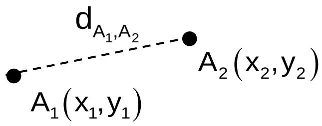
GEOMETRIA ANALÍTICA NO PLANO

DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS

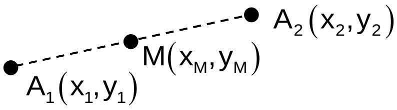
A distância entra dos pontos $A_1(x_1,y_1)$ e $A_2(x_2,y_2)$ é dada por:



$$d_{A_1,A_2}=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}$$

COORDENADAS DO PONTO MÉDIO

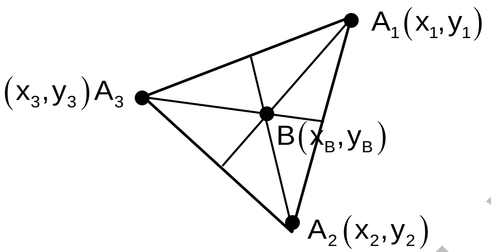
As coordenadas do ponto médio M entre os postos coordenados $A_1(x_1,y_1)$, e $A_2(x_2,y_2)$ são:



$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

COORDENADAS DO BARICENTRO

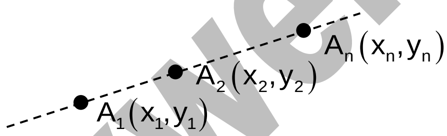
Sendo $A_1(x_1,y_1)$, $A_2(x_2,y_2)$ e $A_3(x_3,y_3)$ os vértices de um triângulo. Então as coordenadas do baricentro B deste triângulo são:



$$B\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

CONDIÇÃO DE ALINHAMENTO DE PONTOS

A condição para que os postos coordenados $A_1(x_1,y_1)$, $A_2(x_2,y_2)$**,...,** $A_n(x_n,y_n)$ estejam alinhados é que**:**

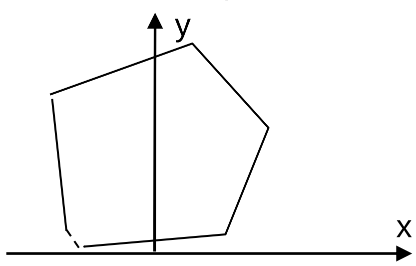


$$\det=\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ y_1 & y_2 & \cdots & x_n \end{vmatrix}=0$$

ÁREA DE UM POLÍGONO

A área de um polígono de n de vértices dados por $A_1(x_1,y_1)$, $A_2(x_2,y_2)$**,** $A_3(x_3,y_3)$**,** $A_4(x_4,y_4)$ **,...,** $A_n(x_n,y_n)$ é dada por:

Atenção!
Para um polígono de vértices maior que 3 é necessário antes de calcular a área do polígono desenhar o mesmo no plano cartesiano.
Para montar a matriz pode-se escolher qualquer vértice e em um sentido arbitrário na ordem deve-se escolher os demais pontos.

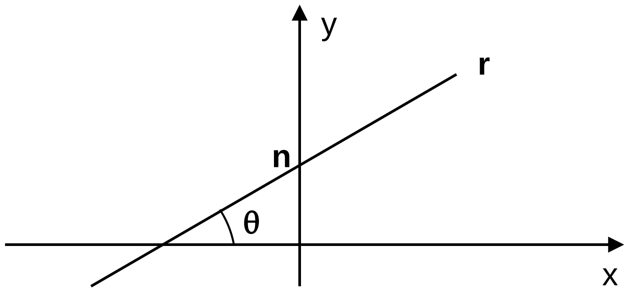


$$A=\frac{1}{2}|\det|,\ \text{sendo}\ \det=\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & \cdots & x_n \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & \cdots & x_n \end{vmatrix}$$

