a velocidade média do carro nesse intervalo de tempo e o trabalho realizado pela força resultante que atuou no carro valem, respectivamente:

a) 15 m/s e 450 kJ b) 13,5 m/s e 600 kJ c) 30 m/s e 600 kJ

d) 54 km/h e 300 KJ e) 45 m/s e 300 kJ

11. (Simulado CN)

Analise a figura a seguir.



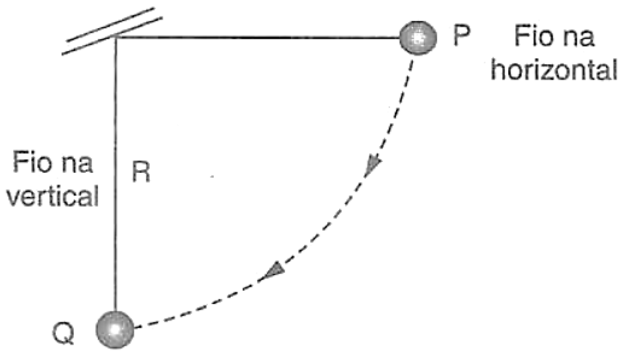
Um carrinho de montanha percorre o segmento $AB = 20\ m$, passando em A com velocidade 18 km/h em um movimento MRUV, chegando em B dois segundos depois de passar por A. Após passar por B, os motores elétricos são desligados e o carrinho continua seu movimento sem atrito. Em seguida, o carrinho começa seu movimento de subida e passa por C com velocidade de 10,8 km/h. Dessa forma, a altura h do ponto C destacada na figura, em metros, é de:

Despreze eventuais atritos.

(A) 6 (B) 7,2 (C) 12 (D) 10,8 (E) 15

12. (Simulado CN)

Uma esfera de $2\pi\sqrt{2}$ kg, presa a um fio ideal, é livre para girar em relação a um ponto fixo no teto, sem perdas por atrito. Se o fio tem comprimento 80 cm, quando a esfera for abandonada do posição P, ela passará no ponto Q com uma velocidade, em m/s, de:



(A) 5 (B) 4 C) 3 (D) 2 (E) 1

13. (AFA – 2000)

Quando um corpo é elevado verticalmente por uma força constante maior que seu peso, há variação

a) apenas da energia cinética.

b) apenas da energia potencial.

c) tanto da energia cinética como da potencial.

d) da energia cinética, da energia potencial e do trabalho.

14. (AFA – 2000)

Um automóvel com o motorista e um passageiro move-se em movimento retilíneo uniforme. Repentinamente, o motorista faz uma curva para a esquerda, e o passageiro é deslocado para a direita. O fato relatado pode ser explicado pelo princípio da

a) inércia.

b) ação e reação.

c) conservação da energia.

d) conservação do momento angular.

15. (AFA – 2000)

Uma bomba necessita enviar 200 l de óleo a um reservatório colocado a 6 metros de altura, em 25 minutos. A potência média da bomba, em watts, para que isso ocorra, é aproximadamente Dado: densidade do óleo = 0,8

a) 5,15 b) 6,40 c) 7,46 d) 8,58

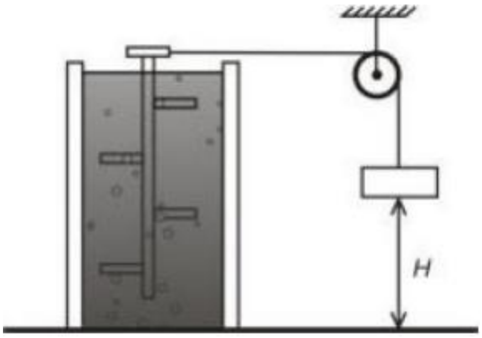
16. (AFA – 2004)

Para manter uma lancha a uma velocidade constante de 36 km/h, é necessário que o motor forneça às hélices propulsoras uma potência de 40 cv (29400 W). Se a lancha estivesse sendo rebocada a esta velocidade, qual seria a tensão no cabo de reboque?

a) 294 N b) 2940 N c) 8160 N d) 816 N

17. (AFA – 2004)

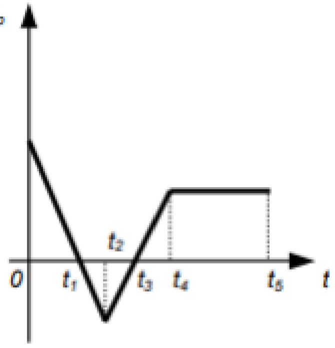
A figura apresenta o esquema simplificado da experiência de Joule. O bloco tem massa 10 kg e está a uma altura $H = 4{,}20\ m$. Quando ele cai, produz o movimento das pás, mergulhadas em 1 kg de água. Supondo que toda variação de energia potencial gravitacional do sistema foi transformada em calor, considerando $c_{água} = 1 cal/g°C$ e $1\ cal = 4{,}2\ J$, a variação de temperatura da água é



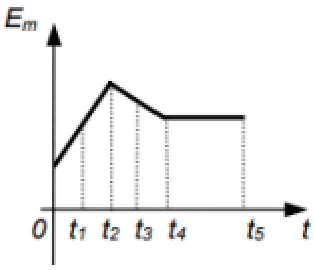
a) 0,1°C b) 0,4°C c) 0,8°C d) 1,0°C

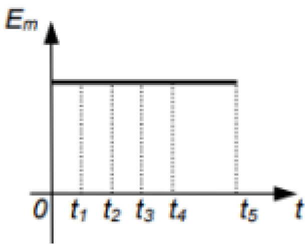
18. (AFA – 2003)

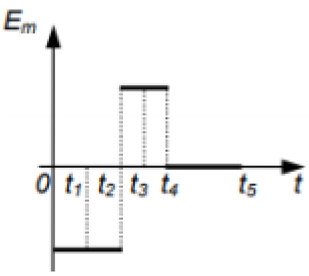
Um corpo de massa m se movimenta num campo de forças conservativas e sua energia potencial (E_P) varia com o tempo de acordo com o gráfico abaixo.

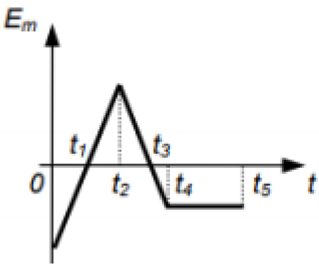


O gráfico que MELHOR representa a variação da energia mecânica (E_m) do corpo com o tempo (t) é

a) 

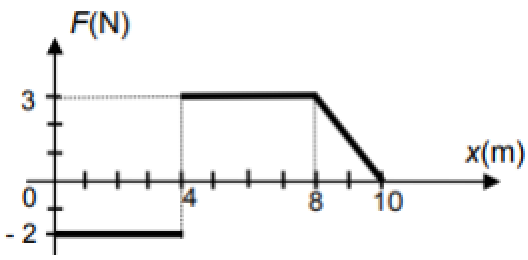
b) 

c) 

d) 

19. (AFA – 2003)

Uma partícula está sob efeito de uma força conforme o gráfico abaixo:



O trabalho, em joules, realizado pela força no intervalo x = 0 a x = 10 é de

a) 7 b) 10 c) 4 d) 23

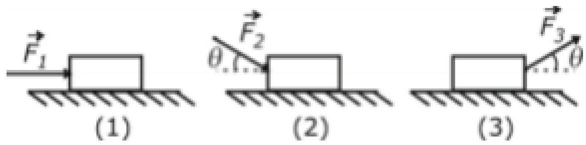
20. (AFA – 2005)

Um corpo é abandonado em queda livre, a partir do repouso, sob ação da gravidade. Se sua velocidade, depois de perder uma quantidade E de energia potencial gravitacional, é v, pode-se concluir que a massa do corpo é dada por

a) $2Ev$ b) $2Ev^2$ c) $\frac{2v^2}{E}$ d) $\frac{2E}{v^2}$

21. (AFA – 2013)

A figura abaixo representa três formas distintas para um bloco entrar em movimento.

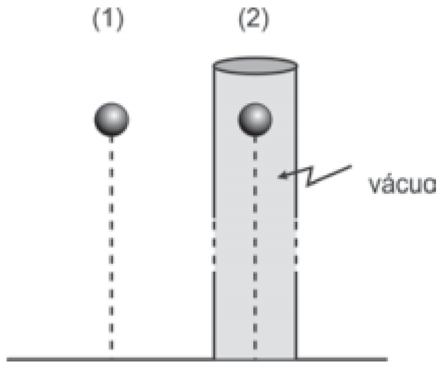


Sabe-se que as forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ são constantes e de mesma intensidade. Desprezando-se qualquer resistência, pode-se afirmar que, depois de percorrida uma mesma distância, a energia cinética, E_1, E_2 e E_3 , adquirida em cada situação, é tal que

a) $E_1 = E_2 = E_3$ b) $E_1 > E_2 = E_3$ c) $E_1 < E_2 < E_3$ d) $E_1 = E_2 > E_3$

22. (AFA – 2007)

A figura mostra uma bola de isopor caindo, a partir do repouso, sob efeito da resistência do ar, e outra bola idêntica, abandonada no vácuo no instante t_1 em que primeira atinge a velocidade limite



Considere que a bola da situação 2 atinge o solo com uma velocidade duas vezes maior que a velocidade limite alcançada pela bola na situação 1. E nestas condições, pode-se afirmar que o percentual de energia dissipada na situação 1 foi de

a) 10% b) 25% c) 50% d) 75%

23. (EN – 2014)

Um motorista, dirigindo um carro sem capota, dispara um revólver apontado para cima na direção vertical. Considerando o vetor velocidade do carro constante, para que o projétil atinja o próprio motorista é necessário que,

a) a velocidade do carro seja muito menor quando comparada à velocidade inicial do projétil.

b) a velocidade inicial do projétil seja maior que a velocidade do som no ar.

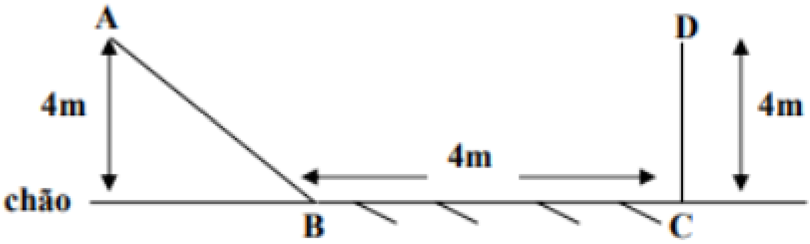
c) a energia mecânica do projétil seja constante ao longo de toda trajetória.

d) a energia potencial do projétil atinja um valor máximo igual à energia cinética do carro.

e) a energia potencial do projétil atinja um valor máximo igual à metade da energia cinética do carro.

24. (EFOMM – 2009)

Um objeto de massa 2 kg é deslocado pelo trecho ABCD, conforme o desenho abaixo. O trabalho total da força peso, em joules, no trecho é (dado : $g = 10\ m/s^2$).



a) 0 b) 80 c) 160 d) 240 e) 320

25. (EFOMM – 2008)

Um sistema móvel de talhas é usado para remoção/troca de camisas em uma praça de máquinas; conseguiu-se remover uma camisa de massa 320 kg de um cilindro de 2,4 metros de altura em 4,4 segundos. A potência mecânica útil (em kW) do sistema de talhas utilizado é, aproximadamente (considere $g = 10\ m/s^2$),

a) 1,75 b) 2,25 c) 3,55 d) 4,35 e) 5,15

26. (EFOMM – 2006)

Uma embarcação mercante de 185 m de comprimento e boca (largura máxima a meia nau) de 29 m é impulsionada por um motor principal de potência nominal 18708 kW, a 127 rpm; o módulo da força (em kN) de propulsão, quando a embarcação estiver se deslocando a 14 nós (1$nó$ = 1,852 km/h), aos mesmos 127 rpm, é

a) 1456 b) 2602 c) 3301 d) 4563 e) 5447

27. (EFOMM – 2006)

Uma bomba abastece um tanque de 1.500 litros de água em 10 minutos. O tanque se encontra a 6 m do nível do rio e a velocidade com que a água chega ao tanque é de 4m/s. Qual é a potência dessa bomba, em cv, desprezando-se os atritos? (Considere: velocidade da água na superfície do rio nula; densidade da água = 1 kg/litro; g = 10 m/s 2 e 1cv = 736 W.)

a) 3,2 b) 2,4 c) 1,5 d) 0,38 e) 0,23

28. (2ª fase OBF – 2005)

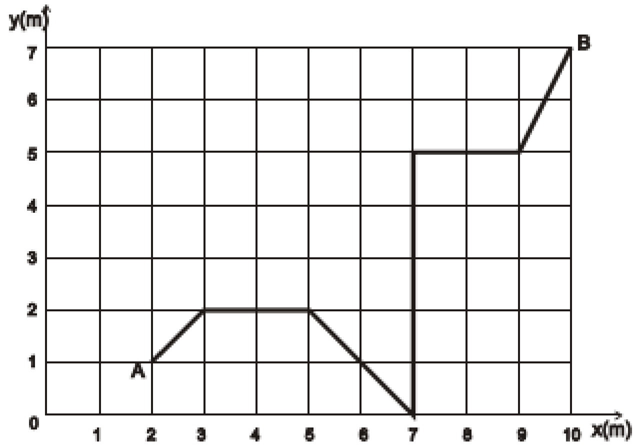
Submete-se um corpo de massa igual a 500 kg à ação de uma força constante e paralela ao deslocamento. Partindo do repouso, o corpo percorre 400 m em 40 s.

a) Qual o trabalho realizado pela força?

b) Qual o valor da força?

29. (2ª fase OBF – 2005)

A figura abaixo mostra a trajetória de um corpo no plano $x - y$ entre os pontos A e B. Sabendo que o corpo está sob a ação de diversas forças, determine o trabalho realizado por uma força $F = 5,0\ N$, paralela ao eixo Ox.



30. (2ª fase OBF – 2006)

Num intervalo de 4 minutos, uma bomba hidráulica deve elevar $1\ m^3$ de água para um reservatório situado a 12 metros de altura. Desprezando-se as resistências mecânicas devidas ao circuito hidráulico, calcule:

a) em joules, o trabalho τ desenvolvido pela bomba para realizar a tarefa.

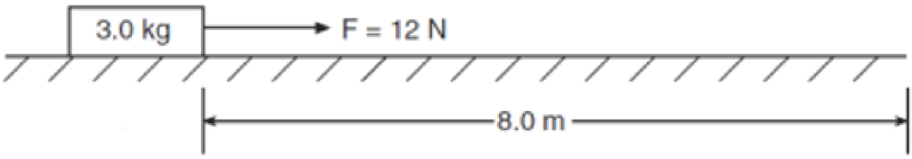
b) em watts, a potência mecânica P desenvolvida pela bomba.

31. (2ª fase OBF – 2008)

Um bloco de massa m é liberado do repouso sobre um plano inclinado de uma altura H. O bloco desliza sobre o plano com atrito desprezível ato sua base. quando então desliza sobre uma superfície rugosa com coeficiente de atrito cinético μ, chocando-se com uma mola de constante elástica k. comprimindo-a de x e parando momentaneamente; a mola em seguida se distende, arremessando o corpo de volta ao plano inclinado e esse sobe a uma altura h. A distância percorrida pelo corpo sobre a superfície rugosa até o momento do repouso momentâneo é igual a d. Qual a expressão que determina a altura h que o corpo sobe?

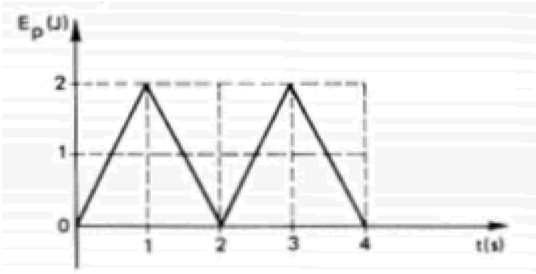
32. (2ª fase OBF – 2010)

Um bloco de 3,0 kg, inicialmente em repouso, está posicionado numa superfície plana e sem atrito. O bloco é movimentado por 8,0 m por uma força constante de 12 N, em 3,0 segundos. Qual a potência média da força durante o movimento?

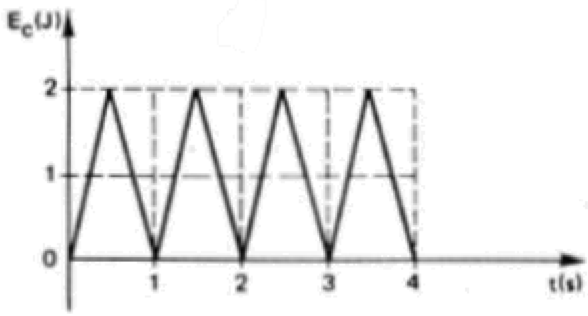


33. (ITA – 1993)

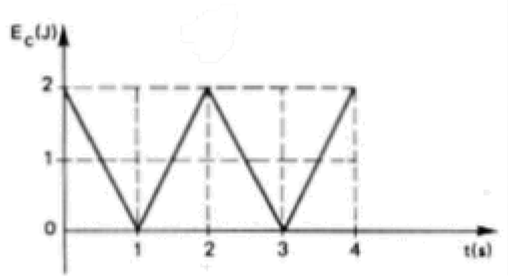
Suponha uma partícula que se move sob a ação tle uma força conservativa. A variação da energia potencial (E_p) com respeito ao tempo (t) é mostrada na figura abaixo. Qual dos gráficos seguintes pode representar a energia cinética da partícula?



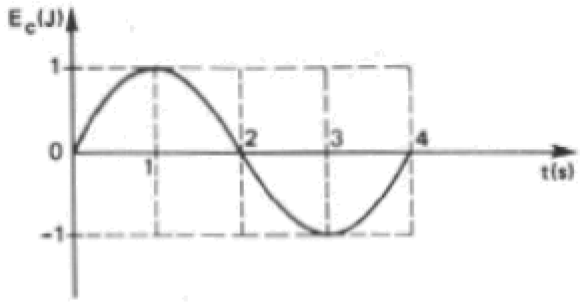
a)



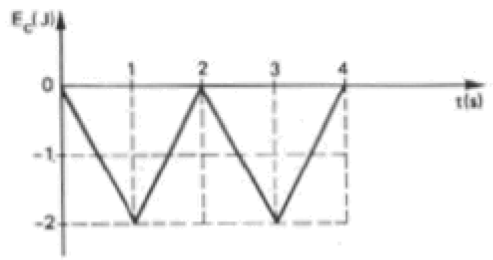
b)



c)



d)



e) mais de um gráfico mostrado aima, pode representar a energia cinética da partícula.

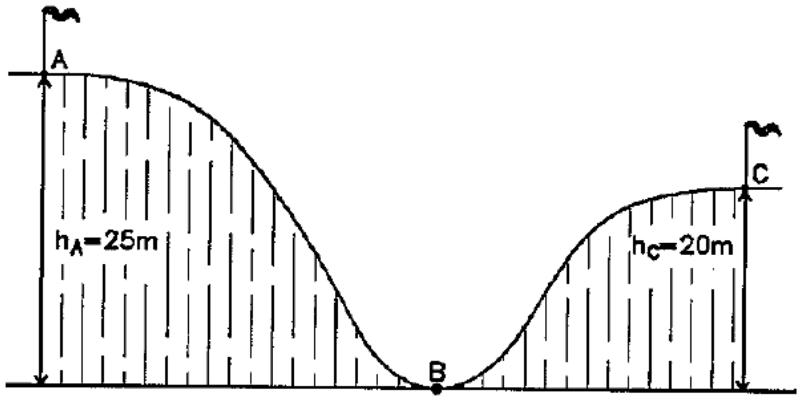
4. Gabarito sem comentários nível 1

1) B
2) B
3) C
4) C
5) C
6) C
7) D
8) A
9) E
10) A
11) D
12) B
13) C/D
14) A
15) B
16) B
17) A
18) B
19) A
20) D
21) B
22) D
23) C
24) A
25) A
26) B
27) E
28) a) 100 kJ b) 250 N
29) 40 J
30) a) $12 \cdot 10^4\ J$ b) 500 W
31) $h = H - 2\mu d$
32) 32 W
33) B

5. Lista de questões nível 1 comentada

1. (Colégio Naval – 2020)

Um carro de montanha russa parte do repouso do ponto A situado a 25 m do solo. Admitindo que ele não abandone a pista, desprezando os atritos e considerando $g = 10\ m/s^2$, calcule a velocidade do carro no ponto C situado a 20 m do solo e assinale a opção correta.



(A) 5 m/s (B) 10 m/s (C) 15 m/s (D) 20 m/s (E) 30 m/s

Comentários:

Como não há atritos no sistema mecânico apresentado, por conservação de energia mecânica entre os pontos A e C, tomando como nível de referência o solo para o cálculo da energia potencial gravitacional, temos:

$$E_{mec}^{A} = E_{mec}^{C}$$

$$mgh_A = mgh_C + \frac{mv^2}{2}$$

Inicialmente em A o corpo está em repouso. Substituindo valores, vem:

$$10 \cdot 25 = 10 \cdot 20 + \frac{v^2}{2}$$

$$\frac{v^2}{2} = 50 \therefore \boxed{v = 10\ m/s}$$

Gabarito: B

2. (Simulado Colégio Naval)

Um corpo de 5 kg é abandonado do repouso de uma altura de 10 metros, em um local onde a aceleração da gravidade é igual a 9,8 m/s². Se a energia do corpo quando ele está quase tocando o solo fosse utilizada para aquecer um litro de água líquido em um recipiente, a variação da temperatura da água, em graus Fahrenheit, seria igual a:

Despreze a resistência do ar. Considere $c_{água} = 1\ cal/g°C$, $d_{água} = 1\ g/cm^3$ e $1\ cal = 4{,}2\ J$

a) $0{,}42\ °F$ b) $0{,}21\ °F$ c) $0{,}32\ °F$ d) $0{,}12\ °F$ e) $0{,}50\ °F$

Comentários:

Quando o corpo é abandonado do repouso, sua energia potencial gravitacional associada ao solo é transformada em energia cinética. Como não há forças dissipativas (a resistência do ar foi desprezada), então a energia mecânica do sistema é constante. Então, quando o corpo está tocando o solo, em relação ao solo, ele possui apenas energia cinética que é igual a energia potencial gravitacional no momento que ele é solto. Portanto:

$$E_c = E_{pot}$$

$$E_c = mgh$$

Essa energia é utilizada para aquecer a água. Então:

$$E_c = Q = m_{água} \cdot c \cdot \Delta\theta_{°C}$$

Lembrando a relação entre variação de temperatura nas escalas Celsius e Fahrenheit é dada por:

$$\Delta\theta_{°C} = \frac{5}{9}\Delta\theta_{°F}$$

Então:

$$m \cdot g \cdot h = m_{água} \cdot c \cdot \frac{5}{9}\Delta\theta_{°F}$$

Substituindo valores, com a transformação de cal para joules, temos:

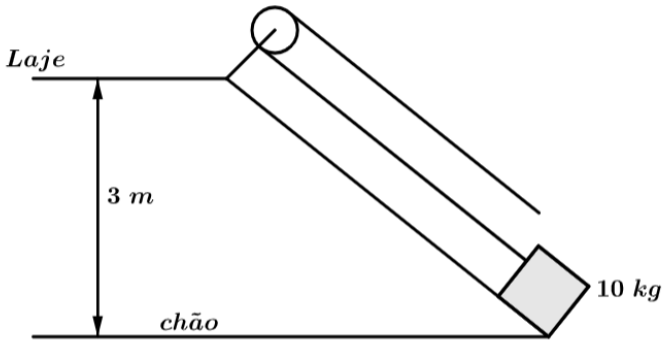
$$\underbrace{5 \cdot 10 \cdot 9{,}8}_{em\ J} = \underbrace{1 \cdot 1000}_{massa\ de\ água} \cdot \underbrace{4{,}2}_{1cal=4{,}2\ J} \cdot \frac{5}{9}\Delta\theta_{°F}$$

$$\Delta\theta_{°F} = 0{,}21\ °F$$

Gabarito: B

3. (Simulado Colégio Naval)

Em uma obra, um operário gasta 5 segundos para erguer um bloco do chão até a laje, utilizando uma roldana, apoiando o bloco sobre uma tábua bem lisa, como mostrado na figura abaixo.



Sabendo que o bloco chegou ao topo da laje com velocidade nula e desprezando quaisquer atritos, pode-se afirmar que a potência média desempenhada pelo operário na execução da tarefa foi igual a:

Considere a gravidade local igual a $10\ m/s^2$.

a) 40 W b) 50 W c) 60 W d) 70 W e) 80 W

Comentários:

Como a força peso é do tipo conservativa, para o operário tirar o bloco do solo e erguer até a altura da laje, não importa a trajetória realizada pelo bloco, apenas a variação da energia potencial gravitacional do corpo.

Por definição, podemos dizer que:

$$Pot = \frac{\tau_{peso}}{\Delta t}$$

$$Pot = \frac{\Delta Ep}{\Delta t}$$

$$Pot = \frac{mg\Delta h}{\Delta t}$$

Substituindo valores, vem:

$$Pot = \frac{10 \cdot 10 \cdot 3}{5}$$

$$\boxed{Pot = 60\ W}$$

Gabarito: C

4. (Simulado Colégio Naval)

Em um corrida de fórmula 1, um carro parte do repouso e alcança a velocidade de 216 km/h em 4 s, mantendo uma aceleração praticamente constante. Se considerarmos que o carro se move em um plano horizontal e que a massa total do carro juntamente com o piloto é igual a 1 tonelada, a potência média transmitida pelo motor durantes os 4 s em HP foi de:

Considere que: 1 HP = 750 W. Desconsidere quaisquer perdas.

a) $300\ HP$ b) $450\ HP$ c) $600\ HP$ d) $750\ HP$ e) $900\ HP$

Comentários:

A potência média é dada por:

$$Pot_m = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

A variação de energia é justamente o ganho de energia cinética do carro. Portanto:

$$Pot_m = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\Delta t}$$

$$Pot_m = \frac{1000 \cdot \left(\frac{216}{3,6}\right)^2}{2 \cdot 4}$$

$$Pot_m = \frac{1000 \cdot 60^2}{2 \cdot 4}\ W$$

Mas, 1 HP = 750 W, então para descobrir a potência em HP, basta dividir por 750 W:

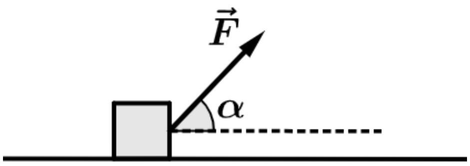
$$\begin{array}{ccc} HP & & W \\ 1 & - & 750 \\ x & - & \dfrac{1000 \cdot 6^2}{2 \cdot 4} \end{array}$$

$$x = \frac{1000 \cdot 60^2}{2 \cdot 4 \cdot 750}$$

$$\boxed{x = 600\ HP}$$

Gabarito: C

5. (Simulado Colégio Naval)



Na figura acima é mostrado um bloco de 5 kg, que se move em um MRUV. Se a sua velocidade varia em 12 m/s a cada 3 s, o trabalho da força $\vec{F}$ no deslocamento de 10 m é de:

Considere que o móvel se movimenta na horizontal e despreze quaisquer atritos.

a) 100 J b) 150 J c) 200 J d) 250 J e) 300 J

Comentários:

Se a cada 3 segundos a velocidade varia de 12 m/s, então a velocidade varia de 4 m/s a cada segundo, ou seja, sua aceleração na horizontal é de 4 m/s². Portanto:

O trabalho da força $\vec{F}$ ao longo dos 10 m é de:

$$\tau = F_H \cdot d$$

$$\tau = m \cdot a \cdot d$$

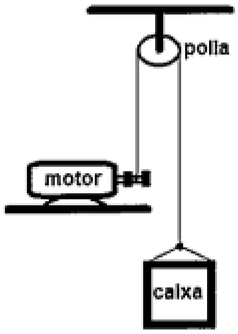
$$\tau = 5 \cdot 4 \cdot 10$$

$$\boxed{\tau = 200\ J}$$

Gabarito: C

6. (EAM – 2020)

A figura a seguir mostra um motor sendo usado para erguer uma caixa de massa $m = 100\ kg$, com o auxílio de uma corda e uma polia (ambos de massa desprezível).



Desconsiderando os efeitos da resistência do ar e sabendo que a potência mecânica do motor é 1000 W e que o deslocamento vertical da caixa é 8 m, determine o tempo que o motor leva para erguer a caixa e marque a opção correta. Dado: $g = 10\ m/s^2$.

(A) 2 s (B) 4 s (C) 8 s (D) 10 s (E) 12 s

Comentários:

Por definição de potência, temos:

$$Pot = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

A variação da energia é justamente a variação da energia potencial do corpo após ser erguido por uma altura de 8 metros. Portanto:

$$Pot = \frac{mg\Delta h}{\Delta t}$$

Substituindo valores, temos:

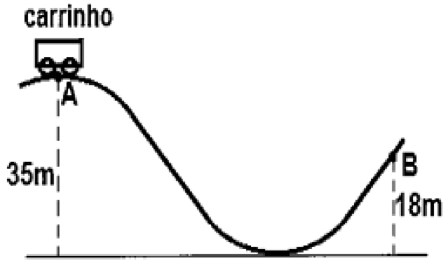
$$1000 = \frac{100 \cdot 10 \cdot 8}{\Delta t}$$

$$\boxed{\Delta t = 8\ s}$$

Gabarito: C

7. (EAM – 2022)

Em um parque de diversões um carrinho de montanha-russa, conforme a figura abaixo, com massa $m = 500\ kg$, passa pelo ponto A, a uma altura de 35 m, com velocidade de 12 m/s. Considerando que a energia mecânica se conserva, pode-se afirmar que a velocidade do carrinho a passar pelo ponto B, a uma altura de 18 m, será (use $g = 10\ m/s^2$) de:



(A) 14 m/s (B) 17 m/s (C) 20 m/s (D) 22 m/s (E) 28 m/s

Comentários:

Utilizando o solo como nível de referência para o cálculo da energia potencial gravitacional, então podemos aplicar a conservação da energia mecânica, conforme mencionado no próprio enunciado. Portanto:

$$E_{mec}^{A} = E_{mec}^{B}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_A^2 + g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot v_B^2 + g \cdot h_B$$

Substituindo valores, temos:

$$\frac{1}{2} \cdot 12^2 + 10 \cdot 35 = \frac{1}{2} v_B^2 + 10 \cdot 18$$

$$144 + 340 = v_B^2$$

$$v_B^2 = 484$$

$$\boxed{v_B = 22\ m/s}$$

Gabarito: D

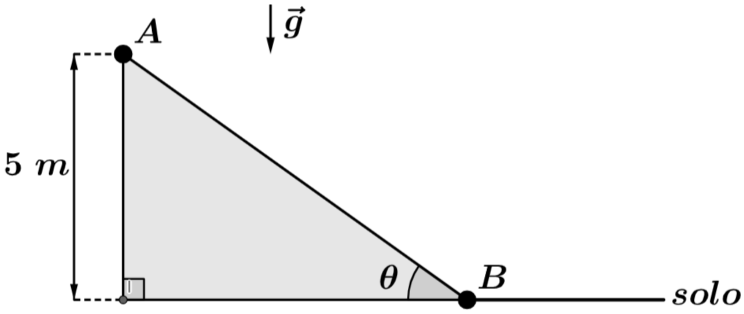
8. (EAM - 2019)

Um garoto em repouso no alto de um toboggã desliza por um desnível de $5\ m$. Desconsiderando qualquer tipo de atrito, possibilidade de rolamento e considerando $g = 10\ m/s^2$, assinale a opção que apresenta a velocidade, em m/s, com que o garoto chegará ao final.

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 50

Comentários:

Podemos esquematizar o garoto no topo do tobogã da seguinte forma:



Inicialmente, o garoto está no ponto A e ele desliza pelo tobogã e chega em B (no solo). Como não há forças de atrito, então a energia mecânica do sistema se conserva. Por isso, a energia mecânica no ponto A deve ser igual a energia mecânica em B.

Tomando como nível de referência para o cálculo da energia potencial gravitacional o solo, então no ponto B não existe energia potencial gravitacional, pois no ponto B o garoto está no nível de referência.

Ele parte do repouso no ponto A, então existe apenas energia potencial gravitacional em A, não existe energia cinética, já que ele parte com velocidade nula.

Quando ele chega em B, ele possui uma certa velocidade, portanto, possui energia cinética, mas em B ele está no nível de referência, então não possui energia potencial gravitacional.

Pela equação de conservação de energia mecânica, temos:

$$E_{mec}^{A} = E_{mec}^{B}$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{m \cdot v_B^2}{2}$$

$$2 \cdot g \cdot h_A = v_B^2$$

Substituindo valores, temos:

$$2 \cdot 10 \cdot 5 = v_B^2$$

$$100 = v_B^2$$

$$\boxed{v_B = 10\ m/s}$$

Observação: eu já vi na internet algumas resoluções dessa questão por Torricelli, mas na forma como vi estava errada. Você não pode escrever a equação de Torricelli na forma $v^2 = 0^2 + 2 \cdot g \cdot h_A$, pois o movimento do garoto é ao longo do tobogã. A aceleração que ele fica submetido é $g \cdot sen(\theta)$, em que θ é a inclinação do tobogã, isso se a gente considerar que o tobogã é reto. Dessa forma, a distância percorrida pelo garoto no tobogã é a distância AB (hipotenusa do nosso triângulo).

Dessa forma, a equação de Torricelli correta ficaria:

$$v^2 = 0^2 + 2 \cdot g \cdot sen(\theta) \cdot AB$$

Pela geometria, vemos na definição do seno de θ que:

$$sen(\theta) = \frac{h_A}{AB}$$

$$AB \cdot sen(\theta) = h_A$$

Então na equação de Torricelli, repare que:

$$v^2 = 0^2 + 2 \cdot g \cdot \underbrace{sen(\theta) \cdot AB}_{=h_A}$$

Portanto:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h_A$$

Que é a mesma equação que encontramos pela conservação da energia mecânica.

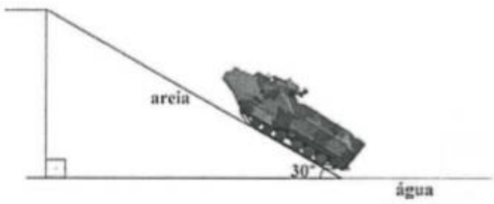
Note que quando resolvemos o problema por conservação de energia mecânica, que é a forma mais correta de resolver esse exercício, nós apenas desenhamos a figura formando um triângulo retângulo, pois iriamos utilizar na explicação da questão para mostrar como utilizar Torricelli. Pela conservação da energia mecânica, basta conhecer apenas a altura de 5 m que a criança se encontra, não importa a forma do tobogã.

Gabarito: A

---

9. (2018/EAM)

Considere um fuzileiro naval em missão de desembarque de equipamentos, em uma praia do Haiti, utilizando para tal um moderno Carro Lagarta Anfíbio (CLAnf) proveniente do Batalhão de Viaturas Anfíbias, conforme a figura a seguir.



As massas do CLAnf vazio, do equipamento que transporta e do fuzileiro naval que o conduz, são, respectivamente, 20.000 kg, 1.020 kg e 80 kg. A inclinação (rampa) da praia é de 30 graus por uma extensão de 10 m. Marque a opção que fornece o módulo do trabalho da força peso do sistema (CLAnf + equipamento + fuzileiro) ao subir totalmente a rampa.

Considere para tal $g = 10\ m/s^2$, sen30° = 0,50 e cos30° = 0,87.

(A) 105.500 J
(B) 211.000 J
(C) 535.000 J
(D) 850.000 J
(E) 1.055.000 J

Comentários:

De acordo com a definição de trabalho, temos que $\tau = F * d * cos\theta$, onde θ é o ângulo formado entre a força e a trajetória percorrida por ela. Nesse caso, como a força Peso é vertical para baixo, esse ângulo é de 180°, e o módulo do cosseno de $180° = 1$

$$F = Peso\ total = (\sum Massas) * g = (20.000 + 1020 + 80) * 10 = 211000\ N$$

$$d = \text{altura do plano inclinado} = sen\ 30° = 10 * 0{,}5 = 5m$$

Portanto:

$$\tau = 211000 * 5$$

$$\tau = 1.055.000\ J$$

Gabarito: E

---

10. (Simulado EAM)

Em um teste de aceleração, um determinado automóvel variou sua velocidade de 0 a 108 km/h em 8 segundos, com uma aceleração constante. Sabendo que a massa do carro é de 1 tonelada, podemos dizer que a velocidade média do carro nesse intervalo de tempo e o trabalho realizado pela força resultante que atuou no carro valem, respectivamente:

a) 15 m/s e 450 kJ

b) 13,5 m/s e 600 kJ

c) 30 m/s e 600 kJ

d) 54 km/h e 300 KJ

e) 45 m/s e 300 kJ

Comentários:

Como o corpo está variando a velocidade com aceleração constante, então a velocidade média é dada por:

$$v_m = \frac{v_0 + v_1}{2}$$

$$v_m = \frac{0 + \frac{108}{3{,}6}}{2} = 15\ m/s$$

Pelo teorema da energia cinética, sabemos que:

$$\tau_{F_{Res}} = \Delta E_c$$

$$\tau_{F_{Res}} = E_{C_{final}} - E_{C_{inicial}}$$

$$\tau_{F_{Res}} = \frac{1}{2} m v_{final}^2$$

$$\tau_{F_{Res}} = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 30^2$$

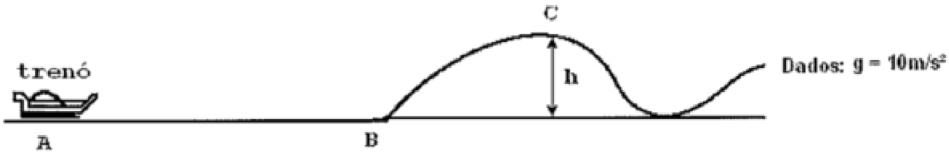
$$\tau_{F_{Res}} = 450.000\ J = 450\ kJ$$

Gabarito: A

---

11. (Simulado CN)

Analise a figura a seguir.



Um carrinho de montanha percorre o segmento $AB = 20\ m$, passando em A com velocidade 18 km/h em um movimento MRUV, chegando em B dois segundos depois de passar por A. Após passar por B, os motores elétricos são desligados e o carrinho continua seu movimento sem atrito. Em seguida, o carrinho começa seu movimento de subida e passa por C com velocidade de 10,8 km/h. Dessa forma, a altura h do ponto C destacada na figura, em metros, é de:

Despreze eventuais atritos.

(A) 6 (B) 7,2 (C) 12 (D) 10,8 (E) 15

Comentários:

Inicialmente devemos determinar a velocidade com que ele passa por B. Como ele realiza um MRUV, então:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$\frac{AB}{\Delta t} = \frac{v_A + v_B}{2}$$

$$\frac{20}{2} = \frac{\frac{18}{3,6} + v_B}{2}$$

$$v_B = 15\ m/s$$

Por conservação de energia, já que não há forças dissipativas e definindo o nível de referência para o cálculo da energia potencial gravitacional na horizontal AB, temos:

$$E_{mec}^{B} = E_{mec}^{C}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh$$

$$h = \frac{v_B^2 - v_C^2}{2g}$$

$$h = \frac{15^2 - \left(\frac{10,8}{3,6}\right)^2}{2 \cdot 10} = \frac{15^2 - 3^2}{2 \cdot 10}$$

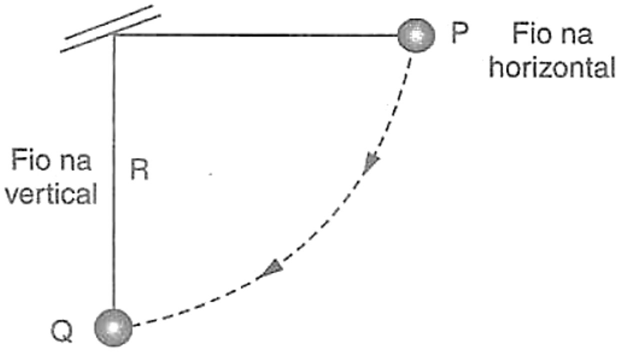
$$h = \frac{(15-3)(15+3)}{2 \cdot 10} = \frac{12 \cdot 18}{2 \cdot 10}$$

$$\boxed{h = 10,8\ m}$$

Gabarito: D

12. (Simulado CN)

Uma esfera de $2\pi\sqrt{2}$ kg, presa a um fio ideal, é livre para girar em relação a um ponto fixo no teto, sem perdas por atrito. Se o fio tem comprimento 80 cm, quando a esfera for abandonada do posição P, ela passará no ponto Q com uma velocidade, em m/s, de:



(A) 5 (B) 4 C) 3 (D) 2 (E) 1

Comentários:

Tomando o nível de referência no ponto Q, como não há perdas por atrito, então a energia mecânica se conserva. Logo:

$$E_{mec}^{P} = E_{mec}^{Q}$$

$$mgR = \frac{1}{2}mv_Q^2$$

$$v_Q = \sqrt{2gR}$$

$$v_Q = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0{,}8} = \sqrt{16}$$

$$\boxed{v_Q = 4\, m/s}$$

Gabarito: B

---

13. (AFA – 2000)

Quando um corpo é elevado verticalmente por uma força constante maior que seu peso, há variação

a) apenas da energia cinética.

b) apenas da energia potencial.

c) tanto da energia cinética como da potencial.

d) da energia cinética, da energia potencial e do trabalho.

Comentários:

Vamos supor uma força $F > P$, em que P é a força peso. Como F é constante, a resultante sobre o corpo é dada por:

$$F_R = F - P$$

Logo, pelo teorema da energia cinética, temos:

$$\tau_{Fr} = \Delta E_C$$

Como o trabalho é positivo, então há uma variação da energia cinética. Por outro lado, dado que F é constante, ao elevar o corpo, há uma variação da energia potencial gravitacional, podendo o peso não ser mais considerado constante. Além disso, como o trabalho da força constante é a força pelo deslocamento e o deslocamento está aumentando, então o trabalho da força F também aumenta. Logo, são plausíveis duas respostas: C ou D.

Gabarito: C ou D

14. (AFA – 2000)

Um automóvel com o motorista e um passageiro move-se em movimento retilíneo uniforme. Repentinamente, o motorista faz uma curva para a esquerda, e o passageiro é deslocado para a direita. O fato relatado pode ser explicado pelo princípio da

a) inércia.

b) ação e reação.

c) conservação da energia.

d) conservação do momento angular.

Comentários:

Tal fato é explicado pelo princípio da inércia, pois se ele se move em MRU, ou seja, resultante é nula, então ao começar a fazer a curva, o corpo dele tende a permanecer no MRU (como estava).

Gabarito: A

15. (AFA – 2000)

Uma bomba necessita enviar 200 l de óleo a um reservatório colocado a 6 metros de altura, em 25 minutos. A potência média da bomba, em watts, para que isso ocorra, é aproximadamente Dado: densidade do óleo = 0,8

a) 5,15 b) 6,40 c) 7,46 d) 8,58

Comentários:

Pelas condições do problema, a potência da bomba é dada por:

$$Pot = \frac{\Delta E_{pot}}{\Delta t}$$

$$Pot = \frac{mgH}{\Delta t} = \frac{200 \cdot 0{,}8 \cdot 10 \cdot 6}{25 \cdot 60} = 6{,}4\ W$$

Gabarito: B

16. (AFA – 2004)

Para manter uma lancha a uma velocidade constante de 36 km/h, é necessário que o motor forneça às hélices propulsoras uma potência de 40 cv (29400 W). Se a lancha estivesse sendo rebocada a esta velocidade, qual seria a tensão no cabo de reboque?

a) 294 N b) 2940 N c) 8160 N d) 816 N

Comentários:

Dada a velocidade constante, então se conhecemos a potência, a força necessária deve ser igual a:

$$Pot = F \cdot v$$

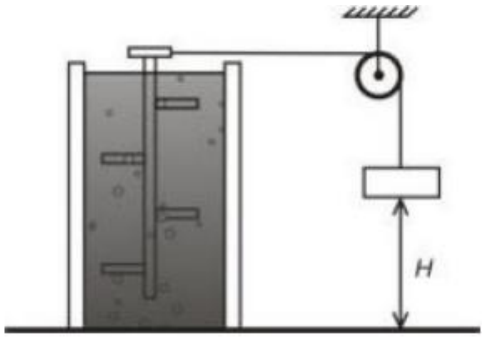
$$29400 = F \cdot \frac{36}{3{,}6}$$

$$\boxed{F = 2940\ N}$$

Gabarito: B

17. (AFA – 2004)

A figura apresenta o esquema simplificado da experiência de Joule. O bloco tem massa 10 kg e está a uma altura $H = 4{,}20\ m$. Quando ele cai, produz o movimento das pás, mergulhadas em 1 kg de água. Supondo que toda variação de energia potencial gravitacional do sistema foi transformada em calor, considerando $c_{água} = 1cal/g$°C e $1\ cal = 4{,}2\ J$, a variação de temperatura da água é



a) 0,1°C b) 0,4°C c) 0,8°C d) 1,0°C

Comentários:

Se toda variação de energia potencial gravitacional é transformada em calor, temos:

$$\Delta E_{pot} = m_{água} \cdot c_{água} \cdot \Delta\theta$$

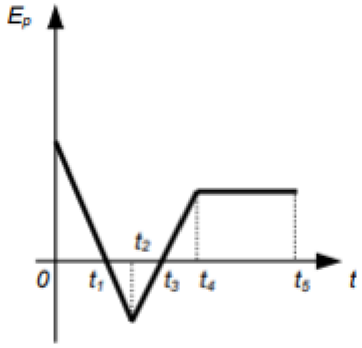
$$10 \cdot 10 \cdot 4{,}2 = 1000 \cdot 4{,}2 \cdot 1 \cdot \Delta\theta$$

$$\boxed{\Delta\theta = 0{,}1\ °C}$$

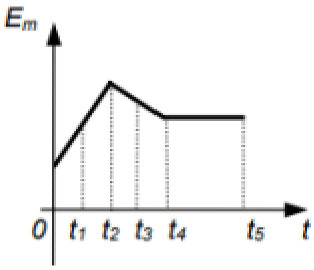
Gabarito: A

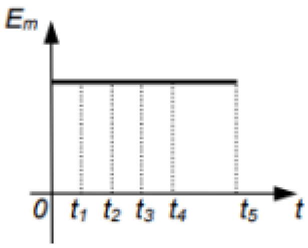
18. (AFA – 2003)

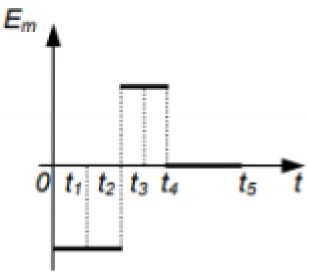
Um corpo de massa m se movimenta num campo de forças conservativas e sua energia potencial (E_P) varia com o tempo de acordo com o gráfico abaixo.

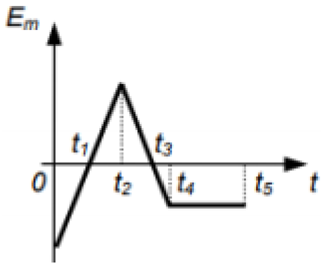


O gráfico que MELHOR representa a variação da energia mecânica (E_m) do corpo com o tempo (t) é

a)


b)


c)


d)


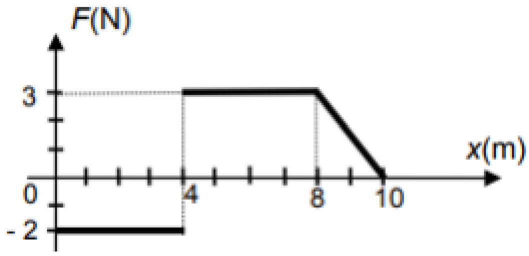
Comentários:

Como as forças são conservativas, então o sistema é conservativo, logo, a energia mecânica do sistema é constante.

Gabarito: B

19. (AFA – 2003)

Uma partícula está sob efeito de uma força conforme o gráfico abaixo:



O trabalho, em joules, realizado pela força no intervalo x = 0 a x = 10 é de

a) 7 b) 10 c) 4 d) 23

Comentários:

Como em um gráfico de força por deslocamento o trabalho é numericamente igual a área e de 0 a 4 metros temos uma força resistente, então:

$$\tau = -2 \cdot 4 + (8-4) \cdot 3 + \frac{(10-8) \cdot 3}{2}$$

$$\tau = -8 + 12 + 3$$

$$\boxed{\tau = 7\,J}$$

Gabarito: A

---

20. (AFA – 2005)

Um corpo é abandonado em queda livre, a partir do repouso, sob ação da gravidade. Se sua velocidade, depois de perder uma quantidade E de energia potencial gravitacional, é v, pode-se concluir que a massa do corpo é dada por

a) $2Ev$ b) $2Ev^2$ c) $\frac{2v^2}{E}$ d) $\frac{2E}{v^2}$

Comentários:

Considerando que não há perdas, após ser abandonado, temos:

$$\Delta E_{mec} = 0$$

$$\Delta E_{pot} + \Delta E_{cin} = 0$$

$$-E + \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

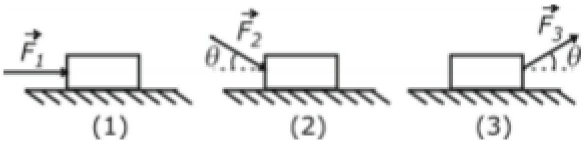
$$\boxed{m = \frac{2E}{v^2}}$$

Note que a única alternativa com dimensional de massa é a alternativa D. Para isso, basta olhar para a fórmula de energia cinética.

Gabarito: D

21. (AFA – 2013)

A figura abaixo representa três formas distintas para um bloco entrar em movimento.



Sabe-se que as forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ são constantes e de mesma intensidade. Desprezando-se qualquer resistência, pode-se afirmar que, depois de percorrida uma mesma distância, a energia cinética, E_1, E_2 e E_3 , adquirida em cada situação, é tal que

a) $E_1 = E_2 = E_3$ b) $E_1 > E_2 = E_3$ c) $E_1 < E_2 < E_3$ d) $E_1 = E_2 > E_3$

Comentários:

As forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ possui intensidades constante e de mesmo valor. Então, devemos analisar qual será a componente da força que estará na direção do movimento horizontal.

Na configuração 1, a força $\vec{F}_1$ que tem módulo F, está na direção horizontal. Portanto, o trabalho dessa força é dado por:

$$\tau_{F_1} = F \cdot \Delta x$$

Como $\vec{F}_1$ é a resultante na direção do movimento, então pelo teorema da energia cinética, temos:

$$\tau_{F_1} = E_1 = F \cdot \Delta x$$

Para a segunda configuração, a componente na direção do movimento é dada por $F \cdot \cos(\theta)$. Essa componente é a resultante na direção do movimento. Logo:

$$\tau_{F_2} = E_2 = F \cdot \cos(\theta) \cdot \Delta x$$

Por fim, para a terceira configuração, temos a mesma componente que em 2. Portanto:

$$\tau_{F_3} = E_3 = F \cdot \cos(\theta) \cdot \Delta x = E_2$$

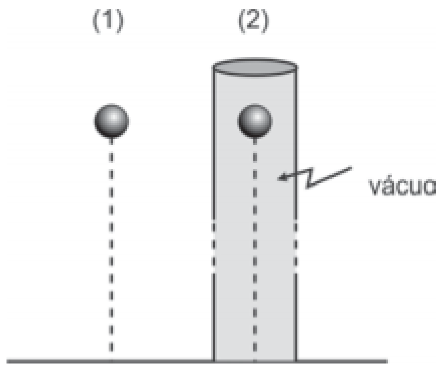
Como $-1 < \cos(\theta) < 1$, então podemos afirmar que:

$$\boxed{E_1 > E_2 = E_3}$$

Gabarito: B

22. (AFA – 2007)

A figura mostra uma bola de isopor caindo, a partir do repouso, sob efeito da resistência do ar, e outra bola idêntica, abandonada no vácuo no instante t_1 em que primeira atinge a velocidade limite



Considere que a bola da situação 2 atinge o solo com uma velocidade duas vezes maior que a velocidade limite alcançada pela bola na situação 1. E Nestas condições, pode-se afirmar que o percentual de energia dissipada na situação 1 foi de

a) 10% b) 25% c) 50% d) 75%

Comentários:

Se a velocidade limite da bola 1 é v, então a velocidade da bola 2 quando atinge o solo é $2v$. A energia cinética de 1 é dada por:

$$E_{cin1} = \frac{1}{2}mv^2$$

A energia cinética de 2:

$$E_{cin2} = \frac{1}{2}m(2v)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2}mv^2 = 4 \cdot E_{cin1}$$

Isso ocorre pelo fato de que em 1, parte da energia é dissipada pela resistência do ar. Note que o percentual de energia que é dissipada em 1 corresponde a 75% da energia cinética de 2 (em 2 não há perdas, por isso vamos olhar para o percentual de energia dissipada):

$$\frac{\Delta E_{cin}}{E_{cin2}} = \frac{4E_{cin1} - E_{cin1}}{4E_{cin1}} = \frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\%$$

Gabarito: D

23. (EN – 2014)

Um motorista, dirigindo um carro sem capota, dispara um revólver apontado para cima na direção vertical. Considerando o vetor velocidade do carro constante, para que o projétil atinja o próprio motorista é necessário que,

a) a velocidade do carro seja muito menor quando comparada à velocidade inicial do projétil.

b) a velocidade inicial do projétil seja maior que a velocidade do som no ar.

c) a energia mecânica do projétil seja constante ao longo de toda trajetória.

d) a energia potencial do projétil atinja um valor máximo igual à energia cinética do carro.

e) a energia potencial do projétil atinja um valor máximo igual à metade da energia cinética do carro.

