

## FATORAÇÃO NUMÉRICA

Usada para reescrever o número como uma multiplicação de números naturais, ou seja, fatorar é decompor o número em fatores primos. Veja os exemplos:

90	2	300	2	72	2
45	3	150	2	36	2
15	3	75	3	18	2
5	5	25	5	9	3
1		5	5	3	3
		1		1	

De outra maneira, poderíamos escrever os números da seguinte forma:

- $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$
- $300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$
- $72 = 2^3 \cdot 3^2$

### ➤ NÚMEROS PRIMOS

Os números primos são números naturais maiores do que um que possuem somente dois divisores, ou seja, são divisíveis por um e por ele mesmo. Veja os números primos existentes entre 1 e 100:

2	3	5	7	11
13	17	19	23	29
31	37	41	43	47
53	59	61	67	71
73	79	83	89	97

⇒ Observe que todos têm apenas dois divisores: o um e ele mesmo.

Para saber se um número é primo, basta fazer a sua fatoração. Se o número possuir mais de dois divisores, um e ele mesmo, ele **NÃO** é primo.

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

**NÃO** é um número primo

### ➤ OUTRAS APLICAÇÕES

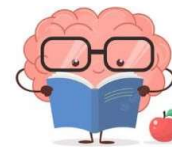
#### ⇒ MDC – Máximo divisor comum

É o maior valor que divide simultaneamente dois ou mais números.

O MDC entre dois números pode ser feita com a fatoração simultânea. Para realizar a decomposição iremos utilizar apenas valores que dividem os dois ao mesmo tempo.

150	120	2
75	60	2
75	30	2
75	15	3
25	5	5
5	1	5
1	1	

Observe que apenas os números destacados dividem os dois ao mesmo tempo. Então o MDC entre 150 e 120 será:  $2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ .



#### ⇒ MMC – Mínimo Múltiplo comum

É o menor valor que é múltiplo simultaneamente de dois ou mais números. Diferente do MDC, no MMC se utiliza os valores que não dividem ambos simultaneamente, veja:

48, 84	2
24, 42	2
12, 21	2
6, 21	2
3, 21	3
1, 7	7
1, 1	

Teremos como resultado a forma fatorada do mínimo múltiplo comum entre eles. Dessa forma, o MMC entre 48 e 84 será:  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = \mathbf{336}$ .

Caso o MDC fosse pedido, seriam utilizados apenas os valores que dividem os dois simultaneamente, logo:  $2 \cdot 2 \cdot 3 = \mathbf{12}$ .

### ➤ CÁLCULO DA RAIZ

Com a fatoração, podemos encontrar o valor da raiz, veja:

144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	144

Pela fatoração temos:  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ . Como o índice da raiz quadrada é 2, escrevemos da seguinte forma:  $2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2$ .

Agora podemos simplificar os expoentes de valor 2 com o índice da raiz.

$$\sqrt{144} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 2 \cdot 3 = \mathbf{12}$$

$$\sqrt{144} = \mathbf{12}$$

### ➤ DIVISORES DE UM NÚMERO

Determinamos todos os divisores de um número utilizando os seus fatores primos.

Para descobrir a quantidade de divisores de um número inteiro positivo basta efetuar sua fatoração, somar um a cada expoente e calcular o produto entre eles.

$$300 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2$$

Expoentes somados:

$$(\mathbf{2} + 1), (\mathbf{1} + 1) \text{ e } (\mathbf{2} + 1)$$

Calculando o produto entre eles:

$$(\mathbf{2} + 1) \cdot (\mathbf{1} + 1) \cdot (\mathbf{2} + 1) = 18 \text{ divisores}$$

➔ Para descobrir quais são os divisores:

300	2	<b>1</b>
150	2	
75	3	
25	5	
5	5	
1		

Traçamos uma linha e escrevemos o 1 no alto, porque ele é divisor de qualquer número.

Multiplicamos sucessivamente cada fator primo pelos divisores já obtidos e escrevemos esses produtos ao lado de cada fator primo.

