

ENSINO MÉDIO
PRÉ-VESTIBULAR

FIS

FÍSICA

4



Poliedro
Sistema de Ensino

COLEÇÃO PV

Copyright © Editora Poliedro, 2022.

Todos os direitos de edição reservados à Editora Poliedro.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal, Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ISBN 978-65-5613-308-9

Presidente: Nicolau Arbex Sarkis

Autoria: Nicolau Arbex Sarkis, Rodrigo Fulgêncio Mauro e Venerando Santiago de Oliveira (Venê)

Edição de conteúdo: Ana Paula Enes, Juliana Grassmann dos Santos, Ana Carolina Suzuki Dias Cintra, Grazielle Baltar Ferreira Antonio (assist.) e Marcela Muniz Gontijo

Edição de arte: Christine Getschko, Lourenzo Acunzo, Alexandre Bueno, Bruna Fava, Daniella de Romero Pecora, Jaime Xavier, Marina Ferreira, Nathalia Laia e Suellem Silva Machado

Design: Adilson Casarotti

Licenciamento e multimídia: Leticia Palaria de Castro Rocha, Danielle Navarro Fernandes, Fernanda Bitencourt e Vitor Hugo Medeiros

Revisão: Rosangela Muricy, Bruno Freitas, Ellen Barros de Souza, Sárvia Martins e Thiago Marques

Impressão e acabamento: PifferPrint

Créditos de capa e frontis: Captain Wang/Shutterstock.com

A Editora Poliedro pesquisou junto às fontes apropriadas a existência de eventuais detentores dos direitos de todos os textos e de todas as imagens presentes nesta obra didática. Em caso de omissão, involuntária, de quaisquer créditos, colocamo-nos à disposição para avaliação e consequentes correção e inserção nas futuras edições, estando, ainda, reservados os direitos referidos no Art. 28 da Lei 9.610/98.



Poliedro Sistema de Ensino

T. 12 3924-1616

sistemapoliedro.com.br

Sumário

Frente 1

11 Impulso, quantidade de movimento, colisões, centro de massa e análise dimensional 5

Impulso, **6**
Quantidade de movimento, **7**
Colisões, **8**
Centro de massa, **13**
Análise dimensional, **14**
Revisando, **16**
Exercícios propostos, **22**
Textos complementares, **40**
Resumindo, **41**
Quer saber mais?, **42**
Exercícios complementares, **42**
BNCC em foco, **64**

Frente 2

11 Estática.....65

Conceitos básicos de Estática, **66**
Equilíbrio translacional, **69**
Equilíbrio rotacional, **73**
Condições de equilíbrio, **77**
Tombamento e escorregamento, **81**
Tipos de equilíbrio, **83**
Revisando, **84**
Exercícios propostos, **87**
Texto complementar, **104**
Resumindo, **105**
Quer saber mais?, **106**
Exercícios complementares, **106**
BNCC em foco, **122**

12 Hidrostática 123

Introdução à Mecânica dos Fluidos, **124**
Conceitos básicos da Hidrostática, **125**
Teorema de Stevin, **128**
Teorema de Pascal, **132**
Teorema de Arquimedes, **133**
Vazão, **137**
Revisando, **140**
Exercícios propostos, **144**
Texto complementar, **160**
Resumindo, **161**
Quer saber mais?, **161**
Exercícios complementares, **162**
BNCC em foco, **180**

Frente 3

13 Ondas periódicas.....	181
Ondas periódicas, 182	
Fenômenos ondulatórios, 186	
Energia, potência e intensidade, 189	
Revisando, 190	
Exercícios propostos, 193	
Texto complementar, 197	
Resumindo, 198	
Quer saber mais?, 199	
Exercícios complementares, 199	
BNCC em foco, 205	
14 Interferência.....	207
Interferência, 208	
Revisando, 216	
Exercícios propostos, 219	
Texto complementar, 226	
Resumindo, 227	
Quer saber mais?, 228	
Exercícios complementares, 229	
BNCC em foco, 236	
15 Acústica.....	237
Ondas sonoras, 238	
Cordas vibrantes, 242	
Colunas de ar vibrante: tubos sonoros, 245	
Efeito Doppler, 247	
Revisando, 249	
Exercícios propostos, 251	
Textos complementares, 256	
Resumindo, 257	
Quer saber mais?, 258	
Exercícios complementares, 259	
BNCC em foco, 266	
Gabarito.....	267

As bolas de tênis são fabricadas com uma tecnologia que permite que elas se deformem ao serem atingidas pela raquete e, depois, retomem a sua forma.



pietramaseng/Shutterstock.com

FRENTE 1

CAPÍTULO

11

Impulso, quantidade de movimento, colisões, centro de massa e análise dimensional

A dinâmica de diversos esportes envolve colisões. No tênis, por exemplo, as principais colisões ocorrem entre a raquete e a bola e a bola e o solo; já no futebol, elas ocorrem entre o pé (ou cabeça, por exemplo) e a bola. Até em esportes em que as colisões têm menor chance de ocorrer, é importante estudá-las para garantir a segurança dos praticantes, como no automobilismo. Neste capítulo, vamos estudar algumas das grandezas físicas envolvidas na descrição de colisões e explosões, como quantidade de movimento, impulso e energia.

Impulso

Quando empurramos um carro sobre uma superfície durante certo tempo, o carro ganha velocidade. Dizemos que “demos um impulso” no carro.



Carro recebe impulso.

Dessa forma, se uma força constante \vec{F} age sobre uma partícula em um intervalo Δt :



Força constante agindo sobre partícula.

em que $\Delta t = t_2 - t_1$.

Então, o impulso \vec{I} dessa força é dado por:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

\vec{F} e \vec{I} são grandezas vetoriais e Δt é escalar.

- **módulo** de \vec{I} : $|\vec{I}| = |\vec{F}| \cdot \Delta t$.
- **direção** de \vec{I} : a mesma de \vec{F} , pois Δt é escalar.
- **sentido** de \vec{I} : o mesmo de \vec{F} , pois Δt é positivo.

Temos ainda que:

$$\text{unid. } (I) = \text{unid. } (F) \cdot \text{unid. } (\Delta t)$$

No SI: unid. $(I) = \text{N} \cdot \text{s}$

Esta fórmula ($\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$) só pode ser utilizada para calcular o impulso de uma força constante. No caso de força de módulo variável e direção constante, o módulo do impulso será calculado pela área do gráfico força \times tempo:

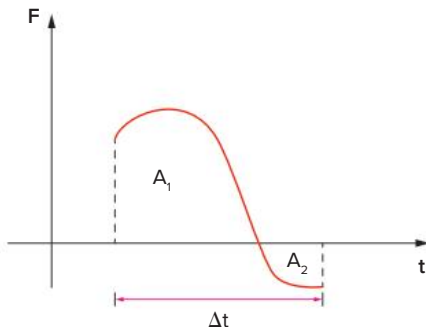


Gráfico força \times tempo.

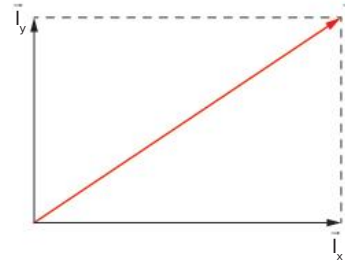
$$I \stackrel{N}{=} \text{área} = A_1 - A_2$$

A_1 é tomada com sinal positivo, pois está acima do eixo t . A_2 é tomada com sinal negativo, pois está abaixo do eixo t .

A direção e o sentido de \vec{I} são os mesmos de \vec{F} .

Atenção

Se \vec{F} variar em direção, devemos construir os gráficos $F_x \times t$ e $F_y \times t$, no qual teremos os valores de I_x e I_y , que são os impulsos nas direções x e y , respectivamente:



Impulso total decomposto em duas direções.

$$|\vec{I}|^2 = |\vec{I}_x|^2 + |\vec{I}_y|^2$$

No caso particular de força constante, temos graficamente:

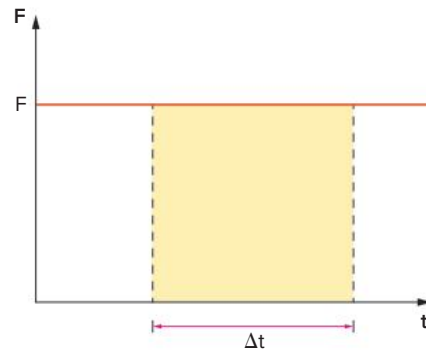


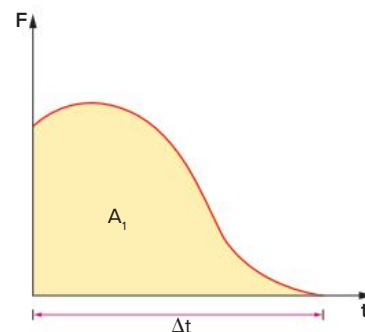
Gráfico força \times tempo de uma força constante.

$I = F \cdot \Delta t$, em que I e F são, respectivamente, os módulos de \vec{I} e de \vec{F} .

Força média

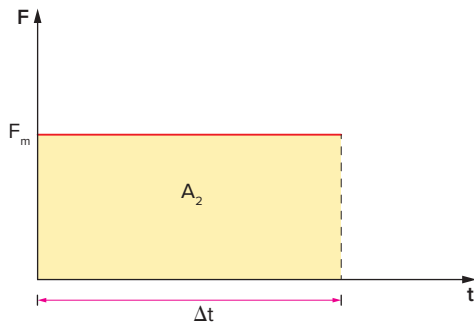
Se uma partícula estiver sujeita a uma força variável em um certo intervalo de tempo, ela receberá um impulso dessa força. A força média é definida como uma força constante que produz o mesmo impulso no mesmo intervalo de tempo.

Seja a força variável dada pelo gráfico seguinte:



Força variável atuando em um intervalo Δt .

A força média será dada por:

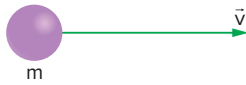


Força constante atuando em um intervalo Δt .

em que $A_1 = A_2$.

Quantidade de movimento

Se uma partícula de massa m possui velocidade vetorial instantânea \vec{v} .



Partícula de massa m com velocidade \vec{v} .

então a quantidade de movimento \vec{Q} do corpo é dada por:

$$\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$$

\vec{Q} e \vec{v} são grandezas vetoriais e m é escalar.

- **módulo** de \vec{Q} : $|\vec{Q}| = m \cdot |\vec{v}|$.
- **direção** de \vec{Q} : a mesma de \vec{v} , pois m é escalar.
- **sentido** de \vec{Q} : o mesmo de \vec{v} , pois m é positivo.

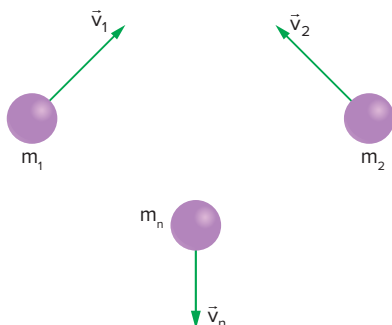
Temos ainda que:

$$\text{unid. (Q)} = \text{unid. (m)} \cdot \text{unid. (v)}$$

No SI: $\text{unid. (Q)} = \text{kg} \cdot \text{m/s}$

A quantidade de movimento, ou momento linear, ou *momentum*, é uma grandeza instantânea, pois a velocidade também é grandeza instantânea.

Se um sistema for constituído de várias partículas, com massas m_1, m_2, \dots, m_n , e velocidades vetoriais instantâneas $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$:



Sistema de partículas.

então a quantidade de movimento total do sistema é a soma vetorial das quantidades de movimento de cada partícula:

$$\vec{Q}_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n \vec{Q}_i = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \dots + \vec{Q}_n$$

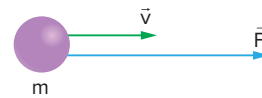
ou

$$\vec{Q}_{\text{total}} = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 + \dots + m_n \cdot \vec{v}_n$$

Teorema do impulso

Para a demonstração do teorema do impulso, vamos tomar o caso particular da força constante, apenas por simplicidade. No entanto, esse teorema é válido sempre, quer sejam as forças constantes ou variáveis. A única condição é que seja a força resultante.

Tomemos uma força resultante \vec{F} agindo sobre uma partícula de massa m , na mesma direção de seu movimento, durante um intervalo de tempo Δt :



Força atuando sobre partícula de massa m .

Se \vec{F} for constante, o impulso de \vec{F} será dado por:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Como \vec{F} é a resultante das forças sobre a partícula, então:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{I} = m \cdot \vec{a} \cdot \Delta t$$

Se \vec{F} é constante, então \vec{a} é constante e o movimento da partícula será uniformemente variado.

Portanto:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{a} \cdot \Delta t = \Delta \vec{v}$$

Logo:

$$\vec{I} = m \cdot \vec{a} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v} = m \cdot (\vec{v}_{\text{final}} - \vec{v}_{\text{inicial}})$$

$$\vec{I} = m \cdot \vec{v}_{\text{final}} - m \cdot \vec{v}_{\text{inicial}} = \vec{Q}_{\text{final}} - \vec{Q}_{\text{inicial}}$$

$$\vec{I} = \Delta \vec{Q}$$

Assim, o impulso da resultante das forças sobre uma partícula é igual à variação da sua quantidade de movimento.

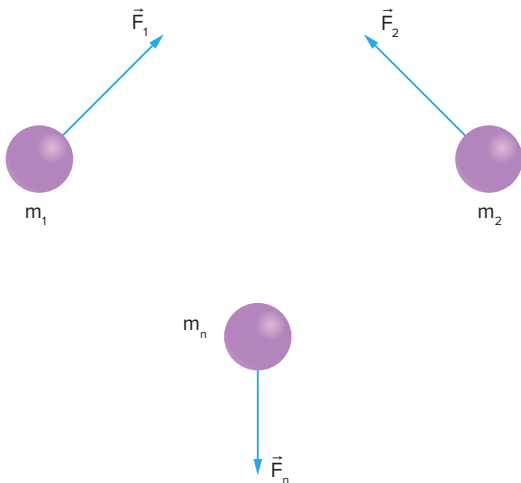
! Atenção

Se duas grandezas são equivalentes, como no caso do teorema apresentado, elas devem ser ambas escalares ou ambas vetoriais e ter as mesmas unidades.

No nosso caso:

$$\text{unid. (I)} = \text{unid. (Q)}, \text{ pois } \text{N} \cdot \text{s} = \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

Considere um sistema constituído de várias partículas, sujeitas a várias forças resultantes:



Sistema de partículas sujeito a uma força resultante.

O impulso total da resultante dessas forças é a soma vetorial das variações das quantidades de movimento de cada partícula:

$$\vec{I}_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n \Delta \vec{Q}_i = \Delta \vec{Q}_1 + \Delta \vec{Q}_2 + \dots + \Delta \vec{Q}_n$$

$$\vec{I}_{\text{total}} = (\vec{Q}_{1,\text{final}} - \vec{Q}_{1,\text{inicial}}) + (\vec{Q}_{2,\text{final}} - \vec{Q}_{2,\text{inicial}}) + \dots + (\vec{Q}_{n,\text{final}} - \vec{Q}_{n,\text{inicial}})$$

$$\vec{I}_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n \vec{Q}_{i,\text{final}} - \sum_{i=1}^n \vec{Q}_{i,\text{inicial}} = \vec{Q}_{\text{total, final}} - \vec{Q}_{\text{total, inicial}}$$

$$\vec{I}_{\text{total}} = \Delta \vec{Q}_{\text{total}}$$

Conservação da quantidade de movimento

Tomemos um sistema formado por n partículas. Sobre esse sistema, agem forças externas e forças internas. As **forças externas** são aquelas trocadas com partículas que não pertencem ao sistema. As **forças internas** são aquelas trocadas entre as partículas que pertencem ao sistema.

Pelo princípio da ação e reação, a resultante das forças internas é nula.

Em um sistema em que a resultante de forças externas é nula, isolado ou não, teremos:

$$\vec{F}_R = \vec{0}$$

Consequentemente:

$$\vec{I}_{\text{total}} = \vec{0}$$

Mas:

$$\vec{I}_{\text{total}} = \Delta \vec{Q}_{\text{total}} \Rightarrow \Delta \vec{Q}_{\text{total}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_{\text{final}} - \vec{Q}_{\text{inicial}} = \vec{0}$$

Portanto:

$$\vec{Q}_{\text{final}} = \vec{Q}_{\text{inicial}}$$

Logo, em um sistema em que a resultante de forças é nula, a quantidade de movimento total é constante.

Colisões

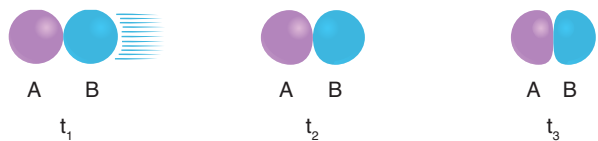
Vamos considerar a colisão, ou choque, de dois corpos, A e B, que se movem sobre a mesma reta com velocidades \vec{v}_A e \vec{v}_B , respectivamente:



Dois corpos se movem para a colisão.

Durante o choque, os corpos irão interagir, realizando forças um sobre o outro. O corpo A realizará a força \vec{F}_{AB} sobre B e o corpo B realizará a força \vec{F}_{BA} sobre A. Pelo princípio da ação e reação, sabemos que $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$. O módulo dessa força varia com o tempo.

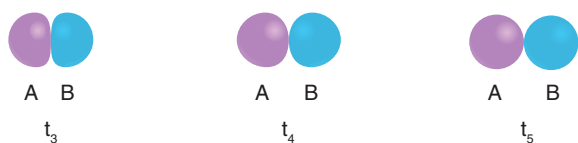
Durante a colisão, existem duas fases: deformação e restituição. A **deformação** se estende desde o início do contato entre os corpos até que eles atinjam a máxima deformação.



Fase de deformação da colisão.

Durante essa fase, parte da energia cinética dos corpos se transforma em energia potencial elástica de deformação.

A **restituição** se estende desde a máxima deformação até o fim do contato entre os corpos.



Fase de restituição da colisão.

Um possível gráfico da variação do módulo da força de interação durante a colisão pode ser dado por:

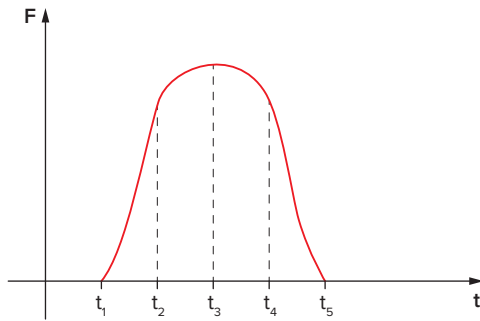
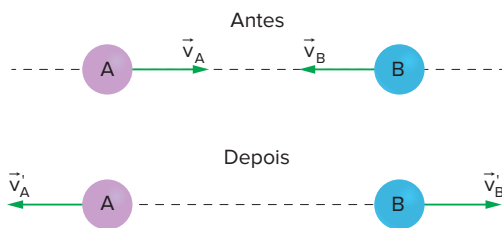


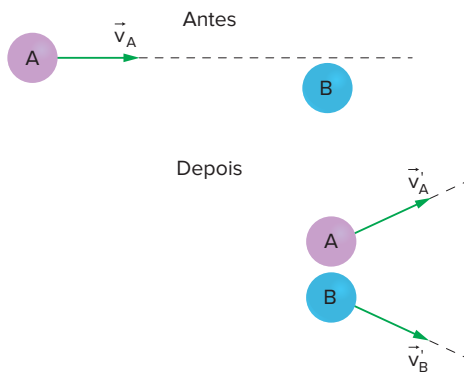
Gráfico força x tempo durante uma colisão.

A colisão é chamada unidimensional quando os corpos se movem sobre a mesma reta, antes e depois da colisão.



Colisão unidimensional.

Quando os corpos se movem sobre o mesmo plano, antes e depois da colisão, esta é chamada bidimensional.



Colisão bidimensional.

Conservação da quantidade de movimento nas colisões

Uma característica muito importante das colisões é seu curto intervalo de tempo. Durante a colisão de partículas, certamente estarão atuando forças internas de interação entre elas e eventualmente podem estar atuando forças externas ao sistema. No entanto, essas forças externas são muito pequenas se comparadas com as internas, pois estas devem ser muito grandes para, em curtíssimo intervalo de tempo, modificar as velocidades e, portanto, as quantidades de movimento de cada partícula.

Desse modo, mesmo que o sistema não seja isolado, a resultante externa, atuando em um pequeníssimo intervalo de tempo, praticamente não realizará impulso sobre o sistema:

$$\vec{I}_{\text{total}} \cong \vec{0}$$

Logo, podemos afirmar que a variação da quantidade de movimento total do sistema é nula:

$$\Delta \vec{Q}_{\text{total}} \cong \vec{0}$$

E, finalmente:

$$\vec{Q}_{\text{final}} = \vec{Q}_{\text{inicial}}$$

! Atenção

As palavras *final* e *inicial* se referem a um pouco após a colisão e um pouco antes, respectivamente, e não muito depois ou muito antes.

É importante notar que, apesar de haver conservação da quantidade de movimento total do sistema, não há conservação da quantidade de movimento de cada partícula. Cada uma delas tem sua velocidade rapidamente modificada pela força recebida durante a interação. Desse modo, a força de interação é interna ao sistema, mas externa à partícula. As resultantes sobre cada uma delas realizam impulso e, portanto, fazem variar as respectivas quantidades de movimento.

Energia cinética nas colisões

Apesar de sempre haver conservação da quantidade de movimento durante uma colisão, o mesmo não ocorre com a energia cinética.

Enquanto ocorre a colisão entre duas partículas, parte da energia cinética inicial do sistema é transformada em outras formas de energia, como energia potencial elástica de deformação, energia térmica e energia sonora.

Durante as colisões, desprezamos a variação de energia potencial gravitacional, pois o intervalo de tempo de sua duração é insuficiente para que a resultante externa, se existir, promova variação de posição das partículas do sistema.

Sendo assim, as colisões podem ser classificadas quanto à conservação ou não de energia cinética.

- **Colisão elástica (perfeitamente elástica):** ocorre quando a perda de energia cinética total do sistema é desprezível durante a colisão, ou seja:

$$E_{C, \text{final}} = E_{C, \text{inicial}}$$

Nesse caso, os corpos não se mantêm juntos após o choque. Isso não significa necessariamente que a energia cinética de cada partícula se conserva, mas sim que ocorre a conservação da energia cinética total do sistema, que é igual à soma das energias cinéticas de cada partícula.

- **Colisão parcialmente elástica:** ocorre quando há perda de energia cinética total do sistema durante a colisão, ou seja:

$$E_{C, \text{final}} < E_{C, \text{inicial}}$$

Nesse caso, os corpos também não se mantêm juntos após o choque.

- **Colisão inelástica (perfeitamente inelástica):** ocorre quando a perda de energia cinética total do sistema durante a colisão é máxima, e novamente:

$$E_{C, \text{final}} < E_{C, \text{inicial}}$$

Nesse caso, os corpos se mantêm juntos após o choque.

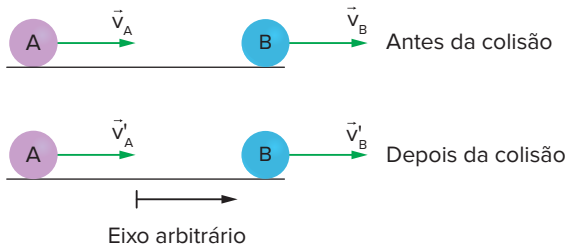
Essa perda máxima de energia não é necessariamente sinônimo de perda total de energia, pois na perda total as partículas ficariam juntas e paradas após o choque.

Atenção

Colisão superelástica é aquela em que existe aumento de energia cinética total do sistema. O ganho de energia cinética provém da transformação de outras formas de energia durante a colisão. Nas reações nucleares, por exemplo, ocorrem colisões superelásticas.

Exemplo de colisão elástica

Vamos estudar a colisão elástica de dois corpos, A e B, de massas m_A e m_B e velocidades \vec{v}_A e \vec{v}_B , respectivamente. Queremos descobrir as velocidades \vec{v}'_A e \vec{v}'_B dos corpos após a colisão:



Velocidades de duas partículas antes e depois da colisão elástica entre elas.

Escolhemos também um eixo arbitrário para nosso estudo.

Como vimos, em toda colisão há conservação da quantidade de movimento do sistema:

$$Q_{\text{inicial}} = Q_{\text{final}}$$

Ou seja:

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B \quad (I)$$

Como essa colisão é elástica, também há conservação de energia cinética total do sistema:

$$E_{C, \text{inicial}} = E_{C, \text{final}}$$

Ou seja:

$$\frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v_A'^2 + \frac{1}{2} m_B v_B'^2 \quad (II)$$

De (II):

$$\frac{1}{2} m_A v_A^2 - \frac{1}{2} m_A v_A'^2 = \frac{1}{2} m_B v_B'^2 - \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$$m_A (v_A^2 - v_A'^2) = m_B (v_B'^2 - v_B^2) \quad (III)$$

De (I):

$$m_A v_A - m_A v'_A = m_B v'_B - m_B v_B$$

$$m_A (v_A - v'_A) = m_B (v'_B - v_B) \quad (IV)$$

Dividindo (III) por (IV):

$$\frac{m_A (v_A^2 - v_A'^2)}{m_A (v_A - v'_A)} = \frac{m_B (v_B'^2 - v_B^2)}{m_B (v'_B - v_B)}$$

$$v_A + v'_A = v_B + v'_B$$

Consideramos que $v_A \neq v'_A$ e $v_B \neq v'_B$.

Logo:

$$v'_B = v_A + v'_A - v_B \quad (V)$$

Substituindo (V) em (I):

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B (v_A + v'_A - v_B)$$

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v_A + m_B v'_A - m_B v_B$$

$$m_A v_A - m_B v_A + m_B v_B + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_A$$

$$(m_A - m_B) v_A + 2 m_B v_B = (m_A + m_B) v'_A$$

$$v'_A = \frac{(m_A - m_B)}{(m_A + m_B)} \cdot v_A + \frac{2 m_B}{(m_A + m_B)} \cdot v_B \quad (VI)$$

Substituindo essa expressão em (V), obtemos:

$$v'_B = \frac{(m_B - m_A)}{(m_B + m_A)} \cdot v_B + \frac{2 m_A}{(m_B + m_A)} \cdot v_A \quad (VII)$$

Esses resultados demonstram como obter as velocidades finais utilizando as equações de conservação de quantidade de movimento e energia cinética.

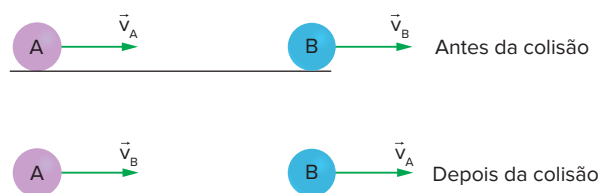
Veremos mais adiante que existem métodos algebricamente mais simples de se determinar as velocidades finais de dois corpos após a colisão, utilizando o conceito de coeficiente de restituição.

CASOS PARTICULARES

- Se a colisão elástica ocorrer entre duas partículas de mesma massa ($m_A = m_B$), temos, substituindo essa informação em (VI) e (VII):

$$v'_A = v_B \text{ e } v'_B = v_A$$

ou seja, em um choque elástico entre dois corpos de mesma massa, eles trocam suas velocidades:



Velocidades são trocadas durante um choque elástico entre duas partículas de massas iguais.

- Se a colisão elástica ocorrer entre duas partículas, A e B, de tal modo que $m_A \gg m_B$, temos:

De (VI):

$$v'_A = \frac{(m_A - m_B)}{(m_A + m_B)} \cdot v_A + \frac{2m_B}{(m_A + m_B)} \cdot v_B$$

Como, nesse caso:

$$\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} \cong 1 \text{ e } \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \cong -1$$

Então:

$$v'_A \cong v_A$$

De (VII):

$$v'_B = \frac{(m_B - m_A)}{(m_B + m_A)} \cdot v_B + \frac{2m_A}{(m_B + m_A)} \cdot v_A$$

Como, nesse caso:

$$\frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \cong -1 \text{ e } \frac{2m_A}{m_B + m_A} \cong 2$$

Então:

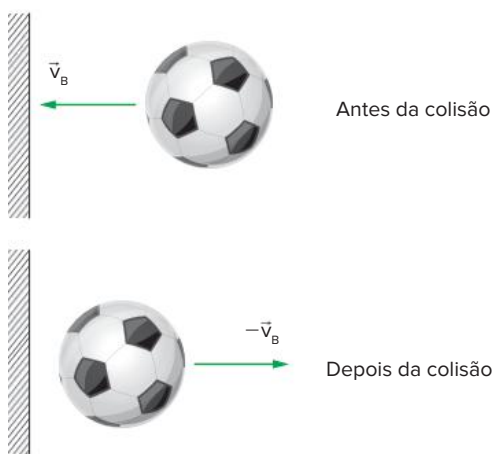
$$v'_B \cong -v_B + 2v_A$$

ou seja, o corpo A permaneceria praticamente com a mesma velocidade e o corpo B sairia da colisão com o dobro da velocidade de A, acrescida de sua velocidade inicial com sinal negativo.

Se, além de $m_A \gg m_B$, tivermos:

- a) $v_A = 0 \Rightarrow v'_A \cong 0$ e $v'_B \cong -v_B$

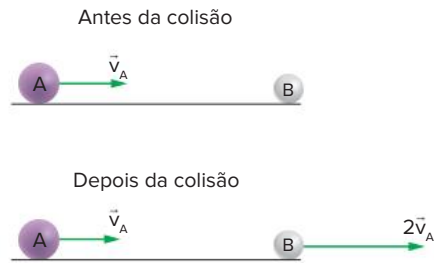
que é o caso de uma bola se chocando contra uma parede elasticamente.



Choque elástico de bola (massa pequena) contra parede em repouso (massa grande).

- b) $v_B = 0 \Rightarrow v'_A \cong v_A$ e $v'_B \cong 2v_A$

que é o caso de uma bola de bilhar se chocando elasticamente contra uma bola de pingue-pongue parada.



Choque elástico de bola de bilhar (massa grande) contra bola de pingue-pongue em repouso (massa pequena).

Coefficiente de restituição

Como vimos anteriormente, a resolução de problemas utilizando a conservação de quantidade de movimento e conservação ou não de energia cinética é muito trabalhosa, pois temos de resolver uma equação de 2º grau.

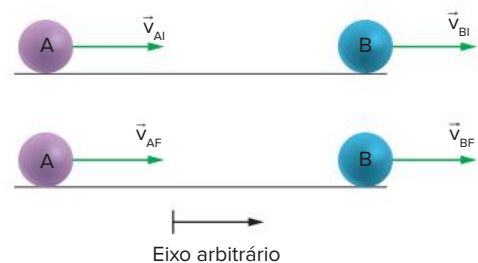
Felizmente, existe uma relação importante entre as velocidades relativas de afastamento, depois da colisão, e de aproximação, antes da colisão, entre dois corpos em uma colisão unidimensional. Essa relação é chamada de **coeficiente de restituição** (e) e é expressa da seguinte forma:

$$e = \frac{\text{velocidade relativa de afastamento}}{\text{velocidade relativa de aproximação}}$$

Notamos que esta é uma grandeza adimensional, pois é uma relação entre velocidades.

Uma forma mais simples e prática, para a resolução de exercícios, de escrever a equação do coeficiente de restituição é dada a seguir.

Se dois corpos, A e B, possuem velocidades \vec{v}_{AI} e \vec{v}_{BI} antes da colisão e velocidades \vec{v}_{AF} e \vec{v}_{BF} depois da colisão:



Velocidades de duas partículas antes e depois da colisão entre elas.

Assim:

$$e = \frac{v_{BF} - v_{AF}}{v_{AI} - v_{BI}}$$

em que o sinal negativo pertence à fórmula, e v_{BF} , v_{AF} , v_{AI} e v_{BI} podem assumir valores positivos ou negativos se estiverem a favor ou contrários ao eixo arbitrário escolhido para a resolução dos exercícios. A escolha desse eixo não altera de modo algum o resultado.

O valor do coeficiente de restituição (e) depende da natureza do choque.

• **Colisão elástica (perfeitamente elástica)**

Na resolução do exemplo de colisão elástica, na equação (V), obtivemos:

$$v'_B = v_A + v'_A - v_B \Rightarrow v'_B - v'_A = v_A - v_B$$

$$\frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B} = 1$$

Logo, na colisão elástica: $e = 1$.

Ou seja, a velocidade relativa de afastamento é, em módulo, igual à velocidade relativa de aproximação:

$$|v_{rel, af}| = |v_{rel, ap}|$$

• **Colisão inelástica (perfeitamente inelástica)**

Na colisão inelástica, os corpos permanecem juntos após o choque. Sendo assim, $v_{BF} = v_{AF} \Rightarrow$ velocidade relativa de afastamento = 0 ($|v_{rel, af}| = 0$).

Logo, na colisão inelástica: $e = 0$.

• **Colisão parcialmente elástica**

Nesses casos, $0 < e < 1$.

Ou seja:

$$0 < \frac{|v_{rel, af}|}{|v_{rel, ap}|} < 1 \Rightarrow 0 < |v_{rel, af}| < |v_{rel, ap}|$$

Atenção

Além de depender dos materiais de que são feitos os corpos, o coeficiente de restituição depende também da forma dos corpos.

Nos choques superelásticos, o coeficiente de restituição é maior que um ($e > 1$).

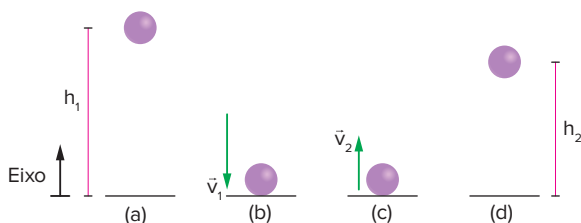
Na resolução de problemas de choques unidimensionais, utilizaremos normalmente duas equações: uma para a conservação da quantidade de movimento e outra para o coeficiente de restituição.

Choque contra a superfície

Seja uma partícula que é solta de uma altura h_1 em relação ao solo e se choca contra ele com coeficiente de restituição, atingindo, após o choque, uma altura h_2 .

Vamos analisar quatro situações:

- a) partícula se soltando de altura h_1 .
- b) partícula atingindo o solo com velocidade \vec{v}_1 .
- c) partícula deixando o solo com velocidade \vec{v}_2 .
- d) partícula atingindo altura h_2 .



Sequência do movimento de queda e choque parcialmente elástico de uma partícula contra uma superfície fixa.

- Entre (a) e (b), há conservação de energia:

$$E_{M,a} = E_{M,b} \Rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh_1}$$

- Entre (b) e (c), acontece o choque com coeficiente de restituição e :

$$e = \frac{v_{partícula, final} - v_{solo, final}}{v_{solo, inicial} - v_{partícula, inicial}}$$

$$e = \frac{v_2 - 0}{0 - (-v_1)} \Rightarrow e = \frac{v_2}{v_1}$$

o que significa que o coeficiente de restituição no choque de uma partícula contra uma superfície fixa é igual à relação entre os módulos das velocidades de afastamento e de aproximação da partícula em relação à superfície.

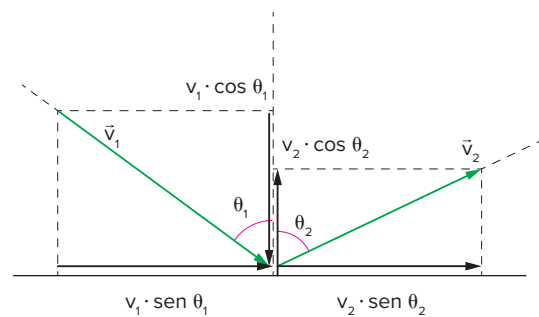
- Entre (c) e (d), há conservação de energia:

$$E_{M,c} = E_{M,d} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = mgh_2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh_2}$$

Assim:

$$e = \frac{\sqrt{2gh_2}}{\sqrt{2gh_1}} \Rightarrow e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$$

Analisemos o caso de uma partícula que se choca obliquamente contra o solo, com velocidade de aproximação \vec{v}_1 e ângulo θ_1 com a vertical e velocidade de afastamento \vec{v}_2 e ângulo θ_2 com a vertical.



Choque bidimensional parcialmente elástico de uma partícula contra uma superfície fixa.

Na direção paralela ao plano, a velocidade permanece a mesma, pois o plano não exerce força alguma sobre a partícula nesta direção:

$$v_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = v_2 \cdot \text{sen } \theta_2 \tag{I}$$

Na direção perpendicular ao plano, haverá perda de energia, com coeficiente de restituição e :

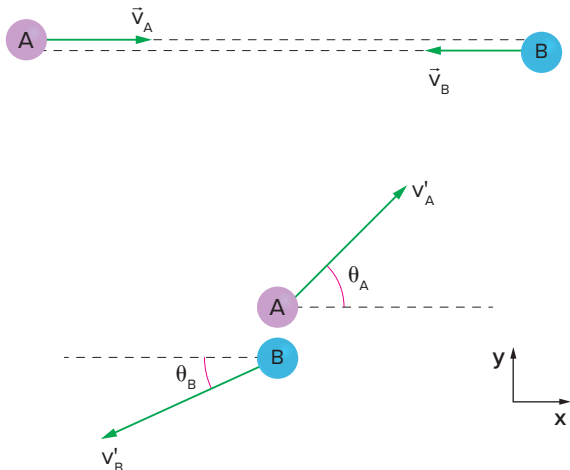
$$e = \frac{v_2 \cdot \text{cos } \theta_2}{v_1 \cdot \text{cos } \theta_1} \Rightarrow e \cdot v_1 \cdot \text{cos } \theta_1 = v_2 \cdot \text{cos } \theta_2 \tag{II}$$

Dividindo as equações (I) e (II):

$$\frac{v_1 \cdot \text{sen } \theta_1}{e \cdot v_1 \cdot \text{cos } \theta_1} = \frac{v_2 \cdot \text{sen } \theta_2}{v_2 \cdot \text{cos } \theta_2} \Rightarrow \frac{\text{tg } \theta_1}{e} = \text{tg } \theta_2 \Rightarrow \text{tg } \theta_1 = e \cdot \text{tg } \theta_2$$

Colisão elástica bidimensional

Se uma partícula A, de massa m_A e velocidade \vec{v}_A , chocha-se com outra partícula B, de massa m_B e velocidade \vec{v}_B , movendo-se sobre retas diferentes, o choque será bidimensional:



Choque bidimensional entre duas partículas.

Para resolver esse problema, utilizaremos a conservação da quantidade de movimento nas duas direções e a conservação de energia.

- $Q_{x, \text{inicial}} = Q_{x, \text{final}}$

$$m_A v_A - m_B v_B = m_A v'_A \cos \theta_A - m_B v'_B \cos \theta_B$$

- $Q_{y, \text{inicial}} = Q_{y, \text{final}}$

$$0 = m_A v'_A \sin \theta_A - m_B v'_B \sin \theta_B$$

- $E_{C, \text{inicial}} = E_{C, \text{final}}$

$$\frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v'^2_A + \frac{1}{2} m_B v'^2_B$$

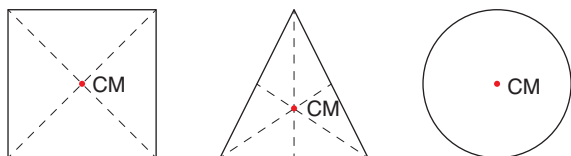
Temos aqui três equações e quatro incógnitas (v'_A , v'_B , θ_A e θ_B).

Para encontrarmos a solução, necessitaremos conhecer alguma informação adicional ou alguma das incógnitas.

Centro de massa

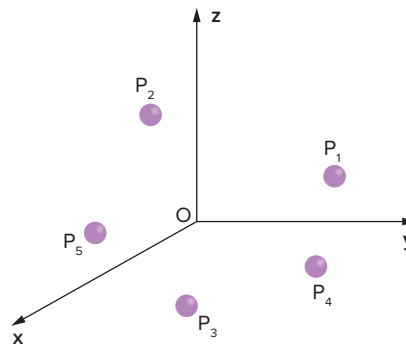
O centro de massa (CM) de um sistema é o ponto do espaço em que podemos considerar concentrada toda a sua massa.

Em um sistema constituído de material homogêneo, o centro de massa coincide com seu centro geométrico.



Centro de massa para figuras geométricas.

Em um sistema constituído de várias partículas, o centro de massa é igual à média ponderada entre as posições, tomando como pesos de ponderação as suas massas.



Sistema de partículas.

A partícula P_1 tem massa m_1 e posições x_1 , y_1 e z_1 .

A partícula P_2 tem massa m_2 e posições x_2 , y_2 e z_2 , e assim por diante.