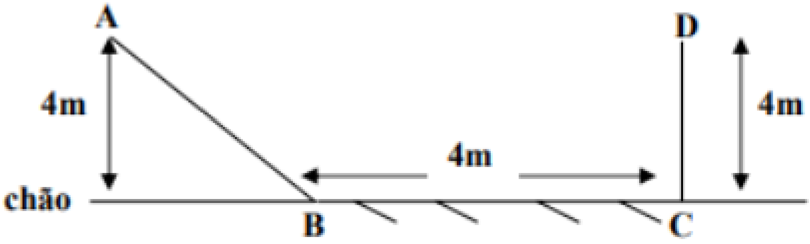
Comentários:

Se não existe forças dissipativas, e a velocidade do carro é constante e igual à velocidade horizontal do projétil, o projétil cairá na cabeça do motorista. Se não tivermos forças dissipativas, a energia mecânica é constante.

Gabarito: C

24. (EFOMM – 2009)

Um objeto de massa 2 kg é deslocado pelo trecho ABCD, conforme o desenho abaixo. O trabalho total da força peso, em joules, no trecho é (dado : $g = 10\ m/s^2$).



a) 0 b) 80 c) 160 d) 240 e) 320

Comentários:

O trabalho da força peso é menos a variação da energia potencial gravitacional. Como não há variação da energia potencial gravitacional, pois A e D está em um mesmo nível, então o trabalho da força peso é nulo.

Gabarito: A

25. (EFOMM – 2008)

Um sistema móvel de talhas é usado para remoção/troca de camisas em uma praça de máquinas; conseguiu-se remover uma camisa de massa 320 kg de um cilindro de 2,4 metros de altura em 4,4 segundos. A potência mecânica útil (em kW) do sistema de talhas utilizado é, aproximadamente (considere $g = 10\ m/s^2$),

a) 1,75 b) 2,25 c) 3,55 d) 4,35 e) 5,15

Comentários:

Pela definição de potência média, temos:

$$Pot = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{mgH}{\Delta t} = \frac{320 \cdot 10 \cdot 2{,}4}{4{,}4} = 1{,}75\ kW$$

Gabarito: A

26. (EFOMM – 2006)

Uma embarcação mercante de 185 m de comprimento e boca (largura máxima a meia nau) de 29 m é impulsionada por um motor principal de potência nominal 18708 kW, a 127 rpm; o módulo da força (em kN) de propulsão, quando a embarcação estiver se deslocando a 14 nós ($1nó$ = 1,852 km/h), aos mesmos 127 rpm, é

a) 1456 b) 2602 c) 3301 d) 4563 e) 5447

Comentários:

Pela definição de potência, temos:

$$Pot = F \cdot v$$

$$F = \frac{Pot}{v}$$

$$F = \frac{18708 \cdot 10^3}{14 \cdot \frac{1{,}852}{3{,}6}} = 2597\ N$$

Gabarito: B

27. (EFOMM – 2006)

Uma bomba abastece um tanque de 1.500 litros de água em 10 minutos. O tanque se encontra a 6 m do nível do rio e a velocidade com que a água chega ao tanque é de 4m/s. Qual é a potência dessa bomba, em cv, desprezando-se os atritos? (Considere: velocidade da água na superfície do rio nula; densidade da água = 1 kg/litro; g = 10 m/s 2 e 1cv = 736 W.)

a) 3,2 b) 2,4 c) 1,5 d) 0,38 e) 0,23

Comentários:

Pelo conceito de potência, temos:

$$Pot = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta mgH + \frac{\Delta m v^2}{2}}{\Delta \text{t}}$$

$$Pot = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot gH + \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$Pot = \frac{1500}{10 \cdot 60} \cdot 10 \cdot 6 + \frac{1500}{10 \cdot 60} \cdot \frac{4^2}{2}$$

$$Pot = 150 + 20 = 170\ W = \frac{170}{736}\ cv$$

$$\therefore \boxed{Pot = 0{,}23\ cv}$$

Gabarito: E

28. (2ª fase OBF – 2005)

Submete-se um corpo de massa igual a 500 kg à ação de uma força constante e paralela ao deslocamento. Partindo do repouso, o corpo percorre 400 m em 40 s.

a) Qual o trabalho realizado pela força?

b) Qual o valor da força?

Comentários:

Embora o enunciado peça o trabalho da força no item a) e a força no item b), vamos inicialmente determinar a força.

Como F é constante, a aceleração também é constante. Portanto, pela função horária da posição encontramos:

$$\Delta S = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = 0{,}5\ m/s^2$$

Assim:

$$F = m \cdot a \Rightarrow F = 250\ N$$

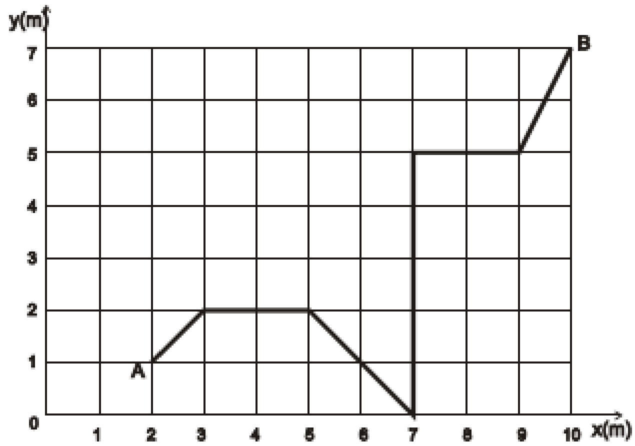
O trabalho realizado é dado por:

$$T = F \cdot d\ \Rightarrow\ T = 100\ kJ$$

Gabarito: a) 100 kJ b) 250 N

29. (2ª fase OBF – 2005)

A figura abaixo mostra a trajetória de um corpo no plano $x - y$ entre os pontos A e B. Sabendo que o corpo está sob a ação de diversas forças, determine o trabalho realizado por uma força $F = 5{,}0\ N$, paralela ao eixo Ox.



Comentários:

Embora o corpo esteja sob a ação de diversas forças, podemos analisar individualmente o trabalho realizado por cada uma delas.

Temos que $T = \int F(x)dx$, mas como a força em questão tem módulo e direção constante podemos escrever:

$T = F \cdot d$, onde d é o deslocamento do corpo no eixo x.

Portanto:

$$T = 5 \cdot 8 = 40\,J$$

Gabarito: 40 J

---

30. (2ª fase OBF – 2006)

Num intervalo de 4 minutos, uma bomba hidráulica deve elevar $1\,m^3$ de água para um reservatório situado a 12 metros de altura. Desprezando-se as resistências mecânicas devidas ao circuito hidráulico, calcule:

a) em joules, o trabalho τ desenvolvido pela bomba para realizar a tarefa.

b) em watts, a potência mecânica P desenvolvida pela bomba.

Comentários:

a) Para elevar a água para um reservatório situado a 12 metros de altura, a bomba realiza trabalho para aumentar a energia potencial da água. Assim:

$$T = m \cdot g \cdot \Delta h$$

$$\Rightarrow T = 1000 \cdot 10 \cdot 12 = 120\,kJ$$

b) A potência é dada por:

$$Pot = \frac{T}{\Delta t} = 500\,W$$

Gabarito: a) $12 \cdot 10^4\,J$ b) 500 W

---

31. (2ª fase OBF – 2008)

Um bloco de massa m é liberado do repouso sobre um plano inclinado de uma altura H. O bloco desliza sobre o plano com atrito desprezível ato sua base. quando então desliza sobre uma superfície rugosa com coeficiente de atrito cinético μ, chocando-se com uma mola de constante elástica k. comprimindo-a de x e parando momentaneamente; a mola em seguida se distende, arremessando o corpo de volta ao plano inclinado e esse sobe a uma altura h. A distância percorrida pelo corpo sobre a superfície rugosa até o momento do repouso momentâneo é igual a d. Qual a expressão que determina a altura h que o corpo sobe?

Comentários:

A diferença entre a energia inicial e a final do corpo é a energia perdida pelo trabalho da força atrito:

$$\tau_{nfc} = \Delta E_{mec}$$

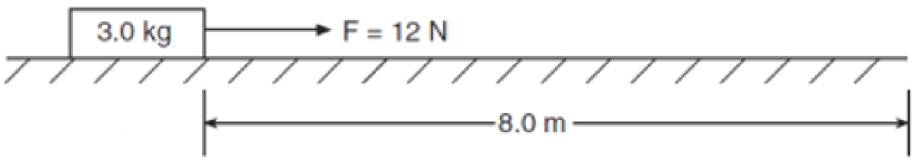
$$-\mu mg(2d) = mgh - mgH$$

$$\Rightarrow h = H - 2\mu d$$

Gabarito: $\boldsymbol{h = H - 2\mu d}$

32. (2ª fase OBF – 2010)

Um bloco de 3,0 kg, inicialmente em repouso, está posicionado numa superfície plana e sem atrito. O bloco é movimentado por 8,0 m por uma força constante de 12 N, em 3,0 segundos. Qual a potência média da força durante o movimento?



Comentários:

O trabalho realizado pela forca pode ser calculado como:

$$W = F \cdot d$$

$$W = 12 \cdot 8 = 96\ J$$

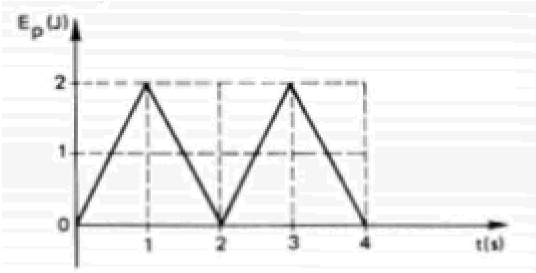
A potência média desenvolvida é dada por:

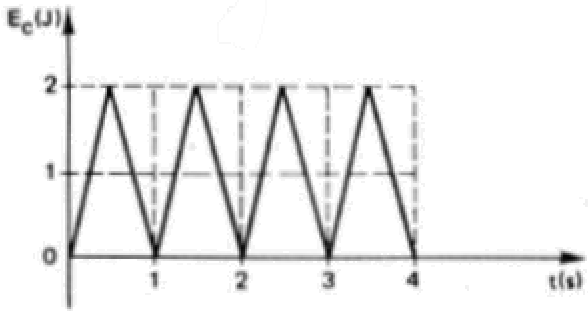
$$Pot = \frac{W}{\Delta t} = \frac{96}{3} = 32\ W$$

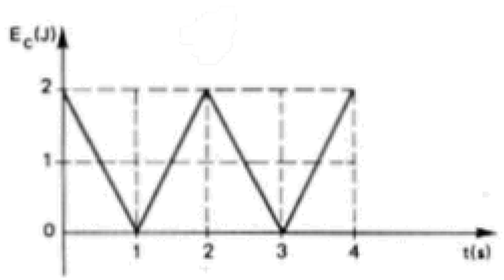
Gabarito: $\boldsymbol{32\ W}$

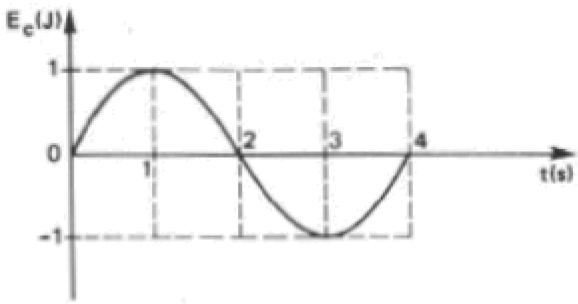
33. (ITA – 1993)

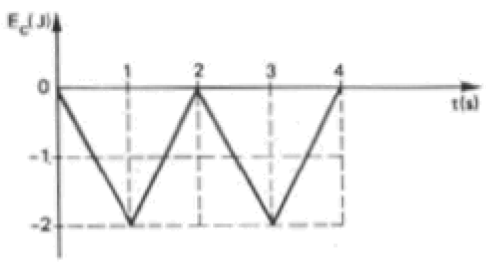
Suponha uma partícula que se move sob a ação tle uma força conservativa. A variação da energia potencial (E_p) com respeito ao tempo (t) é mostrada na figura abaixo. Qual dos gráficos seguintes pode representar a energia cinética da partícula?



a)


b)


c)


d)


e) mais de um gráfico mostrado aima, pode representar a energia cinética da partícula.

Comentários:

A partícula se move sob a ação de uma força conservativa, portanto sua Energia Total é constante.

$$E_T = E_C + E_P$$

$$\Rightarrow E_C = E_T - E_P$$

Assim podemos concluir que o gráfico de E_C é o gráfico de E_P espelhado no eixo das abcissas e somado da constante E_T . Chegando assim na letra B.

Além disso, poderíamos chegar na mesma conclusão eliminando C e D por não existir energia cinética negativa e eliminando A porque a energia total não seria constante.

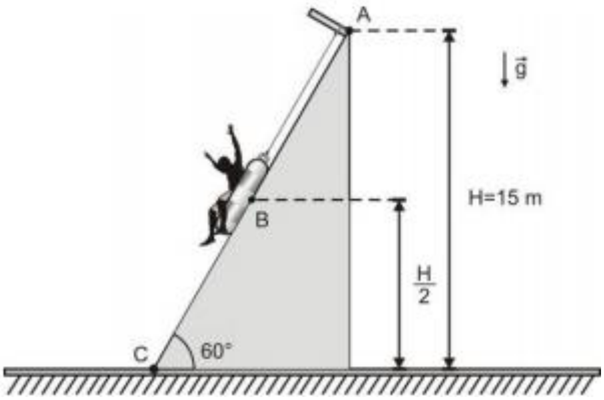
Gabarito: B

HORA DE PRATICAR!

6. Lista de questões nível 2

1. (AFA – 2020 – Adaptada)

Certo brinquedo de um parque aquático é esquematizado pela figura a seguir, onde um homem e uma boia, sobre a qual se assenta, formam um sistema, tratado como partícula.

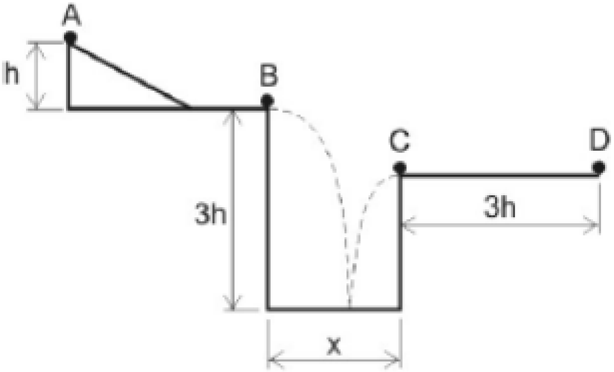


Essa "partícula" inicia seu movimento do repouso, no ponto A, situado a uma altura H=15 m, escorregando ao longo do toboágua que está inclinado de 60° em relação ao solo, plano e horizontal. Considere a aceleração da gravidade constante e igual a g e despreze as resistências do ar, do toboágua e os efeitos hidrodinâmicos sobre a partícula. Para freá-la, fazendo-a chegar ao ponto C com velocidade nula, um elástico inicialmente não deformado, que se comporta como uma mola ideal, foi acoplado ligando essa partícula ao topo do toboágua. Nessa circunstância, a deformação máxima sofrida pelo elástico foi de $10\sqrt{3}\ m$. Na descida, ao passar pelo ponto B, que se encontra a uma altura $H/2$, a partícula atinge sua velocidade máxima, que, em m/s, vale, aproximadamente

a) 6,0 b) 8,5 c) 10 d) 12

2. (AFA – 2018)

Uma partícula é abandonada sobre um plano inclinado, a partir do repouso no ponto A, de altura h, como indicado pela figura (fora de escala). Após descer o plano inclinado, a partícula se move horizontalmente até atingir o ponto B. As forças de resistência ao movimento de A até B são desprezíveis. A partir do ponto B, a partícula então cai, livre da ação de resistência do ar, em um poço de profundidade igual a 3h e diâmetro x. Ela colide com o chão do fundo do poço e sobe, em uma nova trajetória parabólica até atingir o ponto C, o mais alto dessa nova trajetória. Na colisão com o fundo do poço a partícula perde 50% de sua energia mecânica. Finalmente, do ponto C ao ponto D, a partícula move-se horizontalmente experimentando atrito com a superfície. Após percorrer a distância entre C e D, igual a 3h, a partícula atinge o repouso.



Considerando que os pontos B e C estão na borda do poço, que o coeficiente de atrito dinâmico entre a partícula e o trecho $\overline{CD}$ é igual a 0,5 e que durante a colisão com o fundo do poço a partícula não desliza, a razão entre o diâmetro do poço e a altura de onde foi abandonada a partícula, $\frac{X}{h}$, vale

a) 1 b) 3 c) $3\sqrt{3}$ d) $4\sqrt{3}$

3. (AFA – 2018)

Uma rampa, homogênea, de massa m e comprimento L, é inicialmente colocada na horizontal. A extremidade A, dessa rampa, encontra-se acoplada a uma articulação sem atrito. Na extremidade B está sentado, em repouso, um garoto, também de massa m. Essa extremidade B está presa ao chão, por um fio ideal, e ao teto, por uma mola ideal, de constante elástica k, conforme ilustra a Figura 1.

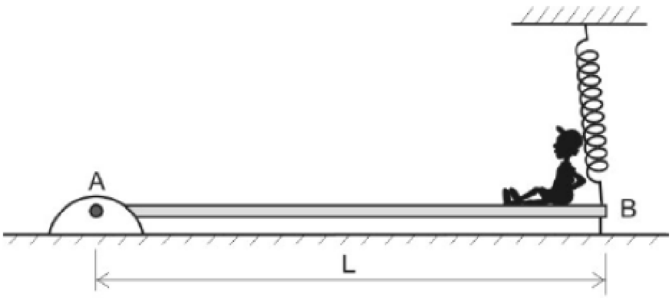


Figura 1

Em um determinado instante o garoto corta o fio. A mola, que está inicialmente deformada de um valor Δx, passa a erguer lentamente a extremidade B da rampa, fazendo com que o garoto escorregue, sem atrito e sem perder o contato com a rampa, até a extremidade A, conforme Figura 2.

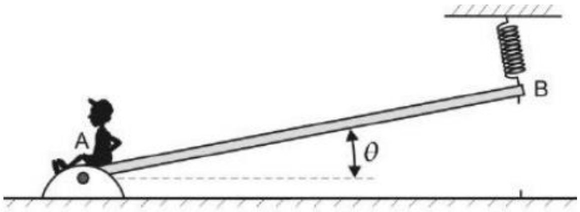


Figura 2

Quando o garoto, que neste caso deve ser tratado como partícula, atinge a extremidade A, a mola se encontra em seu comprimento natural (sem deformação) e a rampa estará em repouso e inclinada de um ângulo θ. Considerando g o módulo da aceleração da gravidade local, nessas condições, a velocidade do garoto em A, vale

a) $\Delta x sen(\theta)\sqrt{\frac{k}{m} - g\frac{L}{2}}$

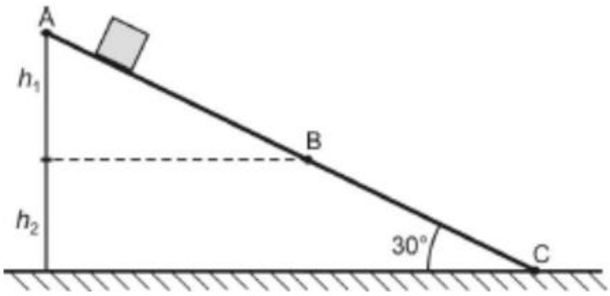
b) $\Delta x\sqrt{\frac{k}{m}} + \sqrt{g\frac{L}{2}\cos(\theta)}$

c) $\sqrt{\frac{k}{m}\Delta x + gLcos(\theta)}$

d) $\sqrt{\frac{k}{m}\Delta x^2 - gLsen(\theta)}$

4. (AFA – 2017)

Um bloco escorrega, livre de resistência do ar, sobre um plano inclinado de 30°, conforme a figura (sem escala) a seguir.

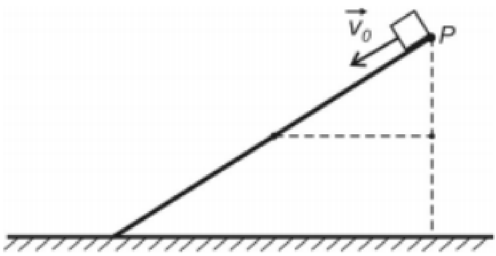


No trecho AB não existe atrito e no trecho BC o coeficiente de atrito vale $\mu = \sqrt{3}/2$. O bloco é abandonado, do repouso em relação ao plano inclinado, no ponto A e chega ao ponto C com velocidade nula. A altura do ponto A, em relação ao ponto B, é h_1, e a altura do ponto B, em relação ao ponto C, é h_2. A razão $\frac{h_1}{h_2}$ vale

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) 2

5. (AFA – 2016)

Um bloco é lançado com velocidade v_0 no ponto P paralelamente a uma rampa, conforme a figura. Ao escorregar sobre a rampa, esse bloco para na metade dela, devido à ação do atrito.



Tratando o bloco como partícula e considerando o coeficiente de atrito entre a superfície do bloco e da rampa, constante ao longo de toda descida, a velocidade de lançamento para que este bloco pudesse chegar ao final da rampa deveria ser, no mínimo:

a) $\sqrt{2}v_0$ b) $2v_0$ c) $2\sqrt{2}v_0$ d) $4v_0$

6. (AFA – 2016)

Dois mecanismos que giram com velocidades angulares ω_1 e ω_2 constantes são usados para lançar horizontalmente duas partículas de massas $m_1 = 1kg$ e $m_2 = 2kg$ de uma altura $h = 30m$, como mostra a figura 1 abaixo.

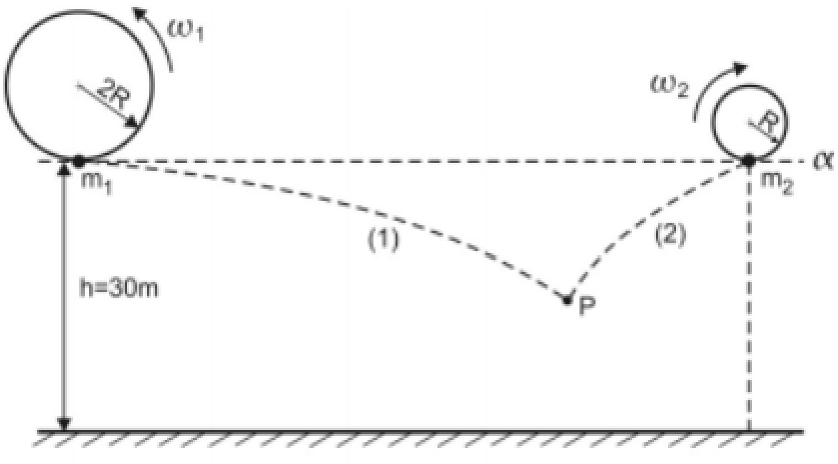


FIGURA 1

Num dado momento em que as partículas passam, simultaneamente, tangenciando o plano horizontal α, elas são desacopladas dos mecanismos de giro e, lançadas horizontalmente, seguem as trajetórias 1 e 2 (figura 1) até se encontrarem no ponto P. Os gráficos das energias cinéticas, em joule, das partículas 1 e 2 durante os movimentos de queda, até a colisão, são apresentados na figura 2 em função de $(h - y)$, em m, onde y é a altura vertical das partículas num tempo qualquer, medida a partir do solo perfeitamente horizontal.

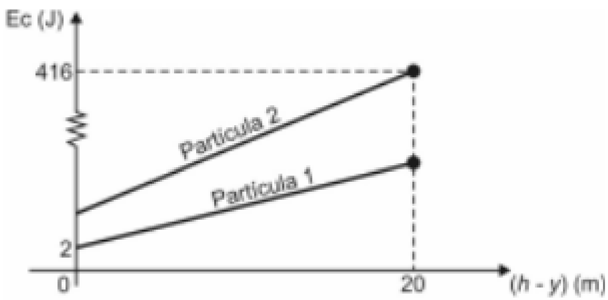


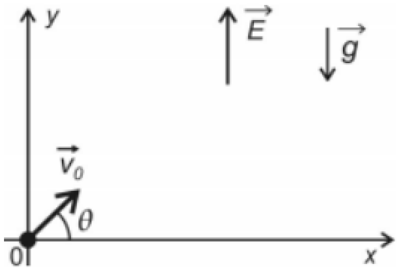
FIGURA 2

Desprezando qualquer forma de atrito, a razão $\omega_2\ \omega_1$ é

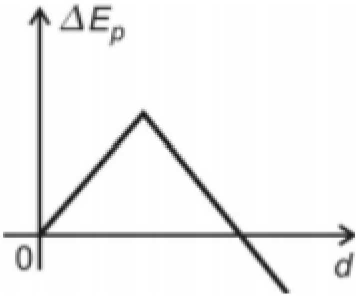
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

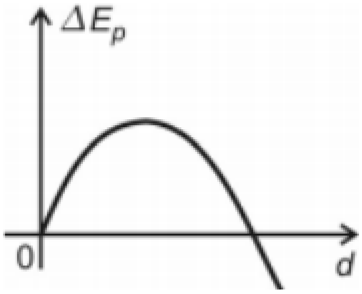
7. (AFA – 2016)

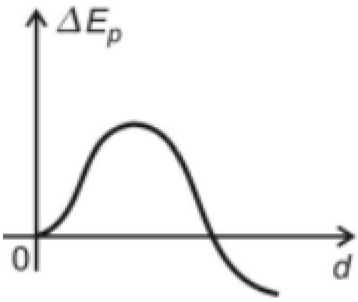
Uma partícula de massa m e carga elétrica $-q$ é lançada com um ângulo θ em relação ao eixo x, com velocidade igual a $\vec{v}_0$, numa região onde atuam um campo elétrico $\vec{E}$ e um campo gravitacional $\vec{g}$, ambos uniformes e constantes, conforme indicado na figura abaixo.

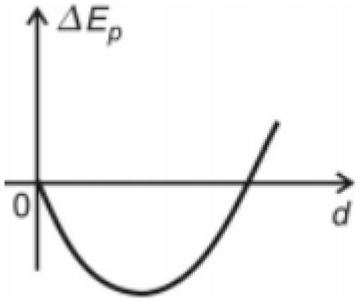


Desprezando interações de quaisquer outras naturezas com essa partícula, o gráfico que melhor representa a variação de sua energia potencial (ΔEp) em função da distância (d) percorrida na direção do eixo x, é

a) 

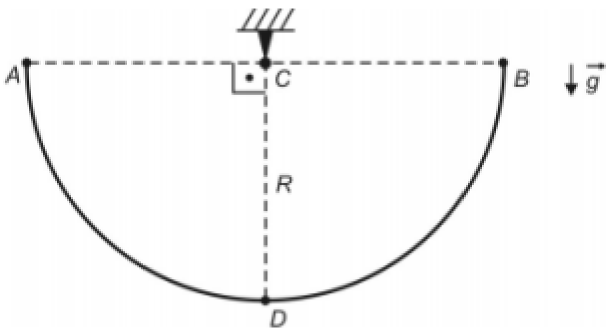
b) 

c) 

d) 

8. (AFA – 2015)

Uma pequenina esfera vazada, no ar, com carga elétrica igual a 1μC e massa 10g , é perpassada por um aro semicircular isolante, de extremidades A e B, situado num plano vertical. Uma partícula carregada eletricamente com carga igual a 4μC é fixada por meio de um suporte isolante, no centro C do aro, que tem raio R igual a 60 cm, conforme ilustra a figura abaixo.

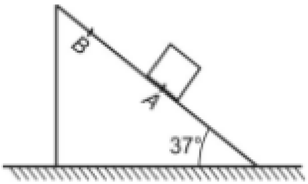


Despreze quaisquer forças dissipativas e considere a aceleração da gravidade constante. Ao abandonar a esfera, a partir do repouso, na extremidade A, pode-se afirmar que a intensidade da reação normal, em newtons, exercida pelo aro sobre ela no ponto mais baixo (ponto D) de sua trajetória é igual a

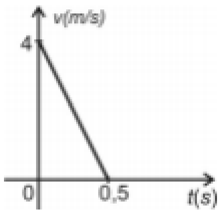
a) 0,20 b) 0,40 c) 0,50 d) 0,60

9. (AFA – 2014)

Um bloco, de massa 2 kg, desliza sobre um plano inclinado, conforme a figura seguinte.



O gráfico $v \; x \; t$ abaixo representa a velocidade desse bloco em função do tempo, durante sua subida, desde o ponto A até o ponto B.

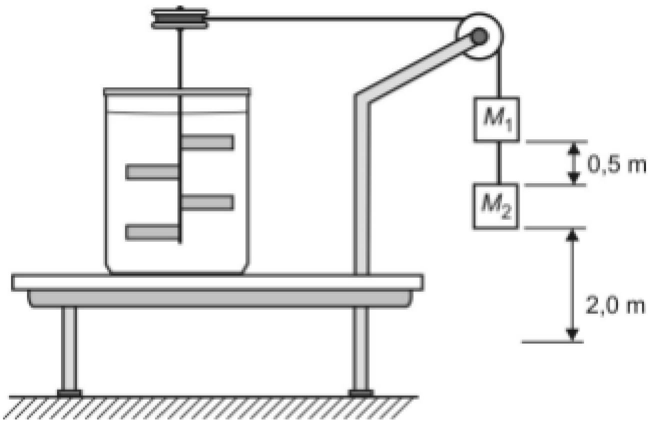


Considere a existência de atrito entre o bloco e o plano inclinado e despreze quaisquer outras formas de resistência ao movimento. Sabendo que o bloco retorna ao ponto A, a velocidade com que ele passa por esse ponto, na descida, em m/s, vale

a) 4 b) $2\sqrt{2}$ c) 2 d) $\sqrt{3}$

10. (AFA – 2014)

Um estudante, ao repetir a experiência de James P. Joule para a determinação do equivalente mecânico do calor, fez a montagem da figura abaixo.

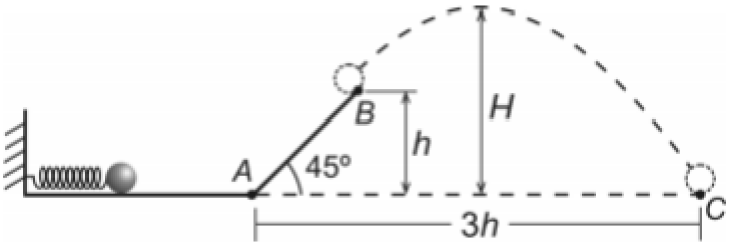


Para conseguir o seu objetivo, ele deixou os corpos de massas $M_1 = 6{,}0 \; kg$ e $M_2 = 4{,}0 \; kg$ caírem 40 vezes com velocidade constante de uma altura de 2,0 m, girando as pás e aquecendo 1,0 kg de água contida no recipiente adiabático. Admitindo que toda a variação de energia mecânica ocorrida durante as quedas dos corpos produza aquecimento da água, que os fios e as polias sejam ideais e que o calor específico da água seja igual a 4,0 J/g°C, o aumento de temperatura dela, em °C, foi de

a) 2,0 b) 4,0 c) 6,0 d) 8,0

11. (AFA – 2013)

Uma pequena esfera de massa m é mantida comprimindo uma mola ideal de constante elástica k de tal forma que a sua deformação vale x. Ao ser disparada, essa esfera percorre a superfície horizontal até passar pelo ponto A subindo por um plano inclinado de 45° e, ao final dele, no ponto B, é lançada, atingindo uma altura máxima H e caindo no ponto C distante $3h$ do ponto A, conforme figura abaixo.

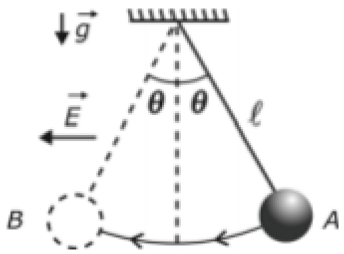


Considerando a aceleração da gravidade igual a g e desprezando quaisquer formas de atrito, pode-se afirmar que a deformação x é dada por

a) $\left(\frac{3}{5}\frac{mgh}{k}\right)^{\frac{1}{2}}$ b) $2\frac{h^2k}{mg}$ c) $\left(\frac{5}{2}\frac{mgH}{k}\right)^{\frac{1}{2}}$ d) $\left(3\frac{H^2K}{mg}\right)^{\frac{1}{2}}$

12. (AFA – 2010)

Uma esfera de massa m, eletrizada positivamente com carga q, está fixada na extremidade de um fio ideal e isolante de comprimento l. O pêndulo, assim constituído, está imerso em uma região onde além do campo gravitacional $\vec{g}$ atua um campo elétrico horizontal e uniforme $\vec{E}$. Este pêndulo é abandonado do ponto A e faz um ângulo θ com a vertical conforme mostra a figura.



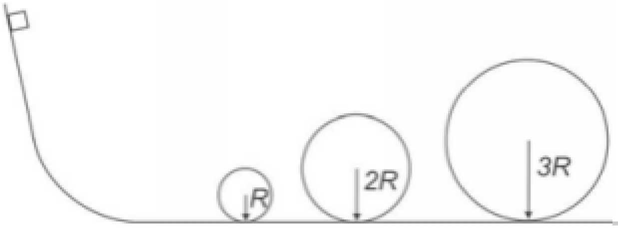
Desprezando-se quaisquer resistências, ao passar pelo ponto B, simétrico de A em relação à vertical, sua energia cinética vale

a) $2qElsen(\theta)$ b) $l\big(mg + qEsen(\theta)\big)$

c) $2l\big(mgcos(\theta) + qEsen(\theta)\big)$ d) $qElcos(\theta)$

13. (AFA – 2008)

Uma partícula é abandonada de uma determinada altura e percorre o trilho esquematizado na figura abaixo, sem perder contato com ele.



Considere que não há atrito entre a partícula e o trilho, que a resistência do ar seja desprezível e que a aceleração da gravidade seja g. Nessas condições, a menor velocidade possível da partícula ao terminar de executar o terceiro looping é

a) $\sqrt{3Rg}$ b) $\sqrt{7Rg}$ c) $\sqrt{11Rg}$ d) $\sqrt{15Rg}$

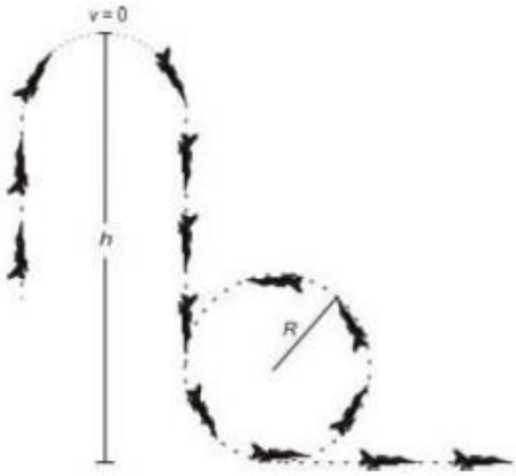
14. (AFA – 2007)

O volume de água necessário para acionar cada turbina de uma determinada central hidrelétrica é cerca de 700 m³ por segundo, "guiado" através de um conduto forçado de queda nominal igual a 112 m. Considere a densidade da água igual a 1 kg/L. Se cada turbina geradora assegura uma potência de 700 MW, a perda de energia nesse processo de transformação mecânica em elétrica é, aproximadamente, igual a

a) 5% b) 10% c) 15% d) 20%

15. (AFA – 2004)

Durante uma manobra, ao atingir velocidade nula, um avião desliga o motor e após queda livre realiza um looping, conforme indica a figura



Desprezando-se a resistência com o ar e considerando-se a trajetória do looping circular de raio R, a menor altura h para que o avião consiga efetuar esse looping é

a) $1{,}5R$ b) $2{,}0R$ c) $2{,}5R$ d) $3{,}0R$

16. (AFA – 2003)

Um homem de dois metros de altura, com peso igual a 900 N, preso por um dos pés a uma corda elástica, pula de uma ponte de 100 m de altura sobre um rio. Sendo a constante elástica da corda equivalente a 300 N/m e seu comprimento igual a 72 m, pode-se afirmar que a menor a distância entre a cabeça do homem e a superfície da água foi, em metros,

a) 0 b) 4 c) 6 d) 2

17. (AFA – 2003)

Um corredor despende 60.000 J durante 10 s, numa competição de 100 metros rasos. Três quartos dessa energia são liberados, diretamente, sob a forma de calor, e o restante é dissipado pelo seu corpo em trabalho mecânico. A força média que esse atleta desenvolve, em N, é

a) 300. b) 450. c) 150. d) 600.

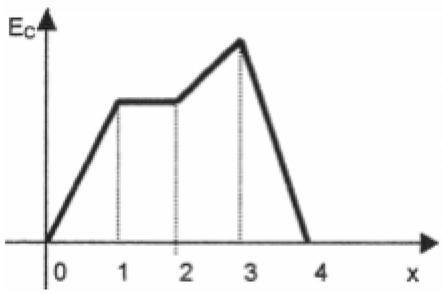
18. (AFA – 2002)

Uma partícula de massa 1 kg se move ao longo do eixo Ox. O módulo da força, em newtons, que atua sobre a partícula é dado por $F(x) = 2x - 2$. Se a partícula estava em repouso na posição $x = 0$, a sua velocidade na posição $x = 4\ m$ é

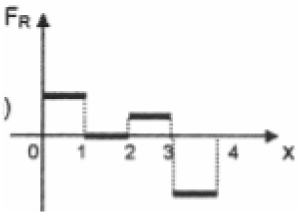
a) 3,5 m/s. b) 4,0 m/s. c) 4,5 m/s. d) 5,0 m/s.

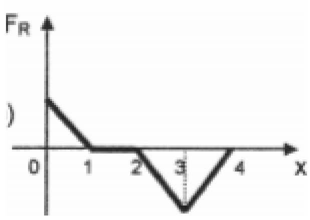
19. (AFA – 2002)

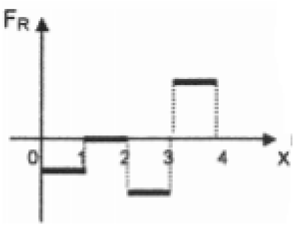
A energia cinética E_c de um corpo de massa m que se desloca sobre uma superfície horizontal e retilínea é mostrada no gráfico em função do deslocamento x.

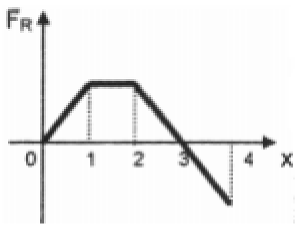


O gráfico da força resultante F_R que atua sobre o corpo em função do deslocamento x é

a)


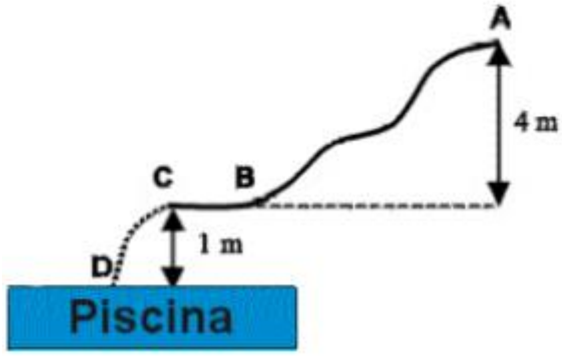
b)


c)


d)


20. (AFA – 1999)

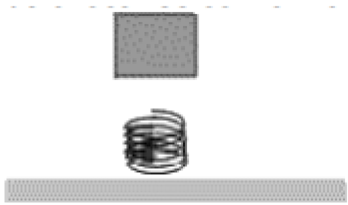
Uma pessoa, partindo do repouso no ponto A, desliza sobre um tobogã, representado na figura abaixo. Ao atingir o final do tobogã, no ponto C, projeta-se no espaço, atingindo o ponto D, na superfície de uma piscina. Sabe-se que a altura do ponto A é 4 metros acima do ponto C e que o ponto C está a uma altura igual a 1 metro acima do ponto D e, ainda, que o trecho BC é horizontal. Desprezando-se todas as forças de resistência, pode-se afirmar que a distância horizontal, em metros, entre os pontos C e D é



a) 1 b) 2 c) 4 d) 8

21. (AFA – 1999)

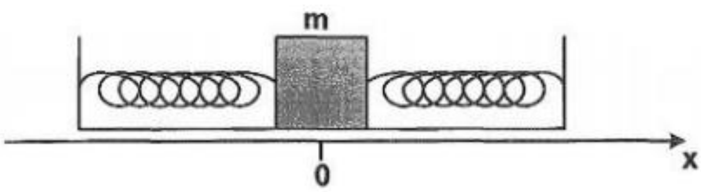
Um bloco de 250 gramas cai sobre uma mola cuja constante elástica é 250 N/m. O bloco prende-se à mola, que sofre uma compressão de 12 cm antes de ficar momentaneamente parada. A velocidade do bloco imediatamente antes de chocar-se com a mola é, em m/s,



a) 2,00 b) 2,51 c) 3,46 d) 4,23

22. (EN – 2016)

Analise a figura abaixo.

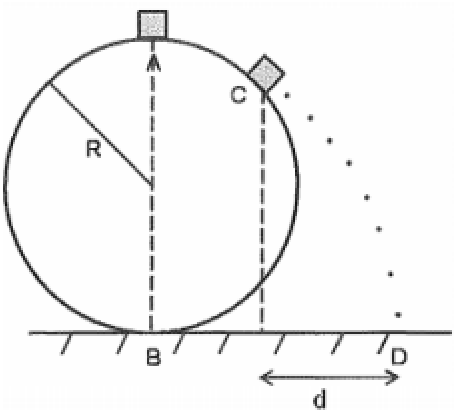


A figura acima mostra duas molas ideais idênticas presas a um bloco de massa m e a dois suportes fixos. Esse bloco está apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito e oscila com amplitude A em torno da posição de equilíbrio x=0. Considere duas posições do bloco sobre o eixo x: $x_1 = A/4$ e $x_2 = 3A/4$. Sendo v_1 e v_2 as respectivas velocidades do bloco nas posições x_1 e x_2 , a razão entre os módulos das velocidades, v_1/v_2, é

a) $\sqrt{\frac{15}{7}}$ b) $\sqrt{\frac{7}{15}}$ c) $\sqrt{\frac{7}{16}}$ d) $\sqrt{\frac{15}{16}}$ e) $\sqrt{\frac{16}{7}}$

23. (EN – 2016)

Analise a figura abaixo.



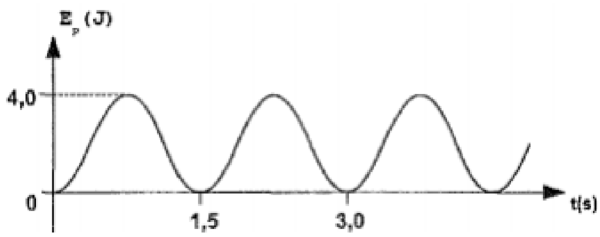
A figura acima mostra um pequeno bloco, inicialmente em repouso, no ponto A, correspondente ao topo de uma esfera perfeitamente lisa de raio $R = 135m$, A esfera está presa ao chão no ponto B, O bloco começa a deslizar para baixo, sem atrito, com uma velocidade inicial tão pequena que pode ser desprezada, e ao chegar no ponto C, o bloco perde contato com a esfera. Sabendo que a distância horizontal percorrida pelo bloco durante seu voo é $d = 102m$, o tempo de voo do bloco, em segundos, ao cair do ponto C ao ponto D vale

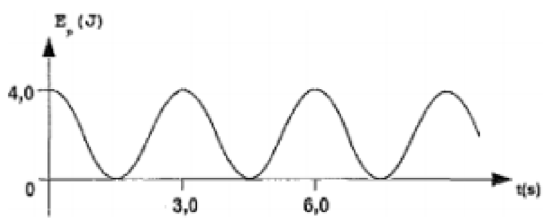
Dado: $g = 10\ m/s^2$.

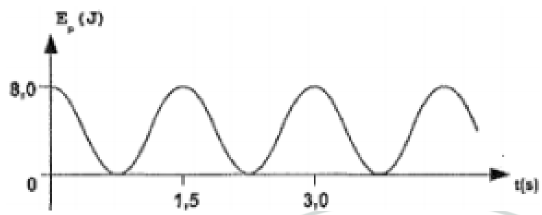
a) 1,3 b) 5,1 c) 9,2 d) 13 e) 18

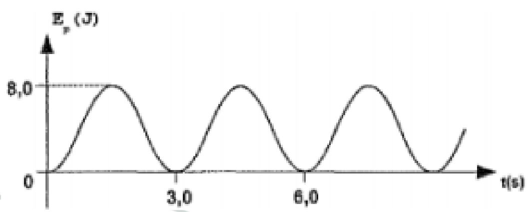
24. (EN – 2015)

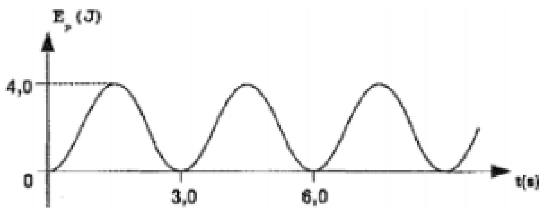
Considere uma partícula que se move sob a ação de uma força conservativa. A variação da energia cinética, E_C, em joules,da partícula em função do tempo, t, em segundos, é dada por $E_C = 4{,}0sen^2\left(\frac{2}{3}\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$. Sendo assim, o gráfico que pode representar a energia potencial, $E_p(t)$, da partícula é

a)


b)


c)


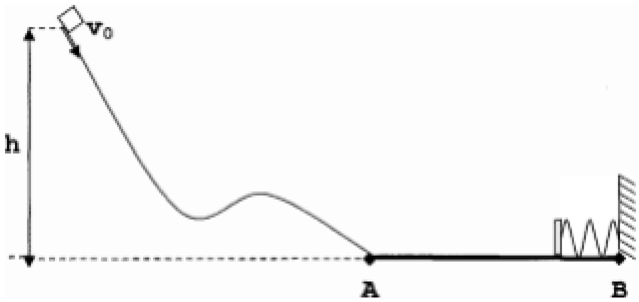
d)


e)


25. (EN – 2012)

Um bloco de massa 5,00 kg desce, com atrito desprezível, a pista da figura, sendo sua velocidade inicial $V_0 = 4{,}00\ m/s$ e a altura h = 4,00m. Após a descida, o bloco percorre parte do trajeto horizontal AB, agora com atrito, e, então, colide com uma mola de massa desprezível e constante k = 200 N/m. Se a compressão máxima da mola devido a essa colisão é Δx = 0,500 m, o trabalho da força de atrito, em joules, vale

Dado: $g = 10\ m/s^2$.



a) -72,0 b) -96,0 c) -14,0 d) -192 e) -215

26. (EN – 2011)

O bloco uniforme de massa $m = 0{,}20\ kg$ e altura $H = 20\ cm$ oscila comprimindo, alternadamente, duas molas dispostas verticalmente (ver a figura abaixo). Despreze os atritos. As molas, de constantes elásticas $k_1 = 1{,}0 \cdot 10^3\ N/m$ e $k_2 = 2{,}0 \cdot 10^3\ N/m$, possuem massas desprezíveis e, quando não deformadas, têm suas extremidades separadas pela distância d. Sabe- se que as molas sofrem a mesma compressão máxima $h = 10\ cm$. No instante em que o centro de massa C do bloco estiver equidistante das molas, a sua energia cinética, em joules, é Dado: $|g| = 10\ m/s^2$.

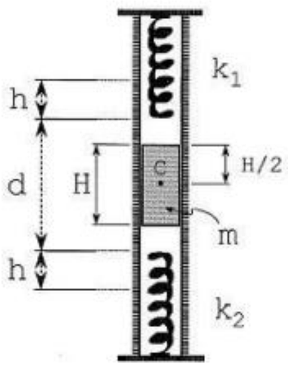
a) 4,8

b) 5,0

c) 5,2

d) 7,3

e) 7,5



27. (EN – 2011)

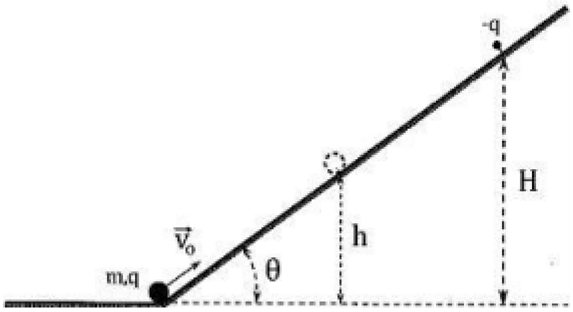
A esfera de massa m e carga positiva $+q$ sobe o plano inclinado, que forma um ângulo θ com a horizontal, sob a ação das forças exercidas pela gravidade e pela partícula de carga negativa $-q$, fixada na altura H (conforme a figura abaixo). Despreze os atritos. A velocidade inicial da esfera $\vec{V}_0$ e o ângulo θ do plano inclinado são tais que, ao chegar à altura h ($h < H$), a esfera atinge a condição de equilíbrio instável. Analise as seguintes afirmativas:

I. No deslocamento da esfera até a altura h, a energia potencial gravitacional do sistema esfera - Terra aumenta, enquanto a energia potencial eletrostática do sistema esfera-partícula diminui.

II. A energia cinética inicial da esfera é maior ou igual ao produto do seu peso pela altura h.

III. A diferença entre as alturas H e h é igual a $\frac{\sqrt{K \cdot q^2 \cdot sen(\theta)}}{mg}$,onde g é o módulo da aceleração da gravidade e K a constante eletrostática do meio.

IV. Como a carga elétrica total do sistema esfera -partícula é nula, o trabalho da força eletrostática que atua na esfera também é nulo. Assinale a opção que contém apenas as afirmativas corretas:



a) I e II. b) I e III. c) II e III. d) II e IV. e) I, II e III.

28. (EN – 2011)

Um bloco (comportamento de partícula) de massa igual a $240\ kg$ é solto do repouso da altura de $6{,}00\ m$ em relação a uma plataforma amortecedora, de massa e espessura desprezíveis. As duas paredes laterais fixas exercem, cada uma, força de atrito cinético constante de módulo igual a $400\ N$. O bloco atinge a plataforma que possui quatro molas ideais iguais, de constante elástica $1{,}20 \cdot 10^3\ N/m$, localizadas nos seus vértices (conforme a figura abaixo). A energia cinética máxima (em kJ) adquirida pelo bloco, na 1ª queda, é Dado: $|g| = 10{,}0 m/s^2$.