300	2	<b>1</b>	$2 \cdot \mathbf{1} = 2$
150	2	<b>2</b>	$2 \cdot \mathbf{2} = 2 \cdot 2$
0			
75	3		
25	5		
5	5		
1			

Os divisores já obtidos não precisam ser repetidos

300	2	<b>1</b>	2
150	2	4	
75	3	3, 6, 12	
25	5	5, 10, 20, 15, 30, 60	
5	5	25, 50, 100, 75, 150, 300	
1			

Logo, 300 possui 18 divisores: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 50, 60, 75, 100, 150 e 300.



## QUESTÕES – FATORAÇÃO NUMÉRICA

### Questão 01

Relacione as colunas de cada número à sua fatoração correspondente:

- |         |                                      |
|---------|--------------------------------------|
| a) 140  | ( ) $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 13$ |
| b) 500  | ( ) $2^2 \cdot 5^3$                  |
| c) 5445 | ( ) $2^2 \cdot 5 \cdot 7$            |
| d) 650  | ( ) $2 \cdot 5^2 \cdot 13$           |
| e) 3900 | ( ) $3^2 \cdot 5 \cdot 11^2$         |

### Questão 02

Qual o número cuja fatoração dá:

- $2^2 \cdot 3 \cdot 7^2$
- $2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$
- $2^2 \cdot 5 \cdot 11^2$
- $3^2 \cdot 7 \cdot 11^2$
- $2^2 \cdot 7 \cdot 13$

### Questão 03

A fatoração completa de número 1200 é  $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$ . Qual é o valor de  $a + b + c$  ?

### Questão 04

Ao decompor 1620 em fatores primos, você obtém  $2^2 \cdot n \cdot 5$ . Qual é a fator que você deve colocar no lugar de  $n$  para que a forma fatorada represente o número 1620?

### Questão 05

Karen decidiu fazer uma bateria de simulados de maneira não convencional. Ela decidiu fazer um simulado de matemática a cada 4 dias, um simulado de natureza a cada 5 dias e uma redação a cada 7 dias. Ela notou que, em algum momento, terá que fazer as 3 atividades num mesmo dia. Assim, se hoje ela fez as 3 atividades juntas, daqui a quanto tempo ela precisará repetir esse desafio em um único dia?

### Questão 06

Maisa pensou numa maneira de ajudar os colegas do curso Matemática Criativa. Assim, decidiu comprar 36 canetas, 40 lápis e 32 borrachas. Ela decide então fazer kits para distribuir esses brindes no curso. Ela deseja distribuir o maior número de brindes, garantindo que o número de brindes por kits será o mesmo. Logo,

- Quantos kits terão no total?
- Qual a quantidade de canetas, lápis e borrachas por kit?

### Questão 07

Samuel decidiu fazer um acordo com seu pai. Ao invés de receber um valor mensal fixo de mesada, ele pede que receba 1 real no primeiro dia, 2 reais no segundo dia, 4 reais no terceiro dia e assim por diante. Professor de matemática há muitos anos, o pai de Samuel recusou a proposta. Ele notou que Samuel, em algum momento, receberia mais de 15 mil reais em um único dia. Em que dia Samuel receberia mais de 15 mil reais?

**Questão 08**

Dois alunos do curso Matemática Criativa, Thiago e Sara, decidiram apostar num jogo de matemática. Eles teriam que apostar quantos divisores o número 2025 possui. Thiago afirmou que seriam 12 divisores. Já Sarah afirmou que seriam 7 divisores. Quem chegou mais perto da resposta correta?

