P.430 a) A velocidade orbital do planeta aumenta à medida que ele se aproxima do Sol e diminui à medida que se afasta, de acordo com a segunda lei de Kepler. Portanto, a velocidade do planeta é máxima no ponto *P* e mínima no ponto *A*.

b) Da segunda lei de Kepler, podemos concluir que, quanto maior a área, maior será o intervalo de tempo para o planeta percorrê-la. Analisando as áreas correspondentes aos percursos considerados, temos: $A_{VPI} < A_{PIA} = A_{AVP} < A_{IAV}$

Portanto, para os respectivos intervalos de tempo, teremos:

$\Delta t_{VPI} < \Delta t_{PIA} = \Delta t_{AVP} < \Delta t_{IAV}$

P.431 a)
$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{4} \text{ órbita} \text{ ——— } 28 \text{ dias terrestres} \\ 1 \text{ órbita} \text{ ——— } T \end{array}\right\} \Rightarrow T = 28 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{T = 112 \text{ dias terrestres}}$$

b) $R = 5.000$ km; $\Delta t = T = 112$ dias

Área da órbita: $A = \pi R^2 \simeq 3{,}14 \cdot (5.000)^2 \Rightarrow A \simeq 7{,}85 \cdot 10^7 \text{ km}^2$

Velocidade areolar: $k = \dfrac{A}{\Delta t} = \dfrac{7{,}85 \cdot 10^7}{112} \Rightarrow \boxed{k \simeq 7{,}0 \cdot 10^5 \text{ km}^2/\text{dia terrestre}}$

P.432 Se a área descrita corresponde a um quinto da área total, o intervalo de tempo em questão é um quinto do período ($T = 365$ dias):

$$\Delta t = \frac{T}{5} = \frac{365}{5} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 73 \text{ dias}}$$

P.433 Dados: $T_U = 84$ anos; $R_U = 4R_J$

$$\frac{T_U^2}{R_U^3} = \frac{T_J^2}{R_J^3} \Rightarrow \frac{(84)^2}{(4R_J)^3} = \frac{T_J^2}{R_J^3} \Rightarrow \frac{7.056}{64R_J^3} = \frac{T_J^2}{R_J^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_J^2 = 110{,}25 \Rightarrow \boxed{T_J \simeq 10{,}5 \text{ anos terrestres}}$$

P.434 Dados: $R_P = 9R_T$; $T_T = 1$ ano

$$\frac{T_P^2}{R_P^3} = \frac{T_T^2}{R_T^3} \Rightarrow \frac{T_P^2}{(9R_T)^3} = \frac{T_T^2}{R_T^3} \Rightarrow \frac{T_P^2}{729R_T^3} = \frac{1^2}{R_T^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_P^2 = 729 \Rightarrow \boxed{T_P = 27 \text{ anos terrestres}}$$

P.435 Dados: $R_1 = R$; $T_1 = T$; $T_2 = 8T$

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_1^2}{R_2^3} \Rightarrow \frac{T^2}{R^3} = \frac{(8T)^2}{R_2^3} \Rightarrow \frac{T^2}{R^3} = \frac{64T^2}{R_2^3} \Rightarrow R_2^3 = 64R^3 \Rightarrow \boxed{R_2 = 4R}$$

P.436 Dados: $M \simeq 2{,}0 \cdot 10^{30}$ kg; $m \simeq 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg; $d \simeq 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m; $G \simeq 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ N $\cdot$ m²/kg²

Aplicando a lei da Gravitação Universal, temos:

$$F_{ST} = G\frac{M \cdot m}{d^2} = 6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2{,}0 \cdot 10^{30} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24}}{(1{,}5 \cdot 10^{11})^2} \Rightarrow \boxed{F_{ST} \simeq 3{,}6 \cdot 10^{22} \text{ N}}$$