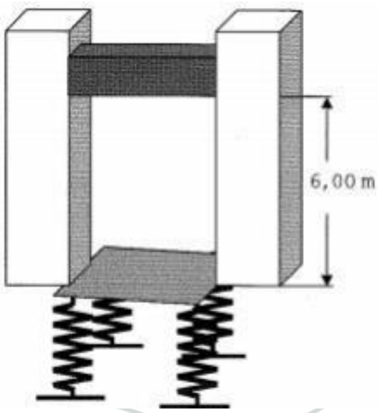
a) 8,50

b) 10,2

c) 13,0

d) 16,6

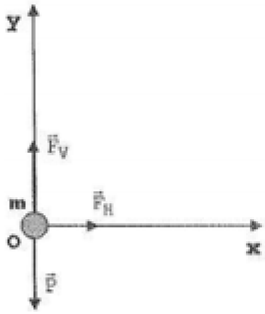
e) 18,0



29. (EN – 2010)

Um corpo de massa m passa pela origem do sistema coordenado XOY, no instante $t = 0$, com velocidade $5{,}0\ \hat{\imath}(m/s)$ e aceleração $4{,}0\,\hat{\imath} + 2{,}0\,j\ (m/s^2)$ Três forças constantes atuam sobre o corpo: o peso, a força vertical para cima $\vec{F}_V$ e a força horizontal $\vec{F}_H$. Verifica-se que entre $t = 0$ e $t = 4{,}0\ s$ houve variação da energia mecânica de $9{,}6 \cdot 10^3\ J$. O valor da massa m, em kg, é

Dado: $|\vec{g}| = 10{,}0\ m/s^2$.



a) 50 b) 40 c) 32 d) 24 e) 15

30. (EN – 2010)

Um bloco é solto de certa altura sobre uma mola ideal vertical que possui constante elástica K, como mostra a figura 1. O bloco passa a ficar preso à mola (despreze as perdas nesta colisão) comprimindo-a até parar momentaneamente. A figura 2 mostra o gráfico da Energia Cinética (E_C)do sistema mola - bloco em função da deformação da mola (Y). Sabe-se que E_C é medida em joules e Y em metros. Analisando o gráfico, conclui-se que o valor da constante elástica K, em N/m, é

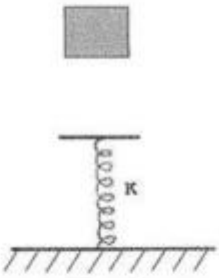


Figura 1

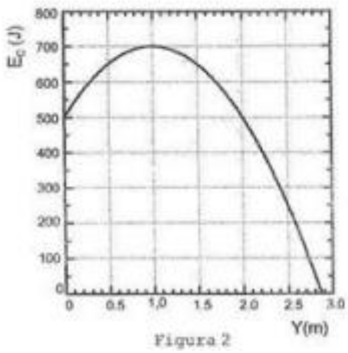


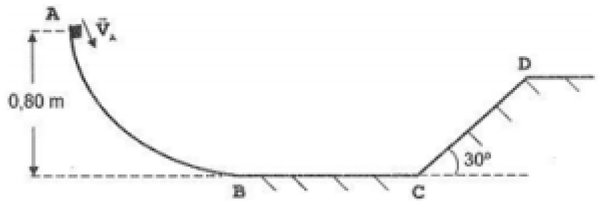
Figura 2

a) 200 b) 300 c) 400 d) 450 e) 500

31. (EN – 2010)

Um pequeno bloco de massa $m = 2{,}0\ kg$ é lançado da posição A com velocidade de módulo igual a $4{,}0\ m/s$. O trecho ABC do percurso, no plano vertical, possui atrito desprezível e o trecho CD, de comprimento igual a $1{,}0\ m$, possui atrito cujo coeficiente cinético é $0{,}20\sqrt{3}$. Despreze a resistência do ar e considere a energia potencial gravitacional zero no nível BC. Após passar pela posição D, a máxima energia potencial gravitacional(em joules) atingida pelo bloco é

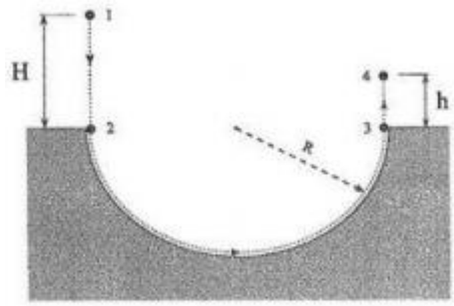
Dado: $|\vec{g}| = 10{,}0\ m/s^2$.



a) 14,0 b) 13,0 c) 12,0 d) 11,0 e) 10,0

32. (EN – 2010)

Uma pequena esfera rígida de massa m é liberada do repouso da posição 1, localizada a uma distância vertical H acima da borda de uma cavidade hemisférica de raio R (ver figura). A esfera cai e toca, tangenciando, a superfície rugosa desta cavidade (posição 2) com o dobro da velocidade com a qual deixa a mesma (posição 3), parando momentaneamente na altura h acima do plano da borda (posição4). Despreze a resistência do ar. A razão H/h é igual a

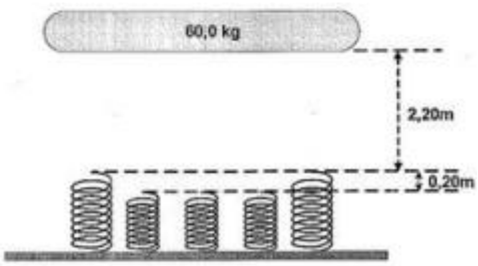


a) 4/3 b) 3/2 c) 2 d) 3 e) 4

33. (EN – 2009)

Cinco molas estão dispostas nas posições indicadas na figura, de modo a constituírem um amortecedor de impacto. Um bloco de massa 60,0kg cai verticalmente, a partir do repouso, de uma altura de 2,20m acima do topo das molas. As três molas menores têm constante elástica $K_1 = 200N/m$, as duas maiores $K_2 = 500N/m$ e estão todas inicialmente em seu tamanho natural. Qual é a máxima velocidade, em m/ s, que o bloco irá atingir durante a queda?

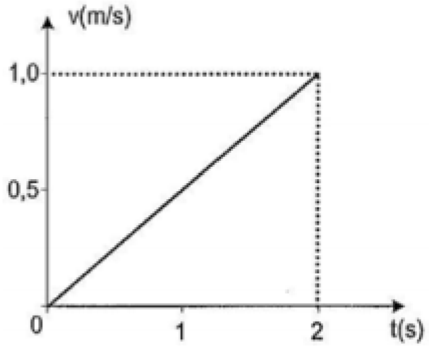
Dado: $|\vec{g}| = 10{,}0\ m/s^2$.



a) 5,30 b) 6,00 c) 6,30 d) 7,00 e) 7,30

34. (EN – 2009)

Em uma academia de ginástica, uma pessoa exerce sobre um aparelho, durante dois segundos, uma força constante de 400N. A função temporal da velocidade da mão que provoca essa força é mostrada no gráfico abaixo. A velocidade da mão tem a mesma direção e sentido da força durante todo o movimento. Quais são, respectivamente, o trabalho realizado pela força nesse intervalo de tempo, e a potência máxima aplicada ao aparelho?



a) $200\ N \cdot m$ e $200\ W$

b) $400\ N \cdot m$ e $200\ W$

c) $400\ N \cdot m$ e $400\ W$

d) $800\ N \cdot m$ e $400\ W$

e) $800\ N \cdot m$ e $800\ W$

35. (EN – 2008)

Pacotes são transportados de um nível para outro através de uma esteira que se move com velocidade constante de módulo igual a $0{,}80\ m/s$. Verifica-se que a esteira se move 1,5 m para cima, com um ângulo de 12° com a horizontal, em seguida move-se 2,5 m horizontalmente e finalmente 1,0 m para baixo fazendo um ângulo de 8,0° com a horizontal. Considere: $|\vec{g}| = 10{,}0\ m/s^2$. A massa de um pacote vale 3,0 kg, sendo transportado pela esteira sem escorregar. As potências da força exercida pela esteira sobre cada pacote, quando em movimento para cima, na inclinação de 12°, e na horizontal, são, respectivamente, em watt:

Dados: $\cos(78°) = 0{,}21$, $\cos(72°) = 0{,}31$ e $\cos(80°) = 0{,}17$.

a) 5,04 e zero

b) 7,00 e zero

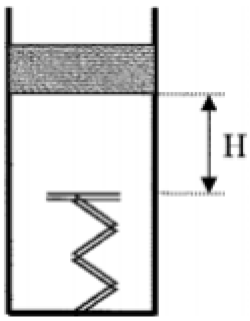
c) -5,04 e 7,00

d) 7,44 e 5,04

e) 7,00 e 5,04

36. (EN – 2008)

Um bloco de massa igual a $2{,}00\ kg$ é solto de uma altura $H = 3{,}00\ m$ em relação a uma mola ideal de constante elástica igual a $40{,}0\ N/m$. Considere a força de atrito cinético entre as superficies em contato constante e de módulo igual $5{,}00\ N$. Desprezando a força de atrito estático quando em repouso, isto é, desprezando as perdas de energia nas várias situações de repouso, a distância total percorrida pelo bloco até parar, em metros, é



a) 10,0

b) 12,0

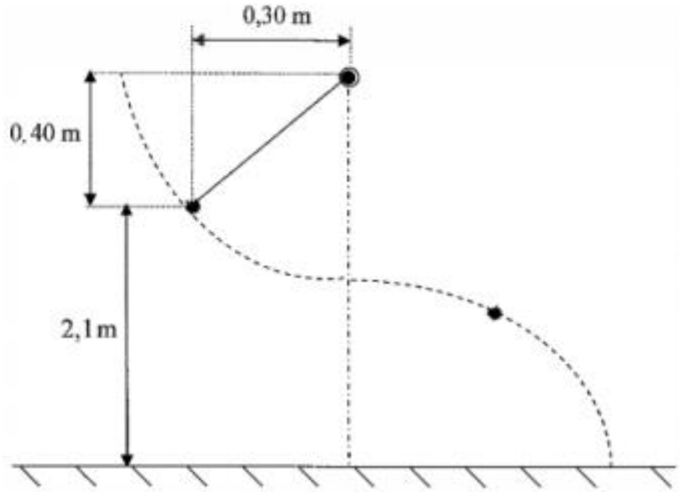
c) 12,5

d) 12,8

e) 13,0

37. (EN – 2008)

Uma pequena esfera de massa M, presa a um fio ideal, é solta com o fio na posição horizontal, descrevendo a trajetória abaixo.



Na posição onde a tração no fio é máxima, o fio se rompe e a esfera é lançada, atingindo o solo. O módulo da tração máxima é igual a três vezes o módulo do peso da esfera. Despreze a resistência do ar e considere $|\vec{g}| = 10,0\ m/s^2$. A distância horizontal (em metros), desde a vertical de saída da esfera até a sua chegada ao solo, é

a) 1,5 b) 1,8 c) 2,0 d) 2,3 e) 2,5

38. (EN – 2005)

Uma equipe de Marinha decola de um porta-aviões, em repouso relativamente à terra, a bordo de um helicóptero e quando se encontra na posição $\vec{r} = 7500\ \hat{\imath} + 2,00\hat{\jmath}(metros)$, em relação à embarcação, realizando vôo com velocidade $\vec{v} = -60,0.\hat{\imath} + 80,0\hat{\jmath}\ (m/s)$, o helicóptero dispara um foguete teste de massa igual a 6,00 kg. O sistema propulsor aplica uma força resultante, de módulo igual a $30,0\ N$, sobre o foguete, na mesma direção e sentido do movimento do helicóptero no momento do disparo, durante $2,00\ s$. Posteriormente, o foguete cai no mar. Despreze a resistência do ar e o vento.

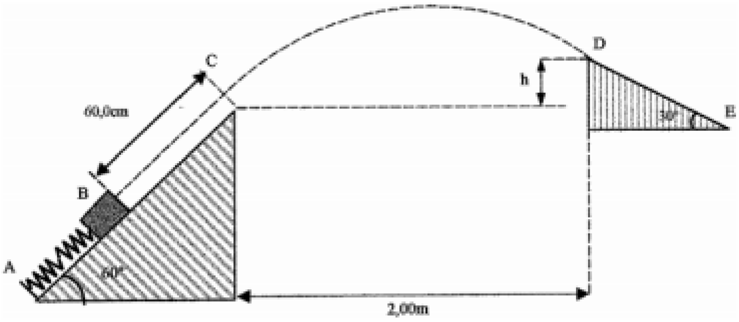
a) Calcule o vetor posição do foguete, em relação à embarcação, no instante $t = 2,00\ s$.(7 pontos)

b) Calcule o trabalho realizado pela força resultante que atua sobre o foguete no intervalo de tempo de $2,00\ s$.(6 pontos)

c) Calcule o intervalo de tempo desde o instante do disparo até o instante em que o foguete passa no nível da pista de pouso da embarcação ($Y = 0$). Considere a aceleração da gravidade constante e igual $10\ m/s^2$.(6 pontos)

39. (EN – 2004)

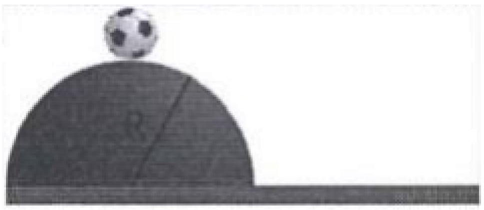
Um bloco de massa igual a $2,00\ kg$ é apoiado numa mola ideal, num plano inclinado de atrito desprezível e com inclinação de 60°. A mola, de constante elástica igual a $200\ N/m$, é comprimida de $40,0\ cm$ até o ponto B, a partir da sua posição indeformada, e depois liberada. Então, o bloco sobe o trecho BC do plano inclinado, cujo comprimento vale $60{,}0\ cm$ e atinge a rampa DE, atingindo o ponto D com velocidade tangente à rampa. Sabe-se que a distância horizontal CD vale $2{,}00\ m$ (IGNORE essa distância), o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície da rampa vale 0,80 (considere que seja entre ambos os blocos) e que o módulo da aceleração da gravidade vale $10\ m/s^2$.



Calcule o módulo da velocidade na posição C.

40. (EFOMM – 2019)

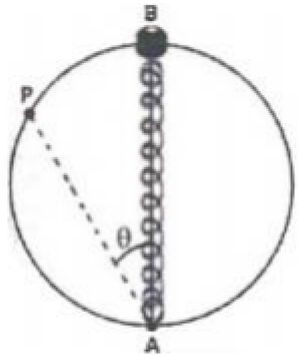
Uma bola encontra-se em repouso no ponto mais elevado de um morro semicircular de raio R, conforme indica a figura abaixo. Se $\vec{v}_0$ é a velocidade adquirida pela bola imediatamente após um arremesso horizontal, determine o menor valor de $|\vec{v}_0|$ para que ela chegue à região horizontal do solo sem atingir o morro durante sua queda. Desconsidere a resistência do ar, bem como qualquer efeito de rotação da bola. Note que a aceleração da gravidade tem módulo g.



a) $\frac{\sqrt{gR}}{2}$ b) $\sqrt{\frac{gR}{2}}$ c) $\sqrt{gR}$ d) $\sqrt{2gR}$ e) $2\sqrt{gR}$

41. (EFOMM – 2019)

A figura abaixo mostra a vista superior de um anel de raio R que está contido em um plano horizontal e que serve de trilho, para que uma pequena conta de massa m se movimente sobre ele sem atrito. Uma mola de constante elástica k e comprimento natural R, com uma extremidade fixa no ponto A do anel e com a outra ligada à conta, irá movê-la no sentido antihorário. Inicialmente, a conta está em repouso e localiza-se no ponto B, que é diametralmente oposto ao ponto A. Se P é um ponto qualquer e θ é o ângulo entre os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{AP}$, a velocidade da conta, ao passar por P,é



a) $R\sqrt{\frac{k}{m}}|\cos\theta|$

b) $2R\sqrt{\frac{k}{m}}sen\,\theta$

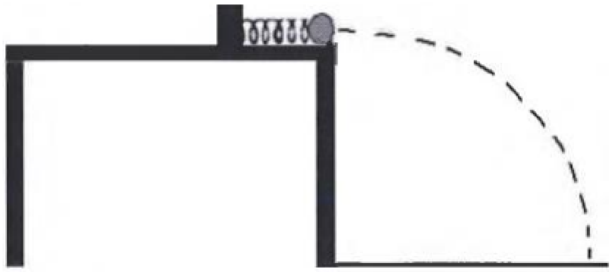
c) $R\sqrt{\frac{k}{m}|\cos\theta + sen\,\theta - 1|}$

d) $2R\sqrt{\frac{k}{m}(\cos\theta - \cos^2\theta)}$

e) $R\sqrt{\frac{k}{m}sen\theta\cos\theta}$

42. (EFOMM – 2018)

Em uma mesa de 1,25 metros de altura, é colocada uma mola comprimida e uma esfera, conforme a figura. Sendo a esfera de massa igual a 50 g e a mola comprimida em 10 cm, se ao ser liberada a esfera atinge o solo a uma distância de 5 metros da mesa, com base nessas informações, pode-se afirmar que a constante elástica da mola é: (Dados: considere a aceleração da gravidade igual a $10\ m/s^2$.)



a) 62,5 N/m

b) 125,0 N/m

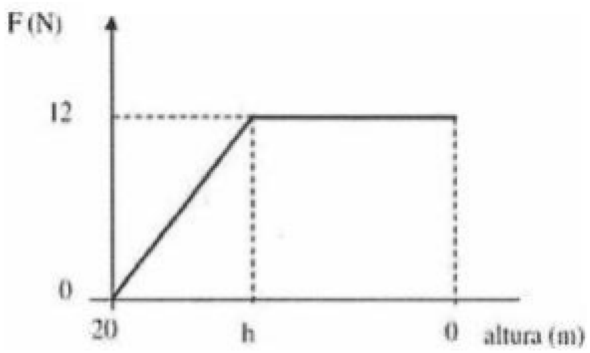
c) 250,0 N/m

d) 375,0 N/m

e) 500,0 N/m

43. (EFOMM – 2018)

Considere um objeto de massa 1 Kg. Ele é abandonado de uma altura de 20 m e atinge o solo com velocidade de 10 m/s. No gráfico abaixo, é mostrado como a força F de resistência do ar que atua sobre o objeto varia com a altura. Admitindo que a aceleração da gravidade no local é de $10\ m/s^2$, determine a altura h, em metros, em que a força de resistência do ar passa a ser constante.



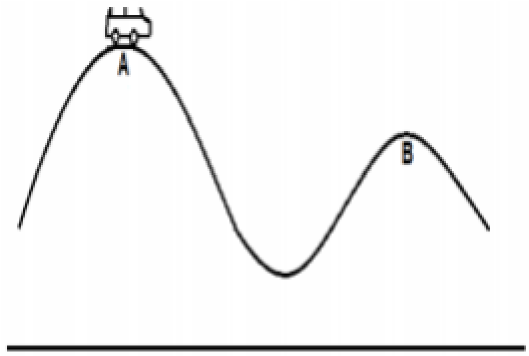
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 10

44. (EFOMM – 2016)

Um pequeno bloco de massa $0{,}500\ kg$ está suspenso por uma mola ideal de constante elástica $200\ N/m$. A outra extremidade da mola está presa ao teto de um elevador que, inicialmente, conduz o sistema mola/bloco com uma velocidade de descida constante e igual a $2{,}00\ m/s$. Se, então, o elevador parar subitamente, a partícula irá vibrar com uma oscilação de amplitude, em centímetros, igual a

a) 2,00 b) 5,00 c) 8,00 d) 10,0 e) 13,0

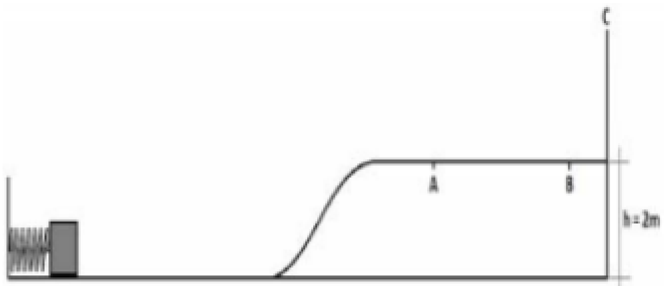
45. (EFOMM – 2015)



Em uma montanha russa, um carrinho com massa de $200\ kg$ passa pelo ponto A, que possui altura de $50\ m$ em relação à linha horizontal de referência, com velocidade de $43{,}2\ km/h$. Considerando que não há atrito e que $g = 10\ m/s^2$, a velocidade com que o carrinho passa pelo ponto B, que possui altura de $37{,}2\ m$ em relação à linha horizontal de referência, é de aproximadamente:

a) 120 km/h. b) 80 km/h. c) 72 km/h. d) 40 km/h. e) 20 km/h.

46. (EFOMM – 2014)

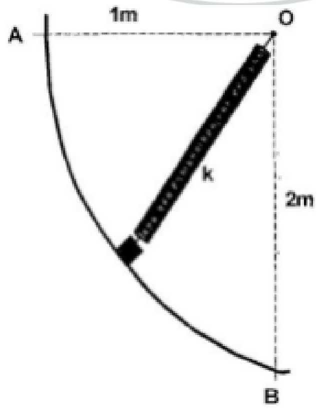


Um bloco de massa igual a 500 g está em repouso diante de uma mola ideal com constante elástica de $1{,}1 \cdot 10^4\ N/m$ e será lançado pela mola para atingir o anteparo C com velocidade de 10 m/s. O percurso, desde a mola até o anteparo C, é quase todo liso, e apenas o trecho de 5 m que vai de A até B possui atrito, com coeficiente igual a 0,8. Então, a compressão da mola deverá ser

a) 2 cm. b) 5 cm. c) 8 cm. d) 10 cm. e) 2 m.

47. (EFOMM – 2012)

Na figura, temos um bloco de massa $m = 30{,}0\ kg$ preso a uma mola de constante elástica $k = 200\ N/m$ e comprimento natural $L = 3{,}00\ metros$, a qual tem seu outro extremo fixo no ponto O. O bloco é abandonado no ponto A com velocidade nula e desliza sem atrito sobre a pista de descida AB, a qual se encontra no plano vertical que contém o ponto O. A velocidade do bloco, em m/s, ao atingir o ponto B, aproximadamente, é: Dado: $g = 10\ m/s^2$.



a) 3,70

b) 5,45

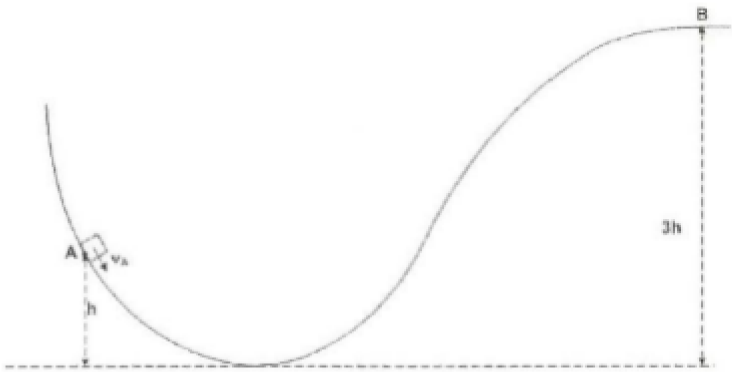
c) 7,75

d) 9,35

e) 11,0

48. (EFOMM – 2011)

Analise a figura a seguir.



Considere o bloco percorrendo a rampa ilustrada na figura acima, sendo que, ao passar pelo ponto A, o módulo de sua velocidade é $v_A = 8{,}0\ m/s$. Sabe-se que $h = 2\ m$ e que o atrito entre as superfícies da rampa e do bloco é desprezível. Com relação ao ponto B da rampa, é correto afirmar que o bloco Dado: $g = 10\ m/s^2$.

a) não conseguirá atingi-lo.

b) o atingirá com metade da velocidade v_A.

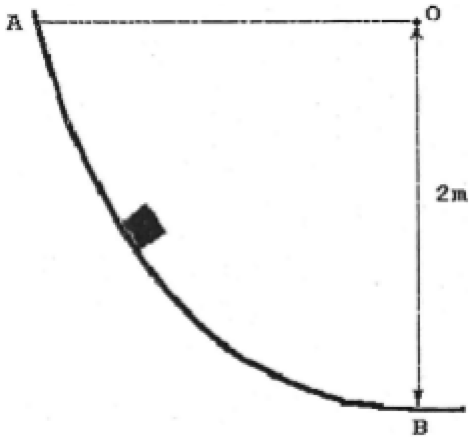
c) o atingirá com 30% da velocidade v_A.

d) o atingirá e permanecerá em repouso.

e) o atingirá com velocidade de 1,6 m/s.

49. (EFOMM – 2010)

Observe a figura a seguir.

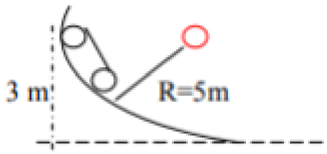


Na figura acima o bloco de massa 30 kg, que é abandonado do ponto A com velocidade zero, desliza sobre a pista AB. Considere que ao longo do percurso a força de atrito entre o bloco e a pista dissipa 60 J de energia. A velocidade do bloco no ponto B, em m/s, é Dado: $g = 10\ m/s^2$.

a) 6,0 b) 7,0 c) 8,0 d) 9,0 e) 10,0

50. (EFOMM – 2009)

Seja um esqueitista (massa total de 72 kg) saindo do repouso, descendo uma pista (suposta circular, de raio 5 m) desde uma altura de 3 m em relação ao solo, conforme desenho abaixo: (dado : $g = 10\ m/s^2$).



A reação normal (em N) que sobre ele atua no ponto de maior velocidade da pista é de

a) 1243 b) 1355 c) 1584 d) 1722 e) 1901

51. (EFOMM – 2008)

Em um carregamento (carga geral), o cabo que sustenta uma lingada com 16 fardos de algodão prensado, de 40 kg cada um, em repouso, rompe a 24,0 m de altura do convés principal. A energia cinética (em joules), quando do impacto da carga no convés é (supor $g = 10\ m/s^2$), aproximadamente,

a) $1{,}54 \cdot 10^5$ b) $1{,}64 \cdot 10^5$ c) $1{,}71 \cdot 10^5$ d) $1{,}83 \cdot 10^5$ e) $1{,}97 \cdot 10^5$

52. (EFOMM – 2005)

Um automóvel se desloca com velocidade de 54 Km/h e, repentinamente, é acelerado até 72 Km/h, em 10 s. Sabendo-se que a massa do automóvel é de 1200 Kg, a potência útil desenvolvida pelo motor para acelerar o automóvel será de

a) 10,3 KW b) 10,5 KW c) 11,4 KW d) 11,8 KW e) 20,5 KW

53. (3ª fase OBF 2005)

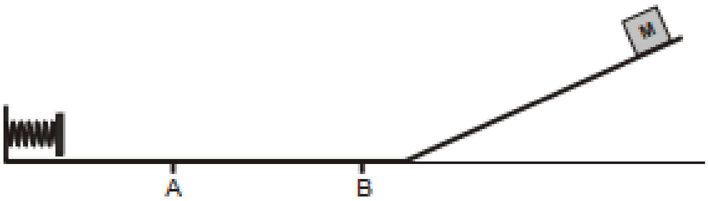
Um sólido de massa $m = 100\ kg$ desliza sobre um plano horizontal sob a ação de uma força constante paralela ao plano. O coeficiente de atrito entre o móvel e o plano é $0{,}10$. O corpo passa por um ponto A com velocidade $2{,}0\ m/s$ e, após o intervalo de $10\ s$, passa por um ponto B com a velocidade de $22{,}0\ m/s$.

a) Qual o módulo da força?

b) Qual o trabalho realizado pela força durante o deslocamento de A para B?

54. (2ª fase OBF – 2005)

Um corpo de massa M igual a $2\ kg$ é abandonado de uma certa altura de um plano inclinado e atinge uma mola ideal de constante elástica igual a $900\ N/m$, deformando-a de $10\ cm$. Entre os pontos A e B, separados $0{,}50\ m$, existe atrito cujo coeficiente de atrito vale $0{,}10$. As outras regioes não possuem atrito. A que distância de A o corpo M irá parar?



55. (3ª fase OBF 2005)

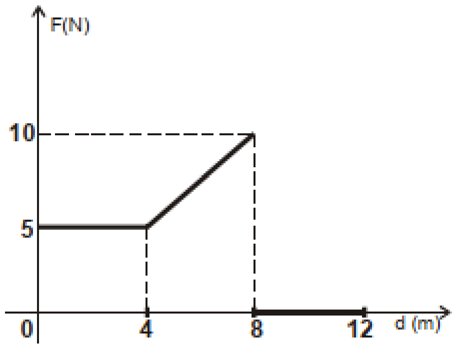
A soma das massas de um ciclista e de sua bicicleta é de 98 kg. As diversas forças retardadoras do movimento possuem um efeito médio de uma força atuando na direção do movimento e em sentido contrário, de intensidade igual a 10 N, independentemente da velocidade. Sabendo que a pista é horizontal e o ciclista desloca-se com uma velocidade constante de 18 km/h, determine:

a) A força de tração que ele exerce;

b) A potência desenvolvida por ele.

56. (3ª fase OBF – 2005)

Sobre um corpo de massa $1\ kg$, inicialmente em repouso, atua uma força que varia conforme o gráfico abaixo. Qual a velocidade do corpo na posição $d = 12\ m$?



57. (2ª fase OBF – 2006)

Numa de suas atividades diárias, um ajudante de pedreiro lança tijolos de massa igual a 2 kg desde o piso térreo até o primeiro piso de uma construção, quando então o tijolo, após atingir uma altura de 3 metros, é pego por outro ajudante e empilhado. Qual o trabalho mecânico realizado pelo pedreiro no lançamento de 1000 tijolos?

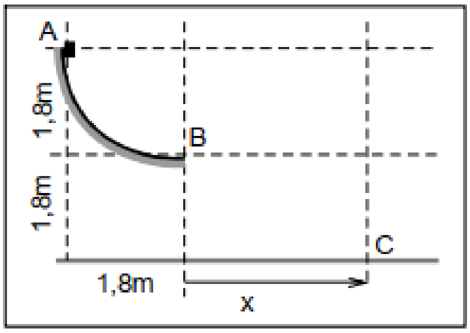
58. (2ª fase OBF – 2006)

Abandonado a partir do ponto A, um bloco desliza livremente e sem atrito por uma guia circular de raio R até dela escapar no ponto B. Sabendo-se que o raio da guia é igual a $1{,}8\ m$:

a) encontre, em m/s, o valor da velocidade v_B com que o bloco escapa no ponto B;

b) encontre, em segundos, o tempo t_{BC} decorrido para o bloco ir do ponto B até o ponto C;

c) determine, em m, o valor da distância x, medida pela projeção horizontal da trajetória do bloco, desde B até C.

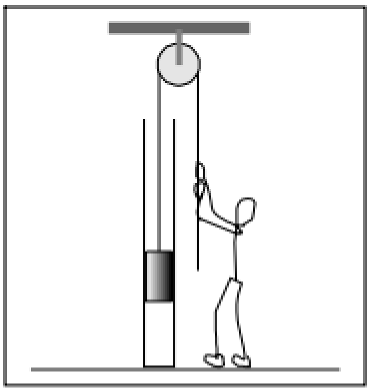


59. (2ª fase OBF -2006)

Uma peça de massa $m = 10kg$ amarrada a uma corda, encontra-se no interior de um tubo cilíndrico de $3{,}0\ m$ de comprimento, de onde deve ser retirada. Como a "folga" entre a peça e o tubo é mínima, quando a peça desliza no interior do tubo, ela fica submetida a uma força de atrito de escorregamento resultante Fc considerada constante e de valor igual a $60\ N$. De posse desses dados,

a) calcule o valor mínimo do trabalho realizado por um operador para erguer a peça por $2{,}0\ m$ dentro do tubo;

b) suponha que o operador tenha parado de erguer a peça a $2{,}0\ m$ da base do tubo e que nesse instante a corda tenha se rompido. Qual o tempo que a peça demora para chegar ao fundo do tubo?



60. (3ª fase OBF – 2007)

Um anel de massa $m = 40\ g$ esta preso a uma mola e desliza sem atrito ao longo de um fio drcular de raio $R = 10\ cm$, situado num plano vertical. A outra extremidade da mola é presa ao ponto P que se encontra a $2\ cm$ do centro O da circunferência (veja figura 3). Calcule a constante elástica da mola para que a velocidade do anel seja a mesma nos pontos B e D, sabendo que ela não está deformada quando o anel estiver na posição B.

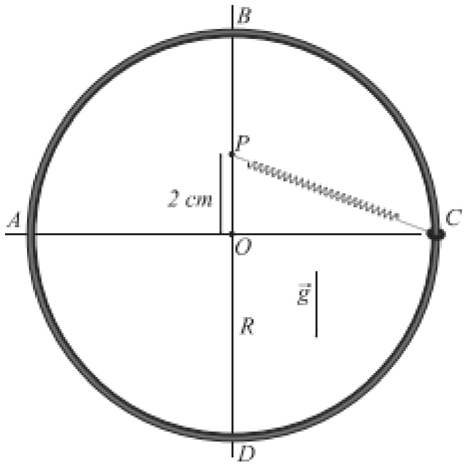


Fig. 3

61. (2ª fase OBF – 2009)

Um esquimó está no ponto mais alto do iglu semi-esférico onde mora. como mostrado na figura 2. Ele desce ao longo da superfície do iglu de cima para baixo que tem um coeficiente de atrito cinético aproximadamente igual a zero e com velocidade inicial desprezível. Para um iglu de raio $3{,}75\ m$, encontre:

a) a altura a partir do chão onde o esquimó perde contato com a superfície do iglu.

b) a velocidade do esquimó no ponto onde ele perde contato com a superfície do iglu.

Fig. 2

62. (3ª fase OBF – 2009)

A força necessária para comprimir ou distender uma mola com constante de rigidez elástica k é dada por $F = -kx$. Esta é alei de Hooke. O trabalho realizado pela força aplicada a mola para promover uma deformação x na mesma é dada por $W = \frac{1}{2}kx^2$. A mola da figura 9 é comprimida em Δx. Ela lança o bloco com velocidade v_0 ao longo de uma superficie livre de atrito. As duas molas da figura 9b são idênticas á mola da figura 9a. Elas são comprimidas no mesmo valor Δx e são usadas para lançar o mesmo bloco.

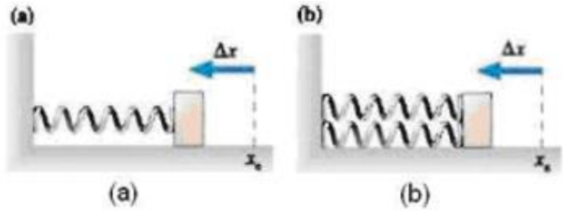


Fig. 9

(a) Determine a constante de elasticidade k' da mola equivalente conjunto de molas

(b) Qual será. agora, o módulo da velocidade do bloco, para configuração (b)?

63. (3ª fase OBF – 2009)

A Figura 3 representa a energia potencial associada a uma partícula de $500\ g$ que se move ao longo do eixo x. Supondo que a energia mecânica da partícula é igual a $12\ J$, responda:

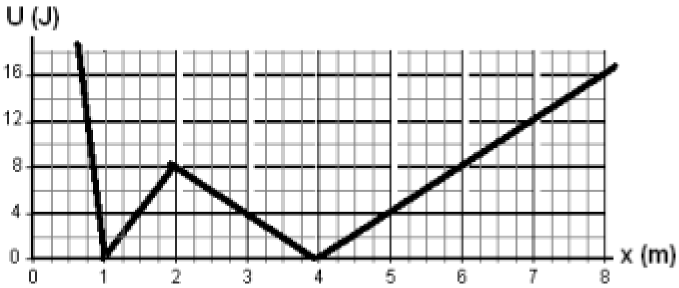


Fig. 3

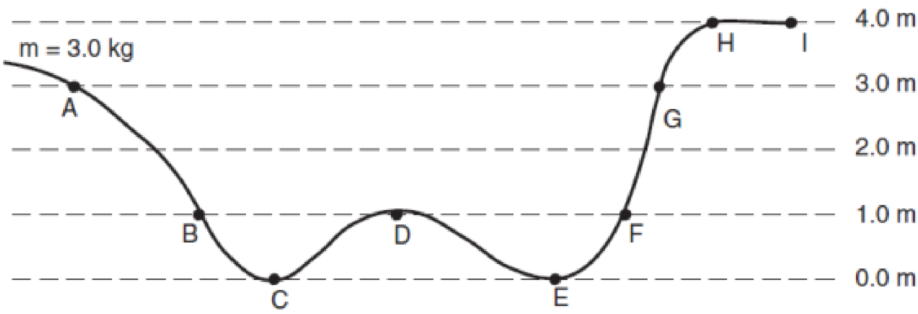
a) Quais os pontos de retorno da partícula?

b) Qual é a máxima velocidade da partícula? Em que ou quais pontos ocorre?

c) Faça uma descrição do movimento da partícula quando esta se move da esquerda para a direita.

64. (2ª fase OBF – 2010)

Um corpo de massa $m = 3{,}0\ kg$ movimenta-se numa canaleta sem atrito, conforme indicado na figura, partindo do repouso no ponto A.

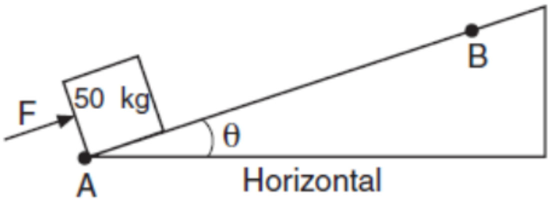


a) Determine a velocidade do corpo no ponto E.

b) Qual deve ser a velocidade mínima que o corpo necessita ter no ponto A para que ele possa chegar até ponto H?

65. (3ª fase OBF – 2010)

Uma força $F = 500\ N$ é aplicada em um bloco de massa $50\ kg$ (perpendicular a uma das superfícies) conforme o diagrama a seguir ($\theta = 30°$). (desconsidere todos os efeitos de quaisquer tipos de atrito neste sistema).

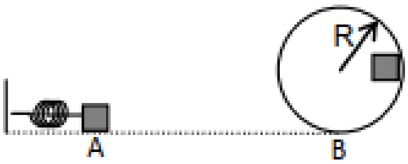


a) Sabendo que a distância entre A e B é de 1 metro, determine o trabalho realizado pela força F entre A e B.

b) Determine a velocidade com que o corpo atingirá no ponto B. Considere que o corpo parte do repouso no ponto A.

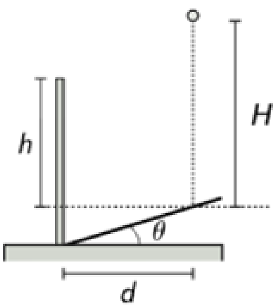
66. (3ª fase OBF – 2013)

Um pequeno corpo de massa m pode deslizar ao longo de uma superfície horizontal de comprimento $3R$ (de A a B na figura) e então ao longo de uma trajetória circular de raio R. O coeficiente de atrito cinético é 0,5 entre os pontos A e B e nulo ao longo da circunferência. O bloco sai do repouso no ponto A com a mola comprimida. Qual deve ser a menor compressão da mola para que o bloco percorra todo o circulo sem perda de contato?



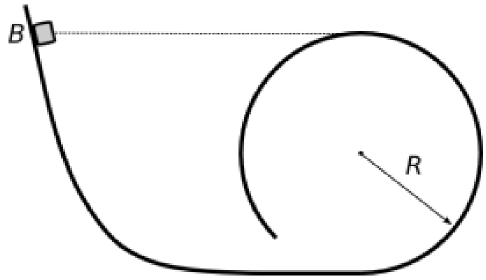
67. (2ª fase OBF – 2015)

Uma bola de borracha é abandonada de uma altura H acima de um plano inclinado que faz um ângulo $\theta = 15{,}0°$ com a horizontal. O vértice desse plano está encostado em uma pequena mureta vertical conforme ilustrado na figura abaixo, onde $h = d = 1{,}20\ m$. Determine o menor valor de H que faz com que a bola ultrapasse a mureta após colidir elasticamente com o plano inclinado.



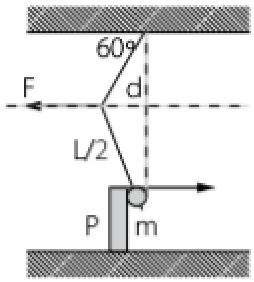
68. (3ª fase OBF – 2016)

Um bloco de massa m é abandonado a partir do repouso do ponto B em uma pista lisa, paralela a um plano vertical, que inclui um trecho curvo dado por um círculo de raio R, conforme ilustrado na figura abaixo. Descreva o movimento do bloco depois que entra na parte circular da pista.



69. (ITA – 1992)

Na figura abaixo, a massa esférica M pende de um fio de comprimento L, mas está solicitada para a esquerda por uma força F que mantém a massa apoiada contra uma parede vertical P sem atrito.



a) Calcule o trabalho W realizado pela força F para fazer subir lentamente ($v = 0$) a massa M em termos da variação da energia potencial de M, desde a posição em que o fio está na vertical até a situação indicada no desenho;

b) Verifique se é possível calcular esse trabalho como o produto de F, já calculada, pelo deslocamento d.

a) $0{,}29Mgl$ Não

b) $0{,}13Mgl$ Sim

c) $0{,}50Mgl$ Não

d) $0{,}13Mgl$ Não

e) $0{,}29Mgl$ Sim

70. (ITA – 1992)

Um bloco de massa igual a $5{,}0\ kg$ é puxado para cima por uma força $F = 50\ N$ sobre o plano inclinado da figura, partindo do repouso. Use $g = 10\ m/s^2$.

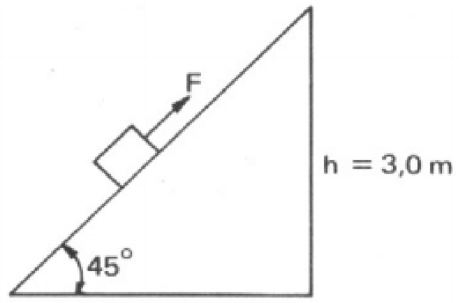
O coeficiente de atrito cinético plano-bloco é $\mu = 0{,}25$.

a) Calcule a energia cinética com que o bloco chega ao topo do plano.

b) Calcule a aceleração do bloco.

c) Escreva a velocidade   do bloco cm função do tempo.

	$E_C(J)$	$a\ (m/s^2)$	$v\ (m/s)$
a)	20	1,0	$0{,}5t^2$
b)	25	1,2	$0{,}6t^2$
c)	50	2,4	$1{,}2t$
d)	25	1,2	$1{,}2t$
e)	15	1,0	$0{,}4t$



71. (ITA – 1993)

O módulo v_1 da velocidade de um projétil no seu ponto de altura máxima é $\sqrt{\frac{6}{7}}$ do valor da velocidade v_2 no ponto onde a altura é metade da altura máxima. Obtenha o cosseno do ângulo de lançamento com relação a horizontal.

a) Os dados fornecidos sâo insuficientes

b) $\sqrt{3}/2$

c) $1/2$

d) $\sqrt{2}/2$

e) $\sqrt{3}/3$

72. (ITA – 1994)

Na figura, o objeto de massa m quando lançado horizontalmente do ponto A com velocidade v_A atinge o ponto B após percorrer quaisquer dos três caminhos contidos num plano vertical ($ACEB$, $ACDEB$, $ACGFEB$). Sendo g a aceleração gravltacional e μ o coeficionte do atrito em qualquor trecho; τ_1, τ_2 , τ_3 e v_{B_1}, v_{B_2}, v_{B_3} os trabalhos realizados pela força do atrito e as velocidades no ponto B, correspondentes aos caminhos 1, 2 e 3 podemos afirmar que:

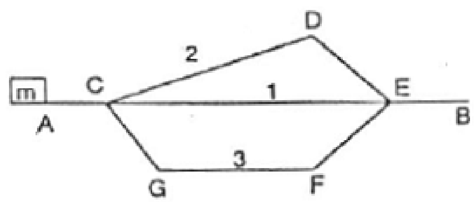
a) $\tau_3 > \tau_2 > \tau_1$ e $v_{B_3} < v_{B_2} < v_{B_1}$

b) $\tau_3 > \tau_2 > \tau_1$ e $v_{B_3} = v_{B_2} = v_{B_1}$

c) $\tau_3 = \tau_2 = \tau_1$ e $v_{B_3} < v_{B_2} < v_{B_1}$

d) $\tau_3 < \tau_2 < \tau_1$ e $v_{B_3} > v_{B_2} > v_{B_1}$

e) $\tau_3 = \tau_2 = \tau_1$ e $v_{B_3} = v_{B_2} = v_{B_1}$



73. (ITA – 1995)

Um pingo de chuva de massa $5{,}0 \cdot 10^{-5}\ kg$ cai com velocidade constante de uma altitude de $120\ m$, sem que a sua massa vane, num local onde a aceleração da gravidade g é $10\ m/s^2$. Nestas condições, a força de atrito F_a do ar sobre a gota e a energia E_a, dissipada durante a queda são respectivamente:

a) $5{,}0 \cdot 10^{-4}\ N; 5{,}0 \cdot 10^{-4}\ J$

b) $1{,}0 \cdot 10^{-3}\ N; 1{,}0 \cdot 10^{-1}\ J$

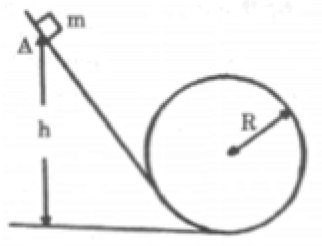
c) $5{,}0 \cdot 10^{-4}\ N; 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ J$

d) $5{,}0 \cdot 10^{-4}\ N; 6{,}0 \cdot 10^{-2}\ J$

e) $5{,}0 \cdot 10^{-4}\ N; E_a = 0\ J$

74. (ITA – 1995)

A figura ilustra um carrinho de massa m percorrendo um trecho de uma montanha russa. Desprezando-se todos os atritos que agem sobre ele e supondo que o carrinho seja abandonado em A, o menor valor de h para que o carrinho efetue a trajetória completa é:



a) $3R/2$ b) $5R/2$ c) $2R$ d) $\sqrt{(5gR)/2}$ e) $3R$

75. (ITA – 1996)

Um feixe de elétrons é formado com a aplicação de uma diferença de potencial de $250\ V$ entre duas placas metálicas, uma emissora e outra coletora, colocadas em uma ampola na qual se fez vácuo. A corrente medida em um amperimetrv devidamente ligado é de $5{,}0\ mA$ Se os elétrons podem ser considerados como emitidos com veloctdade nula, então:

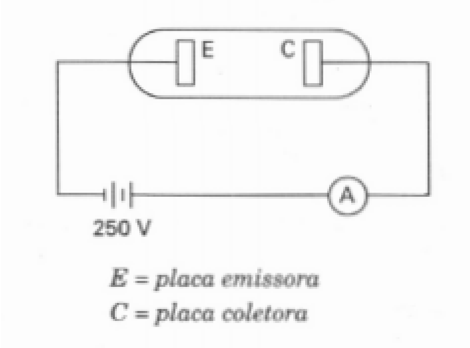
a) a velocidade dos elétrons ao atingirem a placa coletora é a mesma dos elétrons no fio externo à ampola.

b) se quisermos saber a velocidade dos elétrons é necessário conhecermos a distância entre as placas.

c) a energia fornecida pela fonte aos elétrons coletados é proporcional ao quadrado da diferença de potencial.

d) a velocidade dos elétrons ao atingirem a placa coletora é de aproximadamente $1{,}0 \cdot 10^7\ m/s$.

e) depois de algum tempo a corrente vai se tomar nula, pois a placa coletora vai ficando cada irz mais negativa pela absorçáo dos elétrons que nela chegam



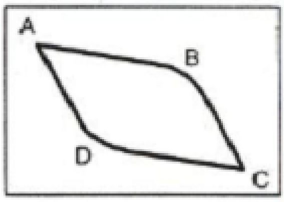
76. (ITA – 1996)

Uma roda d'água converte, em eletricidade com uma eficiência de 30%, a energia de 200 litros de água por segundo caindo de uma altura de 5,0 metros. A eletricidade gerada é utilizada pa- ra esquentar 50 litros de água de 15°C a 65°C. O tempo aproximado que leva a água para esquentar até a temperatura desejada é:

a) 15 minutos.
b) meia hora.
c) uma hora.
d) uma hora e meia.
e) duas horas.

77. (ITA – 1997)

No arranjo mostrado abaixo, do ponto A largamos com velocidade nula duas pequenas bolas que se moverão sob a influência da gravidade em um plano vertical, sem rolamento ou atrito, uma pelo trecho ABC e a outra pelo trecho ADC. As partes AD e BC dos trechos são paralelas e as partes AB e DC também. Os vértices B de ABC e D de ADC são suavemente arredondados para que cada bola não sofra uma brusca mudança na sua trajetória. Pode-se atirmar que:



a) A bola que se move pelo trecho ABC chega ao ponto C primeiro.

b) A bola que se move pelo trecho ADC chega ao ponto C primeiro.

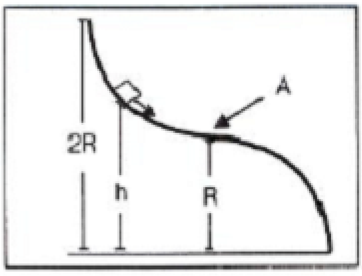
c) As duas bolas chegam juntas ao ponto C.

d) A bola de maior massa chega primeiro (e se tiverem a mesma massa, chegam juntas).

e) É necessário saber as massas das bolas e os ângulos relativos à vertical de cada parte dos trechos para responder.

78. (ITA – 1997)

Um pequeno bloco, solto com velocidade nula a uma altura h, move-se sob o efeito da gravidade e sem atrito sobre um trilho em torma de dois quartos de círculo de raio R que se tangenciam, como mostra a figura. A mínima altura inicial h que acarreta a saída do bloco, do trilho, após o ponto A é:



a) $4\,R/3$

b) $5\,R/4$

c) $3\,R/2$

d) $5\,R/3$

e) $2R$

79. (ITA – 1998)

O módulo da velocidade das águas de um no é de 10 m/s pouco antes de uma queda de água. Ao pé da queda existe um remanso onde a velocidade das águas ó praticamente nula. Observa-se que a temperatura da água no remanso ô 0,1 ®C maior do que a da água antes da queda. Conclui-se que a altura da queda de água é:

a) 2,0 m. b) 25 m. c) 37 m. d) 42 m. e) 50 m.

80. (ITA – 2001)

Uma partícula esta submetida a uma força com as seguintes características: seu módulo é proporcional ao módulo da velocidade da partícula e atua numa direção perpendicular àquela do vetor velocidade. Nestas condições, a energia cinética da partícula deve

a) crescer linearmente com o tempo

b) crescer quadratlcamente com o tempo

c) diminuir linearmente com o tempo

d) diminuir quadratlcamente com o tempo

e) permanecer Inalterada.

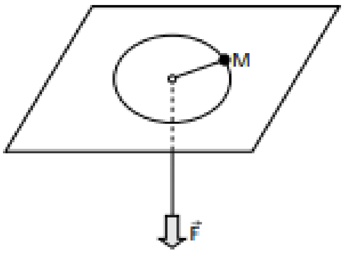
81. (ITA – 2001)

Um bloco com massa de $0{,}20kg$ inicialmente em repouso, é derrubado de uma altura de $h = 1{,}20\ m$ sobre uma mola cuja constante de foiça e $k = 19{,}6\ N/m$. Desprezando a massa da mola. a distância máxima que a mola será comprimida é

a) 0,24 m b) 0,32 m c) 0,48 m d) 0,54 m e) 0,60 m

82. (ITA – 2002)

Um corpo de massa M, mostrado na figura, é preso a um fio leve, inextenslvel, que passa através de um orifício central de uma mesa lisa. Considere que inicialmente o corpo se move ao longo de uma circunferência, sem atrito. O fio é, então, puxado para baixo, aplicando-se uma força $\vec{F}$, constante, a sua extremidade livre. Podemos afirmar que:



a) o corpo permanecerá ao longo da mesma circunferência.

b) a força $\vec{F}$ não realiza trabalha pois é perpendicular à trajetória.