O CM tem massa $m_1 + m_2 + \dots + m_n$ e posições x_{CM} , y_{CM} , z_{CM} , em que:

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$z_{CM} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \dots + m_n z_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

Representando a posição de cada partícula pelo vetor posição, temos:

$$\vec{r}_1 = (x_1; y_1; z_1); \vec{r}_2 = (x_2; y_2; z_2); \dots; \vec{r}_n = (x_n; y_n; z_n)$$

Assim:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad (I)$$

Da mesma forma:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad (II)$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + \dots + m_n \vec{a}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad (III)$$

- A expressão de \vec{v}_{CM} pode ser obtida por derivação da expressão \vec{r}_{CM} .
- A expressão de \vec{a}_{CM} pode ser obtida por derivação da expressão \vec{v}_{CM} .

De (II):

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n}{M}$$

$$M \cdot \vec{v}_{CM} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n$$

Mas:

$$m_1 \vec{v}_1 = \vec{Q}_1; m_2 \vec{v}_2 = \vec{Q}_2; \dots; m_n \vec{v}_n = \vec{Q}_n$$

Logo:

$$M \cdot \vec{v}_{CM} = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \dots + \vec{Q}_n$$

$$\vec{Q}_{total} = M \cdot \vec{v}_{CM}$$

Ou seja, a quantidade de movimento total do sistema é igual ao produto da massa total do sistema pela velocidade do seu centro de massa.

De (III):

$$\vec{a}_{CM} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + \dots + m_n \vec{a}_n}{M}$$

$$M \cdot \vec{a}_{CM} = m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + \dots + m_n \vec{a}_n$$

Mas:

$$m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_1; m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_2; \dots; m_n \vec{a}_n = \vec{F}_n$$

Logo:

$$M \cdot \vec{a}_{CM} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

$$\vec{F}_R = M \cdot \vec{a}_{CM}$$

Ou seja, a resultante de forças externas ao sistema é igual ao produto da massa total do sistema pela aceleração do seu centro de massa.

Se o sistema de partículas for isolado de forças externas, então:

$$\vec{F}_R = \vec{0} \Rightarrow \vec{a}_{CM} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}_{CM} = \text{constante}$$

Análise dimensional

No Sistema Internacional de Unidades são utilizadas sete grandezas fundamentais:

Grandeza	Unidade	Símbolo	Dimensional
Comprimento	metro	m	L
Massa	quilograma	kg	M
Tempo	segundo	s	T
Intensidade de corrente elétrica	ampere	A	I
Temperatura termodinâmica	kelvin	K	θ
Intensidade luminosa	candela	cd	I_0
Quantidade de matéria	mol	mol	N

A análise dimensional tem sua grande utilidade na previsão de fórmulas e verificação da homogeneidade dimensional das fórmulas que relacionam as grandezas físicas.

Chamamos de M, L e T, respectivamente, as dimensões de massa, comprimento e tempo, representadas por:

$$[\text{massa}] = M$$

$$[\text{comprimento}] = L$$

$$[\text{tempo}] = T$$

Podemos determinar as dimensões de diversas grandezas físicas a partir da definição dessas grandezas:

• Velocidade

Podemos escolher qualquer fórmula que relaciona a velocidade com as grandezas fundamentais ou derivadas. No movimento uniforme:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow [v] = \frac{[\Delta s]}{[\Delta t]}$$

$$\text{Mas: } [\Delta s] = L \text{ e } [\Delta t] = T$$

$$\text{Logo: } [v] = \frac{L}{T} \Rightarrow [v] = LT^{-1}$$

No SI, sua unidade será dada pela simples substituição de L por m e de T por s: $m \cdot s^{-1}$.

• Aceleração

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow [a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]}$$

$$\text{Mas: } [\Delta v] = LT^{-1} \text{ e } [\Delta t] = T$$

$$\text{Logo: } [a] = \frac{LT^{-1}}{T} \Rightarrow [a] = LT^{-2}$$

No SI, sua unidade é $m \cdot s^{-2}$.

• Força

$$F = m \cdot a \Rightarrow [F] = [m] \cdot [a]$$

$$\text{Mas: } [m] = M \text{ e } [a] = LT^{-2}$$

$$\text{Logo: } [F] = MLT^{-2}$$

No SI, sua unidade é $kg \cdot m \cdot s^{-2}$.

• Trabalho e energia

$$W = F \cdot d \Rightarrow [W] = [F] \cdot [d]$$

$$\text{Mas: } [F] = MLT^{-2} \text{ e } [d] = L$$

$$\text{Logo: } [W] = MLT^{-2} \cdot L \Rightarrow [W] = ML^2T^{-2}$$

No SI, sua unidade é $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$.

• Potência

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow [P] = \frac{[W]}{[\Delta t]}$$

$$\text{Mas: } [W] = ML^2T^{-2} \text{ e } [\Delta t] = T$$

$$\text{Logo: } [P] = \frac{ML^2T^{-2}}{T} \Rightarrow [P] = ML^2T^{-3}$$

No SI, sua unidade é $kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$.

• Quantidade de movimento

$$Q = m \cdot v \Rightarrow [Q] = [m] \cdot [v]$$

$$\text{Mas: } [m] = M \text{ e } [v] = LT^{-1}$$

$$\text{Logo: } [Q] = MLT^{-1}$$

No SI, sua unidade é $kg \cdot m \cdot s^{-1}$.

• **Área**

$A = (\text{comprimento}) \cdot (\text{comprimento})$
 $[A] = [\text{comprimento}] \cdot [\text{comprimento}]$
 Mas: $[\text{comprimento}] = L$
 Logo: $[A] = L \cdot L \Rightarrow [A] = L^2$
 No SI, sua unidade é m^2 .

• **Volume**

$V = (\text{comprimento}) \cdot (\text{comprimento}) \cdot (\text{comprimento})$
 $[V] = [\text{comprimento}] \cdot [\text{comprimento}] \cdot [\text{comprimento}]$
 Mas: $[\text{comprimento}] = L$
 Logo: $[V] = L \cdot L \cdot L \Rightarrow [A] = L^3$
 No SI, sua unidade é m^3 .

• **Pressão**

$P = \frac{F}{A} \Rightarrow [P] = \frac{[F]}{[A]}$
 Mas: $[F] = MLT^{-2}$ e $[A] = L^2$
 Logo: $[P] = \frac{MLT^{-2}}{L^2} \Rightarrow [P] = ML^{-1}T^{-2}$
 No SI, sua unidade é $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$.

• **Densidade volumétrica**

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow [\rho] = \frac{[m]}{[V]}$
 Mas: $[\rho] = M$ e $[V] = L^3$
 Logo: $[\rho] = \frac{M}{L^3} \Rightarrow [\rho] = ML^{-3}$
 No SI, sua unidade é $kg \cdot m^{-3}$.

A expressão $S = k \cdot a \cdot b$, que relaciona a área (S) de uma superfície com as grandezas a e b , que são comprimentos, traz consigo uma constante k adimensional. Isso significa que k não tem dimensão, sendo um número, ou seja: $[k] = 1$.

A homogeneidade dimensional dessa expressão pode ser verificada.

$$S = k \cdot a \cdot b \Rightarrow [S] = [k \cdot a \cdot b] \Rightarrow [S] = [k] \cdot [a] \cdot [b]$$

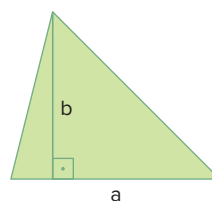
Mas: $[S] = L^2$, $[k] = 1$, $[a] = L$ e $[b] = L$
 Logo: $L^2 = 1 \cdot L \cdot L \Rightarrow L^2 = L^2$

O valor de k depende da situação estudada.
 No cálculo da área de um quadrado:



Quadrado de lado a .

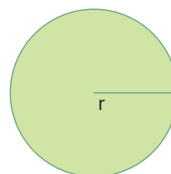
No cálculo da área de um triângulo:



$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

Triângulo de base a e altura b .

No cálculo da área de uma circunferência:



$$S = \pi \cdot r^2 \Rightarrow k = \pi$$

Circunferência de raio r .

Em todos os casos apresentados, não mudou a equação dimensional, apenas o valor de k .

Previsão de fórmulas

Podemos também, com a análise dimensional, fazer a previsão de fórmulas.

Sabe-se, por exemplo, que a força de sustentação (L) da asa de um avião depende da densidade do ar (ρ), da área da superfície de referência (S) e da velocidade do avião (v).

Assim, podemos relacionar essas grandezas da seguinte maneira:

$$L = k \cdot \rho^x \cdot S^y \cdot v^z$$

em que x , y e z devem ser determinados para que a equação anterior tenha homogeneidade dimensional:

$$[L] = [k \cdot \rho^x \cdot S^y \cdot v^z] = [k] \cdot [\rho]^x \cdot [S]^y \cdot [v]^z = [k] \cdot [\rho]^x \cdot [S]^y \cdot [v]^z$$

Mas:

$$[L] = MLT^{-2}; [k] = 1; [\rho] = ML^{-3}; [S] = L^2 \text{ e } [v] = LT^{-1}$$

Logo:

$$(MLT^{-2}) = 1 \cdot (ML^{-3})^x \cdot (L^2)^y \cdot (LT^{-1})^z$$

$$M \cdot L \cdot T^{-2} = M^x \cdot L^{-3x} \cdot L^{2y} \cdot L^z \cdot T^{-z}$$

$$M^1 \cdot L^1 \cdot T^{-2} = M^x \cdot L^{-3x+2y+z} \cdot T^{-z}$$

Para que essa equação dimensional seja homogênea, devemos ter os expoentes de M, L e T iguais em ambos os lados da equação:

$$\begin{cases} x=1 \\ -3x+2y+z=1 \\ -z=-2 \end{cases}$$

$$z = 2 \Rightarrow -3 \cdot 1 + 2y + 2 = 1 \Rightarrow 2y = 2 \Rightarrow y = 1$$

e a equação fica:

$$L = k \cdot \rho^1 \cdot S^1 \cdot v^2 \Rightarrow L = k \cdot \rho \cdot S \cdot v^2$$

Mas a expressão utilizada para a sustentação é dada por:

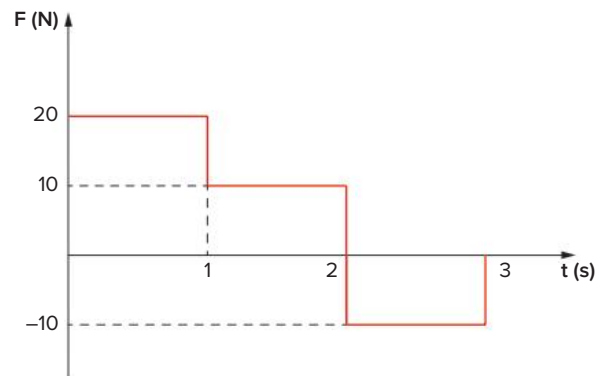
$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot c_L \cdot v^2 \Rightarrow k = \frac{1}{2} c_L, \text{ com } c_L \text{ uma constante}$$

adimensional que identifica o coeficiente de sustentação da asa.

Revisando

Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. **UFPR** Uma força, cujo módulo F varia com o tempo t conforme o gráfico ao lado, atua sobre um objeto de massa 10 kg . Nesse gráfico, valores negativos para F indicam uma inversão de sentido em relação àquele dos valores positivos. Com base nesses dados e considerando que em $t = 0$ o objeto está em repouso, determine:
- a sua velocidade depois de transcorridos 3 s .
 - a força média para o intervalo de tempo de 0 a 2 s .



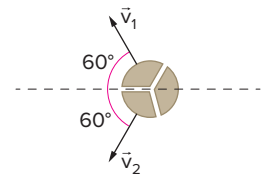
2. **UFBA** Buscando melhorar a segurança de seus veículos, as fábricas de automóveis fazem testes de impacto, a fim de avaliar os efeitos sobre a estrutura dos carros e sobre seus ocupantes. Como resultado dessa iniciativa, as pesquisas têm conduzido à construção de carros com carroceria menos rígida, que se deformam mais facilmente em caso de colisão. Em um teste realizado, um veículo de $1000,0 \text{ kg}$, movendo-se com velocidade igual a $72,0 \text{ km/h}$ e dirigido por controle remoto, foi arremessado contra uma parede de concreto. A colisão, completamente inelástica, durou $0,05$ segundo. Analise a decisão dos fabricantes de produzir automóveis com carroceria menos rígida e calcule a intensidade da força média exercida pela parede sobre esse veículo.
3. **Unicamp-SP** Um canhão de massa $M = 300 \text{ kg}$ dispara na horizontal uma bala de massa $m = 15 \text{ kg}$ com uma velocidade de 60 m/s em relação ao chão.
- Qual a velocidade de recuo do canhão em relação ao chão?
 - Qual a velocidade de recuo do canhão em relação à bala?
 - Qual a variação da energia cinética no disparo?

4. Um canhão atira uma granada obliquamente, de maneira a atingir o ponto de altura máxima com velocidade horizontal \vec{v} . Nesse instante, a granada sofre uma explosão, que a divide em três fragmentos de mesma massa. Dois fragmentos adquirem velocidades \vec{v}_1 e \vec{v}_2 , cujos módulos são iguais ao da velocidade inicial. Determine a velocidade do terceiro fragmento, imediatamente após a explosão.

imediatamente antes da explosão



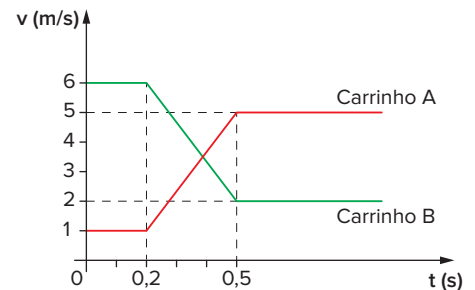
imediatamente depois da explosão



5. **UFPB** A figura ao lado representa esquematicamente os gráficos da velocidade *versus* tempo da colisão unidimensional de dois carrinhos A e B.

Supondo que não existam forças externas, calcule:

- o coeficiente de restituição da colisão.
- a razão entre as massas m_A e m_B dos carrinhos.
- a massa do carrinho B, se a massa do carrinho A vale 0,6 kg.
- a razão entre a força média que o carrinho A exerce sobre o carrinho B e a força média que o carrinho B exerce sobre o carrinho A.
- a força média que o carrinho A exerce sobre o carrinho B.



6. **Esc. Naval-RJ (Adapt.)** Um corpo de massa igual a 300 g e velocidade 5 m/s choca-se contra um corpo de massa 100 g e velocidade 1 m/s, que se movia na mesma direção e no mesmo sentido. Admitindo-se o choque perfeitamente inelástico, determine:

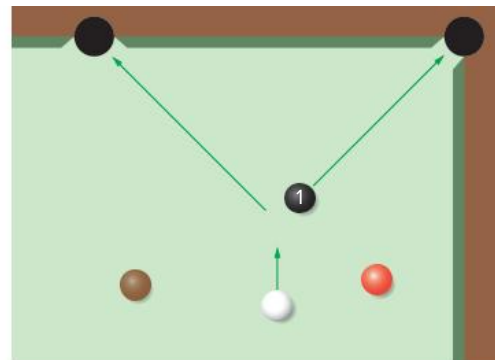
- a velocidade do sistema após a colisão.
- a energia cinética dissipada sob forma de calor.

7. Um corpo A, de massa 2 kg e velocidade 7 m/s para a direita, choca-se com um corpo B, de massa 3 kg e velocidade 3 m/s para a esquerda. Sabendo que a colisão é elástica e unidimensional, determine a velocidade final:

- do corpo A.
- do corpo B.

8. Um corpo A, de massa 4 kg e velocidade 20 m/s, choca-se com um corpo B, de massa 6 kg e velocidade 10 m/s, ambos movendo-se no mesmo sentido. Sabendo que o coeficiente de restituição da colisão vale 0,5 e que a colisão é unidimensional, determine:
- a) a velocidade final do corpo A.
 - b) a velocidade final do corpo B.
 - c) a energia dissipada na colisão.
9. Em um cruzamento mal sinalizado, houve a colisão entre um automóvel e um ônibus, que vinham em direções perpendiculares entre si, em linha reta. Após a colisão, os veículos ficaram presos um ao outro e se deslocaram em uma direção de 45° em relação à direção inicial de ambos. Imediatamente após a colisão, eles passaram a desacelerar, devido ao atrito com o chão, cujo coeficiente é $\mu = 0,6$, percorrendo uma distância de 24 m até parar. Sabendo que a massa do ônibus é o dobro da massa do automóvel, determine:
- a) a velocidade do conjunto imediatamente após a colisão.
 - b) a velocidade do ônibus imediatamente antes da colisão.
 - c) a velocidade do automóvel imediatamente antes da colisão.
10. Uma bola é arremessada contra uma parede, com velocidade igual a 8 m/s e formando um ângulo de 45° com a parede. Sabendo que a colisão ocorre com coeficiente de restituição igual a 0,75, determine, para o instante imediatamente após a colisão:
- a) o módulo da velocidade da bola.
 - b) o ângulo que a velocidade da bola forma com a parede.

11. **UEL-PR** Em um jogo de sinuca, as bolas estão dispostas como mostrado na figura ao lado. A bola branca é tacada com uma força de 100 N, que age na mesma por 0,2 s, chocando-se contra a bola 1. Após a colisão, a bola 1 é também colocada em movimento, sendo que o ângulo entre a direção do movimento de ambas e a direção do movimento inicial da bola branca é igual a 45° .



Considerando que:

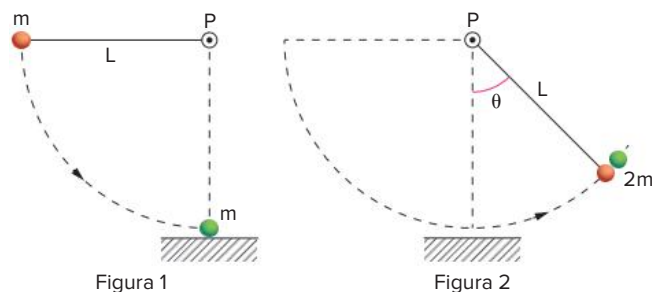
- cada bola tem massa igual a 0,4 kg;
- a colisão é perfeitamente elástica;
- não há atrito entre a mesa e as bolas.

Assinale a alternativa que mais se aproxima do módulo do vetor velocidade da bola branca após a colisão.

- 25 m/s
- 35 m/s
- 55 m/s
- 65 m/s
- 75 m/s

12. Uma bola é solta a partir de uma altura igual a 48 m sobre uma superfície horizontal lisa. A bola se choca contra a superfície com um coeficiente de restituição igual a 0,5. Supondo a inexistência de qualquer atrito, determine:
- a velocidade da bola imediatamente antes do primeiro choque.
 - a velocidade da bola imediatamente depois do primeiro choque.
 - a altura máxima atingida pela bola depois do primeiro choque.
 - a altura máxima atingida pela bola depois do segundo choque.
 - a distância total percorrida pela bola desde o instante inicial até se chocar com a superfície pela terceira vez.
 - a distância total percorrida pela bola desde o instante inicial até parar.

13. **UFRJ** A figura 1 ao lado mostra um pêndulo constituído por um fio ideal de comprimento L , com uma extremidade presa a um ponto fixo P , e por uma partícula de massa m presa à outra extremidade. O pêndulo está inicialmente em repouso com o fio esticado na posição horizontal.



Após ter sido abandonado do repouso, o pêndulo desce e colide com outra partícula de massa m , que está em repouso sobre uma superfície lisa, no ponto mais baixo de sua trajetória. No choque, as partículas se grudam de modo que o pêndulo continua seu movimento com as duas presas em sua extremidade, como mostra a figura 2.

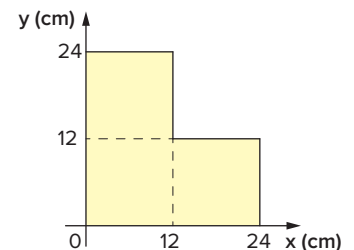
Suponha que todo o movimento ocorra em um plano vertical.

- Calcule, em função de L e do módulo da aceleração da gravidade g , a velocidade da partícula presa à extremidade do pêndulo, imediatamente antes da colisão.
- Calcule o valor máximo do ângulo θ que o pêndulo faz com a vertical após a colisão.

14. Duas partículas, A e B, partem de um mesmo ponto, com direções perpendiculares entre si, A com movimento acelerado e B com movimento retardado. Em $t = 0$, os módulos das velocidades de A e B eram, respectivamente, 2 m/s e 16 m/s. Em $t = 0$, os módulos das acelerações de A e B eram, respectivamente, 6 m/s^2 e 2 m/s^2 . Sabendo que a massa de B é o quádruplo da massa de A, determine:
- a distância do centro de massa do conjunto ao ponto de partida no instante $t = 6 \text{ s}$.
 - o módulo da velocidade do centro de massa do conjunto no instante $t = 5 \text{ s}$.
 - o módulo da aceleração do centro de massa do conjunto no instante $t = 7 \text{ s}$.

15. **UFMS** Considere a peça homogênea de densidade 10 g/cm^2 , disposta em um plano vertical (figura ao lado). É correto afirmar que:
- 01 o centro de massa da peça tem coordenadas (10; 10) cm.
 - 02 o centro de massa da peça pertence a uma reta de equação $y = x$.
 - 04 o centro de massa da peça está localizado fora da peça.
 - 08 a distância do centro de massa da peça à origem do sistema de eixos xy é de 2 cm.
 - 16 o peso da peça é de 12 kgf.

Soma:



16. Admita que você está na ponta de uma canoa de 3 m de comprimento, ambos em repouso em relação a um lago, onde se despreze a resistência da água, e que a massa da canoa seja o triplo da sua. Se você andar sobre a canoa até chegar à outra ponta, determine, em relação às margens do lago, o afastamento do barco de sua posição primitiva.

17. **UFPB** O motor de um carro é programado de modo a causar, nesse carro, um deslocamento que varia no tempo de acordo com a expressão $\Delta x = \alpha t + \beta t^2$, onde Δx é o deslocamento, t é o tempo e α e β são constantes. Nesse contexto, determine as unidades das constantes α e β no sistema MKS.
18. Determine a expressão dimensional da:
- constante de gravitação universal.
 - grandeza campo magnético.
19. **IME-RJ** Analisando certo fenômeno físico, um pesquisador verificou que determinada grandeza era diretamente proporcional ao produto de uma força por uma velocidade e inversamente proporcional ao produto do quadrado de um peso pelo cubo de uma aceleração. Sabendo-se que a constante de proporcionalidade é adimensional, a expressão dimensional da referida grandeza é:
- $[L]^{-4} [M]^{-2} [T]^5$
 - $[L]^{-2} [M]^{-1} [T]^3$
 - $[L]^{-5} [M]^{-3} [T]^6$
 - $[L]^{-2} [M]^{-4} [T]^4$
 - $[L]^{-3} [M]^{-1} [T]^7$
20. **FEI-SP** Estudando um determinado fenômeno físico, um pesquisador concluiu que a velocidade v do objeto em estudo dependia de certa força F , de certa massa m , e de certo comprimento ℓ . Através da análise dimensional das grandezas que foram dadas, determine uma possível expressão monômica para $v = f(F, m, \ell)$.

Exercícios propostos

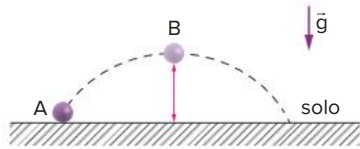
Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Quantidade de movimento






1. **UFMA** Duas partículas, A e B, de massas respectivamente iguais a M e $2M$, têm, num dado instante, quantidade de movimento de módulos iguais. Podemos afirmar que, nesse instante, a relação $\frac{v_A}{v_B}$ entre os módulos das velocidades de A e B vale:

- a) 1 c) $\frac{1}{2}$
b) 4 d) 2

2. Um projétil, lançado obliquamente a partir do ponto A, descreve a trajetória parabólica representada na figura a seguir.



Sabendo que o projétil atinge a altura máxima no ponto B, aponte a alternativa cujo vetor melhor representa a variação de sua quantidade de movimento entre os pontos A e B.

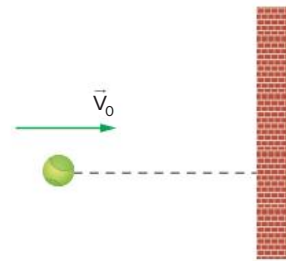
- a)  d) 
b)  e) 
c) 

3. **IME-RJ** Considere um corpo que descreve um movimento circular uniforme. Pode-se afirmar que:

- a) o módulo da força que age sobre o corpo é diferente de zero, o vetor quantidade de movimento não muda com o tempo, o trabalho realizado é nulo e a energia cinética é constante.
b) o módulo da força que age sobre o corpo é diferente de zero, o vetor quantidade de movimento muda com o tempo, o trabalho realizado é nulo e a energia cinética é constante.
c) o módulo da força que age sobre o corpo é nulo, o vetor quantidade de movimento não muda com o tempo, o trabalho realizado é constante e a energia cinética é constante.
d) o módulo da força que age sobre o corpo é nulo, o vetor quantidade de movimento muda com o tempo, o trabalho realizado é nulo e a energia cinética é constante.

e) o módulo da força que age sobre o corpo é diferente de zero, o vetor quantidade de movimento muda com o tempo, o trabalho realizado é diferente de zero e a energia cinética é diferente de zero.

4. **UFRJ** Uma bola de tênis de massa m colide contra uma parede fixa, conforme é mostrado na figura a seguir.



A velocidade da bola imediatamente antes do choque é perpendicular à parede e seu módulo vale V_0 . Imediatamente após o choque, a velocidade continua perpendicular à parede e seu módulo passa a valer $\frac{2}{3}V_0$.

Calcule, em função de m e V_0 :

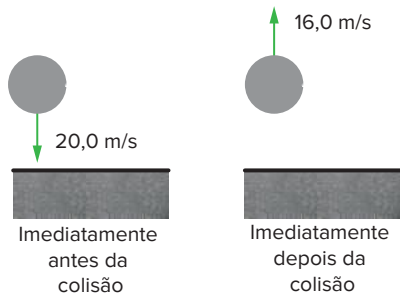
- a) o módulo da variação do momento linear da bola.
b) a variação de energia cinética da bola.

Impulso

5. **UFG-GO** O jogo de *squash* resume-se basicamente em arremessar com uma raquete a bola contra uma parede e rebatê-la novamente após cada colisão. Se após o saque a bola chocar-se perpendicularmente contra a parede e voltar na mesma direção, o impulso da força exercida pela parede sobre a bola será:

- a) igual a zero, pois a energia cinética da bola se conserva quando o choque é perfeitamente elástico.
b) diretamente proporcional à soma dos módulos das velocidades antes e após a colisão com a parede.
c) igual ao produto da massa pela velocidade de retorno da bola.
d) igual à soma vetorial das quantidades de movimento antes e depois do choque com a parede.
e) igual ao impulso da raquete na bola.

6. **UPE 2017** Em uma aula de educação física, o professor convida os estudantes para observar o movimento de uma bola de basquete de 500 g, arremessada contra o solo. Nesse experimento, as velocidades da bola imediatamente antes e depois da colisão foram determinadas e estão mostradas na figura a seguir.



Três afirmações propostas pelo professor acerca da colisão da bola com o chão devem ser analisadas pelos estudantes como verdadeiras (V) ou falsas (F). São elas:

- O impulso sobre a bola possui direção vertical e para baixo.
- O módulo da variação da quantidade de movimento da bola é igual a 18 kg m/s .
- A terceira lei de Newton não se aplica nesse caso.

A sequência correta encontra-se na alternativa

- a) F; V; V
- b) V; V; F
- c) F; F; V
- d) V; F; V
- e) F; V; F

7. Unicamp-SP Uma metralhadora dispara balas de massa $m = 80 \text{ g}$ com velocidade de 500 m/s . O tempo de duração de um disparo é igual a $0,01 \text{ s}$.

- a) Calcule a aceleração média que uma bala adquire durante um disparo.
- b) Calcule o impulso médio exercido sobre uma bala.

8. Vunesp Uma nave espacial de 10^3 kg movimenta-se, livre de quaisquer forças, com velocidade constante de 1 m/s , em relação a um referencial inercial. Necessitando pará-la, o centro de controle decidiu acionar um dos motores auxiliares, que fornecerá uma força constante de 200 N , na mesma direção, mas em sentido contrário ao do movimento. Esse motor deverá ser programado para funcionar durante:

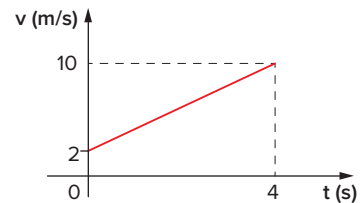
- a) 1 s
- b) 2 s
- c) 4 s
- d) 5 s
- e) 10 s

9. UFJF/Pism-MG 2020 A possibilidade de diminuir o módulo da força que atua sobre um objeto até ele parar, aumentando-se o tempo de atuação da força, tem muitas aplicações práticas como, por exemplo, o uso de "air-bags" em automóveis ou, nas competições de salto em altura, o uso de colchões para apurar a queda dos atletas. Um atleta cai sobre um colchão de ar, recebendo um impulso de $600 \text{ N} \cdot \text{s}$. Qual é a força média F que atua sobre esse atleta e qual é a variação da quantidade de movimento ΔQ do atleta, respectivamente, nas seguintes situações: (i) se ele para $0,5 \text{ s}$ após o impacto inicial, e (ii) se ele para $0,1 \text{ s}$ após o impacto inicial?

- a) (i) $F = 1200 \text{ N}$ e $\Delta Q = 600 \text{ N} \cdot \text{s}$; (ii) $F = 6000 \text{ N}$ e $\Delta Q = 3000 \text{ N} \cdot \text{s}$.

- b) (i) $F = 300 \text{ N}$ e $\Delta Q = 3000 \text{ N} \cdot \text{s}$; (ii) $F = 60 \text{ N}$ e $\Delta Q = 600 \text{ N} \cdot \text{s}$.
- c) (i) $F = 300 \text{ N}$ e $\Delta Q = 600 \text{ N} \cdot \text{s}$; (ii) $F = 60 \text{ N}$ e $\Delta Q = 600 \text{ N} \cdot \text{s}$.
- d) (i) $F = 1200 \text{ N}$ e $\Delta Q = 600 \text{ N} \cdot \text{s}$; (ii) $F = 6000 \text{ N}$ e $\Delta Q = 600 \text{ N} \cdot \text{s}$.
- e) (i) $F = 300 \text{ N}$ e $\Delta Q = 600 \text{ N} \cdot \text{s}$; (ii) $F = 60 \text{ N}$ e $\Delta Q = 120 \text{ N} \cdot \text{s}$.

10. UFRGS Um corpo com massa de 2 kg , em movimento retilíneo, tem a sua velocidade linear variando no tempo, de acordo com o gráfico a seguir.



O valor do impulso e do trabalho da força resultante sobre o corpo entre $t = 0$ e $t = 4 \text{ s}$ valem, respectivamente:

- a) $8 \text{ N} \cdot \text{s}$ e 24 J
- b) $24 \text{ N} \cdot \text{s}$ e 8 J
- c) $16 \text{ N} \cdot \text{s}$ e 24 J
- d) $24 \text{ N} \cdot \text{s}$ e 96 J
- e) $16 \text{ N} \cdot \text{s}$ e 96 J

11. UFJF/Pism-MG 2018 Nas cobranças de faltas em um jogo de futebol, uma bola com massa de 500 gramas pode atingir facilmente a velocidade de 108 km/h . Supondo que no momento do chute o tempo de interação entre o pé do jogador e a bola seja de $0,15 \text{ segundo}$, podemos supor que a ordem de grandeza da força que atua na bola, em newton, é de:

- a) 10^0
- b) 10^1
- c) 10^2
- d) 10^3
- e) 10^4

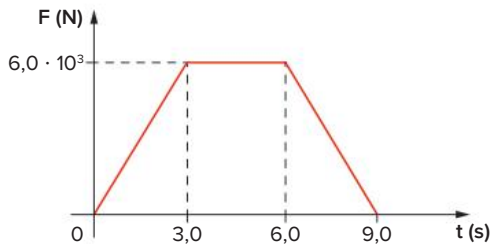
12. Mackenzie-SP A figura a seguir mostra a trajetória de uma bola de bilhar de massa $0,40 \text{ kg}$ quando colide com a tabela da mesa de bilhar.



A velocidade escalar antes e depois da colisão é $0,10 \text{ m/s}$. Se a duração da colisão é de $0,20 \text{ s}$, a intensidade média da força, em newtons, exercida sobre a bola durante a colisão é:

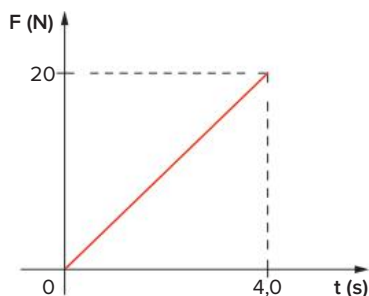
- a) 0,50
- b) 0,40
- c) 0,25
- d) 0,20
- e) 0,18

13. **Uerj 2020** Observe no gráfico a variação, em newtons, da intensidade da força F aplicada pelos motores de um veículo em seus primeiros 9 s de deslocamento.



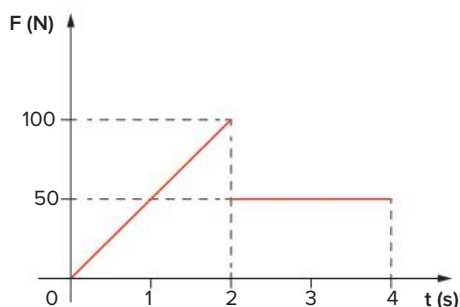
Nesse contexto, a intensidade do impulso, em $N \cdot s$, equivale a:

- a) $1,8 \cdot 10^4$
 b) $2,7 \cdot 10^4$
 c) $3,6 \cdot 10^4$
 d) $4,5 \cdot 10^4$
14. **PUC-Minas** Um móvel de massa 5,0 kg tem movimento retilíneo uniforme quando recebe a ação de uma força, na mesma direção e no mesmo sentido da velocidade, que varia com o tempo conforme o gráfico a seguir.



A aceleração média produzida pela força, no tempo considerado, em m/s^2 , é igual a:

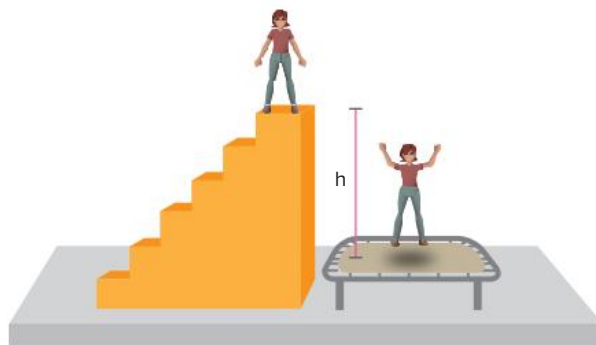
- a) 2
 b) 3
 c) 4
 d) 5
 e) 6
15. **Fuvest-SP** Um corpo de massa $m = 10$ kg, inicialmente à velocidade escalar $v_0 = 5,0$ m/s, é solicitado por uma força \vec{F} que atua na direção e no sentido do movimento e que varia com o tempo da forma vista no gráfico.



- a) Determine o módulo de uma força constante capaz de produzir no móvel a mesma variação de velocidade que \vec{F} proporcionou, desde que atue na direção e no sentido do movimento, durante 4,0 s.
 b) Determine a velocidade escalar ao fim dos 4,0 s.

16. **UFBA** A modificação rápida do movimento do corpo é a característica principal da maioria dos esportes e dos brinquedos nos parques de diversão. Essa modificação do movimento é responsável pela sensação de prazer causada por esses "jogos do corpo", a qual os bioquímicos associam à produção de adrenalina.

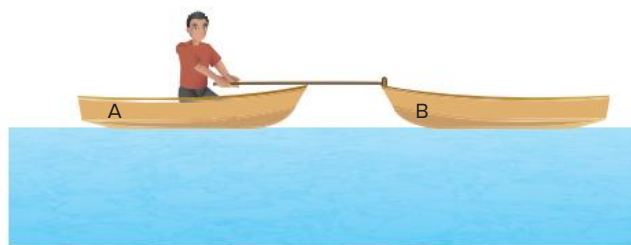
Em um parque de diversões, uma jovem de 40 kg brinca em uma cama elástica, representada na figura. Ela pula de uma altura $h = 1,8$ m e, durante 0,5 segundo, a cama freia o movimento da jovem até pará-la, empurrando-a, posteriormente, para cima.



Sabendo que, ao atingir a cama, o movimento da jovem é na direção vertical, calcule a força elástica média que a cama exerce sobre ela até pará-la. Considere a aceleração da gravidade como sendo 10 m/s^2 .

Conservação da quantidade de movimento

17. **UFSC** Na situação apresentada na figura a seguir, desconsidere o efeito do atrito. Estando todas as partes em repouso no início, uma pessoa puxa com sua mão uma corda que está amarrada ao outro barco. Considere que o barco vazio (B) tenha a metade da massa do barco mais a pessoa, que formam o conjunto (A).



Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 Após a pessoa puxar a corda, ambos os barcos se moverão com a mesma velocidade.

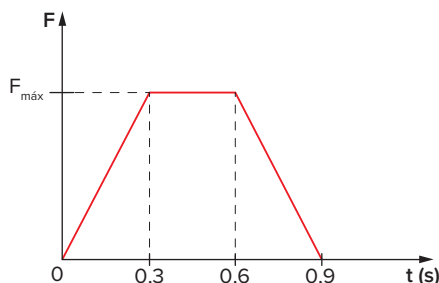
- 02 Após o puxar da corda, o módulo da velocidade de B será o dobro do módulo da velocidade de A.
- 04 É impossível fazer qualquer afirmação sobre as velocidades das partes do sistema ao se iniciar o movimento.
- 08 Após o puxar da corda, as quantidades de movimento dos barcos apresentarão dependência entre si.
- 16 Ao se iniciar o movimento, a energia cinética de A é sempre igual à energia cinética de B.

Soma:

18. **Unicamp-SP** O lixo espacial é composto de partes de naves espaciais e satélites fora de operação abandonados em órbita ao redor da Terra. Esses objetos podem colidir com satélites, além de pôr em risco astronautas em atividades extraveiculares.

Considere que durante um reparo na estação espacial, um astronauta substitui um painel solar de massa $m_p = 80$ kg, cuja estrutura foi danificada. O astronauta estava inicialmente em repouso em relação à estação e, ao abandonar o painel no espaço, lança-o com uma velocidade $v_p = 0,15$ m/s.

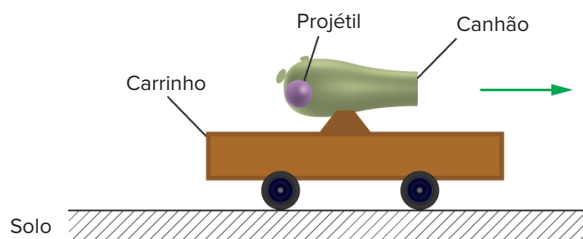
- a) Sabendo que a massa do astronauta é $m_a = 60$ kg, calcule sua velocidade de recuo.
- b) O gráfico abaixo mostra, de forma simplificada, o módulo da força aplicada pelo astronauta sobre o painel em função do tempo durante o lançamento. Sabendo que a variação de momento linear é igual ao impulso, cujo módulo pode ser obtido pela área do gráfico, calcule a força máxima $F_{\text{máx}}$.



19. **USF-SP** Um atirador, juntamente com seu fuzil automático, tem massa de 70 kg e está em repouso sobre patins em um plano horizontal sem atrito. Não se considera o efeito do ar. O atirador dá cinco tiros num mesmo alvo fixo. Cada projétil tem massa de 20 g e deixa a arma com velocidade horizontal de módulo igual a 700 m/s. Ao fim dos cinco disparos, qual a intensidade da velocidade do atirador?

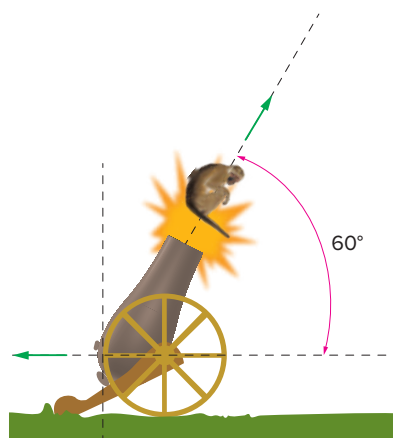
20. **Uerj** Na figura a seguir, que representa a visão de um observador fixo no solo, o sistema (carrinho + canhão + projétil) possui massa total M de valor 100 kg e encontra-se inicialmente em repouso. Num dado instante, um projétil de massa m é disparado a 54 m/s, com direção e sentido indicados pela seta,

e o carrinho passa a mover-se com velocidade de módulo igual a 6,0 m/s.



