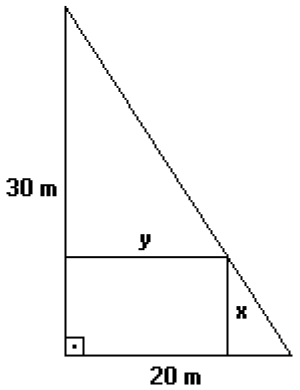
Exercícios de Matemática
Equações de Terceiro Grau

1. (Unesp 89) Com elementos obtidos a partir do gráfico adiante, determine aproximadamente as raízes das equações
a) f(x) = 0
b) f(x) -2x = 0



2. (Fuvest 92) Encontre todos os conjuntos de três números inteiros consecutivos cuja soma é igual ao seu produto.

3. (Fei 94) A soma das raízes da equação $x^3 - 7x^2 + 12x = 0$ é:
a) 7
b) 3
c) 4
d) 8
e) 0

4. (Fei 95) A soma das raízes da equação $x^4+5x^3-3x^2-15x=0$ é:
a) - 1
b) - 2
c) - 3
d) - 4
e) - 5

5. (Unicamp 96) Encontre os valores inteiros de m para os quais a equação $x^3-mx^2+mx-m^2=1$ tem pelo menos uma raiz inteira. Para cada um desses valores de m, ache as 3 raízes das equações (do terceiro grau) correspondentes.

6. (Uel 96) A equação $x^3+ax^2+bx+c=0$ admite como raízes os números -1/2, 1/2 e 3. Nessas condições, a soma a+b+c é igual a
a) 3/2
b) 3/4
c) - 5/2
d) - 11/4
e) - 7/2

7. (Uel 96) Se -2 é uma das raízes da equação $x^3+4x^2+x+k=0$, onde $k \in$ IR, o produto das outras duas raízes dessa equação é
a) - 3
b) - 2
c) 2
d) 3
e) 6

8. (Ufmg 95) A soma dos quadrados das raízes da equação $(3x-1)(3x^2-2x-1)=0$ é
a) 0
b) 1/9
c) 2/3
d) 11/9
e) 11/3

9. (Ufmg 95) Seja $P(x) = x^3 + (k-3)x^2 + (2-k)x - (6+6k)$, onde k é um número real.
a) Mostre que o número 3 é raiz de P(x) para todo número real k.
b) Determine todos os valores de k para os quais as raízes de P(x) sejam todas reais.

10. (Unesp 89) A equação $x^3-2x^2-5x+4=0$ tem raízes x_1, x_2, x_3. Calcule valores numéricos para os coeficientes a, b, c, d, sabendo que as raízes de $ax^3+bx^2+cx+d=0$ são x_1-2, x_2-2, x_3-2.

11. (Unesp 89) Sejam $f(x) = x^3 + x^2 - x + 2$ e $g(x) = f(x) - f(2)$. Calcule as raízes de g(x).

12. (Unesp 89) Uma das raízes da equação $2x^3+x^2-7x-6=0$ é x=2. Pode-se afirmar que:
a) as outras raízes são imaginárias.
b) as outras raízes são 17 e -19.
c) as outras raízes são iguais.
d) as outras raízes estão entre -2 e 0.
e) só uma das outras raízes é real.

13. (Unesp 96) Sabe-se que a unidade imaginária i é raiz do polinômio real $p(x)=x^4-3x^3+3x^2+ax+2$. Nessas condições:
a) Determine o valor de a.
b) encontre o conjunto solução da equação $p(x)=0$.

14. (Unaerp 96) A soma das raízes da equação $x^3 - 4x = 0$ é
a) - 2
b) 6
c) 5
d) 3
e) 0

15. (Mackenzie 96) Com as raízes da equação $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x = 0$ formam-se k números de quatro algarismos. Então k vale:
a) 27.
b) 54.
c) 81.
d) 162.
e) 12.

16. (Ufc 96) Se a, b e c são as raízes da equação $x^3-6x^2+10x-8=0$, encontre o valor numérico de: $[(4/a) + (4/b) + (4/c)]^2$.