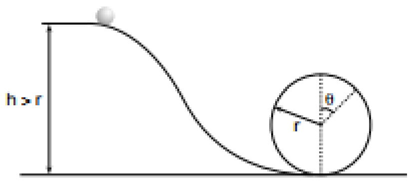
C) a potência instantânea de $\vec{F}$ é nula.

D) o trabalho de $\vec{F}$ é igual à variação da energia cinética do corpo.

E) o corpo descreverá uma trajetória elíptica sobre a mesa.

83. (ITA – 2002)

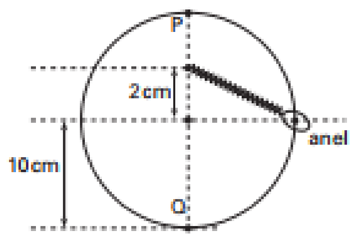
Uma massa é liberada a partir do repouso de uma altura h acima do nlvel do solo e desliza sem atrito em uma pista que termina em um "loop" de ralo r, conforme Indicado na figura. Determine o angulo θ relativo a vertical e ao ponto em que a massa perde o contato com a pista. Expresse sua tesposta como função da altura h, do raio R e da aceleração da gravidade g.



84. (ITA – 2006)

Um anel de peso $30N$ está preso a uma mola e desliza sem atrito num fio circular situado num plano vertical, conforme mostrado na figura.

Considerando que a mola não se deforma quando o anel se encontra na posição P e que a velocidade do anel seja a mesma nas posições P e Q, a constante elástica da mola deve ser de



a) $3{,}0 \cdot 10^3\ N/m$

b) $4{,}5 \cdot 10^3\ N/m$

c) $7{,}5 \cdot 10^3\ N/m$

d) $1.2 \cdot 10^4\ N/m$

e) $3{,}0 \cdot 10^4\ N/m$

85. (ITA – 2007)

Projetado para subir com velocidade média constante a uma altura de $32\ m$ em $40\ s$, um elevador consome a potência de $8{,}5\ kW$ de seu motor. Considere seja $370\ kg$ a massa do elevador vazio e a aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$. Nessas condições, o número máximo de passageiros, de $70kg$ cada um, a ser transportado pelo elevador é

a) 7. b) 8. c) 9. d) 10. e)11.

86. (ITA – 2007)

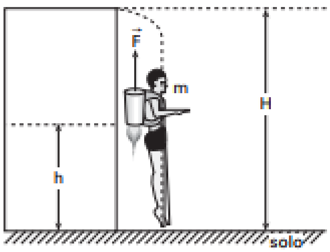
A água de um rio encontra-se a uma velocidade inicial V constante, quando despenca de uma altura de $80\ m$, convertendo toda a sua energia mecânica em calor. Este calor é integralmente absorvido pela água, resultando em um aumento de $1\ K$ de sua temperatura. Considerando $1\ cal \cong 4\ J$, aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$ e calor específico da água $c = 1{,}0\ cal \cdot g^{-1} °C^{-1}$ calcula-se que a velocidade inicial da água V é de

a) $10\sqrt{2}\ m/s$. b) $20\ m/s$. c) $50\ m/s$

d) $10\sqrt{32}\ m/s$. e) $80\ m/s$.

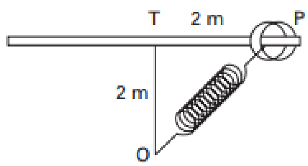
87. (ITA – 2007)

Equipado com um dispositivo a jato, o homem-foguete da figura cai livremente do alto de um edifício até uma altura h, onde o dispositivo a jato é acionado. Considere que o dispositivo forneça uma força vertical para cima de intensidade constante F. Determine a altura h para que o homem pouse no solo com velocidade nula. Expresse sua resposta como função da altura H, da força F, da massa m do sistema homem-foguete e da aceleração da gravidade g, desprezando a resistência do ar e a alteração da massa m no acionamento do dispositivo.



88. (ITA – 2008)

Um aro de $1\ kg$ de massa encontra-se preso a uma mola de massa desprezível, constante elástica $k = 10\ N/m$ e comprimento inicial $L_0 = 1\ m$ quando não distendida, afixada no ponto O. A figura mostra o aro numa posição P em uma barra horizontal fixa ao longo da qual o aro pode deslizar sem atrito. Soltando o aro do ponto P, qual deve ser sua velocidade, em m/s, ao alcançar o ponto T, a $2\ m$ de distância?



a) $\sqrt{30{,}0}$

b) $\sqrt{40{,}0}$

c) $\sqrt{23{,}4}$

d) $\sqrt{69{,}5}$

e) $\sqrt{8{,}2}$

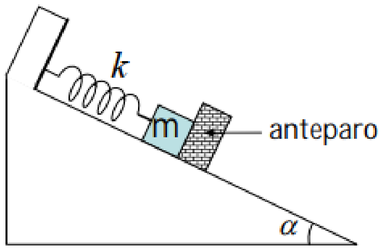
89. (ITA – 2009)

Considere um pêndulo simples de comprimento L e massa m abandonado da horizontal. Então, para que não arrebente, o fio do pêndulo deve ter uma resistência à tração pelo menos igual a

a) mg. b) $2mg$. c) $3mg$. d) $4mg$. e) $5mg$.

90. (ITA – 2010)

No plano inclinado, o corpo de massa m é preso a uma mola de constante elástica k, sendo barrado à frente por um anteparo. Com a mola no seu comprimento natural, o anteparo, de alguma forma, inicia seu movimento de descida com uma aceleração constante a. Durante parte dessa descida, o anteparo mantém contato com o corpo, dele se separando somente após um certo tempo. Desconsiderando quaisquer atritos, podemos afirmar que a variação máxima do comprimento da mola é dada por



a) $\left[m \cdot g \cdot sen\ \alpha + m \cdot \sqrt{a \cdot (2 \cdot g \cdot sen\ \alpha + a)}\right]/k$.

b) $\left[m \cdot g \cdot cos\ \alpha + m \cdot \sqrt{a \cdot (2 \cdot g \cdot cos\ \alpha + a)}\right]/k$.

c) $\left[m \cdot g \cdot sen\ \alpha + m \cdot \sqrt{a \cdot (2 \cdot g \cdot sen\ \alpha - a)}\right]/k$

d) $m \cdot (g \cdot sen\ \alpha - a)/k$.

e) $m \cdot g \cdot sen\ \alpha/k$.

91. (ITA – 2012)

Um corpo movimenta-se numa superfície horizontal sem atrito, a partir do repouso, devido à ação continua de um dispositivo que lhe fornece uma potência mecânica constante. Sendo v sua velocidade após certo tempo t, pode-se afirmar que

a) a aceleração do corpo é constante.

b) a distância percorrida é proporcional a v^2.

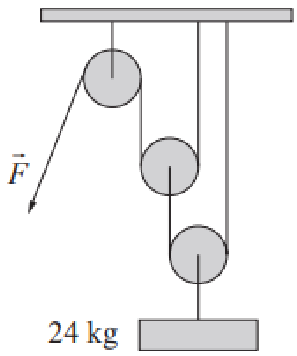
c) o quadrado da velocidade é proporcional a t.

d) a força que atua sobre o corpo é proporcional a $\sqrt{t}$.

e) a taxa de variação temporal da energia cinética nào é constante.

92. (ITA – 2012)

O arranjo de polias da figura é preso ao teto paia erguer nina massa de $24\ kg$, sendo os fios inextensíveis, e desprezíveis as massas das polias e dos fios. Desprezando os atritos, determine:



1. O valor do módulo da força $\vec{F}$ necessário para equilibrar o sistema.

2. O valor do módulo da força $\vec{F}$ necessário para erguer a massa com velocidade constante.

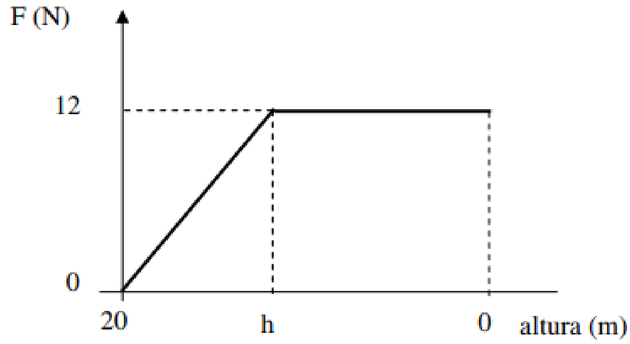
3. A força ($\vec{F}$ ou peso?) que realiza maior trabalho, em módulo, durante o tempo T em que a massa está sendo erguida com velocidade constante.

93. (IME – 2008)

Um bloco de massa $m = 4\ kg$ parte de um plano horizontal sem atrito e sobe um plano inclinado com velocidade inicial de $6\ m/s$. Quando o bloco atinge a altura de $1\ m$, sua velocidade se anula; em seguida, o bloco escorrega de volta, passando pela posição inicial. Admitindo que a aceleração da gravidade seja igual a $10\ m/s^2$ e que o atrito do plano inclinado produza a mesma perda de energia mecânica no movimento de volta, a velocidade do bloco, ao passar pela posição inicial, é

a) 1 m/s b) 2 m/s c) 3 m/s d) 4 m/s e) 5 m/s

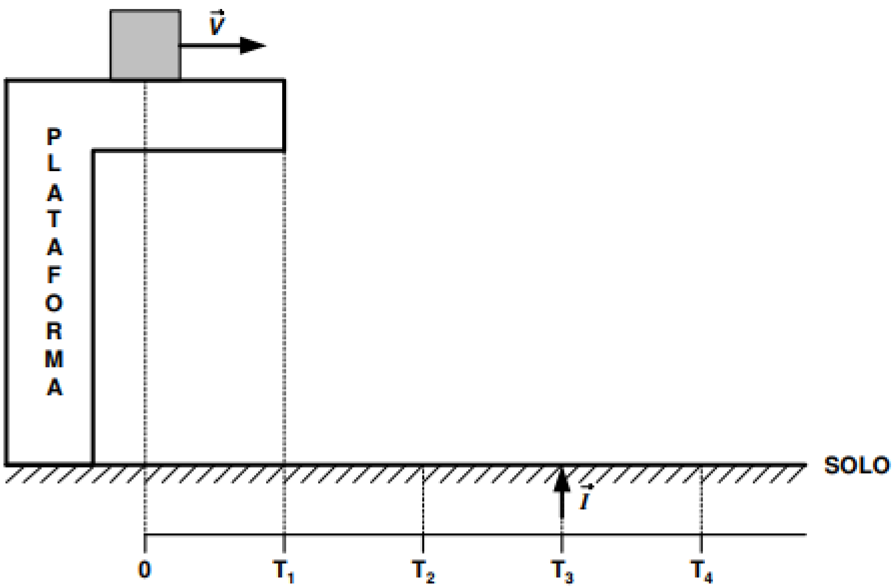
94. (IME – 2009)



Um objeto com massa de $1\ kg$ é largado de uma altura de $20\ m$ e atinge o solo com velocidade de $10\ m/s$. Sabe-se que a força F de resistência do ar que atua sobre o objeto varia com a altura, conforme o gráfico acima. Considerando que $g = 10\ m/s^2$, a altura h, em metros, em que a força de resistência do ar passa a ser constante é

a) 4 b) 5 c) 6 d) 8 e) 10

95. (IME – 2009)



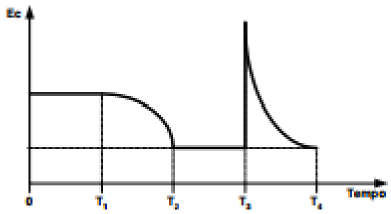
Na figura dada, o bloco realiza o movimento descrito a seguir:

- Em $t = 0$, desloca-se para a direita, com velocidade constante;

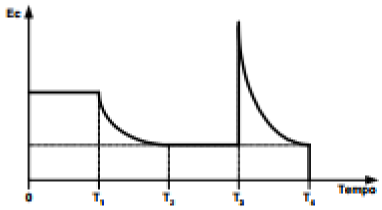
- Em $t = t_1$, cai da plataforma;
- Em $t = t_2$, atinge o solo e continua a se mover para a direita, sem quicar;
- Em $t = t_3$, é lançado para cima, pela ação do impulso $\vec{I}$;
- Em $t = t_4$, volta a atingir o solo.

Nestas condições, a opção que melhor representa graficamente a energia cinética do bloco em função do tempo é

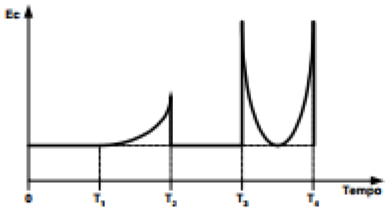
a)



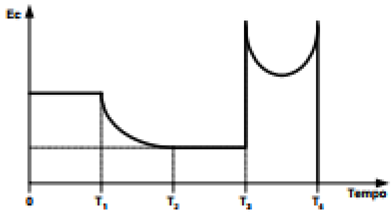
b)



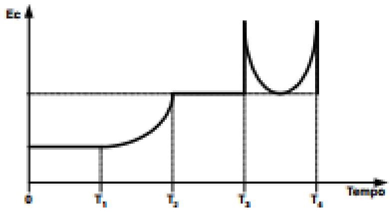
c)



d)



e)



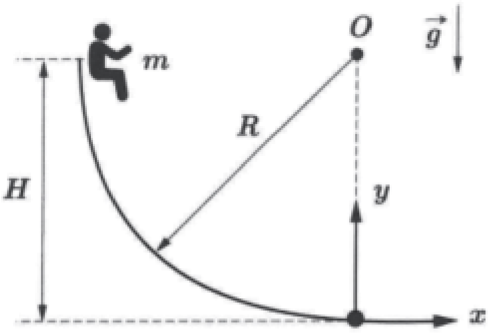
96. (IME – 2010)

Um bloco de $4\ kg$ e velocidade inicial de $2\ m/s$ percorre $70\ cm$ em uma superfície horizontal rugosa até atingir uma mola de constante elástica $200\ N/m$. A aceleração da gravidade é $10\ m/s^2$ e o bloco comprime $10\ cm$ da mola até que sua velocidade se anule. Admitindo que durante o processo de compressão da mola o bloco desliza sem atrito, o valor do coeficiente de atrito da superfície rugosa é:

a) 0,15 b) 0,20 c) 0,25 d) 0,30 e) 0,35

97. (ITA – 2022)

Um garoto de massa m desliza sobre um escorregador de superfície lisa e com raio de curvatura constante dado por R. O platô superior de onde o menino inicia a sua descida encontra-se à altura H do chão. Calcule a reação normal de contato que a rampa exerce sobre o garoto no instante iminentemente anterior à chegada aproximadamente horizontal dele ao chão.



A ( ) $mg\left(1+\frac{2H}{R}\right)$ B ( ) $mg\left(1+\frac{H}{R}\right)$ C ( ) mg

D ( ) $mg\left(1-\frac{H}{R}\right)$ E ( ) $mg\left(1-\frac{2H}{R}\right)$

GABARITO

7. Gabarito sem comentários nível 2

1) B	14) B
2) C	15) C
3) D	16) D
4) A	17) C
5) A	18) B
6) D	19) A
7) B	20) C
8) B	21) C
9) C	22) A
10) A	23) B
11) C	24) A
12) A	25) E
13) B	26) E

27) B

28) B

29) D

30) C

31) A

32) E

33) D

34) C

35) A

36) E

37) E

38) a) $\vec{r}_{foguete/embarc} = 7494\,\hat{\imath} + 10\,\hat{\jmath}$ b) 300 J c) 17,7 s

39) 1 m/s

40) B

41) D

42) E

43) D

44) D

45) C

46) D

47) C

48) A

49) A

50) C

51) A

52) B

53) a) 300 N b) 36 kJ

54) 0,25 m

55) a) 10 N b) 50 W

56) 10 m/s

57) $6 \cdot 10^4\ J$

58) a) 6 m/s b) 0,6 s c) 3,6 m

59) a) 320 J b) 1 s

60) 100 N/m

61) a) 2,5 m b) 5 m/s

62) a) $k_{equivalente} = 2k$ b) $v_B = \sqrt{2}v_0$

63) Ver comentários

64) a) $V_E = 2 \cdot \sqrt{15}\,m/s$; b) $V_A = 2 \cdot \sqrt{5}\,m/s$

65) a) $500J$ b) $V_B = \sqrt{10}\,m/s$

66) $\sqrt{\frac{8 \cdot m \cdot g \cdot R}{k}}$

67) $H = 1{,}5\ m$

68) Ver comentários

69) D

70) D

71) B

72) E

73) D

74) B

75) D

76) C

77) B

78) C

79) C

80) E

81) E

82) D

83) $arc\cos\left(\frac{2(h-r)}{3r}\right)$

84) C

85) C

86) E

87) $h = \frac{mgH}{F}$

88) C

89) C

90) C

91) C

92) 1) 60 N 2) 60 N 3) $|\tau_{Peso}| = |\tau_F|$

93) B

94) B

95) C

96) C

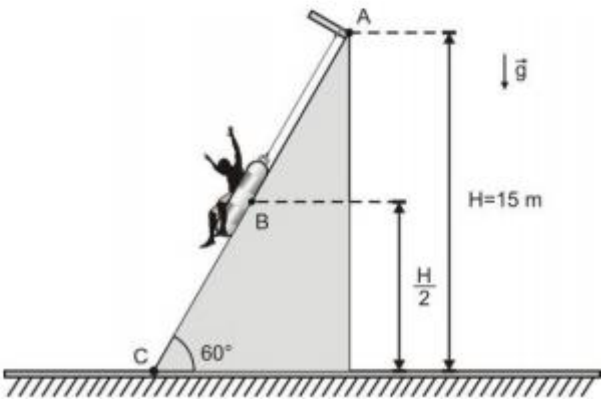
97) A

ESCLARECENDO!

8. Lista de questões nível 2 comentada

1. (AFA – 2020 – Adaptada)

Certo brinquedo de um parque aquático é esquematizado pela figura a seguir, onde um homem e uma boia, sobre a qual se assenta, formam um sistema, tratado como partícula.



Essa "partícula" inicia seu movimento do repouso, no ponto A, situado a uma altura H=15 m, escorregando ao longo do toboágua que está inclinado de 60° em relação ao solo, plano e horizontal.

Considere a aceleração da gravidade constante e igual a g e despreze as resistências do ar, do toboágua e os efeitos hidrodinâmicos sobre a partícula. Para freá-la, fazendo-a chegar ao ponto C com velocidade nula, um elástico inicialmente não deformado, que se comporta como uma mola ideal, foi acoplado ligando essa partícula ao topo do toboágua. Nessa circunstância, a deformação máxima sofrida pelo elástico foi de $10\sqrt{3}\,m$. Na descida, ao passar pelo ponto B, que se encontra a uma altura $H/2$, a partícula atinge sua velocidade máxima, que, em m/s, vale, aproximadamente

a) 6,0 b) 8,5 c) 10 d) 12

Comentários:

O comprimento inicial da mola vale:

$$x_0 = \frac{H}{\text{sen}(60°)} - 10\sqrt{3} = \frac{15}{\frac{\sqrt{3}}{2}} - 10\sqrt{3} = 0$$

Observação: no exercício real a AFA disse que a distensão em C era $10\sqrt{2}\,m$, o que inviabilizava o exercício.

Quando o corpo está em B (note que B é ponto médio da hipotenusa $hip = \frac{H}{sen(60°)} = \frac{15}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 10\sqrt{3}\,m$), a distensão da mola é de:

$$x_B = \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\,m$$

Ao chegar em C, o homem deve ter velocidade nula, portanto, toda energia potencial gravitacional de quando ele estava em A (tomando como nível de referência o ponto C), é transformada em energia potencial elástica. Portanto, podemos encontrar a constante elástica da mola.

$$\frac{kx_C^2}{2} = mgH$$

$$k \cdot \frac{\left(10\sqrt{3}\right)^2}{2} = m \cdot g \cdot 15$$

$$k = \frac{mg}{10}$$

Logo, fazendo conservação de energia mecânica entre A e B, temos:

$$E_{mec}^{B} = E_{mec}^{A}$$

$$\frac{kx_B^2}{2} + mgH_B + \frac{1}{2}mv_B^2 = mgH_A$$

Tomamos como nível de referência o ponto C. Logo:

$$\left(\frac{mg}{10}\right)\cdot\frac{\left(5\sqrt{3}\right)^2}{2}+mg\cdot\frac{15}{2}+\frac{1}{2}m\cdot v_B^2=mg\cdot 15$$

$$75+v_B^2=150$$

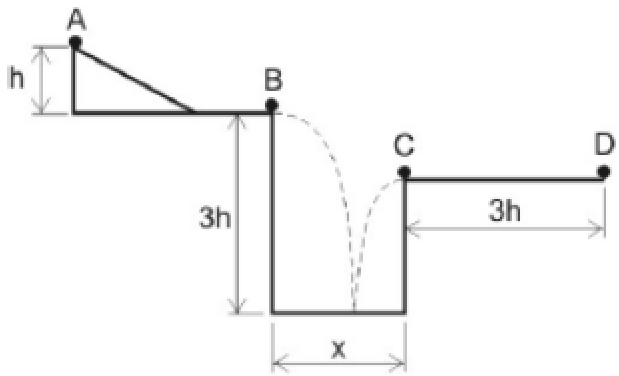
$$\boxed{v_B=5\sqrt{3}\,m/s}$$

$$\boxed{v_B\cong 8{,}66\,m/s}$$

Gabarito: B

2. (AFA – 2018)

Uma partícula é abandonada sobre um plano inclinado, a partir do repouso no ponto A, de altura h, como indicado pela figura (fora de escala). Após descer o plano inclinado, a partícula se move horizontalmente até atingir o ponto B. As forças de resistência ao movimento de A até B são desprezíveis. A partir do ponto B, a partícula então cai, livre da ação de resistência do ar, em um poço de profundidade igual a 3h e diâmetro x. Ela colide com o chão do fundo do poço e sobe, em uma nova trajetória parabólica até atingir o ponto C, o mais alto dessa nova trajetória. Na colisão com o fundo do poço a partícula perde 50% de sua energia mecânica. Finalmente, do ponto C ao ponto D, a partícula move-se horizontalmente experimentando atrito com a superfície. Após percorrer a distância entre C e D, igual a 3h, a partícula atinge o repouso.



Considerando que os pontos B e C estão na borda do poço, que o coeficiente de atrito dinâmico entre a partícula e o trecho $\overline{CD}$ é igual a 0,5 e que durante a colisão com o fundo do poço a partícula não desliza, a razão entre o diâmetro do poço e a altura de onde foi abandonada a partícula, $\frac{X}{h}$, vale

a) 1 b) 3 c) $3\sqrt{3}$ d) $4\sqrt{3}$

Comentários:

A velocidade que a partícula chega em B vale:

$$v_B=\sqrt{2gh}$$

Essa velocidade será a velocidade inicial horizontal em um MUV que começa em B e termina quando a partícula atinge o chão. A velocidade horizontal desse movimento não muda, e a velocidade vertical no ponto onde a partícula atinge o chão vale

$$v_{vert,chão,antes} = \sqrt{2g(3h)} = \sqrt{6gh}$$

Como a colisão ocorre no plano horizontal, a velocidade horizontal não deveria mudar, mas veremos que isso foi considerado, erroneamente, pelo exercício.

Podemos calcular a velocidade horizontal pós-colisão a partir do trecho CD e a equação de Torrichelli. A aceleração devido ao atrito nesse trecho é $-\mu g = -g/2$. Logo, por Torricelli, temos:

$$v_D^2 = v_C^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

$$0 = v_C^2 - 2 \cdot \frac{g}{2} \cdot 3h$$

$$v_C = \sqrt{3gh}$$

Finalmente, podemos calcular a velocidade vertical pós colisão sabendo que a energia mecânica pós colisão vale metade da energia mecânica pré colisão, temos:

$$\frac{1}{2}m(v_{vert,chão,depois})^2 + \frac{1}{2}m(v_{hor,chão,depois})^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}m(v_{vert,chão,antes})^2 + \frac{1}{2}m(v_{hor,chão,antes})^2\right]$$

$$\frac{1}{2}m(v_{vert,chão,depois})^2 + \frac{1}{2}m(3gh) = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}m(6gh) + \frac{1}{2}m(2gh)\right]$$

$$v_{vert,chão,depois} = \sqrt{3gh + gh - 2gh}$$

$$v_{vert,chão,depois} = \sqrt{gh}$$

Dessa forma, o objeto atinge uma altura pós-colisão de H/2. O tempo para atingir essa altura máxima pode ser calculado por:

$$v = v_0 + at$$

$$0 = \sqrt{gh} - gt$$

$$t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

O deslocamento horizontal do objeto pós colisão vale:

$$\sqrt{3gh} \cdot \sqrt{\frac{h}{g}} = h\sqrt{3}$$

Já pré-colisão, podemos calcular o tempo até o objeto atingir o solo:

$$v = v_0 + at$$

$$-\sqrt{6gh} = 0 - gt$$

$$t = \sqrt{\frac{6h}{g}}$$

O deslocamento horizontal do objeto pré-colisão vale:

$$\sqrt{2gh} \cdot \sqrt{\frac{6h}{g}} = 2h\sqrt{3}$$

Dessa forma, a razão entre X é H é dada por:

$$X = h\sqrt{3} + 2h\sqrt{3}$$

$$X = 3h\sqrt{3}$$

$$\boxed{\frac{X}{h} = 3\sqrt{3}}$$

Gabarito: C

---

3. (AFA – 2018)

Uma rampa, homogênea, de massa m e comprimento L, é inicialmente colocada na horizontal. A extremidade A, dessa rampa, encontra-se acoplada a uma articulação sem atrito. Na extremidade B está sentado, em repouso, um garoto, também de massa m. Essa extremidade B está presa ao chão, por um fio ideal, e ao teto, por uma mola ideal, de constante elástica k, conforme ilustra a Figura 1.

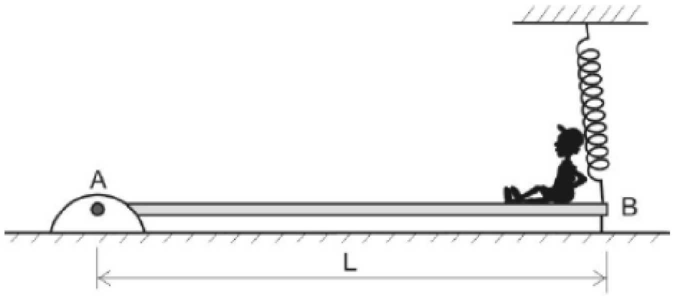


Figura 1

Em um determinado instante o garoto corta o fio. A mola, que está inicialmente deformada de um valor Δx , passa a erguer lentamente a extremidade B da rampa, fazendo com que o garoto escorregue, sem atrito e sem perder o contato com a rampa, até a extremidade A, conforme Figura 2.

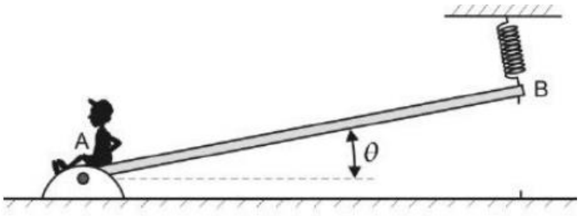


Figura 2

Quando o garoto, que neste caso deve ser tratado como partícula, atinge a extremidade A, a mola se encontra em seu comprimento natural (sem deformação) e a rampa estará em repouso e inclinada de um ângulo θ. Considerando g o módulo da aceleração da gravidade local, nessas condições, a velocidade do garoto em A, vale

a) $\Delta x sen(\theta)\sqrt{\frac{k}{m} - g\frac{L}{2}}$

b) $\Delta x\sqrt{\frac{k}{m}} + \sqrt{g\frac{L}{2}\cos(\theta)}$

c) $\sqrt{\frac{k}{m}\Delta x + gLcos(\theta)}$

d) $\sqrt{\frac{k}{m}\Delta x^2 - gLsen(\theta)}$

Comentários:

Como o sistema é conservativo, a energia mecânica armazenada na mola é cedida para dar velocidade ao menino e elevar a rampa. Tomando como nível de referência o nível de A, temos:

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv^2 + m \cdot g \cdot \left(\frac{Lsen(\theta)}{2}\right)$$

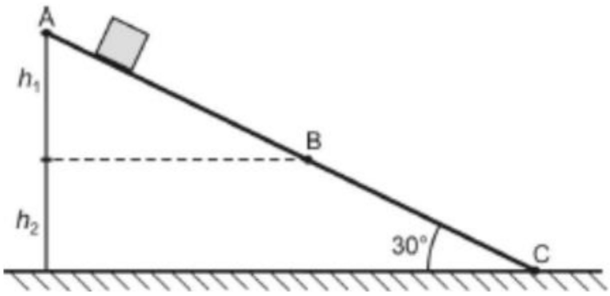
$$\boxed{v = \sqrt{\frac{k}{m} \cdot \Delta x^2 - gLsen(\theta)}}$$

Gabarito: D

---

4. (AFA – 2017)

Um bloco escorrega, livre de resistência do ar, sobre um plano inclinado de 30°, conforme a figura (sem escala) a seguir.



No trecho AB não existe atrito e no trecho BC o coeficiente de atrito vale $\mu = \sqrt{3}/2$. O bloco é abandonado, do repouso em relação ao plano inclinado, no ponto A e chega ao ponto C com velocidade nula. A altura do ponto A, em relação ao ponto B, é h_1, e a altura do ponto B, em relação ao ponto C, é h_2. A razão $\frac{h_1}{h_2}$ vale

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) 2

Comentários:

No plano inclinado, sabemos que:

$$N = mg \cdot \cos(\theta)$$

$$fat = \mu \cdot N = \mu \cdot mg \cdot \cos(\theta)$$

Pelo trabalho das forças não conservativas, temos:

$$\tau_{fnc} = \Delta E_{mec}$$

$$-fat \cdot \frac{h_2}{sen(\theta)} = \Delta E_{pot} + \Delta E_{cin}$$

$$-fat \cdot \frac{h_2}{sen(\theta)} = -mg \cdot (h_1 + h_2)$$

$$\mu \cdot mg \cdot \cos(\theta) \cdot \frac{h_2}{sen(\theta)} = mg \cdot (h_1 + h_2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot cotg(30°) \cdot h_2 = h_1 + h_2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot h_2 = h_1 + h_2$$

$$3h_2 = 2h_1 + 2h_2$$

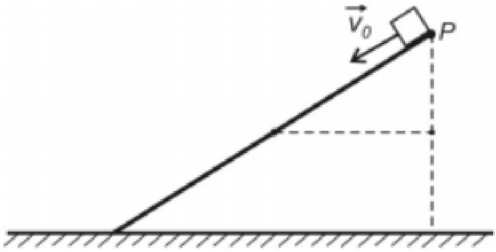
$$h_2 = 2h_1$$

$$\boxed{\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{2}}$$

Gabarito: A

5. (AFA – 2016)

Um bloco é lançado com velocidade v_0 no ponto P paralelamente a uma rampa, conforme a figura. Ao escorregar sobre a rampa, esse bloco para na metade dela, devido à ação do atrito.



Tratando o bloco como partícula e considerando o coeficiente de atrito entre a superfície do bloco e da rampa, constante ao longo de toda descida, a velocidade de lançamento para que este bloco pudesse chegar ao final da rampa deveria ser, no mínimo:

a) $\sqrt{2}v_0$ b) $2v_0$ c) $2\sqrt{2}v_0$ d) $4v_0$

Comentários:

Para o plano inclinado, temos:

$$N = mg \cdot \cos(\theta)$$

$$fat = \mu \cdot N = \mu \cdot mg \cdot \cos(\theta)$$

Pelo teorema de trabalho das forças não conservativas, quando o bloco chega a metade da rampa, temos:

$$\tau_{fnc} = \Delta E_{mec}$$

$$-fat \cdot x = \Delta E_{pot} + \Delta E_{cin}$$

$$-\mu \cdot mg \cdot \cos(\theta) \cdot \frac{x}{2} = -mg \cdot \frac{H}{2} - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\mu \cdot mg \cdot \cos(\theta) \cdot \frac{\frac{H}{sen(\theta)}}{2} = -mg \cdot \frac{H}{2} - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\frac{\mu \cdot mg \cdot H}{tg(\theta)} = mg \cdot H + mv_0^2$$

$$v_0 = \sqrt{mgH\left(\frac{\mu}{tg(\theta)} - 1\right)}$$

Aqui nós vemos que $v_0 = k\sqrt{H}$. Portanto, para dobrar a distância alcançada pela partícula, basta que a velocidade inicial seja multiplicada por $\sqrt{2}$.

Gabarito: A

6. (AFA – 2016)

Dois mecanismos que giram com velocidades angulares ω_1 e ω_2 constantes são usados para lançar horizontalmente duas partículas de massas $m_1 = 1kg$ e $m_2 = 2kg$ de uma altura $h = 30m$, como mostra a figura 1 abaixo.

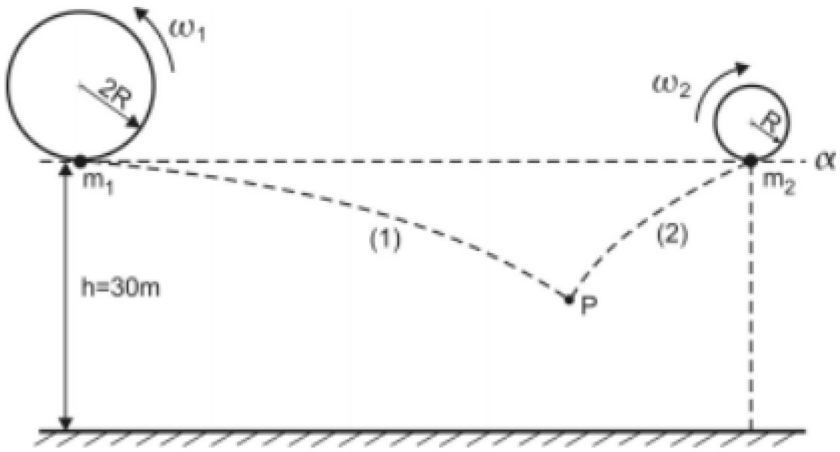


FIGURA 1

Num dado momento em que as partículas passam, simultaneamente, tangenciando o plano horizontal α, elas são desacopladas dos mecanismos de giro e, lançadas horizontalmente, seguem as trajetórias 1 e 2 (figura 1) até se encontrarem no ponto P. Os gráficos das energias cinéticas, em joule, das partículas 1 e 2 durante os movimentos de queda, até a colisão, são apresentados na figura 2 em função de $(h - y)$, em m, onde y é a altura vertical das partículas num tempo qualquer, medida a partir do solo perfeitamente horizontal.

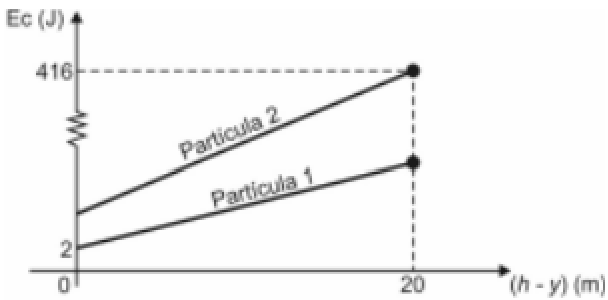


FIGURA 2

Desprezando qualquer forma de atrito, a razão $\omega_2\ \omega_1$ é

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

Comentários:

Como não há forças dissipativas no sistema mecânico, podemos afirmar que a energia mecânica será constante. Então, por conservação de energia, temos:

$$mgH + \frac{mv^2}{2} = mgy + E_{c,f}$$

$$E_{c,f} = mg(H - y) + \frac{mv^2}{2}$$

Pelo gráfico, para a partícula 1, temos:

$$2 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

$$v_1 = 2\ m/s$$

Pelo gráfico, para a partícula 2, temos:

$$E_{c,f} = 416$$

$$416 = m_2 \cdot g \cdot 20 + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$416 = 2 \cdot 10 \cdot 20 + \frac{2 \cdot v_2^2}{2}$$

$$v_2 = 4\ m/s$$

Portanto:

$$\frac{v_2}{v_1} = 2 = \frac{\omega_2 \cdot R_2}{\omega_1 \cdot R_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{1}{2}$$

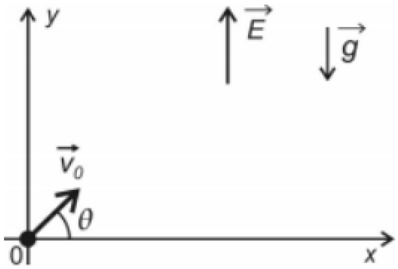
$$\boxed{\frac{\omega_2}{\omega_1} = 4}$$

Gabarito: D

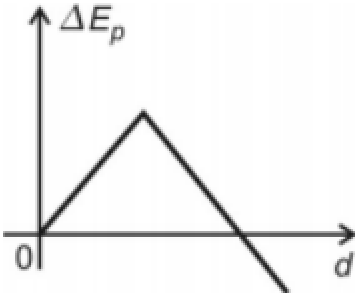
---

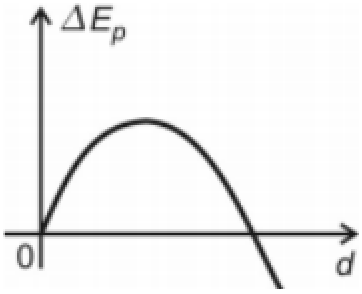
7. (AFA – 2016)

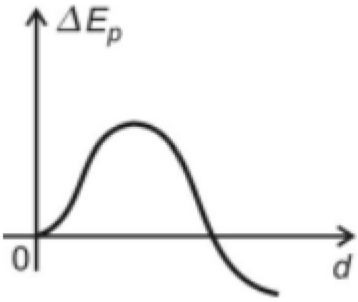
Uma partícula de massa m e carga elétrica $-q$ é lançada com um ângulo θ em relação ao eixo x, com velocidade igual a $\vec{v}_0$, numa região onde atuam um campo elétrico $\vec{E}$ e um campo gravitacional $\vec{g}$, ambos uniformes e constantes, conforme indicado na figura abaixo.

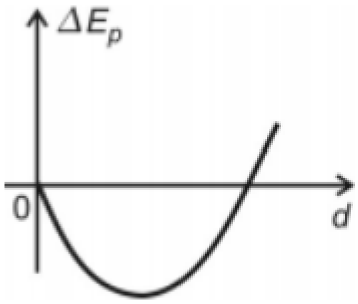


Desprezando interações de quaisquer outras naturezas com essa partícula, o gráfico que melhor representa a variação de sua energia potencial (ΔEp) em função da distância (d) percorrida na direção do eixo x, é

a) 

b) 

c) 

d) 

Comentários:

Como a carga negativa está inserida em um campo orientado para cima, a força elétrica é para baixo, logo, a aceleração na direção vertical é para baixo e dada por:

$$F_R = mg + qE$$

$$ma = mg + qE$$

$$a = g + \frac{qE}{m}$$

Portanto, a equação de trajetória da partícula é escrita como:

$$y = y_0 + x \cdot tg(\theta) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2(\theta)}$$

$$y = \underbrace{y_0}_{=0} + x \cdot tg(\theta) - \frac{1}{2} \cdot \left(g + \frac{qE}{m}\right) \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2(\theta)}$$

A energia potencial gravitacional da partícula é dada por:

$$E_{pot} = mgy$$

A energia potencial elétrica da partícula vale:

$$E_{pot} = qEy$$

Lembre-se que o campo elétrico está para cima e a partícula tem carga negativa. Portanto:

$$\Delta E_{pot} = mgy + qEy = (mg + qE)y$$

$$\Delta E_{pot} = (mg + qE) \cdot \left[x \cdot tg(\theta) - \frac{1}{2} \cdot \left(g + \frac{qE}{m}\right) \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2(\theta)}\right]$$

$$\Delta E_{pot} = \underbrace{(mg + qE) \cdot tg(\theta)}_{=A} \cdot x - \underbrace{\frac{(mg + qE)^2}{2m} \cdot \frac{1}{v_0^2 \cdot \cos^2(\theta)}}_{B} \cdot x^2$$

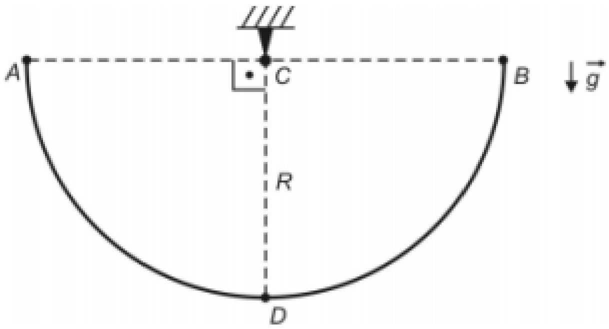
$$\Delta E_{pot} = A \cdot x - B \cdot x^2$$

Em que $A > 0$ e $B > 0$. Portanto, a energia potencial descreve uma parábola com concavidade para baixo, conforme a alternativa B.

Gabarito: B

8. (AFA – 2015)

Uma pequenina esfera vazada, no ar, com carga elétrica igual a 1μC e massa 10g , é perpassada por um aro semicircular isolante, de extremidades A e B, situado num plano vertical. Uma partícula carregada eletricamente com carga igual a 4μC é fixada por meio de um suporte isolante, no centro C do aro, que tem raio R igual a 60 cm, conforme ilustra a figura abaixo.



Despreze quaisquer forças dissipativas e considere a aceleração da gravidade constante. Ao abandonar a esfera, a partir do repouso, na extremidade A, pode-se afirmar que a intensidade da reação normal, em newtons, exercida pelo aro sobre ela no ponto mais baixo (ponto D) de sua trajetória é igual a

a) 0,20 b) 0,40 c) 0,50 d) 0,60

Comentários:

Quando a esfera passa pelo ponto D, sobre ela existe um força elétrica de repulsão para baixo, a força peso para baixo, a força normal para o ponto C (centro da trajetória). Portanto, a resultante centrípeta é dada por:

$$R_{cp} = N - P - F_{ele}$$

$$\frac{mv^2}{R} = N - P - F_{ele}$$

$$\therefore N = \frac{mv^2}{R} + mg + \frac{KqQ}{R^2}$$

Portanto, devemos calcular qual a velocidade da carga quando ela passa por D. Como o sistema não possui forças dissipativas, então a energia se conserva. Tomando como nível de referência o ponto D, então vamos aplicar a conservação da energia entre A e D, temos:

$$E_A = E_D$$

$$E_{pot,eletrica} + E_{pot,grav} = E_{pot,eletrica} + E_{cin}$$

A energia potencial elétrica entre duas cargas é dada por Kq_1q_2/d, em que d é a distância entre as cargas. Portanto:

$$\frac{KqQ}{R} + mgR = \frac{kQq}{R} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$mgR = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{mv^2}{R} = 2mg$$

Portanto:

$$N = 2mg + mg + \frac{KqQ}{R^2} = 3mg + \frac{KqQ}{R^2}$$

Substituindo valores, temos:

$$N = 3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10 + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(60 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$N = 0{,}3 + \frac{9 \cdot 4}{6^2} \cdot 10^{9-12+2}$$

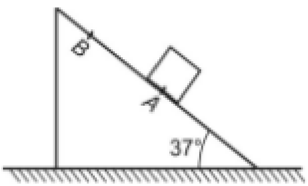
$$N = 0{,}3 + 0{,}1$$

$$\boxed{N = 0{,}4\ N}$$

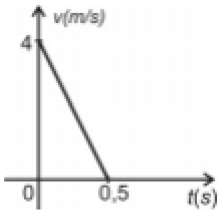
Gabarito: B

9. (AFA – 2014)

Um bloco, de massa 2 kg, desliza sobre um plano inclinado, conforme a figura seguinte.



O gráfico $v\ x\ t$ abaixo representa a velocidade desse bloco em função do tempo, durante sua subida, desde o ponto A até o ponto B.



Considere a existência de atrito entre o bloco e o plano inclinado e despreze quaisquer outras formas de resistência ao movimento. Sabendo que o bloco retorna ao ponto A, a velocidade com que ele passa por esse ponto, na descida, em m/s, vale

a) 4 b) $2\sqrt{2}$ c) 2 d) $\sqrt{3}$

Comentários:

Vamos admitir que o plano inclinado está fixo, o que não foi deixado claro no exercício. Pela análise da dinâmica do movimento na direção do plano inclinado, sabemos que a componente $mgsen(37°)$ está orientada para baixo do plano e que o atrito é contrário ao movimento de A para B. Além disso, o módulo da força de atrito no plano inclinado é dado por:

$$fat = \mu \cdot N = \mu \cdot mg \cdot \cos(37°)$$

Portanto, a força resultante na direção tangente ao plano é dada pela fat e pela componente $mgsen(37°)$ para baixo do plano. Por isso, o movimento de A para B é um movimento retardado e a velocidade do corpo diminui com o tempo, conforme mostra o gráfico. Logo:

$$F_R = fat + mg \cdot sen(37°)$$

$$m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(37°) + m \cdot g \cdot sen(37°)$$

$$a = g \cdot [\mu \cdot \cos(37°) + sen(37°)]$$

Pelo gráfico da velocidade, sabendo que o movimento é retardado, temos:

$$v = v_0 - at$$

Portanto:

$$0 = 4 - a \cdot 0{,}5$$

$$a = 8\ m/s^2$$

Dessa forma, o coeficiente de atrito entre o plano e corpo é de:

$$8 = 10 \cdot (\mu \cdot 0{,}8 + 0{,}6)$$

$$0{,}8 = \mu \cdot 0{,}8 + 0{,}6$$

$$\mu = \frac{0{,}2}{0{,}8} = \frac{1}{4}$$

Observação: era necessário saber de cabeça o valor do seno e do cosseno do ângulo de 37°. Fique de olho nesse ângulo, já que usamos bastante.

Assim, utilizando o teorema de trabalho e energia, podemos determinar qual a altura alcançada pelo corpo na ida.

$$\tau_{fnc} = \Delta E_{mec}$$

$$-fat \cdot \frac{H}{sen(37°)} = \Delta E_{cin} + \Delta E_{pot}$$

$$-\mu \cdot mg \cdot \cos(37°) \cdot \frac{H}{sen(37°)} = -\frac{1}{2}mv_i^2 + mgH$$

Substituindo valores, vem:

$$-\frac{1}{4} \cdot 10 \cdot 0{,}8 \cdot \frac{H}{0{,}6} = -\frac{1}{2} \cdot 4^2 + 10 \cdot H$$

$$8 = 10H + \frac{10}{3}H$$

$$H = \frac{(3 \cdot 8)}{40}$$

$$H = 0{,}6\, m$$

Agora, aplicando o teorema de trabalho e energia entre B e A, temos:

$$\tau_{fnc} = \Delta E_{mec}$$

$$-fat \cdot \frac{H}{sen(37°)} = \frac{1}{2}mv^2 - mg \cdot H$$

$$-\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(37°) \cdot \frac{H}{sen(37°)} = \frac{1}{2}mv^2 - mgH$$

Cortando m e substituindo valores, temos:

$$-\frac{1}{4} \cdot 10 \cdot 0{,}8 \cdot \frac{0{,}6}{0{,}6} = \frac{1}{2}v^2 - 10 \cdot 0{,}6$$

$$-2 = \frac{1}{2}v^2 - 6$$

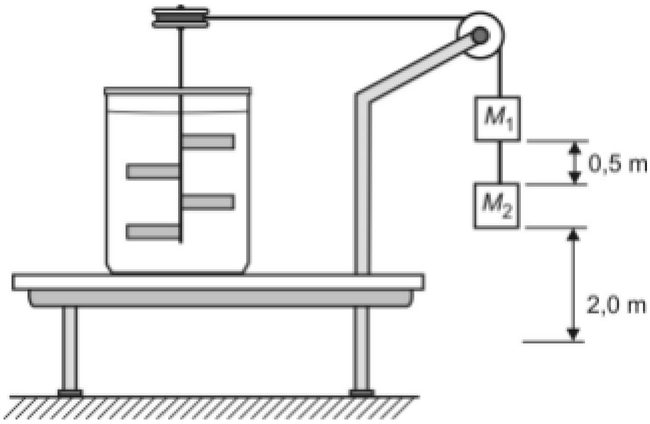
$$v^2 = 4$$

$$\boxed{v = 2\, m/s}$$

Gabarito: C

10. (AFA – 2014)

Um estudante, ao repetir a experiência de James P. Joule para a determinação do equivalente mecânico do calor, fez a montagem da figura abaixo.



Para conseguir o seu objetivo, ele deixou os corpos de massas $M_1 = 6{,}0\ kg$ e $M_2 = 4{,}0\ kg$ caírem 40 vezes com velocidade constante de uma altura de 2,0 m, girando as pás e aquecendo 1,0 kg de água contida no recipiente adiabático. Admitindo que toda a variação de energia mecânica ocorrida durante as quedas dos corpos produza aquecimento da água, que os fios e as polias sejam ideais e que o calor específico da água seja igual a 4,0 J/g°C, o aumento de temperatura dela, em °C, foi de

a) 2,0 b) 4,0 c) 6,0 d) 8,0

Comentários:

Para cada vez que o sistema é solto, a variação de energia mecânica é dada pela variação da energia potencial gravitacional, uma vez que sempre a velocidade é constante. Portanto:

$$\Delta E_{pot} = M_1 \cdot g \cdot h_1 + M_2 \cdot g \cdot h_2$$

Considerando que o bloco 2 vai variar a altura de 2 metros e o bloco 1, sempre está preso ao bloco 2, se movendo com velocidade constante, então a variação de altura de 1 também será de 2 metros. Logo:

$$\Delta E_{pot} = (M_1 + M_2) \cdot g \cdot H$$

$$\Delta E_{pot}^{total} = N \cdot (M_1 + M_2) \cdot g \cdot H$$

Essa energia será convertida em energia térmica para aquecer a água. Logo:

$$\Delta E_{pot}^{total} = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

$$N \cdot (M_1 + M_2) \cdot g \cdot H = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

Substituindo valores, vem:

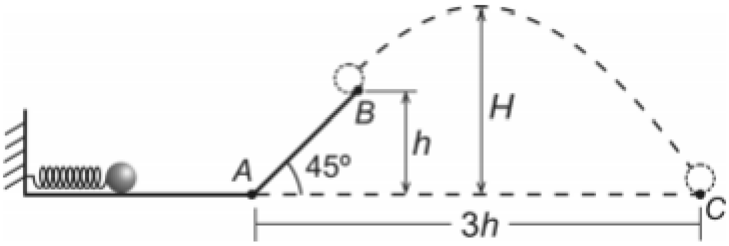
$$40 \cdot (6 + 4) \cdot 10 \cdot 2 = 1000 \cdot 4 \cdot \Delta\theta$$

$$\boxed{\Delta\theta = 2\ °C}$$

Gabarito: A

11. (AFA – 2013)

Uma pequena esfera de massa m é mantida comprimindo uma mola ideal de constante elástica k de tal forma que a sua deformação vale x. Ao ser disparada, essa esfera percorre a superfície horizontal até passar pelo ponto A subindo por um plano inclinado de 45° e, ao final dele, no ponto B, é lançada, atingindo uma altura máxima H e caindo no ponto C distante $3h$ do ponto A, conforme figura abaixo.



Considerando a aceleração da gravidade igual a g e desprezando quaisquer formas de atrito, pode-se afirmar que a deformação x é dada por

a) $\left(\frac{3}{5}\frac{mgh}{k}\right)^{\frac{1}{2}}$
b) $2\frac{h^2k}{mg}$
c) $\left(\frac{5}{2}\frac{mgH}{k}\right)^{\frac{1}{2}}$
d) $\left(3\frac{H^2K}{mg}\right)^{\frac{1}{2}}$

Comentários:

Quando a esfera sai em B, ela possui uma velocidade que pode ser decomposta na direção vertical e na direção horizontal.