Desprezando-se o atrito e as dimensões do carrinho, determine:

- a) o sentido do movimento do carrinho, para o observador em questão.
- b) a massa m do projétil.
- c) a distância entre o carrinho e o projétil, dois segundos após o disparo.
21. **Uerj** O número do homem-bala apresenta um homem sendo disparado por um canhão. Nesse circo, um macaquinho de 4,0 kg substitui o homem. Ele é disparado, com uma velocidade inicial de 20 m/s, por um canhão de 400 kg, montado sobre rodas e não freado, formando um ângulo de 60° com a horizontal, conforme mostra a figura.



Determine o módulo da velocidade horizontal de recuo do canhão, imediatamente após o disparo.

22. **UFPE** Uma menina de 40 kg é transportada na garupa de uma bicicleta de 10 kg, a uma velocidade constante de 2,0 m/s, por seu irmão de 50 kg. Em um dado instante, a menina salta para trás com velocidade de 2,5 m/s em relação ao solo. Após o salto, o irmão continua na bicicleta, afastando-se da menina. Qual a velocidade da bicicleta em relação ao solo, imediatamente após o salto?

- a) 3,0 m/s
- b) 3,5 m/s
- c) 4,0 m/s
- d) 4,5 m/s
- e) 5,0 m/s

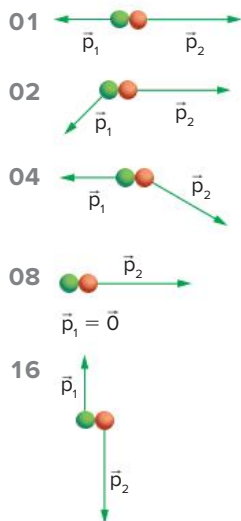
- 23. Fuvest-SP** Um cachorro de massa 20 kg está inicialmente em repouso sobre uma prancha de 80 kg. A prancha está em repouso sobre um solo horizontal sem atrito. Num dado instante, o cachorro começa a se movimentar num dado sentido com velocidade de 1 m/s em relação à prancha. Determinar:
- a velocidade do cachorro em relação ao solo.
 - a velocidade da prancha em relação ao solo.

Explosão unidimensional

- 24. Ufes** Uma bomba tem velocidade \vec{v} no instante em que explode e se divide em dois fragmentos, um de massa M e outro de massa $2M$. A velocidade do fragmento menor, logo após a explosão, é igual a $5\vec{v}$. Desprezando-se a ação da gravidade e a resistência do ar, qual a velocidade do fragmento maior?

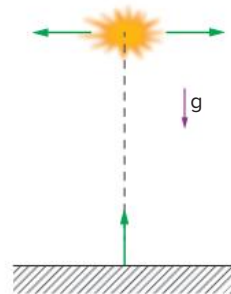
- $\frac{5\vec{v}}{2}$
- \vec{v}
- $\frac{2\vec{v}}{5}$
- $-\vec{v}$
- $-\frac{5\vec{v}}{2}$

- 25. UFSC** Durante as festividades comemorativas da Queda da Bastilha, na França, realizadas em 14 de julho de 2005, foram lançados fogos de artifício em homenagem ao Brasil. Durante os fogos, suponha que um rojão com defeito, lançado obliquamente, tenha explodido no ponto mais alto de sua trajetória, partindo-se em apenas dois pedaços que, imediatamente após a explosão, possuíam quantidades de movimento \vec{p}_1 e \vec{p}_2 . Considerando-se que todos os movimentos ocorrem em um mesmo plano vertical, assinale a(s) proposição(ões) que apresenta(m) o(s) par(es) de vetores \vec{p}_1 e \vec{p}_2 fisicamente possível(is).



Soma:

- 26. Fuvest-SP** Uma granada foi lançada verticalmente, a partir do chão, em uma região plana. Ao atingir sua altura máxima, 10 s após o lançamento, a granada explodiu, produzindo dois fragmentos com massa total igual a 5 kg, lançados horizontalmente. Um dos fragmentos, com massa igual a 2 kg, caiu a 300 m, ao Sul do ponto de lançamento, 10 s depois da explosão.



Pode-se afirmar que a parte da energia liberada na explosão, e transformada em energia cinética dos fragmentos, é aproximadamente de:

- 900 J
- 1500 J
- 3000 J
- 6000 J
- 9000 J

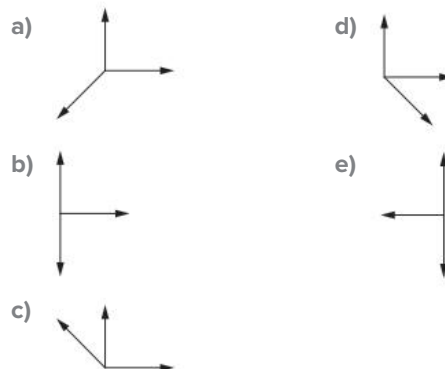
- 27. Mackenzie-SP** Um canhão atira um projétil com velocidade de $400\sqrt{2}$ m/s, formando um ângulo de 45° com a horizontal. No ponto mais alto da trajetória, o projétil explode em dois fragmentos de massas iguais. Um fragmento, cuja velocidade imediatamente após a explosão é zero, cai verticalmente. Desprezando a resistência do ar e supondo que o terreno seja plano, a distância do canhão ao ponto em que cairá o outro fragmento será:

► Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- 8000 m
- 16000 m
- 48000 m
- 50000 m
- 64000 m

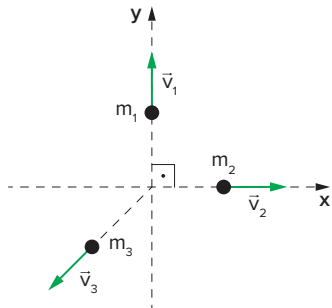
Explosão bidimensional

- 28. FCC-SP** Uma bomba suspensa e em repouso explode em três fragmentos de massas iguais. O conjunto de três vetores que pode representar a direção e o sentido dos movimentos dos três fragmentos, logo após a explosão, é aquele desenhado na alternativa:



29. EsPCEX-SP 2017 Uma granada de mão, inicialmente em repouso, explode sobre uma mesa indestrutível, de superfície horizontal e sem atrito, e fragmenta-se em três pedaços de massas m_1 , m_2 e m_3 que adquirem velocidades coplanares entre si e paralelas ao plano da mesa.

Os valores das massas são $m_1 = m_2 = m$ e $m_3 = \frac{m}{2}$. Imediatamente após a explosão, as massas m_1 e m_2 adquirem as velocidades \vec{v}_1 e \vec{v}_2 , respectivamente, cujos módulos são iguais a v , conforme o desenho abaixo.



MESA VISTA DE CIMA

Desenho ilustrativo – Fora de escala

Desprezando todas as forças externas, o módulo da velocidade \vec{v}_3 imediatamente após a explosão é

- a) $\frac{\sqrt{2}}{4}v$ c) $\sqrt{2}v$ e) $2 \cdot \sqrt{2}v$
 b) $\frac{\sqrt{2}}{2}v$ d) $\frac{3}{2} \cdot \sqrt{2}v$

Conceitos de colisão

30. Cefet-MG Considere as afirmativas relacionadas às colisões entre partículas.

- I. Em todo choque, há conservação de energia cinética.
- II. Em todo choque inelástico, a energia cinética é completamente dissipada.
- III. Em todo choque, a quantidade de movimento do sistema é conservada.
- IV. Em todo choque perfeitamente elástico, há conservação da energia cinética.

Estão corretas apenas as afirmativas:

- a) I e II. c) II e III. e) III e IV.
 b) I e III. d) II e IV.

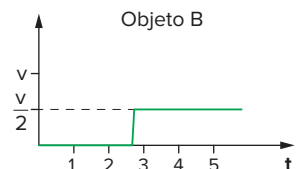
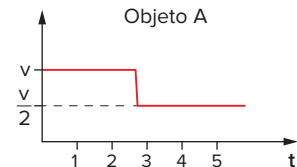
31. Unicamp-SP 2020 As agências espaciais NASA (norte-americana) e ESA (europeia) desenvolvem um projeto para desviar a trajetória de um asteroide através da colisão com uma sonda especialmente enviada para esse fim. A previsão é que a sonda DART (do inglês, "Teste de Redirecionamento de Asteroides Duplos") será lançada com a finalidade de se chocar, em 2022, com Didymoon, um pequeno asteroide que orbita um asteroide maior chamado Didymos.

Numa colisão inelástica da sonda DART com o asteroide Didymoon,

- a) a energia cinética do conjunto sonda + asteroide é conservada e o momento linear do conjunto também é conservado.

- b) a energia cinética do conjunto sonda + asteroide não é conservada; já o momento linear do conjunto é conservado.
 c) a energia cinética do conjunto sonda + asteroide é conservada; já o momento linear do conjunto não é conservado.
 d) a energia cinética do conjunto sonda + asteroide não é conservada e o momento linear do conjunto também não é conservado.

32. Fuvest-SP Os gráficos a seguir representam as velocidades, em função do tempo, de dois objetos esféricos homogêneos idênticos, que colidem frontalmente.



Se p é a quantidade de movimento do sistema formado pelos dois objetos e E a energia cinética deste mesmo sistema, podemos afirmar que na colisão:

- a) p se conservou e E não se conservou.
 b) p se conservou e E se conservou.
 c) p não se conservou e E se conservou.
 d) p não se conservou e E não se conservou.
 e) $(p + E)$ se conservou.

Colisão inelástica, elástica ou parcialmente elástica

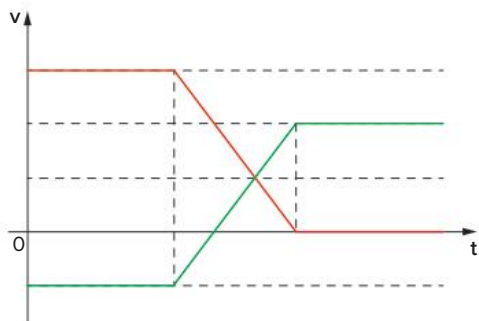
33. UEPG-PR 2019 Um cubo de massa m desloca-se, com uma velocidade v , sobre uma superfície horizontal sem atrito. Ele colide, frontalmente, com outro cubo de massa $2m$, inicialmente em repouso na mesma superfície. Após a colisão, o cubo de massa m se desloca na mesma direção e sentido inicial, com uma velocidade $\frac{v}{2}$. Desprezando a existência de forças externas, assinale o que for correto.

- 01 A colisão entre os cubos foi parcialmente elástica.
- 02 Em colisões, a conservação da quantidade de movimento não implica, necessariamente, na conservação da energia cinética.
- 04 Para um sistema de corpos isolados de forças externas, a quantidade de movimento do sistema é constante.
- 08 Para qualquer tipo de colisão, o impulso aplicado em um dado objeto é numericamente igual à variação temporal da sua energia cinética.
- 16 Após a colisão, os cubos se deslocam na mesma direção e no mesmo sentido.

Soma:

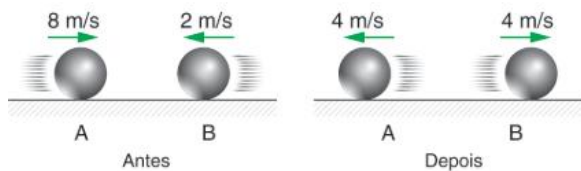
- 34. Fuvest-SP** Um vagão A, de massa 10 000 kg, move-se com velocidade igual a 0,4 m/s sobre trilhos horizontais sem atrito até colidir com outro vagão B, de massa 20 000 kg, inicialmente em repouso. Após a colisão, o vagão A fica parado. A energia cinética final do vagão B vale:
- 100 J
 - 200 J
 - 400 J
 - 800 J
 - 1 600 J

- 35. UFPB** O gráfico mostra a variação das velocidades com o tempo de dois blocos que colidem ao longo da direção x.



Nesse contexto, é correto afirmar:

- a colisão é perfeitamente elástica.
 - a colisão é perfeitamente inelástica.
 - os blocos movimentam-se sempre no mesmo sentido.
 - a relação entre as massas é $m_2 = 3m_1$.
 - a relação entre as massas é $m_2 = m_1$.
- 36. UFV-MG** As situações representam duas esferas de aço, imediatamente antes e imediatamente depois de colidirem.



- Calcule a razão $\frac{m_A}{m_B}$ entre suas massas.
- Determine o percentual de energia dissipada na colisão.

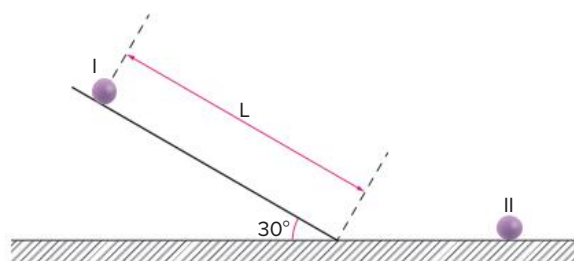
- 37. Fuvest-SP** Dois discos, A e B, de mesma massa M , deslocam-se com velocidades $V_A = V_0$ e $V_B = 2V_0$, como na figura, vindo a chocar-se um contra o outro.



Após o choque, que não é elástico, o disco B permanece parado. Sendo E_1 a energia cinética total inicial ($E_1 = 5 \cdot \frac{1}{2}MV_0^2$), a energia cinética total E_2 , após o choque, é:

- $E_2 = E_1$
- $E_2 = 0,8E_1$
- $E_2 = 0,4E_1$
- $E_2 = 0,2E_1$
- $E_2 = 0$

- 38. UFF-RJ (Adapt.)** Uma partícula I de massa 0,10 kg é abandonada, com velocidade inicial nula, do topo de uma calha de comprimento $L = 40$ cm e com uma inclinação de 30° em relação ao plano horizontal, conforme ilustra a figura a seguir.



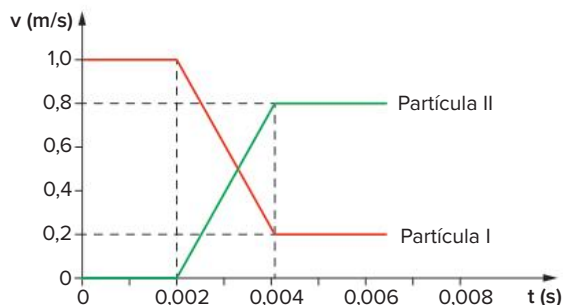
► **Dados:** $\sin 30^\circ = 0,50$; $\cos 30^\circ = 0,86$; aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.

A partícula I alcança o plano horizontal com velocidade de 1,0 m/s.

- Determine a perda de energia mecânica na descida, em joules.

A partícula I prossegue movendo-se sobre o plano horizontal até colidir com a partícula II, inicialmente em repouso.

O gráfico $v \times t$, abaixo, descreve as velocidades de ambas as partículas imediatamente antes, durante e após a colisão. Não há atrito entre o plano horizontal e as partículas I e II.



Determine:

- a massa da partícula II, em kg.
- a perda de energia decorrente da colisão, em joules.
- o módulo da força de interação que age sobre cada uma das partículas, I e II, durante a colisão, em newtons.
- o coeficiente de restituição da colisão.

Colisão inelástica

39. **UFSC** Um patinador, cuja massa é 70 kg, desliza em linha reta sobre uma camada horizontal de gelo, a uma velocidade de 30 m/s. Durante sua trajetória, ele apanha um pacote em repouso, seguindo com ele em linha reta. Sendo desprezível a força de atrito, e sabendo que a velocidade final dos dois é igual a 20 m/s, calcule, em quilogramas, a massa do pacote.

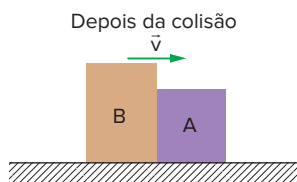
40. **Unimontes-MG 2018** Dois carros, logo após uma colisão frontal, movem-se juntos com uma velocidade final de 3,5 km/h. Sabendo-se que o carro mais rápido e pesado estava com o dobro da velocidade do outro e possuía dois terços a mais de massa, a sua velocidade inicial, em km/h, vale:

- a) 4 b) 4,5 c) 8 d) 9

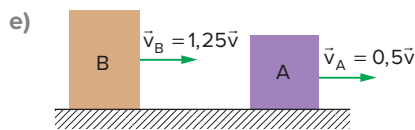
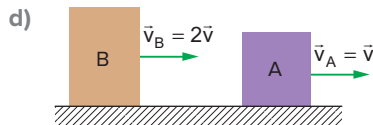
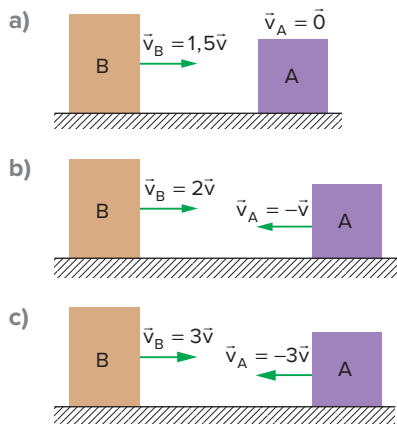
41. **Fuvest-SP** Um caminhão, parado em um semáforo, teve sua traseira atingida por um carro. Logo após o choque, ambos foram lançados juntos para frente (colisão inelástica), com uma velocidade estimada em 5 m/s (18 km/h), na mesma direção em que o carro vinha. Sabendo-se que a massa do caminhão era cerca de três vezes a massa do carro, foi possível concluir que o carro, no momento da colisão, trafegava a uma velocidade aproximada de:

- a) 72 km/h c) 54 km/h e) 18 km/h
b) 60 km/h d) 36 km/h

42. **Fuvest-SP** Sobre uma mesa horizontal de atrito desprezível, dois blocos, A e B, de massas m e $2m$, respectivamente, movendo-se ao longo de uma reta, colidem um com o outro. Após a colisão, os blocos se mantêm unidos e deslocam-se para a direita com velocidade \vec{v} , como indicado na figura.



O único esquema que não pode representar os movimentos dos dois blocos antes da colisão é:



43. **Unicamp-SP** Suponha que o esquilo do filme *A Era do Gelo* tenha desenvolvido uma técnica para recolher nozes durante o percurso para sua toca. Ele desliza por uma rampa até atingir uma superfície plana com velocidade de 10 m/s. Uma vez nessa superfície, o esquilo passa a apanhar nozes em seu percurso. Todo o movimento se dá sobre o gelo, de forma que o atrito pode ser desprezado. A massa do esquilo é de 600 g e a massa de uma noz é de 40 g.

- a) Qual é a velocidade do esquilo após colher 5 nozes?
b) Calcule a variação da energia cinética do conjunto formado pelo esquilo e pelas nozes entre o início e o final da coleta das 5 nozes.

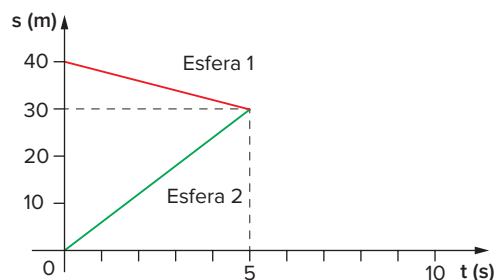
44. **Fuvest-SP 2022** Um projétil de 5,00 g é disparado horizontalmente contra um bloco de madeira de 495 g que estava em repouso sobre uma superfície horizontal. Após a colisão totalmente inelástica, o bloco é lançado a 2,00 m/s na mesma direção e sentido inicial do projétil.

A velocidade do projétil antes do choque era de:

► **Note e adote:** Despreze a resistência do ar e o atrito do bloco com o plano.

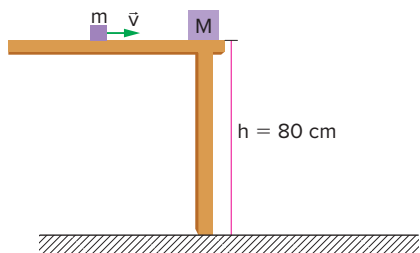
- a) 100 m/s
b) 200 m/s
c) 300 m/s
d) 400 m/s
e) 500 m/s

45. **Fuvest-SP** Duas esferas de 2,0 kg cada deslocam-se sem atrito sobre uma mesma reta horizontal. Elas se chocam e passam a se mover grudadas. O gráfico representa a posição de cada esfera, em função do tempo, até o instante da colisão.



- a) Calcule a energia cinética total do sistema antes do choque.
b) Esboce a continuação do gráfico até $t = 10$ s.
c) Calcule a energia dissipada com o choque.

46. **UFF-RJ** Um projétil de massa $m = 10 \text{ g}$ viaja horizontalmente com a velocidade $v = 1,0 \cdot 10^2 \text{ m/s}$. Com esta velocidade, ele atinge um bloco de massa $M = 0,99 \text{ kg}$, que está em repouso na beirada de uma mesa cujo tampo encontra-se a uma altura $h = 80 \text{ cm}$ do chão, como mostra a figura a seguir. O projétil se aloja no bloco e o conjunto cai da mesa. Considere desprezíveis as dimensões do bloco e do projétil quando comparadas com as da mesa. Suponha $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- a) Qual a razão entre os módulos das forças horizontais que atuam sobre o projétil e o bloco durante a colisão?
- b) Com que velocidade, em módulo e direção, o conjunto sai da mesa?
- c) Qual o módulo da velocidade do conjunto ao atingir o solo?
- d) A que distância da base da mesa o conjunto atinge o solo?
47. **Unicamp-SP** Acredita-se que a extinção dos dinossauros tenha sido causada por uma nuvem de pó levantada pela colisão de um asteroide com a Terra. Esta nuvem de pó teria bloqueado a ação do Sol. Estima-se que a energia liberada pelo impacto do asteroide tenha sido de 10^8 megatons, equivalente a 10^{23} J . Considere a massa do asteroide $m = 8,0 \cdot 10^{15} \text{ kg}$ e a massa da Terra $M = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.
- a) Determine a velocidade do asteroide imediatamente antes da colisão.
- b) Determine a velocidade de recuo da Terra imediatamente após a colisão, supondo que o asteroide tenha ficado encravado nela.

Colisão elástica

48. **Fuvest-SP** Dois caixotes de mesma altura e mesma massa, A e B, podem movimentar-se sobre uma superfície plana, sem atrito. Estando inicialmente A parado, próximo a uma parede, o caixote B aproxima-se perpendicularmente à parede, com velocidade V_0 , provocando uma sucessão de colisões elásticas no plano da figura.



Após todas as colisões, é possível afirmar que os módulos das velocidades dos dois blocos serão aproximadamente:

- a) $V_A = V_0$ e $V_B = 0$
- b) $V_A = \frac{V_0}{2}$ e $V_B = 2V_0$
- c) $V_A = 0$ e $V_B = 2V_0$
- d) $V_A = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$ e $V_B = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$
- e) $V_A = 0$ e $V_B = V_0$
49. **PUC-Campinas** Uma esfera de massa $m_1 = 3,0 \text{ kg}$, movendo-se com velocidade constante $v_1 = 2,0 \text{ m/s}$, colide frontal e elasticamente com outra esfera de massa $m_2 = 1,0 \text{ kg}$, inicialmente em repouso. As velocidades das esferas, imediatamente após o choque, em m/s , valem, respectivamente:
- a) 1,0 e 3,0
- b) 1,0 e 2,0
- c) 1,0 e 1,0
- d) 1,5 e 0,50
- e) 2,0 e 0,50
50. **FCC-SP** Duas partículas, M e N, de massas $1,0 \text{ kg}$ e $2,0 \text{ kg}$, respectivamente, colidem frontalmente entre si. A velocidade de M era de 24 m/s e passou a ser de -24 m/s após a colisão, que foi perfeitamente elástica. As velocidades de N antes e depois da colisão foram, respectivamente, em m/s , iguais a:
- a) -24 e 24
- b) -18 e 18
- c) -12 e 12
- d) -8 e 16
- e) -6 e 6
51. **UFF-RJ** Numa aula de laboratório de Física, observa-se a colisão perfeitamente elástica entre dois carrinhos (1 e 2) sobre um trilho de ar, de tal forma que não existe atrito entre os carrinhos e o trilho. O carrinho 1 tem massa M_1 e o carrinho 2 massa $M_2 = 200 \text{ g}$. Antes do choque, o carrinho 1 desloca-se para a direita com velocidade igual a $2,00 \text{ m/s}$ e o carrinho 2 está parado. Depois do choque, os dois carrinhos deslizam para a direita; a velocidade do carrinho 1 é igual a $1,00 \text{ m/s}$. Determine a massa M_1 .

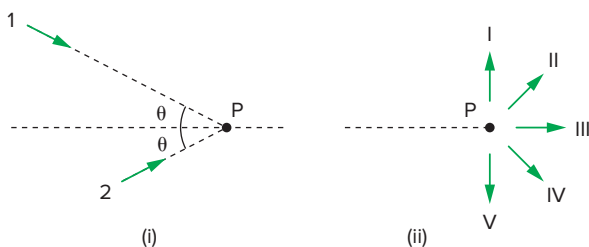
Colisão parcialmente elástica

52. **Unisa-SP** Numa experiência para a determinação do coeficiente de restituição, largou-se uma bola de pingue-pongue em queda livre de uma altura de $4,00 \text{ m}$ e ela retornou à altura de $1,00 \text{ m}$. Portanto, o coeficiente de restituição procurado é:
- a) 0,25
- b) 0,50
- c) 1,00
- d) 2,00
- e) 4,00

- 53. PUC-SP** Uma esfera de massa 4,0 kg, animada de velocidade de módulo 1,2 m/s, colide unidimensionalmente com outra de massa 5,0 kg, que se move no mesmo sentido com velocidade de módulo 0,60 m/s. Sabendo que o coeficiente de restituição vale 0,50, determine as velocidades escalares das esferas após a colisão.

Colisão bidimensional

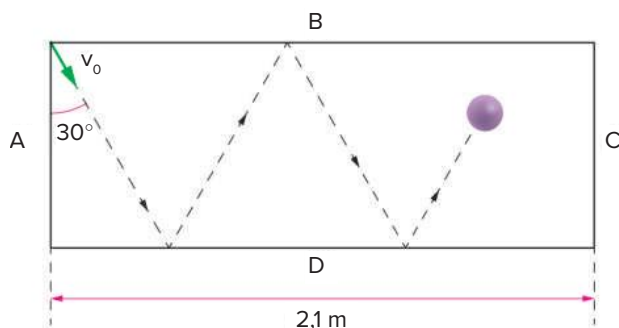
- 54. UFRGS 2017** A figura (i) esquematiza a trajetória de duas partículas, 1 e 2, em rota de colisão inelástica, a ocorrer no ponto P; a figura (ii) representa cinco possibilidades de trajetória do centro de massa do sistema após a colisão.



As massas e módulos das velocidades das partículas 1 e 2 são, respectivamente, m e $2v_0$, e $2m$ e v_0 .

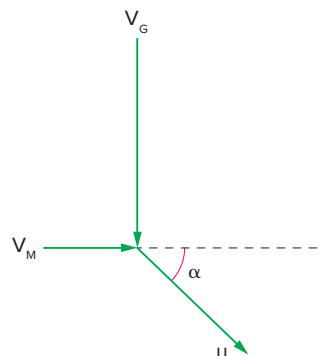
Na figura (ii), a trajetória que melhor descreve o movimento final é a de número

- a) I.
b) II.
c) III.
d) IV.
e) V.
- 55. UFPE** Um disco de plástico é lançado com velocidade inicial $v_0 = 14$ m/s fazendo um ângulo de 30° com a borda A de uma mesa horizontal, como mostrado na figura. Após o lançamento, o disco desliza sem atrito e segue uma trajetória em zigue-zague, colidindo com as bordas B e D.



Considerando que todas as colisões são perfeitamente elásticas, calcule o intervalo de tempo, em unidades de 10^{-2} segundos, para o disco atingir a borda C pela primeira vez.

- 56. Fuvest-SP** Um gavião avista, abaixo dele, um melro e, para apanhá-lo, passa a voar verticalmente, conseguindo agarrá-lo. Imediatamente antes do instante em que o gavião, de massa $M_G = 300$ g, agarra o melro, de massa $M_M = 100$ g, as velocidades do gavião e do melro são, respectivamente, $V_G = 80$ km/h na direção vertical, para baixo, e $V_M = 24$ km/h na direção horizontal, para a direita, como ilustra a figura a seguir.

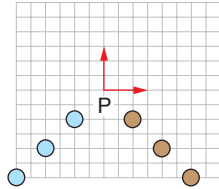


Imediatamente após a caça, o vetor velocidade u do gavião, que voa segurando o melro, forma um ângulo α com o plano horizontal, tal que $\text{tg } \alpha$ é aproximadamente igual a:

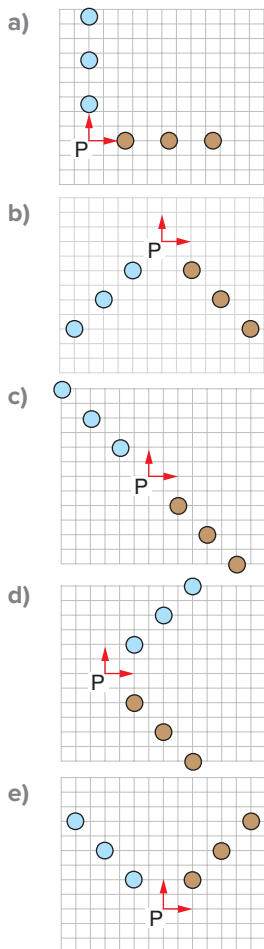
- a) 20
b) 10
c) 3
d) 0,3
e) 0,1
- 57. UFPR** Em um cruzamento mal sinalizado, houve uma colisão de dois automóveis, que vinham inicialmente de direções perpendiculares, em linha reta. Em módulo, a velocidade do primeiro é exatamente o dobro da velocidade do segundo, ou seja, $v_1 = 2v_2$. Ao fazer o boletim de ocorrência, o policial responsável verificou que, após a colisão, os automóveis ficaram presos nas ferragens (colisão inelástica) e se deslocaram em uma direção de 45° em relação à direção inicial de ambos. Considere que a massa do segundo automóvel é exatamente o dobro da massa do primeiro, isto é, $m_2 = 2m_1$, e que a perícia constatou que o módulo da velocidade dos automóveis unidos, imediatamente após a colisão, foi de 40 km/h. Assinale a alternativa que apresenta a velocidade correta, em módulo, do automóvel 2, isto é, v_2 , imediatamente antes da colisão.

- a) $15\sqrt{2}$ km/h
b) $30\sqrt{2}$ km/h
c) $60\sqrt{2}$ km/h
d) 15 km/h
e) 30 km/h

- 58. Fuvest-SP** Dois pequenos discos, de massas iguais, são lançados sobre uma superfície plana e horizontal, sem atrito, com velocidades de módulos iguais. A figura a seguir registra a posição dos discos, vistos de cima, em intervalos de tempo sucessivos e iguais, antes de colidirem, próximo ao ponto P.



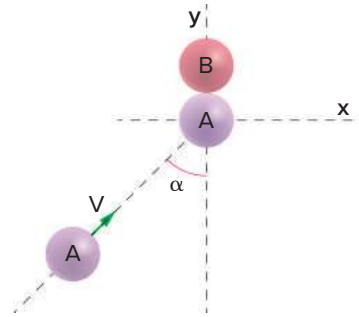
Dentre as possibilidades representadas, aquela que pode corresponder às posições dos discos, em instantes sucessivos, após a colisão, é:



- 59. Unicamp-SP** No episódio II do filme *Guerra nas estrelas*, um personagem mergulha em queda livre, caindo em uma nave que se deslocava horizontalmente a 100 m/s com os motores desligados. O personagem resgatado chegou à nave com uma velocidade de 6 m/s na vertical. Considere que a massa da nave é de 650 kg , a do personagem resgatado de 80 kg e a do piloto de 70 kg .

- Quais as componentes horizontal e vertical da velocidade da nave imediatamente após o resgate?
- Qual foi a variação da energia cinética total nesse resgate?

- 60. Unicamp-SP** Jogadores de sinuca e bilhar sabem que, após uma colisão não frontal de duas bolas A e B de mesma massa, estando a bola B inicialmente parada, as duas bolas saem em direções que formam um ângulo de 90° . Considere a colisão de duas bolas de 200 g , representada na figura a seguir. A se dirige em direção a B com velocidade $V = 2,0 \text{ m/s}$, formando um ângulo α com a direção y, tal que $\text{sen } \alpha = 0,80$. Após a colisão, B sai na direção y.

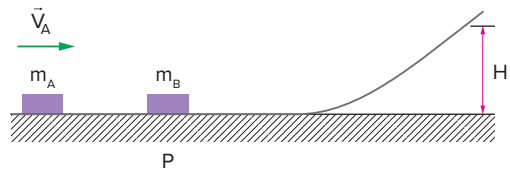


- Calcule as componentes x e y das velocidades de A e B logo após a colisão.
- Calcule a variação da energia (cinética de translação) na colisão.

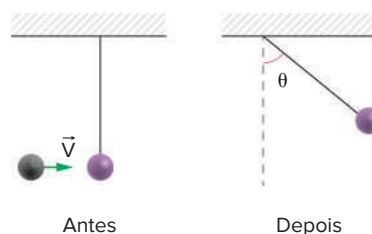
Dado: Despreze a rotação e o rolamento das bolas.

Energia e colisões

- 61. UFPE** Um pequeno disco A, de massa $m_A = M$ e velocidade V_A , desliza em uma pista sem atrito como indicado na figura. Na parte horizontal da pista, ele colide com outro pequeno disco B, de massa $m_B = 3M$, que se encontra em repouso no ponto P. Se a colisão é completamente inelástica, os dois discos aderem um ao outro e se elevam até uma altura $H = 5 \text{ cm}$. Determine a velocidade inicial V_A , em m/s .



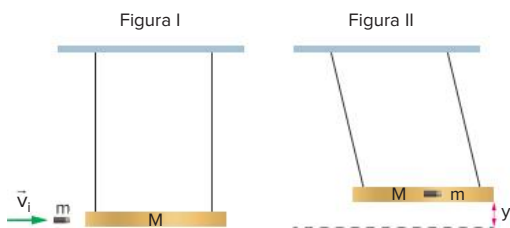
- 62. FEI-SP** Um projétil de 450 g é disparado horizontalmente com velocidade de $\sqrt{20} \text{ m/s}$ contra um corpo de massa $0,45 \text{ kg}$, suspenso por um fio de 2 m de comprimento. Em um choque perfeitamente elástico e frontal, o corpo sobe até uma altura h .



Qual é o ângulo máximo formado pelo fio com a vertical?

- a) 30°
- b) 45°
- c) 60°
- d) 75°
- e) 90°

- 63. UFSC** Um pêndulo balístico é um aparato experimental que permite determinar a velocidade de um projétil. Na figura I, estão representados o projétil de massa m e velocidade inicial \vec{v}_i , bem como um bloco de massa M , inicialmente em repouso. Após o impacto, o projétil se aloja no bloco e este se eleva a uma altura máxima y , conforme representação na figura II.

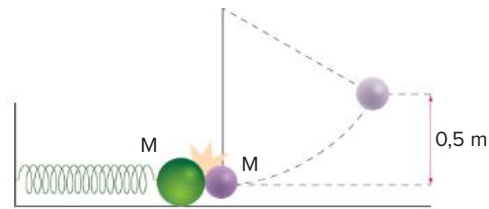


Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01** O projétil, logo após se alojar no interior do bloco, perde toda a sua energia cinética e toda a sua quantidade de movimento.
- 02** O sistema formado pelo projétil mais o bloco atingirá uma altura máxima, à direita, a qual dependerá da velocidade inicial do projétil.
- 04** Sendo a colisão característica deste processo perfeitamente inelástica, haverá perda de energia cinética.
- 08** É impossível aplicar a lei de conservação da quantidade de movimento ao processo apresentado.
- 16** Utilizando-se o princípio de conservação da energia mecânica, pode-se calcular a altura máxima atingida pelo bloco de massa M .
- 32** A energia cinética inicial é igual à metade da energia cinética final para o processo dado.
- 64** O sistema formado pelo projétil mais o bloco atingirá uma altura máxima, à direita, que dependerá das massas M e m .

Soma:

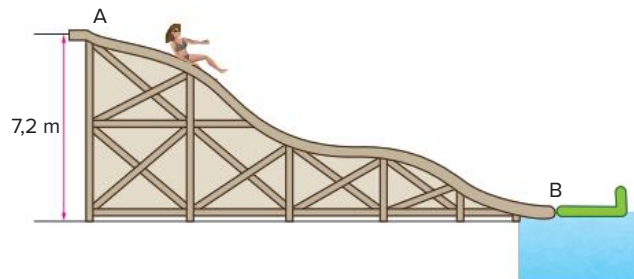
- 64. UFRJ** Uma esfera de massa igual a 100 g está sobre uma superfície horizontal sem atrito, e prende-se à extremidade de uma mola de massa desprezível e constante elástica igual a 9 N/m. A outra extremidade da mola está presa a um suporte fixo, conforme mostra a figura a seguir. Inicialmente, a esfera encontra-se em repouso e a mola no seu comprimento natural. A esfera é então atingida por um pêndulo de mesma massa que cai de uma altura igual a 0,5 m. Suponha a colisão elástica e $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Calcule:

- a) as velocidades da esfera e do pêndulo imediatamente após a colisão.
- b) a compressão máxima da mola.

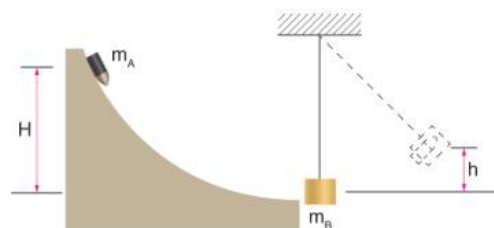
- 65. UFG-GO** A figura adiante mostra uma pessoa com massa de 60 kg que desliza, sem atrito, do alto de um tobogã de 7,2 m de altura (ponto A), acoplando-se a um carrinho com massa de 120 kg, que se encontra em repouso no ponto B. A partir desse instante, a pessoa e o carrinho movem-se juntos na água até parar. Considere que a força de atrito entre o carrinho e a água é constante e que o coeficiente de atrito dinâmico é 0,10. A aceleração gravitacional local é 10 m/s^2 .



- a) Calcule a velocidade do conjunto pessoa-carrinho, imediatamente após o acoplamento.
- b) Calcule a distância percorrida na água pelo conjunto pessoa-carrinho até parar.

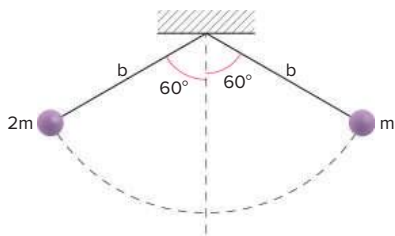
- 66. UFG-GO** Um corpo cilíndrico pontiagudo de massa m_A desliza por uma rampa sem atrito, a partir da altura H , e, no final da rampa, já na horizontal, colide com outro corpo de massa m_B suspenso por um fio de massa desprezível, inicialmente em repouso. Após a colisão, os corpos permanecem unidos e sobem juntos até uma altura h acima da posição do choque, conforme ilustrado na figura.

Dados: $m_A = 0,5 \text{ kg}$; $m_B = 1,5 \text{ kg}$; $H = 80 \text{ cm}$.



- a) Qual é o valor de h ?
- b) Que fração da energia inicial é dissipada na colisão?

67. **UFRJ** Dois pêndulos com fios ideais de mesmo comprimento b estão suspensos em um mesmo ponto do teto. Nas extremidades livres do fio, estão presas duas bolinhas de massas $2m$ e m e dimensões desprezíveis. Os fios estão esticados em um mesmo plano vertical, separados e fazendo, ambos, um ângulo de 60° com a direção vertical, conforme indica a figura.



Em um dado momento, as bolinhas são soltas, descem a partir do repouso e colidem no ponto mais baixo de suas trajetórias, onde se grudam instantaneamente, formando um corpúsculo de massa $3m$.

- Calcule o módulo da velocidade do corpúsculo imediatamente após a colisão em função de b e do módulo g da aceleração da gravidade.
- Calcule o ângulo θ que o fio faz com a vertical no momento em que o corpúsculo atinge sua altura máxima.

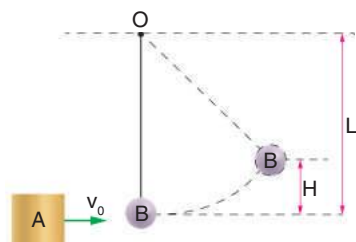
68. **ITA-SP** Na figura, temos uma massa $M = 132$ g, inicialmente em repouso, presa a uma mola de constante elástica $k = 1,6 \cdot 10^4$ N/m, podendo se deslocar sem atrito sobre a mesa em que se encontra. Atira-se uma bala de massa $m = 12$ g, que encontra o bloco horizontalmente, com uma velocidade $v_0 = 200$ m/s, incrustando-se nele.



Qual é a máxima deformação que a mola experimenta?