Maxwell Videoaulas

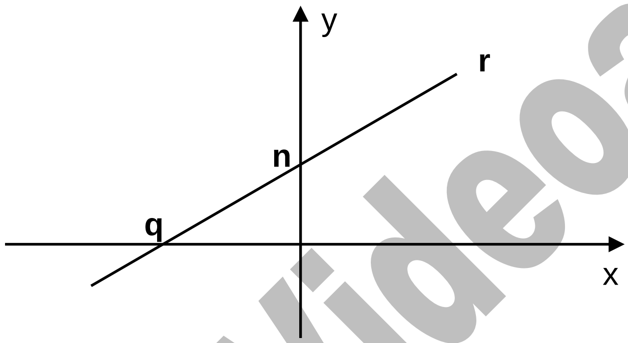
EQUAÇÃO DE UMA RETA

Equação reduzida



$$\begin{cases} y = mx + n \\ m = tg\theta \end{cases}$$

Equação segmentária



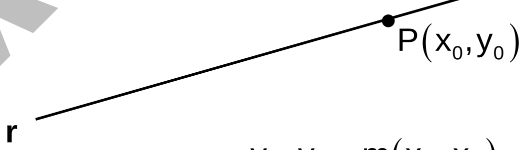
$$\frac{x}{q} + \frac{y}{n} = 1$$

Equação geral

$$ax + by + c = 0$$

Equação ponto inclinação

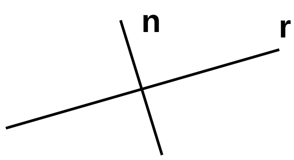
Se uma reta **r** de coeficiente angular **m** passa polo ponto de coordenadas (x_0, y_0). Então, temos:



$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

RETA NORMAL

Uma reta **n** é normal a uma reta **r** se:

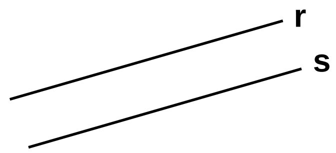


$$m_n \cdot m_t = -1$$

Maxwell Videoaulas

RETA PARALELA

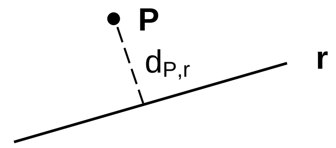
Uma reta **s** é paralela a uma reta **r** se:



$$\begin{cases} r: ax+by+c_r=0 \\ s: ax+by+c_s=0 \end{cases}$$

DISTÂNCIA ENTRE PONTO E RETA

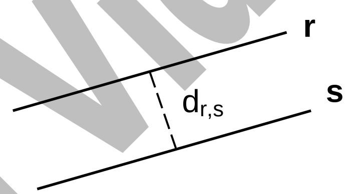
A distância entre o ponto $P(x_0, y_0)$ e a reta **r** $ax+by+c=0$ é dada por:



$$d_{P,r}=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

DISTÂNCIA ENTRE DUAS RETAS

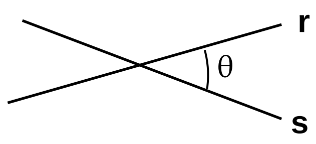
A distância entre o ponto r de equação $ax+by+c_r=0$ e a reta s de equação $ax+by+c_s=0$ é dada por:



$$d_{r,s}=\frac{|c_r-c_s|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

ÂNGULO AGUDO ENTRE RETAS

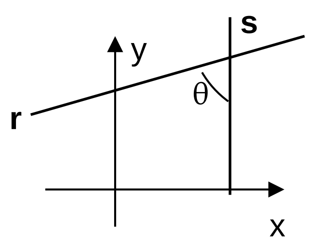
O ângulo agudo θ formado por duas retas de coeficientes angulares m_r e m_s é determinado por:



$$tg\theta=\left|\frac{m_r-m_s}{1+m_s\cdot m_t}\right|$$

Nota:

O ângulo agudo θ formado por duas retas **r** de coeficiente angular m_r e a reta **s** perpendicular ao eixo dos x é determinado por:

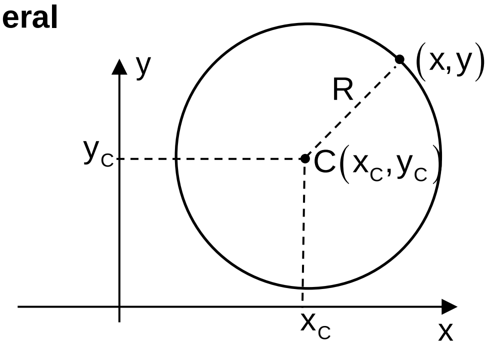


$$tg\theta=\left|\frac{1}{m_r}\right|$$

Maxwell Videoaulas

EQUAÇÃO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA

Equação reduzida e equação geral



$$(x-x_C)^2+(y-y_C)^2=R^2$$

Equação reduzida

$$x^2+y^2-2x_Cx-2y_Cy+x_C^2+y_C^2-R^2=0$$

Equação geral

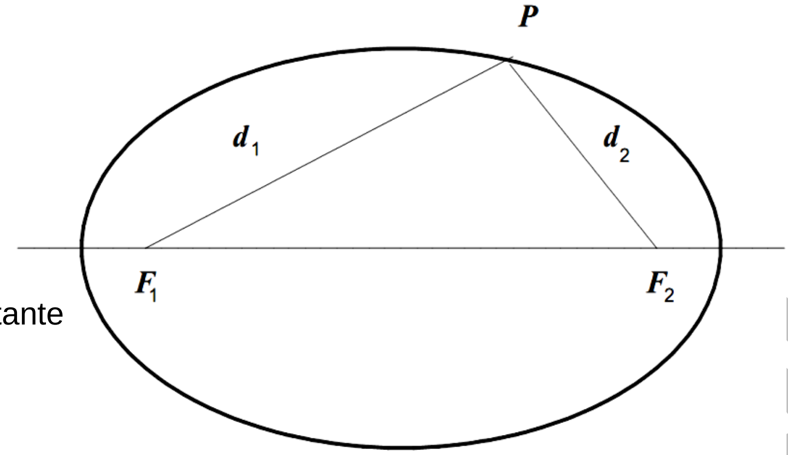
Atenção!

Para uma circunferência de centro (0,0), temos que $x^2+y^2=R^2$.

Maxwell Videoaulas

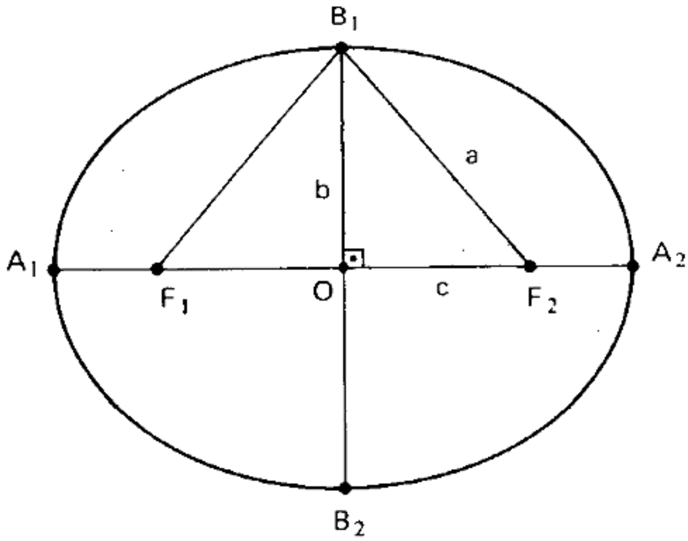
SECÇÕES CÔNICAS

Elipse: Considere dois pontos fixos F_1 e F_2. Elipse é o conjunto de todos os pontos P do plano, tais que é sempre constante a soma das distâncias de P aos pontos F_1 e F_2 chamados de focos da elipse.



$d_1 + d_2 =$ constante

Elementos da Elipse:



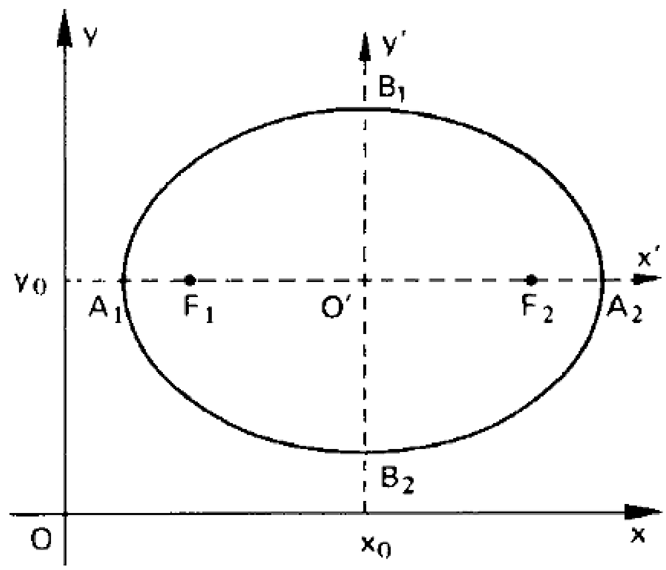
F_1 e F_2: focos
O: centro
A_1A_2: eixo maior
B_1B_2: eixo menor
2c: distância focal
2a: medida do eixo maior / a: semieixo maior
2b: medida do eixo menor / b: semieixo menor
E = c/a: excentricidade

*Note pela figura que é sempre válida a relação $a^2 = b^2 + c^2$. Como **a** é hipotenusa e **c**, cateto, a excentricidade E = c/a será sempre um número do intervalo $0 \le E < 1$. Quando E se aproxima de zero, seu formato é mais arredondado, de modo que quando E = 0, a elipse é uma circunferência.*

