

BIOLOGIA

1

Os espermatozoides estão entre as células humanas que possuem maior número de mitocôndrias.

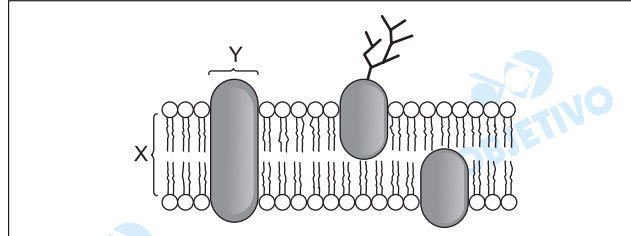
- Como se explica a presença do alto número dessas organelas no espermatozoide?
- Explique por que, mesmo havendo tantas mitocôndrias no espermatozoide, dizemos que a herança mitocondrial é materna.

Resolução

- As mitocôndrias fornecem o ATP utilizado na locomoção do espermatozoide.
- A mitocôndria é um orgânido citoplasmático e o espermatozoide fornece apenas o núcleo. O citoplasma do ovo é proveniente do óvulo materno.

2

O esquema representa parte da membrana plasmática de uma célula eucariótica.

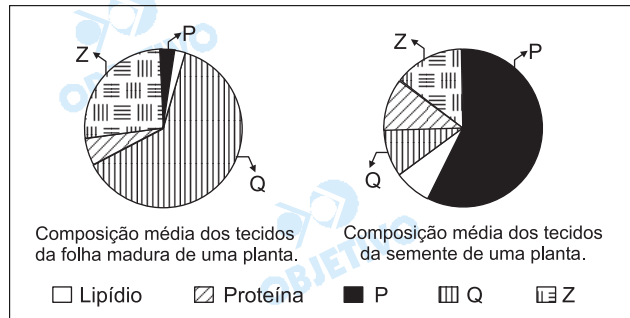


- A que correspondem X e Y?
- Explique, usando o modelo do "mosaico fluido" para a membrana plasmática, como se dá a secreção de produtos do meio intracelular para o meio extracelular.

Resolução

- Correspondem, respectivamente, ao fluido de lipídes (X) e ao mosaico proteico (Y).
- As proteínas são as moléculas carreadoras das secreções celulares.

Analise os gráficos seguintes.



(Modificados de P. Jordano. *Fruits and Frugivory*, 1992.)

- Considerando P, Q e Z, qual deles corresponde a água, a carboidratos e a fibras?
- Com base no gráfico da semente, explique sucintamente qual a vantagem adaptativa de se apresentar tal proporção de carboidratos, lipídios, proteínas e água na composição de seus tecidos.

Resolução

a) Nos tecidos vegetais apresentados, temos:

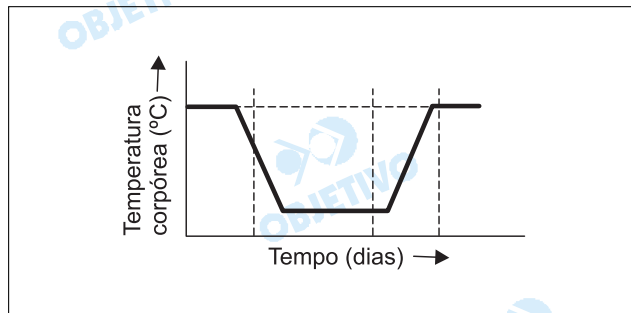
Q = Água, abundante no tecido foliar e reduzida nos tecidos das sementes.

P = Carboidratos, ricos nos tecidos das sementes e pobres nas folhas.

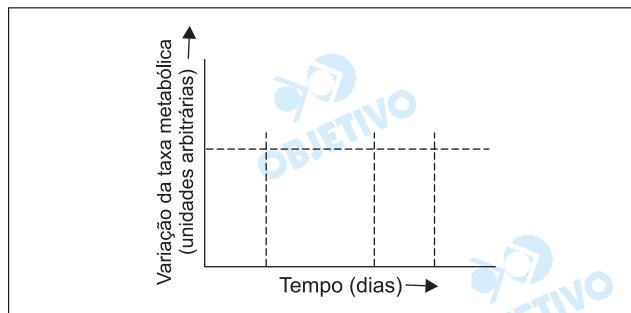
Z = Fibras, abundantes nas folhas e em pequenas quantidades nos tecidos das sementes.

- As sementes estão no estado de quiescência, com uma pequena quantidade de água e com as enzimas inativas. Durante a germinação das sementes, ocorre intensa hidratação dos tecidos, com a consequente ativação enzimática. Inicia-se o crescimento da nova planta. Os carboidratos e lipídios são hidrolisados e fornecem a energia necessária para as multiplicações celulares. As proteínas hidrolisadas fornecem as substâncias nitrogenadas indispensáveis para a formação do protoplasma e ácidos nucléicos.

Analise o gráfico seguinte, que mostra a variação da temperatura corpórea de um mamífero endotérmico (homeotérmico) durante a hibernação.



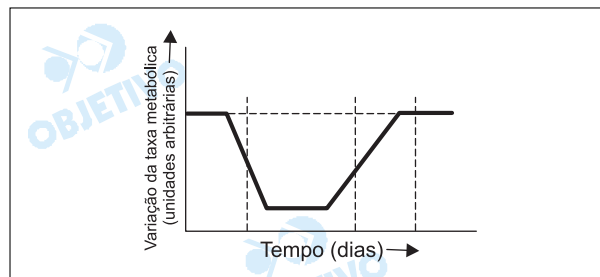
- a) De onde provém a energia necessária para a elevação da temperatura corpórea desse animal no fim do período de hibernação?
- b) Considerando o fenômeno apresentado, copie em seu caderno de respostas o gráfico seguinte e faça um esquema representando como seria a variação da taxa metabólica (consumo de energia) desse animal em função do tempo.



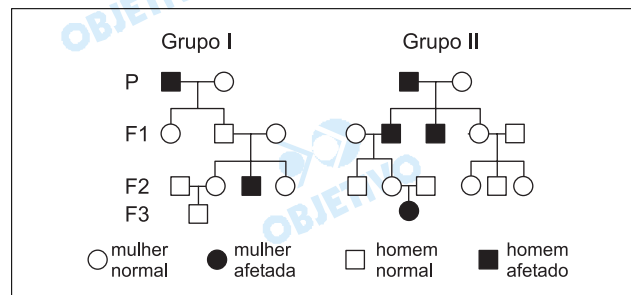
Resolução

a) A energia é proveniente das reservas alimentares.

b)



Um geneticista estudou dois grupos, I e II, portadores de uma doença genética que se manifestava da seguinte maneira:



O pesquisador concluiu que não se tratava de uma doença com herança dominante ou recessiva ligada ao sexo, porém teve dúvida se se tratava de herança autossômica recessiva ou autossômica dominante com penetrância incompleta.

- O que levou o pesquisador a concluir que não se tratava de herança ligada ao sexo?
- Por que o pesquisador teve dúvida quanto ao tipo de herança autossômica?

Resolução

- Se a herança fosse recessiva ligada ao sexo, o pai da mulher afetada (no grupo II) também seria afetado. No caso de herança dominante ligada ao sexo, a filha da geração F1 (grupo I) do homem afetado também seria afetada.
- A presença de pais normais, com descendente doente sugere que é uma herança recessiva autossômica; entretanto, na penetrância incompleta, um indivíduo heterozigoto poderá desenvolver ou não a anomalia. Penetrância é a capacidade de um gene expressar determinado fenótipo.

Alguns grupos radicalmente contrários ao uso de organismos geneticamente modificados (transgênicos) na agricultura divulgaram recentemente, no Sul do país, um folheto à população alertando sobre os perigos da ingestão de transgênicos na alimentação. Entre as advertências, constava uma que afirmava incorretamente que "para serem criadas plantas transgênicas são usados os vírus da AIDS" e que tais plantas, se ingeridas, poderiam infectar com o vírus da AIDS toda a população.