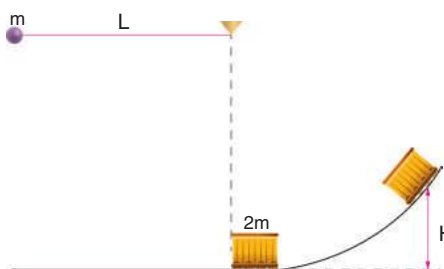
- 25 cm
- 50 cm
- 5,0 cm
- 1,6 m
- Nenhum dos resultados anteriores.

69. **FEI-SP** Um corpo A, de massa $2,0$ kg, é lançado com velocidade $v_0 = 4,0$ m/s num plano horizontal liso, colidindo com a esfera B, de massa $5,0$ kg. A esfera, inicialmente parada, suspensa por um fio ideal de comprimento L e fixo em O, atinge a altura máxima $H = 0,20$ m após a colisão. Adote $g = 10$ m/s².



- Qual a velocidade da esfera B imediatamente após o choque?
- Qual o módulo e o sentido da velocidade do corpo A após a colisão?
- Qual a perda de energia cinética no choque?

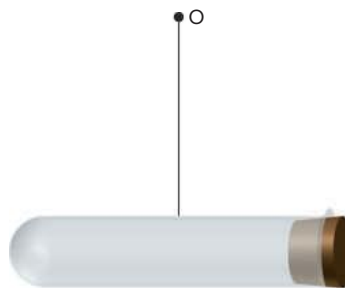
70. **Cesgranrio-RJ** Na figura a seguir, a bolinha do pêndulo de massa m parte do repouso na horizontal. Ao passar pelo ponto mais baixo de sua trajetória, a bolinha colide frontal e elasticamente com um carrinho de massa $2m$, inicialmente em repouso e apoiado em um trilho que é horizontal naquela região. Depois do choque, o carrinho se desloca sem atrito ao longo do trilho e sobe até uma determinada altura máxima H .



O valor de H é:

- L
- $\frac{L}{2}$
- $\frac{L}{4}$
- $\frac{2L}{3}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 L$

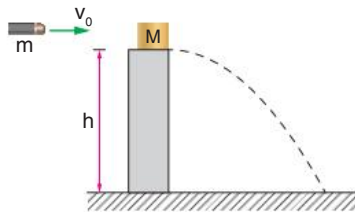
71. **Mackenzie-SP** Um pequeno tubo de ensaio está suspenso por um fio ideal, de comprimento $0,50$ m, que tem uma extremidade presa ao pino O. O tubo de 100 g está cheio de gás e está fechado por uma rolha de 50 g. Aquecendo o tubo, a rolha salta com velocidade de módulo v .



A menor velocidade v da rolha que faz com que o tubo descreva uma volta completa em torno de O é: Despreze a massa do gás.

- 2,0 m/s
- 4,0 m/s
- 5,0 m/s
- 8,0 m/s
- 10,0 m/s

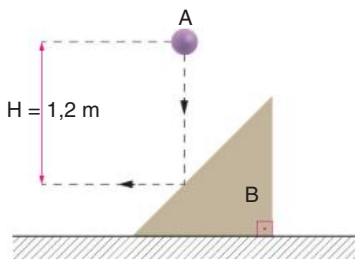
- 72. ITA-SP** Uma bala de massa m e velocidade v_0 é disparada contra um bloco de massa M , que inicialmente se encontra em repouso na borda de um poste de altura h , conforme mostra a figura. A bala aloja-se no bloco que, devido ao impacto, cai no solo.



Sendo g a aceleração da gravidade e não havendo atrito nem resistência de qualquer outra natureza, o módulo da velocidade com que o conjunto atinge o solo vale:

- a) $\sqrt{\left(\frac{mv_0}{m+M}\right)^2 + 2gh}$
 b) $\sqrt{v_0^2 + \frac{2ghm^2}{(m+M)^2}}$
 c) $\sqrt{v_0^2 + \frac{2mgh}{M}}$
 d) $\sqrt{v_0^2 + 2gh}$
 e) $\sqrt{\frac{mv_0^2}{m+M} + 2gh}$

- 73. Unip-SP** Na figura, temos um plano horizontal sem atrito e um bloco B, em repouso, com o formato de um prisma. Uma pequena esfera A é abandonada do repouso, da posição indicada na figura, e, após uma queda livre, colide elasticamente com o prisma. despreze o efeito do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

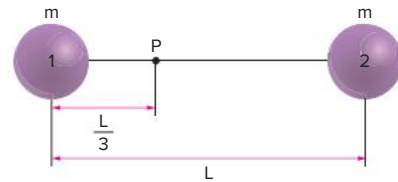


Sabe-se que, imediatamente após a colisão, a esfera A tem velocidade horizontal. A massa do prisma B é o dobro da massa da esfera A. A velocidade adquirida pelo prisma B, após a colisão, tem módulo igual a:

- a) 2,0 m/s c) 8,0 m/s e) 1,0 m/s
 b) 4,0 m/s d) 16 m/s

Posição do centro de massa

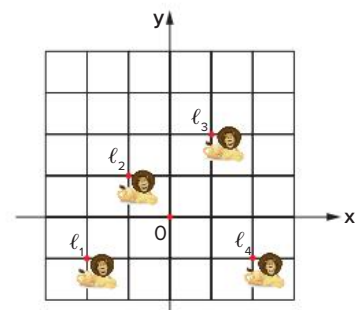
- 74. UFRGS 2018** A figura representa duas esferas, 1 e 2, de massas iguais a m , presas nas extremidades de uma barra rígida de comprimento L e de massa desprezível. O sistema formado é posto a girar com velocidade angular constante em torno de um eixo, perpendicular à página, que passa pelo ponto P.



Em relação ao eixo de rotação em P, o centro de massa do sistema descreve uma trajetória circular de raio

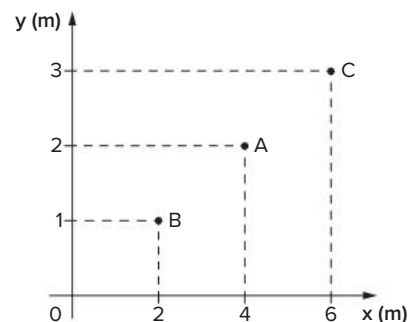
- a) $\frac{L}{2}$ c) $\frac{L}{4}$ e) $\frac{L}{9}$
 b) $\frac{L}{3}$ d) $\frac{L}{6}$

- 75. Uerj** Uma fotografia tirada de cima mostra a posição de 4 leões dentro da jaula, como indica o esquema a seguir.



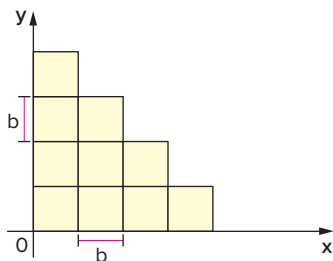
Sabendo que as massas são, respectivamente, $m_{l_1} = m_{l_3} = 200 \text{ kg}$ e $m_{l_2} = m_{l_4} = 250 \text{ kg}$, determine as coordenadas, no plano xy , do centro de massa desses leões.

- 76. EEAR-SP 2021** Centro de massa (CM) é definido como o ponto geométrico no qual se pode considerar toda a massa do corpo, ou do sistema físico, em estudo. Na figura a seguir, tem-se três partículas A, B e C contidas em um mesmo plano e de massas, respectivamente, iguais a 1 kg, 2 kg e 2 kg. As coordenadas, em metros, de cada partícula são dadas pelos eixos coordenados x e y , dispostas no gráfico da figura. Portanto, as coordenadas do centro de massa do sistema, na sequência (x_{CM}, y_{CM}) , será _____.



- a) (2, 3)
 b) (2, 4)
 c) (4, 2)
 d) (4, 4)

77. **UFC-CE** Cada um dos quadrados mostrados na figura a seguir tem lado b e massa uniformemente distribuída.



Determine as coordenadas (x, y) do centro de massa do sistema formado pelos quadrados.

Velocidade e aceleração do centro de massa

78. **UFPA** Um corpo esférico de massa $6m$ rola sobre um plano horizontal sem atrito em direção a outro corpo esférico em repouso e de massa m , com velocidade v constante.



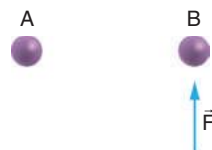
- I. Quando os dois corpos estiverem separados por uma distância d , o centro de massa do sistema estará situado a uma distância da esfera maior dada por:

- a) $\frac{d}{11}$
- b) $\frac{d}{9}$
- c) $\frac{6d}{7}$
- d) $\frac{d}{7}$
- e) $\frac{d}{5}$

- II. A velocidade do centro de massa é:

- a) $\frac{6v}{7}$
- b) v
- c) $\frac{v}{6}$
- d) $\frac{v}{7}$
- e) $\frac{7v}{6}$

79. **FEI-SP** Duas esferas, A e B, de massas $M_A = 0,10$ kg e $M_B = 0,20$ kg, constituem um sistema físico e não interagem entre si. Na esfera B, atua uma força externa \vec{F} constante e de intensidade 30 N.



Calcule:

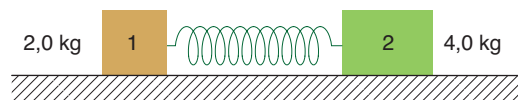
- a) o módulo da aceleração das esferas A e B.
- b) o módulo da aceleração do centro de massa do sistema (AB).

80. Um navio A de massa 25 t e velocidade 16 km/h e outro navio B de massa 15 t e velocidade 20 km/h partem de um mesmo ponto e adquirem movimentos retilíneos perpendiculares entre si. O centro de massa do sistema terá velocidade de módulo:

- a) 17,5 km/h
- b) 12,5 km/h
- c) 10,0 km/h
- d) 2,5 km/h
- e) zero

Quantidade de movimento, força resultante e o centro de massa de um sistema

81. **UFPR** A figura a seguir mostra um sistema constituído por uma mola de massa desprezível ligando dois blocos de massas $m_1 = 2,0$ kg e $m_2 = 4,0$ kg. Inicialmente, a mola está comprimida e os blocos têm velocidade nula. Despreze o atrito entre os blocos e a superfície horizontal.



É correto afirmar que, após o sistema ter sido liberado e entrar em movimento:

- 01 os módulos das velocidades dos dois blocos são iguais.
- 02 as velocidades dos blocos têm sentidos opostos.
- 04 o centro de massa do sistema permanece em repouso.
- 08 a força exercida pela mola sobre o bloco 2 tem o mesmo módulo que a força que este bloco exerce sobre a mola.
- 16 a energia mecânica total do sistema varia.

Soma:

82. **UFPR** Com base nos conceitos e nas leis de conservação da quantidade de movimento (momento linear) e da energia cinética, é correto afirmar:

- A quantidade de movimento (momento linear) de uma partícula depende do sistema de referência.
- A energia cinética de uma partícula pode assumir valores negativos.

- Em uma colisão perfeitamente elástica, a energia cinética é conservada.
- Em uma colisão inelástica, a quantidade de movimento (momento linear) não é conservada.
- Quando duas partículas colidem, a velocidade do centro de massa do sistema, na ausência de forças externas, permanece constante.

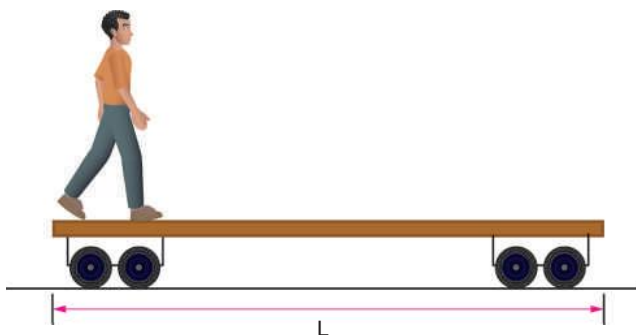
83. UFMS Um sistema físico é considerado uma parte limitada do Universo. Todo o resto, que não pertence ao sistema físico, considera-se como vizinhanças. Vizinhanças podem interagir com o sistema aplicando simultaneamente forças de várias origens (natureza), como: gravitacionais, elétricas, magnéticas etc.

Considerando a segunda lei de Newton $\vec{F}_r = m \cdot \vec{a}_r$, na qual se lê: "A força resultante em um sistema é igual ao produto da sua massa pela aceleração", é correto afirmar:

- 01** Pela segunda lei de Newton, conclui-se que, quando a força resultante \vec{F}_r em um sistema é nula, o movimento do centro de massa do sistema pode ser retilíneo.
- 02** O valor da força resultante \vec{F}_r em um sistema não depende de o referencial ser ou não inercial.
- 04** A origem (natureza) da força resultante \vec{F}_r em um sistema físico é igual à origem (natureza) de uma das forças de maior intensidade aplicadas no sistema.
- 08** Quando o centro de massa CM de um sistema está em repouso em um referencial inercial, conclui-se que não existe força aplicada sobre o sistema.
- 16** Se a força resultante \vec{F}_r em um sistema é diferente de zero num referencial inercial, a energia de movimento do sistema é variável em qualquer referencial inercial.

Soma:

84. UFG-GO Um homem de massa m encontra-se na extremidade de um vagão-prancha em repouso. O vagão tem massa $9m$ e comprimento L . O homem caminha até a extremidade oposta do vagão e para.



Desprezando-se o atrito entre o vagão e os trilhos, o deslocamento do homem em relação ao solo é:

- a) $\frac{L}{10}$
- b) L
- c) $\frac{L}{3}$
- d) $\frac{9L}{10}$
- e) $\frac{L}{9}$

Unidades de medida

85. FMP-RJ 2021 A tabela abaixo apresenta unidades de medida de diversas grandezas físicas.

Coluna I	Coluna II	Coluna III	Coluna IV	Coluna V
$m \cdot s^{-1}$	$cm \cdot s^{-1}$	$m \cdot s^{-1}$	K	$m \cdot s^{-1}$
N	m	N	Hz	$N \cdot m^{-2}$
kgf	kg	$m \cdot s^{-2}$	s	mL
J	$kg \cdot m \cdot s^{-1}$	V/m	kWh	cd

A coluna que apresenta apenas unidades de medida do Sistema Internacional de Unidades é a

- a) coluna IV
- b) coluna I
- c) coluna II
- d) coluna III
- e) coluna V

86. UFPB Num laboratório de Física, um estudante fez uma série de medições que constavam do roteiro de uma experiência. A partir dessas medidas, ele fez vários cálculos para determinar os valores numéricos de algumas grandezas físicas, cujos resultados foram: $60 N \cdot m$, $30 kg \cdot m/s$ e $20 N \cdot m/s$, correspondendo, respectivamente, às grandezas:

- a) potência, força e impulso.
- b) energia, força e impulso.
- c) energia, impulso e potência.
- d) potência, força e energia.
- e) energia, potência e impulso.

87. Fuvest-SP Numa aula de Física, três estudantes realizam medidas de pressão. Em vez de expressar seus resultados em pascal, a unidade de pressão no Sistema Internacional (SI), eles apresentam seus resultados nas seguintes unidades do SI.

- I. $N \cdot m^{-2}$
- II. $J \cdot m^{-3}$
- III. $W \cdot s \cdot m^{-3}$

Podem ser considerados corretos, do ponto de vista dimensional, os seguintes resultados:

- a) nenhum.
- b) somente I.
- c) somente I e II.
- d) somente I e III.
- e) todos.

88. UFPR O texto a seguir foi condensado de uma revista sobre Física aplicada.

O ultrassom encontra diferentes aplicações na Medicina. Por exemplo, a técnica de imagem por ultrassom mais comum é o método do eco de pulsos, similar ao princípio do radar. Um pulso de pressão com duração de 0,2 a 1,0 microssegundo emitido por uma fonte é refletido pelas estruturas de tecidos dentro do corpo. Uma das limitações do ultrassom está na sua rápida atenuação nos ossos para as frequências usadas, que em geral estão entre 1,0 e 20 megahertz. Por outro lado, dentre os usos terapêuticos, um muito difundido é o aquecimento não destrutivo para estimular ou acelerar uma resposta fisiológica a uma lesão. Nessa situação, os pulsos utilizados geralmente têm duração de 2 a 8 milissegundos e uma intensidade máxima de 2,5 watts por centímetro quadrado.

Conforme fica evidente no texto apresentado, é importante que o leitor conheça as unidades e os prefixos usados para a expressão das grandezas físicas. Sendo assim, numere a coluna da direita com base nas informações da coluna da esquerda.

- | | | |
|---|--------------------------|-------|
| 1. Prefixo que representa o fator 10^6 | <input type="checkbox"/> | watt |
| 2. Unidade de potência | <input type="checkbox"/> | micro |
| 3. Prefixo que representa o fator 10^{-3} | <input type="checkbox"/> | mega |
| 4. Prefixo que representa o fator 10^{-6} | <input type="checkbox"/> | hertz |
| 5. Unidade de frequência | <input type="checkbox"/> | mili |

Assinale a sequência correta da coluna da direita, de cima para baixo.

- a) 2, 4, 1, 5, 3 c) 1, 2, 3, 4, 5 e) 1, 3, 2, 5, 4
b) 3, 1, 5, 4, 2 d) 5, 4, 1, 2, 3

89. UFSC Existe uma imensa variedade de coisas que podem ser medidas sob vários aspectos. Imagine uma lata, dessas que são usadas para refrigerante. Você pode medir a sua altura, pode medir quanto ela “pesa” e pode medir quanto de líquido ela pode comportar. Cada um desses aspectos (comprimento, massa, volume) implica uma grandeza física diferente. Medir é comparar uma grandeza com uma outra, de mesma natureza, tomando-se uma como padrão. Medição é, portanto, o conjunto de operações que tem por objetivo determinar o valor de uma grandeza.

Disponível em: <www.ipem.sp.gov.br/5mt/medir.asp?vpro=abe>. Acesso em: 25 jul. 2006. (Adapt.).

Cada grandeza física, abaixo relacionada, está identificada por uma letra.

- a) distância
b) velocidade linear
c) aceleração tangencial
d) força
e) energia
f) impulso de uma força
g) temperatura
h) resistência elétrica
i) intensidade de corrente elétrica

Assinale a(s) proposição(ões) na(s) qual(quais) está(ão) relacionada(s) corretamente a identificação da grandeza física com a respectiva unidade de medida.

01	(a) m	(c) m/s ²	(e) J	(g) °C	(h) Ω	(i) A
02	(b) m/s	(d) J	(f) N·s	(g) °C	(h) Ω	(i) A
04	(a) m	(b) m/s	(c) m/s ²	(d) J	(e) J	(f) N·s
08	(d) N	(e) J	(f) N·s	(g) °C	(h) Ω	(i) A
16	(d) N	(e) J	(f) N·s	(g) °C	(h) A	(i) Ω
32	(d) J	(e) N	(f) N·s	(g) °C	(h) A	(i) Ω

Soma:

Unidades de medida e análise dimensional

90. FMP-RJ 2022 O coeficiente de Reynolds (R_e) é uma grandeza física adimensional, dada pela seguinte expressão:

$$R_e = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu}$$

onde:

ρ é a massa específica (massa dividida pelo volume),
 v é a velocidade,
 D é o diâmetro, e
 μ é uma constante.

A unidade da constante μ no Sistema Internacional de Unidades é

- a) $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ d) $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}$
b) $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ e) $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
c) $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

91. Fuvest-SP 2020 Em 20 de maio de 2019, as unidades de base do Sistema Internacional de Unidades (SI) passaram a ser definidas a partir de valores exatos de algumas constantes físicas. Entre elas, está a constante de Planck h , que relaciona a energia E de um fóton (*quantum* de radiação eletromagnética) com a sua frequência f na forma $E = h \cdot f$.

A unidade da constante de Planck em termos das unidades de base do SI (quilograma, metro e segundo) é:

- a) $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ c) $\text{m}^2 \cdot \text{s}/\text{kg}$ e) $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$
b) $\text{kg} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ d) $\text{kg} \cdot \text{s}/\text{m}$

92. Uece 2021 A ventilação mecânica é um procedimento utilizado em pacientes que apresentam quadros de insuficiência respiratória. Nesse tipo de intervenção, é utilizado um instrumento denominado respirador mecânico, para proporcionar ao paciente um aumento de sua capacidade respiratória. Esta capacidade está associada ao fluxo de oxigênio (volume por tempo), ϕ , que chega aos pulmões.

Suponha que este fluxo esteja relacionado à pressão (P) e à velocidade da corrente de ar (v) transferida ao paciente pelo equipamento a partir da equação $\phi = k \cdot P \cdot v$, onde k é uma constante de proporcionalidade. Nesses termos, a dimensão de k , no Sistema Internacional de Unidades (SI), é expressa por

- a) $\frac{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2}{\text{kg}}$ b) $\frac{\text{m}^2 \cdot \text{s}^3}{\text{kg}}$ c) $\frac{\text{m} \cdot \text{s}^3}{\text{kg}^2}$ d) $\frac{\text{m}^2 \cdot \text{s}}{\text{kg}^2}$

Grandezas físicas e análise dimensional

93. Unama-PA Define-se peso específico de um corpo como sendo a razão entre a intensidade de seu peso e o volume ocupado. A equação dimensional do peso específico é expressa por:

- a) $ML^{-2}T^{-1}$ d) $M^{-1}L^{-2}T^{-2}$
 b) $M^{-1}LT^{-2}$ e) $ML^{-2}T^{-2}$
 c) $M^{-2}LT^{-2}$

94. UGF-RJ Seja uma grandeza G representada matematicamente por:

$$G = \frac{a \cdot \ell \cdot m}{t}$$

onde a é aceleração, m é massa, t é tempo e ℓ é comprimento.

Podemos afirmar que a dimensão de G é:

- a) ML^2T^3 d) MLT^{-2}
 b) $ML^{-2}T^{-3}$ e) MLT^3
 c) ML^2T^{-3}

95. Unisa-SP Considere a equação:

$$p = \frac{1}{2} \sigma v^2$$

onde p representa pressão e v velocidade. Quais são as dimensões da grandeza física σ em função das grandezas fundamentais do SI?

- a) $M^{-1}L$ d) $M^{-1}L^{-3}$
 b) ML^{-3} e) ML^{-1}
 c) $M^{-1}L^3$

Equação dimensional

96. Cesgranrio-RJ São propostas a seguir três expressões literais para a velocidade v de uma partícula em determinadas situações experimentais:

- I. $v = k_1 \cdot [(R_1/R_2) + 1]$
 II. $v = k_2 \cdot (R_1 + R_2 + 1)$
 III. $v = k_3 \cdot (R_1 \cdot R_2)$

Os símbolos R_1 e R_2 representam comprimentos. Independentemente das dimensões físicas dos coeficientes k_1 , k_2 e k_3 , qual(quais) das expressões dadas está(ão), com toda certeza, **errada(s)**?

- a) Somente I.
 b) Somente II.
 c) Somente I e III.
 d) Somente I e II.
 e) I, II e III.

97. Cesgranrio-RJ Na expressão seguinte, x representa uma distância, v uma velocidade, a uma aceleração e k uma constante adimensional.

$$x = k \frac{v^n}{a}$$

Qual deve ser o valor do expoente n para que a expressão seja fisicamente correta?

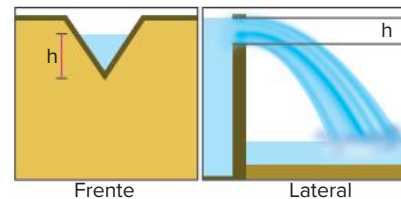
98. FEI-SP Considerando um sistema de unidades mecânicas em que as unidades fundamentais são força (F), comprimento (L) e tempo (T), a equação dimensional da quantidade de movimento é:

- a) $FL^{-1}T$
 b) $FL^{-2}T^2$
 c) FLT^{-2}
 d) FL^0T
 e) FL^0T^{-2}

99. UFRJ Um vertedouro de uma represa tem uma forma triangular, conforme mostra a figura a seguir. Um técnico quer determinar empiricamente o volume de água por unidade de tempo que sai pelo vertedouro, isto é, a vazão. Como a represa é muito grande, a vazão não depende do tempo. Os parâmetros relevantes são: h , a altura do nível de água medida a partir do vértice do triângulo, e g , a aceleração da gravidade local. A partir dessas informações, o técnico escreve a seguinte fórmula para a vazão Q :

$$Q = C \cdot h^x \cdot g^y$$

onde C é uma grandeza adimensional.



Calcule os valores dos expoentes x e y para que Q tenha dimensão de vazão.

100. Unicamp-SP A velocidade das ondas numa praia pode depender de alguns dos seguintes parâmetros: a aceleração da gravidade g , a altura da água h e a densidade da água d . Fazendo análise dimensional, observa-se que a velocidade da onda não depende de um dos 3 parâmetros citados. Que parâmetro é esse? Qual a expressão da velocidade em termos dos 2 parâmetros restantes?

101. UFPR Um projetista de máquinas de lavar roupas estava interessado em determinar o volume de água utilizado por uma dada lavadora de roupas durante o seu funcionamento, de modo a otimizar a economia de água por parte do aparelho. Ele percebeu que o volume V de água necessário para uma lavagem depende da massa m das roupas a serem lavadas, do intervalo de tempo Δt que essa máquina leva para encher de água e da pressão P da água na tubulação que alimenta essa máquina de lavar. Assim, ele expressou o volume de água através da função $V = km^a(\Delta t)^bP^c$, onde k é uma constante adimensional e a , b e c são coeficientes a serem determinados. Calcule os valores de a , b e c para que a equação seja dimensionalmente correta.

Como é o novo jeito de calcular o peso exato de um quilo

Especialistas que vigiam os pesos e medidas em todo o mundo decidiram estabelecer um padrão de referência mais preciso

Ao longo dos anos, o quilograma mudou. Preocupados com a precisão, especialistas que vigiam os pesos e medidas em todo o mundo resolveram intervir. Em uma reunião realizada em Versalhes em 16 de novembro [2018], uma conferência do setor decidiu mudar a referência que determina a unidade de massa.

Desde 1889, a referência do quanto pesa exatamente um quilo é um cilindro de platina e irídio conhecido como Protótipo Internacional do Quilograma, ou IPK (na sigla em inglês). Armazenado próximo a Paris, o objeto funciona como um dos parâmetros oficiais para a medição de massa em todo o mundo. A massa do IPK equivale, portanto, ao valor de um quilograma.

Cópias do IPK se encontram em diversos países. Todos os cilindros são medidos periodicamente e há algum tempo se verifica que ligeiras variações vêm ocorrendo. Entre os motivos estão a ação do tempo e o acúmulo de poeira microscópica.

Em alguns casos, a diferença pode chegar a 50 microgramas, o equivalente a um grão de areia. Pode parecer pouco, mas esse tipo de imprecisão é inaceitável na ciência. Em termos práticos, a flutuação prejudica a síntese de novos remédios pela indústria farmacêutica, por exemplo. Pequenas variações também podem levar a perdas econômicas quando multiplicadas muitas vezes.

A novidade adotada após a conferência de Versalhes é que a referência do quilograma não será mais um objeto físico, mas um padrão imaterial e imutável.

“Quando se carrega um navio com açúcar aqui no Rio, ele não está sendo vendido pelo peso local, mas pela massa padrão, com uma margem de erro que deve ficar abaixo de um milésimo de 1%. Num navio com milhares de toneladas de carga, é um erro cujo valor econômico já dá para comprar [um apartamento]”, afirmou o físico Carlos Augusto de Azevedo, presidente do Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (Inmetro), em entrevista ao jornal O Globo.

Há outras medidas de massa (como libra e onça, usadas popularmente nos Estados Unidos) que são definidas em relação ao quilograma. O mesmo acontece para diversas unidades que medem outras grandezas — por exemplo, newton (que mede força), pascal (pressão) e ampere (corrente elétrica). Portanto, a medida precisa de quanto vale um quilograma também é importante para essas unidades.

A solução imaterial

A novidade adotada após a conferência de Versalhes é que a referência do quilograma não será mais um objeto físico, mas um padrão imaterial e imutável. Trata-se da constante de Planck, uma medida da natureza que descreve o comportamento de partículas e ondas em escala atômica.

Considerada fundamental para a física quântica, a constante de Planck relaciona a frequência de uma partícula com a sua energia. Ela é usada para quantificar unidades de corrente elétrica e voltagem. Como diz o nome, é um valor que permanece sempre o mesmo e é universal.

Em 2014, cientistas conseguiram a mais precisa medição da constante de Planck conseguida até então. O instrumento utilizado foi a balança de Kibble (anteriormente, balança de Watt), aparato que vinha sendo desenvolvido desde os anos 1970 para mensurar uma corrente elétrica.

A proposta então foi fazer o caminho inverso: estabelecer quanto um quilograma seria em termos eletromagnéticos. Chegou-se a esse número aferindo, nas menores unidades possíveis, a força da corrente elétrica e da voltagem necessárias para compensar a força existente em um objeto.

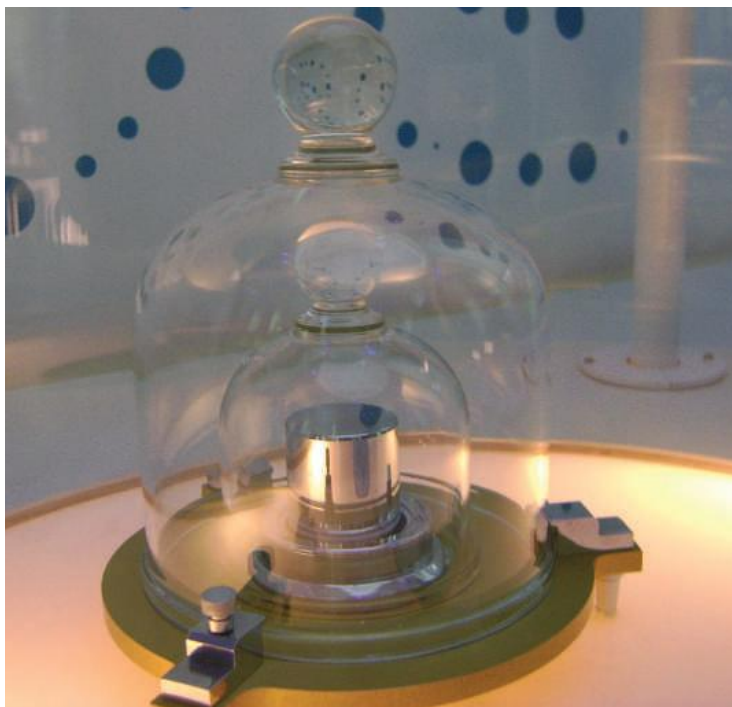
A precisão ainda não é total: a margem de erro é de 20 microgramas. Mas já é bem melhor que a oscilação registrada com os objetos, que era de 50 microgramas.

Mudança semelhante ocorreu com a medida do metro, por exemplo, que também passou a ser definido por um valor imutável da natureza. Desde 1983, um metro é exatamente a distância que a luz percorre, no vácuo, no intervalo de tempo de $1/299\,792\,458$ de segundo.

As mudanças aprovadas entraram em vigor em 20 de maio de 2019, aniversário do Tratado do Metro de 1875.

Disponível em: <https://www.nexojornal.com.br/expresso/2018/11/20/Como-%C3%A9-o-novo-jeito-de-calculer-o-peso-exato-de-um-quilo>.

Acesso em: 26 jan. 2022.



Réplica do protótipo internacional do quilograma, ou IPK.

Top Pictures/Reuters

Unidades de medida

O problema da equivalência de pesos e medidas existe há mais de 500 anos. Com o avanço da ciência e da tecnologia, é fundamental que as unidades tenham definições cada vez mais precisas, e é por isso que os padrões de um sistema de unidades são redefinidos.

Uma das primeiras unidades de comprimento foi o côvado, baseado no comprimento do antebraço, que é medido da ponta do dedo até o cotovelo; esta unidade foi subdividida em unidades como o pé e o palmo – algumas das muitas unidades antropométricas já utilizadas. Um dos problemas da utilização de unidades baseadas no corpo humano é que elas não são muito precisas, já que as dimensões do corpo humano não são as mesmas para todas as pessoas, daí a necessidade de se estabelecer padrões. Um dos primeiros registros da padronização de um sistema de unidades de medida, datado do século XVII, estabelecia que a mesma unidade de comprimento (a jarda) deveria ter o mesmo tamanho em todo império britânico.

O sistema métrico decimal teve origem no século XVIII, na França, e sua história está diretamente ligada às transformações políticas e sociais da época. A criação desse sistema foi o primeiro passo para o desenvolvimento do sistema que conhecemos hoje, o Sistema Internacional de Unidades.

O padrão estabelecido para o metro já foi redefinido inúmeras vezes, mas, desde 1983, o metro é internacionalmente definido como o comprimento percorrido pela luz no vácuo durante um intervalo de tempo de $1/299\,792\,458$ segundo. Para a definição de algumas unidades, é necessário que constantes fundamentais sejam fixadas, como é o caso do metro e da velocidade da luz.

O quilograma, desde 2019, é definido por meio de experimentos envolvendo a relação entre energia mecânica e energia eletromagnética, e utiliza a constante de Planck, uma constante fundamental da Física.

A definição da unidade padrão relacionada às medidas de tempo surgiu após a definição do metro e do quilograma. O segundo foi inicialmente definido em relação ao período de rotação da Terra. Em seguida, movimentos periódicos começaram a ser usados para estabelecer a unidade de tempo, da oscilação de um pêndulo à transição atômica ou molecular. A frequência natural do átomo de césio – frequência característica da emissão e absorção de radiação eletromagnética – foi reconhecida internacionalmente como unidade de tempo em 1967; o segundo foi definido como a duração de $9\,192\,631\,770$ períodos da radiação que corresponde à transição entre dois níveis de energia do átomo de césio-133, tornando-se a quantidade física medida com maior precisão até a época – variando cerca de 30 bilionésimos de segundo por ano.

O metro, o quilograma e o segundo são unidades-base do Sistema Internacional de Unidades (SI), estabelecido em 1960. As unidades-base do SI são sete: ampere (A), relacionada à eletricidade; candela (cd), relacionada à intensidade luminosa; kelvin (K), unidade de temperatura termodinâmica; mol (mol), relacionada à quantidade de matéria; além do metro (m), do quilograma (kg) e do segundo (s).

O ampere, unidade de intensidade de corrente elétrica, era definido em termos da força entre fios percorridos pela mesma corrente elétrica. No entanto, desde 2019, essa unidade é definida em termos da carga elétrica elementar.

Os padrões de medidas são verificados e mantidos por laboratórios sediados em diferentes países. Esses laboratórios detêm os padrões das unidades-base que servem para calibrar os padrões de unidades derivadas, como o newton (unidade de força), o joule (unidade de energia), o coulomb (unidade de carga elétrica) e o grau Celsius (unidade de temperatura). O Bureau Internationale de Poids et Mesures (BIPM), (Escritório Internacional de Pesos e Medidas) é o laboratório central que atua internacionalmente para garantir um sistema coerente; localizado na cidade francesa de Sèvres, foi instituído em 1875 durante a convenção do metro.

Desde as mudanças implementadas no SI em 2019, todas as unidades de medida das grandezas fundamentais são definidas com base em constantes físicas fundamentais.

Texto elaborado para fins didáticos.

Resumindo

Estudamos conceitos importantes e que complementam a estrutura da Mecânica.

Entre eles, temos **impulso**: $\vec{T} = \vec{F} \cdot \Delta t$ e **quantidade de movimento**: $\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$.

A partir dessas definições, vem o **teorema do impulso**: $\vec{T} = \Delta \vec{Q}$.

Nas colisões, por causa do curtíssimo intervalo de tempo que dura uma colisão, podemos considerar nulo o impulso da resultante. Logo, temos:

$$\vec{Q}_{\text{final}} = \vec{Q}_{\text{inicial}}$$

Definimos o **coeficiente de restituição**:

$$e = \left| \frac{\text{velocidade relativa de afastamento}}{\text{velocidade relativa de aproximação}} \right|$$

As colisões são divididas, quanto à conservação de energia, em:

elásticas: $e = 1$; parcialmente elásticas: $0 < e < 1$; e inelásticas: $e = 0$.

Definimos o conceito de centro de massa por meio de suas grandezas dinâmicas:

$$\vec{r}_{\text{CM}} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}; \quad \vec{v}_{\text{CM}} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad \text{e} \quad \vec{a}_{\text{CM}} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + \dots + m_n \vec{a}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

Chegamos, então, a importantes conclusões:

$$\vec{Q}_{\text{total}} = M \cdot \vec{v}_{\text{CM}} \quad \text{e} \quad \vec{F}_{\text{resultante}} = M \cdot \vec{a}_{\text{CM}}$$

A análise dimensional, tratada no final, é importante instrumento para a Física.

Quer saber mais?



Sites

PhET: Laboratório de colisões. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/collision-lab.

Nessa simulação, é possível alterar parâmetros e investigar a colisão entre corpos.

Hyperphysics: Elastic and inelastic collisions. Disponível em: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/elacol.html>.

Texto em inglês sobre colisões elásticas e inelásticas e análise do pêndulo de Newton.

SI: Base Units. Disponível em: https://www.npl.co.uk/getmedia/b097a52d-8043-46e0-aa0c-14e64b56d95b/NPL-Schools-poster_-_7-SI-BASE-UNITS-v12-HR-NC.pdf.

Pôster em inglês com informações sobre as unidades de medida do Sistema Internacional.

Measurement in sports. Disponível em: <https://www.nist.gov/system/files/documents/2017/05/09/meas-in-sport.pdf>.

Texto em inglês sobre as principais grandezas físicas e unidades de medida envolvidas na dinâmica de alguns esportes.

Everyday estimation. Disponível em: <https://www.nist.gov/pml/weights-and-measures/metric-si/everyday-estimation>.

Tabela com valores cotidianos relacionados a unidades de medida.

Acessos em: 26 jan. 2022.



Vídeo

PONTOCIÊNCIA. *Brincando com o pêndulo de Newton*. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=tG65CGR1adU>. Acesso em: 26 jan. 2022.

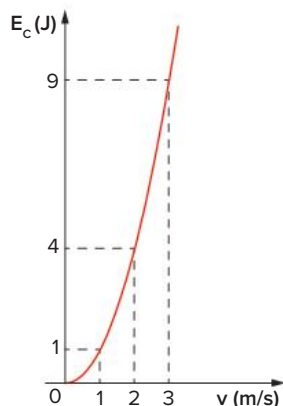
Análise e sugestões de brincadeiras com pêndulo de Newton e os conhecimentos de colisões.

Exercícios complementares

Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

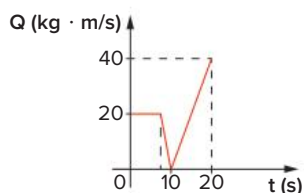
Quantidade de movimento

1. **Uerj** Em uma aula de Física, os alunos relacionam os valores da energia cinética de um corpo aos de sua velocidade. O gráfico a seguir indica os resultados encontrados.



Determine, em $\text{kg} \cdot \text{m/s}$, a quantidade de movimento desse corpo quando atinge a velocidade de 5 m/s.

2. **Unama-PA** O gráfico a seguir representa a variação do módulo do momento linear de uma partícula de 2,0 kg de massa em função do tempo, em unidades do Sistema Internacional.



O trabalho realizado pela força resultante na partícula, nos 20 segundos de movimento, é igual a:

- a) 100 J c) 300 J e) 500 J
b) 200 J d) 400 J

3. **Unifesp 2020** Um foguete de massa M partiu do repouso da posição A, no solo horizontal, e subiu verticalmente, monitorado por um radar que o seguiu durante determinado trecho de seu percurso, mantendo-se sempre apontado para ele. A figura 1 mostra o foguete na posição B, a 8500 m de altura, com a linha que liga o radar a ele inclinada de um ângulo $\alpha = 1 \text{ rad}$ em relação à horizontal. Para acompanhar o foguete no trecho AB, o radar girou ao redor de um eixo horizontal que passa por ele, com velocidade angular média $\omega_{\text{méd}} = 0,02 \text{ rad/s}$. Um pouco mais tarde, ao passar pela posição C, com velocidade de 4600 km/h, o primeiro estágio do foguete (de cor azul, nas figuras), de massa $\frac{M}{3}$, desacoplou-se do restante do veículo. Imediatamente após o desacoplamento, devido à ação de forças internas, a velocidade escalar do primeiro estágio foi reduzida a 3000 km/h, na mesma direção e sentido da velocidade do foguete no trecho AB, conforme mostra a figura 2.