Na direção horizontal, a velocidade é dada por:

$$v_{Bx} = v_B \cdot \cos(45°) = \frac{v_B\sqrt{2}}{2}$$

Na direção vertical, a velocidade é dada por:

$$v_{By} = v_B \cdot sen(45°) = \frac{v_B\sqrt{2}}{2}$$

Por Torricelli, podemos relacionar v_B com as alturas H e h, já que no ponto mais alto da trajetória, a velocidade vertical é nula. Portanto:

$$0^2 = v_{By}^2 - 2 \cdot g \cdot (H - h)$$

$$\left(\frac{v_B\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2g(H - h)$$

$$v_B^2 = 4g(H - h)\ (eq. 1)$$

Vamos determinar o tempo de voo do corpo até atingir o ponto C. Para isso, vamos calcular esse tempo olhando o movimento na horizontal, que é um MRU. Portanto:

$$\Delta x = v_{Bx} \cdot t_{voo}$$

$$3h - h = \frac{v_B\sqrt{2}}{2} \cdot t_{voo}$$

$$t_{voo} = \frac{4h}{v_B\sqrt{2}} = \frac{h}{v_B} \cdot 2\sqrt{2}\ (eq. 2)$$

Agora, do MRUV na vertical, temos:

$$y = y_0 + v_{By} \cdot t_{voo} - \frac{g}{2} \cdot t_{voo}^2$$

$$0 = h + \frac{v_B\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{h}{v_B} \cdot 2\sqrt{2} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{h}{v_B} \cdot 2\right)^2$$

$$0 = h + 2h - \frac{g}{2} \cdot \frac{h^2}{v_B^2} \cdot 4$$

$$v_B^2 = \frac{4}{3} \cdot gh$$

Mas, da equação 1, temos:

$$4g(H - h) = \frac{4}{3}gh$$

$$3H - 3h = h$$

$$H = \frac{4}{3}h\ (eq. 3)$$

Podemos relacionar a altura h com a deformação da mola, aplicando a conservação da energia mecânica entre o momento em que a mola está completamente deformada e o ponto B:

$$E_{mec}^{inicial} = E_{mec}^{B}$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m[4g(H - h)] + mgh$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{2mgh}{3} + mgh$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{5}{3}mgh$$

$$x = \sqrt{\frac{10}{3}\frac{mgh}{k}}$$

Ou ainda:

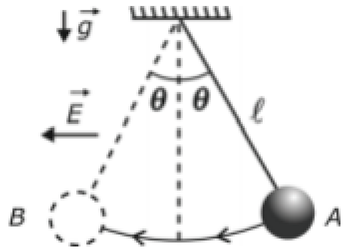
$$x = \sqrt{\frac{10}{3}\frac{mg\frac{3}{4}H}{k}}$$

$$x = x = \sqrt{\frac{5}{2}\frac{mgh}{k}}$$

Gabarito: C

12. (AFA – 2010)

Uma esfera de massa m, eletrizada positivamente com carga q, está fixada na extremidade de um fio ideal e isolante de comprimento l. O pêndulo, assim constituído, está imerso em uma região onde além do campo gravitacional $\vec{g}$ atua um campo elétrico horizontal e uniforme $\vec{E}$. Este pêndulo é abandonado do ponto A e faz um ângulo θ com a vertical conforme mostra a figura.



Desprezando-se quaisquer resistências, ao passar pelo ponto B, simétrico de A em relação à vertical, sua energia cinética vale

a) $2qElsen(\theta)$

b) $l(mg + qEsen(\theta))$

c) $2l(mgcos(\theta) + qEsen(\theta))$

d) $qElcos(\theta)$

Comentários:

Se o campo elétrico é uniforme e horizontal, o ponto A pertence a uma equipotencial e o ponto B pertence a outra equipotencial, de tal forma que a distância entre as duas equipotenciais é $2lsen(\theta)$.

Pelo teorema da energia cinética, temos:

$$\tau_{fele} = \Delta E_{cin}$$

$$q \cdot \Delta V = E_B$$

Como o campo elétrico é uniforme, a diferença de potencial entre A e B é dada por:

$$\Delta V = E \cdot d$$

$$\Delta V = E \cdot 2lsen(\theta)$$

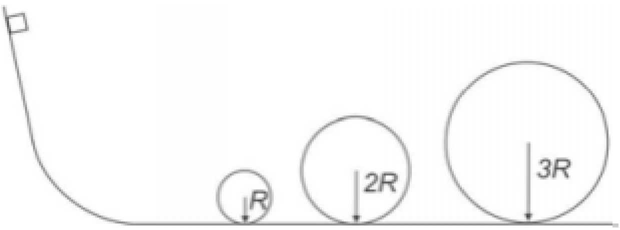
Portanto:

$$\boxed{E_B = 2qElsen(\theta)}$$

Gabarito: A

13. (AFA – 2008)

Uma partícula é abandonada de uma determinada altura e percorre o trilho esquematizado na figura abaixo, sem perder contato com ele.



Considere que não há atrito entre a partícula e o trilho, que a resistência do ar seja desprezível e que a aceleração da gravidade seja g. Nessas condições, a menor velocidade possível da partícula ao terminar de executar o terceiro looping é

a) $\sqrt{3Rg}$ b) $\sqrt{7Rg}$ c) $\sqrt{11Rg}$ d) $\sqrt{15Rg}$

Comentários:

Como o sistema é conservativo (não há perdas), para que ele consiga executar o terceiro looping, ele deve chegar no topo do terceiro looping com a menor velocidade possível, isto é, quando a normal nesse ponto vai a zero. Dessa forma, a força resultante centrípeta é dada por:

$$R_{cp} = \underbrace{N}_{\approx 0} + P$$

$$\frac{mv^2}{3R} = mg$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3mgR}{2} \ (eq.1)$$

Por conservação de energia mecânica entre o ponto mais alto e o chão, temos:

$$\frac{1}{2}mv_{chão}^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg \cdot (2R)$$

$$\frac{v_{chão}^2}{2} = \frac{3mgR}{2} + 2mgR$$

$$\boxed{v_{chão} = \sqrt{7Rg}}$$

Gabarito: B

14. (AFA – 2007)

O volume de água necessário para acionar cada turbina de uma determinada central hidrelétrica é cerca de 700 m³ por segundo, "guiado" através de um conduto forçado de queda nominal igual a 112 m. Considere a densidade da água igual a 1 kg/L. Se cada turbina geradora assegura uma potência de 700 MW, a perda de energia nesse processo de transformação mecânica em elétrica é, aproximadamente, igual a

a) 5% b) 10% c) 15% d) 20%

Comentários:

A potência devido à variação de energia potencial gravitacional para acionar a turbina é de:

$$Pot = \frac{\Delta E_{pot}}{\Delta t}$$

$$Pot = \frac{\Delta mgH}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot gH = zgH$$

Em que z é a vazão de massa. Dessa forma, substituindo valores, a potência necessária é de:

$$Pot = 700 \cdot \underbrace{1 \cdot 10^3}_{=\frac{1kg}{L}} \cdot 10 \cdot 112 = 784\ MW$$

A razão percentual de perdas é igual a razão percentual de potência:

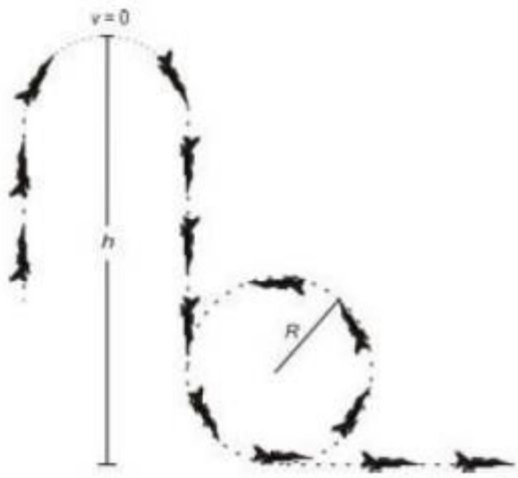
$$\eta = \frac{\Delta E_{total} - \Delta E}{\Delta E_{total}} = \frac{Pot_{total} \cdot \Delta t - Pot \cdot \Delta t}{Pot_{total} \cdot \Delta t} = \frac{Pot_{total} - Pot}{Pot_{total}}$$

$$\eta = \frac{784 - 700}{784} \cong 11\%$$

Gabarito: B

15. (AFA – 2004)

Durante uma manobra, ao atingir velocidade nula, um avião desliga o motor e após queda livre realiza um looping, conforme indica a figura



Desprezando-se a resistência com o ar e considerando-se a trajetória do looping circular de raio R, a menor altura h para que o avião consiga efetuar esse looping é

a) $1{,}5R$ b) $2{,}0R$ c) $2{,}5R$ d) $3{,}0R$

Comentários:

No ponto mais alto do looping, para realizar o looping, temos:

$$\frac{mv^2}{R} = mg$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mgR}{2}$$

Por conservação de energia mecânica entre o ponto mais alto do looping e o ponto de altura máxima, tomando como nível de referência o ponto mais alto do looping, temos:

$$E_A = E_B$$

$$mg(h - 2R) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$mg(h - 2R) = \frac{mgR}{2}$$

$$\boxed{h = \frac{5}{2}R} \; ou \; \boxed{h = 2{,}5R}$$

Gabarito: C

16. (AFA – 2003)

Um homem de dois metros de altura, com peso igual a 900 N, preso por um dos pés a uma corda elástica, pula de uma ponte de 100 m de altura sobre um rio. Sendo a constante elástica da corda equivalente a 300 N/m e seu comprimento igual a 72 m, pode-se afirmar que a menor a distância entre a cabeça do homem e a superfície da água foi, em metros,

a) 0 b) 4 c) 6 d) 2

Comentários:

Para a maior deformação da corda elástica, por conservação de energia, temos:

$$mgH = \frac{k(H-72)^2}{2}$$

$$900 \cdot H = 300 \cdot \frac{(H-72)^2}{2}$$

$$6H = H^2 - 2 \cdot H \cdot 72 + 72^2$$

$$H^2 - 150H + 5184 = 0$$

$$H = \frac{150 \pm 42}{2}$$

$$H_1 = 54 \; e \; H_2 = 96$$

Como a altura tem que ser maior que o tamanho da corda, então não serve $H = 54\ m$. A corda é presa aos pés e o homem salta da ponte que possui 100 metros de altura, logo, a menor distância entre a cabeça do homem e o solo é de $100 - (96+2) = 2\ m$.

Gabarito: D

17. (AFA – 2003)

Um corredor despende 60.000 J durante 10 s, numa competição de 100 metros rasos. Três quartos dessa energia são liberados, diretamente, sob a forma de calor, e o restante é dissipado pelo seu corpo em trabalho mecânico. A força média que esse atleta desenvolve, em N, é

a) 300. b) 450. c) 150. d) 600.

Comentários:

Se 3/4 da energia é liberado em calor, a energia para converter em trabalho mecânico corresponde a 1/4 da energia de 60.000 J. Logo, a potência média do atleta é de:

$$Pot_m = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

$$Pot_m = \frac{15000}{10} = 1500\ W$$

Portanto, a força média é de:

$$Pot_m = F \cdot v$$

$$1500 = F \cdot \frac{100}{10}$$

$$\boxed{F = 150\ N}$$

Gabarito: C

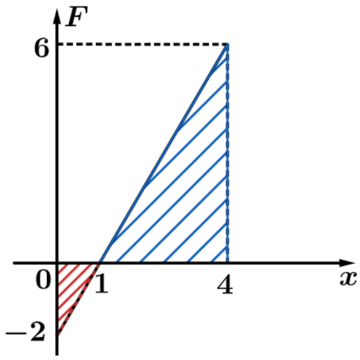
18. (AFA – 2002)

Uma partícula de massa 1 kg se move ao longo do eixo Ox. O módulo da força, em newtons, que atua sobre a partícula é dado por $F(x) = 2x - 2$. Se a partícula estava em repouso na posição $x = 0$, a sua velocidade na posição $x = 4\ m$ é

a) 3,5 m/s. b) 4,0 m/s. c) 4,5 m/s. d) 5,0 m/s.

Comentários:

Fazendo um gráfico da força pelo deslocamento, temos:



Note que para $x = 4$, $F(4) = 2 \cdot 4 - 2 = 6\ N$. Como de 0 a 1 metro temos uma força resistente e a área corresponde numericamente ao trabalho da força, então:

$$\tau = -\frac{2 \cdot 1}{2} + \frac{(4-1) \cdot 6}{2}$$

$$\tau = -1 + 9$$

$$\tau = 8\ J$$

Se a força F é a resultante em x, então, pelo teorema da energia cinética, temos:

$$\tau = \Delta E_c$$

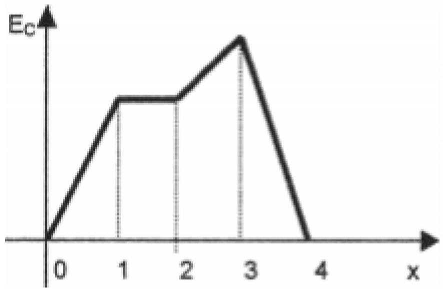
$$8 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v^2$$

$$\boxed{v = 4\ m/s}$$

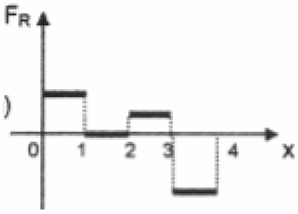
Gabarito: B

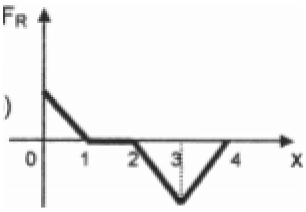
19. (AFA – 2002)

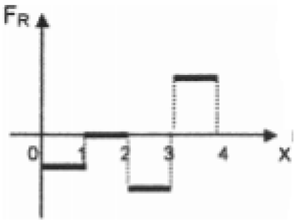
A energia cinética E_c de um corpo de massa m que se desloca sobre uma superfície horizontal e retilínea é mostrada no gráfico em função do deslocamento x.

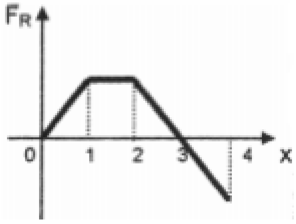


O gráfico da força resultante F_R que atua sobre o corpo em função do deslocamento x é

a) 

b) 

c) 

d) 

Comentários:

Como o trabalho da força resultante é igual a variação da energia cinética, então:

$$F \cdot \Delta x = \Delta E_C$$

$$F = \frac{\Delta E_c}{\Delta x} = taxa\ de\ variação$$

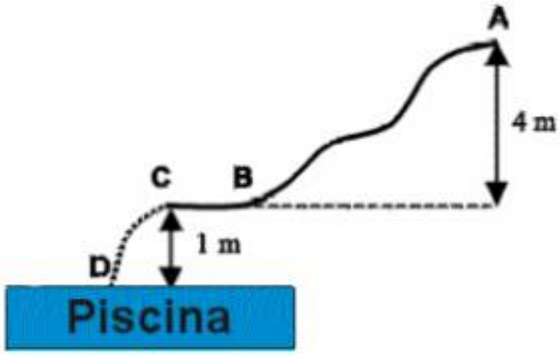
Logo, pelo gráfico da energia cinética pelo deslocamento, entre 0 a 1 temos uma taxa constante positiva, entre 1 e 2 temos taxa de variação nula, entre 2 e 3 taxa constante de variação positiva e entre 3 e uma taxa constante negativa.

Gabarito: A

---

20. (AFA – 1999)

Uma pessoa, partindo do repouso no ponto A, desliza sobre um tobogã, representado na figura abaixo. Ao atingir o final do tobogã, no ponto C, projeta-se no espaço, atingindo o ponto D, na superfície de uma piscina. Sabe-se que a altura do ponto A é 4 metros acima do ponto C e que o ponto C está a uma altura igual a 1 metro acima do ponto D e, ainda, que o trecho BC é horizontal. Desprezando-se todas as forças de resistência, pode-se afirmar que a distância horizontal, em metros, entre os pontos C e D é



a) 1 b) 2 c) 4 d) 8

Comentários:

Para encontrar a distância percorrida na horizontal de C para D, devemos encontrar a velocidade com que o corpo chega em B, pois de B para C temos um deslocamento horizontal e o corpo sai em C apenas com velocidade horizontal.

A velocidade em B pode ser encontrada aplicando a conservação da energia mecânica, já que há não perdas por atrito. Tomando como nível de referência o ponto B, temos:

$$E_A = E_B$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2gh_A}$$

Como não há perdas de energia de B para C, então $v_B = v_C$. O deslocamento horizontal de C para D é dado por:

$$\Delta x = v_C \cdot t_{queda}$$

Em que o tempo de queda t_{queda} é dado por:

$$t_{queda} = \sqrt{\frac{2h_{CD}}{g}}$$

Substituindo o tempo de queda, vem:

$$\Delta x = \sqrt{2gh_A} \cdot \sqrt{\frac{2h_{CD}}{g}}$$

$$\Delta x = 2\sqrt{h_A \cdot h_{CD}}$$

Substituindo valores, temos:

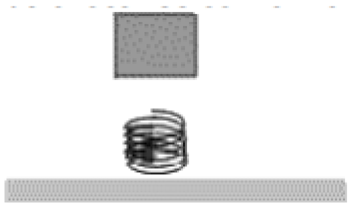
$$\Delta x = 2 \cdot \sqrt{4 \cdot 1}$$

$$\boxed{\Delta x = 4\,m}$$

Gabarito: C

21. (AFA – 1999)

Um bloco de 250 gramas cai sobre uma mola cuja constante elástica é 250 N/m. O bloco prende-se à mola, que sofre uma compressão de 12 cm antes de ficar momentaneamente parada. A velocidade do bloco imediatamente antes de chocar-se com a mola é, em m/s,



a) 2,00 b) 2,51 c) 3,46 d) 4,23

Comentários:

Aplicando a conservação de energia mecânica entre o instante em que ela está sem acoplada e quando a mola tem máxima compressão, adotando como nível de referência quando a mola tem máxima compressão, temos:

$$\frac{mv^2}{2} + mgx = \frac{kx^2}{2}$$

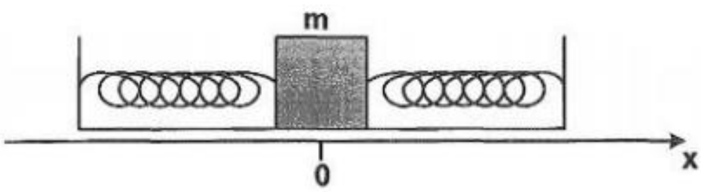
$$\frac{0{,}25v^2}{2} + 0{,}25 \cdot 10 \cdot 0{,}12 = 250 \cdot \frac{0{,}12^2}{2}$$

$$v = 2\sqrt{3} \cong 3{,}46\,m/s$$

Gabarito: C

22. (EN – 2016)

Analise a figura abaixo.



A figura acima mostra duas molas ideais idênticas presas a um bloco de massa m e a dois suportes fixos. Esse bloco está apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito e oscila com amplitude A em torno da posição de equilíbrio x=0. Considere duas posições do bloco sobre o eixo x: $x_1 = A/4$ e $x_2 = 3A/4$. Sendo v_1 e v_2 as respectivas velocidades do bloco nas posições x_1 e x_2, a razão entre os módulos das velocidades, v_1/v_2, é

a) $\sqrt{\frac{15}{7}}$ b) $\sqrt{\frac{7}{15}}$ c) $\sqrt{\frac{7}{16}}$ d) $\sqrt{\frac{15}{16}}$ e) $\sqrt{\frac{16}{7}}$

Comentários:

Se a massa oscila em torno de A, então, por conservação da energia mecânica, já que não há atritos, temos:

$$2 \cdot \frac{kA^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{kx_1^2}{2} + \frac{kx'^2_1}{2}$$

Na posição $x_1 = A/4$, então temos:

$$2 \cdot kA^2 = mv_1^2 + k\left(\frac{A}{4}\right)^2 + k\left(\frac{A}{4}\right)^2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{15}{16} \cdot \frac{kA^2}{m}}$$

Para a segunda posição, temos:

$$2 \cdot kA^2 = mv_2^2 + k\left(\frac{3}{4}A\right)^2 + k\left(\frac{3}{4}A\right)^2$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{7}{16} \cdot \frac{kA^2}{m}}$$

Logo:

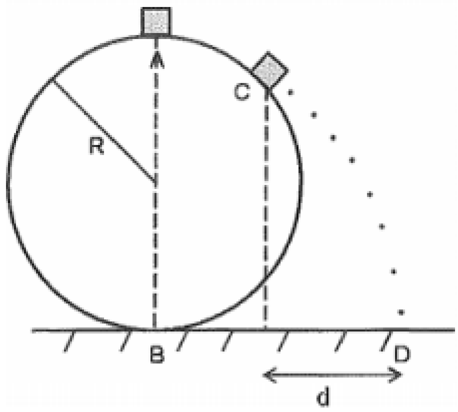
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{15}{16} \cdot \frac{kA^2}{m}}}{\sqrt{\frac{7}{16} \cdot \frac{kA^2}{m}}}$$

$$\boxed{\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{15}{7}}}$$

Gabarito: A

23. (EN – 2016)

Analise a figura abaixo.



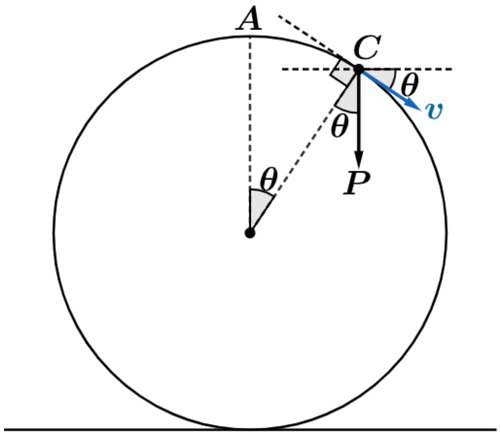
A figura acima mostra um pequeno bloco, inicialmente em repouso, no ponto A, correspondente ao topo de uma esfera perfeitamente lisa de raio $R = 135m$, A esfera está presa ao chão no ponto B, O bloco começa a deslizar para baixo, sem atrito, com uma velocidade inicial tão pequena que pode ser desprezada, e ao chegar no ponto C, o bloco perde contato com a esfera. Sabendo que a distância horizontal percorrida pelo bloco durante seu voo é $d = 102m$, o tempo de voo do bloco, em segundos, ao cair do ponto C ao ponto D vale

Dado: $g = 10\ m/s^2$.

a) 1,3 b) 5,1 c) 9,2 d) 13 e) 18

Comentários:

No ponto de queda a normal da superfície vai a zero e temos:



Portanto:

$$R_{cp} = P \cdot \cos(\theta)$$

$$\frac{mv_C^2}{R} = mgcos(\theta)$$

$$\frac{mv_C^2}{2} = \frac{mgRcos(\theta)}{2}$$

Pela conservação da energia mecânica entre A e C, tomando como nível de referência o solo, temos:

$$E_A = E_C$$

$$mg(2R) = \frac{1}{2}mv_C^2 + mg(R + R \cdot \cos(\theta))$$

$$2mgR = \frac{mgRcos(\theta)}{2} + mgR + mgRcos(\theta)$$

$$\cos(\theta) = \frac{2}{3}$$

Como θ é um ângulo agudo, então, pela relação fundamental da trigonometria, podemos determinar o seno:

$$\cos^2(\theta) + \text{sen}^2(\theta) = 1$$

$$sen(\theta) = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Portanto, podemos conhecer o módulo da velocidade no ponto C:

$$\frac{mv_C^2}{2} = \frac{mgRcos(\theta)}{2}$$

$$v_C = \sqrt{gRcos(\theta)}$$

$$v_C = \sqrt{10 \cdot 135 \cdot \frac{2}{3}}$$

$$v_C = 30\ m/s$$

Se na horizontal não há forças, então ele descreve um MRU. Portanto, o tempo de voo é dado por:

$$\Delta x = v_C \cdot \cos(\theta) \cdot t_{voo}$$

$$102 = 30 \cdot \frac{2}{3} \cdot t_{voo}$$

$$\boxed{t_{voo} = 5{,}1\ s}$$

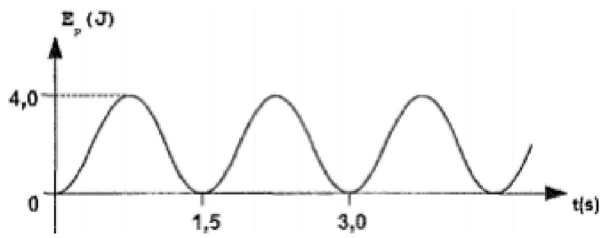
Gabarito: B

24. (EN – 2015)

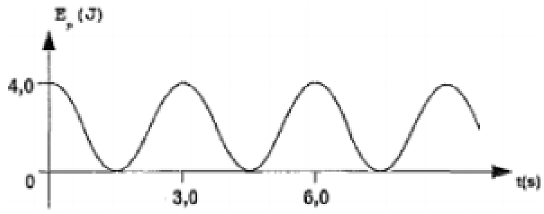
Considere uma partícula que se move sob a ação de uma força conservativa. A variação da energia cinética, E_C, em joules,da partícula em função do tempo, t, em segundos, é dada por $E_C =$

$4{,}0sen^2\left(\frac{2}{3}\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$. Sendo assim, o gráfico que pode representar a energia potencial, $E_p(t)$, da partícula é

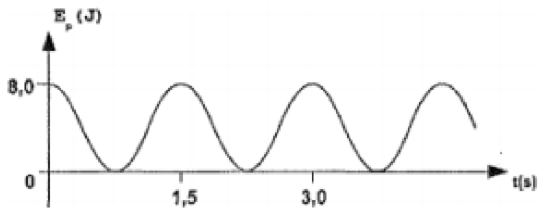
a)



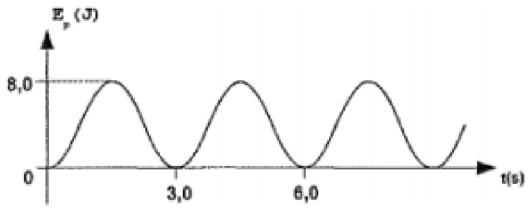
b)



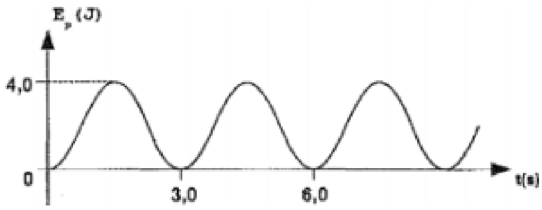
c)



d)



e)



Comentários:

Dado que a força é conservativa, então a energia mecânica irá se conservar. Portanto:

$$E_{cin} + E_{pot} = Cte$$

$$E_{pot} = Cte - 4{,}0sen^2\left(\frac{2}{3}\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Para $t = 0$, temos:

$$E_{pot}(0) = Cte - 4$$

Para $t = 0{,}75\ s$, temos:

$$E_{pot}(0{,}75) = Cte - 0 = Cte$$

Para $t = 1{,}5\ s$, temos:

$$E_{pot}(1{,}5) = Cte - 4$$

Logo:

$$E_{pot}(0{,}75) - E_{pot}(1{,}5) = Cte - (Cte - 4) = 4$$

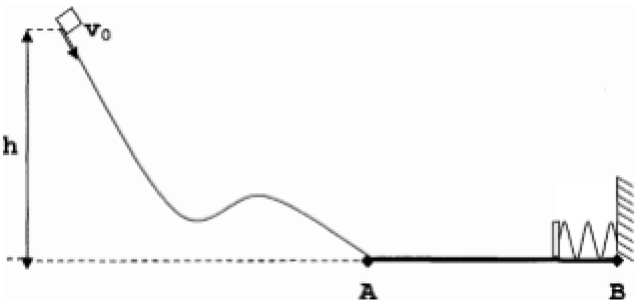
Então, a única alternativa possível é a A.

Gabarito: A

25. (EN – 2012)

Um bloco de massa 5,00 kg desce, com atrito desprezível, a pista da figura, sendo sua velocidade inicial $V_0 = 4{,}00\ m/s$ e a altura h = 4,00m. Após a descida, o bloco percorre parte do trajeto horizontal AB, agora com atrito, e, então, colide com uma mola de massa desprezível e constante k = 200 N/m. Se a compressão máxima da mola devido a essa colisão é Δx = 0,500 m, o trabalho da força de atrito, em joules, vale

Dado: $g = 10\ m/s^2$.



a) -72,0 b) -96,0 c) -14,0 d) -192 e) -215

Comentários:

Pelo teorema das forças não conservativas, temos:

$$\tau_{fat} = \Delta E_{mec}$$

$$\tau_{fat} = E_{mec}^{final} - E_{mec}^{inicial}$$

$$\tau_{fat} = \frac{k\Delta x^2}{2} - mgh - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Substituindo valores, temos:

$$\tau_{fat} = \frac{200 \cdot 0{,}5^2}{2} - 5 \cdot 10 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4^2$$

$$\tau_{fat} = 25 - 200 - 40$$

$$\boxed{\tau_{fat} = -215\ J}$$

Gabarito: E

26. (EN – 2011)

O bloco uniforme de massa $m = 0{,}20\ kg$ e altura $H = 20\ cm$ oscila comprimindo, alternadamente, duas molas dispostas verticalmente (ver a figura abaixo). Despreze os atritos. As molas, de constantes elásticas $k_1 = 1{,}0 \cdot 10^3\ N/m$ e $k_2 = 2{,}0 \cdot 10^3\ N/m$, possuem massas desprezíveis e, quando não deformadas, têm suas extremidades separadas pela distância d. Sabe- se que as molas sofrem a mesma compressão máxima $h = 10\ cm$. No instante em que o centro de massa C do bloco estiver equidistante das molas, a sua energia cinética, em joules, é Dado: $|g| = 10\ m/s^2$.

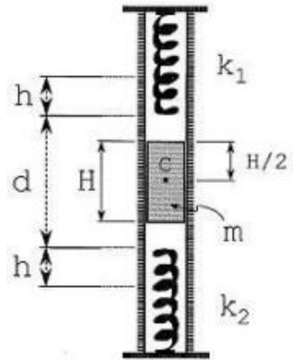
a) 4,8

b) 5,0

c) 5,2

d) 7,3

e) 7,5



Comentários:

Como o sistema é conservativo, aplicando a conservação de energia entre o ponto mais alto e mais baixo, temos:

$$\frac{k_2 h^2}{2} = \frac{k_1 h^2}{2} + mg(2h + d - H)$$

$$\frac{2000 \cdot 0{,}1^2}{2} = \frac{1000 \cdot 0{,}1^2}{2} + 0{,}2 \cdot 10 \cdot (2 \cdot 0{,}1 + d - 0{,}2)$$

$$d = 2{,}5\ m$$

Agora, aplicando a conservação de energia entre o ponto mais baixo e o centro, temos:

$$\frac{k_2 h^2}{2} = E_c + mg\left(\frac{d}{2} + h - \frac{H}{2}\right)$$

$$E_c = \frac{2000 \cdot 0{,}1^2}{2} - 0{,}2 \cdot 10 \cdot \left(\frac{2{,}5}{2}\right)$$

$$\boxed{E_C = 7{,}5\ J}$$

Gabarito: E

27. (EN – 2011)

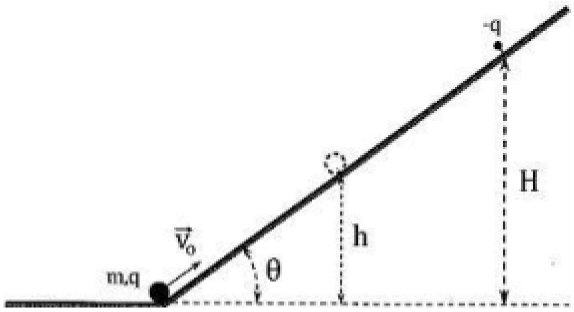
A esfera de massa m e carga positiva $+q$ sobe o plano inclinado, que forma um ângulo θ com a horizontal, sob a ação das forças exercidas pela gravidade e pela partícula de carga negativa $-q$, fixada na altura H (conforme a figura abaixo). Despreze os atritos. A velocidade inicial da esfera $\vec{V}_0$ e o ângulo θ do plano inclinado são tais que, ao chegar à altura h ($h < H$), a esfera atinge a condição de equilíbrio instável. Analise as seguintes afirmativas:

I. No deslocamento da esfera até a altura h, a energia potencial gravitacional do sistema esfera - Terra aumenta, enquanto a energia potencial eletrostática do sistema esfera-partícula diminui.

II. A energia cinética inicial da esfera é maior ou igual ao produto do seu peso pela altura h.

III. A diferença entre as alturas H e h é igual a $\frac{\sqrt{K \cdot q^2 \cdot sen(\theta)}}{mg}$,onde g é o módulo da aceleração da gravidade e K a constante eletrostática do meio.

IV. Como a carga elétrica total do sistema esfera -partícula é nula, o trabalho da força eletrostática que atua na esfera também é nulo. Assinale a opção que contém apenas as afirmativas corretas:



a) I e II. b) I e III. c) II e III. d) II e IV. e) I, II e III.

Comentários:

I. CORRETA. A energia potencial gravitacional, tomando como nível de referência o solo horizontal, é dada por mgh, ou seja, aumenta com a altura. A energia potencial eletrostática (referencial no infinito) é dada por $-Kq^2/d$. Assim, quando as carga se aproximam, a distância d diminui, aumentando a fração Kq^2/d, mas não podemos esquecer do sinal de menos na frente. Então, ao diminuir d, diminuímos a energia potencial eletrostática.

II. INCORRETA. Aplicando a conservação de energia, entre o lançamento e o ponto de equilíbrio instável, temos:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{kq^2}{\frac{H}{sen(\theta)}} = E_C + mgh - \frac{kq^2}{\frac{h}{sen(\theta)}}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{kq^2 sen(\theta)}{H} = E_C + mgh - \frac{kq^2 sen(\theta)}{h}$$

$$E_C + mgh - kq^2 sen(\theta)\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{H}\right) = \frac{1}{2}mv_0^2$$

Se na altura h temos um ponto de equilíbrio instável, onde temos aceleração nula, então estamos falando de um ponto onde a velocidade é máxima, já que sua derivada nesse ponto é nula ($a = \frac{dv}{dt}$).

III. CORRETA. No equilíbrio instável, quando a resultante na direção do plano é nula, temos:

$$F_{ele} = P \cdot sen(\theta)$$

$$\frac{kq^2}{\left(\frac{(H-h)}{sen(\theta)}\right)^2} = mg \cdot sen(\theta)$$

$$\frac{kq^2 \cdot sen^2(\theta)}{mg \cdot sen(\theta)} = (H-h)^2$$

$$\boxed{H - h = \sqrt{\frac{kq^2 sen(\theta)}{mg}}}$$

IV. INCORRETA. O trabalho da força elétrica é dada pelo produto da força pelo deslocamento. A força é não-nula e variável e o deslocamento é não nulo. Portanto, o trabalho não é nulo.

Gabarito: B

---

28. (EN – 2011)

Um bloco (comportamento de partícula) de massa igual a 240 kg é solto do repouso da altura de 6,00 m em relação a uma plataforma amortecedora, de massa e espessura desprezíveis. As duas paredes laterais fixas exercem, cada uma, força de atrito cinético constante de módulo igual a 400 N. O bloco atinge a plataforma que possui quatro molas ideais iguais, de constante elástica $1{,}20 \cdot 10^3\ N/m$, localizadas nos seus vértices (conforme a figura abaixo). A energia cinética máxima (em kJ) adquirida pelo bloco, na 1ª queda, é Dado: $|g| = 10{,}0 m/s^2$.

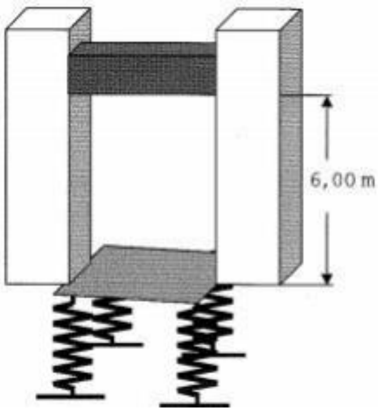
a) 8,50

b) 10,2

c) 13,0

d) 16,6

e) 18,0



Comentários:

Sabemos que a velocidade é máxima quando a aceleração é nula. Portanto, quando o bloco está deformando a mola, temos:

$$mg = k_{eq} \cdot \Delta x$$

Note que temos 4 molas em paralelo, então:

$$mg = 4k \cdot \Delta x$$

$$240 \cdot 10 = 4 \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = 0{,}5\ m$$

Pelo teorema das forças não conservativas, temos:

$$\tau_{fnc} = \Delta E_{mec}$$

$$-fat \cdot H - fat \cdot H = E_c^{máx} + \frac{k_{eq}\Delta x^2}{2} - mg(H + \Delta x)$$

Substituindo valores, temos:

$$-2 \cdot 400 \cdot 6 = E_c^{máx} + \frac{4 \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5^2}{2} - 240 \cdot 10 \cdot (6 + 0{,}5)$$

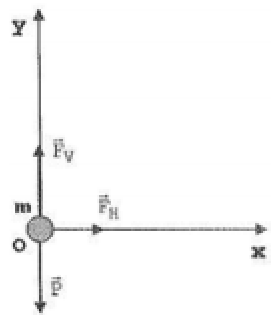
$$\boxed{E_c^{máx} = 10200\ J = 10{,}2\ kK}$$

Gabarito: B

29. (EN – 2010)

Um corpo de massa m passa pela origem do sistema coordenado XOY, no instante $t = 0$, com velocidade $5{,}0\ \hat{\imath}(m/s)$ e aceleração $4{,}0\,\hat{\imath} + 2{,}0\,j\ (m/s^2)$ Três forças constantes atuam sobre o corpo: o peso, a força vertical para cima $\vec{F}_V$ e a força horizontal $\vec{F}_H$. Verifica-se que entre $t = 0$ e $t = 4{,}0\ s$ houve variação da energia mecânica de $9{,}6 \cdot 10^3\ J$. O valor da massa m, em kg, é

Dado: $|\vec{g}| = 10{,}0\ m/s^2$.



a) 50 b) 40 c) 32 d) 24 e) 15

Comentários:

Na direção x, o corpo possui aceleração de 4,0 m/s², então após 4 segundos, a velocidade em x é dada por:

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

$$v_x = 5 + 4 \cdot 4 = 21\ m/s$$

Na direção y, a velocidade inicial é nula e portanto a velocidade após 4 segundos é dada por:

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t$$

$$v_y = 0 + 2 \cdot 4 = 8\,m/s$$

Além disso, o deslocamento em y é dado por:

$$\Delta y = v_{0y} \cdot t + a_y \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$\Delta y = 0 \cdot 4 + 2 \cdot \frac{4^2}{2}$$

$$\Delta y = 16\,m$$

De acordo com o enunciado, temos:

$$\Delta E_{mec} = E_{final} - E_{inicial}$$

$$\Delta E_{mec} = \frac{1}{2}m\left(v_x^2 + v_y^2\right) + m \cdot g \cdot \Delta y - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Substituindo valores, vem:

$$9600 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (21^2 + 8^2) + m \cdot 10 \cdot 16 - \frac{1}{2}m \cdot 5^2$$

$$9600 = m \cdot 400$$

$$\boxed{m = 24\,kg}$$

Gabarito: D

30. (EN – 2010)

Um bloco é solto de certa altura sobre uma mola ideal vertical que possui constante elástica K, como mostra a figura 1. O bloco passa a ficar preso à mola (despreze as perdas nesta colisão) comprimindo-a até parar momentaneamente. A figura 2 mostra o gráfico da Energia Cinética (E_C)do sistema mola - bloco em função da deformação da mola (Y). Sabe-se que E_C é medida em joules e Y em metros. Analisando o gráfico, conclui-se que o valor da constante elástica K, em N/m, é

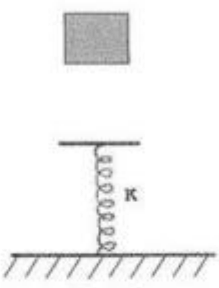


Figura 1

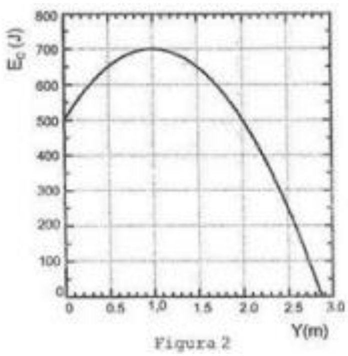


Figura 2

a) 200 b) 300 c) 400 d) 450 e) 500

Comentários:

No ponto de velocidade máxima a aceleração é nula. Logo:

$$mg = K \cdot Y_1$$

Pelo gráfico, isso ocorre em $Y_1 = 1\ m$. Portanto:

$$K = mg\ (eq. 1)$$

Pela conservação da energia mecânica, tomando como nível de referência o ponto de velocidade máxima, temos:

$$E_{C1} + \frac{KY_1^2}{2} = E_{C0} + mgY_1$$

Pelo gráfico, temos:

$$700 + \frac{K \cdot 1^2}{2} = 500 + mg \cdot 1$$

$$700 + \frac{K}{2} = 500 + K$$

$$200 = \frac{K}{2}$$

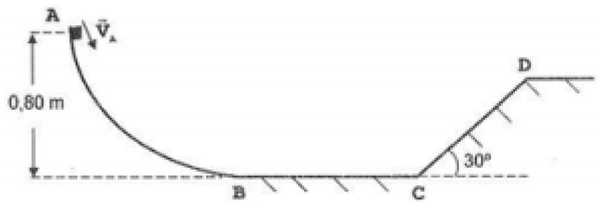
$$\boxed{K = 400\ N/m}$$

Gabarito: C

31. (EN – 2010)

Um pequeno bloco de massa $m = 2,0\ kg$ é lançado da posição A com velocidade de módulo igual a $4,0\ m/s$. O trecho ABC do percurso, no plano vertical, possui atrito desprezível e o trecho CD, de comprimento igual a $1,0\ m$, possui atrito cujo coeficiente cinético é $0,20\sqrt{3}$. Despreze a resistência do ar e considere a energia potencial gravitacional zero no nível BC. Após passar pela posição D, a máxima energia potencial gravitacional(em joules) atingida pelo bloco é

Dado: $|\vec{g}| = 10,0\ m/s^2$.



a) 14,0 b) 13,0 c) 12,0 d) 11,0 e) 10,0

Comentários:

Pelo teorema das forças não conservativas, temos:

$$\tau_{fnc} = \Delta E_{mec}$$

$$-fat \cdot CD = \frac{1}{2} m v_D^2 + mgh_D - \frac{1}{2} m v_A^2 - mgh_A$$

$$-\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(30°) \cdot CD = \frac{1}{2} m v_D^2 + mgh_D - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 - m \cdot g \cdot h_A$$

Substituindo valores, temos:

$$-0{,}20\sqrt{3} \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2} v_D^2 + 10 \cdot 1 \cdot sen(30°) - \frac{1}{2} \cdot 4^2 - 10 \cdot 0{,}80$$

$$-3 = \frac{v_D^2}{2} + 5 - 8 - 8$$

$$v_D = 4\, m/s$$

No ponto mais alto da trajetória, temos:

$$0^2 = \left(v_D \cdot sen(30°)\right)^2 - 2 \cdot g \cdot H$$

$$0 = \left(4 \cdot \frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot 10 \cdot H$$

$$H = 0{,}2\, m$$

Portanto, a máxima energia potencial gravitacional atingida pelo corpo, tomando com nível BC é de:

$$E_{pot} = mg \cdot (H + CD \cdot sen(30°)$$

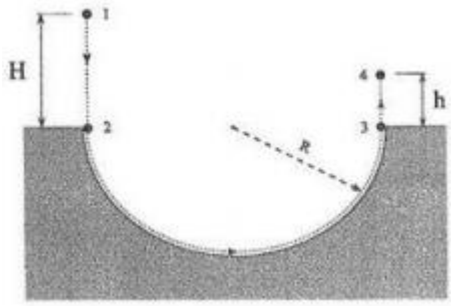
$$E_{pot} = 2 \cdot 10 \cdot \left(0{,}2 + 1 \cdot \frac{1}{2}\right)$$

$$\boxed{E_{pot} = 14\, J}$$

Gabarito: A

32. (EN – 2010)

Uma pequena esfera rígida de massa m é liberada do repouso da posição 1, localizada a uma distância vertical H acima da borda de uma cavidade hemisférica de raio R (ver figura). A esfera cai e toca, tangenciando, a superfície rugosa desta cavidade (posição 2) com o dobro da velocidade com a qual deixa a mesma (posição 3), parando momentaneamente na altura h acima do plano da borda (posição4). Despreze a resistência do ar. A razão H/h é igual a



a) 4/3 b) 3/2 c) 2 d) 3 e) 4

Comentários:

Como a velocidade ao quadrado é diretamente proporcional à altura (basta fazer conservação de energia entre 1 e 2, assim como entre 3 e 4). Então:

$$v_2^2 = 2gH$$

$$v_3^2 = 2gh$$

$$\left(\frac{v_2}{v_3}\right)^2 = \frac{H}{h}$$

$$\left(\frac{2v}{v}\right)^2 = \frac{H}{h}$$

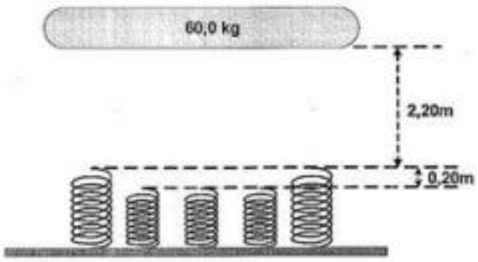
$$\boxed{\frac{H}{h} = 4}$$

Gabarito: E

33. (EN – 2009)

Cinco molas estão dispostas nas posições indicadas na figura, de modo a constituírem um amortecedor de impacto. Um bloco de massa 60,0kg cai verticalmente, a partir do repouso, de uma altura de 2,20m acima do topo das molas. As três molas menores têm constante elástica $K_1 = 200N/m$, as duas maiores $K_2 = 500N/m$ e estão todas inicialmente em seu tamanho natural. Qual é a máxima velocidade, em m/ s, que o bloco irá atingir durante a queda?

Dado: $|\vec{g}| = 10{,}0\ m/s^2$.



a) 5,30 b) 6,00 c) 6,30 d) 7,00 e) 7,30

Comentários:

Quando a velocidade é máxima, a aceleração é nula. Portanto, nesse ponto, temos:

$$mg = 3k_1x_1 + 2k_2x_2$$

$$mg = 3k_1x_1 + 2k_2(0{,}2 + x_1)$$

$$60 \cdot 10 = 3 \cdot 200 \cdot x_1 + 2 \cdot 500 \cdot (0{,}2 + x_1)$$

$$x_1 = 0{,}25\ m$$

Por conservação de energia mecânica, temos:

$$m \cdot g \cdot (H + x_1 + 0{,}2) = \frac{3k_1x_1^2}{2} + \frac{2k_2(x_1 + 0{,}2)^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$

$$60 \cdot 10 \cdot (2{,}2 + 0{,}25 + 0{,}2) = \frac{3 \cdot 200 \cdot 0{,}25^2}{2} + \frac{2 \cdot 500 \cdot (0{,}25 + 0{,}2)^2}{2} + \frac{60 \cdot v^2}{2}$$

$$1590 = 18{,}75 + 101{,}25 + 30v^2$$

$$v^2 = 49$$

$$\boxed{v = 7m/s}$$

Gabarito: D

34. (EN – 2009)

Em uma academia de ginástica, uma pessoa exerce sobre um aparelho, durante dois segundos, uma força constante de 400N. A função temporal da velocidade da mão que provoca essa força é mostrada no gráfico abaixo. A velocidade da mão tem a mesma direção e sentido da força durante todo o movimento. Quais são, respectivamente, o trabalho realizado pela força nesse intervalo de tempo, e a potência máxima aplicada ao aparelho?

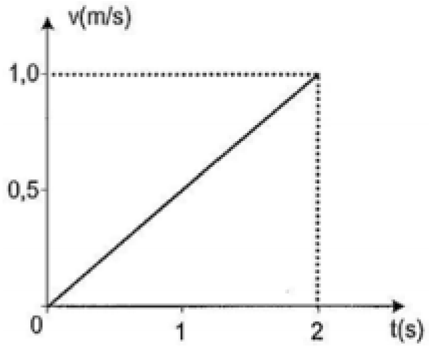
a) $200\ N \cdot m$ e $200\ W$

b) $400\ N \cdot m$ e $200\ W$

c) $400\ N \cdot m$ e $400\ W$

d) $800\ N \cdot m$ e $400\ W$

e) $800\ N \cdot m$ e $800\ W$



Comentários:

Antes de começar a questão propriamente dita, vamos fazer uma observação sobre a unidade de trabalho mencionada nas alternativas. A unidade de trabalho no SI é o joule (J). A unidade $N \cdot m$ é a unidade de torque ou momento de uma força, uma outra grandeza física.

Dado que o gráfico representa a velocidade pelo tempo, então a área sob a curva é numericamente igual ao deslocamento do corpo. Portanto:

$$\Delta x = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1\, m$$

Considerando que a força foi aplicada na direção do movimento. Então:

$$\tau = F \cdot \Delta x$$

$$\tau = 400 \cdot 1 = 400\, J$$

Por outro lado, a potência é máxima quando a velocidade é máxima:

$$Pot_{máx} = F \cdot v_{máx}$$

$$Pot_{máx} = 400 \cdot 1 = 400\, W$$

Gabarito: C

---

35. (EN – 2008)

Pacotes são transportados de um nível para outro através de uma esteira que se move com velocidade constante de módulo igual a $0{,}80\, m/s$. Verifica-se que a esteira se move 1,5 m para cima, com um ângulo de 12° com a horizontal, em seguida move-se 2,5 m horizontalmente e finalmente 1,0 m para baixo fazendo um ângulo de 8,0° com a horizontal. Considere: $|\vec{g}| = 10{,}0\, m/s^2$. A massa de um pacote vale 3,0 kg, sendo transportado pela esteira sem escorregar. As potências da força exercida pela esteira sobre cada pacote, quando em movimento para cima, na inclinação de 12°, e na horizontal, são, respectivamente, em watt:

Dados: $\cos(78°) = 0{,}21$, $\cos(72°) = 0{,}31$ e $\cos(80°) = 0{,}17$.

a) 5,04 e zero

b) 7,00 e zero

c) -5,04 e 7,00

d) 7,44 e 5,04

e) 7,00 e 5,04

Comentários:

Durante a subida do pacote, a força exercida pela esteira será uma força de atrito que corresponde a componente peso que é tangente ao plano inclinado. Logo:

$$Pot_{cima} = m \cdot g \cdot sen(\theta) \cdot v = 3 \cdot 10 \cdot \underbrace{sen(12°)}_{=\cos(78°)} \cdot 0{,}8$$

$$Pot_{cima} = 30 \cdot 0{,}21 \cdot 0{,}8 = 5{,}04\, W$$

Na direção horizontal citada pelo enunciado, a força que ergue o pacote e a velocidade são perpendiculares, ou seja, potência é nula.