- a) O que são transgênicos ou organismos geneticamente modificados (OGMs)?
- b) Explique por que o vírus da AIDS não poderia infectar uma planta e por que a ingestão de uma planta transgênica não seria capaz de transmitir o vírus da AIDS.

Resolução

- a) *Organismos transgênicos são aqueles que incorporam e expressam genes de outros seres vivos.*
- b) *O vírus da AIDS (HIV) apresenta especificidade exclusiva para infectar células animais. Desse modo, não poderia ser transmitido através da ingestão de um vegetal transgênico. A ingestão casual do material genético do vírus não causaria a infecção correspondente, pois este seria digerido pelo hospedeiro.*

Observe atentamente os dois gráficos apresentados.
 GRÁFICO 1: COBERTURA DA VACINAÇÃO CONTRA SARAMPO EM MENORES DE UM ANO NO BRASIL, DE 1980 A 1997.

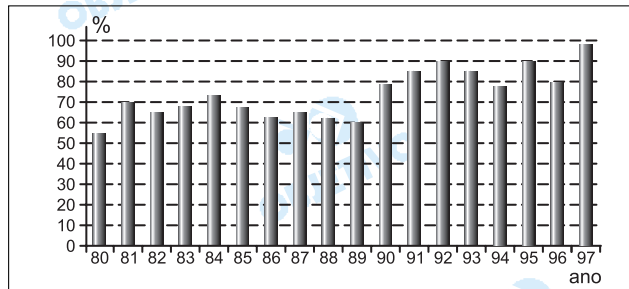
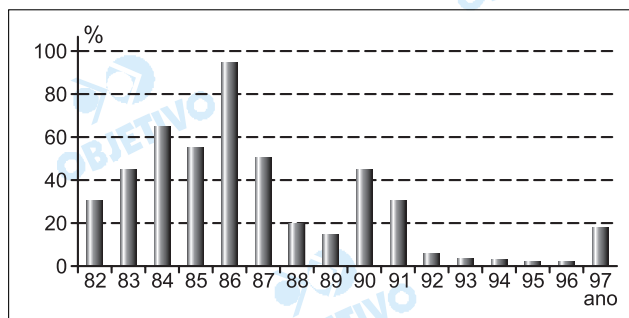


GRÁFICO 2: TAXA DA INCIDÊNCIA ANUAL DE SARAMPO EM MENORES DE UM ANO NO BRASIL, DE 1982 A 1997.



(Programa Nacional de Imunizações, Ministério da Saúde.)

- a) O gráfico 2 indica claramente a ocorrência de epidemias de sarampo em dois anos distintos no Brasil. Para reduzir rapidamente e de imediato o número de doentes durante uma epidemia, é mais eficiente o uso do soro ou da vacina? Justifique.
- b) Considere, nos dois gráficos, o ano de 1997. É mais correto supor que, ao longo desse ano, os resultados representados no gráfico 1 tenham influenciado os resultados representados no gráfico 2 ou o inverso? Justifique.

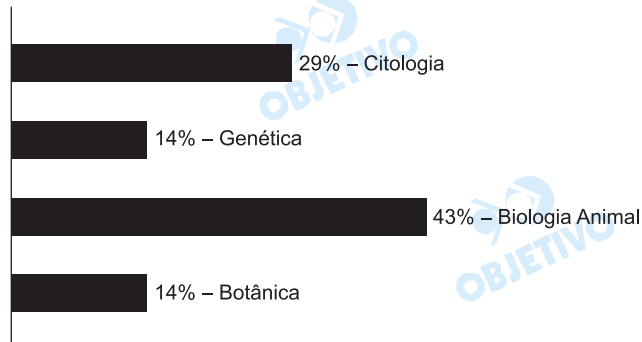
Resolução

- a) Para reduzir rapidamente, é mais eficiente o uso de **soro** porque este é constituído de **anticorpos**, que têm ação terapêutica. A vacina tem ação mais demorada porque é constituída de **antígenos**, os quais vão estimular a produção de anticorpos.
- b) Os resultados representados no gráfico 1 não devem ter influenciado os resultados do gráfico 2 porque, se isto tivesse ocorrido, a incidência de sarampo em 1997 teria sido menor do que a que ocorreu. Em 1997, a cobertura da vacinação foi alta; portanto, a incidência da doença deveria ser baixa.

Comentário

Pelo fato de ser destinada exclusivamente à área de biológicas, a prova apresentou questões de nível elevado.

Para a resolução, o vestibulando deveria conhecer os fundamentos básicos da disciplina, bem como a aplicação dos mesmos às questões propostas.



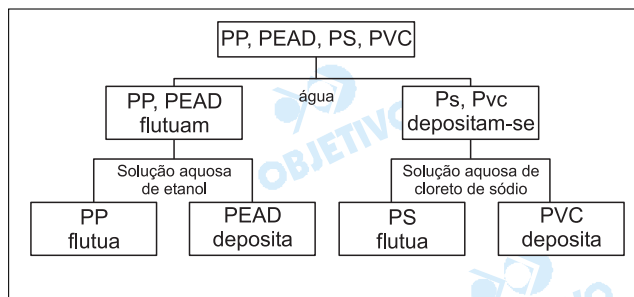
QUÍMICA

8

Na reciclagem de plásticos, uma das primeiras etapas é a separação dos diferentes tipos de materiais. Essa separação pode ser feita colocando-se a mistura de plásticos em líquidos de densidades apropriadas e usando-se o princípio do “bóia, não bóia”. Suponha que um lote de plásticos seja constituído de polipropileno (PP), polietileno de alta densidade (PEAD), poliestireno (PS) e cloreto de polivinila (PVC), cujas densidades são dadas na tabela.

| Material | Densidade (g/cm ³) |
|----------|--------------------------------|
| PP | 0,90 – 0,91 |
| PEAD | 0,94 – 0,96 |
| PS | 1,04 – 1,08 |
| PVC | 1,22 – 1,30 |

O esquema de separação desses materiais é:



- a) Para a separação PP – PEAD, foi preparada uma solução misturando-se 1000 L de etanol com 1000 L de água. Ela é adequada para esta separação? Explique, calculando a densidade da solução. Suponha que os volumes são aditivos. Dados de densidade: água = 1,00 kg/L e etanol = 0,78 kg/L.
- b) Desenhe um pedaço da estrutura do PVC e explique um fator que justifique a sua densidade maior em relação aos outros plásticos da tabela.

Resolução

- a) Cálculo das massas de etanol e água:

$$\text{água: } d = 1,00 \text{ kg/L} \quad \begin{array}{l} 1\text{L} \text{ ----- } 1,00\text{kg} \\ 1000\text{L} \text{ ----- } 1000\text{kg} \end{array}$$

$$\text{etanol: } d = 0,78 \text{ kg/L} \quad \begin{array}{l} 1\text{L} \text{ ----- } 0,78\text{kg} \\ 1000\text{L} \text{ ----- } 780\text{kg} \end{array}$$

Cálculo da densidade da mistura em g/cm³:

$$m_{\text{mistura}} = 1780 \text{ kg} = 1780 \cdot 10^3 \text{ g}$$

$$V_{\text{mistura}} = 2000 \text{ L} = 2000 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$$

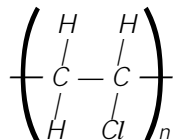
$$d = \frac{m}{V}$$

$$d = \frac{1780 \cdot 10^3 \text{g}}{2000 \cdot 10^3 \text{cm}^3}$$

$$d = 0,89 \text{g/cm}^3$$

Essa mistura não é adequada para separar esses dois plásticos, pois ambos têm densidade superior à da mistura apresentada.

b) Estrutura do PVC



A substituição de 1 átomo de hidrogênio por 1 átomo de cloro (maior massa atômica) confere maior densidade ao plástico. As forças intermoleculares são mais intensas (forças entre dipolos permanentes). Nos outros três plásticos temos apenas forças entre dipolos induzidos.