Figura 1

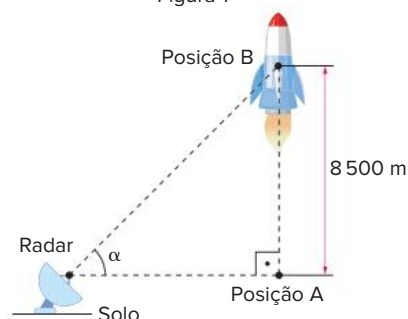
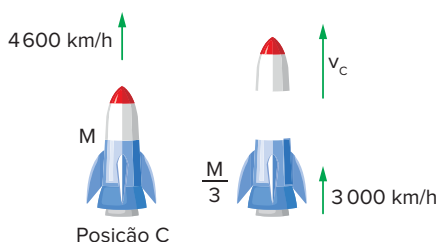


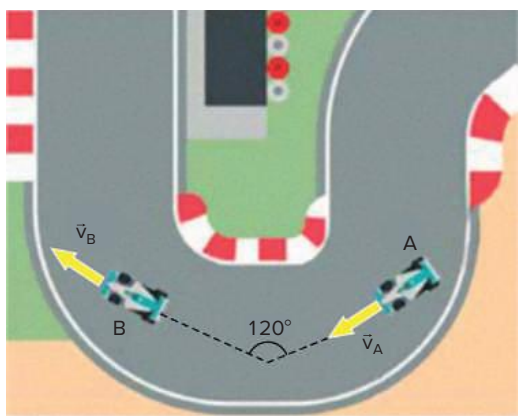
Figura 2



Considerando a massa total do foguete (M) constante, calcule:

- a velocidade escalar média do foguete, em m/s , no trecho AB de sua subida vertical.
- a velocidade escalar instantânea v_c do foguete, em m/s , sem o primeiro estágio, imediatamente após o desacoplamento ocorrido na posição C .

4. **Unesp 2021** A figura mostra uma visão aérea de uma curva de um autódromo e um mesmo carro de corrida, de massa 800 kg , em duas posições, A e B , com velocidades tangenciais, respectivamente, \vec{v}_A e \vec{v}_B , em direções que fazem entre si um ângulo de 120° .



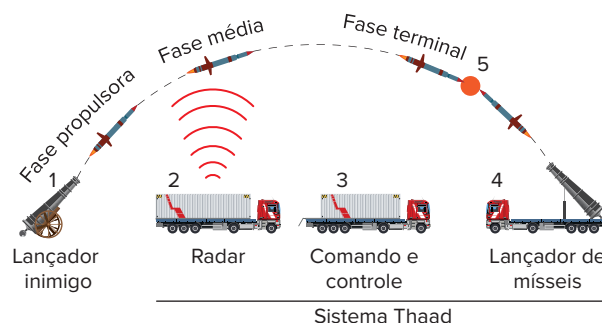
Sabendo que $v_A = v_B = 90\text{ km/h}$, o módulo da variação da quantidade de movimento desse carro, entre as posições A e B , é:

- $10000 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$
- $10000 \cdot \sqrt{3} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$
- $20000 \cdot \sqrt{2} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$
- $20000 \cdot \sqrt{3} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$
- $20000 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$

Impulso

5. **UPE 2018** Os Estados Unidos anunciaram, nesta terça-feira, o início da operação de instalação de um controverso sistema antimísseis na Coreia do Sul. Batizado de Terminal de Defesa Aérea para Grandes Altitudes (Thaad, na sigla em inglês), o sistema foi desenhado para proteger o país asiático de seu vizinho mais próximo, a Coreia do Norte. (...) O que é o Thaad? É um sistema capaz de interceptar mísseis de curto e médio-alcance na fase terminal de seu voo.

Como funciona o sistema de defesa Thaad



Fonte: <https://g1.globo.com/mundo/noticia/como-e-o-sistema-antimissis-queos-eua-estao-instalando-na-coreia-do-sul-e-por-que-e-tao-polemico.ghtml>, acessado em: 12 de julho de 2017.

A fim de simular esse sistema, certo estudante reproduz um experimento de lançamento oblíquo, onde duas partículas de massa, m_1 e m_2 , são arremessadas do solo, no instante $t = 0$, com velocidades de módulos iguais a v_1 e v_2 , respectivamente. As partículas colidem no instante de tempo $t = T$, e no instante de tempo $t = 4T$ ainda não atingiram o solo. Desprezando efeitos resistivos, o valor do módulo do impulso resultante sobre as partículas entre os instantes $t = 0$ e $t = 4T$ vale

- $\frac{g \cdot T \cdot (m_1 + m_2)}{2}$
- $\frac{g \cdot T \cdot (m_1 + m_2)}{8}$
- $\frac{2 \cdot g \cdot T \cdot (m_1 + m_2)^2}{m_1 \cdot m_2}$
- $4 \cdot g \cdot T \cdot (m_1 + m_2)$
- $\frac{g \cdot T \cdot (m_1 \cdot m_2)^2}{(m_1 + m_2)}$

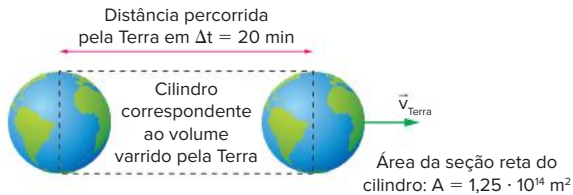
6. **ITA-SP** Um automóvel para quase que instantaneamente ao bater frontalmente numa árvore. A proteção oferecida pelo *air bag*, comparativamente ao carro que dele não dispõe, advém do fato de que a transferência para o carro de parte do momentum do motorista se dá em condição de:

- menor força em maior período de tempo.
- menor velocidade, com mesma aceleração.
- menor energia, numa distância menor.
- menor velocidade e maior desaceleração.
- mesmo tempo, com força menor.

7. **UEL-PR** Uma funcionária de um supermercado, com massa corpórea de 60 kg , utiliza patins para se movimentar no interior da loja. Imagine que ela se desloque de um ponto a outro, sob a ação de uma força F constante, durante um intervalo de tempo de $2,0\text{ s}$ e com uma aceleração constante de $3,0\text{ m/s}^2$. Assinale a alternativa que indica os valores do impulso (I) produzido por esta força F e a energia cinética (E_c) adquirida pela pessoa. Despreze a ação do atrito e considere toda a massa corpórea concentrada no centro de massa dessa pessoa.

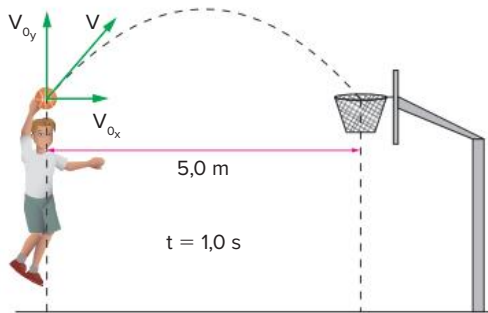
- $I = 108\text{ N} \cdot \text{s}$; $E_c = 3060\text{ J}$
- $I = 1080\text{ N} \cdot \text{s}$; $E_c = 3600\text{ J}$
- $I = 180\text{ N} \cdot \text{s}$; $E_c = 1800\text{ J}$
- $I = 360\text{ N} \cdot \text{s}$; $E_c = 1080\text{ J}$
- $I = 720\text{ N} \cdot \text{s}$; $E_c = 2160\text{ J}$

8. **Unicamp-SP 2020** Estudos indicam que uma massa $m = 1000 \text{ kg}$ de poeira cósmica, composta por minúsculas partículas, colide com a superfície da Terra a cada intervalo $\Delta t = 20 \text{ min}$. Considere, para simplificar, que as partículas de poeira têm velocidade média nula antes de serem arrastadas pela Terra no seu movimento em torno do Sol. Logo após colidirem com a superfície do nosso planeta, elas passam a se deslocar juntamente com a Terra, com velocidade média de módulo igual a $v_{\text{Terra}} = 30 \text{ km/s}$. Considere também que o movimento da Terra num intervalo $\Delta t = 20 \text{ min}$ é retilíneo e uniforme.



- Qual é a densidade da poeira na região do espaço atravessada pela Terra? Ver ilustração acima.
- Qual é o módulo da força média aplicada pela Terra sobre a massa de poeira cósmica que ela intercepta durante um intervalo $\Delta t = 20 \text{ min}$?

9. **UFRJ** O cronômetro marcava $1,1 \text{ s}$ para o término de uma partida de basquete do Brasil, quando Oscar, tendo saltado e flexionado o braço, arremessou a bola com uma força impulsora que atuou por $0,1 \text{ s}$. A bola, que estava a $5,0 \text{ m}$ do centro da cesta, levou $1,0 \text{ s}$ para chegar a ela.



Sabendo que a massa da bola é de $0,6 \text{ kg}$ e considerando que, ao pular e arremessar a bola, a mão de Oscar ficou na mesma altura que a cesta, calcule:

- o módulo da velocidade de lançamento para que Oscar converta o arremesso.
- o módulo da força média necessária ao lançamento.

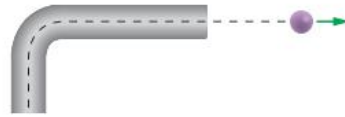
▶ **Dado:** $g = 10 \text{ m/s}^2$.

10. **UFPB** Um disco de $0,03 \text{ kg}$ de massa move-se sobre um colchão de ar com velocidade de 4 m/s na direção \hat{i} . Um jogador, com auxílio de um taco, bate o disco, imprimindo-lhe um impulso de $0,09 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ na direção \hat{j} . Dessa forma, é correto dizer que o módulo da velocidade final do disco será:
- 1 m/s
 - 2 m/s
 - 3 m/s
 - 4 m/s
 - 5 m/s
 - 6 m/s
 - 7 m/s

11. **UFG-GO** Para bater uma falta, durante uma partida de futebol, um jogador chuta a bola, exercendo uma força média de $2,0 \cdot 10^2 \text{ N}$ em um intervalo de tempo de $1,0 \cdot 10^{-2} \text{ s}$. Sabendo que a massa da bola é de $4,0 \cdot 10^2 \text{ g}$, pode-se afirmar que:

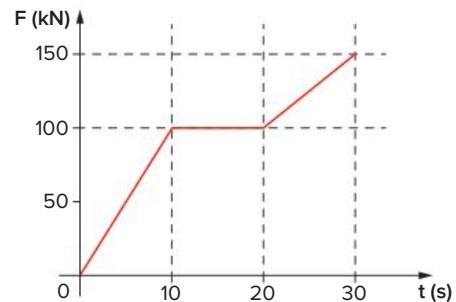
- o impulso fornecido à bola é igual a $2,0 \text{ N} \cdot \text{s}$.
- a velocidade da bola, imediatamente após o chute, é igual a $\sqrt{10} \text{ m/s}$.
- o trabalho realizado pela força média sobre a bola é igual a 20 J .
- a potência média transferida à bola é igual a $5,0 \cdot 10^2 \text{ W}$.

12. **Faap-SP** Uma partícula de massa $2,0 \text{ kg}$, movendo-se no interior de uma canaleta com velocidade escalar constante de $10\sqrt{2} \text{ m/s}$, gasta $5,0 \text{ s}$ para passar pelo cotovelo, como indicado na figura.



Qual é a força resultante média que atua na partícula ao passar pelo cotovelo?

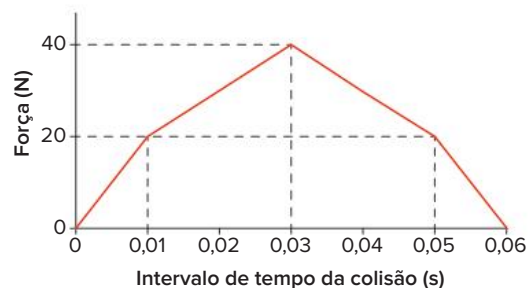
13. **UFRGS 2019** Impulso específico é uma medida da eficiência do uso do combustível por motores a jato para produzir o necessário impulso. Ele é calculado pela razão entre os módulos do impulso produzido pelo motor e do peso do combustível usado, P_c , isto é, $\frac{I}{P_c}$. A figura abaixo representa a força produzida por um motor a jato durante 30 s .



Sabendo que o impulso específico do motor é de 2000 s e considerando o módulo da aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , a massa de combustível usado nesse intervalo de tempo foi de

- $13,75 \text{ kg}$.
- $137,5 \text{ kg}$.
- $275,0 \text{ kg}$.
- 1375 kg .
- 2750 kg .

14. **UFBA**



O gráfico mostra aproximadamente a força, em função do tempo, que uma parede vertical exerce sobre uma bola de borracha de massa 30 g, que se movimenta horizontalmente, desde o instante em que a bola toca na parede até o instante em que se separam.

Considerando a colisão perfeitamente elástica, calcule, a partir da análise do gráfico, o impulso que a parede transmite à bola e, com esse valor, determine a velocidade inicial da bola.

- 15. UFRJ** Um artigo recente da revista *Nature* revela que a cigarrinha espumosa (*Philaenus spumarius*) é o inseto capaz de saltar mais alto. Ela salta com uma velocidade inicial de 4,0 m/s.

Suponha que entre o instante em que ela começa a armar o salto e o instante em que suas patas perdem o contato com o solo, com velocidade de 4,0 m/s, decorra $\Delta t = 1,0 \cdot 10^{-3}$ s.

Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcule a razão $\frac{|\vec{f}_m|}{|\vec{P}|}$ entre o módulo da força resultante média \vec{f}_m sobre a cigarrinha durante o intervalo Δt e o módulo de seu próprio peso \vec{P} .

- 16. UEL-PR 2019** Leia o texto a seguir.

Arma ofensiva e poderosa, os chutes de bola parada foram um verdadeiro desafio defensivo na Copa da Rússia em 2018. De fato, todos os gols sofridos pelas seleções africanas na primeira fase vieram com bola parada: um no Egito e no Marrocos, dois na Nigéria e na Tunísia.

Adaptado de lance.com.br

Geralmente o chute de “bola parada” surpreende o adversário pela sua trajetória descrita e pela velocidade que a bola atinge. Considerando que uma bola de futebol tem massa de 400 g e, hipoteticamente, durante o seu movimento, a resistência do ar seja desprezível, é correto afirmar que a bola atinge

- 15 m/s devido à aplicação de um impulso resultante de $0,12 \cdot 10^2 \text{ N}\cdot\text{s}$.
- 40 m/s quando o jogador aplica uma força de $1,6 \cdot 10^2 \text{ N}$ durante um intervalo de tempo de 0,1 s.
- 60 m/s quando uma força de $1,2 \cdot 10^2 \text{ N}$ é aplicada durante um intervalo de tempo de 0,1 s.
- 90 km/h devido à aplicação de um impulso de $0,12 \cdot 10^2 \text{ N}\cdot\text{s}$.
- 108 km/h quando o jogador aplica uma força de $1,6 \cdot 10^2 \text{ N}$ durante um intervalo de tempo de 0,1 s.

Conservação da quantidade de movimento

- 17. UFSC** Dois patinadores, um homem e um menino, de massas respectivamente iguais a 60 kg e 30 kg, estão em pé, de frente um para o outro, em repouso, sobre uma superfície de gelo, lisa, plana e horizontal.

Quando um empurra o outro, o homem adquire uma velocidade de 0,3 m/s em relação ao gelo.



Considerando desprezível o atrito entre os patins dos patinadores e o gelo, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- A distância entre os patinadores 2,0 s após eles se separarem é de 1,8 m.
- A energia mecânica do sistema homem-menino se conserva.
- As forças que o homem e o menino fazem um sobre o outro são conservativas.
- A força externa resultante sobre o sistema homem-menino é nula.
- Como a massa do homem é maior que a do menino, a quantidade de movimento do sistema tem o mesmo sentido que a quantidade de movimento do homem.
- As forças internas que atuam no sistema homem-menino não alteram a quantidade de movimento total do sistema.

Soma:

- 18. IME-RJ 2018** Um veículo de combate tem, como armamento principal, um canhão automático eletromagnético, o qual está municiado com 50 projéteis. Esse veículo se desloca em linha reta, inicialmente, em velocidade constante sobre um plano horizontal. Como o veículo está sem freio e descontrolado, um engenheiro sugeriu executar disparos a fim de reduzir a velocidade do veículo. Após realizar 10 disparos na mesma direção e no mesmo sentido da velocidade inicial do veículo, este passou a se deslocar com metade da velocidade inicial. Diante do exposto, a massa do veículo, em kg, é:

► **Dados:** velocidade inicial do veículo: 20 m/s; velocidade do projétil ao sair do canhão: 800 m/s; e massa do projétil: 2 kg.

► **Observação:** não há atrito entre o plano horizontal e o veículo.

- | | |
|---------|---------|
| a) 1420 | d) 1580 |
| b) 1480 | e) 1680 |
| c) 1500 | |

19. Fuvest-SP Num jogo de vôlei, o jogador que está junto à rede salta e “corta” uma bola (de massa $m = 0,30$ kg), levantada na direção vertical, no instante em que ela atinge sua altura máxima, $h = 3,2$ m. Nessa “cortada”, a bola adquire uma velocidade de módulo V , na direção paralela ao solo e perpendicular à rede, e cai exatamente na linha de fundo da quadra. A distância entre a linha de meio da quadra (projecção da rede) e a linha de fundo é $d = 9,0$ m.

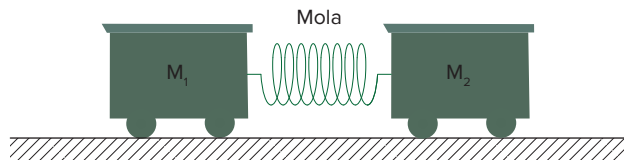
▶ **Dado:** Adote $g = 10$ m/s².

Calcule:

- o tempo decorrido entre a cortada e a queda da bola na linha de fundo.
- a velocidade V que o jogador transmitiu à bola.
- o valor do módulo da variação da quantidade de movimento, ΔQ , do centro de massa do jogador devido à cortada.
- a intensidade média da força F que o jogador aplicou à bola, supondo que o tempo de contato entre a sua mão e a bola foi de $3,0 \cdot 10^{-2}$ s.

20. UFF-RJ Um estudante realiza a seguinte experiência:

- Dois carrinhos de massas $M_1 = 0,10$ kg e $M_2 = 0,20$ kg são mantidos inicialmente em repouso sobre o tampo horizontal de uma mesa, tendo entre eles uma mola ideal comprimida de $0,10$ m em relação ao seu tamanho quando relaxada, conforme mostra a figura a seguir.



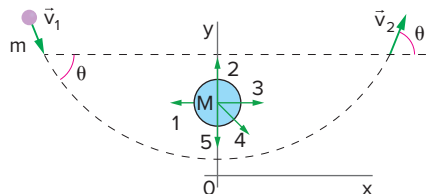
- Em seguida, o sistema é liberado e os carrinhos movem-se sobre a mesa praticamente sem nenhum atrito. Nessa situação, o carrinho de massa M_2 atinge a velocidade $v_2 = 2,0$ m/s.

Determine:

- a velocidade do carrinho de massa M_1 , após ele ter se liberado da mola.
- a energia cinética do carrinho de massa M_2 , após ele ter se liberado da mola.
- a energia potencial elástica armazenada inicialmente na mola.
- a constante elástica da mola.

21. Fuvest-SP Um meteorito de massa m muito menor que a massa M da Terra aproxima-se dela, seguindo a trajetória indicada na figura. Inicialmente, bem longe da Terra, podemos supor que a trajetória seja retilínea e a sua velocidade \vec{v}_1 . Devido à atração gravitacional da Terra, o meteorito faz uma curva em torno dela e escapa para o espaço sem se chocar com a superfície terrestre.

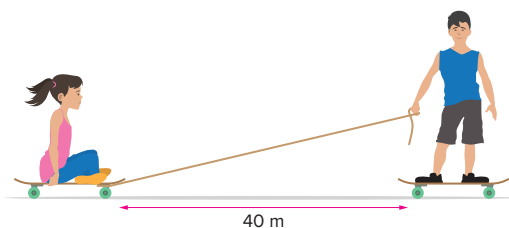
Quando se afasta suficientemente da Terra, atinge uma velocidade final \vec{v}_2 , de forma que, aproximadamente, $|\vec{v}_2| = |\vec{v}_1|$, podendo sua trajetória ser novamente considerada retilínea. Ox e Oy são os eixos de um sistema de referência inercial, no qual a Terra está inicialmente em repouso.



Podemos afirmar que a direção e o sentido da quantidade de movimento adquirida pela Terra são indicados aproximadamente pela seta:

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

22. Cefet-MG 2019 Um skatista, $45,0$ kg, deseja saber a massa de sua irmã. Para isso realiza o seguinte experimento: ele fica sobre um *skate* e coloca a menina sentada em outro, cada um deles de massa $1,00$ kg, distante $40,0$ m de sua posição, conforme a figura a seguir.



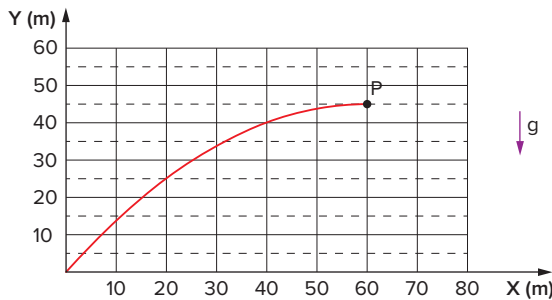
Uma corda de massa desprezível é amarrada no *skate* da menina e o skatista exerce um puxão na corda, trazendo-a em sua direção, de forma que ambos se encontram a $10,0$ m da posição inicial do skatista. Desprezando o atrito das rodas dos *skates* com o chão e o intervalo de tempo de aceleração, após alguns cálculos, o skatista conclui que a massa da irmã, em quilogramas, é

- 10,2
- 11,4
- 14,3
- 15,0

Explosão unidimensional

23. Unicamp-SP Entre dois blocos de madeira, em repouso sobre um piso horizontal, há uma pequena carga explosiva. Detonando-se a carga, o conjunto se separa e um dos blocos, de 100 g de massa, desliza em linha reta 56 cm antes de parar. Que distância percorrerá o outro bloco, de 200 g de massa, se o coeficiente de atrito madeira-piso for o mesmo para ambos os blocos?

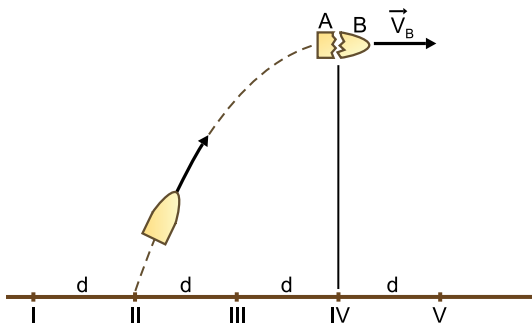
24. Fuvest-SP Num espetáculo de fogos de artifício, um rojão de massa $M_0 = 0,5 \text{ kg}$, após seu lançamento, descreve no céu a trajetória indicada na figura. No ponto mais alto de sua trajetória (ponto P), o rojão explode, dividindo-se em dois fragmentos, A e B, de massas iguais a $\frac{M_0}{2}$. Logo após a explosão, a velocidade horizontal de A, V_A , é nula, bem como sua velocidade vertical.



► **Note e adote:** A massa do explosivo pode ser considerada desprezível.

- Determine o intervalo de tempo T_0 , em segundos, transcorrido entre o lançamento do rojão e a explosão no ponto P.
- Determine a velocidade horizontal V_B , do fragmento B, logo após a explosão, em m/s.
- Considerando apenas o que ocorre no momento da explosão, determine a energia E_0 fornecida pelo explosivo aos dois fragmentos, A e B, em joules.

25. Unesp 2018 A figura mostra a trajetória de um projétil lançado obliquamente e cinco pontos equidistantes entre si e localizados sobre o solo horizontal. Os pontos e a trajetória do projétil estão em um mesmo plano vertical.



No instante em que atingiu o ponto mais alto da trajetória, o projétil explodiu, dividindo-se em dois fragmentos, A e B, de massas M_A e M_B , respectivamente, tal que $M_A = 2M_B$. Desprezando a resistência do ar e considerando que a velocidade do projétil imediatamente antes da explosão era V_H e que, imediatamente após a explosão, o fragmento B adquiriu velocidade $V_B = 5V_H$, com mesma direção e sentido de V_H , o fragmento A atingiu o solo no ponto

- IV.
- III.
- V.
- I.
- II.

26. UFBA As leis de conservação da energia e da quantidade de movimento são gerais e valem para qualquer situação. Um caso simples é o de um decaimento radioativo alfa. Um núcleo-pai, em repouso, divide-se, gerando dois fragmentos, um núcleo-filho e uma partícula alfa. Os fragmentos adquirem energia cinética, que é denominada energia de desintegração. Isso ocorre porque uma parte da massa do núcleo-pai se transforma em energia cinética desses fragmentos, segundo a lei de equivalência entre massa e energia, proposta por Einstein. Um exemplo do decaimento é o de um dos isótopos radioativos do urânio, que se transforma em tório, emitindo uma partícula alfa, um núcleo de hélio, ou seja:



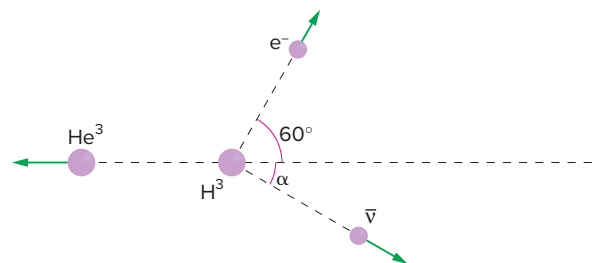
Na notação empregada, o número inferior refere-se à carga nuclear e o superior à massa aproximada do núcleo respectivo.

Sabe-se que o núcleo de urânio está em repouso e a energia de desintegração é $Q = 5,40 \text{ MeV}$.

Considerando as leis de conservação e o fato de a mecânica newtoniana permitir, com boa aproximação, o cálculo das energias cinéticas, determine a energia cinética da partícula alfa.

Explosão bidimensional

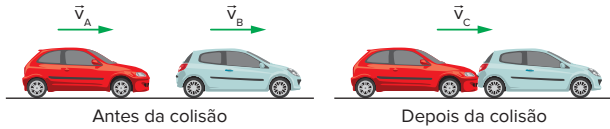
27. Unicamp-SP A existência do neutrino e do antineutrino foi proposta em 1930 por Wolfgang Pauli, que aplicou as leis de conservação de quantidade de movimento e energia ao processo de desintegração β . O esquema a seguir ilustra esse processo para um núcleo de trítio, H^3 (um isótopo do hidrogênio), que se transforma em um núcleo de hélio, He^3 , mais um elétron, e^- , e um antineutrino, $\bar{\nu}$. O núcleo de trítio encontra-se inicialmente em repouso. Após a desintegração, o núcleo de hélio possui uma quantidade de movimento com módulo de $12 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ e o elétron sai em uma trajetória fazendo um ângulo de 60° com o eixo horizontal e uma quantidade de movimento de módulo $6,0 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.



- O ângulo α que a trajetória do antineutrino faz com o eixo horizontal é de 30° . Determine o módulo da quantidade de movimento do antineutrino.
- Qual é a velocidade do núcleo de hélio após a desintegração? A massa do núcleo de hélio é $5,0 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Conceito de colisão

- 28. Famerp-SP 2020** Um automóvel trafegava com velocidade constante por uma avenida plana e horizontal quando foi atingido na traseira por outro automóvel, que trafegava na mesma direção e sentido, também com velocidade constante. Após a colisão, os automóveis ficaram unidos e passaram a se mover com a mesma velocidade.



Seja E_{INICIAL} e E_{FINAL} , respectivamente, a soma das energias cinéticas dos automóveis imediatamente antes e imediatamente depois da colisão, e Q_{INICIAL} e Q_{FINAL} , respectivamente, a soma dos módulos das quantidades de movimento dos automóveis imediatamente antes e imediatamente depois da colisão, pode-se afirmar que:

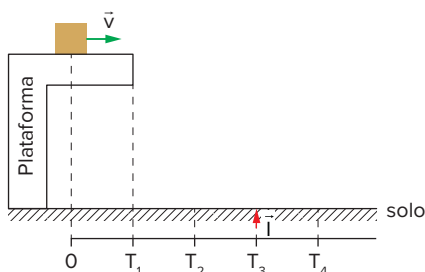
- $E_{\text{INICIAL}} > E_{\text{FINAL}}$ e $Q_{\text{INICIAL}} < Q_{\text{FINAL}}$
 - $E_{\text{INICIAL}} > E_{\text{FINAL}}$ e $Q_{\text{INICIAL}} > Q_{\text{FINAL}}$
 - $E_{\text{INICIAL}} > E_{\text{FINAL}}$ e $Q_{\text{INICIAL}} = Q_{\text{FINAL}}$
 - $E_{\text{INICIAL}} = E_{\text{FINAL}}$ e $Q_{\text{INICIAL}} > Q_{\text{FINAL}}$
 - $E_{\text{INICIAL}} = E_{\text{FINAL}}$ e $Q_{\text{INICIAL}} = Q_{\text{FINAL}}$
- 29. Cesgranrio-RJ** Duas bolas de gude idênticas, de massa m , movimentam-se em sentidos opostos (veja a figura) com velocidade de módulo v .



Assinale a opção que melhor representa as velocidades das bolas, imediatamente depois da colisão.

-
-
-
-
-

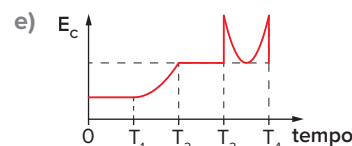
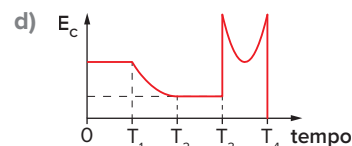
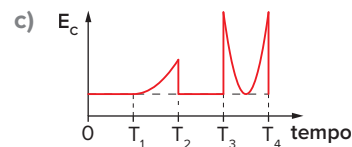
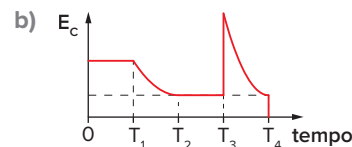
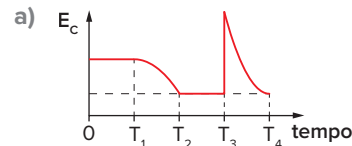
30. IME-RJ



Na figura dada, o bloco realiza o movimento descrito a seguir.

- Em $t = 0$, desloca-se para a direita, com velocidade constante.
- Em $t = T_1$, cai da plataforma.
- Em $t = T_2$, atinge o solo e continua a se mover para a direita, sem quicar.
- Em $t = T_3$, é lançado para cima, pela ação do impulso \vec{I} .
- Em $t = T_4$, volta a atingir o solo.

Nessas condições, a opção que melhor representa graficamente a energia cinética do bloco em função do tempo é:



Colisão inelástica, elástica ou parcialmente elástica

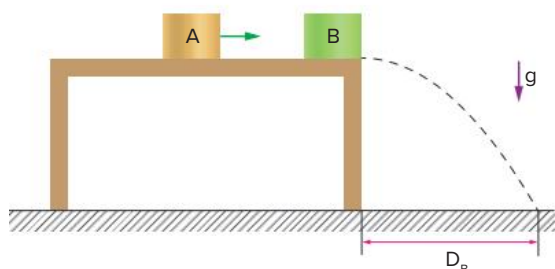
- 31. UEM-PR 2019** Dois discos circulares idênticos, 1 e 2, cada um com massa $m = 300$ g, deslocam-se sobre uma superfície horizontal (no plano xy , sendo O a origem do sistema de referência) e colidem elasticamente entre si. A velocidade do disco 1 passa de 1 m/s (na direção do eixo Ox , sentido positivo) antes da colisão para 1 m/s (na direção do eixo Oy , sentido positivo) depois da colisão. O tempo de contato entre os discos durante a colisão é de $0,01$ s. Suponha que as forças de contato, cujos módulos são F_{12} (que age no disco 1 devido ao impacto com o disco 2) e F_{21} (que age no disco 2 devido ao impacto com o

disco 1), sejam constantes durante a colisão. Despreze as forças de atrito. Assinale o que for correto.

- 01 $F_{12} = F_{21} = 30\sqrt{2}$ N.
- 02 O impulso recebido pelo disco 1 é paralelo ao eixo y e aponta no sentido positivo do eixo.
- 04 A energia cinética total do sistema composto pelos dois discos é a mesma, antes e depois da colisão.
- 08 O disco 2 também recebe um impulso cujo módulo, cuja direção e cujo sentido são iguais aos do impulso recebido pelo disco 1.
- 16 Devido à colisão, o disco 1 recebe um impulso de módulo $\left(\frac{3\sqrt{2}}{10}\right) N \cdot s$.

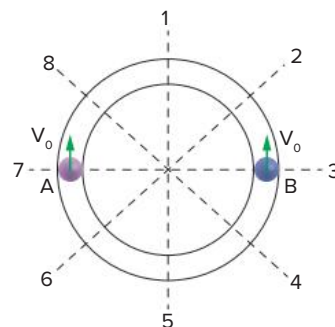
Soma:

- 32. Fuvest-SP** Em um jogo, um pequeno bloco A, de massa M , é lançado com velocidade $v_0 = 6,0$ m/s sobre a superfície de uma mesa horizontal, sendo o atrito desprezível. Ele atinge, no instante $t_0 = 0$, o bloco B, de massa $\frac{M}{2}$, que estava parado sobre a borda da mesma mesa, ambos indo ao chão. Devido ao choque, o bloco B, decorrido 0,40 s, atinge um ponto, no chão, a uma distância $D_B = 2,0$ m, ao longo da direção horizontal, a partir da extremidade da mesa.



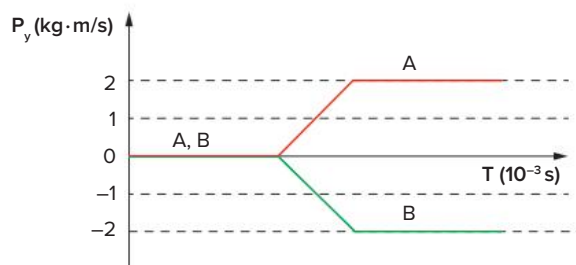
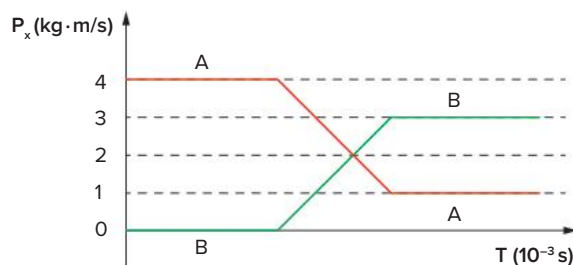
Supondo que nesse choque não tenha havido conservação de energia cinética e que os blocos tenham iniciado a queda no mesmo instante:

- a) determine a distância horizontal D_A , em metros, ao longo da direção horizontal, entre a posição em que o bloco A atinge o chão e a extremidade da mesa.
 - b) represente, graficamente, a velocidade vertical V_v de cada um dos blocos, em função do tempo, após o choque, identificando por A e B cada uma das curvas.
- 33. Fuvest-SP** Em uma canaleta circular, plana e horizontal, podem deslizar duas pequenas bolas, A e B, com massas $M_A = 3M_B$, que são lançadas uma contra a outra, com igual velocidade V_0 , a partir das posições indicadas. Após o primeiro choque entre elas (em 1), que não é elástico, as duas passam a movimentar-se no sentido horário, sendo que a bola B mantém o módulo de sua velocidade V_0 .



Pode-se concluir que o próximo choque entre elas ocorrerá nas vizinhanças da posição:

- a) 3
 - b) 5
 - c) 6
 - d) 7
 - e) 8
- 34. IME-RJ** Duas partículas, A e B, de massas $m_A = 0,1$ kg e $m_B = 0,2$ kg sofrem colisão não frontal. As componentes x e y do vetor quantidade de movimento em função do tempo são apresentadas nos gráficos a seguir.



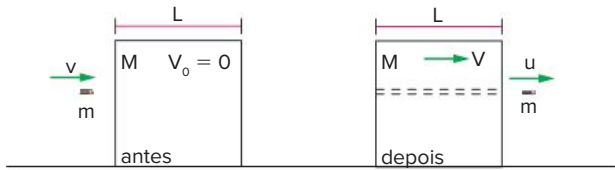
Considere as seguintes afirmativas.

- I. A energia cinética total é conservada.
- II. A quantidade de movimento total é conservada.
- III. O impulso correspondente à partícula B é $2\hat{i} + 4\hat{j}$.
- IV. O impulso correspondente à partícula A é $-3\hat{i} + 2\hat{j}$.

As afirmativas corretas são apenas:

- a) I e II.
- b) I e III.
- c) II e III.
- d) II e IV.
- e) III e IV.

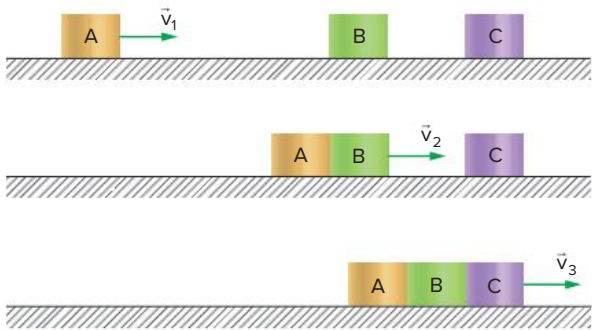
- 35. UFC-CE** Um grande cubo de isopor de massa M e aresta $L = 30,0$ metros repousa sobre uma superfície horizontal perfeitamente lisa. Um projétil de massa $m = \frac{1}{5}M$ é disparado horizontalmente contra o cubo, atingindo-o com velocidade $v = 300$ m/s, perpendicularmente a uma de suas faces. O projétil atravessa o cubo e sai perpendicular à face oposta, com velocidade $u = 200$ m/s. Suponha que a força de resistência (atrito) que atua sobre o projétil, enquanto ele atravessa o cubo, é constante.



- Qual a velocidade V do cubo após ser atravessado pelo projétil?
- Quanto tempo durou a travessia?
- Calcule a distância D que o cubo percorre enquanto dura a travessia.

Colisão inelástica

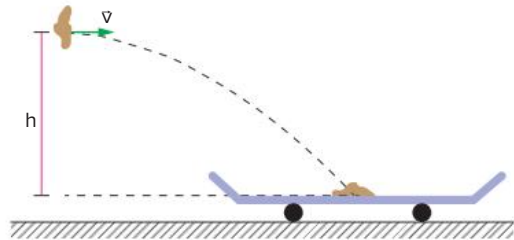
- 36. UFPB** Em um laboratório de Física, um estudante resolve analisar processos envolvendo colisões frontais entre corpos. Para isso, prepara a experiência descrita e representada a seguir.
- Sobre uma mesa lisa e sem atrito, o estudante imprime a um corpo A de massa M uma velocidade v_1 .
 - Esse corpo choca-se, de forma perfeitamente inelástica, com o corpo B, em repouso, e também de massa M .
 - Em seguida, o conjunto (corpos A e B) colide com um terceiro corpo C, também em repouso e com massa $2M$.



Nesse contexto, com relação às velocidades v_1 , v_2 e v_3 , representadas na figura, identifique as afirmativas corretas.

- v_3 corresponde a 25% de v_1 .
- v_2 corresponde a 30% de v_1 .
- v_3 corresponde a 50% de v_2 .
- v_2 corresponde a 50% de v_1 .
- v_3 é igual a v_2 .

- 37. Fuvest-SP** Uma quantidade de barro de massa $2,0$ kg é atirada de uma altura $h = 0,45$ m, com velocidade horizontal $v = 4$ m/s, em direção a um carrinho parado de massa igual a $6,0$ kg, como mostra a figura adiante.

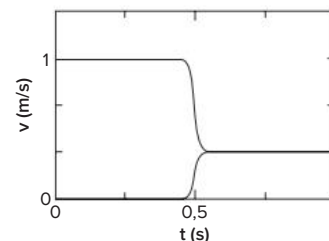
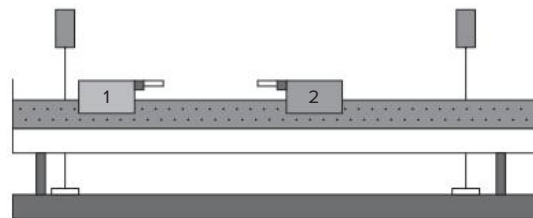


Se todo o barro ficar grudado no carrinho no instante em que o atingir, o carrinho iniciará um movimento com velocidade, em m/s, igual a:

- $\frac{3}{4}$
- 1
- $\frac{5}{4}$
- 2
- 3

- 38. Unicamp-SP** O chamado “para-choque alicate” foi projetado e desenvolvido na Unicamp com o objetivo de minimizar alguns problemas com acidentes. No caso de uma colisão de um carro contra a traseira de um caminhão, a malha de aço de um para-choque alicate instalado no caminhão prende o carro e o ergue do chão pela plataforma, evitando assim o chamado “efeito guilhotina”. Imagine a seguinte situação: um caminhão de $6\,000$ kg está a 54 km/h e o automóvel que o segue, de massa igual a $2\,000$ kg, está a 72 km/h. O automóvel colide contra a malha, subindo na rampa. Após o impacto, os veículos permanecem engatados um ao outro.
- Qual a velocidade dos veículos imediatamente após o impacto?
 - Qual a fração da energia cinética inicial do automóvel que foi transformada em energia potencial gravitacional, sabendo-se que o seu centro de massa subiu 50 cm?