Gabarito: A

---

36. (EN – 2008)

Um bloco de massa igual a $2{,}00\ kg$ é solto de uma altura $H = 3{,}00\ m$ em relação a uma mola ideal de constante elástica igual a $40{,}0\ N/m$. Considere a força de atrito cinético entre as superficies em contato constante e de módulo igual $5{,}00\ N$. Desprezando a força de atrito estático quando em repouso, isto é, desprezando as perdas de energia nas várias situações de repouso, a distância total percorrida pelo bloco até parar, em metros, é

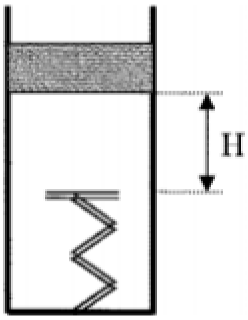
a) 10,0

b) 12,0

c) 12,5

d) 12,8

e) 13,0



Comentários:

Quando o bloco para, apenas temos a força peso e a força elástica contrária a força peso, pois ele menciona que o atrito estático é desprezível. Pela dinâmica, temos:

$$mg = k\Delta x$$

$$2 \cdot 10 = 40 \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = 0{,}5\ m$$

Pelo teorema de trabalho das forças não conservativas, temos:

$$\tau_{fnc} = \Delta E_{mec}$$

$$-fat \cdot d = \frac{1}{2} k\Delta x^2 - mg(H + \Delta x)$$

$$-5 \cdot d = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 0{,}5^2 - 2 \cdot 10 \cdot (3 + 0{,}5)$$

$$-5d = 5 - 70$$

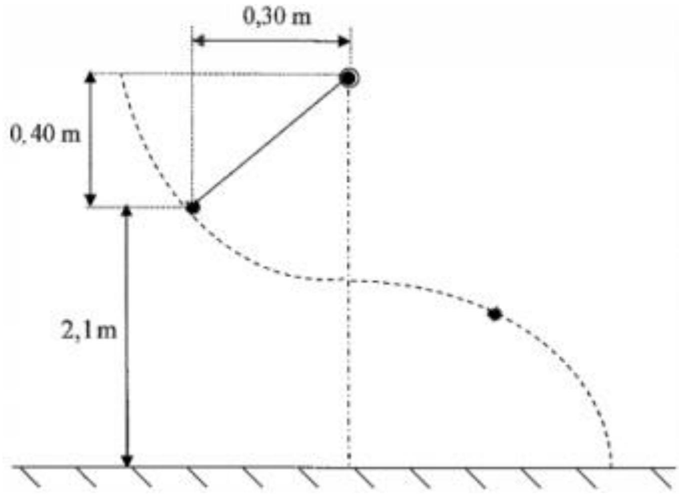
$$5d = 65$$

$$\boxed{d = 13\ m}$$

Gabarito: E

37. (EN – 2008)

Uma pequena esfera de massa M, presa a um fio ideal, é solta com o fio na posição horizontal, descrevendo a trajetória abaixo.



Na posição onde a tração no fio é máxima, o fio se rompe e a esfera é lançada, atingindo o solo. O módulo da tração máxima é igual a três vezes o módulo do peso da esfera. Despreze a resistência do ar e considere $|\vec{g}| = 10,0\ m/s^2$. A distância horizontal (em metros), desde a vertical de saída da esfera até a sua chegada ao solo, é

a) 1,5 b) 1,8 c) 2,0 d) 2,3 e) 2,5

Comentários:

Pela figura, o tamanho do fio é dado por:

$$R = \sqrt{0,3^2 + 0,4^2} = 0,5\ m$$

A tração é máxima quando o corpo estiver no ponto de máxima velocidade, ou seja, ponto mais baixo da trajetória. Nesse ponto, pela figura, o corpo é lançado e a normal vai para zero, já que temos uma mudança de concavidade da superfície. Pela análise da dinâmica, temos:

$$T_{máx} - mg = R_{cp}$$

$$T_{máx} - mg = \frac{mv^2}{R}$$

Nessa condição de máxima tração igual a $3mg$, o fio se rompe, então podemos encontrar a velocidade que o corpo é lançado:

$$3mg - mg = \frac{mv^2}{R}$$

$$v = \sqrt{2gR}$$

Substituindo valores, vem:

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,5}$$

$$v = \sqrt{10}\ m/s$$

Pela figura, o tempo de queda do corpo que é lançado horizontalmente é de:

$$t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Em que $H = 2{,}1 - (0{,}5 - 0{,}4) = 2\,m$ (ponto de lançamento que marca a mudança de concavidade das superfícies). Então:

$$t_q = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}}\,s$$

Logo, o deslocamento da esfera desde a saída é de:

$$d = 0{,}5 + v \cdot t_q$$

$$d = 0{,}5 + \sqrt{10} \cdot \frac{2}{\sqrt{10}}$$

$$\boxed{d = 2{,}5\,m}$$

Gabarito: E

38. (EN – 2005)

Uma equipe de Marinha decola de um porta-aviões, em repouso relativamente à terra, a bordo de um helicóptero e quando se encontra na posição $\vec{r} = 7500\,\hat{\imath} + 2{,}00\hat{\jmath}(metros)$, em relação à embarcação, realizando vôo com velocidade $\vec{v} = -60{,}0.\hat{\imath} + 80{,}0\hat{\jmath}\ (m/s)$, o helicóptero dispara um foguete teste de massa igual a 6,00 kg. O sistema propulsor aplica uma força resultante, de módulo igual a $30{,}0\ N$, sobre o foguete, na mesma direção e sentido do movimento do helicóptero no momento do disparo, durante $2{,}00\ s$. Posteriormente, o foguete cai no mar. Despreze a resistência do ar e o vento.

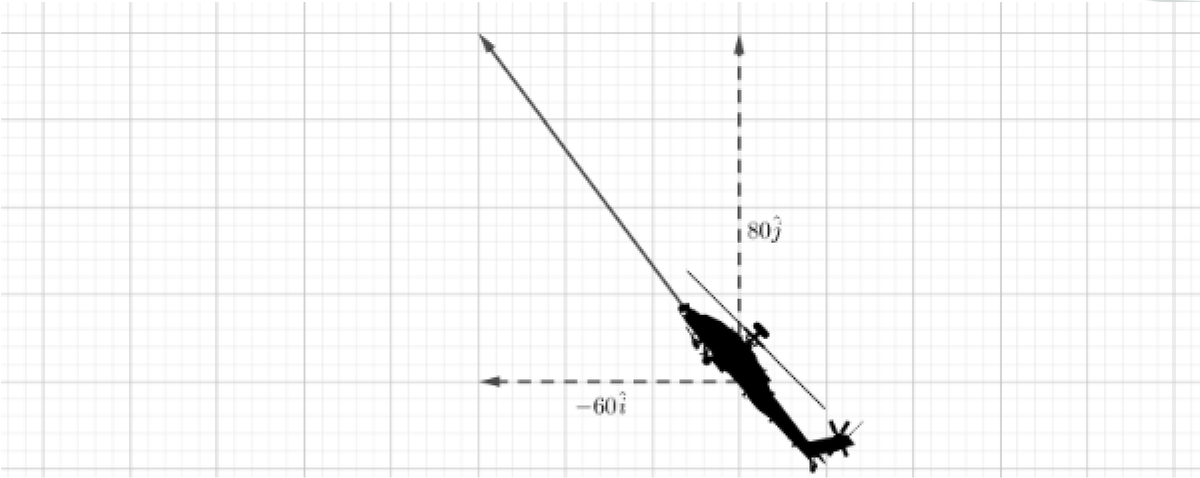
a) Calcule o vetor posição do foguete, em relação à embarcação, no instante $t = 2{,}00\ s$.(7 pontos)

b) Calcule o trabalho realizado pela força resultante que atua sobre o foguete no intervalo de tempo de $2{,}00\ s$.(6 pontos)

c) Calcule o intervalo de tempo desde o instante do disparo até o instante em que o foguete passa no nível da pista de pouso da embarcação ($Y = 0$). Considere a aceleração da gravidade constante e igual $10\ m/s^2$.(6 pontos)

Comentários:

Inicialmente, devemos entender a direção de saída do helicóptero:



Como podemos ver, a velocidade do helicóptero tem módulo igual a 100 m/s, pois é dada por:

$$\vec{v} = -60\,\hat{\imath} + 80\hat{\jmath}$$

Assim, o vetor quantidade de movimento do helicóptero deve ter a mesma direção que a velocidade do helicóptero. No enunciado ele menciona que o impulso aplicado sobre o foguete tem a mesma direção e sentido do movimento do helicóptero no momento do disparo e o impulso dura 2 segundos. Pelo teorema do impulso, temos que:

$$|\vec{I}| = |\vec{F}| \cdot \Delta t \Rightarrow |\vec{I}| = 30 \cdot 2 = 60\ N \cdot s$$

$$|\vec{I}| = |\Delta\vec{Q}| = m|\vec{v}_f| - m|\vec{v}_i|$$

Note que a velocidade do foguete é a mesma do helicóptero inicialmente, já que o foguete está acoplado ao helicóptero. Assim:

$$60 = 6 \cdot |\vec{v}_f| - 6 \cdot 100$$

$$\boxed{|\vec{v}_f| = 110\ m/s}$$

Como teremos a mesma direção que o foguete, definida pela triângulo semelhante ao pitagórico 3, 4 e 5 das velocidades (ver figura), então a velocidade do foguete escrito em função das componentes é dada por:

$$\vec{v}_{foguete} = -110 \cdot \frac{3}{5}\,\hat{\imath} + 110 \cdot \frac{4}{5}\hat{\jmath}$$

$$\boxed{\vec{v}_{foguete} = -66\,\hat{\imath} + 88\,\hat{\jmath}}$$

Colocando o referencial no foguete, podemos calcular a aceleração sofrida pelo foguete e o espaço percorrido:

$$F = m \cdot a$$

$$30 = 6 \cdot a$$

$$a = 5\ m/s^2$$

$$\Delta s_{foguete} = \frac{at^2}{2} = \frac{5 \cdot 2^2}{2} = 10\ m$$

Lembrando que a direção do foguete é definida pela direção do helicóptero, então esse deslocamento pode ser descrito como:

$$\vec{r}_{foguete/helicop} = -6\hat{\imath} + 8\hat{\jmath}$$

Como queremos em relação a embarcação, podemos utilizar a regra das bolinhas:

$$\vec{r}_{foguete/embarc} = \vec{r}_{foguete/helicop} + \vec{r}_{helicop/embarc}$$

$$\vec{r}_{foguete/embarc} = -6\hat{\imath} + 8\hat{\jmath} + 7500\ \hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$$

$$\boxed{\vec{r}_{foguete/embarc} = 7494\ \hat{\imath} + 10\ \hat{\jmath}}$$

Note que o trabalho da força realizada é igual a:

$$\tau = F \cdot \Delta s$$

$$\tau = 30 \cdot 10 = 300\ J$$

Note que agora temos a velocidade de intensidade igual a 88 m/s na direção y do foguete ($\vec{v}_{foguete} = -66\ \hat{\imath} + 88\ \hat{\jmath}$) e a altura do foguete em relação a embarcação é de 10 m ($\vec{r}_{foguete/embarc} = 7494\ \hat{\imath} + 10\ \hat{\jmath}$). Portanto, para ele atingir novamente a pista da embarcação, temos:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

$$0 = 10 + 88 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

$$5t^2 - 88t - 10 = 0$$

$$t = \frac{88 \pm \sqrt{88^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-10)}}{2 \cdot 5}$$

$$t = \frac{88 \pm 89}{10}\ (\,tempo\ negativo\ não\ serve)$$

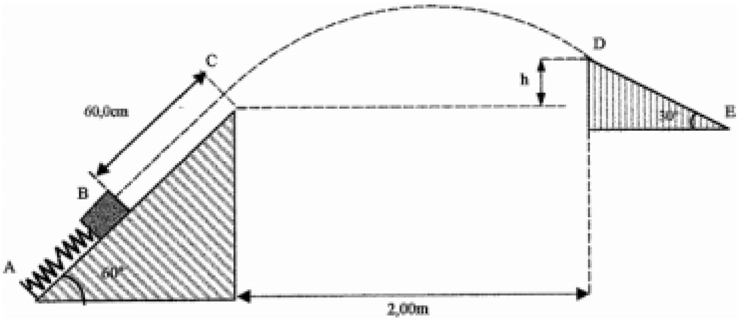
$$\boxed{t = 17{,}7\ s}$$

Gabarito: a) $\vec{r}_{foguete/embarc} = 7494\ \hat{\imath} + 10\ \hat{\jmath}$ b) 300 J c) 17,7 s

---

39. (EN – 2004)

Um bloco de massa igual a $2{,}00\ kg$ é apoiado numa mola ideal, num plano inclinado de atrito desprezível e com inclinação de 60°. A mola, de constante elástica igual a $200\ N/m$, é comprimida de $40{,}0\ cm$ até o ponto B, a partir da sua posição indeformada, e depois liberada. Então, o bloco sobe o trecho BC do plano inclinado, cujo comprimento vale $60{,}0\ cm$ e atinge a rampa DE, atingindo o ponto D com velocidade tangente à rampa. Sabe-se que a distância horizontal CD vale $2{,}00\ m$ (IGNORE essa distância), o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície da rampa vale 0,80 (considere que seja entre ambos os blocos) e que o módulo da aceleração da gravidade vale $10\ m/s^2$.



Calcule o módulo da velocidade na posição C.

Comentários:

Pelo teorema do trabalho das forças não conservativas, temos:

$$\tau_{fat} = \Delta E_{mec}$$

$$-\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(\theta) \cdot \Delta d_{BC} = \frac{1}{2} m v_C^2 + mg \cdot d_{BC} \cdot sen(\theta) - \frac{1}{2} k \Delta x^2$$

Substituindo valores, vem:

$$-0{,}8 \cdot 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0{,}6 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v_C^2 + 2 \cdot 10 \cdot 0{,}6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0{,}4^2$$

$$-4{,}8 = v_C^2 + 6\sqrt{3} - 16$$

Considerando $\sqrt{3} \cong 1{,}7$, vem:

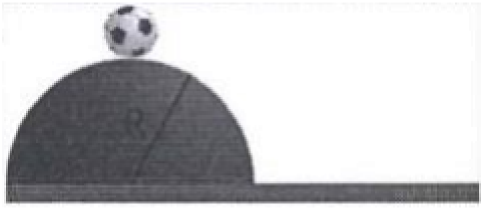
$$-4{,}8 = v_C^2 + 6 \cdot 1{,}7 - 16$$

$$\boxed{v_c = 1\ m/s}$$

Gabarito: 1 m/s

40. (EFOMM – 2019)

Uma bola encontra-se em repouso no ponto mais elevado de um morro semicircular de raio R, conforme indica a figura abaixo. Se $\vec{v}_0$ é a velocidade adquirida pela bola imediatamente após um arremesso horizontal, determine o menor valor de $|\vec{v}_0|$ para que ela chegue à região horizontal do solo sem atingir o morro durante sua queda. Desconsidere a resistência do ar, bem como qualquer efeito de rotação da bola. Note que a aceleração da gravidade tem módulo g.



a) $\frac{\sqrt{gR}}{2}$ b) $\sqrt{\frac{gR}{2}}$ c) $\sqrt{gR}$ d) $\sqrt{2gR}$ e) $2\sqrt{gR}$

Comentários:

Para a menor velocidade lançada horizontalmente, a bola deve deslocar de R na horizontal. Portanto:

$$R = v_0 \cdot t$$

$$t = \frac{R}{v_0}$$

Pela equação em y, temos:

$$0 = R - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{R}{v_0}\right)^2$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{\frac{gR}{2}}}$$

Gabarito: B

41. (EFOMM – 2019)

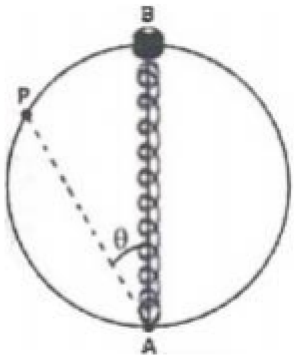
A figura abaixo mostra a vista superior de um anel de raio R que está contido em um plano horizontal e que serve de trilho, para que uma pequena conta de massa m se movimente sobre ele sem atrito. Uma mola de constante elástica k e comprimento natural R, com uma extremidade fixa no ponto A do anel e com a outra ligada à conta, irá movê-la no sentido antihorário. Inicialmente, a conta está em repouso e localiza-se no ponto B, que é diametralmente oposto ao ponto A. Se P é um ponto qualquer e θ é o ângulo entre os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{AP}$, a velocidade da conta, ao passar por P,é

a) $R\sqrt{\frac{k}{m}}|\cos\theta|$

b) $2R\sqrt{\frac{k}{m}}sen\ \theta$

c) $R\sqrt{\frac{k}{m}|\cos\theta + sen\ \theta - 1|}$

d) $2R\sqrt{\frac{k}{m}(\cos\theta - \cos^2\theta)}$



e) $R\sqrt{\frac{k}{m}sen\theta\cos\theta}$

Comentários:

Por conservação de energia mecânica entre B e P, temos:

$$\frac{k(2R-R)^2}{2}=\frac{k(2Rcos(\theta)-R)^2}{2}+\frac{1}{2}mv_P^2$$

Note que o triângulo APB deve ser retângulo em P, já que AB é diâmetro. Então $AP=AB\cdot\cos(\theta)$. Melhorando a equação, vem:

$$kR^2=kR^2(2\cos(\theta)-1)^2+mv_P^2$$

$$kR^2=kR^2(4\cos^2(\theta)-4\cos(\theta)+1)+mv_P^2$$

$$mv_P^2=kR^2\cdot 4\cdot(\cos(\theta)-\cos^2(\theta))$$

$$\boxed{v_P=2R\sqrt{\frac{k}{m}(\cos\theta-\cos^2\theta)}}$$

Gabarito: D

42. (EFOMM – 2018)

Em uma mesa de 1,25 metros de altura, é colocada uma mola comprimida e uma esfera, conforme a figura. Sendo a esfera de massa igual a 50 g e a mola comprimida em 10 cm, se ao ser liberada a esfera atinge o solo a uma distância de 5 metros da mesa, com base nessas informações, pode-se afirmar que a constante elástica da mola é: (Dados: considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2.)

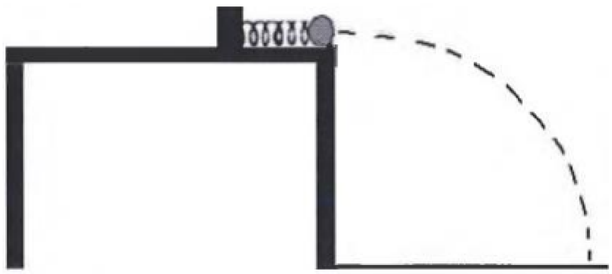
a) 62,5 N/m

b) 125,0 N/m

c) 250,0 N/m

d) 375,0 N/m

e) 500,0 N/m



Comentários:

O tempo de queda da esfera, ao ser lançada horizontalmente, é de:

$$t_q=\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$t_q = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,25}{10}} = 0,5\ s$$

Como a distância percorrida horizontalmente foi de 5 metros durante a queda, então a velocidade de lançamento horizontal é de:

$$\Delta x = v \cdot t_q$$

$$5 = v \cdot 0,5$$

$$v = 10\ m/s$$

Por conservação de energia mecânica entre a deformação da mola e o lançamento dela, temos:

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$k \cdot 0,1^2 = 0,05 \cdot 10^2$$

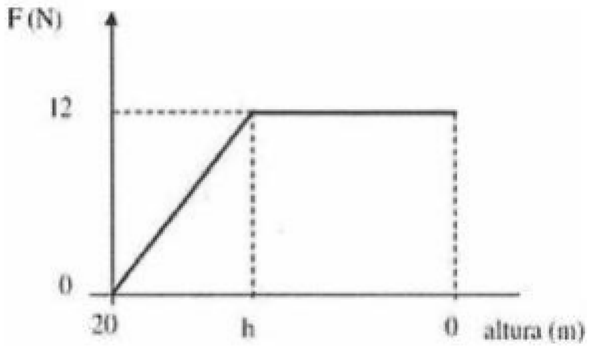
$$\boxed{k = 500\ N/m}$$

Gabarito: E

---

43. (EFOMM – 2018)

Considere um objeto de massa 1 Kg. Ele é abandonado de uma altura de 20 m e atinge o solo com velocidade de 10 m/s. No gráfico abaixo, é mostrado como a força F de resistência do ar que atua sobre o objeto varia com a altura. Admitindo que a aceleração da gravidade no local é de $10\ m/s^2$, determine a altura h, em metros, em que a força de resistência do ar passa a ser constante.



a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 10

Comentários:

Pelo gráfico, o trabalho da força de resistência é dado por:

$$\tau = \frac{20 - h}{2} \cdot 12 + 12 \cdot h = 120 + 6h$$

Pelo teorema das forças não conservativas, temos:

$$\tau_{fnc} = \Delta E_{mec}$$

$$-\tau = \frac{1}{2}mv^2 - mgH$$

$$-(120 + 6h) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2 - 1 \cdot 10 \cdot 20$$

$$-120 - 6h = 50 - 200$$

$$6h = 30$$

$$\boxed{h = 5\,m}$$

Gabarito: D

44. (EFOMM – 2016)

Um pequeno bloco de massa $0{,}500\,kg$ está suspenso por uma mola ideal de constante elástica $200\,N/m$. A outra extremidade da mola está presa ao teto de um elevador que, inicialmente, conduz o sistema mola/bloco com uma velocidade de descida constante e igual a $2{,}00\,m/s$. Se, então, o elevador parar subitamente, a partícula irá vibrar com uma oscilação de amplitude, em centímetros, igual a

a) 2,00 b) 5,00 c) 8,00 d) 10,0 e) 13,0

Comentários:

Toda energia cinética do corpo irá ser convertida em energia potencial elástica, nas amplitudes de oscilação. Note que o corpo está descendo com velocidade constante, então a resultante sobre o corpo é nula e a mola deve já estar deformada e definida a posição de equilíbrio. O corpo irá oscilar de $-A$ a A em torno da posição de equilíbrio, que não interessa para a gente.

Pela conservação da energia mecânica, podemos determinar a amplitude de oscilação do corpo:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$A = \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot v$$

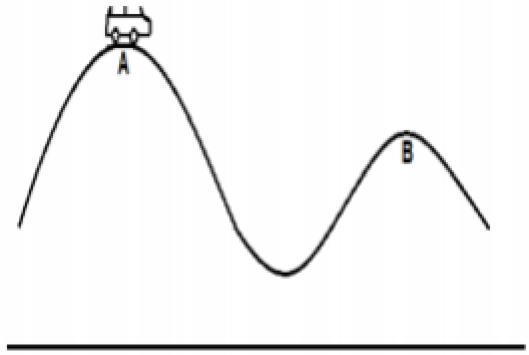
Substituindo valores, vem:

$$A = \sqrt{\frac{0{,}5}{200}} \cdot 2$$

$$\boxed{A = 0{,}1\,m = 10{,}0\,cm}$$

Gabarito: D

45. (EFOMM – 2015)



Em uma montanha russa, um carrinho com massa de $200\ kg$ passa pelo ponto A, que possui altura de $50\ m$ em relação à linha horizontal de referência, com velocidade de $43{,}2\ km/h$. Considerando que não há atrito e que $g = 10\ m/s^2$, a velocidade com que o carrinho passa pelo ponto B, que possui altura de $37{,}2\ m$ em relação à linha horizontal de referência, é de aproximadamente:

a) 120 km/h. b) 80 km/h. c) 72 km/h. d) 40 km/h. e) 20 km/h.

Comentários:

Transformando a velocidade do carrinho fornecida no enunciado, temos:

$$43{,}2\ km/h = \frac{43{,}2}{3{,}6}\ m/s = 12\ m/s$$

Aplicando a conservação de energia, já que não há forças dissipativas, então:

$$E_{mec}^{A} = E_{mec}^{B}$$

$$mgH_A + \frac{mv_A^2}{2} = mgH_B + \frac{mv_B^2}{2}$$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2g(H_A - H_B)}$$

$$v_B = \sqrt{12^2 + 2 \cdot 10 \cdot (50 - 37{,}2)}$$

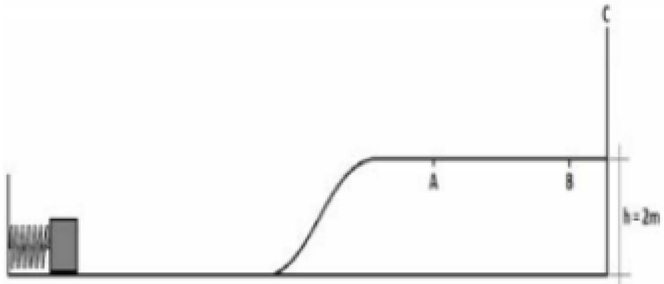
$$v_B = \sqrt{144 + 20 \cdot 12{,}8}$$

$$v_B = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400}$$

$$\boxed{v_B = 20\ m/s}\ ou\ \boxed{v_B = 72\ km/h}$$

Gabarito: C

46. (EFOMM – 2014)



Um bloco de massa igual a 500 g está em repouso diante de uma mola ideal com constante elástica de $1{,}1 \cdot 10^4\ N/m$ e será lançado pela mola para atingir o anteparo C com velocidade de 10 m/s. O percurso, desde a mola até o anteparo C, é quase todo liso, e apenas o trecho de 5 m que vai de A até B possui atrito, com coeficiente igual a 0,8. Então, a compressão da mola deverá ser

a) 2 cm. b) 5 cm. c) 8 cm. d) 10 cm. e) 2 m.

Comentários:

Pelo teorema das forças não conservativas, temos:

$$\tau_{fnc} = \Delta E_{mec}$$

$$-fat \cdot d = \frac{1}{2}mv^2 + mgh - \frac{1}{2}kx^2$$

$$-\mu \cdot m \cdot g \cdot d = \frac{1}{2}mv^2 + mgh - \frac{1}{2}kx^2$$

$$-0{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot 10 \cdot 5 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 10^2 + 0{,}5 \cdot 10 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}1 \cdot 10^4 \cdot x^2$$

$$-20 = 25 + 10 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}1 \cdot 10^4 \cdot x^2$$

$$55 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}1 \cdot 10^4 \cdot x^2$$

$$110 = 1{,}1 \cdot 10^4 x^2$$

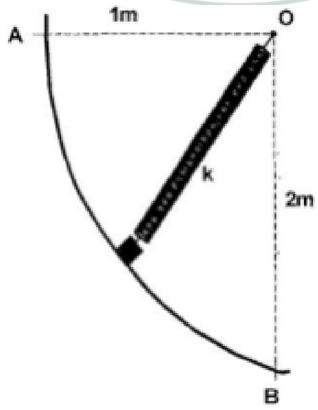
$$x^2 = 10^{-2}$$

$$\boxed{x = 0{,}1\ m = 10\ cm}$$

Gabarito: D

47. (EFOMM – 2012)

Na figura, temos um bloco de massa $m = 30{,}0\ kg$ preso a uma mola de constante elástica $k = 200\ N/m$ e comprimento natural $L = 3{,}00\ metros$, a qual tem seu outro extremo fixo no ponto O. O bloco é abandonado no ponto A com velocidade nula e desliza sem atrito sobre a pista de descida AB, a qual se encontra no plano vertical que contém o ponto O. A velocidade do bloco, em m/s, ao atingir o ponto B, aproximadamente, é: Dado: $g = 10\ m/s^2$.



a) 3,70
b) 5,45
c) 7,75
d) 9,35
e) 11,0

Comentários:

Desconsiderando a massa da mola, por conservação de energia entre A e B, temos:

$$\frac{kx_A^2}{2} + mgH_A = \frac{kx_B^2}{2} + \frac{mv_B^2}{2}$$

Aqui adotamos o nível de referência para a energia potencial gravitacional nível de B. substituindo valores, vem:

$$200 \cdot \frac{(3-1)^2}{2} + 30 \cdot 10 \cdot 2 = 200 \cdot \frac{(3-2)^2}{2} + \frac{30 \cdot v_B^2}{2}$$

$$400 + 600 = 100 + \frac{30}{2} \cdot v_B^2$$

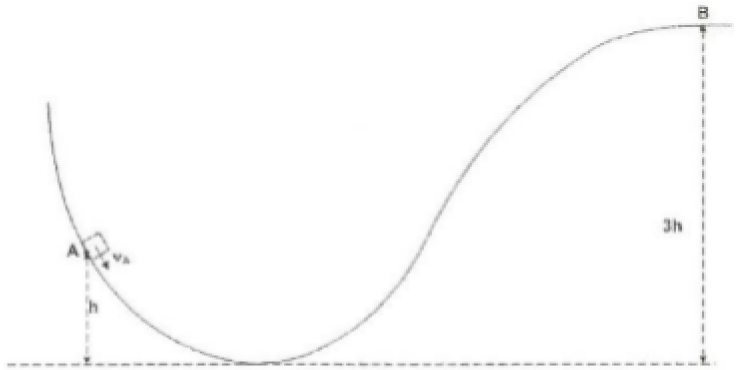
$$900 = \frac{30}{2} \cdot v_B^2$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{60} \cong 7{,}75\ m/s}$$

Gabarito: C

48. (EFOMM – 2011)

Analise a figura a seguir.



Considere o bloco percorrendo a rampa ilustrada na figura acima, sendo que, ao passar pelo ponto A, o módulo de sua velocidade é $v_A = 8{,}0\ m/s$. Sabe-se que $h = 2\ m$ e que o atrito entre as superfícies da rampa e do bloco é desprezível. Com relação ao ponto B da rampa, é correto afirmar que o bloco Dado: $g = 10\ m/s^2$.

a) não conseguirá atingi-lo.

b) o atingirá com metade da velocidade v_A.

c) o atingirá com 30% da velocidade v_A.

d) o atingirá e permanecerá em repouso.

e) o atingirá com velocidade de 1,6 m/s.

Comentários:

Como o atrito é desprezado, então a energia mecânica do bloco é constante e vale:

$$E_{mec} = mgH_A + \frac{mv_A^2}{2} = m \cdot 10 \cdot 2 + m \cdot \frac{8^2}{2} = 52m$$

A energia mecânica mínima para ele chegar no ponto B é tal que em B ele possui apenas energia potencial gravitacional.

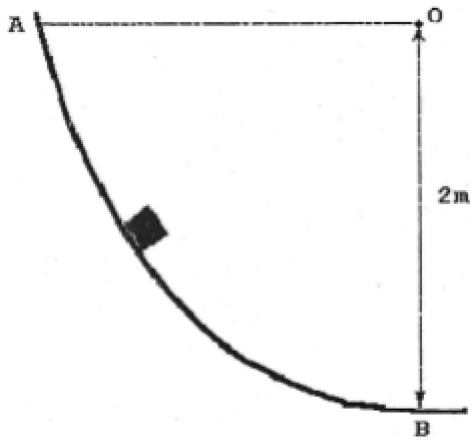
$$E_B^{mín} = mgH_B = m \cdot 10 \cdot 6 = 60m$$

Ou seja, a energia potencial em B é maior que a energia mecânica do corpo. Portanto, o bloco não conseguirá chegar em B.

Gabarito: A

49. (EFOMM – 2010)

Observe a figura a seguir.



Na figura acima o bloco de massa 30 kg, que é abandonado do ponto A com velocidade zero, desliza sobre a pista AB. Considere que ao longo do percurso a força de atrito entre o bloco e a pista dissipa 60 J de energia. A velocidade do bloco no ponto B, em m/s, é Dado: $g = 10\ m/s^2$.

a) 6,0 b) 7,0 c) 8,0 d) 9,0 e) 10,0

Comentários:

Pelo teorema das forças não conservativas, temos:

$$\tau_{fnc} = \Delta E_{mec}$$

$$-60 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h_A$$

Tomando o nível de referência o nível de B. Substituindo valores, vem:

$$-60 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot v^2 - 30 \cdot 10 \cdot 2$$

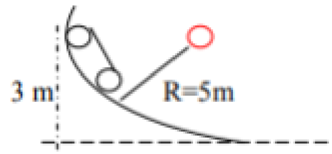
$$-2 = \frac{v^2}{2} - 20$$

$$v^2 = 36 \Rightarrow \boxed{v = 6\, m/s}$$

Gabarito: A

50. (EFOMM – 2009)

Seja um esqueitista (massa total de 72 kg) saindo do repouso, descendo uma pista (suposta circular, de raio 5 m) desde uma altura de 3 m em relação ao solo, conforme desenho abaixo: (dado : $g = 10\, m/s^2$).



A reação normal (em N) que sobre ele atua no ponto de maior velocidade da pista é de

a) 1243 b) 1355 c) 1584 d) 1722 e) 1901

Comentários:

O ponto de maior velocidade ocorre quando toda energia potencial gravitacional é transformada em energia cinética, já que não há perdas. Portanto:

$$mgH = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2gH}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 3} = \sqrt{60}\, m/s$$

Pela análise da dinâmica no ponto mais baixo da trajetória, temos:

$$N - mg = R_{cp}$$

$$N = mg + \frac{mv^2}{R}$$

$$N = 72 \cdot 10 + \frac{72 \cdot 60}{5}$$

$$N = 72(10 + 12) = 72 \cdot 22 = 1584\, N$$

Gabarito: C

---

51. (EFOMM – 2008)

Em um carregamento (carga geral), o cabo que sustenta uma lingada com 16 fardos de algodão prensado, de 40 kg cada um, em repouso, rompe a 24,0 m de altura do convés principal. A energia cinética (em joules), quando do impacto da carga no convés é (supor $g = 10\, m/s^2$), aproximadamente,

a) $1{,}54 \cdot 10^5$ b) $1{,}64 \cdot 10^5$ c) $1{,}71 \cdot 10^5$ d) $1{,}83 \cdot 10^5$ e) $1{,}97 \cdot 10^5$

Comentários:

Durante a queda do corpo, a energia potencial gravitacional é transformada em energia cinética. Assim, ao cair de uma altura de 24,0 m, a energia cinética do corpo é de:

$$E_c = E_{pot}$$

$$E_c = N \cdot m \cdot g \cdot H$$

Nós desconsideramos eventuais perdas por atrito, como por exemplo a resistência do ar. Substituindo valores, vem:

$$E_C = 16 \cdot 40 \cdot 10 \cdot 24 = 153.600\, J$$

$$\boxed{E_C = 1{,}54 \cdot 10^5\, J}$$

Gabarito: A

---

52. (EFOMM – 2005)

Um automóvel se desloca com velocidade de 54 Km/h e, repentinamente, é acelerado até 72 Km/h, em 10 s. Sabendo-se que a massa do automóvel é de 1200 Kg, a potência útil desenvolvida pelo motor para acelerar o automóvel será de

a) 10,3 KW b) 10,5 KW c) 11,4 KW d) 11,8 KW e) 20,5 KW

Comentários:

Pela definição de potência média, temos:

$$Pot = \frac{\Delta E_c}{\Delta t}$$

$$Pot = \frac{\frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2}}{\Delta t} = \frac{m}{2\Delta t}\left(v_f^2 - v_i\right)^2 = \frac{m}{2\Delta t}\left(v_f + v_i\right)\left(v_f - v_i\right)$$

Substituindo valores, vem:

$$Pot = \frac{1200}{2 \cdot 10}\left(\frac{72}{3,6} + \frac{54}{3,6}\right)\left(\frac{72}{3,6} - \frac{54}{3,6}\right)$$

$$Pot = 60(20 + 15)(20 - 15)$$

$$Pot = 60 \cdot 35 \cdot 5$$

$$\boxed{Pot = 10,5\ kW}$$

Gabarito: B

---

53. (3ª fase OBF 2005)

Um sólido de massa $m = 100\ kg$ desliza sobre um plano horizontal sob a ação de uma força constante paralela ao plano. O coeficiente de atrito entre o móvel e o plano é $0,10$. O corpo passa por um ponto A com velocidade $2,0\ m/s$ e, após o intervalo de $10\ s$, passa por um ponto B com a velocidade de $22,0\ m/s$.

a) Qual o módulo da força?

b) Qual o trabalho realizado pela força durante o deslocamento de A para B?

Comentários:

a) Sabemos que F e F_{fat} são constantes, logo a aceleração é constante:

$$v = v_0 + at \ \Rightarrow \ a = 2\ m/s^2$$

Assim,

$$F_R = ma \ \Rightarrow \ F - F_{fat} = 100 \cdot 2$$

$$F = 200 + 0,1 \cdot 100 \cdot 10 = 300\ N$$

b) O deslocamento AB pode ser expresso por:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$$

$$\Delta S = \frac{22 \cdot 22 - 2 \cdot 2}{4} = 120\ m$$

Para calcular o trabalho realizado, faremos:

$$T = F \cdot d$$

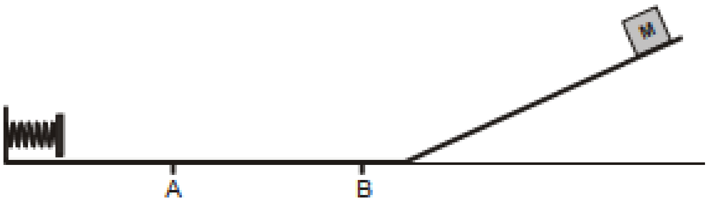
$$T = 300 \cdot 120 = 36\ kJ$$

Gabarito: a) 300 N b) 36 kJ

---

54. (2ª fase OBF – 2005)

Um corpo de massa M igual a $2\ kg$ é abandonado de uma certa altura de um plano inclinado e atinge uma mola ideal de constante elástica igual a $900\ N/m$, deformando-a de $10\ cm$. Entre os pontos A e B, separados $0{,}50\ m$, existe atrito cujo coeficiente de atrito vale $0{,}10$. As outras regioes não possuem atrito. A que distância de A o corpo M irá parar?



Comentários:

A cada vez que o corpo passa pelo trecho AB, ele perde energia graças ao trabalho realizado pela força de atrito:

$$T_{fat} = \mu \cdot m \cdot g \cdot d = 1\ J$$

O corpo é abandonado, passa pela primeira vez pelo trecho AB e comprime a mola. Nesse momento sua energia é dada por:

$$E_1 = \frac{k \cdot x^2}{2} = 4{,}5\ J$$

Depois o corpo continua seu movimento, perdendo energia sempre que passa por AB. Até o momento que sua energia chega a 0, o que ocorre na 6ª vez que o corpo passa pelo trecho.

$$E_5 - T_{fat} = 0$$

$$T_{fat} = 0{,}5\ J$$

$$\Rightarrow\ \mu \cdot m \cdot g \cdot d' = 0{,}5$$

Onde d' é a distância que o corpo percorre dentro do trecho até parar, ou seja, d' é a distância do corpo até o ponto A quando ele para:

$$d' = 0{,}25\ m$$

Gabarito: 0,25 m

---

55. (3ª fase OBF 2005)

A soma das massas de um ciclista e de sua bicicleta é de 98 kg. As diversas forças retardadoras do movimento possuem um efeito médio de uma força atuando na direção do movimento e em sentido contrário, de intensidade igual a 10 N, independentemente da velocidade. Sabendo que a pista é horizontal e o ciclista desloca-se com uma velocidade constante de 18 km/h, determine:

a) A força de tração que ele exerce;

b) A potência desenvolvida por ele.

Comentários:

a) Velocidade constante implica numa aceleração nula, portanto a $F_R = 0$.

$$\Rightarrow F_{tração} - F_{retardadoras} = 0$$

$$\Rightarrow F_{tração} = 10\ N$$

b) Como a força de tração é constante, podemos determinar a potência da seguinte forma:

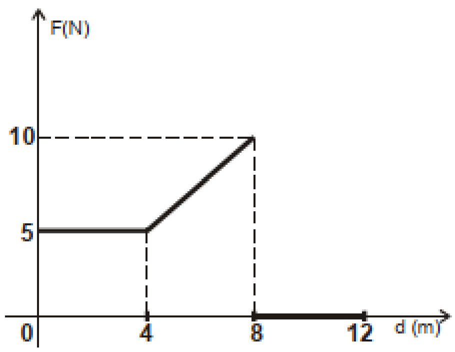
$$Pot = F \cdot v$$

$$\Rightarrow Pot = 10 \cdot \frac{18}{3,6} = 50\ W$$

Gabarito: a) 10 N b) 50 W

56. (3ª fase OBF – 2005)

Sobre um corpo de massa 1 kg, inicialmente em repouso, atua uma força que varia conforme o gráfico abaixo. Qual a velocidade do corpo na posição $d = 12\ m$?



Comentários:

Temos que $T = \int F(x)dx$, o que é numericamente igual à área sob o gráfico.

$$\Rightarrow T = 5 \cdot 4 + (5 + 10) \cdot \frac{4}{2} = 50\ J$$

Pelo Teorema da Energia Cinética:

$$T_{F_R} = \Delta E_c \Rightarrow \frac{mv^2}{2} - 0 = 50$$

$$v = 10\ m/s$$

Gabarito: 10 m/s

57. (2ª fase OBF – 2006)

Numa de suas atividades diárias, um ajudante de pedreiro lança tijolos de massa igual a 2 kg desde o piso térreo até o primeiro piso de uma construção, quando então o tijolo, após atingir uma altura de 3 metros, é pego por outro ajudante e empilhado. Qual o trabalho mecânico realizado pelo pedreiro no lançamento de 1000 tijolos?

Comentários:

O pedreiro realiza trabalho aumentando a energia do tijolo que se transforma em energia potencial. Para um tijolo:

$$T = m \cdot g \cdot \Delta h$$

$$\Rightarrow T = 2 \cdot 10 \cdot 3 = 60\ J$$

Para 1000 tijolos:

$$T_{total=}\ 6 \cdot 10^4\ J$$

Gabarito: $6 \cdot 10^4\ J$

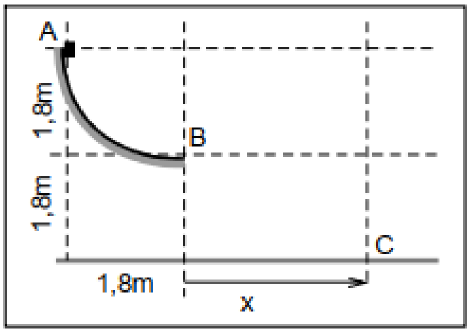
58. (2ª fase OBF – 2006)

Abandonado a partir do ponto A, um bloco desliza livremente e sem atrito por uma guia circular de raio R até dela escapar no ponto B. Sabendo-se que o raio da guia é igual a 1,8 m:

a) encontre, em m/s, o valor da velocidade v_B com que o bloco escapa no ponto B;

b) encontre, em segundos, o tempo t_{BC} decorrido para o bloco ir do ponto B até o ponto C;

c) determine, em m, o valor da distância x, medida pela projeção horizontal da trajetória do bloco, desde B até C.



Comentários:

a) Por não existir atrito a energia mecânica se conserva:

$$E_A = E_B \Rightarrow m \cdot g \cdot 1{,}8 = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$\Rightarrow v = 6\ m/s$$

b) O que ocorre é um lançamento horizontal.

Análise do movimento no eixo Y:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 1{,}8 = 0 + 0t + 5t^2$$

$$\Rightarrow t = 0{,}6\ s$$

c) Análise do movimento no eixo X:

$$S = S_0 + v_0 t \Rightarrow S = 0 + 6 \cdot 0{,}6$$

$$S = 3{,}6\ m$$

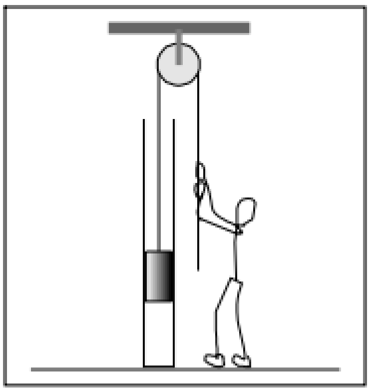
Gabarito: a) 6 m/s b) 0,6 s c) 3,6 m

59. (2ª fase OBF -2006)

Uma peça de massa $m = 10kg$ amarrada a uma corda, encontra-se no interior de um tubo cilíndrico de $3{,}0\ m$ de comprimento, de onde deve ser retirada. Como a "folga" entre a peça e o tubo é mínima, quando a peça desliza no interior do tubo, ela fica submetida a uma força de atrito de escorregamento resultante Fc considerada constante e de valor igual a $60\ N$. De posse desses dados,

a) calcule o valor mínimo do trabalho realizado por um operador para erguer a peça por $2{,}0\ m$ dentro do tubo;

b) suponha que o operador tenha parado de erguer a peça a $2{,}0\ m$ da base do tubo e que nesse instante a corda tenha se rompido. Qual o tempo que a peça demora para chegar ao fundo do tubo?



Comentários:

a) O trabalho realizado pelo operador deve ser suficiente para aumentar a energia potencial da peça, levando se em conta o trabalho da força de atrito.

$$T_{operador} = mg\Delta h + F_{fat} \cdot \Delta h$$

$$T_{operador} = 200 + 120 = 320\ J$$

b) As forças agindo na peça, a partir do rompimento da corda seriam a força peso e o atrito:

$$F_R = P - F_{fat} = 100 - 60 = 40\ N$$

$$\Rightarrow a = 4\ m/s^2$$

Usando a equação horária da posição:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 2 = 0 + 0 + 2 \cdot t^2$$

$$t = 1\ s$$

Gabarito: a) 320 J b) 1 s

60. (3ª fase OBF – 2007)

Um anel de massa $m = 40\ g$ esta preso a uma mola e desliza sem atrito ao longo de um fio drcular de raio $R = 10\ cm$, situado num plano vertical. A outra extremidade da mola é presa ao ponto P que se encontra a $2\ cm$ do centro O da circunferência (veja figura 3). Calcule a constante elástica da mola para que a velocidade do anel seja a mesma nos pontos B e D, sabendo que ela não está deformada quando o anel estiver na posição B.

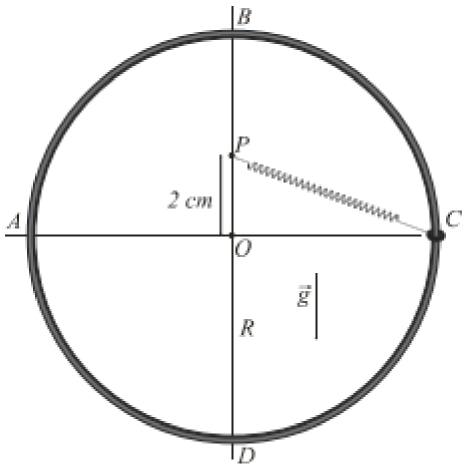


Fig. 3

Comentários:

Na posição B, a mola não está deformada, então o comprimento l_0 da mola relaxada é:

$$R - 2 = l_0 = 8\ cm$$

Como o sistema é conservativo, podemos conservar a energia para os pontos B e D:

$$\frac{kx_\beta^2}{2} + \frac{m\vartheta^2}{2} + mg2R = \frac{kx_d^2}{2} + \frac{m\vartheta^2}{2}$$

$$k = \frac{4mgR}{x_d^2} = 100\ N/m$$

Gabarito: $100\ N/m$

61. (2ª fase OBF – 2009)

Um esquimó está no ponto mais alto do iglu semi-esférico onde mora. como mostrado na figura 2. Ele desce ao longo da superfície do iglu de cima para baixo que tem um coeficiente de atrito cinético aproximadamente igual a zero e com velocidade inicial desprezível. Para um iglu de raio $3{,}75\ m$, encontre:

a) a altura a partir do chão onde o esquimó perde contato com a superfície do iglu.

b) a velocidade do esquimó no ponto onde ele perde contato com a superfície do iglu.

Fig. 2

Comentários:

a) Antes de perder o contato, o esquimó descreve uma trajetória circular:

$$F_{cp} = Pcos\theta - N$$

$$N = Pcos\theta - F_{cp}$$

Para perder o contato, a normal deve ser igual a 0:

$$N = 0 \Rightarrow Pcos\theta = F_{cp}$$

$$mgcos\theta = \frac{mv^2}{R}$$

Da conservação da energia, temos:

$$E_0 = E_f \Rightarrow mgR = \frac{mv^2}{2} + mgRcos\theta$$

Substituindo v^2 da equação de cima na de baixo temos:

$$cos\theta = \frac{2}{3}$$

Assim:

$$h = Rcos\theta = 2{,}5\,m$$

b) Basta substituir os valores encontrados:

$$g \cdot \cos\theta = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = 3{,}75 \cdot 10 \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow v^2 = 25$$

$$v = 5\,m/s$$

Gabarito: a) 2,5 m b) 5 m/s

62. (3ª fase OBF – 2009)

A força necessária para comprimir ou distender uma mola com constante de rigidez elástica k é dada por $F = -kx$. Esta é alei de Hooke. O trabalho realizado pela força aplicada a mola para promover uma deformação x na mesma é dada por $W = \frac{1}{2}kx^2$. A mola da figura 9 é comprimida em Δx. Ela lança o bloco com velocidade v_0 ao longo de uma superficie livre de atrito. As duas molas da figura 9b são idênticas á mola da figura 9a. Elas são comprimidas no mesmo valor Δx e são usadas para lançar o mesmo bloco.

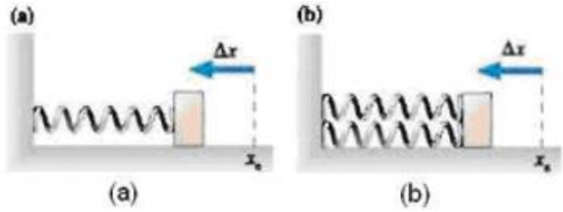


Fig. 9

(a) Determine a constante de elasticidade k' da mola equivalente conjunto de molas

(b) Qual será. agora, o módulo da velocidade do bloco, para configuração (b)?

Comentários:

a) Em uma associação de molas em paralelas, devemos somar os k para achar o $k_{equivalente}$. Assim, $k_{equivalente} = 2k$.

b) Aplicando a conservação da energia mecânica nas duas situações, temos:

- Situação A:

$$\frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow \frac{k\Delta x^2}{m} = v_0^2$$

- Situação B:

$$\frac{k_{equivalente}\Delta x^2}{2} = \frac{mv_B^2}{2}$$

Portanto:

$$\Rightarrow v_B^2 = \frac{2k\Delta x^2}{m} = 2v_0^2$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{2}v_0}$$

Gabarito: a) $k_{equivalente} = 2k$ b) $v_B = \sqrt{2}v_0$

63. (3ª fase OBF – 2009)

A Figura 3 representa a energia potencial associada a uma partícula de $500\ g$ que se move ao longo do eixo x. Supondo que a energia mecânica da partícula é igual a $12\ J$, responda:

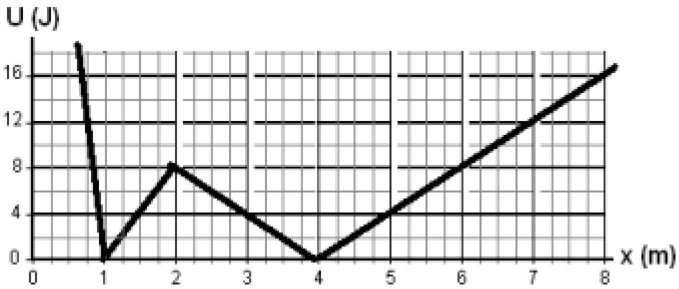


Fig. 3

a) Quais os pontos de retorno da partícula?

b) Qual é a máxima velocidade da partícula? Em que ou quais pontos ocorre?

c) Faça uma descrição do movimento da partícula quando esta se move da esquerda para a direita.

Comentários:

a) Lembrando que a energia mecânica é composta pela energia potencial gravitacional e pela energia cinética. Logo, em pontos com energia potencial igual à energia mecânica significam pontos com energia cinética nula.

Pontos de retorno são pontos onde a velocidade da partícula se anula e troca de sinal, que ocorre em $x = 0{,}8$ e $x = 7$.

b) A partícula está o tempo todo alternando entre energia cinética e energia potencial, assim nos pontos onde a anergia potencial é mínima, temos que a energia cinética vai ser máxima ($x = 1$ ou $x = 4$):

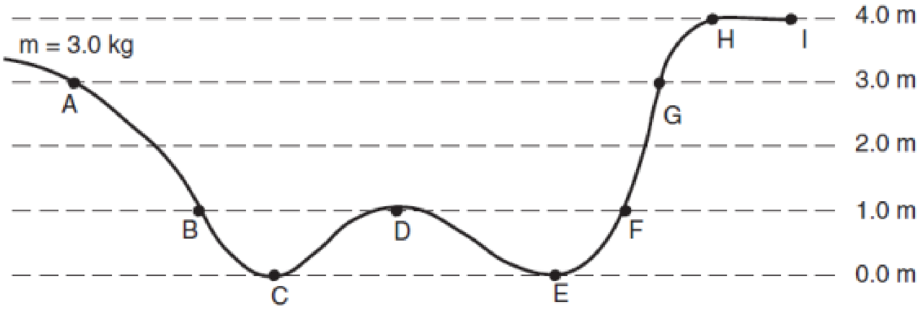
$$\frac{m \cdot v^2}{2} = 12 \Rightarrow v = 4\sqrt{3}\, m/s$$

c) O corpo primeiramente é acelerado até o instante $x = 1m$; depois desacelera, mas não chega a parar e volta a acelerar em $x = 2\, m$. Ao chegar em $x = 4m$ a partícula volta a desacelerar até o repouso.