Maxwell Apostilas

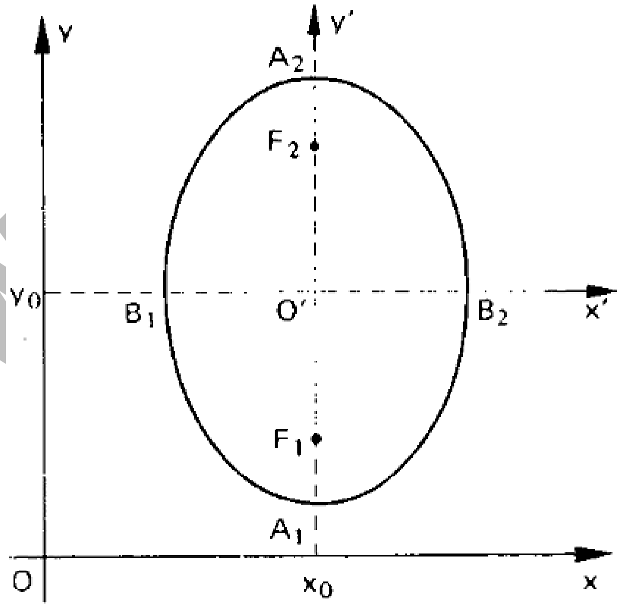
Equação Reduzida da Elipse: As equações reduzidas da Elipse possuem duas formas, dependendo da posição do eixo maior em relação aos eixos coordenados.

*1° caso: eixo maior paralelo ao eixo **x**:*



$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$$

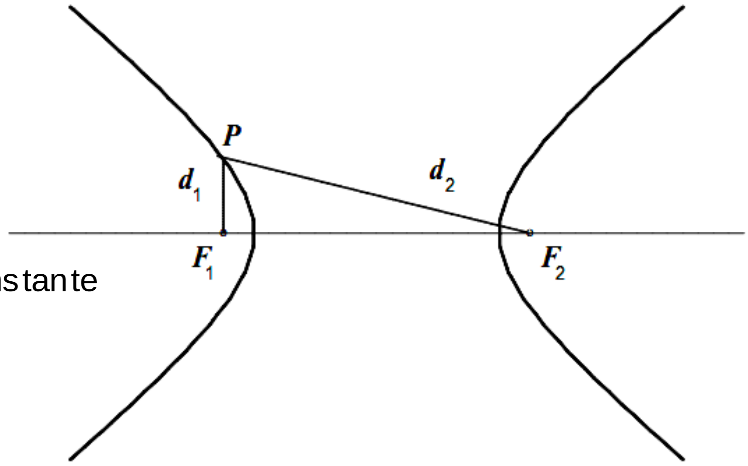
*2° Caso: eixo maior paralelo ao eixo **y**:*



$$\frac{(x-x_0)^2}{b^2}+\frac{(y-y_0)^2}{a^2}=1$$

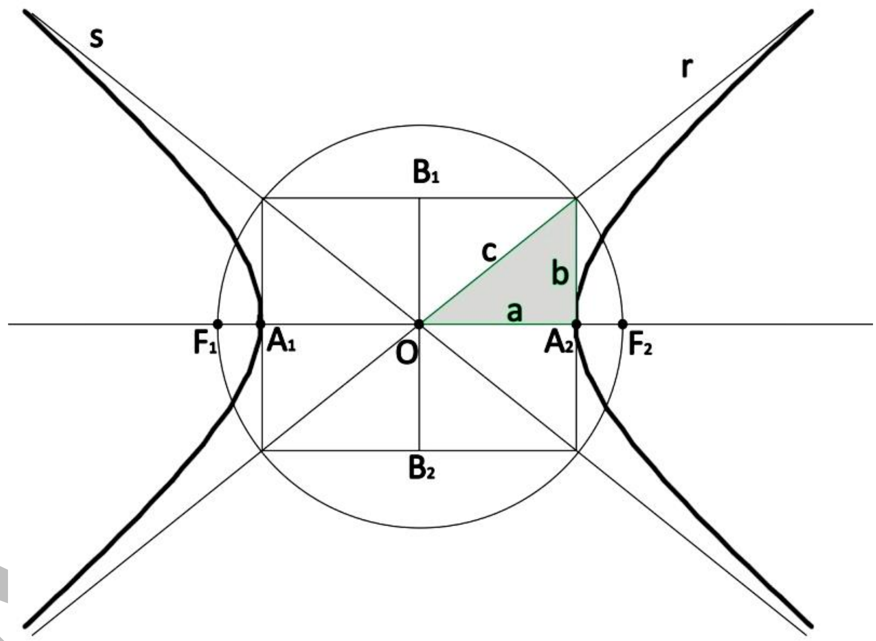
Perceba que para determinar à qual dos eixos coordenados o eixo maior é paralelo, basta observar em qual das variáveis, x ou y, está o termo a² (que é sempre maior que b²) no denominador.