Íons bário, Ba^{2+} , são altamente tóxicos ao organismo humano. Entretanto, uma suspensão aquosa de $BaSO_4$ é utilizada como contraste em exames radiológicos, pois a baixa solubilidade desse sal torna-o inócuo. Em um episódio recente, várias pessoas faleceram devido a ingestão de $BaSO_4$ contaminado com $BaCO_3$. Apesar do $BaCO_3$ ser também pouco solúvel em água, ele é tóxico, pois reage com o ácido clorídrico do estômago, liberando Ba^{2+} . Suponha que $BaSO_4$ tenha sido preparado a partir de $BaCO_3$, fazendo-se a sua reação com solução aquosa de H_2SO_4 , em duas combinações diferentes:

- I. 2,0 mol de $BaCO_3$ e 500 mL de solução aquosa de H_2SO_4 de densidade 1,30 g/mL e com porcentagem em massa de 40%.
 - II. 2,0 mol de $BaCO_3$ e 500 mL de solução 3,0 mol/L de H_2SO_4 .
- a) Explique, utilizando cálculos estequiométricos, se alguma das combinações produzirá $BaSO_4$ contaminado com $BaCO_3$.
 - b) Calcule a massa máxima de $BaSO_4$ que pode se formar na combinação II.

Resolução

- a) Cálculo da quantidade em mol de H_2SO_4 na solução utilizada na combinação I.

Cálculo da massa de solução:

$$\begin{array}{r} 1,30g \text{ de solução} \text{ ----- } 1,0 \text{ mL} \\ x \text{ ----- } 500\text{mL} \\ x = 650g \end{array}$$

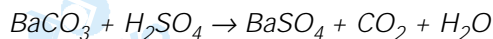
Cálculo da massa de H_2SO_4 na solução:

$$\begin{array}{r} 650g \text{ ----- } 100\% \\ y \text{ ----- } 40\% \\ y = 260g \end{array}$$

Cálculo da quantidade em mol de H_2SO_4 na solução:

$$\begin{array}{r} 1,0 \text{ mol de } H_2SO_4 \text{ ----- } 98,1g \\ z \text{ ----- } 260g \\ z = 2,65 \text{ mol} \end{array}$$

Cálculo da quantidade em mol de $BaCO_3$ que reage na combinação I:



$$\begin{array}{r} 1,0 \text{ mol de } BaCO_3 \text{ ----- } 1,0 \text{ mol de } H_2SO_4 \\ 2,0 \text{ mol de } BaCO_3 \text{ ----- } x \end{array}$$

$$x = 2,0 \text{ mol de } H_2SO_4$$

Na combinação I haverá excesso de H_2SO_4 , portanto, não sobrá $BaCO_3$.

Cálculo da quantidade em mol de H_2SO_4 utilizado na combinação II:

$$\begin{array}{l} 3,0 \text{ mol de } H_2SO_4 \text{ ----- } 1000\text{mL} \\ x \text{ ----- } 500\text{mL} \\ x = 1,5 \text{ mol de } H_2SO_4 \end{array}$$

Cálculo da quantidade em mol de $BaCO_3$ que reage na combinação II:

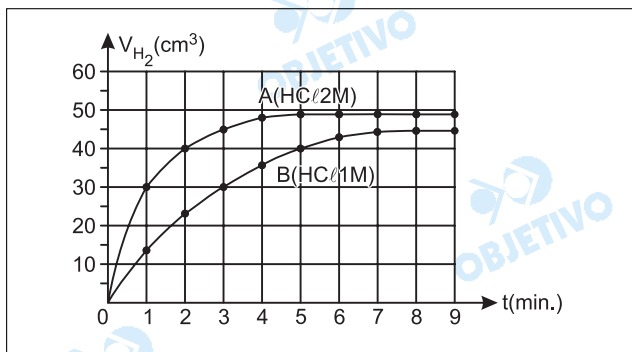
$$\begin{array}{l} 1 \text{ mol de } BaCO_3 \text{ ----- } 1,0 \text{ mol de } H_2SO_4 \\ y \text{ ----- } 1,5 \text{ mol de } H_2SO_4 \\ y = 1,5 \text{ mol de } BaCO_3 \end{array}$$

Na combinação II haverá sobra de 0,5 mol de $BaCO_3$.

b) Cálculo da massa máxima de $BaSO_4$ a ser formada na combinação II:

$$\begin{array}{l} 1,0 \text{ mol de } H_2SO_4 \text{ ----- } 1 \text{ mol de } BaSO_4 \\ \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ 1 \text{ mol de } H_2SO_4 \text{ ----- } 233,1\text{g de } BaSO_4 \\ 1,5 \text{ mol de } H_2SO_4 \text{ ----- } x \\ x = 349,65\text{g de } BaSO_4 \end{array}$$

Foi feito um estudo cinético da reação $\text{Mg} + 2\text{H}^+ \rightarrow \text{Mg}^{2+} + \text{H}_2$, medindo-se o volume de H_2 desprendido em função do tempo. O gráfico mostra os dados obtidos para duas concentrações diferentes de ácido: curva A para HCl , 2 mol/L, e B para HCl , 1 mol/L. Em ambos os casos, foi usada a mesma massa de magnésio.



- Usando o gráfico, explique como varia a velocidade da reação com o tempo. Por que as duas curvas tendem a um mesmo valor?
- Deduz a ordem da reação com relação à concentração do ácido, usando os dados de velocidade média no primeiro minuto da reação.

Resolução

- A velocidade de uma reação depende da concentração do reagente. Quanto maior a concentração de ácido clorídrico, maior a velocidade da reação. Como a massa de magnésio que reage nos dois casos é a mesma, o volume de gás hidrogênio produzido no final do processo será o mesmo, desde que haja ácido suficiente para completar a reação.

À medida que vai passando o tempo, a concentração de ácido decresce, diminuindo a velocidade da reação em ambos os casos, A e B.

Cálculo da velocidade média de formação do hidrogênio em cm^3/min :

| | Curva A | Curva B |
|--------------------|---|---|
| intervalo de tempo | $v = \left \frac{\Delta V_{\text{H}_2}}{\Delta t} \right $ | $v = \left \frac{\Delta V_{\text{H}_2}}{\Delta t} \right $ |
| (0 → 1) min | $v = \frac{30 \text{ cm}^3}{1 \text{ min}} = 30 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$ | $v = \frac{15 \text{ cm}^3}{1 \text{ min}} = 15 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$ |
| (1 → 2) min | $v = \frac{10 \text{ cm}^3}{1 \text{ min}} = 10 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$ | $v = \frac{10 \text{ cm}^3}{1 \text{ min}} = 10 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$ |
| (2 → 3) min | $v = \frac{5 \text{ cm}^3}{1 \text{ min}} = 5 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$ | $v = \frac{5 \text{ cm}^3}{1 \text{ min}} = 5 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$ |
| (3 → 4) min | $v = \frac{3 \text{ cm}^3}{1 \text{ min}} = 3 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$ | $v = \frac{5 \text{ cm}^3}{1 \text{ min}} = 5 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$ |

- $\text{Mg}(s) + 2\text{H}^+(aq) \rightarrow \text{Mg}^{2+}(aq) + \text{H}_2(g)$

A expressão da velocidade é dada por:

$$v = k [H^+]^x$$

Pelo gráfico observa-se que após 1 minuto de reação, foram formados 15cm^3 de H_2 quando a concentração de ácido era 1 mol/L e o volume de hidrogênio produzido foi de 30cm^3 quando a concentração do ácido era 2 mol/L .

Dobrando a concentração do ácido, dobrou o volume de H_2 produzido. Trata-se de uma reação de primeira ordem em relação ao HCl .

$$v = k [H^+]$$

Ácido maléico e ácido fumárico são, respectivamente, os isômeros geométricos cis e trans, de fórmula molecular $C_4H_4O_4$. Ambos apresentam dois grupos carboxila e seus pontos de fusão são, respectivamente, $130^\circ C$ e $287^\circ C$.