17. (Udesc 96) As raízes do polinômio $x^3 - 6x^2 - x + 30$
a) somadas dão 6 e multiplicadas dão 30
b) somadas dão - 6 e multiplicadas dão 30
c) somadas dão 6 e multiplicadas dão - 30
d) somadas dão - 6 e multiplicadas dão - 30
e) são 5, - 2 e - 3

18. (Pucsp 98) No universo C, a equação

$$\begin{vmatrix} x+1 & 0 & 0 \\ -2 & x & 0 \\ 1 & -1 & x-2 \end{vmatrix} = -2$$

admite
a) três raízes racionais.
b) duas raízes não reais.
c) duas raízes irracionais.
d) uma única raiz não inteira.
e) uma única raiz positiva.

19. (Unicamp 98) a) Qual é o valor de λ na equação: $z^3-5z^2+8z-\lambda=0$ de modo que z=3 seja uma raiz dessa equação?
b) Para esse valor de λ, ache as três raízes z_1, z_2, z_3 dessa equação.
c) Ache o volume do sólido obtido quando a região triangular cujos vértices são os pontos z_1, z_2, z_3 gira em torno da reta de equação x=1.

20. (Pucmg 97) Na função $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$, f (a) = f (b) = f (-1) . O valor de a + b é:
a) 0,5
b) 1,0
c) 1,5
d) 2,5
e) 3,0

21. (Ita 98) Considere a, b $\in$ IR e a equação

$$2e^{3x} + ae^{2x} + 7e^x + b = 0$$

Sabendo que as três raízes reais x_1, x_2, x_3 desta equação formam, neta ordem, uma progressão aritmética cuja soma é igual a zero, então a - b vale:
a) 5
b) - 7
c) - 9
d) - 5
e) 9

22. (Mackenzie 97) Relativamente à equação $x^3 + x - 7 = 0$, considere as afirmações a seguir.

I. Não admite raízes racionais.
II. A única raiz real α é tal que $1 < \alpha < 2$.
III. A soma dos quadrados das raízes é -2.

Então:
a) somente I e II são verdadeiras.
b) somente I e III são verdadeiras.
c) somente II e III são verdadeiras.
d) todas são verdadeiras.
e) todas são falsas.

23. (Cesgranrio 97) Se a, b e c são raízes da equação $x^3 - 10x^2 - 2x + 20 = 0$, então o valor da expressão $a^2bc + ab^2c$ é igual a:
a) 400
b) 200
c) -100
d) -200
e) -400

24. (Cesgranrio 99) Resolvendo-se a equação $x^3 - x^2 + 14x + m = 0$ encontramos as raízes x_1, x_2 e x_3, distintas e não nulas. Se m é igual a:
a) - 24
b) - 14
c) - 12
d) - 7
e) - 1

25. (Ufrj 99) Encontre as raízes de

$x^3 + 15x^2 + 66x + 80 = 0$,

sabendo que são reais e estão em progressão aritmética.

26. (Fuvest 99) Se a equação $6x^3 + kx^2 - 18x + 9 = 0$ tem raízes reais a e -a, então o valor de k é:
a) 9/4
b) 2
c) 9/8
d) - 2
e) - 4

27. (Mackenzie 98) Na equação $x^3 - 5x^2 + 5x - 2 = 0$, de raízes a, b e c, o produto (a + 2) (b + 2) (c + 2) vale:
a) 45
b) 40
c) 35
d) 30
e) 25

28. (Mackenzie 98) A soma dos cubos das raízes da equação $x^3-2x^2+3x+1=0$ é:
a) 12
b) -12
c) -13
d) 13
e) 14

29. (Mackenzie 98) Se k e p são, respectivamente, a soma e o produto das raízes da equação $4x^5-2x^3+x^2-x+1=0$, então k+p vale:
a) -4
b) -2/5
c) +1/4
d) -1/4
e) 5/2

30. (Unb 98) Julgue os itens seguintes, relativos às soluções das equações apresentadas.

(1) A equação $(x + 3)^2 + (x - 3)^2 = 0$ possui duas soluções complexas.
(2) A equação $(x + 177)^2 - (x - 177)^2 = 708x$ tem, no máximo, duas soluções reais distintas.
(3) A equação $2x - 1 = \sqrt{(x)^2}$ tem exatamente duas soluções reais.
(4) Se $x \in \mathbb{R}$ é solução da equação $x^2 + x - 1 = 0$, então x é também solução de $x^3 - 2x + 1 = 0$.
(5) A equação $x^2-y^2=31$ admite um único par $(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ como solução.