Gabarito: a) $x = 0,8$ e $x = 7$ b) $4\sqrt{3}\, m/s$ c) vide comentários

64. (2ª fase OBF – 2010)

Um corpo de massa $m = 3,0\, kg$ movimenta-se numa canaleta sem atrito, conforme indicado na figura, partindo do repouso no ponto A.



a) Determine a velocidade do corpo no ponto E.

b) Qual deve ser a velocidade mínima que o corpo necessita ter no ponto A para que ele possa chegar até ponto H?

Comentários:

a) Conservação de energia entre o ponto A e o ponto E:

$$m \cdot g \cdot Ha = \frac{m \cdot V_E^2}{2} + m \cdot g \cdot He \Rightarrow V_E = 2 \cdot \sqrt{15}\, m/s$$

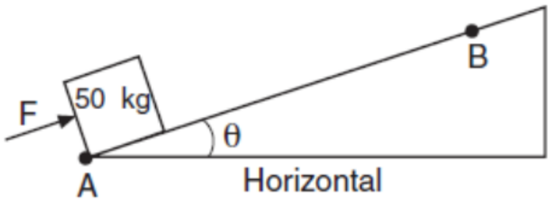
b) De forma análoga ao item anterior, escrevemos:

$$m \cdot g \cdot Hh - m \cdot g \cdot Ha = \frac{m \cdot V_A^2}{2} \Rightarrow V_A = 2 \cdot \sqrt{5}\, m/s$$

Gabarito: a) $V_E = 2 \cdot \sqrt{15}\, m/s$; b) $V_A = 2 \cdot \sqrt{5}\, m/s$

65. (3ª fase OBF – 2010)

Uma força $F = 500\, N$ é aplicada em um bloco de massa $50\, kg$ (perpendicular a uma das superfícies) conforme o diagrama a seguir ($\theta = 30°$). (desconsidere todos os efeitos de quaisquer tipos de atrito neste sistema).



a) Sabendo que a distância entre A e B é de 1 metro, determine o trabalho realizado pela força F entre A e B.

b) Determine a velocidade com que o corpo atingirá no ponto B. Considere que o corpo parte do repouso no ponto A.

Comentários:

a) O trabalho é dado pelo produto escalar entre o vetor força e o vetor deslocamento do corpo. Observe que no problema, o vetor força e o vetor deslocamento possuem a mesma direção e sentido, logo, o ângulo entre eles é nulo, e, portanto, o trabalho será dado por:

$$T_F = \vec{F} \cdot \vec{d} \ = \ 500J$$

b) Pelo teorema da Energia Cinética, a variação da energia Cinética é igual ao somatório dos trabalhos:

Trabalho da força peso:

$$T_P \ = \ -m \cdot g \cdot \sin(\theta) \cdot d \ = -250J$$

Teo. Da Energia Cinética:

$$\frac{m \cdot V_B^2}{2} \ = \ 250J \ \Rightarrow V_B = \sqrt{10}\, m/s$$

Gabarito: a) $500J$ b) $V_B = \sqrt{10}\, m/s$

66. (3ª fase OBF – 2013)

Um pequeno corpo de massa m pode deslizar ao longo de uma superfície horizontal de comprimento $3R$ (de A a B na figura) e então ao longo de uma trajetória circular de raio R. O coeficiente de atrito cinético é 0,5 entre os pontos A e B e nulo ao longo da circunferência. O bloco sai do repouso no ponto A com a mola comprimida. Qual deve ser a menor compressão da mola para que o bloco percorra todo o circulo sem perda de contato?

Comentários:

Para que o corpo faça o looping completo, é necessário que no ponto mais alto da trajetória que:

$$m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m \cdot R \cdot g}{2}$$

Pelo teorema da energia cinética, temos que:

$$\frac{kx^2}{2} - m \cdot 2R \cdot g - \mu mg \cdot 3R = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

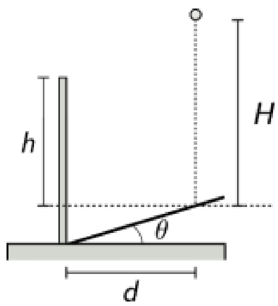
Desenvolvendo, concluímos que:

$$x = \sqrt{\frac{8 \cdot m \cdot g \cdot R}{k}}$$

Gabarito: $x = \sqrt{\frac{8 \cdot m \cdot g \cdot R}{k}}$

67. (2ª fase OBF – 2015)

Uma bola de borracha é abandonada de uma altura H acima de um plano inclinado que faz um ângulo $\theta = 15{,}0°$ com a horizontal. O vértice desse plano está encostado em uma pequena mureta vertical conforme ilustrado na figura abaixo, onde $h = d = 1{,}20\ m$. Determine o menor valor de H que faz com que a bola ultrapasse a mureta após colidir elasticamente com o plano inclinado.



Comentários:

Inicialmente, a velocidade com a qual a bolinha chega ao plano inclinado:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

Em seguida, o tempo que demora para o corpo atingir a altura máxima após a colisão:

$$t_q = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{6}{25}}$$

A velocidade horizontal (v_H) do corpo é dada por:

$$v_H = \frac{d}{t_q} = \sqrt{\frac{hg}{2}} = \sqrt{6}\, m/s$$

Podemos também descobrir a velocidade vertical(v_V) do corpo:

$$v_V = \sqrt{2hg} = 2\sqrt{6}\, m/s$$

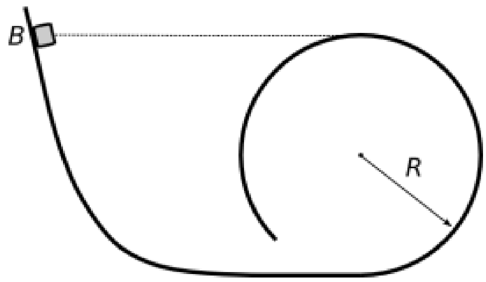
Assim, a velocidade inicial do sistema era de:

$$v_V{}^2 + v_H{}^2 = v^2 \Rightarrow v^2 = 30 = 20 \cdot H \Rightarrow H = 1{,}5\, m$$

Gabarito: $H = 1,5\, m$

68. (3ª fase OBF – 2016)

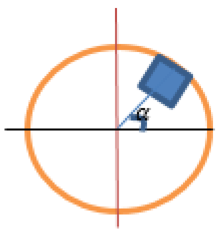
Um bloco de massa m é abandonado a partir do repouso do ponto B em uma pista lisa, paralela a um plano vertical, que inclui um trecho curvo dado por um círculo de raio R, conforme ilustrado na figura abaixo. Descreva o movimento do bloco depois que entra na parte circular da pista.



Comentários:

Ao entrar na parte circular da pista o corpo começa a descrever um looping seguindo a trajetória a ele imposta. Entretanto, observe que o corpo não consegue completar o looping pois no ponto mais alto da sua trajetória nós devemos ter que a velocidade do corpo é nula, uma vez que o ponto mais alto da trajetória coincide com o ponto o qual o corpo foi abandonado do repouso.

O corpo sobe até o ponto em que a normal deixa de existir e cai em direção ao solo como se fosse um lançamento oblíquo.



Acredito que, pela forma com que o enunciado foi escrito, bastaria que descrevêssemos, entretanto, podemos calcular o ângulo alpha no qual a queda irá acontecer:

$$m \cdot g \cdot sin(\alpha) = \frac{m \cdot v^2}{R} \; (força\ centrípeta)$$

$$m \cdot g \cdot R \cdot cos(\alpha) + m \cdot g \cdot R + \frac{m \cdot v^2}{2} = 2m \cdot g \cdot R \ (energia\ cte.)$$

Dessas duas equações, chegamos que:

$$cos(\alpha) + \frac{sin(\alpha)}{2} = 1$$

Temos como solução dessa equação:

$$cos(\alpha) = 1$$

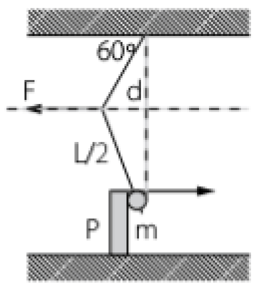
$$cos(\alpha) = 0{,}6$$

Observe que $cos(\alpha) = 0{,}6$ acontece primeiro, e, portanto, é a solução para o nosso sistema.

Gabarito: vide comentários.

69. (ITA – 1992)

Na figura abaixo, a massa esférica M pende de um fio de comprimento L, mas está solicitada para a esquerda por uma força F que mantém a massa apoiada contra uma parede vertical P sem atrito.



a) Calcule o trabalho W realizado pela força F para fazer subir lentamente ($v = 0$) a massa M em termos da variação da energia potencial de M, desde a posição em que o fio está na vertical até a situação indicada no desenho;

b) Verifique se é possível calcular esse trabalho como o produto de F, já calculada, pelo deslocamento d.

a) $0{,}29Mgl$ Não

b) $0{,}13Mgl$ Sim

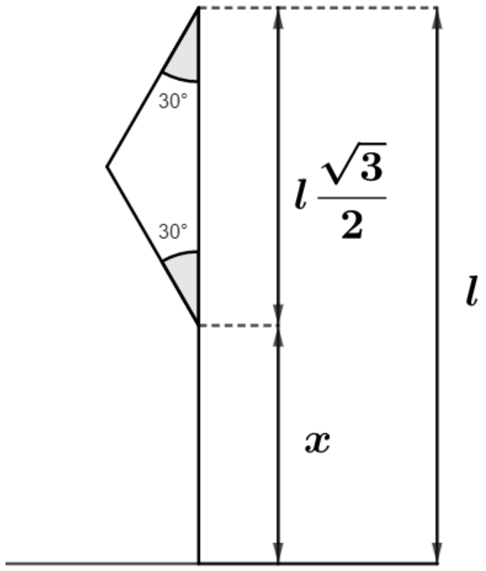
c) $0{,}50Mgl$ Não

d) $0{,}13Mgl$ Não

e) $0{,}29Mgl$ Sim

Comentários:

Da geometria, concluímos que a altura do anteparo será dada por:



$$l - \frac{l \cdot \sqrt{3}}{2} = x$$

Logo, a variação de energia potencial da bolinha será dada por:

$$M \cdot g \cdot x \ = \ 0{,}13\, M \cdot g \cdot l$$

A força F vai variar com o ângulo, dessa forma, não podemos fazer simplesmente o produto da força pela distância, é necessária descobrir como a força se comporta e resolver uma integral.

Gabarito: D

70. (ITA – 1992)

Um bloco de massa igual a $5{,}0\ kg$ é puxado para cima por uma força $F = 50\ N$ sobre o plano inclinado da figura, partindo do repouso. Use $g = 10\ m/s^2$.

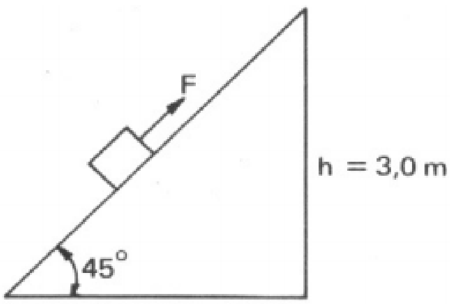
O coeficiente de atrito cinético plano-bloco é $\mu = 0{,}25$.

a) Calcule a energia cinética com que o bloco chega ao topo do plano.

b) Calcule a aceleração do bloco.

c) Escreva a velocidade do bloco cm função do tempo.

	$E_C (J)$	$a\ (m/s^2)$	$v\ (m/s)$
a)	20	1,0	$0{,}5t^2$
b)	25	1,2	$0{,}6t^2$
c)	50	2,4	$1{,}2t$



d)	25	1,2	$1{,}2t$
e)	15	1,0	$0{,}4t$

Comentários:

Calcularemos a força de atrito que age sobre o bloco:

$$F_{fat} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 45° \Rightarrow F_{fat} = \frac{25\sqrt{2}}{4}\ N$$

Portanto:

$$F_R = F - F_{fat} - P \cdot sen\ 45° = \frac{25(8 - 5\sqrt{2})}{4}$$

$$m \cdot a = \frac{25\left(8 - 5\sqrt{2}\right)}{4}$$

$$a = \frac{5(8 - 5\sqrt{2})}{4} \cong 1{,}2\ m/s^2$$

Assim podemos escrever a velocidade em função do tempo:

$$v = v_0 + a \Rightarrow v = 1{,}2t$$

O bloco chega no topo com velocidade igual a:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$$

Em que $\Delta S = \frac{h}{sen}(45°) = 3\sqrt{2}\,m$. Então:

$$v^2 = 2 \cdot 1{,}2 \cdot 3\sqrt{2} = 7{,}2\sqrt{2}$$

Portanto a energia cinética do bloco quando chega no topo vale:

$$E_c = \frac{mv^2}{2} = 18\sqrt{2} \cong 25\,J$$

Gabarito: D

71. (ITA – 1993)

O módulo v_1 da velocidade de um projétil no seu ponto de altura máxima é $\sqrt{\frac{6}{7}}$ do valor da velocidade v_2 no ponto onde a altura é metade da altura máxima. Obtenha o cosseno do ângulo de lançamento com relação a horizontal.

a) Os dados fornecidos são insuficientes

b) $\sqrt{3}/2$

c) $1/2$

d) $\sqrt{2}/2$

e) $\sqrt{3}/3$

Comentários:

Conservação de energia mecânica entre o ponto onde a altura é a metade da máxima e quando é máxima:

$$\frac{m \cdot v_2^2}{2} = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + \frac{m \cdot g \cdot l}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{7 \cdot g \cdot l} \Rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{6 \cdot g \cdot l}$$

Como no ponto mais alto só temos velocidade horizontal, podemos dizer que a componente horizontal do lançamento v_x é igual a v_1.

Conservando a energia do ponto de lançamento até o ponto mais alto da trajetória e sendo v a velocidade total de lançamento, temos que:

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + m \cdot g \cdot l \Rightarrow v = 2\sqrt{2 \cdot g \cdot l}$$

Assim, descobrimos o ângulo alfa:

$$v \cdot cos(\alpha) = v_1 \Rightarrow cos(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Gabarito: B

72. (ITA – 1994)

Na figura, o objeto de massa m quando lançado horizontalmente do ponto A com velocidade v_A atinge o ponto B após percorrer quaisquer dos três caminhos contidos num plano vertical ($ACEB$, $ACDEB$, $ACGFEB$). Sendo g a aceleração gravltacional e μ o coeficionte do atrito em qualquor trecho; τ_1, τ_2 , τ_3 e v_{B_1}, v_{B_2}, v_{B_3} os trabalhos realizados pela força do atrito e as velocidades no ponto B, correspondentes aos caminhos 1, 2 e 3 podemos afirmar que:

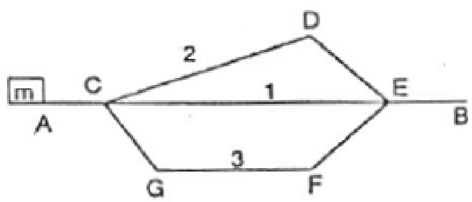
a) $\tau_3 > \tau_2 > \tau_1$ e $v_{B_3} < v_{B_2} < v_{B_1}$

b) $\tau_3 > \tau_2 > \tau_1$ e $v_{B_3} = v_{B_2} = v_{B_1}$

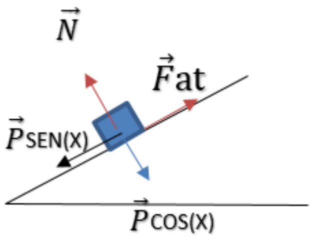
c) $\tau_3 = \tau_2 = \tau_1$ e $v_{B_3} < v_{B_2} < v_{B_1}$

d) $\tau_3 < \tau_2 < \tau_1$ e $v_{B_3} > v_{B_2} > v_{B_1}$

e) $\tau_3 = \tau_2 = \tau_1$ e $v_{B_3} = v_{B_2} = v_{B_1}$



Comentários:



Observe que, para um pequeno deslocamento "d", será dado por:

$$\mu \cdot P \cdot \cos(x) \cdot d = T$$

Note que o produto "$\cos(x) \cdot d$" é a projeção horizontal de uma trajetória inclinada qualquer.

Assim, qualquer uma das trajetórias terão o mesmo trabalho resistivo, e, por conseguinte, pelo teorema da energia cinética, terão a mesma velocidade no final da trajetória. Lembre-se do teorema da projeção da força de atrito.

Gabarito: E

73. (ITA – 1995)

Um pingo de chuva de massa $5{,}0 \cdot 10^{-5}\ kg$ cai com velocidade constante de uma altitude de $120\ m$, sem que a sua massa vane, num local onde a aceleração da gravidade g é $10\ m/s^2$. Nestas condições, a força de atrito F_a do ar sobre a gota e a energia E_a, dissipada durante a queda são respectivamente:

a) $5{,}0 \cdot 10^{-4}\ N; 5{,}0 \cdot 10^{-4}\ J$

b) $1{,}0 \cdot 10^{-3}\ N; 1{,}0 \cdot 10^{-1}\ J$

c) $5{,}0 \cdot 10^{-4}\ N; 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ J$

d) $5{,}0 \cdot 10^{-4}\ N; 6{,}0 \cdot 10^{-2}\ J$

e) $5{,}0 \cdot 10^{-4}\ N; E_a = 0\ J$

Comentários:

Pelo teorema do trabalho das forças não conservativas, temos:

$$\Delta E_{mec} = \tau_{fnc}$$

$$m \cdot g \cdot h = T_{F_At} \Rightarrow T_{F_At} = 5 \cdot 10^{-5} \cdot 10 \cdot 120 = 6 \cdot 10^{-2} J$$

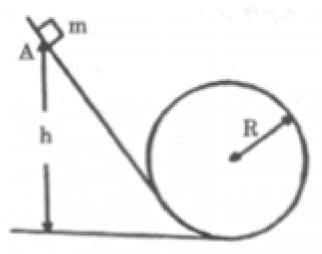
Cálculo da força de atrito por intermédio do trabalho realizado:

$$F_{at} \cdot d = 6 \cdot 10^{-2} \Rightarrow F_{at} = 5 \cdot 10^{-4}\ N$$

Gabarito: D

74. (ITA – 1995)

A figura ilustra um carrinho de massa m percorrendo um trecho de uma montanha russa. Desprezando-se todos os atritos que agem sobre ele e supondo que o carrinho seja abandonado em A, o menor valor de h para que o carrinho efetue a trajetória completa é:



a) $3R/2$ b) $5R/2$ c) $2R$ d) $\sqrt{(5gR)/2}$ e) $3R$

Comentários:

Para que o carrinho efetue a trajetória completa, ele não pode perder contato com o chão em nenhum momento. Para garantir que isso aconteça, basta garantir que ele não perca o contato no ponto mais alto da circunferência. Ou seja, a normal naquele ponto deve ser maior que zero.

$$F_{cp} = P + N \Rightarrow N = F_{cp} - P$$

$$N > 0 \Rightarrow F_{cp} - P > 0 \Rightarrow F_{cp} > P$$

Sabemos que:

$$F_{cp} = \frac{mv^2}{R}$$

Assim, $mv^2 > mgR$.

Pela conservação da energia mecânica, temos:

$$E_0 = E_f$$

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + mg(2R) \Rightarrow v^2 = 2gh - 4gR$$

Substituindo na inequação, temos:

$$2gh - 4gR > gR \therefore \boxed{h > \frac{5R}{2}}$$

Gabarito: B

75. (ITA – 1996)

Um feixe de elétrons é formado com a aplicação de uma diferença de potencial de $250\ V$ entre duas placas metálicas, uma emissora e outra coletora, colocadas em uma ampola na qual se fez vácuo. A corrente medida em um amperimetrv devidamente ligado é de $5{,}0\ mA$ Se os elétrons podem ser considerados como emitidos com veloctdade nula, então:

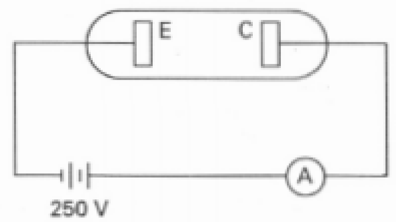
a) a velocidade dos elétrons ao atingirem a placa coletora é a mesma dos elétrons no fio externo à ampola.

b) se quisermos saber a velocidade dos elétrons é necessário conhecermos a distância entre as placas.

c) a energia fornecida pela fonte aos elétrons coletados é proporcional ao quadrado da diferença de potencial.

d) a velocidade dos elétrons ao atingirem a placa coletora é de aproximadamente $1{,}0 \cdot 10^7\ m/s$.

e) depois de algum tempo a corrente vai se tomar nula, pois a placa coletora vai ficando cada irz mais negativa pela absorçáo dos elétrons que nela chegam



E = placa emissora
C = placa coletora

Comentários:

Temos pelo teorema da energia cinética:

$$\tau_{F_R} = \Delta E_{cin}$$

O trabalho elétrico é dado por:

$$\tau_{F_{ele}} = q \cdot U$$

Portanto, temos:

$$q \cdot U = \frac{mv^2}{2}, \qquad onde\ \frac{q}{m} = 1{,}17 \cdot 10^{11}$$

$$\therefore\ v = \sqrt{2 \cdot 1{,}17 \cdot 10^{11} \cdot 250}$$

Assim temos que v é da ordem de $1 \times 10^7 m/s$

Gabarito: D

76. (ITA – 1996)

Uma roda d'água converte, em eletricidade com uma eficiência de 30%, a energia de 200 litros de água por segundo caindo de uma altura de 5,0 metros. A eletricidade gerada é utilizada pa- ra esquentar 50 litros de água de 15°C a 65°C. O tempo aproximado que leva a água para esquentar até a temperatura desejada é:

a) 15 minutos. b) meia hora. c) uma hora.

d) uma hora e meia. e) duas horas.

Comentários:

Energia gerada pela queda da água por segundo:

$$E = m \cdot g \cdot h = 200 \cdot 10 \cdot 5 = 10^4 J/s$$

Energia efetivamente utilizada por segundo:

$$E \cdot 0{,}3 = 3 \cdot 10^3 J/s$$

Calor necessário para esquentar a água:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta = 50 \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 50 = 105 \cdot 10^5 J$$

Logo, podemos determinar o tempo para aquecer tal quantia de água:

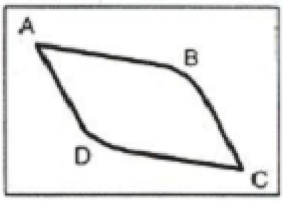
$$t = \frac{Q}{E} = 3500s$$

Transformando para hora, vemos que 3500 segundos é aproximadamente 1 hora.

Gabarito: C

77. (ITA – 1997)

No arranjo mostrado abaixo, do ponto A largamos com velocidade nula duas pequenas bolas que se moverão sob a influência da gravidade em um plano vertical, sem rolamento ou atrito, uma pelo trecho ABC e a outra pelo trecho ADC. As partes AD e BC dos trechos são paralelas e as partes AB e DC também. Os vértices B de ABC e D de ADC são suavemente arredondados para que cada bola não sofra uma brusca mudança na sua trajetória. Pode-se atirmar que:



a) A bola que se move pelo trecho ABC chega ao ponto C primeiro.

b) A bola que se move pelo trecho ADC chega ao ponto C primeiro.

c) As duas bolas chegam juntas ao ponto C.

d) A bola de maior massa chega primeiro (e se tiverem a mesma massa, chegam juntas).

e) É necessário saber as massas das bolas e os ângulos relativos à vertical de cada parte dos trechos para responder.

Comentários:

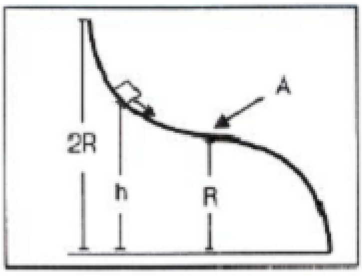
A energia total se conserva. Isso significa que o crescimento da energia cinética da bola (e, portanto, da sua velocidade) está relacionado com a diminuição da energia potencial. Nos dois trechos temos que a velocidade da bola só aumenta haja visto que a altura sempre diminui. No entanto, no trecho ADC, a queda de altura é mais brusca no início, fazendo com que o ganho de velocidade inicial seja maior.

Devido ao fato de os dois trechos terem a mesma distância e mesma velocidade final, podemos concluir que o trecho que ganha velocidade antes é o trecho percorrido mais rapidamente. Portanto, a opção correta é a letra B.

Gabarito: B

78. (ITA – 1997)

Um pequeno bloco, solto com velocidade nula a uma altura h, move-se sob o efeito da gravidade e sem atrito sobre um trilho em torma de dois quartos de círculo de raio R que se tangenciam, como mostra a figura. A mínima altura inicial h que acarreta a saída do bloco, do trilho, após o ponto A é:



a) $4\ R/3$

b) $5\ R/4$

c) $3\ R/2$

d) $5\ R/3$

e) $2R$

Comentários:

Para que a velocidade do corpo seja mínima o suficiente para que o corpo escape da trajetória, devemos ter que a normal no ponto A deve ser nula, assim:

$$\frac{m \cdot v_A^2}{R} = m \cdot g \Rightarrow \frac{m \cdot v_A^2}{2} = \frac{m \cdot g \cdot R}{2}$$

Conservação de energia entre o ponto inicial e o ponto A:

$$m \cdot g \cdot (h - R) = \frac{m \cdot v_A^2}{2} \Rightarrow h = \frac{3R}{2}$$

Gabarito: C

79. (ITA – 1998)

O módulo da velocidade das águas de um no é de 10 m/s pouco antes de uma queda de água. Ao pé da queda existe um remanso onde a velocidade das águas ó praticamente nula. Observa-se que a temperatura da água no remanso ô 0,1 ®C maior do que a da água antes da queda. Conclui-se que a altura da queda de água é:

a) 2,0 m. b) 25 m. c) 37 m. d) 42 m. e) 50 m.

Comentários:

Pela conservação da energia, temos:

$$E_0 = E_f$$

$$\frac{mv^2}{2} + mgH = mc\Delta t \Rightarrow 50 + 10 \cdot H = 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}1$$

$$\therefore\ H = 37\ m$$

Gabarito: C

80. (ITA – 2001)

Uma partícula esta submetida a uma força com as seguintes características: seu módulo é proporcional ao módulo da velocidade da partícula e atua numa direção perpendicular àquela do vetor velocidade. Nestas condições, a energia cinética da partícula deve

a) crescer linearmente com o tempo

b) crescer quadratlcamente com o tempo

c) diminuir linearmente com o tempo

d) diminuir quadratlcamente com o tempo

e) permanecer Inalterada.

Comentários:

A força é sempre perpendicular à direção do vetor velocidade, por isso, não altera o seu módulo. Por consequência, a energia cinética também permanece inalterada.

Gabarito: E

81. (ITA – 2001)

Um bloco com massa de $0{,}20kg$ inicialmente em repouso, é derrubado de uma altura de $h = 1{,}20\ m$ sobre uma mola cuja constante de foiça e $k = 19{,}6\ N/m$. Desprezando a massa da mola. a distância máxima que a mola será comprimida é

a) 0,24 m b) 0,32 m c) 0,48 m d) 0,54 m e) 0,60 m

Comentários:

Conservação de energia entre o ponto mais alto da trajetória, e o ponto onde a velocidade dele passa a ser zero:

$$m \cdot g \cdot (h + x) = \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow \frac{k \cdot x^2}{2} - m \cdot g \cdot x - m \cdot g \cdot h$$

$$\Delta = m^2 \cdot g^2 + 4 \cdot \frac{k}{2} \cdot m \cdot g \cdot h$$

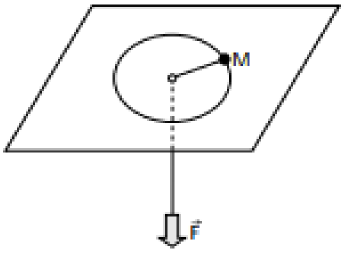
$$\frac{m \cdot g \; + \; \sqrt{m^2 \cdot g^2 + 2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot h}}{k}$$

Substituindo os valores, encontramos $x \; = \; 0{,}6 \; m$.

Gabarito: E

82. (ITA – 2002)

Um corpo de massa M, mostrado na figura, é preso a um fio leve, inextenslvel, que passa através de um orifício central de uma mesa lisa. Considere que inicialmente o corpo se move ao longo de uma circunferência, sem atrito. O fio é, então, puxado para baixo, aplicando-se uma força $\vec{F}$, constante, a sua extremidade livre. Podemos afirmar que:



a) o corpo permanecerá ao longo da mesma circunferência.

b) a força $\vec{F}$ não realiza trabalha pois é perpendicular à trajetória.

C) a potência instantânea de $\vec{F}$ é nula.

D) o trabalho de $\vec{F}$ é igual à variação da energia cinética do corpo.

E) o corpo descreverá uma trajetória elíptica sobre a mesa.

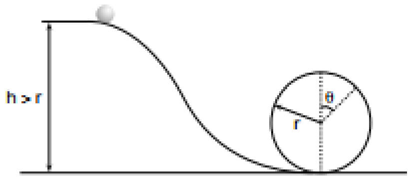
Comentários:

A força $\vec{\boldsymbol{F}}$ será transmitida pelo fio e causará um deslocamento radial, diminuindo o raio da circunferência descrita pelo corpo (o que invalida a opção A). Dessa forma, $\vec{\boldsymbol{F}}$ não será perpendicular a trajetória, exercendo trabalho. E pelo teorema da energia cinética, temos que o trabalho da força resultante é igual a variação da energia cinética do corpo. Portanto, a alternativa D é a correta.

Gabarito: D

83. (ITA – 2002)

Uma massa é liberada a partir do repouso de uma altura h acima do nlvel do solo e desliza sem atrito em uma pista que termina em um "loop" de ralo r, conforme Indicado na figura. Determine o angulo θ relativo a vertical e ao ponto em que a massa perde o contato com a pista. Expresse sua tesposta como função da altura h, do raio R e da aceleração da gravidade g.



Comentários:

Durante o loop, apenas a Normal e o Peso agem sobre a esfera. Para um θ qualquer, temos que:

$$R_{cp} = N + Pcos\theta$$

$$\frac{mv^2}{r} = N + mgcos\theta$$

A perda de contato ocorre quando $N = 0$. Assim:

$$N = 0 \Rightarrow v^2 = rgcos\theta$$

Pela conservação da energia, temos:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + mgr(1 + cos\theta)$$

Substituindo v^2:

$$2gh = rgcos\theta + 2rg(1 + cos\theta)$$

$$2h = 3rcos\theta + 2r$$

$$cos\theta = \frac{2(h - r)}{3r}$$

$$\theta = arc\cos\left(\frac{2(h - r)}{3r}\right)$$

Gabarito: $\boldsymbol{\theta = arc\ cos\left(\frac{2(h-r)}{3r}\right)}$

84. (ITA – 2006)

Um anel de peso $30N$ está preso a uma mola e desliza sem atrito num fio circular situado num plano vertical, conforme mostrado na figura.

Considerando que a mola não se deforma quando o anel se encontra na posição P e que a velocidade do anel seja a mesma nas posições P e Q, a constante elástica da mola deve ser de

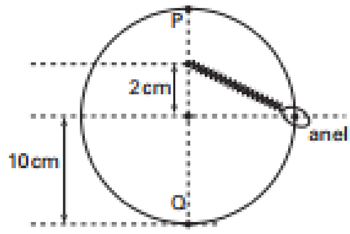
a) $3{,}0 \cdot 10^3\ N/m$

b) $4{,}5 \cdot 10^3\ N/m$

c) $7{,}5 \cdot 10^3\ N/m$

d) $1.2 \cdot 10^4\ N/m$

e) $3{,}0 \cdot 10^4\ N/m$



Comentários:

A energia se conserva entre o ponto P e Q, logo:

$$E_P = E_Q$$

$$mg2R = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow 3 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 0{,}1 \cdot 2 = k \cdot (0{,}04) \cdot (0{,}04)$$

$$\therefore k = 7500\ N/m$$

Gabarito: C

---

85. (ITA – 2007)

Projetado para subir com velocidade média constante a uma altura de $32\ m$ em $40\ s$, um elevador consome a potência de $8{,}5\ kW$ de seu motor. Considere seja $370\ kg$ a massa do elevador vazio e a aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$. Nessas condições, o número máximo de passageiros, de $70kg$ cada um, a ser transportado pelo elevador é

a) 7. b) 8. c) 9. d) 10. e)11.

Comentários:

A velocidade média constante do elevador pode dada por:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{32}{40} = 0{,}8\ m/s$$

Dessa forma, a potência exigida é de:

$$Pot = F \cdot v \Rightarrow F_{máx} = \frac{8500}{0{,}8} = 10625\ N$$

O peso do elevador com n pessoas é de:

$$P = (370 + 70 \cdot n) \cdot g$$

Em que n é o número de passageiros. A força peso deve ser menor que $10625\ N$, portanto:

$$3700 + 700n < 10625$$

$$n < 9{,}89$$

Portanto, o número máximo de passageiros é de 9.

Gabarito: C

86. (ITA – 2007)

A água de um rio encontra-se a uma velocidade inicial V constante, quando despenca de uma altura de $80\ m$, convertendo toda a sua energia mecânica em calor. Este calor é integralmente absorvido pela água, resultando em um aumento de $1\ K$ de sua temperatura. Considerando $1\ cal \cong 4\ J$, aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$ e calor específico da água $c = 1{,}0\ cal \cdot g^{-1} °C^{-1}$ calcula-se que a velocidade inicial da água V é de

a) $10\sqrt{2}\ m/s$.
b) $20\ m/s$.
c) $50\ m/s$
d) $10\sqrt{32}\ m/s$.
e) $80\ m/s$.

Comentários:

Inicialmente, a energia mecânica pode ser expressa por:

$$E_M = \frac{mv^2}{2} + mgH$$

A energia mecânica se converte em calor e este é absorvido para aumentar a temperatura da água:

$$Q = E_M = mc\Delta T$$

Igualando as equações e substituindo os dados, temos:

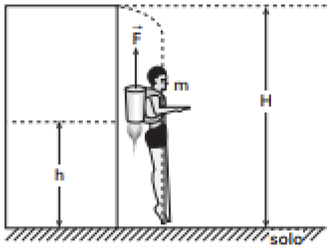
$$v^2 + 2 \cdot 10 \cdot 80 = 2 \cdot 4000 \cdot 1$$

$$\boxed{v = 80\ m/s}$$

Gabarito: E

87. (ITA – 2007)

Equipado com um dispositivo a jato, o homem-foguete da figura cai livremente do alto de um edifício até uma altura h, onde o dispositivo a jato é acionado. Considere que o dispositivo forneça uma força vertical para cima de intensidade constante F. Determine a altura h para que o homem pouse no solo com velocidade nula. Expresse sua resposta como função da altura H, da força F, da massa m do sistema homem-foguete e da aceleração da gravidade g, desprezando a resistência do ar e a alteração da massa m no acionamento do dispositivo.



Comentários:

Para que o homem chegue no solo com velocidade nula, o dispositivo tem que realizar um trabalho para diminuir sua velocidade.

$$E_0 = mgH$$

Trabalho realizado pelo dispositivo:

$$T = -F \cdot h$$

Pelo balanço energético, temos que:

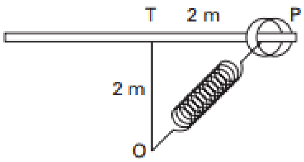
$$E_0 - Fh = 0 = E_f$$

$$\therefore h = \frac{mgH}{F}$$

Gabarito: $\boldsymbol{h = \frac{mgh}{F}}$

88. (ITA – 2008)

Um aro de $1\ kg$ de massa encontra-se preso a uma mola de massa desprezível, constante elástica $k = 10\ N/m$ e comprimento inicial $L_0 = 1\ m$ quando não distendida, afixada no ponto O. A figura mostra o aro numa posição P em uma barra horizontal fixa ao longo da qual o aro pode deslizar sem atrito. Soltando o aro do ponto P, qual deve ser sua velocidade, em m/s, ao alcançar o ponto T, a $2\ m$ de distância?



f) $\sqrt{30{,}0}$
g) $\sqrt{40{,}0}$
h) $\sqrt{23{,}4}$
i) $\sqrt{69{,}5}$
j) $\sqrt{8{,}2}$

Comentários:

Pela conservação da energia mecânica, temos:

$$E_P = E_T$$

$$\frac{k\Delta x_P^2}{2} = \frac{k\Delta x_T^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$

Pela geometria podemos facilmente encontrar que $\Delta x_P = 2\sqrt{2} - 1\ m$ e $\Delta x_T = 1\ m$. Substituindo na equação, temos:

$$10 \cdot \left(2\sqrt{2} - 1\right)^2 = 10 \cdot 1 + 1 \cdot v^2$$

$$v \cong \sqrt{23{,}4}\ m/s$$

Gabarito: C

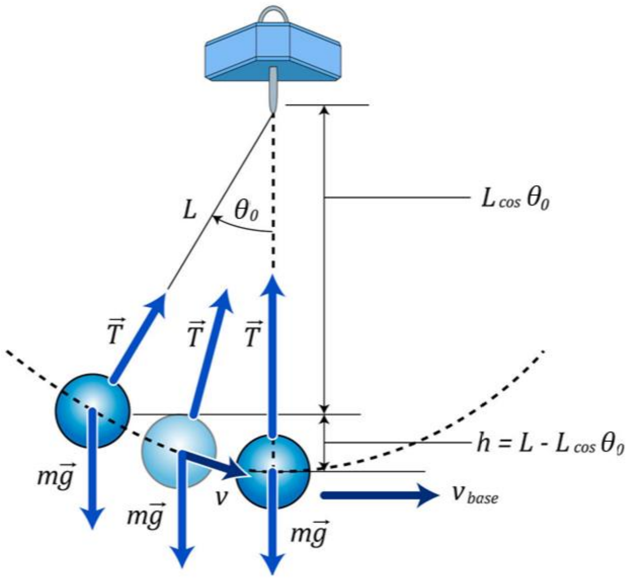
89. (ITA – 2009)

Considere um pêndulo simples de comprimento L e massa m abandonado da horizontal. Então, para que não arrebente, o fio do pêndulo deve ter uma resistência à tração pelo menos igual a

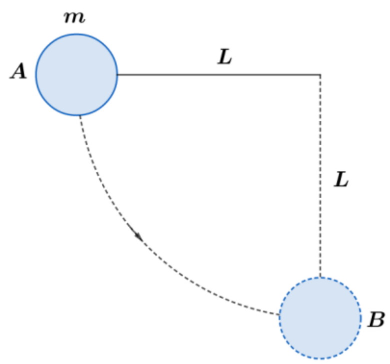
a) mg. b) $2mg$. c) $3mg$. d) $4mg$. e) $5mg$.

Comentários:

Para um pêndulo simples, temos a seguinte configuração:



A tração deve ser máxima no ponto B, já que ele é o ponto mais baixo da trajetória. Se o sistema é conservativo e a massa é abandonado da horizontal, temos que:



$$E_{mec}^{A} = E_{mec}^{B}$$

$$m \cdot g \cdot L = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow \boxed{v^2 = 2 \cdot g \cdot L}$$

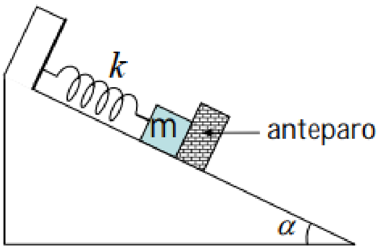
Dessa forma, a tração em B é dada por:

$$R_{cp} = T - P \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{R} = T - m \cdot g \Rightarrow T = m \cdot g + m \cdot \frac{2g \cdot L}{L} \Rightarrow \boxed{T = 3 \cdot m \cdot g}$$

Gabarito: C

90. (ITA – 2010)

No plano inclinado, o corpo de massa m é preso a uma mola de constante elástica k, sendo barrado à frente por um anteparo. Com a mola no seu comprimento natural, o anteparo, de alguma forma, inicia seu movimento de descida com uma aceleração constante a. Durante parte dessa descida, o anteparo mantém contato com o corpo, dele se separando somente após um certo tempo. Desconsiderando quaisquer atritos, podemos afirmar que a variação máxima do comprimento da mola é dada por



f) $\left[m \cdot g \cdot sen\ \alpha + m \cdot \sqrt{a \cdot (2 \cdot g \cdot sen\ \alpha + a)}\right]/k.$

g) $\left[m \cdot g \cdot cos\ \alpha + m \cdot \sqrt{a \cdot (2 \cdot g \cdot cos\ \alpha + a)}\right]/k.$

h) $\left[m \cdot g \cdot sen\ \alpha + m \cdot \sqrt{a \cdot (2 \cdot g \cdot sen\ \alpha - a)}\right]/k$

i) $m \cdot (g \cdot sen\ \alpha - a)/k.$

j) $m \cdot g \cdot sen\ \alpha/k.$

Comentários:

Na iminência de perda de contato, temos:

$$mgsen\alpha - kx_1 = ma$$

Nesse ponto, sua velocidade é dada por:

$$v_1^2 = 2ax_1$$

No ponto em que sua velocidade se anula, temos a seguinte conservação de energia mecânica:

$$\frac{kx_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} + mgx_2sen\alpha = \frac{k(x_1 + x_2)^2}{2}$$

Substituindo v_1^2 na equação logo acima chegamos na deformação máxima da mola x:

$$x = x_1 + x_2 = \frac{mgsen\alpha + \sqrt{a(2gsen\alpha - a}}{k}$$

Gabarito: C

91. (ITA – 2012)

Um corpo movimenta-se numa superfície horizontal sem atrito, a partir do repouso, devido à ação continua de um dispositivo que lhe fornece uma potência mecânica constante. Sendo v sua velocidade após certo tempo t, pode-se afirmar que

a) a aceleração do corpo é constante.

b) a distância percorrida é proporcional a v^2.

c) o quadrado da velocidade é proporcional a t.

d) a força que atua sobre o corpo é proporcional a $\sqrt{t}$.

e) a taxa de variação temporal da energia cinética nào é constante.

Comentários:

Pelo teorema da energia cinética, temos:

$$W_F = \Delta E_c = \frac{mv^2}{2} - 0$$

Como a potência é constante, podemos escrever que:

$$W_F = P \cdot t$$

Assim:

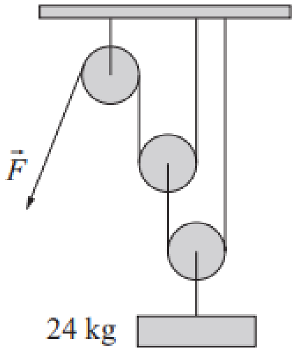
$$P \cdot t = \frac{mv^2}{2}$$

O que mostra que o quadrado da velocidade (v^2) é proporcional a t, conforme a letra C.

Gabarito: C

92. (ITA – 2012)

O arranjo de polias da figura é preso ao teto paia erguer nina massa de $24\ kg$, sendo os fios inextensíveis, e desprezíveis as massas das polias e dos fios. Desprezando os atritos, determine:



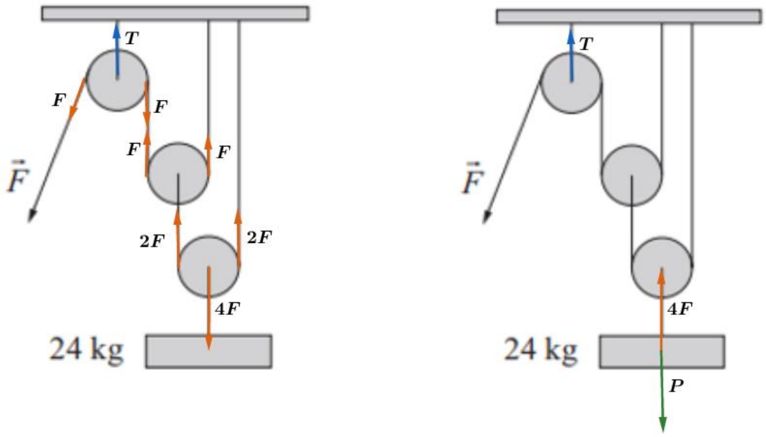
1. O valor do módulo da força $\vec{F}$ necessário para equilibrar o sistema.

2. O valor do módulo da força $\vec{F}$ necessário para erguer a massa com velocidade constante.

3. A força ($\vec{F}$ ou peso?) que realiza maior trabalho, em módulo, durante o tempo T em que a massa está sendo erguida com velocidade constante.

Comentários:

Os fios são ideais, portanto, a força $\vec{F}$ se propaga integralmente por eles. Podemos isolar cada polia e a massa, da seguinte forma:



1) Se a massa se encontra em repouso, então:

$$\vec{F}_{res} = \vec{0} \Rightarrow 4F = P \Rightarrow F = \frac{24 \cdot 10}{4} \Rightarrow \boxed{F = 60\ N}$$

2) Se a massa sobe com velocidade constante, então:

$$\vec{F}_{res} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{F = 60\ N}$$

3) Se a velocidade do corpo é constante, então para o sistema ($polias + massa + fio$), temos:

$\tau_{F_{res}} = \Delta E_c$

Mas a velocidade é constante, isto é, $\Delta E_c = 0$. Portanto:

$$\tau_{F_{res}} = 0 \Rightarrow \tau_{Peso} + \tau_F = 0 \Rightarrow \boxed{|\tau_{Peso}| = |\tau_F|}$$

Gabarito: 1) 60 N 2) 60 N 3) $|\tau_{Peso}| = |\tau_F|$

93. (IME – 2008)

Um bloco de massa $m = 4\ kg$ parte de um plano horizontal sem atrito e sobe um plano inclinado com velocidade inicial de $6\ m/s$. Quando o bloco atinge a altura de $1\ m$, sua velocidade se anula; em seguida, o bloco escorrega de volta, passando pela posição inicial. Admitindo que a aceleração da gravidade seja igual a $10\ m/s^2$ e que o atrito do plano inclinado produza a mesma perda de energia mecânica no movimento de volta, a velocidade do bloco, ao passar pela posição inicial, é

a) 1 m/s b) 2 m/s c) 3 m/s d) 4 m/s e) 5 m/s

Comentários:

Energia do bloco ao começar a subida:

$$E_1 = \frac{mv^2}{2} = 72\ J$$

Energia do bloco quando atinge altura de 1 m:

$$E_2 = mgh = 40\ J$$

Portanto, o atrito dissipou 32 J de energia na subida do bloco. Admitindo a mesma perda de energia na descida, o corpo chega na base da rampa com energia igual a 8 J.

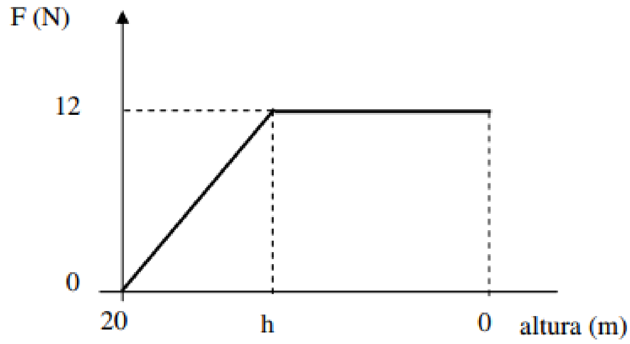
Então, sua velocidade é de:

$$E_3 = 8\ J = \frac{mv^2}{2}$$

$$\boxed{v_f = 2\ m/s}$$

Gabarito: B

94. (IME – 2009)



Um objeto com massa de $1\ kg$ é largado de uma altura de $20\ m$ e atinge o solo com velocidade de $10\ m/s$. Sabe-se que a força F de resistência do ar que atua sobre o objeto varia com a altura, conforme o gráfico acima. Considerando que $g = 10\ m/s^2$, a altura h, em metros, em que a força de resistência do ar passa a ser constante é

a) 4 b) 5 c) 6 d) 8 e) 10

Comentários:

A força de resistência do ar é não conservativa. Por isso, para a queda do objeto podemos escrever que:

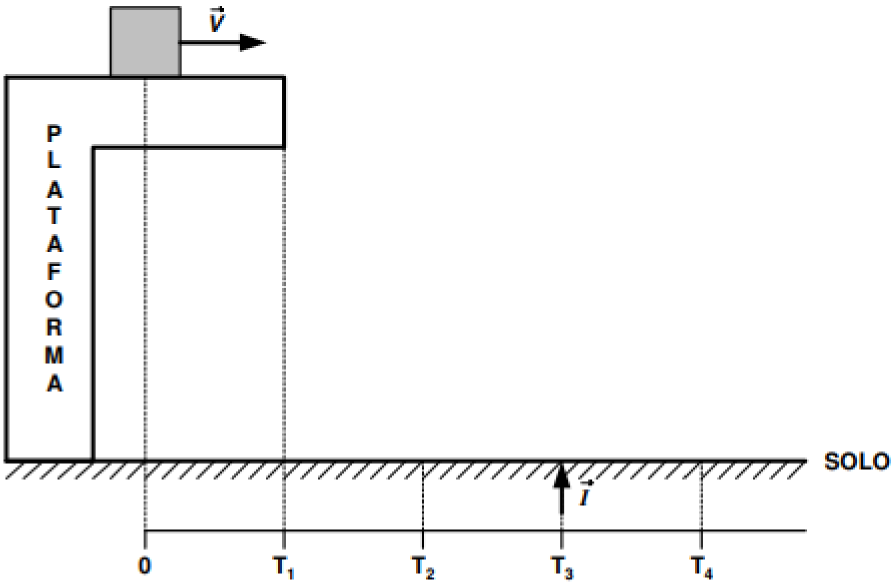
$$\tau_{fnc} = \Delta E_{mec} \Rightarrow \tau_{R_{ar}} = \Delta E_{pot} + \Delta E_c = m \cdot g \cdot \Delta h + \left(\frac{mv^2}{2} - 0\right)$$

O trabalho da força de resistência do ar pode ser determinado pela área do gráfico em questão:

$$-\frac{20 + h}{2} \cdot 12 = 1 \cdot 10 \cdot (-20) + \frac{1 \cdot 10^2}{2} \Rightarrow \boxed{h = 5\,m}$$

Gabarito: B

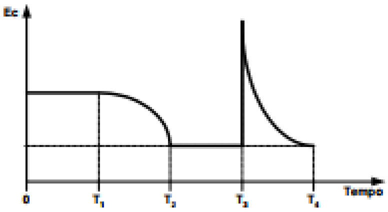
95. (IME – 2009)



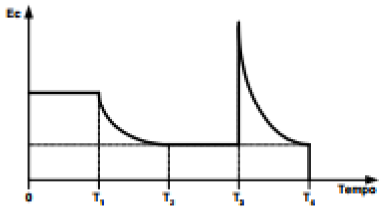
Na figura dada, o bloco realiza o movimento descrito a seguir:

- Em $t = 0$, desloca-se para a direita, com velocidade constante;
- Em $t = t_1$, cai da plataforma;
- Em $t = t_2$, atinge o solo e continua a se mover para a direita, sem quicar;
- Em $t = t_3$, é lançado para cima, pela ação do impulso $\vec{I}$;
- Em $t = t_4$, volta a atingir o solo.