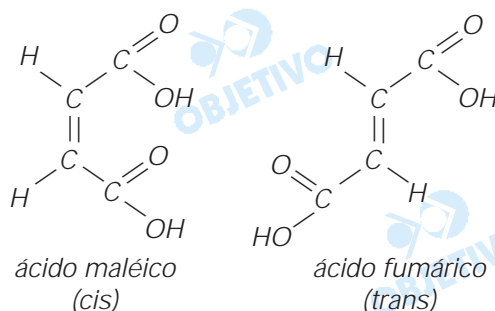
- a) Sabendo que C, H e O apresentam as suas valências mais comuns, deduza as fórmulas estruturais dos isômeros cis e trans, identificando-os e explicando o raciocínio utilizado.
- b) Com relação aos pontos de fusão dos isômeros, responda qual tipo de interação é rompida na mudança de estado, explicitando se é do tipo inter ou intramolecular.

Por que o ponto de fusão do isômero cis é bem mais baixo do que o do isômero trans?

Resolução

- a) *Os ácidos maléico e fumárico, por serem isômeros geométricos cis e trans, devem apresentar ao menos uma dupla ligação entre átomos de carbono.*

Como cada ácido apresenta dois grupos carboxila, e apenas 4 átomos de carbono, podemos escrever as seguintes fórmulas estruturais:

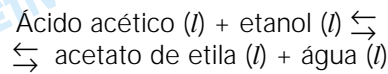


- b) *Na mudança de estado são rompidas interações intermoleculares.*

O ácido maléico apresenta ligações de hidrogênio intramoleculares e intermoleculares, enquanto o ácido fumárico apresenta apenas intermoleculares. Portanto, o ácido maléico apresenta menos ligações intermoleculares que o ácido fumárico, o que abaixa o ponto de fusão.

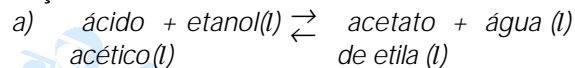
13

Ácido acético e etanol reagem reversivelmente, dando acetato de etila e água.



A 100°C, a constante de equilíbrio vale 4.

- a) Calcule a quantidade, em mol, de ácido acético que deve existir no equilíbrio, a 100°C, para uma mistura inicial contendo 2 mol de acetato de etila e 2 mol de água.
- b) Partindo-se de 1,0 mol de etanol, para que 90% dele se transformem em acetato de etila, a 100°C, calcule a quantidade de ácido acético, em mol, que deve existir no equilíbrio. Justifique sua resposta com cálculos.

Resolução

| | | | | | |
|---------------|-------|-------|---|-------------|-------------|
| início | 0 mol | 0 mol | | 2 mol | 2 mol |
| reage e forma | x mol | x mol | ← | x mol | x mol |
| equilíbrio | x mol | x mol | | (2 - x) mol | (2 - x) mol |

$$K_c = \frac{[\text{acetato de etila}] [\text{água}]}{[\text{ácido acético}] [\text{etanol}]}$$

$$4 = \frac{\left(\frac{2-x}{V}\right) \left(\frac{2-x}{V}\right)}{\frac{x}{V} \cdot \frac{x}{V}}$$

$$4 = \frac{(2-x)^2}{x^2}$$

$$\sqrt{2^2} = \sqrt{\left(\frac{2-x}{x}\right)^2}$$

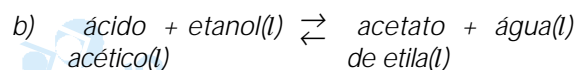
$$2 = \frac{2-x}{x}$$

$$2x = 2 - x$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3} \text{ mol} = 0,67 \text{ mol}$$

Resposta: quantidade em mol de ácido acético no equilíbrio = 2/3 mol.



| | | | | | |
|---------------|---------|---------|---|---------|---------|
| início | ? | 1,0 mol | | 0 | 0 |
| reage e forma | 0,9 mol | 0,9 mol | → | 0,9 mol | 0,9 mol |
| equilíbrio | y | 0,1 mol | | 0,9 mol | 0,9 mol |

$$K_c = \frac{[\text{acetato de etila}] [\text{água}]}{[\text{ácido acético}] [\text{etanol}]}$$

$$4 = \frac{\frac{0,9}{V} \cdot \frac{0,9}{V}}{\frac{y}{V} \cdot \frac{0,1}{V}}$$

$$0,4 y = 0,81$$

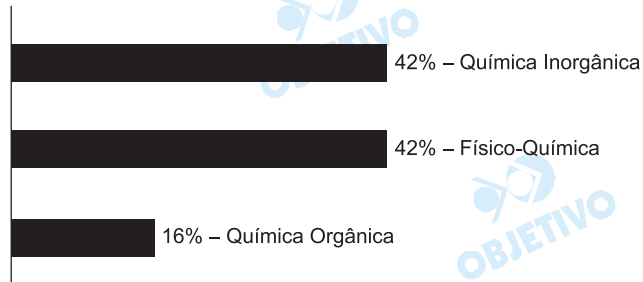
$$y = 2,025 \text{ mol} \cong 2,0 \text{ mol}$$

Resposta: quantidade em mols de ácido acético no equilíbrio $\cong 2,0 \text{ mol}$.

Comentário

A prova de Química apresentou grau médio de dificuldade. Os enunciados foram claros e sem interpretação dúbia. Prevalceram questões de química inorgânica e físico-química.

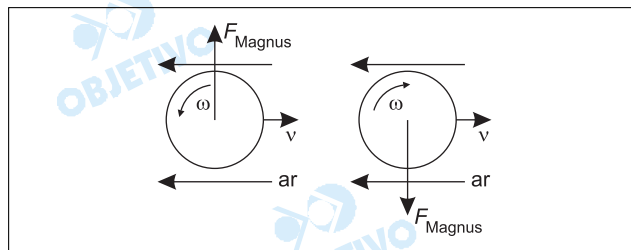
Provavelmente, esta prova selecionou os candidatos mais capacitados.



FÍSICA

14

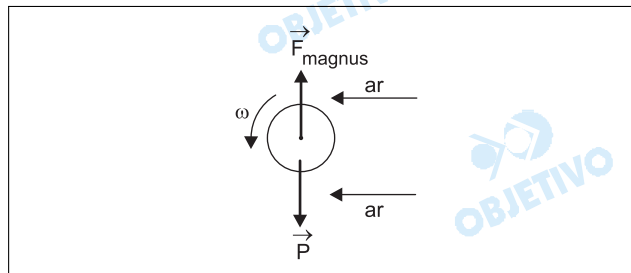
É comum vermos, durante uma partida de voleibol, a bola tomar repentinamente trajetórias inesperadas logo depois que o jogador efetua um saque. A bola pode cair antes do esperado, assim como pode ter sua trajetória prolongada, um efeito inesperado para a baixa velocidade com que a bola se locomove. Quando uma bola se desloca no ar com uma velocidade v e girando com velocidade angular ω em torno de um eixo que passa pelo seu centro, ela fica sujeita a uma força $F_{\text{Magnus}} = k.v.\omega$. Essa força é perpendicular à trajetória e ao eixo de rotação da bola, e o seu sentido depende do sentido da rotação da bola, como ilustrado na figura. O parâmetro k é uma constante que depende das características da bola e da densidade do ar.



Esse fenômeno é conhecido como efeito Magnus. Represente a aceleração da gravidade por g e despreze a força de resistência do ar ao movimento de translação da bola.

- Considere o caso em que o saque é efetuado na direção horizontal e de uma altura maior que a altura do jogador. A bola de massa M segue por uma trajetória retilínea e horizontal com uma velocidade constante v , atravessando toda a extensão da quadra. Qual deve ser o sentido e a velocidade angular de rotação ω a ser imprimida à bola no momento do saque?
- Considere o caso em que o saque é efetuado na direção horizontal, de uma altura h , com a mesma velocidade inicial v , mas sem imprimir rotação na bola. Calcule o alcance horizontal D da bola.