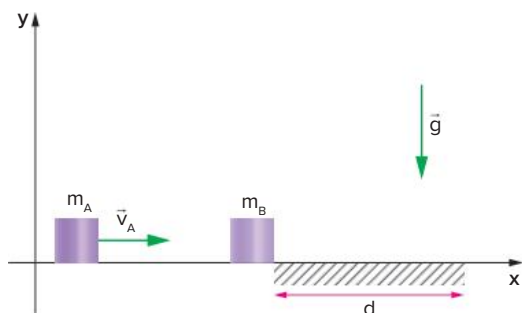
- 39. UFF-RJ** Dois carrinhos podem deslizar sem atrito sobre um trilho de ar horizontal. A colisão entre eles foi registrada utilizando sensores de movimento, e as respectivas velocidades, durante o processo, estão ilustradas no gráfico. O carrinho de massa m_2 estava inicialmente em repouso.



Assinale a opção que identifica corretamente as relações entre as massas m_1 e m_2 dos dois carrinhos e entre as energias cinéticas totais do sistema antes (E_c^a) e depois (E_c^d) da colisão.

- a) $m_2 = \frac{2m_1}{3}; E_c^d = \frac{E_c^a}{2}$
 b) $m_2 = \frac{m_1}{2}; E_c^d = \frac{2E_c^a}{3}$
 c) $m_2 = m_1; E_c^d = E_c^a$
 d) $m_2 = \frac{m_1}{3}; E_c^d = \frac{E_c^a}{3}$
 e) $m_2 = 2m_1; E_c^d = \frac{E_c^a}{3}$

- 40. UPE 2019** Um bloco A de massa $m_A = 1,0$ kg viaja com velocidade constante e horizontal de módulo v_A igual a $4,0$ m/s. Após a colisão com um bloco B, de massa $m_B = 3,0$ kg que está inicialmente em repouso, verifica-se que os blocos seguem unidos no sentido positivo do eixo x . Há atrito apenas na área hachurada de comprimento $d = 1,0$ m cujo coeficiente de atrito cinético vale $\mu = 0,5$. Determine, em joules, o valor absoluto da energia dissipada no experimento.

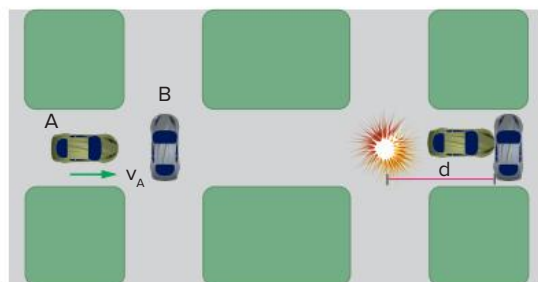


- a) 1,0
 b) 2,0
 c) 6,0
 d) 8,0
 e) 10,0

- 41. UFRGS (Adapt.)** Dois corpos com massas de 2 kg e 4 kg que se movimentam livres de forças externas na mesma direção e em sentidos contrários, com velocidades de 10 m/s e 8 m/s, respectivamente, colidem frontalmente. Qual pode ser a máxima perda de energia cinética do sistema constituído pelos dois corpos durante a colisão?
- a) 228 J
 b) 216 J
 c) 114 J
 d) 54 J
 e) 12 J

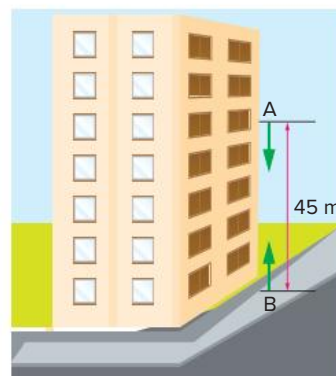
- 42. UFRJ** Um carro A, de massa m , colide com um carro B, de mesma massa m que estava parado em um cruzamento. Na colisão os carros se engatam, saem

juntos, arrastando os pneus no solo, e percorrem uma distância d até atingirem o repouso, como ilustram as figuras a seguir.



- a) Calcule a razão $\frac{E'_c}{E_c}$ entre a energia cinética do sistema constituído pelos dois carros após o choque (E'_c) e a energia cinética do carro A antes do choque (E_c).
- b) Medindo a distância d e o coeficiente de atrito de deslizamento μ entre os pneus e o solo, conhecendo o valor da aceleração da gravidade g e levando em consideração que os carros tinham a mesma massa m , a perícia técnica calculou o módulo v_A da velocidade do carro A antes da colisão. Calcule v_A em função de μ , d e g .

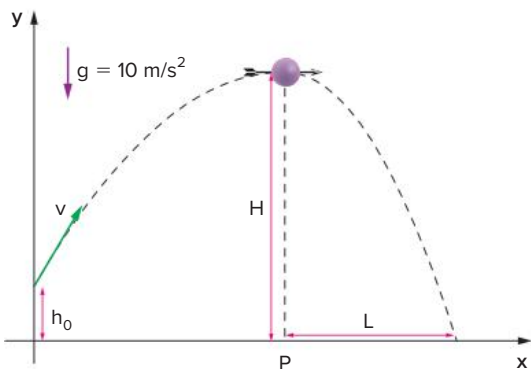
- 43. Fuvest-SP** Um objeto A, de massa $M = 4,0$ kg, é largado da janela de um edifício, de uma altura $H_0 = 45$ m. Procurando diminuir o impacto de A com o chão, um objeto B, de mesma massa, é lançado um pouco depois, a partir do chão, verticalmente, com velocidade inicial v_{0B} . Os dois objetos colidem a uma altura de 25 m com velocidades tais que $|v_A| = |v_B|$. Com o impacto, grudam-se, formando um só corpo AB, de massa $2M$, que cai atingindo o chão.



- a) Determine a energia mecânica Q , em J, dissipada na colisão.
- b) Determine a energia cinética E_c , em J, imediatamente antes de AB atingir o chão.
- c) Construa o gráfico dos módulos das velocidades em função do tempo para A, B e AB, considerando que $v_{0B} = 30$ m/s. Identifique, respectivamente, com as letras A, B e AB, os gráficos correspondentes.

▶ **Dado:** Se necessário, considere $\sqrt{5} \approx 2,2$.

- 44. UFG-GO** Um arqueiro está posicionado a determinada distância do ponto P, de onde um alvo é lançado do solo verticalmente e alcança a altura máxima $H = 20$ m. Flechas são lançadas de uma altura igual a $h_0 = 2,0$ m com velocidade de módulo 21 m/s. Em uma de suas tentativas, o arqueiro acerta o alvo no instante em que tanto a flecha quanto o alvo encontram-se na posição mais alta de suas trajetórias, conforme ilustra a figura.

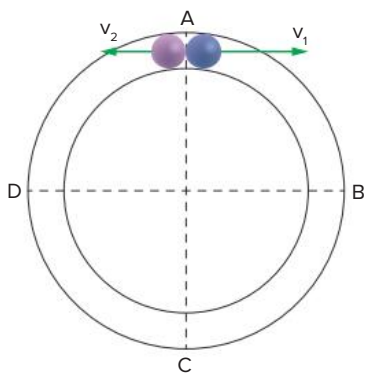


Sabendo que a massa do alvo é cinco vezes a da flecha e desprezando as perdas de energia por atrito, calcule:

- a velocidade do conjunto flecha-alvo imediatamente após a colisão.
- a distância L , considerando o fato de que a flecha e o alvo chegam solidários ao solo.

Colisão elástica

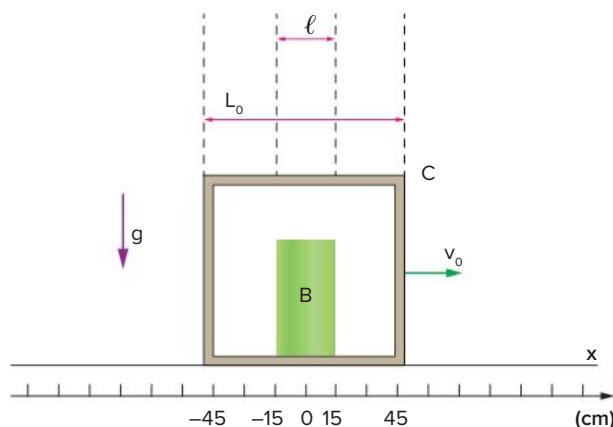
- 45. UFC-CE** A figura a seguir mostra uma calha circular, de raio R , completamente lisa, em posição horizontal. Dentro dela, há duas bolas, 1 e 2, idênticas e em repouso no ponto A. Ambas as bolas são disparadas, simultaneamente, desse ponto: a bola 1, para a direita, com velocidade $v_1 = 6\pi$ m/s; e a bola 2, para a esquerda, com velocidade $v_2 = 2\pi$ m/s. As colisões entre as bolas são perfeitamente elásticas.



Indique onde ocorrerá a quarta colisão entre as bolas, após o disparo delas.

- Entre os pontos A e B.
- Exatamente no ponto A.
- Entre os pontos C e D.
- Exatamente no ponto C.
- Exatamente no ponto D.

- 46. Fuvest-SP** Uma caixa C, parada sobre uma superfície horizontal, tem em seu interior um bloco B, que pode deslizar sem atrito e colidir elasticamente com ela. O bloco e a caixa têm massas iguais, sendo $m_C = m_B = 20$ kg. Na situação representada na figura, no instante $t = 0$, é dado um empurrão na caixa, que passa a se mover, sem atrito, com velocidade inicial $v_0 = 15$ cm/s. O bloco e a parede esquerda da caixa colidem no instante $t_1 = 2$ s, passando o bloco, depois, a colidir sucessivamente com as paredes direita e esquerda da caixa em intervalos de tempo Δt iguais.



- Determine os intervalos de tempo Δt .
- Construa os gráficos a seguir:
 - Quantidade de movimento Q_C da caixa em função do tempo t .
 - Quantidade de movimento Q_B do bloco em função do tempo t .
 - Energia total E do sistema em função do tempo t .

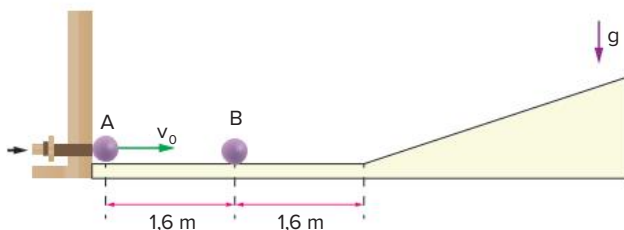
Em todos os gráficos, considere pelo menos quatro colisões e indique valores e unidades nos eixos verticais.

- 47. ITA-SP** Considere uma bola de basquete de 600 g a 5 m de altura e, logo acima dela, uma de tênis de 60 g. Em seguida, num dado instante, ambas as bolas são deixadas cair. Supondo choques perfeitamente elásticos e ausência de eventuais resistências, e considerando $g = 10$ m/s², assinale o valor que mais se aproxima da altura máxima alcançada pela bola de tênis em sua ascensão após o choque.

- 5 m
- 10 m
- 15 m
- 25 m
- 35 m

- 48. Fuvest-SP** Duas pequenas esferas iguais, A e B, de mesma massa, estão em repouso em uma superfície horizontal, como representado no esquema a seguir.

No instante $t = 0$, a esfera A é lançada, com velocidade $v_0 = 2,0 \text{ m/s}$, contra a esfera B, fazendo com que B suba a rampa à frente, atingindo sua altura máxima, H , em $t = 2,0 \text{ s}$. Ao descer, a esfera B volta a colidir com A, que bate na parede e, em seguida, colide novamente com B. Assim, as duas esferas passam a fazer um movimento de vaivém, que se repete.



- Determine o instante t_A , em s, no qual ocorre a primeira colisão entre A e B.
- Represente graficamente a velocidade da esfera B em função do tempo, de forma que inclua na representação um período completo de seu movimento.
- Determine o período T , em s, de um ciclo do movimento das esferas.

► **Dados:** Os choques são elásticos. Tanto o atrito entre as esferas e o chão quanto os efeitos de rotação devem ser desconsiderados. Considere positivas as velocidades para a direita e negativas as velocidades para a esquerda.

49. IME-RJ Dois corpos, A e B, encontram-se sobre um plano horizontal sem atrito. Um observador inercial O está na origem do eixo x . Os corpos A e B sofrem colisão frontal perfeitamente elástica, sendo que, inicialmente, o corpo A tem velocidade $v_A = 2 \text{ m/s}$ (na direção x com sentido positivo) e o corpo B está parado na posição $x = 2 \text{ m}$. Considere um outro observador inercial O', que no instante da colisão tem a sua posição coincidente com a do observador O. Se a velocidade relativa de O' em relação a O é $v'_0 = 2 \text{ m/s}$ (na direção x com sentido positivo), determine em relação a O':

- as velocidades dos corpos A e B após a colisão.
- a posição do corpo A dois segundos após a colisão.

► **Dados:** Massa de A = 100 g; massa de B = 200 g.

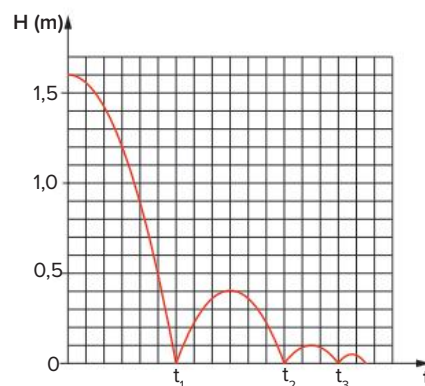
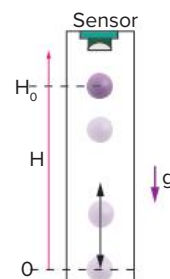
Colisão parcialmente elástica

50. ITA-SP 2022 A bola A, de massa m , é liberada a partir do repouso de um edifício exatamente quando a bola B, de massa $3m$, é lançada verticalmente para cima a partir do solo. As duas bolas colidem quando a bola A tem o dobro da velocidade de B e sentido oposto. O coeficiente de restituição da colisão é dado por $e = 0,5$.

Determine a razão das velocidades, $\left| \frac{v_A}{v_B} \right|$, logo após o choque.

- a) 0 b) 1 c) 5 d) 11 e) 13

51. Fuvest-SP Para testar a elasticidade de uma bola de basquete, ela é solta, a partir de uma altura H_0 , em um equipamento no qual seu movimento é monitorado por um sensor. Esse equipamento registra a altura do centro de massa da bola a cada instante, acompanhando seus sucessivos choques com o chão. A partir da análise dos registros, é possível, então, estimar a elasticidade da bola, caracterizada pelo coeficiente de restituição C_R . O gráfico apresenta os registros de alturas, em função do tempo, para uma bola de massa $M = 0,60 \text{ kg}$, quando ela é solta e inicia o movimento com seu centro de massa a uma altura $H_0 = 1,6 \text{ m}$, chocando-se sucessivas vezes com o chão.



A partir dessas informações:

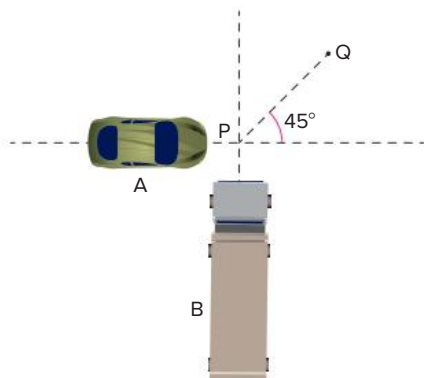
- represente, graficamente, a energia potencial da bola, E_p , em joules, em função do tempo, indicando os valores na escala.
- represente, graficamente, a energia mecânica total da bola, E_T , em joules, em função do tempo, indicando os valores na escala.
- estime o coeficiente de restituição C_R dessa bola, utilizando a definição apresentada a seguir.

O coeficiente de restituição, $C_R = \frac{v_R}{v_I}$, é a razão entre a velocidade com que a bola é rebatida pelo chão (v_R) e a velocidade com que ela atinge o chão (v_I), em cada choque. Esse coeficiente é aproximadamente constante nas várias colisões.

► **Note e adote:** Desconsidere a deformação da bola e a resistência do ar.

Colisão bidimensional

52. IME-RJ O carro A foi abalroado pelo caminhão B de massa igual ao triplo da sua. O caminhão desloca-se com velocidade de 36 km/h. Após o choque, que se deu no ponto P, os dois veículos, unidos, deslocaram-se em linha reta até o ponto Q. O motorista do carro declarou que sua velocidade no instante do choque era inferior à máxima permitida, que é de 80 km/h. Diga, justificando, se esta declaração é falsa ou verdadeira.



53. UFPB Dois corpos, A e B, de massas $m_A = 3 \text{ kg}$ e $m_B = 2 \text{ kg}$, respectivamente, deslocam-se sem atrito sobre um plano horizontal. Inicialmente, seus vetores velocidade são $\vec{v}_A = 3\hat{i} + 2\hat{j}$ e $\vec{v}_B = -2\hat{i} + 3\hat{j}$, onde \hat{i} e \hat{j} são, respectivamente, os vetores unitários, nas direções x e y, de um sistema cartesiano sobre o plano. Os valores das componentes são dados em m/s. Em um dado instante, os corpos colidem e o corpo A tem sua velocidade alterada para $\vec{v}'_A = \hat{i} + 3\hat{j}$. Nessas circunstâncias, o novo vetor velocidade do corpo B é:

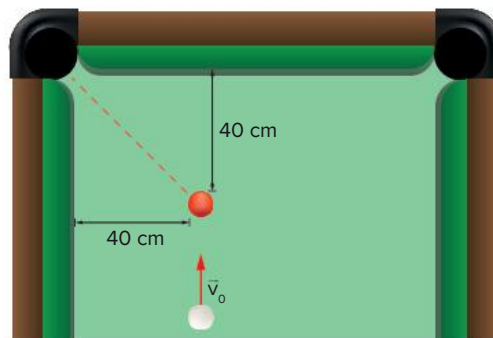
- $\vec{v}'_B = 1,5\hat{i} + 2\hat{j}$
- $\vec{v}'_B = \hat{i} + 2\hat{j}$
- $\vec{v}'_B = 2\hat{i} + 1,5\hat{j}$
- $\vec{v}'_B = \hat{i} + 1,5\hat{j}$
- $\vec{v}'_B = 1,5\hat{i} - 2\hat{j}$

54. UFG-GO Um corpo é lançado do chão com velocidade v e ângulo de inclinação de 60° com a horizontal. Quando atinge a altura máxima, colide inelasticamente com outro corpo de mesma massa e velocidade v , que estava em queda livre. Considerando desprezíveis as forças externas durante a colisão, o módulo da velocidade imediatamente após o choque é:

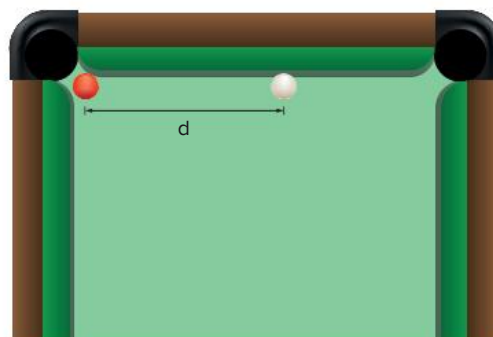
- $\frac{\sqrt{5}}{4}v$
- $\frac{\sqrt{3}}{4}v$
- $\frac{\sqrt{3}}{8}v$
- $\frac{3}{8}v$
- $\frac{3}{4}v$

55. Fuvest-SP 2022 Uma bola de bilhar vermelha está inicialmente em repouso a 40 cm de duas das bordas (lateral e superior da figura) de uma mesa de bilhar, como mostra a figura. Uma bola branca de mesma massa e tamanho é lançada em direção à vermelha com velocidade \vec{v}_0 paralela à borda lateral.

As duas bolas colidem e, algum tempo depois, a bola vermelha está prestes a cair na caçapa posicionada na junção das duas bordas. No mesmo instante, a bola branca toca a borda superior da mesa a uma distância d da bola vermelha, conforme figura.



Antes



Depois

O valor de d é aproximadamente:

- 20 cm
- 40 cm
- 60 cm
- 80 cm
- 100 cm

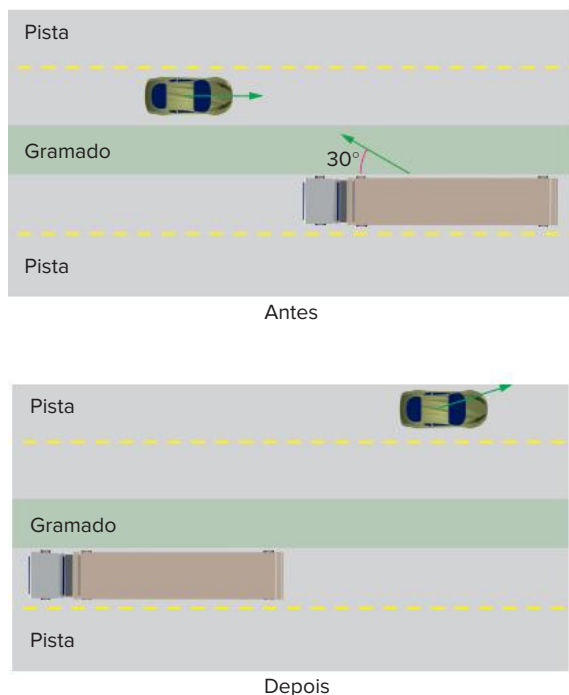
Note e adote:

Despreze efeitos dissipativos (como deslizamentos com atrito) e considere a colisão entre as bolas como sendo perfeitamente elástica.

Considere que o diâmetro das bolas seja muito menor que as distâncias mencionadas e que não ocorram outras colisões intermediárias.

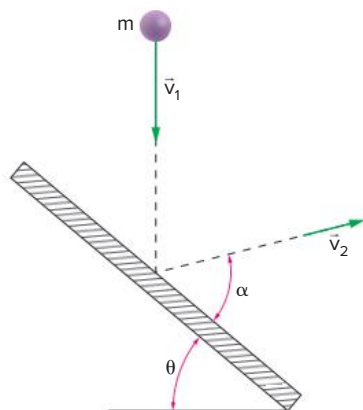
56. Unicamp-SP Em uma autoestrada, por causa da quebra de uma ponta de eixo, a roda de um caminhão desprende-se e vai em direção à outra pista, atingindo um carro que vem em sentido oposto. A roda é lançada com uma velocidade de 72 km/h, formando um

ângulo de 30° com a pista, como indicado na figura a seguir. A velocidade do carro antes da colisão é de 90 km/h , a massa do carro é igual a 900 kg e a massa da roda do caminhão é igual a 100 kg . A roda fica presa ao carro após a colisão.



Se for necessário, use: $\sin 30^\circ = 0,5$, $\cos 30^\circ = 0,87$.

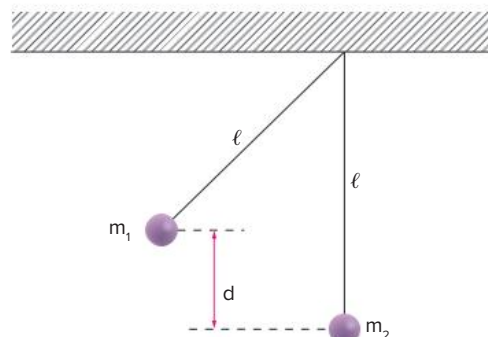
- Imediatamente após a colisão, qual é a componente da velocidade do carro na direção transversal à pista?
 - Qual é a energia cinética do conjunto carro-roda imediatamente após a colisão?
- 57. ITA-SP** A figura mostra uma bola de massa m que cai com velocidade \vec{v}_1 sobre a superfície de um suporte rígido, inclinada de um ângulo θ em relação ao plano horizontal.



Sendo e o coeficiente de restituição para esse impacto, calcule o módulo da velocidade \vec{v}_2 com que a bola é ricocheteada, em função de v_1 , θ e e . Calcule também o ângulo α .

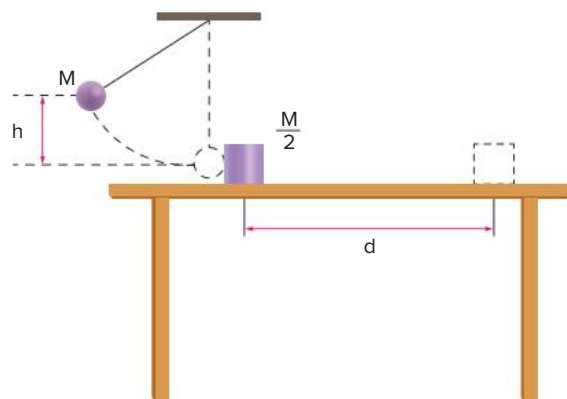
Energia e colisões

- 58. Mackenzie-SP** Dois pêndulos, cada um de comprimento $\ell = 1,00 \text{ m}$, estão inicialmente em repouso na posição mostrada na figura a seguir. A esfera de massa $m_1 = 2 \text{ g}$ é solta e atinge a esfera de massa $m_2 = 8 \text{ g}$, numa colisão inelástica.



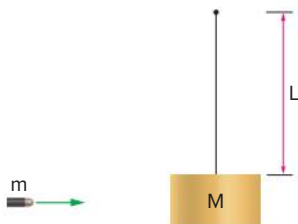
Desprezando as massas dos fios e quaisquer efeitos resultantes de forças dissipativas, a altura que o centro de massa do sistema atinge, após a colisão, é:

- d
 - $\frac{2d}{25}$
 - $\frac{d}{20}$
 - $\frac{d}{25}$
 - zero
- 59. UFPR** A figura a seguir representa uma possível montagem utilizada para determinar experimentalmente o coeficiente de atrito cinético entre uma mesa horizontal e um bloco de massa $\frac{M}{2}$. Uma esfera de massa M desce uma distância vertical $h = 0,9 \text{ m}$, partindo do repouso, e colide elasticamente, no ponto mais baixo da trajetória, com o bloco que está inicialmente em repouso. O bloco, então, se desloca horizontalmente por uma distância $d = 2,0 \text{ m}$ sobre a mesa até parar.



Determine o coeficiente de atrito cinético μ entre a mesa e o bloco.

60. **Unifei-MG** Um projétil de massa m e velocidade v_0 atravessa o pêndulo de massa M da figura.



Sabendo que a velocidade do projétil após atravessar o pêndulo é $\frac{v_0}{2}$, qual é o menor valor de v_0 para que a massa M dê uma volta completa?

61. **Fuvest-SP 2019** Um rapaz de massa m_1 corre numa pista horizontal e pula sobre um skate de massa m_2 , que se encontra inicialmente em repouso. Com o impacto, o skate adquire velocidade e o conjunto rapaz + skate segue em direção a uma rampa e atinge uma altura máxima h . A velocidade do rapaz, imediatamente antes de tocar no skate, é dada por

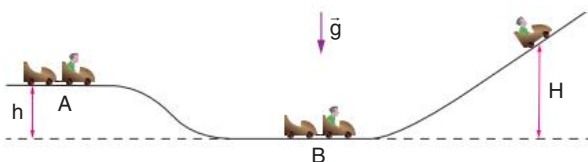
► **Note e adote:** Considere que o sistema rapaz + skate não perde energia devido a forças dissipativas, após a colisão.

- a) $\frac{(m_1 + m_2)}{m_2} \sqrt{gh}$
 b) $\frac{(m_1 + m_2)}{2m_1} \sqrt{gh}$
 c) $\frac{m_1}{m_2} \sqrt{2gh}$
 d) $\frac{(m_1 + m_2)}{m_1} \sqrt{2gh}$
 e) $\frac{(2m_1 + m_2)}{m_1} \sqrt{gh}$

62. **Fuvest-SP** Um conjunto de dois carrinhos com um rapaz sentado no carrinho dianteiro, e nele preso pelo cinto de segurança, encontra-se inicialmente na altura h (posição A da figura) de uma montanha-russa. A massa m do rapaz é igual à massa de cada um dos carrinhos.

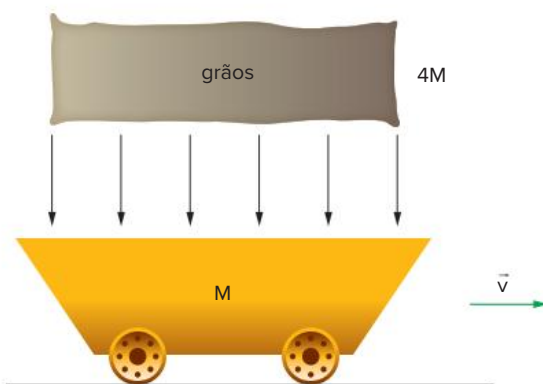
O conjunto começa a descida com velocidade inicial nula. Ao chegar ao ponto B da parte plana da trajetória, o rapaz solta o carrinho traseiro e o empurra para trás com impulso suficiente para fazê-lo retornar ao ponto A de partida, onde o carrinho chega com velocidade nula.

Despreze os atritos.



- a) Determine a altura máxima H a que chega o carrinho dianteiro.
 b) Calcule a variação de energia mecânica do conjunto quando o rapaz empurrou o carrinho traseiro.

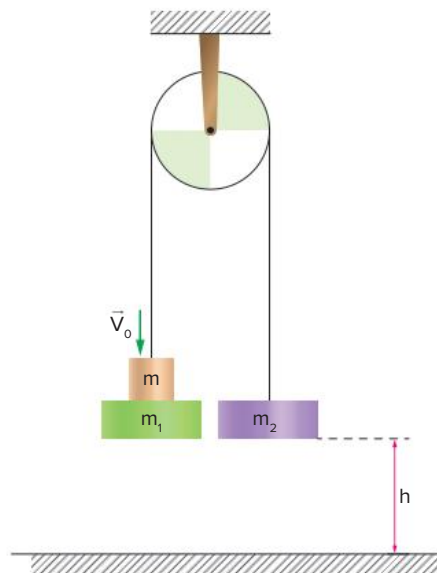
63. **ITA-SP** Um vagão-caçamba de massa M desprende-se da locomotiva e corre sobre trilhos horizontais com velocidade constante $v = 72,0$ km/h (portanto, sem resistência de qualquer espécie ao movimento). Em dado instante, a caçamba é preenchida com uma carga de grãos de massa igual a $4M$, despejada verticalmente a partir do repouso de uma altura de $6,00$ m (veja figura).



Supondo que toda a energia liberada no processo seja integralmente convertida em calor para o aquecimento exclusivo dos grãos, então, a quantidade de calor por unidade de massa recebido pelos grãos é:

- a) 15 J/kg
 b) 80 J/kg
 c) 100 J/kg
 d) 463 J/kg
 e) 578 J/kg

64. **IME-RJ**



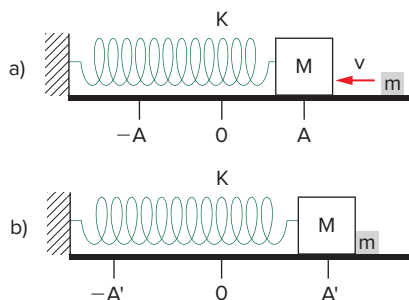
A figura anterior apresenta duas massas, $m_1 = 5 \text{ kg}$ e $m_2 = 20 \text{ kg}$, presas por um fio que passa por uma roldana. As massas são abandonadas a partir do repouso, ambas a uma altura h do solo, no exato instante em que um cilindro oco de massa $m = 5 \text{ kg}$ atinge m_1 com velocidade $v = 36 \text{ m/s}$, ficando ambas coladas. Determine a altura h , em metros, para que m_1 chegue ao solo com velocidade nula.

▶ **Dado:** Aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

▶ **Observação:** A roldana e o fio são ideais.

- a) 5,4
- b) 2,7
- c) 3,6
- d) 10,8
- e) 1,8

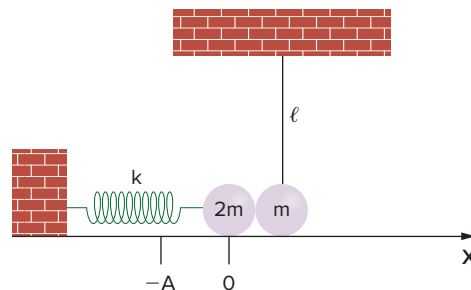
65. Efofm-RJ 2019 Na figura (a) é apresentada uma mola de constante K , que tem presa em sua extremidade um bloco de massa M . Esse sistema oscila em uma superfície lisa sem atrito com amplitude A , e a mola se encontra relaxada no ponto O . Em um certo instante, quando a massa M se encontra na posição A , um bloco de massa m e velocidade v se choca com ela, permanecendo grudadas (figura (b)). Determine a nova amplitude de oscilação A' do sistema massa-mola.



- a) $A' = \sqrt{\frac{m^2 \cdot v^2}{(m + M) \cdot K} + A^2}$
- b) $A' = \sqrt{\frac{m \cdot v^2}{K} + A^2}$
- c) $A' = \sqrt{\frac{(M + m) \cdot v^2}{K} + A^2}$
- d) $A' = \sqrt{\frac{M + m}{K}} \cdot v$
- e) $A' = A$

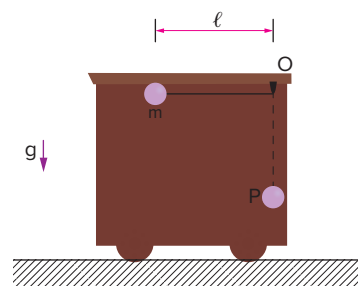
66. UFG-GO No experimento representado na figura a seguir, as duas esferas são rígidas e têm o mesmo raio, porém a da esquerda tem o dobro da massa daquela do pêndulo. A esfera ligada à mola de constante elástica k pode deslizar sem atrito sobre a superfície horizontal e o fio do pêndulo é inextensível e tem massa desprezível. A esfera ligada à mola, quando

abandonada do repouso a partir da posição $x = -A$, sofre uma colisão perfeitamente elástica com a esfera do pêndulo.



- a) Qual deve ser o comprimento ℓ do fio para que a frequência do pêndulo seja igual à frequência do sistema massa-mola?
- b) Calcule as velocidades de ambas as esferas imediatamente antes e imediatamente após o primeiro choque.
- c) Devido ao sincronismo, as duas esferas voltam a colidir na mesma posição. Quais as suas velocidades imediatamente após esse segundo choque?

67. UFC-CE O carrinho da figura a seguir repousa sobre uma superfície horizontal lisa e no seu interior há um pêndulo simples, situado inicialmente em posição horizontal.



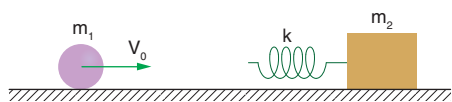
O pêndulo é liberado e sua massa m se move até colidir com a parede do carrinho no ponto P , onde fica colada. A respeito desse fato, considere as seguintes afirmações.

- I. A lei de conservação da quantidade de movimento assegura que, cessada a colisão, o carrinho estará se movendo para a direita com velocidade constante.
- II. A ausência de forças externas horizontais atuando sobre o sistema (carrinho + pêndulo) assegura que, cessada a colisão, o carrinho estará em repouso à esquerda de sua posição inicial.
- III. A energia mecânica ($mg\ell$) é quase totalmente transformada em energia térmica.

Assinale a alternativa correta.

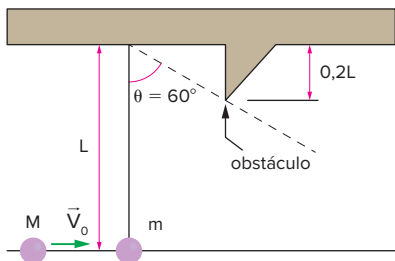
- a) Apenas I é verdadeira.
- b) Apenas II é verdadeira.
- c) Apenas III é verdadeira.
- d) Apenas I e III são verdadeiras.
- e) Apenas II e III são verdadeiras.

- 68. ITA-SP** Uma massa m_1 com velocidade inicial V_0 colide com um sistema massa-mola m_2 e constante elástica k , inicialmente em repouso sobre uma superfície sem atrito, conforme ilustra a figura.



Determine o máximo comprimento de compressão da mola, considerando desprezível a sua massa.

- 69. IME-RJ** Um pêndulo com comprimento $L = 1$ m, inicialmente em repouso, sustenta uma partícula com massa $m = 1$ kg. Uma segunda partícula com massa $M = 1$ kg movimenta-se na direção horizontal com velocidade constante v_0 até realizar um choque perfeitamente inelástico com a primeira. Em função do choque, o pêndulo entra em movimento e atinge um obstáculo, conforme ilustrado na figura. Observa-se que a maior altura alcançada pela partícula sustentada pelo pêndulo é a mesma do ponto inferior do obstáculo. O fio pendular possui massa desprezível e permanece sempre esticado.

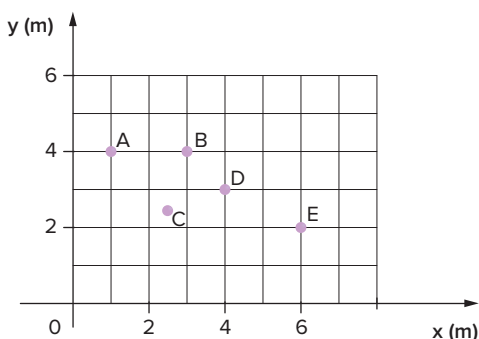


Considerando a aceleração da gravidade $g = 10$ m/s² e a resistência do ar desprezível, determine:

- velocidade V_0 da partícula com massa M antes do choque.
- a força que o fio exerce sobre a partícula de massa m imediatamente após o fio bater no obstáculo.

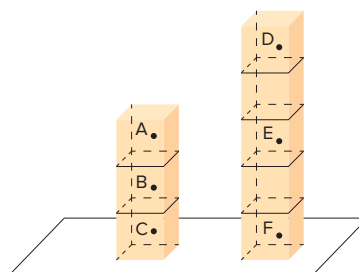
Posição do centro de massa

- 70. ITA-SP** Dadas 3 partículas e suas respectivas posições, $m(x, y)$, em que m é massa em quilogramas, x e y as posições em metros, tais que 2 (3; 6), 4 (4; 4), 2 (1; 2), indique qual dos pontos do gráfico representa o centro de massa do sistema.



- A
- B
- C
- D
- E

- 71. UFPE** A figura mostra uma estrutura vertical, que consiste de oito blocos cúbicos idênticos, com densidade de massa uniforme. Os pontos A, B, C, D, E e F são localizados nos centros de seis cubos.



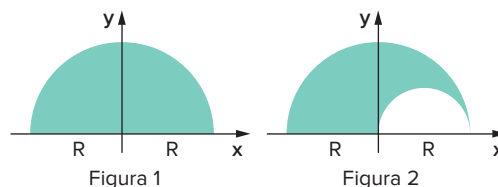
Podemos afirmar que o centro de massa da estrutura está localizado ao longo do segmento de reta:

- \overline{BD}
- \overline{BE}
- \overline{BF}
- \overline{AE}
- \overline{CE}

- 72. UFC-CE** Duas partículas, A e B, de massa m , executam movimentos circulares uniformes sobre o plano xy (x e y representam eixos perpendiculares) com equações horárias dadas por $x_A(t) = 2a + a \cdot \cos(\omega t)$, $y_A(t) = a \cdot \sin(\omega t)$ e $x_B(t) = -2a + a \cdot \cos(\omega t)$, $y_B(t) = a \cdot \sin(\omega t)$, sendo ω e a constantes positivas.

- Determine as coordenadas das posições iniciais, em $t = 0$, das partículas A e B.
- Determine as coordenadas do centro de massa do sistema formado pelas partículas A e B no instante $t = 0$.
- Determine as coordenadas do centro de massa do sistema formado pelas partículas A e B em um instante qualquer t .
- Mostre que a trajetória do centro de massa é uma circunferência de raio a , com centro no ponto $(x = 0, y = 0)$.

- 73. UFMS** Na figura 1, tem-se uma chapa homogênea semicircular de raio R e massa M , onde o seu centro de massa apresenta as coordenadas $(0, \frac{4R}{3\pi})$. Retira-se da chapa anterior um semicírculo de diâmetro R (figura 2).



Considerando a aceleração da gravidade igual a g , é correto afirmar que:

- as duas chapas (figuras 1 e 2) apresentam a mesma densidade superficial de massa.
- o centro de massa da chapa da figura 2 está localizado sobre o eixo y .

04 a massa da chapa da figura 2 é $\frac{3}{4}M$.

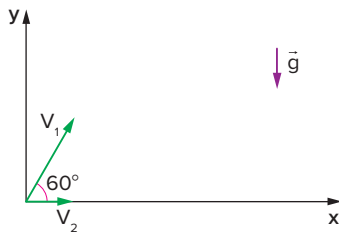
08 o centro de massa da chapa da figura 2 tem coordenadas $\left(\frac{-R}{6}, \frac{14R}{9\pi}\right)$.