P.437 Dados: $M \simeq 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg; $m = 7{,}0 \cdot 10^{22}$ kg; $d \simeq 4{,}0 \cdot 10^{8}$ m/s²; $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ N $\cdot$ m²/kg²

Aplicando a lei da Gravitação Universal:

$$F_{TL} = G\frac{Mm}{d^2} = 6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6{,}0 \cdot 10^{24} \cdot 7{,}0 \cdot 10^{22}}{(4{,}0 \cdot 10^{8})^2} \Rightarrow \boxed{F_{TL} \simeq 1{,}8 \cdot 10^{20} \text{ N}}$$

Comparação: $\dfrac{F_{ST}}{F_{TL}} = \dfrac{3{,}6 \cdot 10^{22}}{1{,}8 \cdot 10^{20}} \Rightarrow \boxed{\dfrac{F_{ST}}{F_{TL}} = 2{,}0 \cdot 10^{2}}$

A força de atração gravitacional do Sol sobre a Terra tem intensidade 200 vezes maior que a intensidade da força gravitacional que a Terra exerce sobre a Lua.

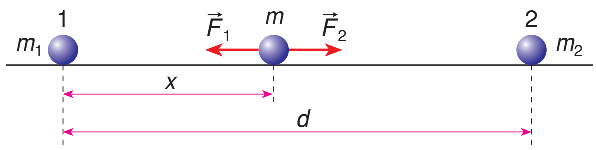
P.438 Dados: $d = r$; $F = 5$ N; $F = G\dfrac{M \cdot m}{d^2}$

a) $F' = G\dfrac{2Mm}{d^2} \Rightarrow F' = 2F \Rightarrow \boxed{F' = 10 \text{ N}}$

b) $F'' = G\dfrac{3M \cdot 3m}{d^2} \Rightarrow F'' = 9F \Rightarrow \boxed{F'' = 45 \text{ N}}$

c) $F''' = G\dfrac{Mm}{\left(\dfrac{d}{2}\right)^2} = G\dfrac{Mm}{d^2} \cdot 4 \Rightarrow F''' = 4F \Rightarrow \boxed{F''' = 20 \text{ N}}$

P.439



$m_1 = 9m_2$

$$\vec{F}_R = \vec{0} \Rightarrow F_1 = F_2 \Rightarrow G\frac{m_1 m}{x^2} = G\frac{m_2 m}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{m_1}{x^2} = \frac{m_2}{(d-x^2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{9m_2}{x^2} = \frac{m_2}{(d-x)^2} \Rightarrow 9 \cdot (d-x)^2 = x^2 \Rightarrow 3 \cdot (d-x) = x \Rightarrow 3d - 3x = x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x = 3d \Rightarrow x = \frac{3d}{4} \Rightarrow \boxed{x = 0{,}75d}$$

P.440 Dados: $P_T = 40$ N (na superfície da Terra); $P_N = 10$ N (na nave)

$$P_T = mg_T = mG\frac{M}{R^2} \text{ ①}; \; P_N = mg_N = mG\frac{M}{d^2} \text{ ②}$$

Dividindo ① por ②: $\dfrac{P_T}{P_N} = \dfrac{d^2}{R^2} \Rightarrow \dfrac{40}{10} = \dfrac{d^2}{R^2} \Rightarrow \boxed{d = 2R}$

P.441 $M_P = 10M_T$ ①; $R_P = 2R_T$ ②; $g = G\dfrac{M_T}{R_T^2}$ ③; $g_P = G\dfrac{M_P}{R_P^2}$ ④

Substituindo ① e ② em ④ e comparando o resultado com a expressão ③:

$$g_P = G\frac{10M_T}{4R_T^2} \Rightarrow g_P = 2{,}5G\frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow \boxed{g_P = 2{,}5g}$$

P.442 $M_P = 8M_T$ ①; $R_P = 3R_T$ ②; $g_T = G\dfrac{M_T}{R_T^2}$ ③; $g_P = G\dfrac{M_P}{R_P^2}$ ④

