SEMANA 0 - 2023

MATEMÁTICA – ÁLGEBRA I

PROF. WALTER M.

Temas da aula

- Operações com monômios
- Produtos Notáveis (casos básicos)
- Fatoração (casos básicos)
- Racionalização de denominadores (casos básicos)

Operações com monômios

Adição e subtração algébrica de monômios: Na adição ou subtração de monômios, somamos ou subtraímos os coeficientes dos monômios que tem a mesma parte literal. Por exemplo:

- $2xy + 9xy = 11xy$
- $25w - 15w = 10w$
- $10ab + 2ab - 5ab = 7ab$
- $10ab + 2ab - 5ab - 3y = 7ab - 3y$

<u>Multiplicação de monômios:</u> Para multiplicar monômios, devemos fazer a multiplicação entre cada um dos coeficientes e, também, entre cada parte literal.

<u>Observação</u>: Na multiplicação da parte literal vamos utilizar a seguinte propriedade da potenciação:

$$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$$

- $11x \,.\, 7xy = 77x^2y$, pois $11 \,.\, 7 = 77$ e $x \,.\, xy = x \,.\, x \,.\, y = 77x^2y$;

- $2x \,.\, 5y^2 \,.\, 4xy = 40\, x^2y^3$, pois $2 \,.\, 5 \,.\, 4 = 40$ e $x \,.\, y^2.\, xy = x \,.\, x \,.\, y^2 \,.\, y = 40x^2y^3$;

- $-2 \,.\, 9ab = -18ab$, pois $-2 \,.\, 9 = -18ab$ e a parte literal permanece igual;

- $xyz \,.\, y^2z \,.\, xz = x^2y^3z^3$, pois $xyz \,.\, y^2z \,.\, xz = x \,.\, x \,.\, y \,.\, y^2 \,.\, z \,.\, z \,.\, z = x^2y^3z^3$ e $1 \,.\, 1 \,.\, 1 = 1$, então, o coeficiente 1 foi omitido.

Divisão de monômios: De modo semelhante a multiplicação, para dividir monômios, devemos fazer a divisão entre cada um dos coeficientes e, também, entre cada parte literal.

Observação: Aqui, precisamos utilizar uma outra propriedade da potenciação:

$$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$$

- $16x^2y \div 4xy = 4x$, pois $16 \div 4 = 4$ e $x^2 \div x = x$ e $y \div y = 1$;

- $35xy \div 7xy = 5$, pois $35 \div 7 = 5$, $x \div x = 1$ e $y \div y = 1$;

- $100ab^2c^3 \div 4bc^2 = 25abc$, pois $100 \div 4 = 25$, $b^2 \div b = b$, $c^3 \div c^2 = c$ e a incógnita “a” é mantida já que não temos ela no segundo termo, $4bc^2$.

- $x^2yz^3w \div xyzw = xz^2$, pois $x^2 \div x = x$, $y \div y = 1$, $z^3 - z = z^2$, $w \div w = 1$ e $1 \div 1 = 1$, então o coeficiente 1 foi omitido.

POTENCIAÇÃO : Para elevarmos um monômio a uma potência devemos elevar cada fator desse monômio a essa potência. Na pratica elevamos o coeficiente numérico à potência e multiplicamos cada um dos expoentes das variáveis pelo expoente da potência.

Vamos calcular: $(5a^3m)^2 = 25\ a^6m^2$

- $(-7x)^2 = 49\ x^2$
- $(-3x^2y)^3 = -27x^6y^3$
- $(-\ 1/4x^4)^2 = 1/16x^8$

<u>RAIZ QUADRADA:</u> Para extrairmos a raiz de um monômio efetuamos a raiz de seu coeficiente numérico e a raiz de seus fatores. Na pratica isso equivale a dividirmos cada expoente pelo índice da raiz. Aplicando a definição de raiz quadrada, temos:

- $\sqrt{49x^2} = 7x$, pois $(7x)^2 = 49x^2$

- $\sqrt{25x^6} = 5x^3$, pois $(5x^3)^2 = 25x^6$

Conclusão: para extrair a raiz quadrada de um monômio, extraímos a raiz quadrada do coeficiente e dividimos o expoente de cada variável por 2

- $\sqrt{16x^6} = 4x^3$

- $\sqrt{64x^4b^2} = 8x^2b$

HORA de beber água!