Hipérbole: Considere dois pontos fixos F_1 e F_2. Hipérbole é o conjunto de todos os pontos P do plano, tais que é sempre constante o módulo da diferença entre as distâncias de P aos pontos F_1 e F_2 chamados de focos da hipérbole.



$$|d_1 - d_2| = \text{constante}$$

Elementos da Hipérbole:

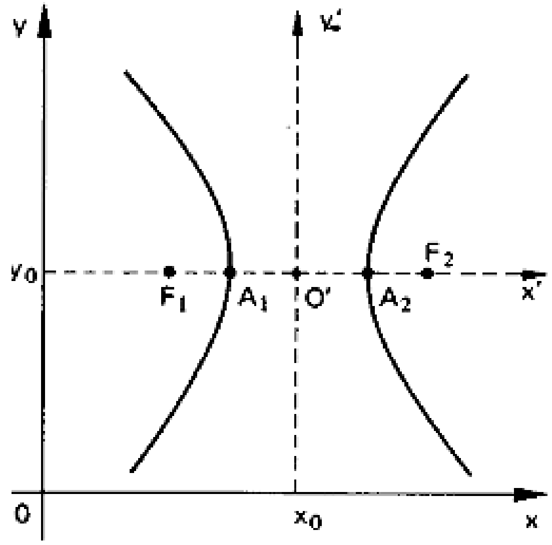


F_1 e F_2: focos; O: centro;
A_1A_2: eixo real ou transverso;
B_1B_2: eixo imaginário ou não transverso;
A_1 e A_2: vértices; 2c: distância focal;
2a: medida do eixo real / a: semi eixo real;
2b: medida do eixo imaginário / b: semi eixo imaginário; r e s: assíntotas;
E = c/a: excentricidade

As assíntotas são retas das quais a hipérbole se aproxima cada vez mais à medida que os pontos se afastam dos vértices, ou seja, a hipérbole tende a tangenciar as assíntotas. Pelo triângulo destacado é possível facilmente perceber que $c^2 = a^2 + b^2$*. Como* ***c*** *é hipotenusa e* ***a****, cateto, a excentricidade E = c/a será sempre E > 1. Entenda a hipérbole como uma só curva formada por dois ramos, e não duas curvas.*

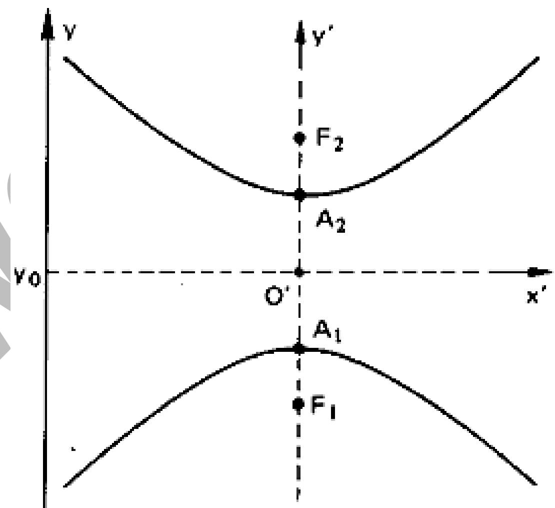
Equação Reduzida da Hipérbole: As equações reduzidas da hipérbole apresentam também duas formas dependendo da posição do eixo real em relação aos eixos coordenados.