Substituindo ① e ② em ④ e comparando o resultado com a expressão ③:

$$g_P = G \cdot \frac{8M_T}{9R_T^2} \Rightarrow g_P = \frac{8}{9}g_T \Rightarrow \boxed{\frac{g_P}{g_T} = \frac{8}{9}}$$

P.443 Dados: $m = 50$ kg; $g_T = 10$ m/s^2;

$$g_P = \frac{8}{9} \cdot 10 \Rightarrow g_P = \frac{80}{9} \text{ m/s}^2$$

O peso do corpo na superfície desse planeta imaginário será:

$$P_P = m \cdot g_P = 50 \cdot \frac{80}{9} \Rightarrow \boxed{P_P \simeq 444{,}4 \text{ N}}$$

P.444 De acordo com o exercício resolvido **R.170**, temos: $g_e = g_p - \omega^2 R$

Para que o peso de uma pessoa no equador ficasse nulo, deveríamos ter: $g_e = 0$.

Portanto:

$$0 = g_p - \omega^2 R \Rightarrow \omega^2 = \frac{g_p}{R} \Rightarrow \omega^2 = \frac{10}{6{,}4 \cdot 10^6} \Rightarrow \boxed{\omega = 1{,}25 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}}$$

Observação:

A velocidade angular de rotação real da Terra é:

$$\omega_T = \frac{2\pi}{24 \cdot 3.600} \text{ rad/s} \simeq 7{,}26 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Logo: $\dfrac{\omega}{\omega_T} = \dfrac{1{,}25 \cdot 10^{-3}}{7{,}26 \cdot 10^{-5}} \Rightarrow \dfrac{\omega}{\omega_T} \simeq 17$

A Terra deveria girar com velocidade angular 17 vezes maior do que a velocidade angular real.

P.445 Dados: $R = 8{,}0 \cdot 10^6$ m; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg²; $M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg

a) $v = \sqrt{\dfrac{GM}{R}} = \sqrt{\dfrac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24}}{8{,}0 \cdot 10^6}} \Rightarrow \boxed{v \simeq 7{,}0 \cdot 10^3 \text{ m/s}}$

b) $T = \dfrac{2\pi R}{v} \Rightarrow T \simeq \dfrac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}0 \cdot 10^6}{7 \cdot 10^3} \Rightarrow \boxed{T \simeq 7{,}1 \cdot 10^3 \text{ s}}$

P.446 Dado: $m = 100$ kg

a) $F_{cp} = \dfrac{mv^2}{R} = \dfrac{100 \cdot 50 \cdot 10^6}{8{,}0 \cdot 10^6} \Rightarrow \boxed{F_{cp} = 625 \text{ N}}$

b) Seu peso "funciona" como força centrípeta, tendo como única função mantê-lo em movimento circular.

P.447 Dados: $M = 7{,}0 \cdot 10^{22}$ kg; $R = 1{,}73 \cdot 10^6$ m; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg²

$$v_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 7{,}0 \cdot 10^{22}}{1{,}73 \cdot 10^6}} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{v_0 \simeq 2{,}3 \cdot 10^3 \text{ m/s}}$ ou $\boxed{v_0 \simeq 2{,}3 \text{ km/s}}$

P.448 a) $\dfrac{T_p^2}{R_p^3} = \dfrac{T_T^2}{R_T^3} \Rightarrow \dfrac{T_p^2}{(2{,}5)^3} = \dfrac{(1{,}0)^2}{(1{,}0)^3} \Rightarrow \boxed{T_p \simeq 4{,}0 \text{ anos terrestres}}$

b) Da terceira lei de Kepler $\left(\dfrac{T^2}{R^3} = K\right)$ concluímos que o ano de mercúrio é **mais curto** que o terrestre.