31. (Puccamp 98) Sabe-se que a equação $2x^3+x^2-6x-3=0$ admite uma única raiz racional e não inteira. As demais raízes dessa equação são
a) irracionais e positivas.
b) irracionais e de sinais contrários.
c) inteiras e de sinais contrários.
d) inteiras e positivas.
e) não reais.

32. (Uel 98) Dada a equação $x^3+6x^2-4x+t=0$, cujos coeficientes são números inteiros, sabe-se que uma de suas raízes é a média aritmética das outras duas. O produto das raízes dessa equação é

a) 36

b) 24

c) 12

d) - 24

e) - 36

33. (Unicamp 99) a) Resolva a equação: $x^4 - 5x - 6 = 0$.

b) Mostre que, se a e b são números reais e se não são ambos nulos, então as raízes da equação $x^4 + ax + b = O$ não podem ser todas reais.

34. (Puccamp 96) Sobre as raízes da equação $3x^3 - 5x^2 - 2x = 0$, é verdade que

a) são todas inteiras.

b) a menor delas é - 2.

c) a maior delas é 2/3.

d) somente uma delas é irracional.

e) somente uma delas é negativa.

35. (Pucsp 99) Sabe-se que o número complexo 1 - i é raiz da equação $2x^3-3x^2+kx+t=0$, na qual k e t são constantes reais. O produto das raízes dessa equação é

a) -1

b) -1/2

c) 1/2

d) 1

e) 2

36. (Ufsm 99) Sabendo que uma das raízes da equação $2x^3-3x^2-x+m=0$ é solução de $\text{sen}(\pi\,\theta/6)=1$, com $0\leq\theta\leq\pi$, então o produto das raízes da equação polinomial é

a) -1/2

b) 3/2

c) 12

d) 16

e) 24

37. (Mackenzie 99) Se a soma dos quadrados das raízes da equação $x^3-Kx^2-x+K=0$, $K>0$, é 11, então a maior raiz da mesma é:

a) 2K

b) K/3

c) K/2

d) -K

e) K

38. (Mackenzie 99) Se 1 + i é raiz da equação $x^3 - 4x^2 + Kx + t = 0$, com K e t números reais, então K+t vale:

a) -6

b) 6

c) -4

d) 4

e) 2

39. (Unioeste 99) Sabendo que uma das raízes da equação $x^3-5x^2+8x-6=0$ é o número complexo 1-i, podemos concluir que:

01. 1+i também é raiz da equação.
02. -1+i também é raiz da equação.
04. A equação não possui raízes reais.
08. A soma das raízes é 7.
16. A soma dos quadrados das raízes é 9.
32. O produto das raízes é um número real.

40. (Puccamp 2000) As raízes da equação $x^3 - 15x^2 + 71x + m = 0$, na qual m é um número real, são números ímpares e consecutivos. Nessas condições, o produto das raízes dessa equação é

a) 315

b) 105

c) 15

d) 3

e) -3

41. (Ufrj 2001) Determine todas as raízes $x^3+2x^2-1=0$

42. (Uff 2001) Uma fábrica utiliza dois tanques para armazenar combustível.
Os níveis de combustível, H_1 e H_2, em cada tanque, são dados pelas expressões:

$H_1(t) = 150t^3-190t+30$ e $H_2(t) = 50t^3+35t+30$,

sendo t o tempo em hora.
O nível de combustível de um tanque é igual ao do outro instante inicial (t=0) e, também, no instante:
a) t = 0,5 h
b) t = 1,0 h
c) t = 1,5 h
d) t = 2,0 h
e) t = 2,5 h

43. (Fuvest 2001) Considere dois números reais λ e μ tais que
$\lambda \neq -1$, $\mu \neq 1$ e $\lambda\mu \neq 0$.

a) Determine uma relação entre λ e μ, para que as equações polinomiais $\lambda x^3-\mu x^2-x-(\lambda+1) = 0$ e $\lambda x^2-x-(\lambda+1) = 0$ possuam uma raiz comum.

b) Nesse caso, determine a raiz comum.