*1° caso: eixo real paralelo ao eixo **x**:*



$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2}-\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$$

*2° Caso: eixo real paralelo ao eixo **y**:*

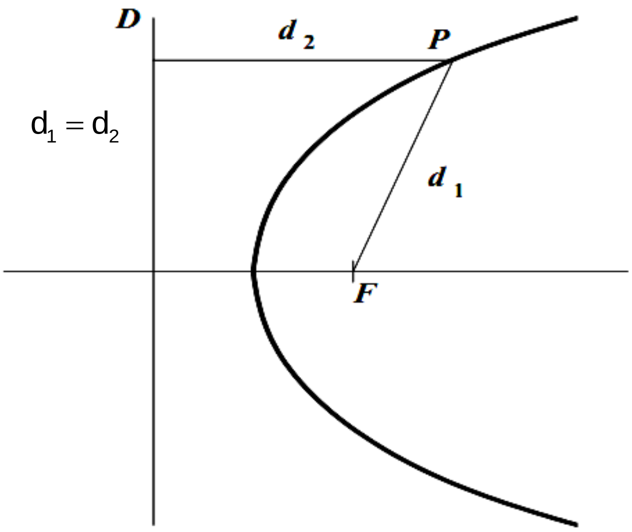


$$\frac{(y-y_0)^2}{a^2}-\frac{(x-x_0)^2}{b^2}=1$$

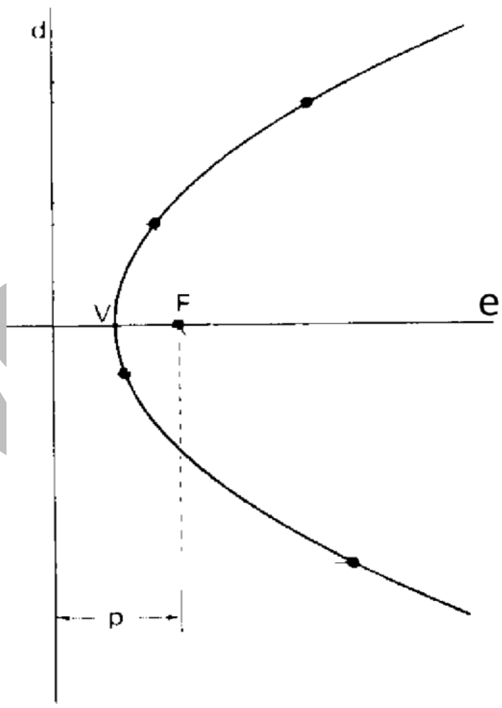
Observe que o termo positivo da equação da hipérbole indica a qual dos eixos coordenados o eixo real está paralelo.

Maxwell Videoaulas

Parábola: Considere um ponto F e uma reta D. Parábola é o conjunto de todos os pontos P tais que a distância de P ao ponto F seja igual à distância de P à reta D. O ponto F é chamado de foco da parábola e a reta D é chamada de diretriz.



Elementos da Parábola

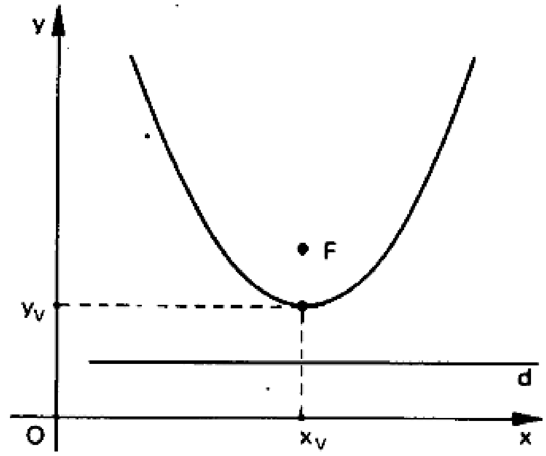


F: foco; V: vértice ; e: eixo
d: diretriz; p: parâmetro; FV = p/2

Maxwell Apostilas

Equação Reduzida da Parábola: As equações reduzidas da parábola apresentam também duas formas dependendo da posição da diretriz em relação aos eixos coordenados.

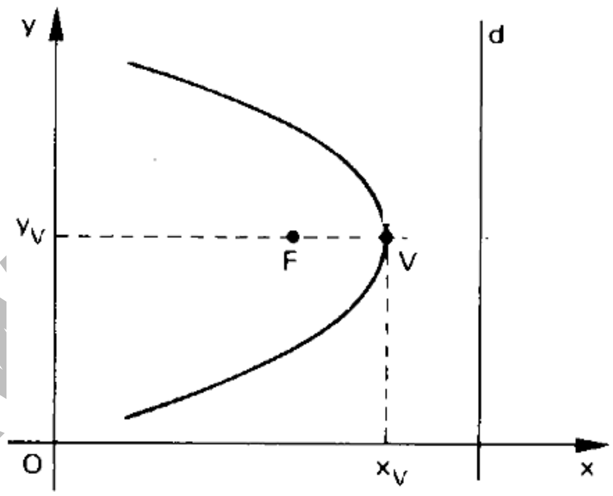
*1° caso: diretriz paralela ao eixo **x**:*



$$(x - x_v)^2 = 2p(y - y_v)$$

Neste caso para p > 0, a parábola tem concavidade voltada para cima, logo para p < 0, tem concavidade voltada para baixo.