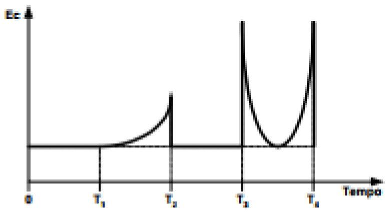
Nestas condições, a opção que melhor representa graficamente a energia cinética do bloco em função do tempo é a)



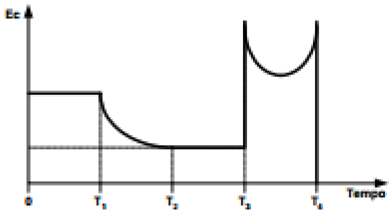
b)



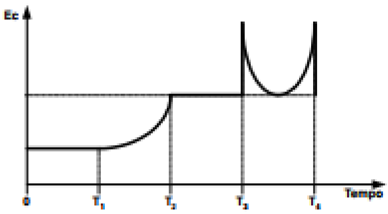
c)



d)



e)



Comentários:

Na queda o corpo adquire velocidade em y em decorrência da aceleração da gravidade, logo, o módulo de sua energia cinética aumenta. Observe que a velocidade do corpo no eixo x não sofre alteração devido à ausência de forças.

Ao colidir com o solo, o corpo perde toda a sua velocidade vertical, voltando à energia cinética inicial (antes da queda). O único gráfico que comporta isso é o da LETRA "C", entretanto, prosseguiremos com a análise do movimento.

Ao ser subitamente impulsionado verticalmente para cima, o corpo ganha energia cinética, a qual começa a ser imediatamente convertida em energia potencial gravitacional devido à atuação da gravidade. O corpo converte energia cinética em energia potencial até o ponto em que a energia cinética seja zero, depois disso, o corpo volta a cair aceleradamente até colidir com o solo e retornar à mesma velocidade horizontal que tinha de quando começou todo o movimento.

Gabarito: C

96. (IME – 2010)

Um bloco de $4\ kg$ e velocidade inicial de $2\ m/s$ percorre $70\ cm$ em uma superfície horizontal rugosa até atingir uma mola de constante elástica $200\ N/m$. A aceleração da gravidade é $10\ m/s^2$ e o bloco comprime $10\ cm$ da mola até que sua velocidade se anule. Admitindo que durante o processo de compressão da mola o bloco desliza sem atrito, o valor do coeficiente de atrito da superfície rugosa é:

a) 0,15 b) 0,20 c) 0,25 d) 0,30 e) 0,35

Comentários:

Pelo teorema do trabalho das forças não conservativas, podemos escrever que:

$$\tau_{fnc} = \Delta E_{mec} \Rightarrow -F_{at} \cdot d = \frac{k \cdot x^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2}$$

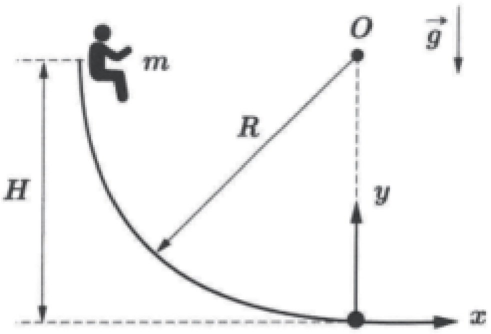
$$-\mu \cdot 4 \cdot 10 \cdot 0{,}7 = \frac{200 \cdot 0{,}1^2}{2} - \frac{4 \cdot 2^2}{2}$$

$$\boxed{\mu = 0{,}25}$$

Gabarito: C

97. (ITA – 2022)

Um garoto de massa m desliza sobre um escorregador de superfície lisa e com raio de curvatura constante dado por R. O platô superior de onde o menino inicia a sua descida encontra-se à altura H do chão. Calcule a reação normal de contato que a rampa exerce sobre o garoto no instante iminentemente anterior à chegada aproximadamente horizontal dele ao chão.



A ( ) $mg\left(1+\frac{2H}{R}\right)$ B ( ) $mg\left(1+\frac{H}{R}\right)$ C ( ) mg

D ( ) $mg\left(1-\frac{H}{R}\right)$ E ( ) $mg\left(1-\frac{2H}{R}\right)$

Comentários:

Por conservação de energia mecânica, tomando como nível de referência o solo, como não há atrito, temos:

$$E_{mec}^{antes} = E_{mec}^{depois}$$

$$mgH = \frac{mv^2}{2}$$

$$2mgH = mv^2$$

Dividindo por R, temos:

$$\frac{2mgH}{R} = \frac{mv^2}{R} \ (eq. 1)$$

Quando o jovem está saindo da trajetória circular, temos a normal do solo no jovem verticalmente para cima e o peso verticalmente para baixo. Então, a resultante centrípeta é definida por:

$$R_{cp} = N - P$$

$$\frac{mv^2}{R} = N - mg(eq.2)$$

Substituindo 1 em 2, vem:

$$\frac{2mgH}{R} = N - mg$$

$$N = \frac{2mgH}{R} + mg$$

$$\therefore \boxed{N = mg\left(1 + \frac{2H}{R}\right)}$$

Gabarito: A

9. Lista de questões nível 3

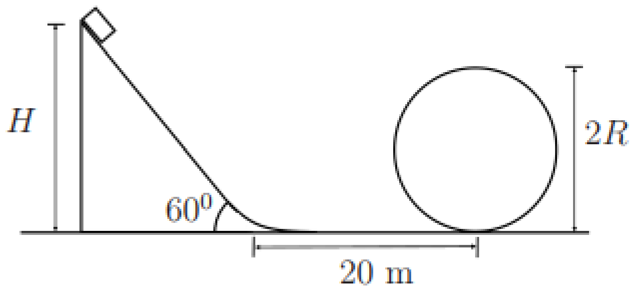
1. (ITA – 1998)

Uma bala de massa 10 g é atirada horizontalmente contra um bloco de madeira de 100 g que está fixo, penetrando nele 10 cm até parar. Depois, o bloco é suspenso de tal forma que se possa mover livremente e uma bala idêntica à primeira é atirada contra ele. Considerando a força de atrito entre a bala e a madeira em ambos os casos como sendo a mesma, conclui-se que a segunda bala penetra no bloco a uma profundidade de aproximadamente:

a) 8.0 cm. b) 8.2 cm. c) 8.8 cm. d) 9.2 cm. e) 9.6 cm.

2. (ITA – 2009)

A partir do repouso, um carrinho de montanha russa desliza de uma altura $H = 20\sqrt{3}\,m$ sobre uma rampa de 60° de inclinação e cone 20 m num trecho horizontal antes de chegar em um loop circular, de pista sem atrito. Sabendo que o coeficiente de atrito da rampa e do plano horizontal é $1/2$, assinale o valor do raio máximo que pode ter esse loop paia que o carrinho faça todo o percurso sem perdei- o contato com a sua pista.



a) $R = 8\sqrt{3}\,m$

b) $R = 4(\sqrt{3} - 1)\,m$

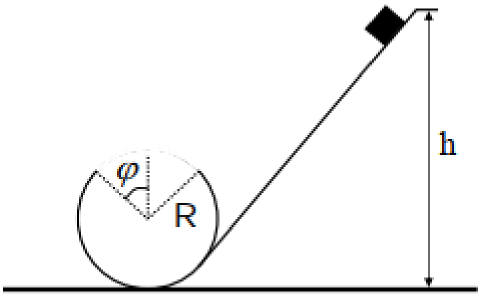
c) $R = 8(\sqrt{3} - 1)\,m$

d) $R = 40(\sqrt{3} - 1)/3\,m$

e) $R = 4(2\sqrt{3} - 1)\,m$

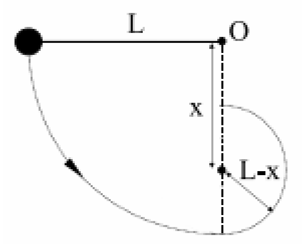
3. (ITA – 2010)

Um pequeno bloco desliza sobre uma rampa e logo em seguida por um “loop" circular de raio R, onde há um rasgo de comprimento de arco $2 \cdot R \cdot \varphi$, como ilustrado na figura. Sendo g a aceleração da gravidade e desconsiderando qualquer atrito, obtenha a expressão para a altura inicial em que o bloco deve ser solto de forma a vencer o rasgo e continuai' em contato com o restante da pista.



4. (ITA – 2011)

Um pêndulo, composto de uma massa M fixada na extremidade de um fio inextensível de comprimento L, é solto de uma posição horizontal. Em dado momento do movimento circular, o fio é interceptado por uma barra metálica de diâmetro desprezível, que se encontra a uma distância x na vertical abaixo do ponto O. Em consequência, a massa M passa a se movimentar num círculo de raio $L — x$, conforme mostra a figura. Determine a faixa de valores de x para os quais a massa do pêndulo alcance o ponto mais alto deste novo círculo.



5. (IME – 2010)

Na Situação I da figura, em equilíbrio estático, a massa M, presa a molas idênticas, está a uma altura $h/3$. Na Situação II, a mola inferior é subitamente retirada. As molas, em repouso, têm comprimento $h/2$. O módulo da velocidade da massa M na iminência de tocar o solo na situação II é:

Observação:

g: aceleração da gravidade

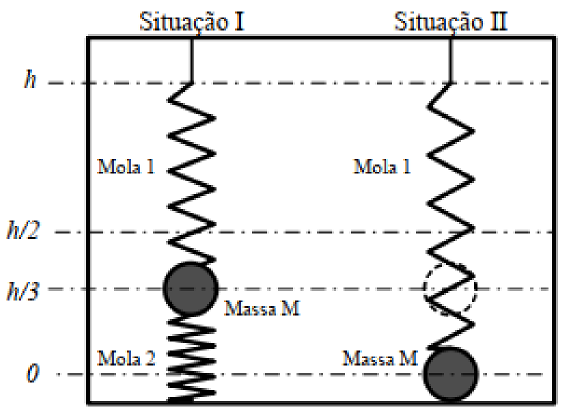
a) $4gh/[2\sqrt{2}]$

b) $3gh/[2\sqrt{2}]$

c) $2gh/[2\sqrt{2}]$

d) $gh/[2\sqrt{2}]$

e) 0



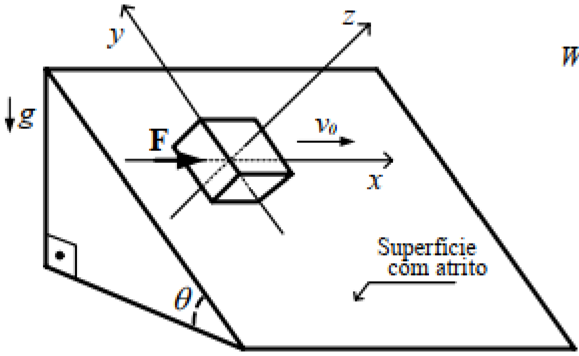
6. (IME – 2010)

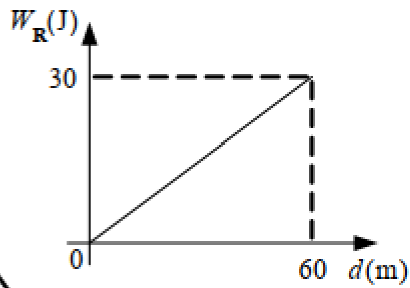
A figura ilustra um plano inclinado com ângulo $\theta = 30°$ cuja superfície apresenta atrito. Um bloco de massa $m = 1\ kg$, carregado eletricamente com a carga negativa $q = 10^{-2}\ C$, apresenta velocidade inicial $v_0 = 2\ m/s$ e realiza um movimento retilíneo sobre o eixo x (paralelo ao plano horizontal) a partir do instante $t = 0$. Além disso, este bloco se encontra submetido à força constante $F = 4{,}5\ N$ na direção x e a um campo magnético $B = 100\ T$ normal à superfície (direção z). Considerando que o gráfico ilustra o trabalho da força resultante R que age sobre o bloco em função da distância percorrida, determine:

a) o tempo gasto e a velocidade do bloco após percorrer $60\ m$;

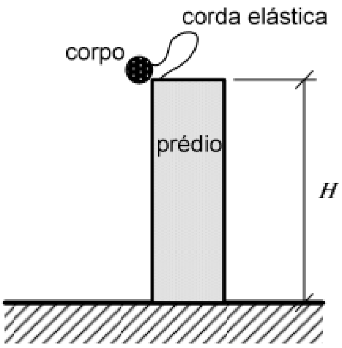
b) os gráficos das componentes da força de atrito (direções x e y) em função do tempo até o bloco percorrer $60\ m$.

Dado: aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$





7. (IME – 2017)



Um corpo preso a uma corda elástica é abandonado em queda livre do topo de um edifício, conforme apresentado na figura acima. Ao atingir o solo, penetra numa distância x abaixo do nível do solo até atingir o repouso. Diante do exposto, a força de resistência média que o solo exerce sobre o corpo é:

Dados:

• aceleração gravitacional: g;

• constante elástica da corda: k;

• massa do corpo: M;

• altura do edifício em relação ao solo: H;

• comprimento da corda: L; e

• distância que o corpo penetra no solo até atingir o repouso: x.

Observação:

• a corda elástica relaxada apresenta comprimento menor que a altura do edifício.

a) $Mg + \frac{MgH+k(HL+Lx-Hx)}{x} - \frac{k(H^2+x^2+L^2)}{2x}$

b) $Mg + \frac{MgH+k(HL-Lx-Hx)}{2x} - \frac{k(H^2+x^2+L^2)}{x}$

c) $Mg + \frac{MgH-k(HL+Lx+Hx)}{2x} + \frac{k(H^2+x^2+L^2)}{x}$

d) $Mg - \frac{MgH-k(HL-Lx-Hx)}{x} + \frac{k(H^2+x^2+L^2)}{2x}$

e) $Mg + \frac{MgH-k(HL+Lx-Hx)}{x} - \frac{k(H^2+x^2+L^2)}{2x}$

8. (ITA – 2005)

Um objeto pontual de massa m desliza com velocidade inicial v, horizontal, do topo de uma esfera em repouso, de raio R. Ao escorregar pela superfície, o objeto sofre uma força de atrito de módulo constante dado por $f = 7mg/4\pi$. Para que o objeto se desprenda da superfície esférica após percorrer um arco de 60° (veja figura), sua velocidade inicial deve ter o módulo de

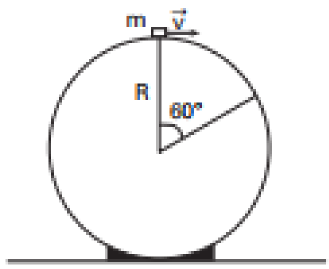
a) $\sqrt{2gR/3}$

b) $\sqrt{3gR}/2$

c) $\sqrt{6gR}/2$

d) $3\sqrt{gR/2}$

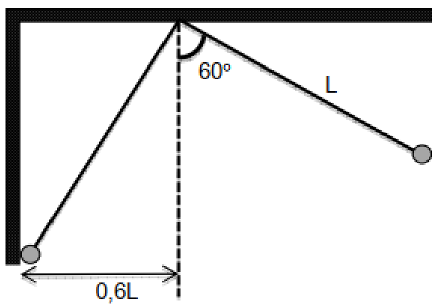
e) $3\sqrt{gR}$



9. (3ª fase OBF – 2014)

Um pêndulo simples de comprimento L é posto a oscilar com uma abertura angular de 60°. A massa pendular colide com uma parede onde perde 10,0% de sua energia. Quantas colisões o pêndulo realiza com a parede?

Dados $log\ (0{,}4) = -\ 0{,}40$ e $log\ (0{,}90) = -\ 0{,}046$.



10. (2ª fase OBF – 2007)

Um corpo de massa m desce um plano inclinado. O coeficiente de atrito cinético entre o corpo e o plano varia de acordo com $\mu = \mu_0 \cdot x$, onde é uma constante, e x é a distância percorrida pelo corpo a partir do ponto inicial $x = 0$, mostrado na figura 7.

a) Esboce o gráfico da magnitude da força de atrito em função de x e, a partir dele, ache a magnitude do trabalho realizado pela força de atrito cinético para uma distância x percorrida pelo corpo.

b) Determine a distância d percorrida pelo corpo até que sua aceleração seja nula.

c) Ao atingir este ponto, o corpo irá parar? Suponha que o corpo parte do repouso na posição $x = 0$.

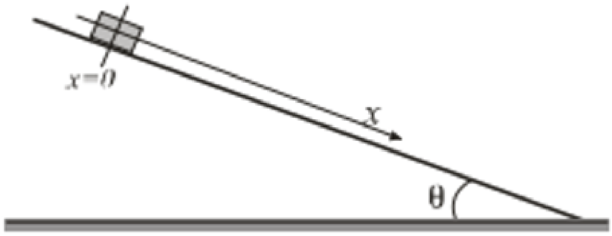
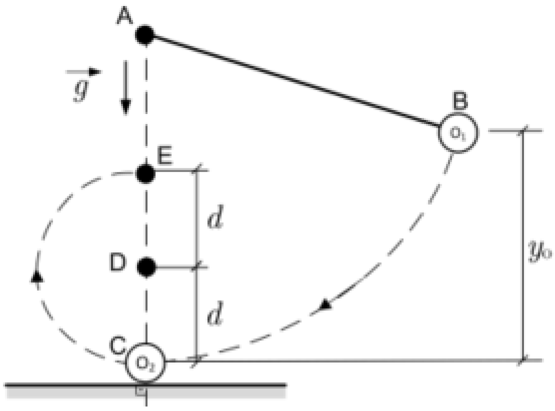


Fig. 7

11. (IME – 2022)



Um objeto O_1, preso por um fio ideal, é solto do ponto B. Ao atingir o ponto C, ele se choca de forma totalmente inelástica, colando no objeto O_2, conforme ilustrado na figura.

Após o choque, o fio encontra o ponto D, que passa a ser o novo centro do movimento pendular do conjunto $O_1 + O_2$.

<u>**Dados**</u>:

- Aceleração da gravidade: g;
- Massa de O_1 = m_1; e
- Massa de O_2 = m_2.

<u>**Observações**</u>:

- Considere que os objetos são partículas; e
- Desprezar os atritos e a resistência do ar.

Diante do exposto, determine:

a) a distância y_0 mínima indicada na figura, em função de d, m_1, m_2 e g, de modo que o conjunto consiga atingir o ponto E;

b) a velocidade do conjunto $O_1 + O_2$ no ponto E, nas condições do item a; e

c) a tração do fio no ponto C, imediatamente após o choque, nas condições do item a.

GABARITO

10. Gabarito sem comentários nível 3

1. D

2. C

3. $R\left[\frac{1}{2cos\varphi} + (1 + cos\varphi)\right]$

4. $\frac{3}{5}L \leq x < L$

5. E

6. Ver comentários

7. A

8. A

9. 9

10. Ver comentários

11. a) $\left(\frac{m_1+m_2}{m_1}\right)^2 \cdot \frac{5}{2} \cdot d$ b) $\sqrt{gd}$ c) $6(m_1 + m_2)g$

ESCLARECENDO!

11. Lista de questões nível 3 comentada

1. (ITA – 1998)

Uma bala de massa 10 g é atirada horizontalmente contra um bloco de madeira de 100 g que está fixo, penetrando nele 10 cm até parar. Depois, o bloco é suspenso de tal forma que se possa mover livremente e uma bala idêntica à primeira é atirada contra ele. Considerando a força de atrito entre a bala e a madeira em ambos os casos como sendo a mesma, conclui-se que a segunda bala penetra no bloco a uma profundidade de aproximadamente:

a) 8.0 cm. b) 8.2 cm. c) 8.8 cm. d) 9.2 cm. e) 9.6 cm.

Comentários:

No primeiro tiro, o trabalho da força resistiva é igual a variação da energia cinética:

$$W_{F_{res}} = F_{res} \cdot d = \Delta E_{cin} \Rightarrow F_{res} \cdot 0{,}1 = \frac{0{,}01 \cdot v_0^2}{2}$$

$$F_{res} = 0{,}05 v_0^2$$

No segundo tiro, as velocidades finais podem ser encontradas pela conservação da quantidade de movimento:

$$0{,}01 \cdot v_0 = (0{,}11 + 0{,}01)v` \Rightarrow v` = \frac{1}{12} v_0$$

Para o bloco:

$$F_{res} \cdot d_1 = \Delta E_{cin} \Rightarrow 0{,}05 v_0^2 \cdot d_1 = \frac{0{,}11}{2} \cdot \left(\frac{1}{12} v_0\right)^2 - 0$$

$$d_1 = \frac{1{,}1}{144}\, m$$

Para o projétil:

$$F_{res} \cdot d_2 = \Delta E_{cin} \Rightarrow 0{,}05 v_0^2 \cdot d_2 = \frac{0{,}01}{2} \cdot \left(\frac{1}{12} v_0\right)^2 - \frac{0{,}01}{2} \cdot (v_0)^2$$

$$d_2 = \frac{14{,}3}{144}\, m$$

A distância que a bala penetrou é dada por:

$$D = d_2 - d_1 \cong 9{,}2\, cm$$

Gabarito: D

2. (ITA – 2009)

A partir do repouso, um carrinho de montanha russa desliza de uma altura $H = 20\sqrt{3}\, m$ sobre uma rampa de 60° de inclinação e cone 20 m num trecho horizontal antes de chegar em um loop circular, de pista sem atrito. Sabendo que o coeficiente de atrito da rampa e do plano horizontal é $1/2$, assinale o valor do raio máximo que pode ter esse loop paia que o carrinho faça todo o percurso sem perdei-o contato com a sua pista.

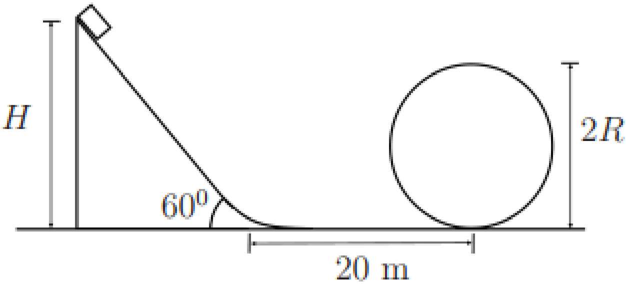
f) $R = 8\sqrt{3}\,m$

g) $R = 4\left(\sqrt{3} - 1\right)\,m$

h) $R = 8\left(\sqrt{3} - 1\right)\,m$

i) $R = 40\left(\sqrt{3} - 1\right)/3\,m$

j) $R = 4\left(2\sqrt{3} - 1\right)\,m$



Comentários:

Entre o ponto inicial e o ponto mais alto do loop, temos:

$$\tau_{fnc} = \tau_{fat} = \Delta E_{mec} = E_f - E_0 \ (1)$$

Encontraremos τ_{fat} :

$$\tau_{fat} = -Fat_1 \cdot d_1 - Fat_2 \cdot d_2$$

$$\tau_{fat} = -\mu \cdot mg \cdot cos60° \cdot \frac{H}{sen60°} - \mu \cdot mg \cdot d_2$$

Substituindo os valores, vem:

$$\tau_{fat} = -20mg$$

Agora, as energias final e inicial são dadas por:

$$E_f = mg2R + \frac{mv_f^2}{2} \ (2)$$

$$E_0 = mgh = 20\sqrt{3}mg \ (3)$$

Substituindo (2) e (3) em (1), temos:

$$-20mg = mg2R + \frac{mv_f^2}{2} - 20\sqrt{3}mg \ (4)$$

O raio máximo é dado pelo caso limite no qual a normal no ponto mais alto é zero. Então:

$$R_{cp} = P + N$$

$$N = 0 \Rightarrow R_{cp} = P$$

$$\therefore v_f^2 = Rg$$

Substituindo v_f^2 na equação (4), vem:

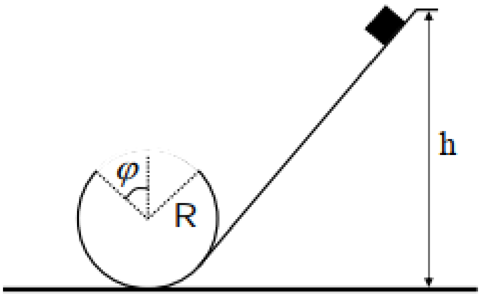
$$40mg\left(\sqrt{3}-1\right) = 4mgR + mgR$$

$$\boxed{R = 8\left(\sqrt{3}-1\right)\, m}$$

Gabarito: C

3. (ITA – 2010)

Um pequeno bloco desliza sobre uma rampa e logo em seguida por um “loop" circular de raio R, onde há um rasgo de comprimento de arco $2 \cdot R \cdot \varphi$, como ilustrado na figura. Sendo g a aceleração da gravidade e desconsiderando qualquer atrito, obtenha a expressão para a altura inicial em que o bloco deve ser solto de forma a vencer o rasgo e continuai' em contato com o restante da pista.



Comentários:

O bloco desliza sobre a rampa e entra por um loop onde ocorre um lançamento oblíquo. Podemos conservar a energia mecânica do ponto inicial e do ponto do lançamento:

$$E_0 = E_L$$

$$mgh = mgR(1 + cos\varphi) + \frac{mv_L^2}{2}$$

$$v_L^2 = 2g(h - R(1 + cos\varphi))$$

Em L ocorre o lançamento. Pela geometria sabemos que φ é o ângulo de lançamento e velocidade inicial v_L.

Para o bloco vencer o rasgo e continuar em contato com o restante da pista, o alcance do lançamento deve ser igual à distância horizontal do rasgo:

$$A = 2 \cdot R \cdot sen\ \varphi$$

Mas, temos que $A = \frac{v_L^2 sen2\varphi}{g}$. Assim:

$$\frac{v_L^2 sen2\varphi}{g} = 2Rsen\varphi$$

$$2\left(h - R(1 + cos\varphi)\right)sen2\varphi = 2Rsen\varphi$$

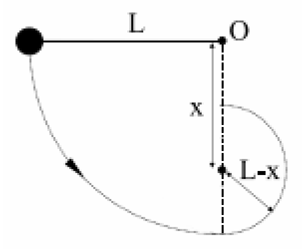
$$2\big(h - R(1 + cos\varphi)\big)cos\varphi = R$$

$$h = R\left[\frac{1}{2cos\varphi} + (1 + cos\varphi)\right]$$

Gabarito: $\boldsymbol{h = R\left[\frac{1}{2cos\varphi} + (1 + cos\varphi)\right]}$

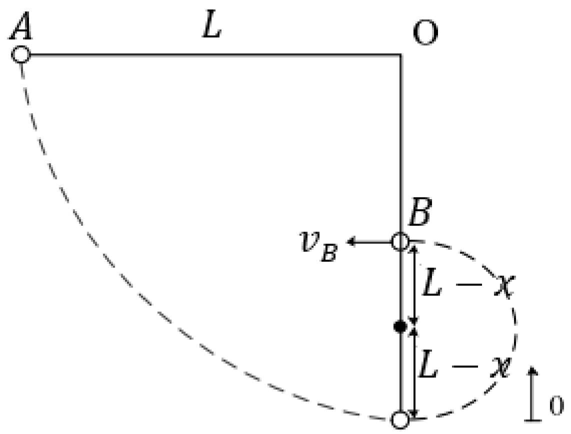
4. (ITA – 2011)

Um pêndulo, composto de uma massa M fixada na extremidade de um fio inextensível de comprimento L, é solto de uma posição horizontal. Em dado momento do movimento circular, o fio é interceptado por uma barra metálica de diâmetro desprezível, que se encontra a uma distância x na vertical abaixo do ponto O. Em consequência, a massa M passa a se movimentar num círculo de raio $L — x$, conforme mostra a figura. Determine a faixa de valores de x para os quais a massa do pêndulo alcance o ponto mais alto deste novo círculo.



Comentários:

Esquematicamente, temos:



Considerando que não há forças dissipativas, então podemos conservar a energia mecânica entre A e B:

$$E_{mec}^A = E_{mec}^B \Rightarrow M \cdot g \cdot L = M \cdot g \cdot 2(L - x) + \frac{M \cdot v_B^2}{2} \Rightarrow \boxed{2 \cdot g \cdot x = g \cdot L + \frac{v_B^2}{2}}\ (eq. 1)$$

Ao chegar em B, para a condição limite ocorre quando a tração no fio for praticamente nula, estando sujeito apenas ao peso:

$$R_{cp} = P \Rightarrow M \cdot a_{cp} = M \cdot g \Rightarrow \frac{v_{min}^2}{L - x} = g \Rightarrow \boxed{v_{min}^2 = g \cdot (L - x)}\ (eq. 2)$$

No caso crítico (menor velocidade possível no ponto B), temos:

$$v_{min} = v_B$$

$$2 \cdot g \cdot x = g \cdot L + \frac{v_{min}^2}{2} \Rightarrow 2 \cdot g \cdot x = g \cdot L + \frac{g \cdot (L - x)}{2}$$

$$4 \cdot x = 2 \cdot L + L - x \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{5} L}$$

Para valores maiores de x, observe que a velocidade do ponto mais alto do novo círculo ($v_{B'}$), como mostra a equação 1, é sempre maior que a velocidade mínima. Mas x deve ser menor que L, portanto:

$$\boxed{\frac{3}{5} L \leq x < L}$$

Gabarito: $\frac{3}{5} L \leq x < L$

5. (IME – 2010)

Na Situação I da figura, em equilíbrio estático, a massa M, presa a molas idênticas, está a uma altura $h/3$. Na Situação II, a mola inferior é subitamente retirada. As molas, em repouso, têm comprimento $h/2$. O módulo da velocidade da massa M na iminência de tocar o solo na situação II é:

Observação:

g: aceleração da gravidade

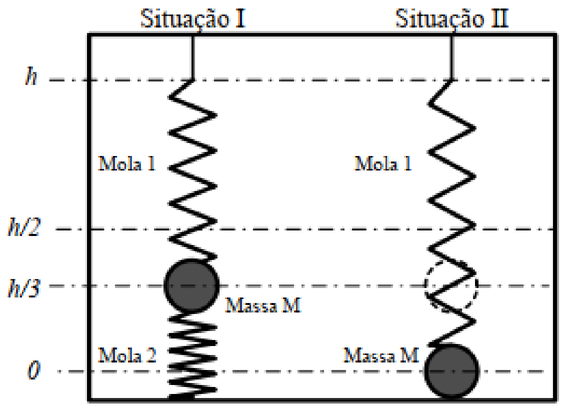
f) $4gh/[2\sqrt{2}]$

g) $3gh/[2\sqrt{2}]$

h) $2gh/[2\sqrt{2}]$

i) $gh/[2\sqrt{2}]$

j) 0



Comentários:

A questão poderia ser facilmente solucionada observando a dimensão das alternativas, a única alternativa cuja dimensão está “correta” é a alternativa E.

Deformações das molas:

$$x_1 = \frac{2h}{3} - l_0$$

$$x_2 = -\frac{h}{3} + l_0$$

Para que o corpo esteja em equilíbrio, vamos ter as duas forças elásticas apontando verticalmente para cima equilibrando à força peso. Assim:

$$k \cdot x_1 + k \cdot x_2 = m \cdot g \Rightarrow \boxed{k = \frac{3m \cdot g}{h}}$$

Imediatamente após a mola inferior sumir, podemos calcular a energia total do corpo e igualá-la à energia que o corpo terá no ponto mais baixo da trajetória.

$$\frac{k \cdot x_1^2}{2} + m \cdot g\ \frac{h}{3} = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{k \cdot x^2}{2}$$

Em que $x = h - l_0$ e $l_0 = \frac{h}{2}$. Portanto:

$$\frac{\frac{3m \cdot g}{h} \cdot \left(\frac{h}{6}\right)^2}{2} + m \cdot g\ \frac{h}{3} = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{\frac{3m \cdot g}{h} \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2}{2}$$

$$\boxed{v = 0}$$

Gabarito: E

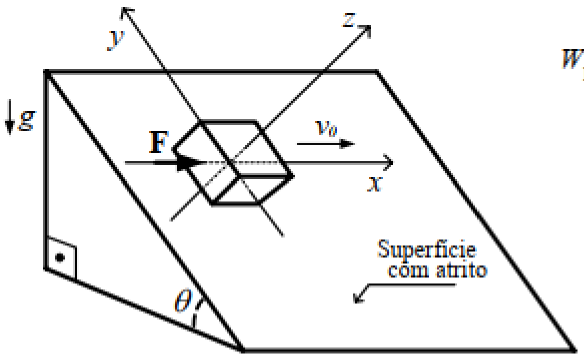
6. (IME – 2010)

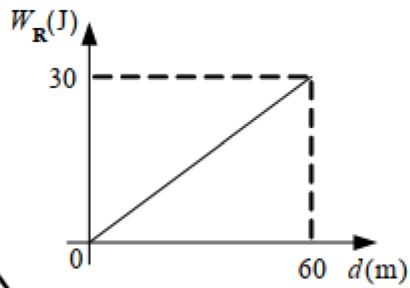
A figura ilustra um plano inclinado com ângulo $\theta = 30°$ cuja superfície apresenta atrito. Um bloco de massa $m = 1\ kg$, carregado eletricamente com a carga negativa $q = 10^{-2}\ C$, apresenta velocidade inicial $v_0 = 2\ m/s$ e realiza um movimento retilíneo sobre o eixo x (paralelo ao plano horizontal) a partir do instante $t = 0$. Além disso, este bloco se encontra submetido à força constante $F = 4{,}5\ N$ na direção x e a um campo magnético $B = 100\ T$ normal à superfície (direção z). Considerando que o gráfico ilustra o trabalho da força resultante R que age sobre o bloco em função da distância percorrida, determine:

a) o tempo gasto e a velocidade do bloco após percorrer $60\ m$;

b) os gráficos das componentes da força de atrito (direções x e y) em função do tempo até o bloco percorrer $60\ m$.

Dado: aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$





Comentários:

a) A resultante R está em x. Pelo gráfico do trabalho, temos:

$$W_R = R \cdot d \Rightarrow R = 0{,}5N$$

$$\therefore a = 0{,}5 \frac{m}{s^2}$$

Pela função horária da posição, temos o tempo gasto:

$$X = v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 60 = 2t + \frac{t^2}{4}$$

$$\therefore t = 12s$$

A velocidade é:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 8\, m/s$$

b) No eixo x:

$$R = F + fat_x \Rightarrow fat_x = -4\, N$$

No eixo y:

$$fat_y = Psen30° - F_{mag}$$

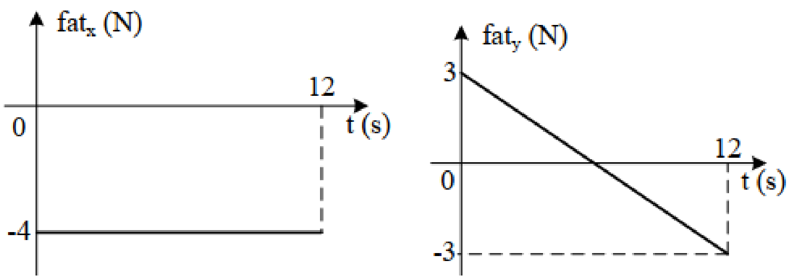
A força magnética tem sua intensidade dada por:

$$F_{mag} = q \cdot v \cdot B \Rightarrow F_{mag} = v$$

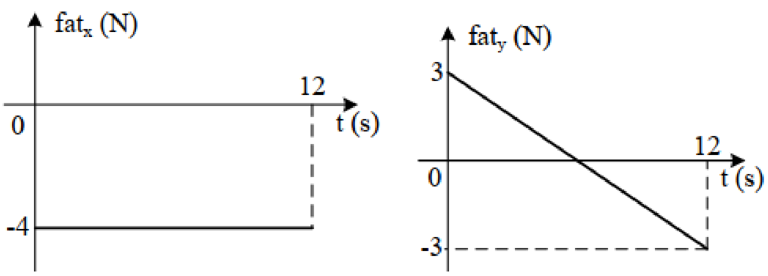
Assim:

$$fat_y = 5 - v = 5 - (2 + 0{,}5t) = 3 - 0{,}5t$$

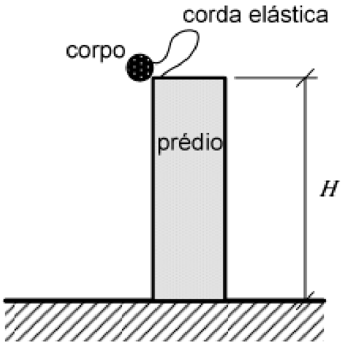
Assim podemos construir os gráficos:



Gabarito: a) 12 s e 8 m/s b)



7. (IME – 2017)



Um corpo preso a uma corda elástica é abandonado em queda livre do topo de um edifício, conforme apresentado na figura acima. Ao atingir o solo, penetra numa distância x abaixo do nível do solo até atingir o repouso. Diante do exposto, a força de resistência média que o solo exerce sobre o corpo é:

Dados:

- aceleração gravitacional: g;
- constante elástica da corda: k;
- massa do corpo: M;
- altura do edifício em relação ao solo: H;
- comprimento da corda: L; e
- distância que o corpo penetra no solo até atingir o repouso: x.

Observação:

- a corda elástica relaxada apresenta comprimento menor que a altura do edifício.

f) $Mg + \frac{MgH + k(HL + Lx - Hx)}{x} - \frac{k(H^2 + x^2 + L^2)}{2x}$

g) $Mg + \frac{MgH + k(HL - Lx - Hx)}{2x} - \frac{k(H^2 + x^2 + L^2)}{x}$

h) $Mg + \frac{MgH - k(HL + Lx + Hx)}{2x} + \frac{k(H^2 + x^2 + L^2)}{x}$

i) $Mg - \frac{MgH - k(HL - Lx - Hx)}{x} + \frac{k(H^2 + x^2 + L^2)}{2x}$

j) $Mg + \frac{MgH - k(HL + Lx - Hx)}{x} - \frac{k(H^2 + x^2 + L^2)}{2x}$

Comentários:

Vamos escrever a expressão do balanço energético:

$$E_0 = E_F + \tau_{chão}$$

$$MgH = -Mgx + \frac{k(H + x - L)^2}{2} + Fx$$

$$F = Mg + \frac{MgH + k(HL + Lx - Hx)}{x} - k\frac{H^2 + x^2 + L^2}{2x}$$

Gabarito: A

8. (ITA – 2005)

Um objeto pontual de massa m desliza com velocidade inicial v, horizontal, do topo de uma esfera em repouso, de raio R. Ao escorregar pela superfície, o objeto sofre uma força de atrito de módulo constante dado por $f = 7mg/4\pi$. Para que o objeto se desprenda da superfície esférica após percorrer um arco de 60° (veja figura), sua velocidade inicial deve ter o módulo de

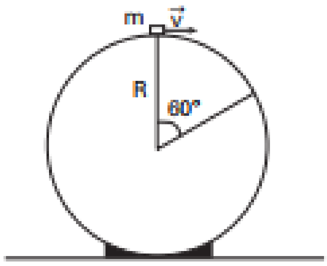
f) $\sqrt{2gR/3}$

g) $\sqrt{3gR}/2$

h) $\sqrt{6gR}/2$

i) $3\sqrt{gR/2}$

j) $3\sqrt{gR}$



Comentários:

Pelo teorema do trabalho das forças não conservativas e energia mecânica, temos:

$$\tau_{fnc} = \Delta E_{mec} = E_{mec}^{B} - E_{mec}^{A}$$

Em que:

$$\tau_{fnc} = \tau_{fat} = -f_{at} \cdot \Delta s$$

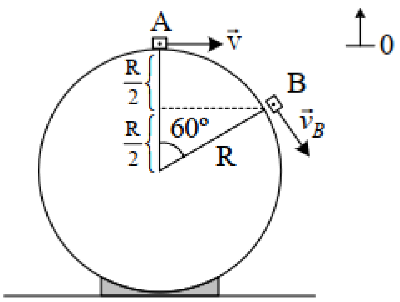
Note que o deslocamento Δs corresponde ao arco $\widehat{AB}$. Logo:

$$\Delta s = R \cdot \Delta\alpha \Rightarrow \Delta s = R \cdot \frac{\pi}{3}$$

Logo:

$$\tau_{fnc} = \tau_{fat} = -f_{at} \cdot \Delta s = -\frac{7mg}{4\pi} \cdot R \cdot \frac{\pi}{3} \Rightarrow \boxed{\tau_{fnc} = \tau_{fat} = -\frac{7mgR}{12}}$$

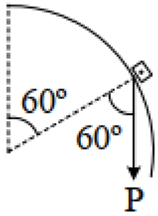
Esquematicamente, temos:



Então:

$$-\frac{7mgR}{12}=\left(\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B^2+m\cdot g\cdot\frac{R}{2}\right)-\left(\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2\right)\ (eq.1)$$

Quando o objeto se desprende em B, a normal vai a zero neste ponto, portanto:



$$R_{cp}=m\cdot a_{cp}\Rightarrow m\cdot g\cdot\cos 60°=m\cdot\frac{v_B^2}{R}\Rightarrow v_B^2=\frac{Rg}{2}\ (eq.2)$$

Substituindo (2) em (1), temos que:

$$-\frac{7mgR}{12}=\left(\frac{1}{2}\cdot m\cdot\frac{Rg}{2}+m\cdot g\cdot\frac{R}{2}\right)-\left(\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2\right)$$

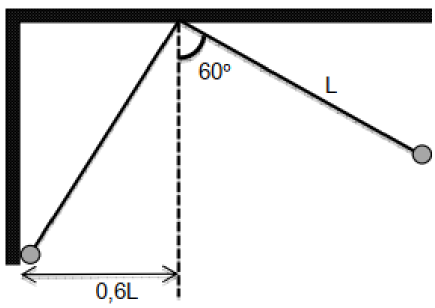
$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2=m\cdot R\cdot g\cdot\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+\frac{7}{12}\right)\Rightarrow\boxed{v=\sqrt{\frac{2\cdot R\cdot g}{3}}}$$

Gabarito: A

9. (3ª fase OBF – 2014)

Um pêndulo simples de comprimento L é posto a oscilar com uma abertura angular de 60°. A massa pendular colide com uma parede onde perde 10,0% de sua energia. Quantas colisões o pêndulo realiza com a parede?

Dados $log\ (0{,}4)=-0{,}40$ e $log\ (0{,}90)=-0{,}046$.



Comentários:

A energia inicial do pêndulo é dada por:

$$E_0=mgL(1-cos60°)=0{,}5mgL$$

Pela geometria, quando o pêndulo colide com a parede, ele está na altura de:

$$h = 0{,}2L$$

As colisões vão parar quando o pêndulo chegar na parede com velocidade zero, neste momento sua energia vai ser:

$$E_f = mgh = 0{,}2mgL$$

A cada colisão o pêndulo perde 10% de sua energia, portanto:

$$E_f = E_0 \cdot (0{,}9)^n$$

Em que n é o número de colisões.

Substituindo as expressões encontradas, temos:

$$0{,}2mgL = 0{,}5mgL \cdot (0{,}9)^n$$

$$0{,}4 = (0{,}9)^n$$

$$0{,}40 = n \cdot 0{,}046$$

$$n \cong 8{,}7$$

Ocorreram 9 colisões no total.

Gabarito: 9

10. (2ª fase OBF – 2007)

Um corpo de massa m desce um plano inclinado. O coeficiente de atrito cinético entre o corpo e o plano varia de acordo com $\mu = \mu_0 \cdot x$, onde é uma constante, e x é a distância percorrida pelo corpo a partir do ponto inicial $x = 0$, mostrado na figura 7.

a) Esboce o gráfico da magnitude da força de atrito em função de x e, a partir dele, ache a magnitude do trabalho realizado pela força de atrito cinético para uma distância x percorrida pelo corpo.

b) Determine a distância d percorrida pelo corpo até que sua aceleração seja nula.

c) Ao atingir este ponto, o corpo irá parar? Suponha que o corpo parte do repouso na posição $x = 0$.

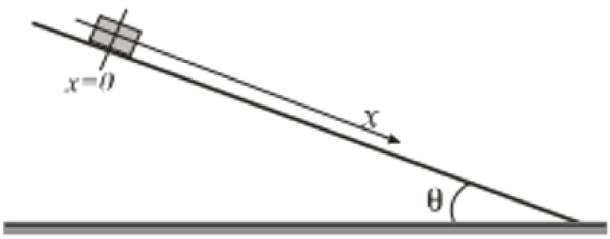


Fig. 7

Comentários:

a) A força de atrito é dada por:

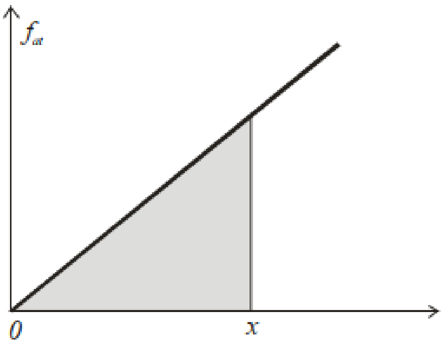
$$F_{fat} = \mu \cdot N = \mu_0 \cdot x \cdot m \cdot g \cdot cos \cdot \theta$$

Para esboçar o gráfico, basta notar que:

$$F_{fat} = \mu_0 \cdot x \cdot m \cdot g \cdot cos \cdot \theta$$

$$\Rightarrow F_{fat} = k \cdot x, onde\ k = constante \Rightarrow y = k \cdot x$$

Portanto, temos:



Trabalho realizado pelo atrito:

$$W_{fat} = \int F_{fat} \cdot dx = \frac{\mu_0 \cdot x^2 \cdot m \cdot g \cdot cos \cdot \theta}{2}$$

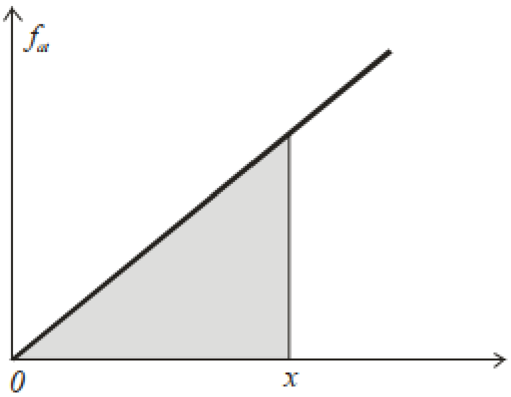
b) A aceleração nula implica $F_R = 0$. Então:

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot sen \cdot \theta - \mu_0 \cdot x \cdot m \cdot g \cdot cos \cdot \theta = 0$$

$$\Rightarrow sen\theta = \mu_0 \cdot x \cdot cos\theta$$

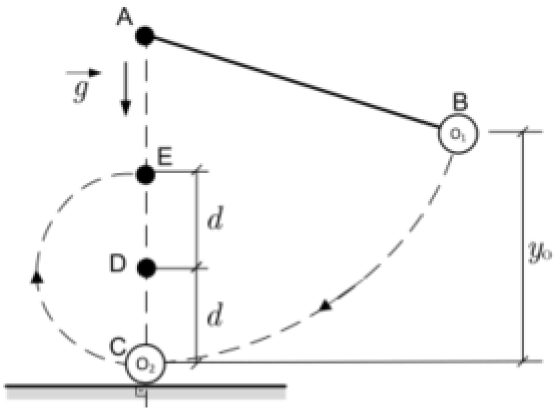
$$d = \frac{tg\theta}{\mu_0}$$

c) A bola não para nesse ponto pois, embora sua aceleração seja zero, o corpo ainda possui velocidade.



Gabarito: a) $W_{at} = \frac{\mu_0 \cdot m \cdot g \cdot cos\theta \cdot x^2}{2}$ b) $d = \frac{tg\theta}{\mu_0}$ c) a bola não para nesse ponto

11. (IME – 2022)



Um objeto O_1, preso por um fio ideal, é solto do ponto B. Ao atingir o ponto C, ele se choca de forma totalmente inelástica, colando no objeto O_2, conforme ilustrado na figura.

Após o choque, o fio encontra o ponto D, que passa a ser o novo centro do movimento pendular do conjunto $O_1 + O_2$.

__Dados__:

- Aceleração da gravidade: g;
- Massa de O_1 = m_1; e
- Massa de O_2 = m_2.

__Observações__:

- Considere que os objetos são partículas; e
- Desprezar os atritos e a resistência do ar.

Diante do exposto, determine:

a) a distância y_0 mínima indicada na figura, em função de d, m_1, m_2 e g, de modo que o conjunto consiga atingir o ponto E;

b) a velocidade do conjunto $O_1 + O_2$ no ponto E, nas condições do item a; e

c) a tração do fio no ponto C, imediatamente após o choque, nas condições do item a.

Comentários:

Para o conjunto $O_1 + O_2$ $(M = m_1 + m_2)$ chegar no ponto E pela curva tracejada na figura, na condição de mínima velocidade em E temos que a tração é praticamente zero. Portanto:

$$R_{cp} = P + \underbrace{T}_{\approx 0}$$

$$\frac{Mv_E^2}{d} = Mg$$

$$\therefore \boxed{v_E = \sqrt{gd}}$$

Por conservação de energia mecânica entre C e E, podemos encontrar a velocidade do conjunto $O_1 + O_2$. Tomando como nível de referência C, temos:

$$\frac{Mv_C^2}{2} = Mg \cdot 2d + \frac{Mv_E^2}{2}$$

$$v_C^2 = 4gd + gd$$

$$v_C = \sqrt{5gd}$$

Para a colisão perfeitamente inelástica, a velocidade de 1 logo antes da colisão é dada por:

$$m_1 v = (m_1 + m_2) v_C$$

$$v = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\sqrt{5gd}$$

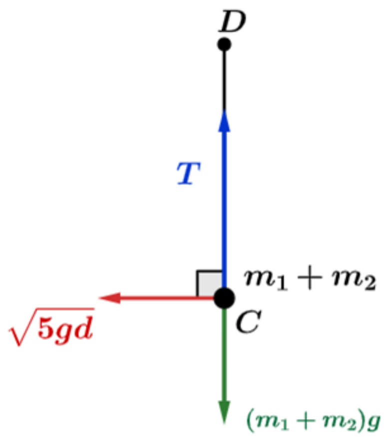
Agora, aplicando a conservação de energia entre o momento em que o corpo é solto de y_0 mínimo e o ponto C (nosso nível de referência), vem:

$$m_1 g y_{0_{mín}} = \frac{m_1 v^2}{2}$$

$$y_{0_{mín}} = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left[\left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\sqrt{5gd}\right]^2}{2g}$$

$$\therefore \boxed{y_{0_{mín}} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)^2 \cdot \frac{5}{2} \cdot d}$$

Para determinar a tração no conjunto $O_1 + O_2$ logo após a colisão, temos:



$$R_{cp} = T - (m_1 + m_2)g$$

$$T = \frac{(m_1 + m_2)v_C^2}{d} + (m_1 + m_2)g$$

$$T = \frac{m_1 + m_2}{d} \cdot \left(\sqrt{5gd}\right)^2 + (m_1 + m_2)g$$

$$\therefore \boxed{T = 6(m_1 + m_2)g}$$

Gabarito: a) $\left(\frac{m_1+m_2}{m_1}\right)^2 \cdot \frac{5}{2} \cdot d$ **b)** $\sqrt{gd}$ **c)** $6(m_1 + m_2)g$

---

12. Versões de aulas

Caro aluno! Para garantir que o curso esteja atualizado, sempre que alguma mudança no conteúdo for necessária, uma nova versão da aula será disponibilizada.

Versão de Aula	Data de atualização
1.0	19/11/2021

13. Referências bibliográficas

[1] Calçada, Caio Sérgio. Física Clássica. 1. ed. Saraiva Didáticos, 2012. 576p.

[2] Bukhovtsev, B.B. Krivtchenkov, V.D. Miakishev, G.Ya. Saraeva, I. M. Problemas Selecionados de Física Elementar. 1 ed. MIR, 1977.518p.

[3] Brito, Renato. Fundamentos de Mecânica. 2 ed. VestSeller, 2010. 496p.

[4] Newton, Gualter, Helou. Tópicos de Física. 11ª ed. Saraiva, 1993. 303p.

[5] Toledo, Nicolau, Ramalho. Os Fundamentos da Física 1. 9ª ed. Moderna. 490p.

[6] Resnick, Halliday. Fundamentos de Física. 8ª ed. LTC. 349p.

14. Considerações finais

Chegamos ao final da nossa aula. Encerramos aqui todo o conteúdo de trabalho e energia.

As questões que envolvem quantidade de movimento ou análise de energia potencial eletrostática serão trabalhadas futuramente.

Tudo para você ter a melhor preparação, pensando na sua orientação pedagógica e aprendizado.

Conte comigo nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:

@proftoniburgatto