P.449 a) $\begin{cases} A = 6{,}98 \cdot 10^{22} \text{ m}^2 \text{ quando } \Delta t = 12 \text{ meses} \\ A = ? \text{ para } \Delta t = 2 \text{ meses} \end{cases}$

Como $A = k \cdot \Delta t$, temos:

$$\left.\begin{array}{l} 6{,}98 \cdot 10^{22} = k \cdot 12 \\ A = k \cdot 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{6{,}98 \cdot 10^{22}}{A} = \frac{12}{2} \Rightarrow \boxed{A \simeq 1{,}16 \cdot 10^{22} \text{ m}^2}$$

b) segunda lei de Kepler

P.450 $M'_T = \dfrac{M_T}{2}$; $R'_T = R_T - \dfrac{1}{4} \cdot R_T = \dfrac{3}{4} \cdot R_T$;

$$g_T = G\frac{M_T}{R_T^2};\ g'_T = G\frac{M'_T}{R'^2_T}$$

$$g'_T = G\frac{\frac{M_T}{2}}{\left(\frac{3}{4}R_T\right)^2} = G\frac{M_T}{2 \cdot \frac{9}{16}R_T^2} \Rightarrow \boxed{g'_T = \frac{8}{9}g_T}$$

P.451 $g = G\dfrac{M}{(R + h)^2}$

$$0{,}6 = G\frac{M}{(R + 4{,}8 \cdot 10^3)^2} \quad ①$$

$$2{,}4 = G\frac{M}{(R + 0{,}7 \cdot 10^3)^2} \quad ②$$

Dividindo ② por ①, temos:

$$4 = \frac{(R + 4{,}8 \cdot 10^3)^2}{(R + 0{,}7 \cdot 10^3)^2} \Rightarrow R = 3{,}4 \cdot 10^3 \text{ km} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = 34 \cdot 10^5 \text{ m} \Rightarrow \boxed{R = 34 \text{ unidades de } 10^5 \text{ m}}$$

P.452 $g = G\dfrac{M}{R^2}$, $d = \dfrac{M}{V}$

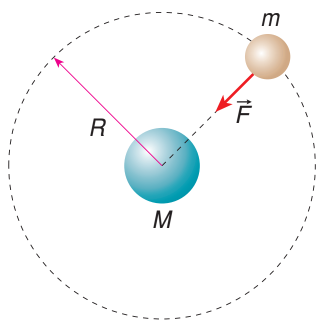
$$M = dV \Rightarrow M = d\frac{4}{3}\pi R^3$$

$$g = G\frac{d\frac{4}{3}\pi R^3}{R^2} \Rightarrow g = \frac{4}{3}G\pi dR$$

$$g_s = \frac{4}{3}G\pi d_s R_s \Rightarrow g_s = \frac{4}{3}G\pi\frac{1}{4}d_T 110 R_T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g_s = \frac{110}{4}\frac{4}{3}G\pi d_T R_T \Rightarrow g_s = \frac{110}{4}g_T \Rightarrow g_s = \frac{110}{4}9{,}8 \Rightarrow \boxed{g_s = 269{,}5 \text{ m/s}^2}$$

P.453 a)



b) A velocidade escalar v do satélite em órbita ao redor do planeta é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Para a velocidade angular, temos:

$$\omega = \frac{v}{R} \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{\frac{GM}{R}}}{R} \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}}$$

P.454 a) Asteroide: $R = 6{,}5 \cdot 10^5$ m; $M = 6 \cdot 10^{21}$ kg

Cálculo da aceleração da gravidade na superfície do asteroide:

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{21}}{(6{,}5)^2 \cdot 10^{10}} \Rightarrow \boxed{g \simeq 0{,}95 \text{ m/s}^2}$$

Esse valor é incompatível com o trabalho em condições semelhantes às da Terra, onde a aceleração da gravidade na superfície é mais que dez vezes maior ($g_T = 9{,}8$ m/s^2).

b) Cada metade do asteroide, saindo com velocidade $v = 2{,}1 \cdot 10^3$ m/s, terá energia cinética:

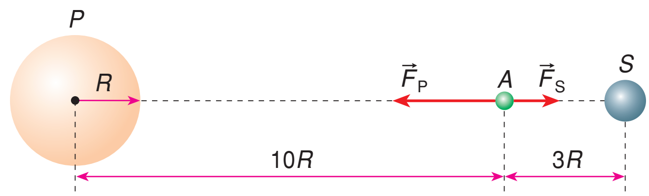
$$E_c = \frac{M}{2} \cdot \frac{v^2}{2} = \frac{6 \cdot 10^{21}}{2} \cdot \frac{(2{,}1 \cdot 10^3)^2}{2} \Rightarrow E_c \simeq 6{,}6 \cdot 10^{27} \text{ J}$$

Portanto, a energia total necessária para o feito descrito é:

$$E_t = 2E \Rightarrow \boxed{E_t \simeq 13{,}2 \cdot 10^{27} \text{ J}} \Rightarrow \boxed{E_t \simeq 1{,}32 \cdot 10^{28} \text{ J}}$$

Assim, a energia fornecida pelo artefato nuclear (9 megatons $= 4 \cdot 10^{14}$ J) é **muito menor** que a necessária.

P.455 Dados: $m_S = \dfrac{m_P}{1.000}$; $d_P = 10R$; $d_S = 3R$



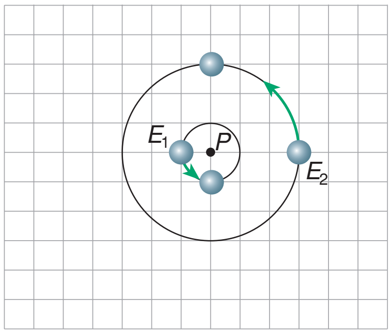
$$F_P = G\frac{m_P m_A}{d_P^2} \Rightarrow F_P = G\frac{m_P m_A}{(10R)^2} \Rightarrow F_P = G\frac{m_P m_A}{100R^2} \quad ①$$

$$F_S = G\frac{m_S m_A}{d_S^2} \Rightarrow F_S = G\frac{\frac{m_P}{1.000}\cdot m_A}{(3R)^2} \Rightarrow F_S = G\frac{\frac{m_P}{1.000}m_A}{9R^2} \quad ②$$

Dividindo ① por ② membro a membro:

$$\frac{F_P}{F_S} = \frac{G\frac{m_P m_A}{100R^2}}{G\frac{m_P m_A}{9.000R^2}} \Rightarrow \frac{F_P}{F_S} = \frac{9.000}{100} \Rightarrow \boxed{\frac{F_P}{F_S} = 90}$$

P.456 a) Sendo de 12 dias o período, concluímos que em 15 dias as estrelas completaram uma volta e mais um quarto de volta. Suas posições são as indicadas na figura.



b) Como as estrelas têm o mesmo período, têm a mesma velocidade angular:

$\omega_1 = \omega_2$

Portanto:

$$\frac{v_1}{R_1} = \frac{v_2}{R_2} \Rightarrow \frac{v_1}{R_1} = \frac{v_2}{3R_1} \Rightarrow \boxed{\frac{v_2}{v_1} = 3}$$

c) As forças de atração gravitacional entre as estrelas têm as mesmas intensidades, pelo princípio da ação e reação. Essas forças são centrípetas.

Para a estrela E_1, temos:

$$F_1 = G\frac{M_1 M_2}{D^2} = M_1\omega^2 R_1 \Rightarrow G\frac{M_2}{D^2} = \frac{4\pi^2}{T^2}R_1$$

Sendo $M_2 = \dfrac{M_1}{3}$ e $R_1 + 3R_1 = D$, $R_1 = \dfrac{D}{4}$, temos:

$$\frac{G\frac{M_1}{3}}{D^2} = \frac{4\pi^2}{T^2}\cdot\frac{D}{4} \Rightarrow \boxed{M_1 = \frac{3\pi^2 D^3}{GT^2}}$$