**Questão 09**

(EINSTEIN – 2021) Gabriel preparou três tipos de doces para uma festa, sendo 72 quindins, 126 trufas e 216 brigadeiros. Ele quer separar esses doces em pratos idênticos, ou seja, cada prato deverá conter o mesmo número de cada um dos tipos de doces. Se nessas condições o maior número de pratos que ele poderá fazer é  $N$ , a soma dos algarismos de  $N$  é igual a

- a) 8
- b) 9
- c) 4
- d) 5
- e) 6

**Questão 10**

(ESMAC – 2019) Uma empresa produz placas de MDF para a fabricação de móveis e pretende armazená-las em pilhas de mesma altura que contenham somente placas do mesmo tipo. Em determinado dia foram produzidas 81 placas marrons e 45 placas brancas, todas com a mesma espessura. Para o armazenamento dessas 126 placas, o menor número possível de pilhas é:

- a) 10
- b) 12
- c) 14
- d) 11
- e) 13

**Questão 11**

(ENEM 2015) Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1 080 cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de modo que as novas peças ficassem com o maior tamanho possível, mas de comprimento menor que 2 m.

Atendendo o pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir

- a) 105 peças.
- b) 120 peças.
- c) 210 peças.
- d) 243 peças.
- e) 420 peças.

**Questão 12**

(ESMAC – 2015) Para realizar um estudo do meio, uma escola pretende organizar grupos com a mesma quantidade de alunos de modo que em cada grupo todos sejam do mesmo sexo. Nessa escola estudam 350 rapazes e 224 garotas e cada grupo deverá ser acompanhado de um único professor. O número mínimo de professores necessários para acompanhar todos os grupos nessa visita é:

- a) 14
- b) 16
- c) 25
- d) 30
- e) 41

### Questão 13

O gerente de um cinema fornece anualmente ingressos gratuitos para escolas. Este ano serão distribuídos 400 ingressos para uma sessão vespertina e 320 ingressos para uma sessão noturna de um mesmo filme. Várias escolas podem ser escolhidas para receberem ingressos. Há alguns critérios para a distribuição dos ingressos:

- 1) cada escola deverá receber ingressos para uma única sessão;
- 2) todas as escolas contempladas deverão receber o mesmo número de ingressos;
- 3) não haverá sobra de ingressos (ou seja, todos os ingressos serão distribuídos).

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas para obter ingressos, segundo os critérios estabelecidos, é

- a) 2
- b) 4
- c) 9
- d) 40
- e) 80

### Questão 14

(ENEM PPL – 2012) Em uma floresta, existem 4 espécies de insetos, A, B, C e P, que têm um ciclo de vida semelhante. Essas espécies passam por um período, em anos, de desenvolvimento dentro de seus casulos. Durante uma primavera, elas saem, põem seus ovos para o desenvolvimento da próxima geração e morrem.

Sabe-se que as espécies A, B e C se alimentam de vegetais e a espécie P é predadora das outras 3. Além disso, a espécie P passa 4 anos em desenvolvimento dentro dos casulos, já a espécie A passa 8 anos, a espécie B passa 7 anos e a espécie C passa 6 anos.

As espécies A, B e C só serão ameaçadas de extinção durante uma primavera pela espécie P, se apenas uma delas surgirem na primavera junto com a espécie P.

Nessa primavera atual, todas as 4 espécies saíram dos casulos juntas.

Qual será a primeira e a segunda espécies a serem ameaçadas de extinção por surgirem sozinhas com a espécie predadora numa próxima primavera?

- a) A primeira a ser ameaçada é a espécie C e a segunda é a espécie B.
- b) A primeira a ser ameaçada é a espécie A e a segunda é a espécie B.
- c) A primeira a ser ameaçada é a espécie C e a segunda é a espécie A.
- d) A primeira a ser ameaçada é a espécie A e a segunda é a espécie C.
- e) A primeira a ser ameaçada é a espécie B e a segunda é a espécie C.

### Questão 15

Para a realização de um vestibular, foram inscritos de 2000 a 2200 candidatos. Sabe-se que, se eles forem distribuídos em salas com capacidade para 40, 45 ou 54 candidatos cada uma, sempre haverá uma sala com apenas 20 candidatos.

Com base nessas informações, pode-se concluir que o número de inscritos foi igual a:

- a) 2000
- b) 2070
- c) 2120
- d) 2180
- e) 2200