Resolução

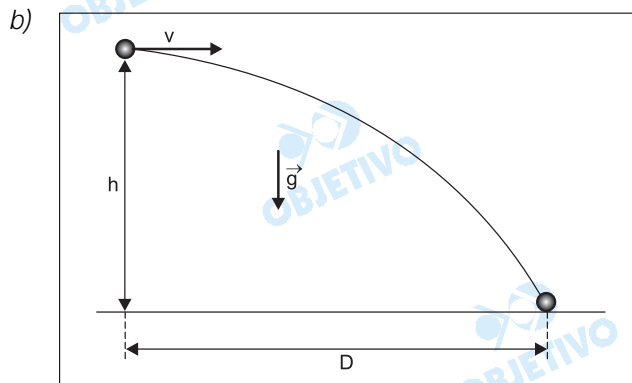


- Para ter velocidade horizontal constante, a resultante das forças na bola deve ser nula e para tanto a chamada "força magnus" deve equilibrar o peso e, portanto, deve ser orientada para cima. Com o vento soprando para a esquerda, o **sentido**

de rotação da bola deve ser anti-horário.

$$F_{\text{magnus}} = P$$

$$k v \omega = Mg \Rightarrow \omega = \frac{Mg}{kv}$$



- 1) Cálculo do tempo de queda
Analisando-se o movimento vertical (MUV), vem:

$$\Delta S_y = v_{0y} t + \frac{a_y}{2} t^2$$

$$h = 0 + \frac{g}{2} t_Q^2 \Rightarrow t_Q = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

- 2) Cálculo do alcance horizontal
Analisando-se o movimento horizontal (MU), vem:

$$\Delta S_x = v_x t$$

$$D = v \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

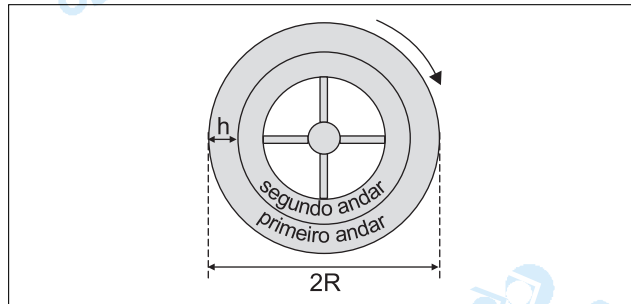
Respostas: a) sentido anti-horário

$$\omega = \frac{Mg}{kv}$$

$$b) D = v \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

15

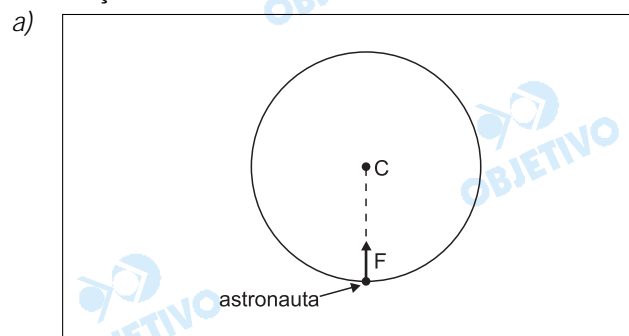
Uma estação espacial, construída em forma cilíndrica, foi projetada para contornar a ausência de gravidade no espaço. A figura mostra, de maneira simplificada, a seção reta dessa estação, que possui dois andares.



Para simular a gravidade, a estação deve girar em torno do seu eixo com uma certa velocidade angular. Se o raio externo da estação é R ,

- deduza a velocidade angular ω com que a estação deve girar para que um astronauta, em repouso no primeiro andar e a uma distância R do eixo da estação, fique sujeito a uma aceleração igual a g .
- Suponha que o astronauta vá para o segundo andar, a uma distância h do piso do andar anterior. Calcule o peso do astronauta nessa posição e compare com o seu peso quando estava no primeiro andar. O peso aumenta, diminui ou permanece inalterado?

Resolução



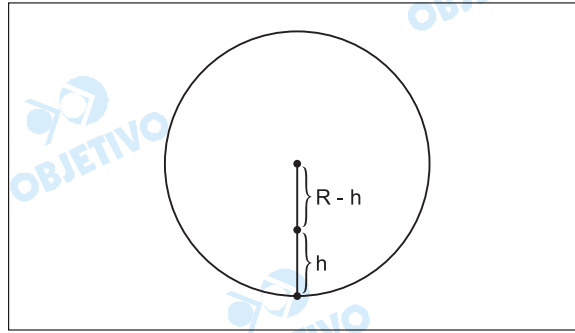
O peso "aparente" do astronauta corresponde à força normal que ele recebe da estação e que faz o papel de resultante centrípeta.

$$P_{ap} = F = m \omega^2 R$$

Como se pretende simular uma gravidade aparente igual a g , vem:

$$\omega^2 R = g \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

b)



O novo peso aparente será dado por:

$$P_{ap} = m \omega^2 (R - h)$$

Sendo $\omega^2 = \frac{g}{R}$, vem

$$P_{ap} = m \frac{g}{R} (R - h)$$

$$P_{ap} = mg \left(\frac{R - h}{R} \right)$$

Como $R - h < R$, o peso aparente vai diminuir.

Respostas: a) $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$

b) $P_{ap} = mg \left(\frac{R - h}{R} \right)$

O peso aparente diminuiu.

Atualmente, o laser de CO_2 tem sido muito aplicado em microcirurgias, onde o feixe luminoso é utilizado no lugar do bisturi de lâmina. O corte com o laser é efetuado porque o feixe provoca um rápido aquecimento e evaporação do tecido, que é constituído principalmente de água. Considere um corte de 2,0 cm de comprimento, 3,0 mm de profundidade e 0,5 mm de largura, que é aproximadamente o diâmetro do feixe. Sabendo que a massa específica da água é 10^3 kg/m^3 , o calor específico é $4,2 \cdot 10^3 \text{ J/kg.K}$ e o calor latente de evaporação é $2,3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$,

- a) estime a quantidade de energia total consumida para fazer essa incisão, considerando que, no processo, a temperatura do tecido se eleva 63°C e que este é constituído exclusivamente de água.
- b) Se o corte é efetuado a uma velocidade de 3,0 cm/s, determine a potência do feixe, considerando que toda a energia fornecida foi gasta na incisão.

Resolução

- a) **Volume do tecido vaporizado:**

$$V = 20 \cdot 3,0 \cdot 0,5 \text{ (mm)}^3$$

$$V = 30 \text{ (mm)}^3 = 3,0 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$$

Massa do tecido vaporizado:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = dV$$

$$m = 10^3 \cdot 3,0 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$$

$$m = 3,0 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$$

Cálculo da energia consumida para o aquecimento e vaporização do tecido:

$$Q = m c \Delta\theta + mL_v$$

$$Q = 3,0 \cdot 10^{-5} \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot 63 + 3,0 \cdot 10^{-5} \cdot 2,3 \cdot 10^6 \text{ (J)}$$

$$Q = 793,8 \cdot 10^{-2} + 6,9 \cdot 10 \text{ (J)}$$

$$Q \cong 7,9 + 69,0 \text{ (J)}$$

$$Q \cong 76,9 \text{ J}$$

- b) A incisão tem 2,0cm e o módulo da velocidade com que é feito o corte é 3,0cm/s. Assim:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{V}$$

$$\Delta t_{\text{corte}} = \frac{2,0}{3,0} \text{ s}$$

Assim:

$$Pot = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{76,9 \text{ J}}{\frac{2,0}{3,0} \text{ s}}$$

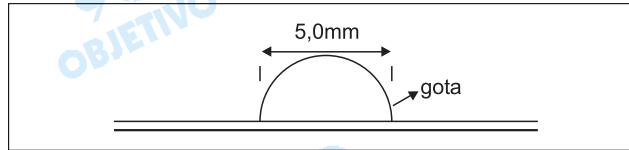
$$Pot \cong 115,4 \text{ W}$$

Respostas: a) 76,9J ou $\cong 77\text{J}$

b) 115,4W ou $\cong 115\text{W}$

17

Um estudante observa uma gota de água em repouso sobre sua régua de acrílico, como ilustrado na figura.