*2° caso: diretriz paralela ao eixo **y**:*



$$(y - y_v)^2 = 2p(x - x_v)$$

Neste caso para p > 0, a parábola tem concavidade voltada para direita, logo para p < 0, tem concavidade voltada para esquerda. Perceba que o termo que estiver elevado ao quadrado, irá indicar a qual dos eixos coordenados a diretriz é paralela.

Maxvideoaulas

01. (EFOMM) As circunferências C_1 e C_2 de equações $x^2 - 6x + y^2 - 8y = 0$ e $x^2 - 4x + y^2 - 6y + 12 = 0$ são tais que:

a) C_2 é tangente interior a C_1

b) C_1 e C_2 são tangentes exteriores

c) C_1 e C_2 são concêntricas

d) C_1 e C_2 são secantes

e) C_2 é interior a C_1

02. (EFOMM) Considere uma circunferência de equação $x^2 + y^2 - 2ax - 2by = (r+a)(r-a) - b^2$ e um ponto exterior (c,d). O comprimento das tangentes tiradas do ponto à circunferência é:

a) $a - c + b - d - r$

b) $\sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2 - r^2}$

c) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - r^2}$

d) $\sqrt{a^2 + b^2 - (c+d) + r^2}$

e) $r + \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}$

03. (EFOMM) Sabendo-se que $P \in r: 2x - y = 0$ e $Q \in s: 3x + 4 = 0$ e R(3,10) é o ponto médio do segmento PQ, então, podemos afirmar que a distância entre os pontos P e Q vale:

a) $\sqrt{7}$

b) $\frac{2}{3}\sqrt{365}$

c) $3\sqrt{2}$

d) $\sqrt{37}$

e) $2\sqrt{37}$

04. (EFOMM) A área do quadrilátero de vértices A(0,1), B(1,0), C(3,2) e D(2,4) é:

a) 11/2

b) 13/2

c) 15/4

d) 17/4

e) 19/4

05. (EFOMM) Determine o coeficiente angular da reta cujas equações são dadas por $x = 2t - 1$ e $y = t + 2$, sendo $t \in \Re$.

a) – 1

b) – 1/2

c) 2/5

d) 1/2

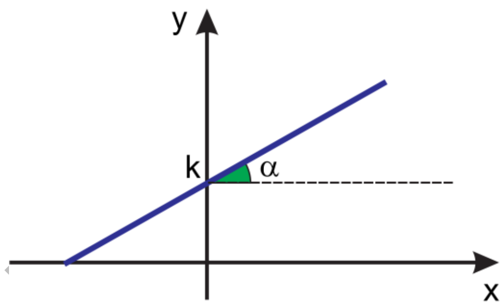
e) 1

Maxwell Videoaulas

06. (EFOMM) A interseção da reta y + x – 1 = 0 com a circunferência x² + y² + 2x + 2y – 3 = 0 determina uma corda cujo comprimento é:
a) 7
b) $\sqrt{2}$
c) $\sqrt{3}$
d) $\sqrt{5}$
e) 6

07. (EFOMM) Dadas as seguintes retas $r: y = \frac{2x}{3} + 5$; $s: 3x + 2y - 1 = 0$; $t: x - 5 = 0$; $u: y - 2 = 0$ e $v: y = 4x + 1$.
a) t e u são paralelas
b) r e v são paralelas
c) t e v são perpendiculares
d) r e s são perpendiculares
e) s e v são perpendiculares

08. (EFOMM) Uma equação que representa a reta da figura abaixo é:



a) $y \cdot \cos\alpha - x \cdot \text{sen}\alpha - k \cdot \cos\alpha = 0$
b) $y \cdot \cos\alpha - x \cdot \cos\alpha - k \cdot \text{sen}\alpha = 0$
c) $y \cdot \cos\alpha + x \cdot \text{sen}\alpha - k \cdot \cos\alpha = 0$
d) $y \cdot \text{sen}\alpha - x \cdot \cos\alpha - k \cdot \text{sen}\alpha = 0$
e) $y \cdot \text{sen}\alpha + x \cdot \cos\alpha - k \cdot \text{sen}\alpha = 0$

09. (EFOMM) O ângulo agudo que a reta x – y = 15 faz com o eixo Ox é:
a) 75°
b) 60°
c) 45°
d) 30°
e) 15°