44. (Fatec 2002) Foi apresentado a um exímio calculista, conhecido como o "homem que calculava", o sistema de equações

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 37/30 \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 1/2 \\ x_1x_2x_3 = 1/15 \end{cases}$$

e ele rapidamente respondeu:

"Uma solução do
sistema é $x_1 = 1/3$; $x_2 = 1/2$; $x_3 = 2/5$".

Em seguida perguntaram-lhe: qual a soma dos quadrados das raízes da equação $30x^3-37x^2+15x-2=0$?

De pronto, ele respondeu corretamente.

A sua resposta foi:
a) 7/300
b) 47/450
c) 101/600
d) 437/750
e) 469/900

45. (Ita 2002) Sabendo que a equação

$$x^3 - px^2 = n^y,\ p, n > 0,\ n \neq 1\ y \in \mathbb{N},$$

possui três raízes reais positivas b, a e t, então
$\log_n [abt\,(a^2 + b^2 + t^2)^{a+b+}\ ]$
é igual a
a) $2y + p \log_n p$.
b) $y + 2p \log_n p$.
c) $y + p \log_n p$.
d) $y - p \log_n p$.
e) $y - 2p \log_n p$.

46. (Ufsm 2001) Se -1 e 5 são duas raízes da equação $x^3+ax^2+3x+b=0$, então a e b valem, respectivamente, _____ e _____, e a outra raiz da equação é _____.

Assinale a alternativa que completa corretamente as lacunas.

a) - 6; - 10;   2
b) - 6; - 10; - 2
c) 6; - 10; - 2
d) 6;   10; - 2
e) - 6;   10;   2

47. (Ufv 2001) Se 1 é uma das raízes da equação $x^3-6x^2+11x-6=0$, então a SOMA das outras duas raízes é:

a) 5
b) - 1
c) 0
d) 1
e) - 5

48. (Pucpr 2001) Sabe-se que 2 e 3 - i são raízes do polinômio $x^3+ax^2+bx+c=0$, onde a, b e c são números reais.

O valor de c é:

a) 4
b) - 16
c) - 8
d) 8
e) - 20

49. (Puc-rio 2001) Quais as soluções de $x(x^2-4x+4)=1$?

50. (Ufpi 2000) Assinale a alternativa que corresponde à equação cujas raízes são as recíprocas (inversas) das raízes da equação $5x^3-x^2-85x+17=0$.

a) $x^3 - 5x^2 - 17x + 85 = 0$
b) $5x^3 - 85x^2 - x + 17 = 0$
c) $85x^3 - 5x^2 - 17x + 1 = 0$
d) $17x^3 - 85x^2 - x + 5 = 0$
e) $x^3 - 17x^2 - 5x + 85 = 0$

51. (Ufal 2000) Se os conjuntos A e B são tais que $A=\{x \in IR \mid (x^2-25)^3=0\}$ e $B=\{x \in IN \mid 4/3<x<20/3\}$, então é verdade que

a) $A \subset B$
b) $A = B$
c) $A \cap B = \varnothing$
d) $A \cap B = \{5\}$
e) $A \cup B = A$

52. (Uel 2000) Sabendo-se que as raízes da equação $x^3-3x^2-6x+8=0$ formam uma progressão aritmética, é correto concluir que a

a) menor delas é -2.
b) menor delas é -1.
c) maior delas é 1.
d) maior delas é 2.
e) maior delas é 3.

53. (Uerj 2001) $x^3 + x + 10 = 0$

$x^3 - 19x - 30 = 0$

As equações acima, em que $x \in C$, têm uma raiz comum.
Determine todas as raízes não-comuns.

54. (Ita 2003) Seja $k \in IR$ tal que a equação $2x^3 + 7x^2 + 4x + k = 0$ possua uma raiz dupla e inteira x_1 e uma raiz x_2, distinta de x_1. Então, $(k + x_1)x_2$ é igual a:

a) - 6
b) - 3
c) 1
d) 2
e) 8

55. (Fgv 2003) A equação $x^3 - 3x^2 + 4x + 28 = 0$ admite - 2 como raiz.
As outras raízes satisfazem a equação:

a) $x^2 - 4x + 14 = 0$
b) $x^2 - 5x + 14 = 0$
c) $x^2 - 6x + 14 = 0$
d) $x^2 - 7x + 14 = 0$
e) $x^2 - 8x + 14 = 0$

56. (Ita 2000) Sendo 1 e 1+2i raízes da equação $x^3+ax^2+bx+c=0$, em que a, b e c são números reais, então

a) b + c = 4
b) b + c = 3.
c) b + c = 2.
d) b + c = 1.
e) b + c = 0.