Curioso, percebe que, ao olhar para o caderno de anotações através dessa gota, as letras aumentam ou diminuem de tamanho conforme afasta ou aproxima a régua do caderno. Fazendo alguns testes e algumas considerações, ele percebe que a gota de água poder ser utilizada como uma lente e que os efeitos ópticos do acrílico podem ser desprezados. Se a gota tem raio de curvatura de 2,5 mm e índice de refração 1,35 em relação ao ar,

- calcule a convergência C dessa lente.
- Suponha que o estudante queira obter um aumento de 50 vezes para uma imagem direita, utilizando essa gota. A que distância d da lente deve-se colocar o objeto?

Resolução

- a) Usando-se a Equação de Halley, temos:

$$C = \left(\frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{meio}}} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Sendo

$$R_1 = +2,5\text{mm} = 2,5 \cdot 10^{-3}\text{m}$$

$$R_2 \rightarrow \infty \text{ (face plana)} \Rightarrow \frac{1}{R_2} \rightarrow 0$$

temos:

$$C = (1,35 - 1) \left(\frac{1}{2,5 \cdot 10^{-3}} - 0 \right) \text{ (di)}$$

$$C = 0,35 \cdot 400$$

(di)

$$C = 1,4 \cdot 10^2 \text{ di}$$

- b) O aumento proporcionado na imagem pode ser determinado por:

$$A = \frac{f}{f - p}$$

Sendo:

$$C = \frac{1}{f} = 140\text{di}$$

$$f = + \frac{1}{140} \text{ m}$$

temos:

$$50 = \frac{\frac{1}{140}}{\frac{1}{140} - d} \Rightarrow \frac{50}{140} - 50d = \frac{1}{140}$$

$$50 - 7000d = 1$$

$$7000d = 49 \Rightarrow d = 7,0 \cdot 10^{-3}m$$

Respostas: a) $1,4 \cdot 10^2 di$
b) $7,0 \cdot 10^{-3}m$

18

A linha de transmissão que leva energia elétrica da caixa de relógio até uma residência consiste de dois fios de cobre com 10,0 m de comprimento e seção reta com área 4,0 mm² cada um. Considerando que a resistividade elétrica do cobre é $\rho = 1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$,

- a) calcule a resistência elétrica r de cada fio desse trecho do circuito.
b) Se a potência fornecida à residência for de 3.300 W a uma tensão de 110 V, calcule a potência dissipada P nesse trecho do circuito.

Resolução

a) A resistência r é dada pela 2ª Lei de Ohm:

$$r = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$$

Sendo $r = 1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$, $\ell = 10,0m$ e

$A = 4,0mm^2 = 4,0 \cdot 10^{-6}m^2$, vem:

$$r = 1,6 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{10,0}{4,0 \cdot 10^{-6}} \cdot (\Omega)$$

$$r = 4,0 \cdot 10^{-2} \Omega$$

b) De $P_f = U \cdot i$, temos:

$$3300 = 110 \cdot i \Rightarrow i = 30A$$

A potência elétrica total P dissipada nos dois fios da linha de transmissão é igual a:

$$P = (2r) \cdot i^2$$

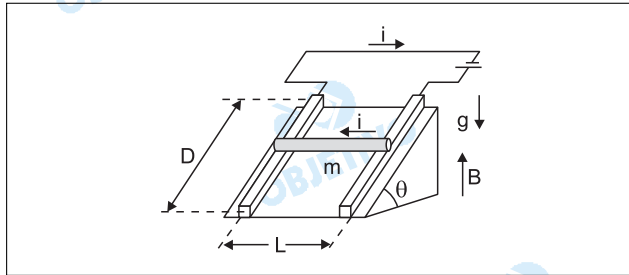
$$P = (2 \cdot 4,0 \cdot 10^{-2}) \cdot (30)^2 (W)$$

$$P = 72W$$

Respostas: a) $4,0 \cdot 10^{-2} \Omega$

b) 72W

Um pedaço de fio de comprimento L e massa m pode deslizar sobre duas hastas rígidas e lisas, de comprimento D cada uma e fixas em um plano inclinado de um ângulo θ , como é ilustrado na figura.

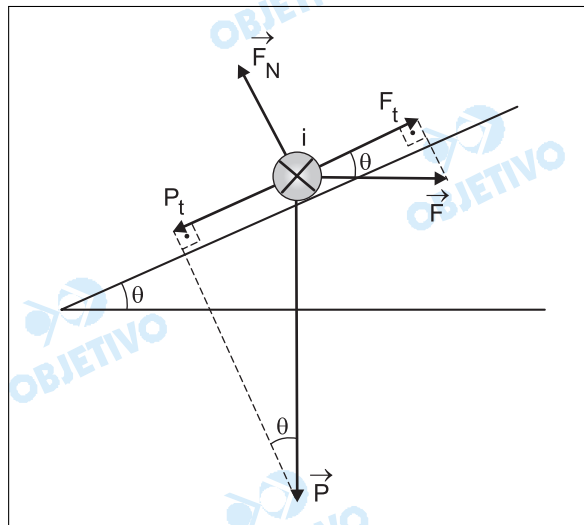


As hastas estão conectadas a uma bateria e o pedaço de fio fecha o circuito. As hastas e o fio estão submetidos a um campo magnético uniforme B vertical, apontado para cima. Representando a aceleração da gravidade por g ,

- determine o valor da corrente i para que o fio fique em equilíbrio sobre o plano inclinado.
- Considere que o pedaço de fio esteja em equilíbrio no ponto mais baixo do plano inclinado. Se a corrente for duplicada, o fio será acelerado e deixará o plano no seu ponto mais alto. Determine a energia cinética do fio nesse ponto.

Resolução

a)



As forças que agem no fio são: o peso \vec{P} , a força normal \vec{F}_N e a força magnética \vec{F} , que tem direção horizontal e cujo sentido foi determinado pela regra da mão esquerda. No equilíbrio, as componentes \vec{P}_t e \vec{F}_t das forças \vec{P} e \vec{F} se anulam:

$$F_t = P_t$$

$$F \cdot \cos \theta = P \sin \theta$$

$$BiL \cos \theta = mg \sin \theta$$

$$i = \frac{mg \operatorname{tg} \theta}{BL}$$

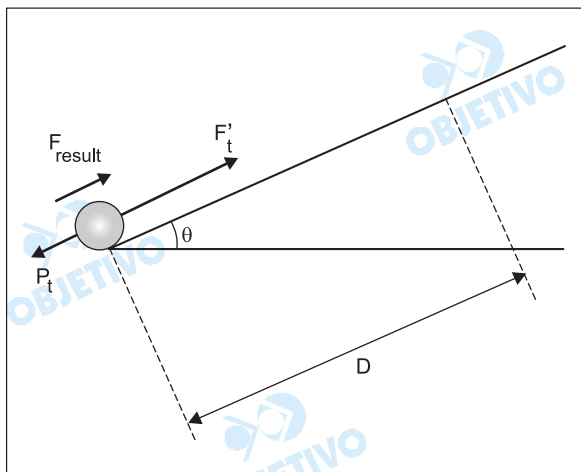
- b) Duplicando-se a intensidade da corrente, a componente tangencial da força magnética será duplicada: $F'_t = 2F_t$. Assim, a força resultante sobre o fio será:

$$F_{\text{result}} = F'_t - P_t$$

$$\text{Mas } F'_t = 2 F_t = 2 P_t$$

$$\text{Logo: } F_{\text{result}} = 2 P_t - P_t$$

$$F_{\text{result}} = P_t$$



Pelo Teorema da Energia Cinética, temos:

$$\tau_{\text{result}} = E_C - E_{C_0}$$

$$P_t \cdot D = E_C - 0$$

Sendo $P_t = mg \operatorname{sen} \theta$, vem:

$$E_C = D mg \operatorname{sen} \theta$$

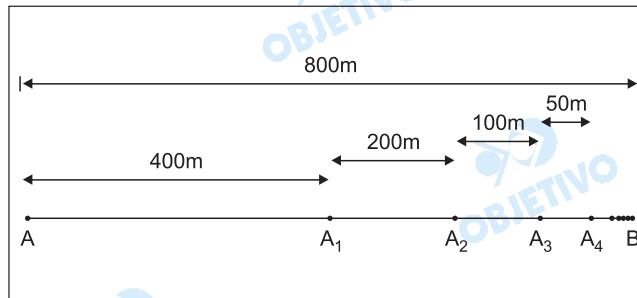
Respostas: a) $i = \frac{mg \operatorname{tg} \theta}{BL}$

b) $E_C = D mg \operatorname{sen} \theta$

MATEMÁTICA

20

Um objeto parte do ponto A, no instante $t = 0$, em direção ao ponto B, percorrendo, a cada minuto, a metade da distância que o separa do ponto B, conforme figura. Considere como sendo de 800 metros a distância entre A e B.



Deste modo, ao final do primeiro minuto (1º. período) ele deverá se encontrar no ponto A_1 ; ao final do segundo minuto (2º. período), no ponto A_2 ; ao final do terceiro minuto (3º. período), no ponto A_3 , e, assim, sucessivamente.

Suponhamos que a velocidade se reduza linearmente em cada período considerado.

- Calcule a distância percorrida pelo objeto ao final dos 10 primeiros minutos. Constata-se que, nesse instante, sua distância ao ponto B é inferior a 1 metro.
- Construa o gráfico da função definida por "f(t) = distância percorrida pelo objeto em t minutos", a partir do instante $t = 0$.

Resolução

A distância, em metros, percorrida pelo objeto em cada minuto é termo da progressão geométrica

(400; 200; 100; ...) de razão $\frac{1}{2}$.

- Ao final de 10 minutos, a distância percorrida pelo objeto foi

$$f(10) = \frac{400 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{10} \right]}{1 - \frac{1}{2}} = 800 \left(1 - \frac{1}{1024} \right) \Rightarrow$$

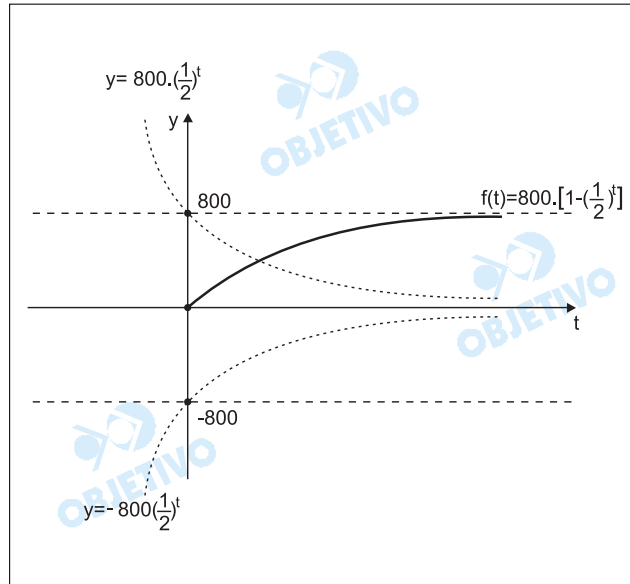
$$\Rightarrow f(10) = 800 \cdot \frac{1023}{1024} \approx 799,22m.$$

No instante $t = 10$, a distância do objeto ao ponto B é, aproximadamente, $(800 - 799,22)m = 0,78m$, inferior a 1 metro.

- A função que determina a distância percorrida pelo objeto em t minutos, a partir do instante $t = 0$, é

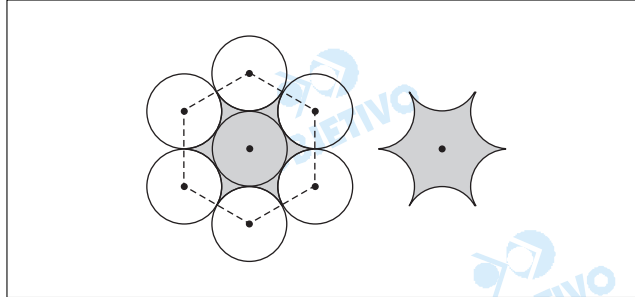
$$f(t) = \frac{400 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^t \right]}{1 - \frac{1}{2}} \Rightarrow f(t) = 800 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^t \right]$$

O gráfico de $f(t)$ é o que se destaca na figura seguinte:



Respostas: a) 799,2 m; a distância ao ponto B é 0,78 m
b) Gráfico

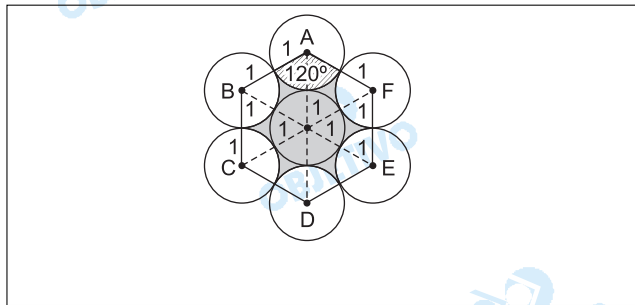
Na figura, são exibidas sete circunferências. As seis exteriores, cujos centros são vértices de um hexágono regular de lado 2, são tangentes à interna. Além disso, cada circunferência externa é também tangente às outras duas que lhe são contíguas.



Nestas condições, calcule:

- a área da região sombreada, apresentada em destaque à direita.
- o perímetro da figura que delimita a região sombreada.

Resolução



Cada uma das circunferências menores (inclusive a central) tem raio igual a 1.

Seja S_{ABCDEF} a área do hexágono regular, A_S a área do setor circular de raio 1 e ângulo central 120° , e ℓ o comprimento do arco de circunferência desse setor, temos:

$$1) S_{ABCDEF} = 6 \cdot \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3}$$

$$2) A_S = \frac{120^\circ}{360^\circ} \pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{3}$$

$$3) \ell = \frac{120^\circ}{360^\circ} 2\pi \cdot 1 = \frac{2\pi}{3}$$

Assim sendo, a área S da região sombreada é

$$S = S_{ABCDEF} - 6 A_S = 6\sqrt{3} - 6 \frac{\pi}{3} = 6\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$$

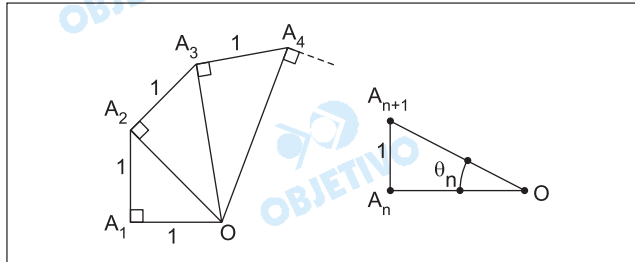
e o perímetro P da figura que limita a região sombreada é

$$P = 6\ell = 6 \cdot \frac{2\pi}{3} = 4\pi$$

Respostas: a) $6\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$ b) 4π

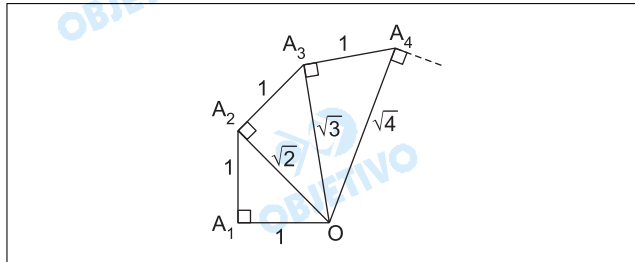


Os triângulos que aparecem na figura da esquerda são retângulos e os catetos OA_1 , A_1A_2 , A_2A_3 , A_3A_4 , A_4A_5, \dots, A_9A_{10} têm comprimento igual a 1.