Produtos Notáveis

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

$(3x + y)^2 =$

$= (3\,x)^2 + 2\,.\,3x\,.\,y + y^2 =$

$= 9x^2 + 6\,.\,x\,.\,y + y^2$

Fatoração

I) Fator comum em evidência.

Usamos esse tipo de fatoração quando existe um fator que se repete em todos os termos do polinômio.

Esse fator, que pode conter número e letras, será colocado na frente dos parênteses.

Dentro dos parênteses ficará o resultado da divisão de cada termo do polinômio pelo fator comum.

Qual é a forma fatorada do polinômio $12x + 6y - 9z$?

$3 \cdot (4x + 2y - 3z)$

- Fatore $2a^2b + 3a^3c - a^4$ (fator comum: a^2)

$a^2 \cdot (2b + 3ac - a^2)$

- Fatore $6x^3y^3 - 9x^2y + 15xy^2$ (fator comum: $3xy$)

$3xy \cdot (2x^2y^2 - 3x + 5y)$

- Fatore $5a^2b^3c4 + 15\ abc + 50a^4bc^2$ (fator comum: $5abc$)

$5abc \cdot (ab^2c^3 + 3 + 10a^3c)$

Racionalização

I) Raiz quadrada no denominador.

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\left(\sqrt{5}\right)^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

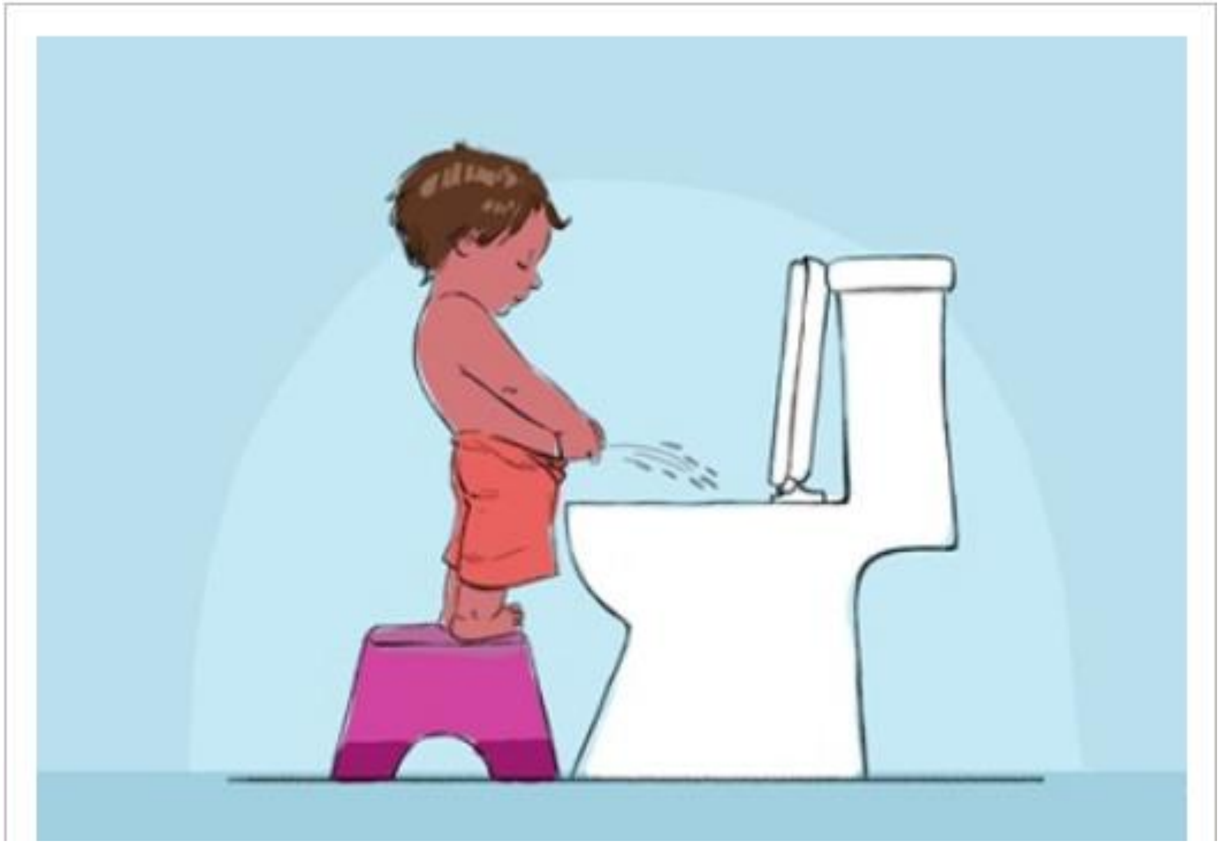
$$\frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{6}}{5 \cdot \left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{3\sqrt{6}}{5 \cdot 3} = \frac{3\sqrt{6}}{15} = \frac{\sqrt{6}}{5}$$