10. (EFOMM) O centro da circunferência de equação cartesiana $x^2 + y^2 + 16x - 4y + 12 = 0$ é ponto de coordenadas:
a) $(-8, 2)$
b) $(-16, 4)$
c) $(8, -2)$
d) $(4, -1)$
e) $(16, -4)$

Maxwell Preçaulas

11. (EFOMM) Uma embarcação destinada à pesca deparou-se com a situação de homem ao mar (DHM), iniciando rapidamente uma manobra de resgate, cuja trajetória é dada pela função $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 4 = 0$. A razão da área varrida e o comprimento da manobra é:

a) 1,0
b) 1,5
c) 2,0
d) 2,5
e) 3,0

12. (EFOMM) Sabendo-se que suas circunferências secantes são ortogonais quando as respectivas retas tangentes nos seus pontos de interseção são perpendiculares, qual é a equação da circunferência centrada em (3,5) que é ortogonal à circunferência $x^2 + y^2 - 6x - 7 = 0$?

a) $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 20 = 0$
b) $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 24 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 25 = 0$
d) $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 28 = 0$
e) $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 30 = 0$

13. (EFOMM) Dois dos lados de um hexágono regular estão contidos nas retas definidas pelas equações 4x + 3y + 28 = 0 e 8x + 6y + 15 = 0, respectivamente. A área desse hexágono é um número entre:

a) 13 e 14
b) 14 e 15
c) 15 e 16
d) 16 e 17
e) 17 e 18

14. (EFOMM) Dada a equação $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 25 = 0$, assinale a opção que apresenta a distância do centro da curva à origem do sistema de coordenadas.

a) 5
b) 6
c) 8
d) $\sqrt{24}$
e) $\sqrt{29}$

15. (EFOMM) A circunferência de equação $\left(x - \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}\right)^2 + \left(y - \left(1 + \sqrt{2}\right)\right)^2 = 4 + 2\sqrt{2}$ intercepta o eixo das abscissas em dois pontos A e B. Sabendo que o segmento AB é lado de um polígono regular convexo que possui centro coincidente com o centro da circunferência, calcule o perímetro desse polígono.

a) 24
b) 16
c) 15
d) $6\left(\sqrt{2} + 1\right)$
e) $6\left(\sqrt{2} + 2\right)$

Maxwell Vidoaula

16. (EFOMM) Se θ é o menor ângulo formado pelas retas tangentes à circunferência $x^2+y^2=9$ nos pontos $P\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2},-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ e $Q\left(\frac{3\sqrt{3}}{2},-\frac{3}{2}\right)$ então o valor de θ, em radianos, é:

a) $\frac{\pi}{12}$
b) $\frac{\pi}{6}$
c) $\frac{\pi}{4}$
d) $\frac{5\pi}{12}$
e) $\frac{7\pi}{12}$

17. (EFOMM) Quanto à posição relativa, podemos classificar as circunferências $(x-2)^2+(y-3)^2=9$ e $x^2+y^2-8x+15=0$ como:

a) secantes
b) tangentes internas
c) tangentes externas
d) externas
e) internas

18. (EFOMM) Dado os pontos $A(-2,5)$, $B(1,1)$ e $C(-1,-1)$, o valor da altura do triângulo ABC em relação a base AC é igual a:

a) $\sqrt{37}$
b) 5
c) $\sqrt{8}$
d) $\frac{14\sqrt{37}}{37}$
e) 7

19. (EFOMM) O valor de $2\text{sen}^2\theta-\cos\theta+\cot g^2\theta$ sendo $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$, a medida do ângulo formado pelas retas r: $2\sqrt{3}x-y+8=0$ e s: $\sqrt{3}x-7y+3=0$ é:

a) $7/3$
b) $5/2$
c) 8
d) 6
e) $2/3$

20. (EFOMM) Sejam as circunferências: $C_1: x^2+y^2=16$ e $C_2:(x-2)^2+(y+2)^2=4$. Considere A e B os pontos de intersecção dessas circunferências. Determine a distância entre A e B.

a) $2\sqrt{7}$
b) $\sqrt{14}$
c) $2\sqrt{14}$
d) $\sqrt{7}$
e) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

Maxwell Videoaulas

GABARITO

01. e	**02. b**	**03. b**	**04. a**	**05. d**	**06. b**	**07. d**	**08. a**	**09. c**	**10. a**	**11. b**	**12. c**
13. b	**14. e**	**15. b**	**16. d**	**17. a**	**18. d**	**19. a**	**20. b**				

Maxwell Videoaulas