- a) Calcule os comprimentos das hipotenusas OA_2 , OA_3 , OA_4 e OA_{10} .
- b) Denotando por θ_n o ângulo $(A_n \hat{O} A_{n+1})$, conforme figura da direita, descreva os elementos a_1 , a_2 , a_3 e a_9 da seqüência $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_8, a_9)$, sendo $a_n = \text{sen}(\theta_n)$.

Resolução



- a) Aplicando o Teorema de Pitágoras nos triângulos OA_1A_2 , OA_2A_3 , OA_3A_4 , \dots, OA_9A_{10} , temos:

$$I) (OA_2)^2 = (OA_1)^2 + (A_1A_2)^2 \Rightarrow (OA_2)^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow OA_2 = \sqrt{2}$$

$$II) (OA_3)^2 = (OA_2)^2 + (A_2A_3)^2 \Rightarrow (OA_3)^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 \Rightarrow OA_3 = \sqrt{3}$$

$$III) (OA_4)^2 = (OA_3)^2 + (A_3A_4)^2 \Rightarrow (OA_4)^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2 \Rightarrow OA_4 = \sqrt{4} = 2. \text{ De forma análoga } OA_{10} = \sqrt{10}$$

- b) De acordo com o enunciado e observando a lei de formação da seqüência do item a, temos:

$$\text{Assim, } a_n = \text{sen } \theta_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}} \text{ e, portanto,}$$

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a_2 = \frac{1}{\sqrt{2+1}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$a_3 = \frac{1}{\sqrt{3+1}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

⋮

$$a_8 = \frac{1}{\sqrt{8+1}} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$$

$$a_9 = \frac{1}{\sqrt{9+1}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

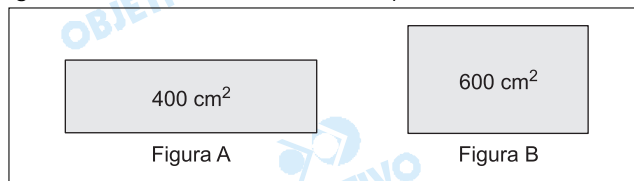
Respostas: a) $OA_2 = \sqrt{2}$, $OA_3 = \sqrt{3}$, $OA_4 = 2$ e
 $OA_{10} = \sqrt{10}$

b) $a_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $a_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $a_3 = \frac{1}{2}$ e

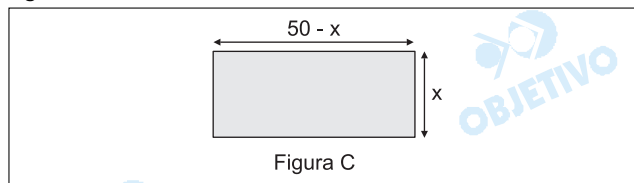
$$a_9 = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

23

As figuras A e B representam dois retângulos de perímetros iguais a 100 cm, porém de áreas diferentes, iguais a 400 cm^2 e 600 cm^2 , respectivamente.



A figura C exibe um retângulo de dimensões $(50 - x)$ cm e x cm, de mesmo perímetro que os retângulos das figuras A e B.



- Determine a lei, $f(x)$, que expressa a área do retângulo da figura C e exiba os valores de x que forneçam a área do retângulo da figura A.
- Determine a maior área possível para um retângulo nas condições da figura C.

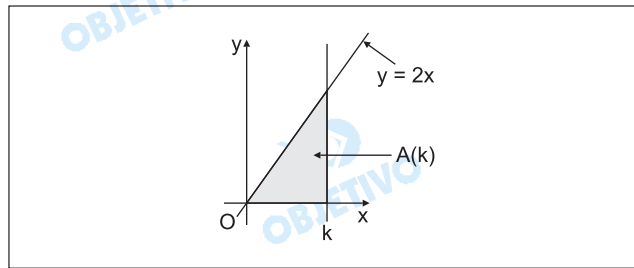
Resolução

- A lei $f(x)$ que expressa a área é tal que
 $f(x) = x \cdot (50 - x)$, com $0 < x < 50$
 $x(50 - x) = 400 \Leftrightarrow x^2 - 50x + 400 = 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x = 10$ ou $x = 40$
- A função f , definida por $f(x) = x(50 - x)$ e que caracteriza a área do retângulo, assume o valor máximo para $x = 25$ e a área máxima é
 $f(25) = 25 \cdot (50 - 25) = 625$

Respostas: a) $f(x) = x \cdot (50 - x)$, em cm^2 , com $0 < x < 50$;
10 cm e 40 cm
b) 625 cm^2

24

Considere a região sombreada na figura, delimitada pelo eixo Ox e pelas retas de equações $y = 2x$ e $x = k$, $k > 0$.



Nestas condições, expresse, em função de k :

a) a área $A(k)$ da região sombreada.

b) o perímetro do triângulo que delimita a região sombreada.

Resolução

$$a) A(k) = \frac{k \cdot 2k}{2} = k^2, k > 0$$

b) O perímetro do triângulo é

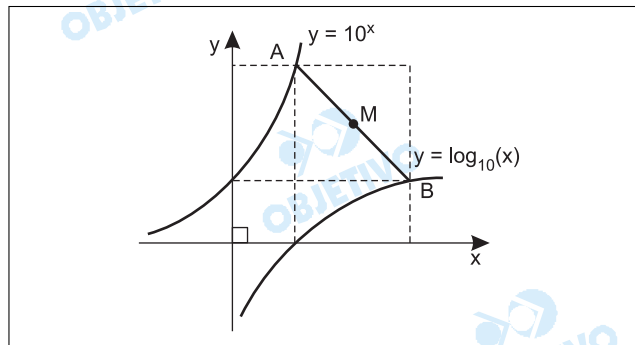
$$k + 2k + \sqrt{k^2 + 4k^2} = 3k + k\sqrt{5} = k(3 + \sqrt{5})$$

Respostas: a) $A(k) = k^2$

$$b) k(3 + \sqrt{5})$$

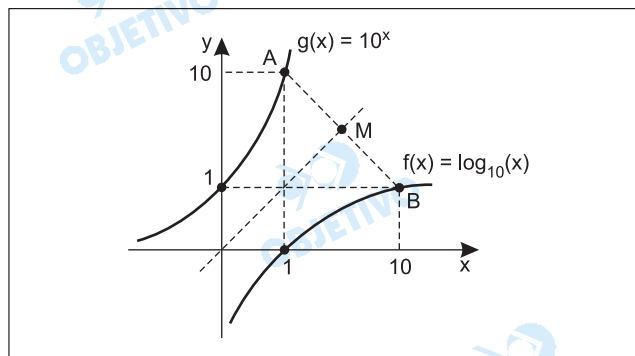
25

Considere os gráficos das funções definidas por $f(x) = \log_{10}(x)$ e $g(x) = 10^x$, conforme figura (fora de escala).



- a) Dê as coordenadas de M, ponto médio do segmento AB.
b) Mostre que $(f \circ g)(x) = x$ e $(g \circ f)(x) = x$, para todo $x > 0$.

Resolução



- a) De acordo com o gráfico, $A(1;10)$, $B(10;1)$ e $M = \left(\frac{11}{2}; \frac{11}{2} \right)$ pois é ponto médio de AB.
b) $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(10^x) = \log_{10}(10^x) = x, \forall x > 0$
 $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g[\log_{10} x] = 10^{\log_{10} x} = x, \forall x > 0$

Respostas: a) $M \left(\frac{11}{2}; \frac{11}{2} \right)$

b) demonstração