57. (Fgv 95) Sobre as raízes da equação $2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$, é verdade que

a) nenhuma delas é real.
b) exatamente duas delas são negativas.
c) somente uma delas é irracional.
d) as três são números inteiros.
e) pertencem ao intervalo [-1, 1].

58. (Uflavras 2000) Os valores de "a" na matriz adiante,

$$M = \begin{bmatrix} a & 0 & 2 \\ 0 & a & 0 \\ a & 0 & a \end{bmatrix}$$

que satisfazem f(det M) = 0, para f(X) = X + a, são

a) -1, 1
b) 0, -1
c) 0, 1
d) 0, 2
e) -2, 2

GABARITO

1. a) V = { 5/2 , 5 , 7 }
b) V = { 3/2 }

2. {-1; 0; 1}, {-3;-2;-1} e {1; 2;3}

3. [A]

4. [E]

5. m = 0 $\longrightarrow$ V = { 1, $(-1 + i\sqrt{3})/2$, $(-1 - i\sqrt{3})/2$ }
m = -3 $\longrightarrow$ V = { -2, $(-1 + \sqrt{21})/2$, $(-1 - \sqrt{21})/2$ }

6. [C]

7. [A]

8. [D]

9. a) P(3) = 0
b) { $k \in$ IR / $k \leq 4 - 2\sqrt{6}$ ou $k \geq 4 + 2\sqrt{6}$ }

10. Para a = 1, temos: b = 4, c = -1 e d = 6
Para a = 2, temos: b = 8, c = -2 e d = 12

11. V = { 2 ; -3 +11i/2 ; -3 -11i/2 }

12. [D]

13. a) a = -3
b) S = { -i, i, 1, 2 }

14. [E]

15. [B]

16. 25

17. [C]

18. [C]

19. a) 6
b) 1 + i, 1 - i, 3
c) $8\pi/3$

20. [D]

21. [D]

22. [D]

23. [D]

24. [A]

25. a = - 2, b = - 5 e c = - 8

26. [E]

27. [B]

28. [C]

29. [D]

30. V F F V V

31. [B]

32. [B]

33. a) V = {-1, 2, $-1/2 + (\sqrt{11}/2)\,i$, $-1/2 - (\sqrt{11}/2)\,i$}

b) A equação $x^4+ax+b=0$ admite, no máximo, uma raiz nula, pois a e b não são ambos nulos. Vamos provar que a equação $x^4+ax+b=0$ admite, no máximo, duas raízes reais.
Se os números reais, p e q forem raízes, então a equação $x^4+ax+b=0$ pode ser fatorada na forma $(x-p).(x-q).[x^2+(p+q)x+(p^2+pq+q^2)]=0$ pois, de acordo com o dispositivo de Briot-Ruffini, temos:

1	0	0	a	b	p
1	p	p^2	p^3+a	$p^4+ap+b=0$	q
1	p+q	p^2+pq+q^2	$q^3+pq^2+p^2q+p^3+a=0$		

A equação $x^2+(p+q)x+(p^2+pq+q^2)=0$ não admite raízes reais, pois
$\Delta = (p + q)^2 - 4 (p^2 + pq + q^2) = - 3p^2 - 3q^2 - 2pq =$
$= - 2 (p^2 + q^2) - (p + q)^2 < 0$ quaisquer que sejam p e q não simultaneamente nulos.

34. [E]

35. [A]

36. [C]

37. [E]

38. [E]

39. V F F F V V

40. [B]

41. -1, $(-1+\sqrt{5})/2$ e $(-1-\sqrt{5})/2$.

42. [C]

43. a) $\mu + 2\lambda = 0$

b) -1

44. [E]

45. [B]

46. [E]

47. [A]

48. [E]

49. 1 e (3 □ √ 5)/2

50. [D]

51. [D]

52. [A]

53. $x = 1 + 2i$ ou $x = 1 - 2i$
$x = 5$ ou $x = - 3$

54. [B]

55. [B]

56. [C]

57. [E]

58. [C]