II) Soma ou subtração no denominador.

$$\frac{3}{\sqrt{2}-1} = \frac{3}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}+1)} = \frac{3 \cdot (\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2})^2 + \sqrt{2} - \sqrt{2} - 1} = \frac{3 \cdot (\sqrt{2}+1)}{1}$$

$$\frac{3}{5+\sqrt{3}} = \frac{3}{5+\sqrt{3}} \cdot \frac{(5-\sqrt{3})}{(5-\sqrt{3})} = \frac{3 \cdot (5-\sqrt{3})}{5^2 - 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - (\sqrt{3})^2} = \frac{3 \cdot (5-\sqrt{3})}{22}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} \\ \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6} \end{array}}$$



Questão 1 – Racionalizando o denominador da fração a seguir, encontramos:

$$\frac{4}{1-\sqrt{3}}$$

A) $1 + \sqrt{3}$.

B) $2(1 + \sqrt{3})$.

C) $-2(1+ \sqrt{3})$.

D) $\sqrt{3}$.

E) $\sqrt{3} - 1$.

ALTERNATIVA C

$$\frac{4}{1-\sqrt{3}} = \frac{4}{1-\sqrt{3}} \cdot \frac{\left(1+\sqrt{3}\right)}{\left(1+\sqrt{3}\right)} = \frac{4\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)}{1^2+\sqrt{3}-\sqrt{3}-\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{4\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)}{-2} = -2\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)$$

Questão 2 – (IFCE 2017 — adaptada) Aproximando os valores de $\sqrt{5}$ e $\sqrt{3}$ até a segunda casa decimal, obtemos 2,23 e 1,73, respectivamente. Aproximadamente, o valor da expressão numérica a seguir até a segunda casa decimal é:

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

A) 1,98.
B) 0,96.
C) 3,96.
D) 0,48.
E) 0,25.

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\left(\sqrt{5}\right)^2-\sqrt{15}+\sqrt{15}-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{2,23-,173}{2}=\frac{0,5}{2}=0,25$$

ALTERNATIVA E

(UNIFESP)

Se $0 < a < b$, racionalizando o denominador, tem-se que

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b}-\sqrt{a}}{b-a}.$$

Assim, o valor da soma

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{999}+\sqrt{1000}} \text{ é}$$

(A) $10\sqrt{10}-1.$

(B) $10\sqrt{10}.$

(C) 99.

(D) 100.

(E) 101.

$$\boxed{\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\dots+\frac{1}{\sqrt{999}+\sqrt{1000}}}$$

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}=\frac{1}{1+\sqrt{2}}\cdot\frac{\left(1-\sqrt{2}\right)}{\left(1-\sqrt{2}\right)}=\frac{1-\sqrt{2}}{1^2-\sqrt{2}+\sqrt{2}-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{1-\sqrt{2}}{-1}=-1+\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\cdot\frac{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\left(\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{6}+\sqrt{6}-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1}=-\sqrt{2}+\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}\cdot\frac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{4}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{4}\right)}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{12}+\sqrt{12}-\left(\sqrt{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{-1}=-\sqrt{3}+\sqrt{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{999}+\sqrt{1000}}=\frac{1}{\sqrt{999}+\sqrt{1000}}\cdot\frac{\left(\sqrt{999}-\sqrt{1000}\right)}{\left(\sqrt{999}-\sqrt{1000}\right)}=\frac{\sqrt{999}-\sqrt{1000}}{\left(\sqrt{999}\right)^2-\sqrt{999000}+\sqrt{999000}-\left(\sqrt{1000}\right)^2}$$

$$=\frac{\sqrt{999}-\sqrt{1000}}{-1}=-\sqrt{999}+\sqrt{1000}$$

$$-1+\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{4}+\ldots-\sqrt{999}+\sqrt{1000}$$

$$-1+\sqrt{1000}$$

$$-1+\sqrt{10^2\cdot 10}=10\sqrt{10}-1$$

ALTERNATIVA A


HEI
NaT BESPALOFF
Hei
Vai BEBER ÁGUA
CUIDE-SE!

Lista de Exercícios no HD !!