16 o momento da força peso, em relação à origem do sistema de eixos xy , na chapa da figura 2, é $\pm \frac{MgR}{8}$.

Soma:

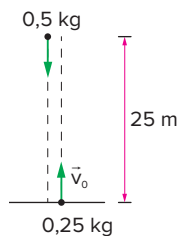
Velocidade e aceleração do centro de massa

74. **UFPE** Em um dado instante, duas partículas de massas iguais são lançadas a partir da origem do sistema de coordenadas. A partícula 1 é lançada obliquamente, com velocidade de módulo $V_1 = 20$ m/s, segundo um ângulo de 60° com a horizontal (eixo x). A partícula 2 é lançada horizontalmente, sobre uma superfície sem atrito, com velocidade de módulo $V_2 = 10$ m/s.



Determine o módulo da velocidade do centro de massa do sistema das duas partículas no instante em que a partícula 1 atinge o ponto mais alto de sua trajetória, em m/s.

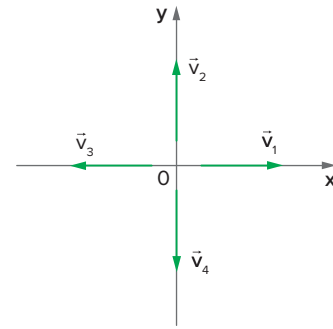
75. **ITA-SP** Uma bola de 0,50 kg é abandonada a partir do repouso a uma altura de 25 m acima do chão. No mesmo instante, uma segunda bola, com massa de 0,25 kg, é lançada verticalmente para cima, a partir do chão, com uma velocidade inicial de 15 m/s. As duas bolas movem-se ao longo de linhas muito próximas, mas que não se tocam.



Após 2,0 segundos, a velocidade do centro de massa do sistema constituído pelas duas bolas é de:

- a) 11 m/s, para baixo.
- b) 11 m/s, para cima.
- c) 15 m/s, para baixo.
- d) 15 m/s, para cima.
- e) 20 m/s, para baixo.

76. **PUC-SP** Quatro partículas de mesma massa têm velocidades $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ e \vec{v}_4 , segundo as orientações indicadas na figura, e módulos dados por $v_1 = 6,0$ m/s; $v_2 = 3,0 \cdot t$ (SI); $v_3 = 3,0$ m/s; $v_4 = 2,0$ m/s.

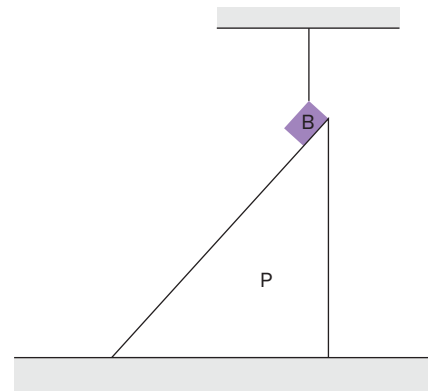


No instante $t = 0$, as quatro partículas distam $d = 1,0$ m da origem de coordenadas. Para o instante $t = 2,0$ s, determine, para o centro de massa do sistema:

- a) suas coordenadas.
- b) o módulo de sua velocidade.
- c) o módulo de sua aceleração.

Quantidade de movimento, força resultante e o centro de massa de um sistema

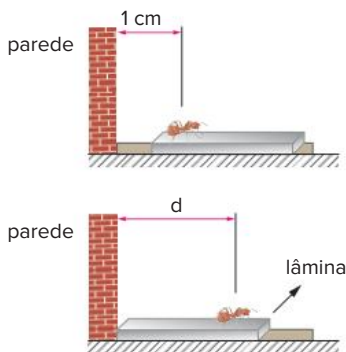
77. **UFRGS 2019** Um bloco B está suspenso por um fio de massa desprezível e apoiado sobre um plano inclinado P, conforme representa a figura abaixo. Não há atrito entre o bloco e o plano nem entre o plano e a superfície horizontal. O sistema está inicialmente em repouso.



Assinale a alternativa que indica, respectivamente, através das setas, a trajetória seguida pelos centros de massa do bloco e do sistema bloco + plano inclinado, quando o fio é cortado.

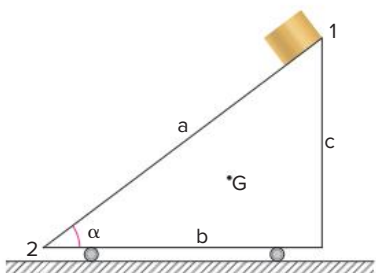
- a) e
- b) e
- c) e
- d) e
- e) e

- 78. ITA-SP** Uma lâmina de material muito leve de massa m está em repouso sobre uma superfície sem atrito. A extremidade esquerda da lâmina está a 1 cm de uma parede. Uma formiga considerada como um ponto, de massa $\frac{m}{5}$, está inicialmente em repouso sobre essa extremidade, como mostra a figura. A seguir, a formiga caminha para frente muito lentamente, sobre a lâmina.



A que distância d da parede estará a formiga no momento em que a lâmina tocar a parede?

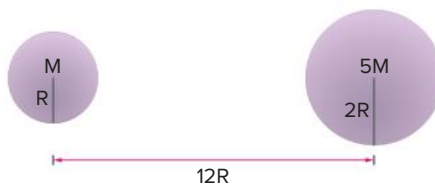
- a) 2 cm
b) 3 cm
c) 4 cm
d) 5 cm
e) 6 cm
- 79. ITA-SP** Uma rampa rolante pesa 120 N e encontra-se inicialmente em repouso, como mostra a figura. Um bloco que pesa 80 N, também em repouso, é abandonado no ponto 1, deslizando a seguir sobre a rampa. O centro de massa G da rampa tem coordenadas: $x_G = \frac{2b}{3}$ e $y_G = \frac{c}{3}$. São dados ainda: $a = 15,0$ m e $\sin \alpha = 0,6$.



Desprezando os possíveis atritos e as dimensões do bloco, pode-se afirmar que a distância percorrida pela rampa no solo até o instante em que o bloco atinge o ponto 2 é:

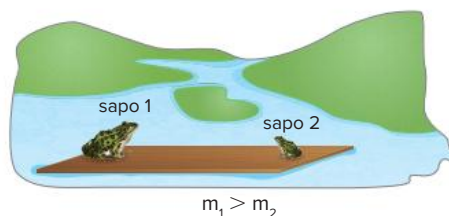
- a) 16,0 m
b) 30,0 m
c) 4,8 m
d) 24,0 m
e) 9,6 m

- 80. ITA-SP** Dois corpos esféricos de massa M e $5M$ e raios R e $2R$, respectivamente, são liberados no espaço livre.



Considerando que a única força interveniente seja a da atração gravitacional mútua e que seja de $12R$ a distância de separação inicial entre os centros dos corpos, então o espaço percorrido pelo corpo menor até a colisão será de:

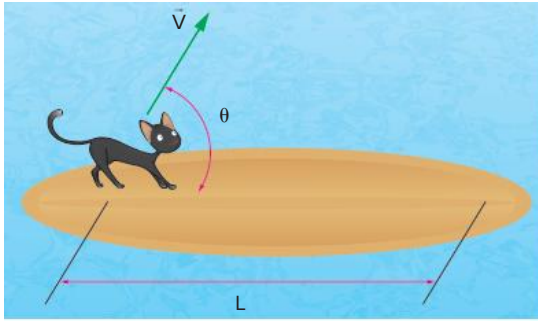
- a) 1,5R
b) 2,5R
c) 4,5R
d) 7,5R
e) 10,0R
- 81. UFSC** Uma tábua homogênea encontra-se em repouso sobre um lago de águas calmas. Dois sapos estão parados nas extremidades dessa tábua, como é mostrado na figura. A massa do sapo da esquerda (sapo 1) é maior do que a do sapo da direita (sapo 2). Em determinado momento, os sapos pulam e trocam de posição. Suponha que o atrito da tábua com a água seja desprezível.



Considerando o sistema formado pelos dois sapos e a tábua, e as margens do lago como referencial, é correto afirmar que:

- 01** a quantidade de movimento do sistema constituído pelos dois sapos e a tábua se conserva.
02 a quantidade de movimento do sapo 1 é igual, em módulo, à quantidade de movimento do sapo 2, durante a troca de suas posições.
04 a tábua fica em repouso enquanto os sapos estão no ar.
08 a distância horizontal percorrida pelo sapo 1 é igual à percorrida pelo sapo 2.
16 após os sapos terem trocado de posição, a tábua ficará em repouso.
- Soma:

- 82. ITA-SP** Na figura, um gato de massa m encontra-se parado próximo a uma das extremidades de uma prancha de massa M , que flutua em repouso na superfície de um lago. A seguir, o gato salta e alcança uma nova posição na prancha, à distância L .



Desprezando o atrito entre a água e a prancha, sendo θ o ângulo entre a velocidade inicial do gato e a horizontal, e g a aceleração da gravidade, indique qual deve ser a velocidade u de deslocamento da prancha logo após o salto.

a) $u = \sqrt{\frac{gLm}{\left(1 + \frac{M}{m}\right)m \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}}$

b) $u = \sqrt{\frac{gLm}{\left(1 + \frac{M}{m}\right)2m \cdot \sin 2\theta}}$

c) $u = \sqrt{\frac{gLm}{\left(1 + \frac{M}{m}\right)2m \cdot \sin \theta}}$

d) $u = \sqrt{\frac{gLm}{\left(1 + \frac{M}{m}\right)2M \cdot \tan \theta}}$

e) $u = \sqrt{\frac{2gLm}{\left(1 + \frac{M}{m}\right)M \cdot \tan \theta}}$

Unidades de medida

83. Uece 2020 Na conversão entre múltiplos de uma unidade de medida, tais como Hz para MHz, kg para g, o fator de conversão

- é adimensional.
- tem a mesma dimensão da unidade em que se apresenta como prefixo.
- tem a dimensão de frequência multiplicada por massa.
- não pode ter sua unidade de medida determinada somente com os dados do enunciado.

84. UFPB Um pesquisador realiza uma experiência envolvendo as grandezas: força, distância e tempo, para obter o valor de uma outra grandeza física. Se a dimensão da grandeza obtida é $\frac{\text{massa} \cdot (\text{comprimento})^2}{(\text{tempo})^3}$,

então a sua unidade no Sistema Internacional (MKS) é:

- watt.
- joule.
- newton.
- kilograma · metro/segundo.
- newton/metro.

85. UFPR No Sistema Internacional (SI), existem sete unidades consideradas como unidades de base ou fundamentais. As unidades para as demais grandezas físicas podem ser obtidas pela combinação adequada dessas unidades de base. Algumas das unidades obtidas dessa maneira recebem nomes geralmente homenageando algum cientista. Na coluna da direita, estão as unidades para algumas grandezas físicas, escritas utilizando-se unidades de base. Na coluna da esquerda, estão alguns nomes adotados no SI. Numere as unidades da coluna da direita com o seu nome correspondente na coluna da esquerda.

1. pascal	<input type="checkbox"/>	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3 \cdot \text{A}^2}$
2. ohm	<input type="checkbox"/>	$\frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \cdot \text{A}}$
3. joule	<input type="checkbox"/>	$\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$
4. coulomb	<input type="checkbox"/>	A · s
5. tesla	<input type="checkbox"/>	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$

Assinale a alternativa que apresenta a numeração correta da coluna da direita, de cima para baixo.

- 2 – 5 – 1 – 4 – 3
- 3 – 4 – 1 – 5 – 2
- 5 – 2 – 4 – 1 – 3
- 2 – 1 – 5 – 3 – 4
- 4 – 3 – 1 – 5 – 2

Unidades de medida e análise dimensional

86. FEI-SP A variação da massa M com o tempo t , de uma esfera de naftalina que sublima, é dada por $M = M_0 \cdot e^{-kt}$, válida no Sistema Internacional de Unidades. Quais as unidades de M_0 e k ? Sabe-se que e é a base dos logaritmos neperianos.

87. FMP-RJ 2020 Duas grandezas físicas ε e μ relacionam-se por meio da seguinte expressão:

$$\varepsilon \cdot \mu = \frac{1}{c^2}$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo.

Se a unidade SI de ε é $\text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{C}^2$ então, a unidade SI de μ é

- $\text{kg} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{C}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$
- $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{C}^{-2} \cdot \text{s}$
- $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{C}^{-2}$
- $\text{N}^{-1} \cdot \text{C}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
- $\text{N} \cdot \text{A}^2$

- 88. Unicamp-SP** Quando um recipiente aberto contendo um líquido é sujeito a vibrações, observa-se um movimento ondulatório na superfície do líquido. Para pequenos comprimentos de onda λ , a velocidade de propagação v de uma onda na superfície livre do líquido está relacionada à tensão superficial σ conforme a equação:

$$v = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}$$

onde ρ é a densidade do líquido. Essa equação pode ser utilizada para determinar a tensão superficial induzindo-se na superfície do líquido um movimento ondulatório com uma frequência f conhecida e medindo-se o comprimento de onda λ .

- a) Quais são as unidades da tensão superficial σ no Sistema Internacional de Unidades?
- b) Determine a tensão superficial da água, sabendo que, para uma frequência de 250 Hz, observou-se a formação de ondas superficiais com comprimento de onda $\lambda = 2,0$ mm. Aproxime $\pi = 3$.

- 89. IME-RJ** Ao analisar um fenômeno térmico em uma chapa de aço, um pesquisador constata que o calor transferido por unidade de tempo é diretamente proporcional à área da chapa e à diferença de temperatura entre as superfícies da chapa. Por outro lado, o pesquisador verifica que o calor transferido por unidade de tempo diminui conforme a espessura da chapa aumenta. Uma possível unidade da constante de proporcionalidade associada a esse fenômeno no sistema SI é:

- a) $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$
 b) $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K}$
 c) $\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}^{-1}$
 d) $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}$
 e) $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Grandezas físicas e análise dimensional

- 90. ITA-SP** Sabe-se que o momento angular de uma massa pontual é dado pelo produto vetorial do vetor posição dessa massa pelo seu momento linear. Então, em termos das dimensões de comprimento (L), de massa (M) e de tempo (T), um momento angular qualquer tem sua dimensão dada por:

- a) L^0MT^{-1}
 b) LM^0T^{-1}
 c) LMT^{-1}
 d) L^2MT^{-1}
 e) L^2MT^{-2}

- 91. Uece 2019** Considere um sistema de unidades hipotético em que p seja a unidade de medida de momento linear e m a unidade de medida de massa, e

que ambas sejam unidades fundamentais. Nesse sistema, a unidade de medida de energia potencial seria

- a) p
 b) $\frac{p^2}{m}$
 c) m
 d) $\frac{p}{m}$

- 92.** A velocidade (v) de uma partícula varia com o tempo (t) segundo a equação $v = A \cdot \text{sen}(B \cdot t + C)$, onde A , B e C são parâmetros não nulos. Adotando como grandezas fundamentais a massa (M), o comprimento (L) e o tempo (T), determine as equações dimensionais dos parâmetros A , B e C .

- 93. ITA-SP** Em um experimento, verificou-se a proporcionalidade existente entre energia e frequência de emissão de uma radiação característica. Nesse caso, a constante de proporcionalidade, em termos dimensionais, é equivalente a:

- a) força.
 b) quantidade de movimento.
 c) momento angular.
 d) pressão.
 e) potência.

- 94. Mackenzie-SP 2020** Um vestibulando da UPM – Universidade Presbiteriana Mackenzie encontra o seu pai, um engenheiro, escrevendo no sistema MLT a expressão dimensional da grandeza física A . Ele é então informado que, na expressão abaixo descrita, a grandeza B é inversamente proporcional à raiz quadrada do comprimento L , à massa M e ao quadrado do tempo T . Sabe ainda que a constante k é adimensional, C é aceleração angular e D é o produto entre ângulo plano e a aceleração centrípeta.

$$A^2 = \frac{k^2 \cdot B^3 \cdot C}{3 \cdot D}$$

Tomando a expressão como dimensionalmente homogênea, o vestibulando auxilia corretamente o seu pai e encontra, para os expoentes de M , L e T , respectivamente,

- a) $-\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}; -3$
 b) $-\frac{3}{4}; -\frac{5}{2}; 3$
 c) $-\frac{2}{3}; -\frac{4}{5}; -2$
 d) $\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}; -2$
 e) $-\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; 2$

Equação dimensional

95. ITA-SP Uma certa grandeza física A é definida como o produto da variação de energia de uma partícula pelo intervalo de tempo em que esta variação ocorre. Outra grandeza, B , é o produto da quantidade de movimento da partícula pela distância percorrida. A combinação que resulta em uma grandeza adimensional é:

- AB
- $\frac{A}{B}$
- $\frac{A}{B^2}$
- $\frac{A^2}{B}$
- A^2B

96. Fuvest-SP Um objeto esférico de raio R se move, com velocidade v , através de um fluido de viscosidade h . Sabe-se que a força de atrito viscoso F_v depende de v , h e R . O coeficiente de viscosidade h tem equação dimensional $[h] = ML^{-1}T^{-1}$, onde M é massa, L é comprimento e T é tempo.

- Qual a equação dimensional $[F]$ da grandeza força?
- Utilize análise dimensional para determinar a relação entre a força F_v e as variáveis R , h e v .

97. ITA-SP Define-se intensidade I de uma onda como a razão entre a potência que essa onda transporta por unidade de área perpendicular à direção dessa propagação. Considere que, para uma certa onda de amplitude a , frequência f e velocidade v , que se propaga em um meio de densidade ρ , foi determinada que a intensidade é dada por: $I = 2\pi^2 f^x \rho v a^y$.

Indique quais são os valores adequados para x e y , respectivamente.

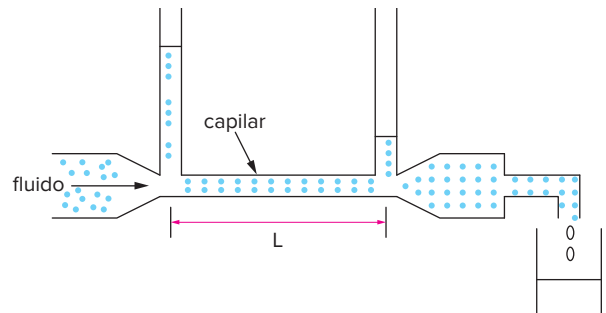
- $x = 2; y = 2$
- $x = 1; y = 2$
- $x = 1; y = 1$
- $x = -2; y = 2$
- $x = -2; y = -2$

98. IME-RJ Um campo magnético é expresso através da seguinte equação $B = cQ^x I^y L^z V^w$, onde c é uma constante adimensional, Q é uma quantidade de calor, I é um impulso, L é um comprimento e V é uma tensão elétrica. Para que esta equação esteja correta, os valores de x , y , z e w devem ser, respectivamente:

- $-1, +1, +1$ e -1
- $+1, -1, +1$ e -1
- $-1, +1, -1$ e $+1$
- $+1, -1, -1$ e $+1$
- $-1, -1, -1$ e $+1$

99. ITA-SP A figura a seguir representa um sistema experimental utilizado para determinar o volume de um líquido por unidade de tempo que escoava através de

um tubo capilar de comprimento L e seção transversal de área A . Os resultados mostram que a quantidade desse fluxo depende da variação de pressão ao longo do comprimento L do tubo por unidade de comprimento $\left(\frac{\Delta P}{L}\right)$, do raio do tubo (a) e da viscosidade do fluido (η) na temperatura do experimento. Sabe-se que o coeficiente de viscosidade (η) de um fluido tem a mesma dimensão do produto de uma tensão (força por unidade de área) por um comprimento dividido por uma velocidade.



Recorrendo à análise dimensional, podemos concluir que o volume de fluido coletado por unidade de tempo é proporcional a:

- $\frac{A \Delta P}{\eta L}$
- $\frac{\Delta P a^4}{L \eta}$
- $\frac{L \eta}{\Delta P a^4}$
- $\frac{\Delta P \eta}{L A}$
- $\frac{L}{\Delta P} a^4 \eta$

100. ITA-SP Quando camadas adjacentes de um fluido viscoso deslizam regularmente umas sobre as outras, o escoamento resultante é dito laminar. Sob certas condições, o aumento da velocidade provoca o regime de escoamento turbulento, que é caracterizado pelos movimentos irregulares (aleatórios) das partículas do fluido. Observa-se, experimentalmente, que o regime de escoamento (laminar ou turbulento) depende de um parâmetro adimensional (número de Reynolds) dado por $R = \rho^\alpha v^\beta d^\gamma \eta^\tau$, em que ρ é a densidade do fluido, v sua velocidade, η seu coeficiente de viscosidade e d uma distância característica associada à geometria do meio que circunda o fluido. Por outro lado, num outro tipo de experimento, sabe-se que uma esfera, de diâmetro D , que se movimenta num meio fluido, sofre a ação de uma força de arrasto viscoso dada por $F = 3\pi D \eta v$.

Assim sendo, com relação aos respectivos valores de α , β , γ e τ , uma das soluções é:

- $\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 1, \tau = -1$
- $\alpha = 1, \beta = -1, \gamma = 1, \tau = 1$
- $\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = -1, \tau = 1$
- $\alpha = -1, \beta = 1, \gamma = 1, \tau = 1$
- $\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 0, \tau = 1$

EM13CNT101 e EM13CNT301

1. Na prática de esportes, o estudo dos impactos nas diversas partes do corpo serve para proteger a integridade física dos atletas e para aumentar o rendimento deles. Analise as afirmações a seguir sobre a prática de alguns esportes.
 - I. Para aumentar o impulso em saltos verticais, o atleta pode bater primeiro o calcanhar no solo para aumentar o intervalo de tempo de aplicação da força.
 - II. No caso de uma queda vertical de 0,2 m, um atleta de 80 kg sofre uma força de compressão na coluna (cuja maior compressão é 2,5 cm) 8 vezes mais intensa do que se flexionasse os joelhos 20 cm.
 - III. Para reduzir a força necessária para frear a bola de tênis com a raquete, o atleta aumenta o tempo de contato entre a bola e a raquete.

▶ **Dado:** $g = 10 \text{ m/s}^2$.

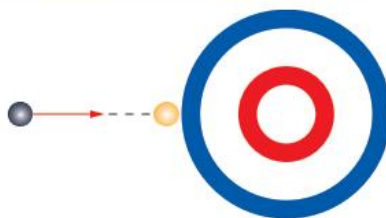
É(são) correta(s) apenas a(s) afirmação(ões):

- a) I. b) II. c) I e II. d) II e III. e) I, II e III.

EM13CNT101 e EM13CNT301

2. Em um momento de uma partida de *curling*, um jogador lança uma pedra, com velocidade de 4 m/s, em direção a outra que estava parada. Após a colisão, as duas passam a se mover juntas. No entanto, a região do alvo não foi varrida, sendo que o coeficiente de atrito entre as pedras e a pista é 0,2. Sabendo que da borda mais externa do alvo ao seu centro a distância é de 6 m, é correto afirmar que:

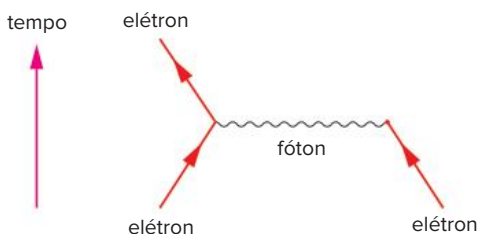
▶ **Dados:** massa das pedras = 20 kg; aceleração da gravidade = 10 m/s^2 .



- a) as pedras irão passar do centro do alvo em 1 m. d) faltarão 5 m para que as pedras cheguem ao centro do alvo.
- b) as pedras irão passar do centro do alvo em 5 m.
- c) faltará 1 m para que as pedras cheguem ao centro do alvo. e) as pedras chegarão ao centro do alvo.

EM13CNT101 e EM13CNT301

3. A força eletromagnética é uma das forças fundamentais da natureza. Atualmente sabemos que essa força é mediada por partículas, os fótons virtuais, ou seja, as partículas portadoras de carga trocam fótons virtuais entre si, resultando na atração ou na repulsão entre essas partículas. Para ajudar a visualizar essas interações, os cientistas utilizam os diagramas de Feynman. Nesses diagramas, os vértices sempre conservam a quantidade de movimento. A imagem abaixo representa a interação entre dois elétrons: um elétron, ao se aproximar de outro elétron, emite um fóton. Ao emitir esse fóton, o elétron recua.



- I. Reproduza o diagrama e represente a direção de movimento do elétron que recebe o fóton emitido.
- II. Sobre o fóton virtual, julgue as afirmativas a seguir.
 - O fóton tem quantidade de movimento, pois ele causa recuo no elétron que o emite, assim como uma pessoa ao disparar uma arma.
 - O fóton, por não ter massa, não tem quantidade de movimento.
 - No diagrama de Feynman, é equivalente dizer que o elétron da esquerda emitiu o fóton e o da direita o absorveu e vice-versa.



Ponte Octávio Frias de Oliveira, também chamada de ponte estaiada. São Paulo (SP).

FRENTE 2

CAPÍTULO

11

Estática

A construção de estruturas estáveis requer um equilíbrio de forças e de torques. Neste capítulo, estudaremos as grandezas físicas relacionadas com a estabilidade dos corpos que possibilitam a execução de belas construções aparentemente instáveis, mas que se mantêm firmes, como é o caso da ponte estaiada em São Paulo.

Conceitos básicos de Estática

De maneira geral, a Estática é o ramo da Física que estuda e analisa a estabilidade e o equilíbrio dos corpos. Contudo, é preciso ressaltar que existem condições específicas – que serão vistas nas próximas seções – para que um corpo permaneça parado em equilíbrio translacional (sem aceleração linear) e em equilíbrio rotacional (sem aceleração angular).

As leis da Estática podem ser equacionadas por meio de simples medições geométricas e de forças. Seus princípios básicos foram desenvolvidos há milhares de anos, já pelas primeiras civilizações, que utilizavam máquinas, como alavancas e polias, para aprimorar a agricultura, construir edifícios e confeccionar instrumentos de guerra.

Um dos grandes cientistas que contribuíram para o desenvolvimento dessa ciência foi Arquimedes (287-212 a.C.), um matemático grego que realizou estudos sobre alavancas e centro de gravidade de corpos, enunciando leis básicas de equilíbrio. A Arquimedes é atribuída a frase: “Dê-me um ponto de apoio e eu moverei o mundo.”



Pintura da alavanca de Arquimedes feita por Giulio Parigi (1571-1635), por volta de 1600, em uma das paredes da Galeria dos Ofícios, em Florença, Itália.

A formulação das regras de combinação vetorial de forças, feita por Stevinus (1548-1620), também foi fundamental para o desenvolvimento da Estática. Muitos outros cientistas forneceram contribuições importantes para o avanço desse ramo da ciência, como Pierre Varignon, Isaac Newton, Galileu Galilei, Leonardo da Vinci, Jean-Baptiste D'Alembert, Joseph-Louis Lagrange e Pierre Simon Laplace.

As análises deste capítulo podem ser a base para estudos mais avançados de Ensino Superior, principalmente nas áreas de Mecânica de Corpos Rígidos, Mecânica de Corpos Deformáveis e Mecânica dos Fluidos. Esses tópicos



Museu Oscar Niemeyer, em Curitiba (PR). As obras de Niemeyer costumam explorar pontos de apoio para criar a sensação de que desafiam a gravidade.

são fundamentais em projetos extremamente complexos e importantes realizados na Arquitetura e na Engenharia, como pontes, edifícios e túneis.

Além disso, o estudo da Estática é significativo para outros ramos das ciências. O próprio corpo humano, por exemplo, é composto de um sistema complexo de alavancas e pontos de apoio, o que faz do estudo do equilíbrio um conhecimento essencial para entender também mecanismos aplicados aos campos do esporte e da medicina.



Zé Carlos Barreira/Flickr

Henrique Medina Flores, atleta brasileiro de ginástica artística. Nas argolas, a execução de giros e exercícios estáticos requer grande força de musculatura superior para suportar o peso corporal e manter o máximo de alinhamento entre quadril e ombros.

Porém, para iniciar o estudo do equilíbrio dos corpos, é necessário lembrar e definir alguns conceitos fundamentais, que serão trabalhados a seguir.

Ponto material e corpo extenso

Um corpo com dimensões desprezíveis, se comparadas às outras dimensões envolvidas no movimento em estudo, é considerado um **ponto material**. Um ponto material não sofre rotação. Assim, inicialmente, faremos análises de equilíbrio translacional, nas quais descartaremos a possibilidade de movimentos rotacionais desses pontos materiais.

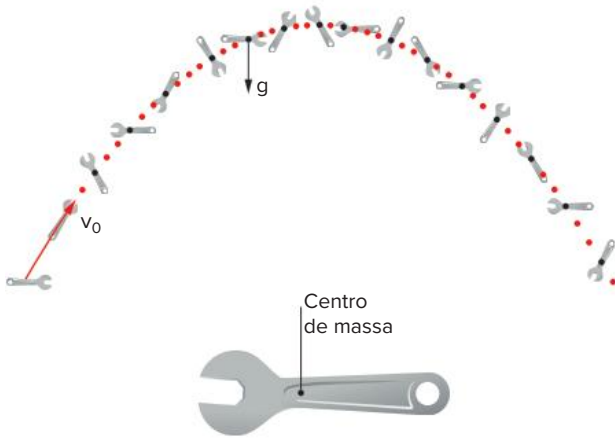
Já o **corpo extenso** é aquele cujas dimensões são importantes nas análises de forças e de equilíbrio. Nesse tipo de corpo, dependendo do ponto de aplicação da força, pode ocorrer rotação. Por isso, nas seções posteriores, quando os movimentos rotacionais forem importantes para as análises, estudaremos uma grandeza física que mede a capacidade que as forças têm de rotacionar corpos: o **torque**, também chamado de **momento de uma força**.

Os corpos extensos serão considerados **corpos rígidos**, ou seja, corpos que podem girar com todas as partes ligadas rigidamente sem sofrer deformação, mesmo sob a ação de forças externas. Embora o conceito de corpo rígido seja uma idealização, pois todos os corpos reais são de alguma forma elásticos e se deformam, para o nosso estudo essa será uma consideração razoável.

Centro de massa (CM)

O **centro de massa (CM)** é definido como o ponto onde é concentrada toda a massa de um corpo ou de um sistema composto de um conjunto de corpos. Para muitas análises, podemos considerar que as forças externas são aplicadas no centro de massa.

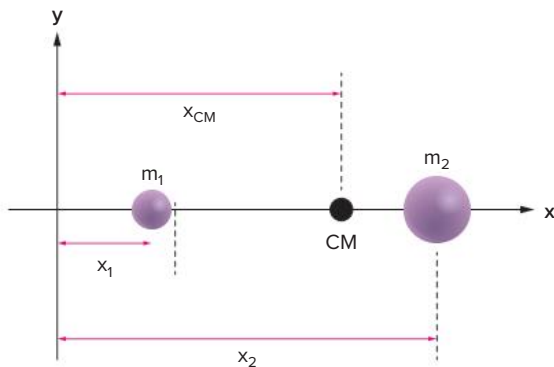
No lançamento oblíquo de uma chave-inglesa, como a da figura abaixo, por exemplo, o movimento de pontos distintos nas duas extremidades da chave não tem uma trajetória bem definida. Porém, o movimento do centro de massa segue uma trajetória parabólica – que é o esperado ao se realizar o lançamento oblíquo de uma partícula. Na verdade, o movimento desse corpo rígido é uma combinação do movimento de translação do seu centro de massa e do de rotação do corpo em torno de um eixo que passa por esse centro de massa.



O movimento da chave-inglesa é uma combinação de translação do centro de massa e de rotação do corpo em torno do centro de massa. A aceleração do CM é igual à aceleração da gravidade em todos os pontos da trajetória. (Elementos representados fora de escala. Cores fantasia.)

Já em um sistema de dois corpos, o centro de massa está localizado em um ponto sobre a linha que os une, ficando mais próximo do corpo de massa maior como na figura a seguir. Para o cálculo da posição do centro de massa (x_{CM}), utilizamos a seguinte média ponderada:

$$x_{CM} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2}$$

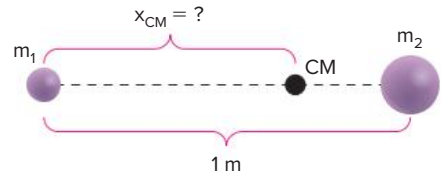


O centro de massa de um sistema de dois corpos fica mais próximo do corpo que tem maior massa.

Exercício resolvido

1. Determine a posição do centro de massa de um sistema de dois corpos de massas $m_1 = 1 \text{ kg}$ e $m_2 = 9 \text{ kg}$, separados por uma distância de 1 m.

Resolução:



Nesse caso, adotando como referencial o corpo de 1 kg, temos:

$$x_{CM} = \frac{1 \cdot 0 + 9 \cdot 1}{1 + 9} \Rightarrow x_{CM} = \frac{9}{10} \text{ m} \Rightarrow x_{CM} = 90 \text{ cm}$$

No caso de um conjunto de partículas, o cálculo da posição do CM em relação ao eixo x é dado por:

$$x_{CM} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + \dots + m_n \cdot x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

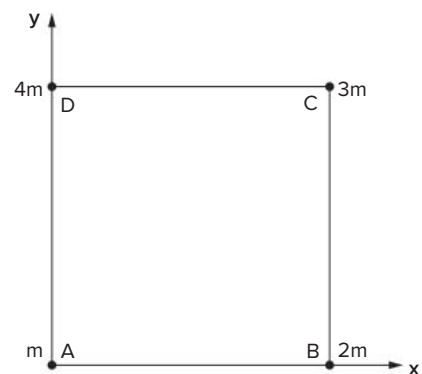
Essa média ponderada pode ser extrapolada para quaisquer direções.

$$y_{CM} = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + \dots + m_n \cdot y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$z_{CM} = \frac{m_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot z_2 + \dots + m_n \cdot z_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

Exercício resolvido

2. Quatro partículas, A, B, C e D, de massas respectivamente m , $2m$, $3m$ e $4m$, estão posicionadas nos vértices de um quadrado de lado d . Determine as coordenadas do centro de massa do sistema nos eixos x e y.



Resolução:

Considerando os eixos horizontal (x) e vertical (y), temos os seguintes dados para cada partícula:

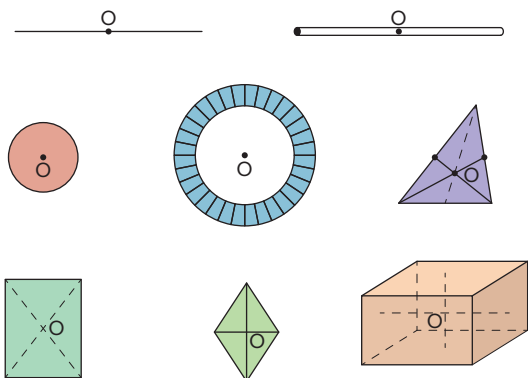
Partícula	Massa	Coordenada x	Coordenada y
A	m	0	0
B	2m	d	0
C	3m	d	d
D	4m	0	d

Portanto, as coordenadas horizontal e vertical do centro de massa do sistema são dadas por:

$$x_{CM} = \frac{m \cdot 0 + 2m \cdot d + 3m \cdot d + 4m \cdot 0}{m + 2m + 3m + 4m} = \frac{d}{2}$$

$$y_{CM} = \frac{m \cdot 0 + 2m \cdot 0 + 3m \cdot d + 4m \cdot d}{m + 2m + 3m + 4m} = \frac{7d}{10}$$

Para corpos maciços, a determinação do CM é um pouco mais complicada e deve ser feita utilizando cálculo diferencial e integral. Porém, para alguns corpos simétricos e uniformes, o centro de massa coincide com o centro geométrico que está sobre o ponto, a linha ou o plano de simetria, conforme a figura abaixo.



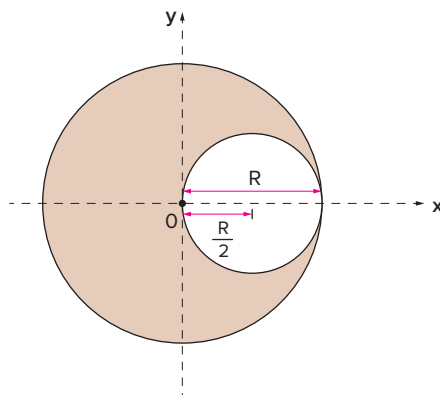
Centro geométrico (O) de diferentes corpos.

Note que o centro de massa de um corpo pode estar localizado em uma região externa a ele. Por exemplo, o centro de massa de uma ferradura não se localiza sobre ela, assim como o centro de massa de uma rosquinha se encontra no centro vazio.

Caso exista um corpo simétrico com algum buraco que também tem simetria, podemos utilizar o princípio da superposição e considerar a área, o volume ou a massa do buraco negativos. Entenda melhor esse caso por meio da leitura do exemplo a seguir.

Exercício resolvido

- Determine o centro geométrico de um fino disco de raio R que tem um buraco circular de raio $\frac{R}{2}$ que tangencia o centro do disco.



Resolução:

Considerando o buraco do disco como uma área negativa, temos:

$$x_o = \frac{x_{\text{disco}} \cdot A_{\text{disco}} - x_{\text{buraco}} \cdot A_{\text{buraco}}}{A_{\text{disco}} - A_{\text{buraco}}}$$

$$x_o = \frac{0 \cdot \pi \cdot R^2 - \frac{R}{2} \cdot \frac{\pi \cdot R^2}{4}}{\pi \cdot R^2 - \frac{\pi \cdot R^2}{4}} \Rightarrow x_o = -\frac{R}{6}$$

Saiba mais

A inversão de Fosbury

Em 1968, o atleta americano Dick Fosbury ganhou a medalha de ouro do salto em altura por meio de uma técnica inusitada e pouco utilizada até então, conhecida hoje como inversão de Fosbury.

Diferente do estilo anteriormente utilizado, nessa nova técnica o atleta encurva o corpo quando passa sobre a barra. Logo, seu centro de massa passa efetivamente embaixo da barra, diminuindo, assim, a necessidade de um grande aumento na energia potencial gravitacional, necessário na técnica antiga.



A imagem da esquerda é do salto em altura tradicional utilizado antes da técnica da inversão de Fosbury, representada na foto da direita. Na inversão de Fosbury, o centro de massa do atleta passa efetivamente abaixo da barra.

Apesar de Fosbury ter sido ridicularizado na época, hoje em dia sua técnica de inversão foi consagrada como a mais efetiva e é utilizada por muitos atletas. Essa técnica revolucionária chegou a ser exemplo no mundo empresarial por ser um marco de inovação e criatividade, rompendo regras e paradigmas previamente estabelecidos.

Centro de gravidade (CG)

O **centro de gravidade (CG)** de um corpo pode ser definido como o ponto de concentração do seu peso. Assim, um corpo suspenso por esse ponto permanece em equilíbrio em qualquer posição. É nesse ponto que indicamos a origem da força peso em um diagrama de forças.

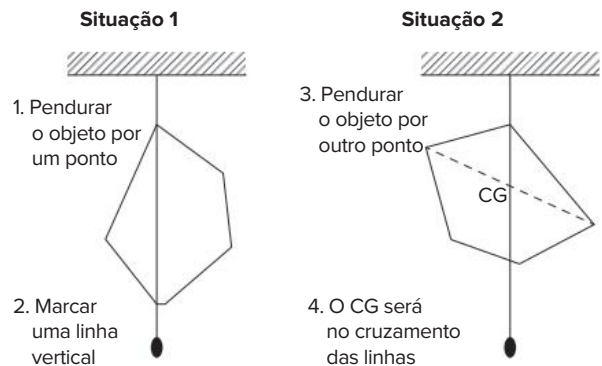
Como nas questões que abordaremos neste capítulo as diferenças de altura entre os corpos são pequenas se comparadas ao raio da Terra, vamos considerar o campo gravitacional constante em todos os pontos do corpo. Isso faz com que o CM coincida com o CG. Obviamente, não tem sentido falarmos de CG caso o corpo seja retirado do campo gravitacional da Terra e posicionado longe de qualquer outro corpo, pois, nessa situação, nenhuma força gravitacional atuaria nele.

WING/Wikimedia Commons



O Centro de Comércio Internacional de Hong Kong tem 484 metros de altura (55 andares). Seu CG se localiza cerca de 6 mm abaixo do CM, uma distância desprezível para os nossos cálculos.

Um método experimental para determinar o CG de um objeto plano é pendurá-lo por um único ponto de apoio e traçar uma reta vertical que passa por ele. O CG deve estar abaixo, acima ou no próprio ponto de suspensão para garantir o equilíbrio. Depois disso, deve-se pendurar o mesmo objeto por outro ponto e traçar novamente uma reta vertical que passe por ele. A interseção das retas verticais traçadas nas duas situações nos fornece a posição do CG, como na figura a seguir.