P.457 a) A velocidade orbital v do satélite relaciona-se com a velocidade angular ω_T pela fórmula:

$$\boxed{v = \omega_T R}$$

b) Sendo $v = \sqrt{\dfrac{GM}{R}}$, temos:

$$\sqrt{\frac{GM}{R}} = \omega_T \cdot R \Rightarrow \frac{GM}{R} = \omega_T^2 \cdot R^2 \Rightarrow R^3 = \frac{GM}{\omega_T^2} \Rightarrow \boxed{R = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega_T^2}}}$$

Mas: $GM = gR_T^2$

Assim: $\boxed{R = \sqrt[3]{\dfrac{gR_T^2}{\omega_T^2}}}$

P.458 a) $F = G\dfrac{Mm}{R^2} = m\dfrac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = \dfrac{GM}{R}$ ①

Mas $g = G\dfrac{M}{R^2}$. Portanto: $GM = gR^2$ ②

Substituindo ② em ①:

$v^2 = gR \Rightarrow v = \sqrt{gR}$

Sendo $g = 10\ m/s^2$ e $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m, vem:

$$v = \sqrt{64 \cdot 10^6} \Rightarrow \boxed{v = 8{,}0 \cdot 10^3\ m/s} \text{ ou } \boxed{v = 8{,}0\ km/s}$$

b) $v = \omega R \Rightarrow v = \dfrac{2\pi}{T}R \Rightarrow 8 \cdot 10^3 = \dfrac{2 \cdot 3}{T} \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 \Rightarrow$

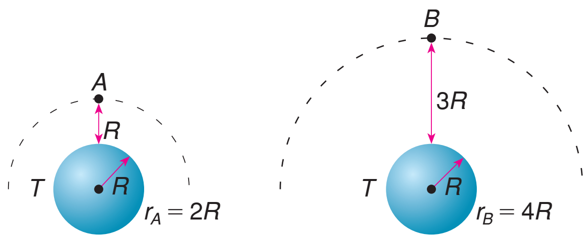
$\Rightarrow T = 4{,}8 \cdot 10^3\ s \Rightarrow \boxed{T = 80\ min}$

P.459 $F = G\dfrac{Mm}{R^2} = m\omega^2 R \Rightarrow G\dfrac{M}{R^2} = \dfrac{4\pi^2}{T^2}R \Rightarrow M = \dfrac{4\pi^2 R^3}{GT^2}$

A densidade é dada por:

$$d = \frac{M}{V} \Rightarrow d = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow d = \frac{\frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow \boxed{d = \frac{3\pi}{GT^2}}$$

P.460



$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}\,;\ v_A = \sqrt{\frac{GM}{2R}} \text{ e } v_B = \sqrt{\frac{GM}{4R}}$$

a) $$\frac{E_{c(A)}}{E_{c(B)}} = \frac{\frac{mv_A^2}{2}}{\frac{mv_B^2}{2}} \Rightarrow \frac{E_{c(A)}}{E_{c(B)}} = \frac{v_A^2}{v_B^2} \Rightarrow \frac{E_{c(A)}}{E_{c(B)}} = \frac{\frac{GM}{2R}}{\frac{GM}{4R}} \Rightarrow \frac{E_{c(A)}}{E_{c(B)}} = 2 \Rightarrow \boxed{\frac{E_{c(A)}}{E_{c(B)}} = 2}$$

b) $$\frac{T_A^2}{T_B^2} = \frac{Kr_A^3}{Kr_B^3} \Rightarrow \frac{T_A^2}{T_B^2} = \frac{r_A^3}{r_B^3} \Rightarrow \frac{T_A^2}{T_B^2} = \frac{(2R)^3}{(4R)^3} \Rightarrow \frac{T_A^2}{T_B^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_A^2}{T_B^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{\frac{T_A}{T_B} = \frac{\sqrt{2}}{4}}$$