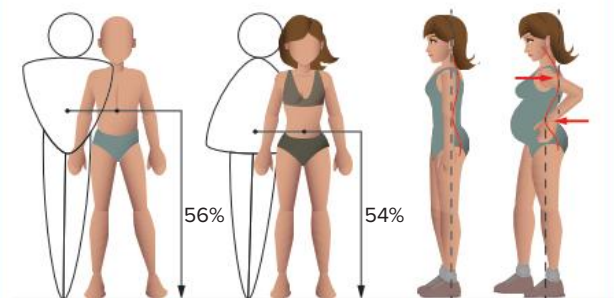
Experimento para determinação do centro de gravidade (CG) de um objeto.

Saiba mais

O centro de gravidade do corpo humano

A localização do centro de gravidade no corpo humano depende de vários fatores, como o gênero, a altura, a distribuição de massa e a posição do corpo. Em geral, para uma pessoa ereta na vertical, o centro de gravidade (CG) se localiza abaixo do umbigo, que é próximo do centro geométrico. O CG feminino costuma ser mais baixo que o masculino, ficando aproximadamente a 54% da altura da mulher, enquanto no homem fica mais ou menos a 56% de sua altura.

A posição horizontal do CG da mulher pode mudar durante a gravidez. Com o crescimento da barriga, a curvatura da coluna costuma se acentuar cada vez mais e o centro de gravidade é alterado, podendo passar a ser localizado fora do corpo da mulher.



Altura do centro de gravidade no homem e na mulher e o deslocamento horizontal desse ponto na mulher grávida. (Elementos representados fora de escala. Cores fantasia.)

Equilíbrio translacional

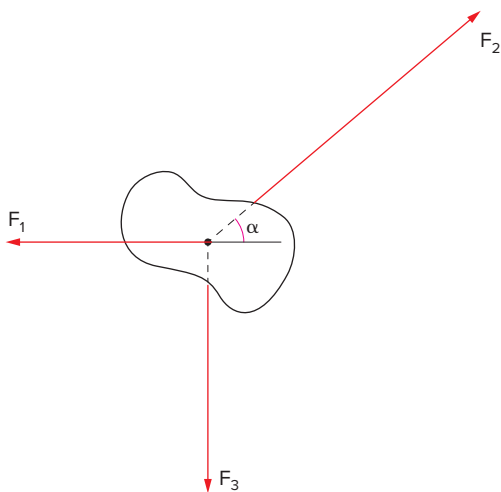
Em Dinâmica, aprendemos que, para um determinado referencial inercial, se a resultante de forças que atua em um corpo é nula, esse corpo permanece em repouso ou em movimento retilíneo uniforme (MRU).

$$\vec{F}_R = \vec{0} \begin{cases} \text{Equilíbrio estático (repouso)} \\ \vec{v} = \vec{0} \text{ e } \vec{a} = \vec{0} \\ \text{Equilíbrio dinâmico (MRU)} \\ \vec{v} \neq \vec{0} \text{ e } \vec{a} = \vec{0} \end{cases}$$

Para garantir o **equilíbrio translacional** em situações nas quais existem várias forças atuando em um corpo extenso, consideramos que todas elas saem do mesmo ponto e realizamos a decomposição vetorial delas nos eixos cartesianos (geralmente horizontal e vertical), de tal forma que a resultante de forças em cada eixo seja nula. Veja o exemplo a seguir.

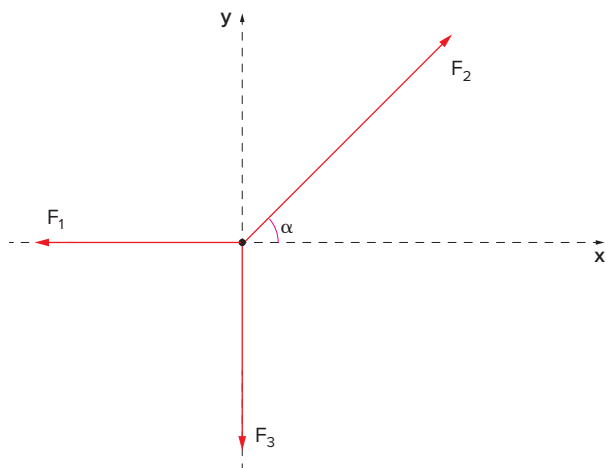
Exercícios resolvidos

4. Determine o módulo da força horizontal \vec{F}_1 e da força vertical \vec{F}_3 que agem no corpo, sendo que a força \vec{F}_2 tem módulo $F_2 = 100$ N. Considere $\text{sen } \alpha = 0,6$ e $\text{cos } \alpha = 0,8$.

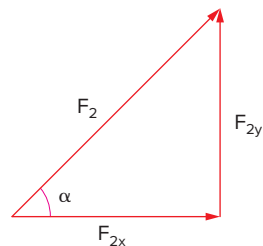


Resolução:

Podemos considerar que as forças saem do mesmo ponto, local de origem de um eixo cartesiano:



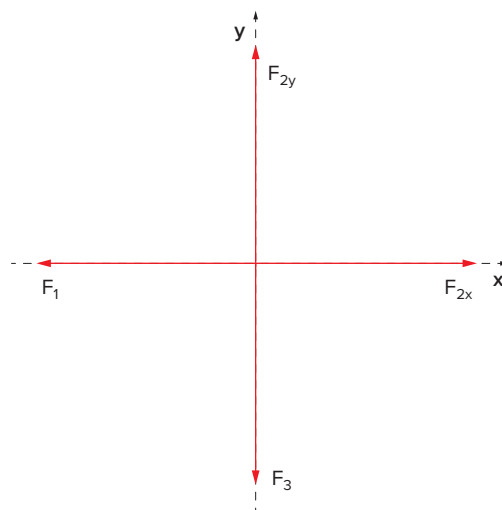
A força \vec{F}_2 pode ser decomposta em uma componente horizontal F_{2x} e uma componente vertical F_{2y} .



$$\text{sen } \alpha = \frac{F_{2y}}{F_2} \Rightarrow F_{2y} = F_2 \cdot \text{sen } \alpha = 100 \cdot 0,6 \Rightarrow F_{2y} = 60 \text{ N}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{F_{2x}}{F_2} \Rightarrow F_{2x} = F_2 \cdot \text{cos } \alpha = 100 \cdot 0,8 \Rightarrow F_{2x} = 80 \text{ N}$$

Assim, podemos redesenhar o sistema de forças:

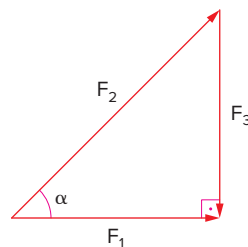


Logo, para o equilíbrio, temos:

$$F_{2y} = F_3 = 60 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_1 = 80 \text{ N}$$

Um outro método para determinar o módulo de cada força é utilizar a regra da poligonal, construindo, assim, um triângulo de forças:

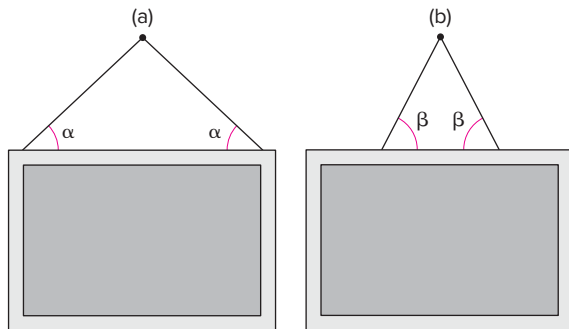


Portanto, temos:

$$\text{sen } \alpha = \frac{F_3}{F_2} \Rightarrow F_3 = F_2 \cdot \text{sen } \alpha = 100 \cdot 0,6 \Rightarrow F_3 = 60 \text{ N}$$

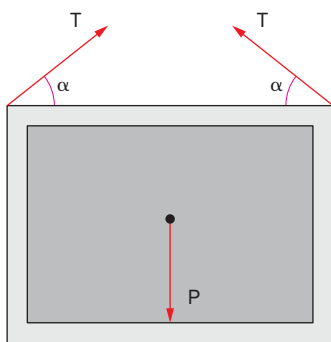
$$\text{cos } \alpha = \frac{F_1}{F_2} \Rightarrow F_1 = F_2 \cdot \text{cos } \alpha = 100 \cdot 0,8 \Rightarrow F_1 = 80 \text{ N}$$

5. Um quadro é pendurado na parede de dois modos distintos. No primeiro caso (a), as pontas do fio são presas nas extremidades superiores do quadro, assim o fio forma um ângulo α com a horizontal. No segundo caso (b), as extremidades do fio são presas mais próximas do centro do quadro, com o fio configurando um ângulo β com a horizontal, de tal forma que $\alpha < \beta$. Em qual dos casos existe menor chance do fio romper?



Resolução:

O diagrama de forças que atua no quadro na situação (a) pode ser representado da seguinte forma:



Para o equilíbrio translacional, a resultante de forças vertical tem que ser nula. Assim:

$$F_R = 0 \Rightarrow 2 \cdot (T \cdot \sin \alpha) = P$$

$$T = \frac{P}{2 \cdot \sin \alpha}$$

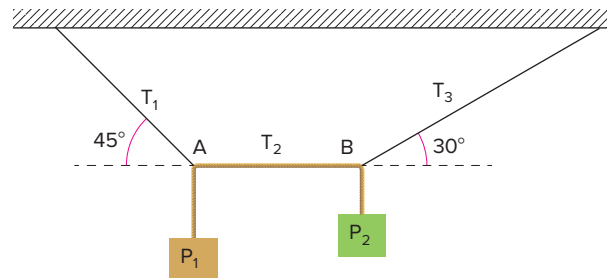
Como $\alpha < \beta \Rightarrow \sin \alpha < \sin \beta \Rightarrow T_a > T_b$.

Desse modo, o fio tem menos chance de romper no caso (b) já que, nessa situação, a tração é menor do que no caso (a).

Outros casos podem considerar corpos sustentados por vários fios conectados. Nessas situações, cada fio deve estar em equilíbrio para que o sistema como um todo permaneça em repouso. Portanto, é vantajoso isolar o ponto que possui mais fios conectados – o nó – e colocar o diagrama de forças de trações com origem nesse ponto para realizar a decomposição vetorial. No caso de 3 fios conectados em um ponto, podemos utilizar a **regra da poligonal**.

Exercício resolvido

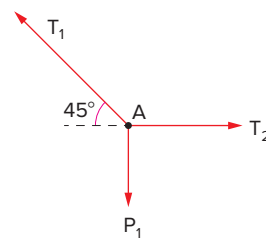
6. Na figura a seguir, o peso P_1 é de 100 N, e a corda AB é horizontal.



Determine os valores das tensões T_1 , T_2 e T_3 e do peso P_2 .

Resolução:

Isolando o nó A, temos as seguintes forças:



Para o equilíbrio, a resultante de forças em cada direção deve ser nula. Assim:

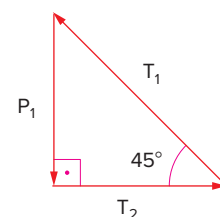
$$P_1 = T_1 \cdot \sin 45^\circ \Rightarrow T_1 = \frac{100}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}}$$

$$T_1 = 100\sqrt{2} \text{ N}$$

$$T_2 = T_1 \cdot \cos 45^\circ \Rightarrow T_2 = 100\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$T_2 = 100 \text{ N}$$

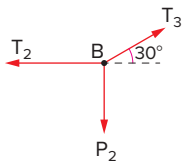
Um método alternativo para determinar as trações é utilizando a regra da poligonal:



$$\sin 45^\circ = \frac{P_1}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{100}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} \Rightarrow T_1 = 100\sqrt{2} \text{ N}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = 100\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow T_2 = 100 \text{ N}$$

Isolando o nó B, podem ser observadas as forças:



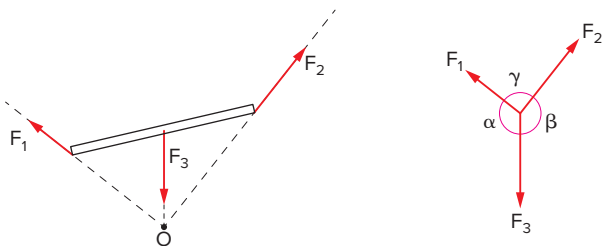
$$T_2 = T_3 \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow T_3 = \frac{100}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow T_3 = \frac{200\sqrt{3}}{3} \text{ N}$$

$$P_2 = T_3 \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow P_2 = \frac{200\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow P_2 = \frac{100\sqrt{3}}{3} \text{ N}$$

Teorema de Lamy

Quando três forças concorrentes atuam em um corpo em equilíbrio, o módulo de cada força é diretamente proporcional ao seno do respectivo ângulo oposto. Esse é o **teorema de Lamy**, enunciado pelo teólogo e matemático francês Bernard Lamy (1640-1715).

$$\frac{F_1}{\sin \alpha} = \frac{F_2}{\sin \beta} = \frac{F_3}{\sin \gamma}$$

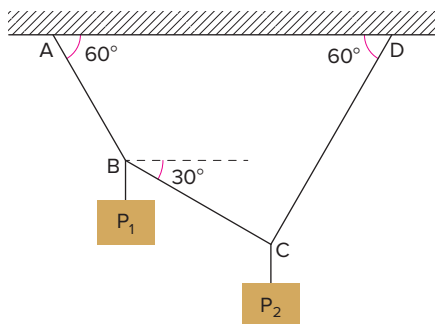


Teorema de Lamy para um corpo em equilíbrio.

Exercício resolvido

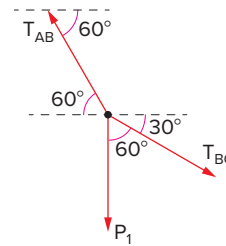
7. O esquema a seguir está em equilíbrio. Determine o peso P_2 , considerando $P_1 = 100 \text{ N}$.

► Dado: $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$



Resolução:

Ao isolar o nó B, temos o seguinte diagrama de forças:



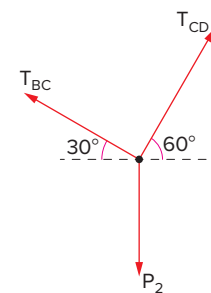
Pelo teorema de Lamy, temos:

$$\frac{T_{BC}}{\sin 150^\circ} = \frac{P_1}{\sin 150^\circ}$$

$$T_{BC} = P_1$$

$$T_{BC} = 100 \text{ N}$$

Ao isolar o nó C, temos o seguinte diagrama de forças:



Pelo teorema de Lamy:

$$\frac{T_{BC}}{\sin 150^\circ} = \frac{P_2}{\sin 90^\circ}$$

$$P_2 = \frac{T_{BC} \cdot \sin 90^\circ}{\sin 150^\circ}$$

$$P_2 = \frac{100 \cdot 1}{\frac{1}{2}}$$

$$P_2 = 200 \text{ N}$$

Um fio com massa não é ideal, e, portanto, a tração não é necessariamente a mesma em todos os trechos do fio. Assim, para descobrir a tração em algum ponto específico, basta isolar o trecho em questão.

Exercício resolvido

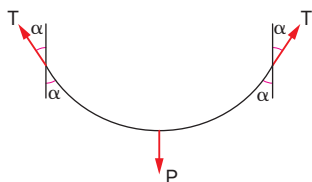
8. Um fio de espessura constante e densidade uniforme, de peso $P = 100 \text{ N}$, é preso por duas alças situadas à mesma altura. Determine a tração no fio no ponto mais baixo (T_{inf}).

▶ Dado: $\cos \alpha = 0,6$.

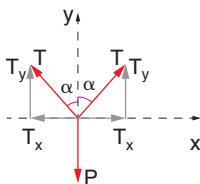


Resolução:

Na corda, atuam 3 forças: as trações T nas extremidades e a força peso P . Já que a figura é simétrica, as trações nas extremidades têm os mesmos módulos.



Como a corda está em equilíbrio, a resultante de forças vertical é nula, logo:



A componente vertical de cada força de tração é dada por: $T_y = T \cdot \cos \alpha$

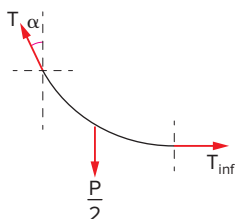
Assim, para o equilíbrio de forças no eixo vertical, o módulo da força peso que está para baixo deve ser igual à soma das componentes verticais para cima de cada tração. Logo:

$$P = T_y + T_y \Rightarrow P = 2 \cdot T \cdot \cos \alpha$$

$$T = \frac{P}{2 \cdot \cos \alpha} = \frac{100}{2 \cdot 0,6}$$

$$T = \frac{250}{3} \text{ N}$$

Isolando metade da corda, temos o seguinte diagrama de forças:



Para que esse trecho permaneça em equilíbrio, a resultante de forças horizontal deve ser nula:

$$T_{\text{inf}} = T \cdot \sin \alpha = \frac{250}{3} \cdot 0,8$$

$$T_{\text{inf}} = \frac{200}{3} \text{ N}$$

Saiba mais

A catenária

Uma corda de densidade e massa uniformes, quando suspensa sob a ação da gravidade, forma uma curva muito particular. Até o século XVII, muitos membros da comunidade científica acreditavam que a curva formada era uma parábola. Porém, em 1647, o matemático e físico holandês Christiaan Huygens (1629-1695), construtor do primeiro relógio pendular, provou por meio de argumentos físicos que a curva não poderia ser parabólica. Entretanto, na época, o jovem de 17 anos não havia determinado a expressão analítica correta da curva para conseguir comprovar sua teoria. Anos mais tarde, Huygens, Leibniz e os irmãos Bernoulli, através de trabalhos independentes, determinaram a expressão matemática correta para descrever essa curva, que foi denominada **catenária**, do latim **cadena** (cadeia).

Trata-se de uma função exponencial transcendental, chamada também de cosseno hiperbólico, que pode ser expressa de maneira genérica por:

$$y = a \cdot \cosh\left(\frac{x}{a}\right) = \frac{a}{2} \cdot (e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}})$$

Esse tipo de curva é mais comum no cotidiano do que se imagina. Correntes de âncoras e amarras de barcos e navios obedecem esse padrão, assim como os cabos de pontes suspensas, redes de alta tensão e até mesmo as teias de aranha com dois pontos de fixação, conforme figuras abaixo.



Exemplos de curvas catenárias presentes no cotidiano.

Equilíbrio rotacional

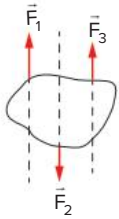
A Física tem como um dos seus grandes objetivos estudar os movimentos e suas causas. Até agora, foram analisadas as condições para que um corpo não translate ao longo de uma linha reta ou curva, mantendo-se em equilíbrio translacional. Vamos agora analisar as condições para que um corpo em repouso não inicie um movimento rotacional, ou seja, não gire em torno de um eixo fixo, mantendo-se em **equilíbrio rotacional**. Nessas análises, os corpos serão considerados como rígidos e os eixos de rotação fixos, ou seja, sem mudança de posição. Uma bola de futebol rolando em um campo não se encaixa em nossas análises, já que a bola rotaciona em torno de um eixo que muda de posição ao longo do tempo. A bola, nessa situação, realiza um movimento composto de rotação e translação.

Teorema das três forças

Sempre que um corpo estiver em equilíbrio translacional (sem aceleração linear) e rotacional (sem aceleração angular), sob a ação exclusiva de três forças, estas devem ser paralelas ou concorrentes em um ponto como na figura a seguir.

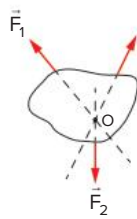
Equilíbrio translacional

Forças permanecem paralelas entre si



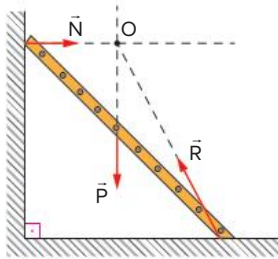
Equilíbrio rotacional

Forças permanecem concorrentes em um ponto O



Corpo em equilíbrio translacional e rotacional e as forças atuantes sobre ele.

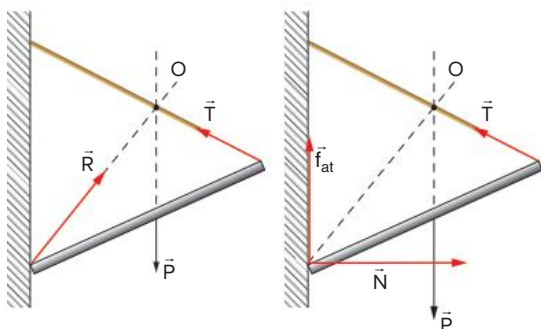
Quando uma escada homogênea se encontra em equilíbrio apoiada em uma parede lisa, três forças atuam nela. A primeira é a força peso \vec{P} , que age no centro de gravidade (CG) e é direcionada para baixo. A segunda é a força de contato normal \vec{N} , que age perpendicular à parede. Essas duas forças concorrem no ponto O, como mostra a figura abaixo. Portanto, a terceira força deve ser de contato \vec{R} , cuja linha de ação passa pelo ponto O, para que, assim, as três forças concorram em um ponto.



Forças atuantes em uma escada apoiada.

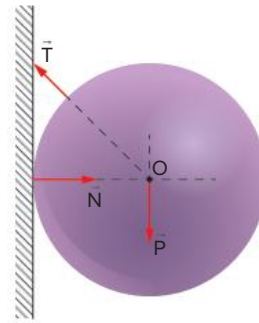
A força de contato \vec{R} pode ser decomposta em uma componente tangencial à superfície (força de atrito) e uma componente normal (força normal de apoio).

O teorema das três forças também pode ser aplicado no caso de uma barra apoiada em uma parede e sustentada por uma corda. Atuam nessa barra a força peso \vec{P} , vertical e para baixo, e a força de tração \vec{T} , na direção do fio. Essas duas forças concorrem no ponto O, como mostra a figura abaixo. Portanto, a força de contato \vec{R} , entre a parede e a barra, deve ter uma linha de ação que passa pelo ponto O. Essa força \vec{R} tem uma componente tangencial para cima (força de atrito) e uma componente na direção normal (força normal de apoio).



Forças atuantes em uma barra apoiada em uma parede e sustentada por uma corda.

Outro caso que ilustra a ação das três forças é o de uma esfera suspensa por um fio que está preso a uma parede lisa. As forças normal \vec{N} (da parede), peso \vec{P} (da esfera) e de tração \vec{T} (do fio) atuam na esfera, conforme a figura abaixo. As linhas de ação das três forças concorrem em um ponto O, que se localiza no centro da esfera.



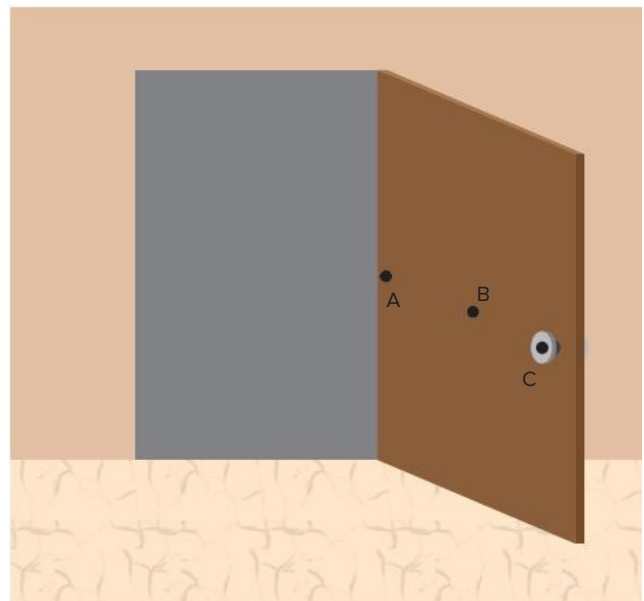
Forças atuantes em uma esfera suspensa por um fio preso a uma parede lisa.

Assim, o teorema das três forças, de simples enunciado e grande aplicação, pode ser demonstrado por meio de um conceito novo, o torque.

Torque ou momento de uma força em relação a um ponto

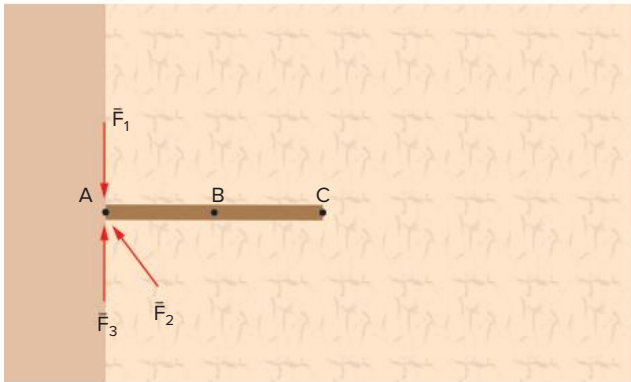
Para que um corpo acelere linearmente, basta aplicarmos nele uma força que a resultante seja não nula. Porém, quais os pré-requisitos para que um corpo comece um movimento rotacional?

Para iniciar uma rotação, não basta apenas aplicar uma força qualquer a um corpo, já que isso não garante que ele começará a girar. Vamos analisar, por exemplo, uma porta: para fechá-la, é necessário empregar uma força; porém, dependendo do ponto de aplicação, da direção e do sentido, a porta pode fechar, abrir ou, simplesmente, não se movimentar. Observe o esquema da figura abaixo.



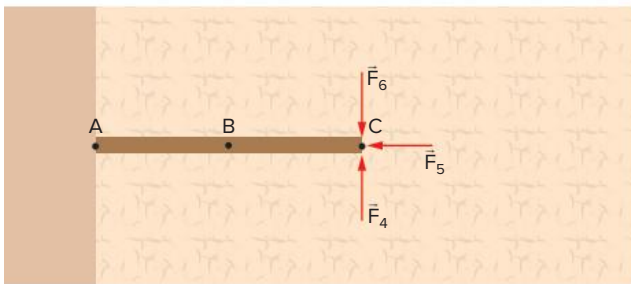
Em uma porta, dependendo do ponto de aplicação da força, ela abre, fecha ou não se move. (Elementos representados fora de escala. Cores fantasia.)

Se for aplicada uma força, no ponto A, paralela ao plano do chão para tentar abrir a porta, próximo da dobradiça, por exemplo, a porta não abre e nem fecha, independentemente da direção e do sentido da força, conforme a figura a seguir.



Vista superior da porta com forças aplicadas no ponto A. (Elementos representados fora de escala. Cores fantasia.)

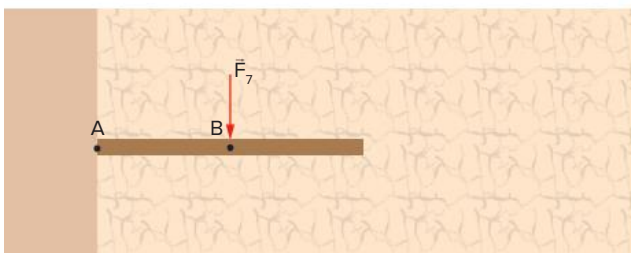
Empregando a força no ponto C, na extremidade da porta, ainda não temos garantia de que ela fechará, como na figura abaixo.



Vista superior da porta com forças aplicadas no ponto C. (Elementos representados fora de escala. Cores fantasia.)

Perceba que a força \vec{F}_4 faz com que a porta abra ainda mais. Já a força \vec{F}_5 , cuja linha de ação passa pela dobradiça, não ocasiona rotação alguma. Porém, se executada, a força \vec{F}_6 poderá fechá-la. Ou seja, para o mesmo ponto de aplicação da força, dependendo da direção e do sentido, movimentos diferentes podem acontecer. Duas forças com o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido, como \vec{F}_1 e \vec{F}_6 , podem ocasionar diferentes movimentos do corpo: a força \vec{F}_1 não produz efeito na porta, enquanto \vec{F}_6 faz com que ela feche.

Por sua vez, utilizar uma força \vec{F}_7 no ponto B, da figura a seguir, torna mais difícil girar a porta do que ao aplicar a força \vec{F}_6 em C (experimente fazer o teste em um objeto real).



Vista superior da porta com força aplicada no ponto B. (Elementos representados fora de escala. Cores fantasia.)

Ou seja, a distância em relação ao eixo rotacional também influencia na facilidade para girar o corpo. Isso ocorre devido à diferença entre os braços de alavanca: quanto maior a distância da maçaneta à dobradiça, menor a força necessária para a rotação.

Portanto, verificamos que não basta empregar uma força qualquer sobre um corpo para que ele rotacione, é preciso considerar o seu ponto de aplicação, o que influencia bastante no movimento. Assim, para determinar de forma mais precisa a capacidade que as forças têm de rotacionar corpos (efeito rotacional), utilizamos a grandeza física chamada **torque** ou **momento de uma força (M)**, que relaciona a força em si com o seu ponto de aplicação. No SI, a unidade de medida do torque é o newton-metro ($N \cdot m$).

Estudaremos casos em que as forças são coplanares. Nessas situações, pode-se calcular o módulo do torque como o produto da intensidade da força aplicada com seu braço de alavanca:

$$M = F \cdot b$$

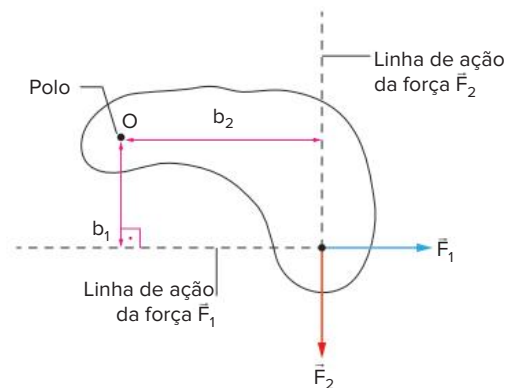
Em que:

M é o torque da força, em $N \cdot m$;

F é a intensidade da força aplicada no corpo, em N;

b é o braço de alavanca, em m.

O **braço de alavanca (b)** é definido como a distância entre a **linha de ação da força** (uma reta que contém a força) e um ponto qualquer, denominado **polo**.



Corpo passível de rotação no qual estão aplicadas forças que têm braços de alavanca b_1 (braço de alavanca da força \vec{F}_1) e b_2 (braço de alavanca da força \vec{F}_2).



Robyn Lee/Wikimedia Commons

Será que é eficiente posicionar a maçaneta no meio de uma porta? Nesse caso, para abri-la é necessária a aplicação de uma força maior do que se a maçaneta fosse posicionada na extremidade oposta às dobradiças.

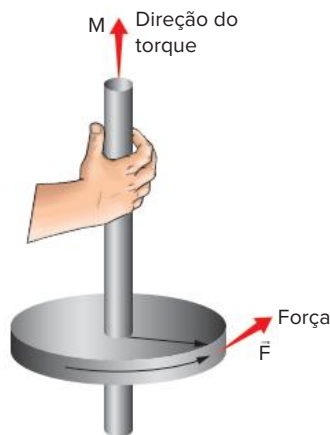
Note que, para definir o braço de alavanca, é necessário que o polo seja escolhido. Assim, ao mudar o polo, o braço de alavanca também é alterado.

Como o corpo, em um determinado plano, pode ter a tendência de rotacionar no sentido horário ou anti-horário, é necessário definir uma convenção de sinais para diferenciar os dois sentidos de rotação possíveis. Desse modo, caso o torque produza uma tendência de rotação no sentido horário, ele será negativo; já no sentido anti-horário, o torque será positivo.



Quando a rotação ocorre no sentido horário, o torque é negativo; já no sentido anti-horário, o torque é positivo.

O torque é uma grandeza vetorial. Podemos determinar a direção e o sentido desse vetor utilizando a regra da mão direita, conforme a figura abaixo.



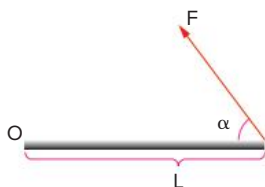
Para determinar a direção do torque, basta encurvar os dedos da mão direita no sentido da rotação. O dedão fornece a direção e o sentido do torque. (Elementos representados fora de escala. Cores fantasia.)

Apesar da regra da mão direita, a convenção de sinais adotada é suficiente para representar torques em sentidos diferentes, não sendo necessário utilizar a notação vetorial.

Exercícios resolvidos

9. Determine o torque resultante na barra de comprimento $L = 1 \text{ m}$ devido à força $F = 100 \text{ N}$. Adote o ponto O como polo.

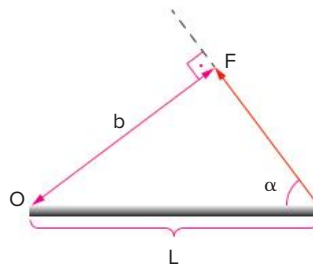
Dado: $\text{sen } \alpha = 0,6$.



Resolução:

Existem dois métodos equivalentes para determinar o torque da força \vec{F} .

1º método: nesse primeiro, determinamos diretamente o braço de alavanca (b) da força \vec{F} :



Assim, temos um triângulo retângulo de hipotenusa L .

$$\text{sen } \alpha = \frac{b}{L}$$

$$b = L \cdot \text{sen } \alpha$$

$$b = 1 \cdot 0,6$$

$$b = 0,6 \text{ m}$$

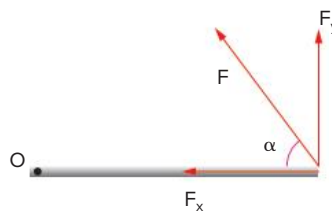
Portanto, o torque da força \vec{F} é dado por:

$$M = F \cdot b = 100 \cdot 0,6$$

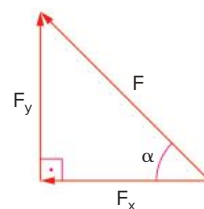
$$M = 160 \text{ N} \cdot \text{m}$$

O torque é positivo, pois a tendência de giro é no sentido anti-horário.

2º método: também pode-se determinar o torque calculando a soma dos momentos das componentes da força em relação ao mesmo ponto. Esse conceito importante é chamado de princípio dos momentos ou **teorema de Varignon**.



A componente vertical da força \vec{F} é determinada por meio do triângulo retângulo a seguir:



$$\text{sen } \alpha = \frac{F_y}{F}$$

$$F_y = F \cdot \text{sen } \alpha$$

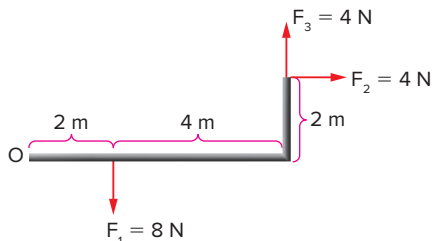
$$F_y = 100 \cdot 0,6$$

$$F_y = 60 \text{ N}$$

A força F_x tem uma linha de ação que passa pelo ponto O ao longo do comprimento da barra. Assim, ela não causa nenhum torque. O braço de alavanca da força F_y é o próprio comprimento da barra L. Portanto, o torque é dado por:

$$\begin{aligned} M &= M_x + M_y \\ M &= F_x \cdot 0 + F_y \cdot L \\ M &= 0 + 60 \cdot 1 \\ M &= +60 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

10. Determine o torque resultante na placa em formato L da figura a seguir.

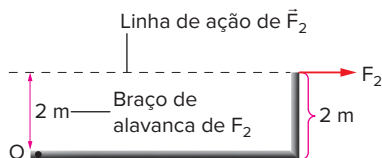


Resolução:

A força \vec{F}_1 possui um braço de alavanca de 2 m. Como a força tende a produzir uma rotação no sentido horário, temos:

$$\begin{aligned} M_1 &= F_1 \cdot b_1 \\ M_1 &= -8 \cdot 2 \\ M_1 &= -16 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

No caso da força \vec{F}_2 , temos a seguinte situação:



Portanto, o seu torque é negativo, já que a força tende a girar a placa no sentido horário. Assim:

$$\begin{aligned} M_2 &= F_2 \cdot b_2 \\ M_2 &= -4 \cdot 2 \\ M_2 &= -8 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

A força F_3 tem um braço de alavanca de 6 m e seu torque é positivo, já que a força tende a girar a placa no sentido anti-horário. Logo:

$$\begin{aligned} M_3 &= F_3 \cdot b_3 \\ M_3 &= +4 \cdot 6 \\ M_3 &= +24 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Veja que a força \vec{F}_2 tem o mesmo módulo da força \vec{F}_1 , porém, como seu braço de alavanca é muito maior, o torque também é maior.

Assim, a soma dos torques em relação ao ponto O é nula.

Condições de equilíbrio

Quando afirmamos que um corpo está em equilíbrio, estamos falando em equilíbrio translacional e rotacional. Para que um corpo em equilíbrio não sofra translação, basta que a resultante das forças que atuam sobre ele seja nula. Porém, para que o corpo também não rotacione, ele não pode ter tendência de girar para qualquer ponto. Assim, o torque resultante, em relação a qualquer ponto, deve ser nulo.

Portanto, para que um corpo esteja em equilíbrio:

$$\vec{F}_R = \vec{0} \text{ (equilíbrio translacional)}$$

$$\vec{M}_R = \vec{0} \text{ (equilíbrio rotacional)}$$

O torque total é a soma dos torques que cada força realiza no corpo em relação a um polo.

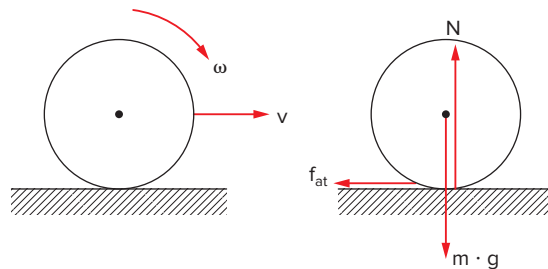
$$\vec{M}_R = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n$$

É importante ressaltar que, na situação em que $\vec{F}_R = \vec{0}$ (equilíbrio translacional), o torque resultante, mesmo que seja não nulo, será sempre o mesmo, independente do polo escolhido. Porém, durante a solução de um problema, após adotar um ponto como polo, devemos manter esse polo até o término da resolução.

Saiba mais

Por que uma esfera em rolamento diminui sua velocidade?

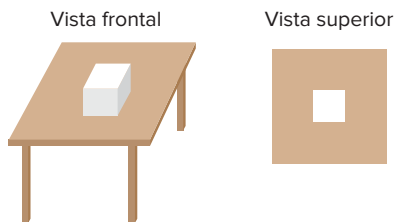
Ao lançar uma esfera em uma superfície horizontal, ela reduz sua velocidade até atingir o repouso. As forças que atuam nessa esfera são a peso \vec{P} , a normal \vec{N} e a de atrito \vec{f}_{at} . Como existe uma diminuição da aceleração, a esfera é freada pela ação da força de atrito que está contra o sentido da velocidade. Porém, essa força também produz um torque no sentido horário, que faz com que a velocidade angular da esfera de fato aumente, ganhando aceleração.



Forças que atuam em uma esfera em rolamento.

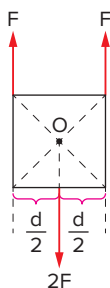
É importante notar que, para a esfera diminuir sua velocidade angular, é necessário um torque no sentido anti-horário. Assim, esse torque é gerado pela força normal, que, na prática, não possui a linha de ação passando pelo centro da esfera. Enquanto a esfera se movimenta, existe uma área de contato entre ela e o chão (e não apenas um ponto). Como resultado de uma pequena deformação na superfície de contato entre a esfera e o chão, a força normal é deslocada para a direita, produzindo, assim, um torque anti-horário que causa a desaceleração angular.

Considere uma caixa sobre uma mesa, por exemplo. Nessa caixa são aplicadas forças em um mesmo plano horizontal paralelo à mesa, além da força peso e da força normal, que acabam se anulando:



Vista frontal e superior da caixa sobre a mesa. (Elementos representados fora de escala. Cores fantasia.)

Vamos considerar, inicialmente, que a caixa está sujeita a três forças coplanares, aplicadas de acordo com a figura abaixo.



Forças coplanares aplicadas sobre a caixa.

A condição de equilíbrio translacional para esse sistema é satisfeita, já que:

$$F_R = F + F - 2F = 0$$

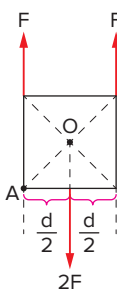
Dessa forma, a caixa não translada sobre a mesa (não tem aceleração linear).

Para calcular o torque resultante, inicialmente precisamos escolher um ponto como polo. Assim, adotando o centro da caixa como polo (ponto O), temos:

$$M_R = F \cdot d - F \cdot d = 0$$

Dessa forma, a condição de equilíbrio rotacional para esse sistema também é satisfeita, e a caixa não rotaciona.

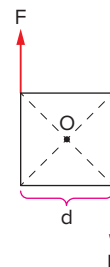
Repare que, como $F_R = 0$, qualquer ponto adotado como polo resultará em $M_R = 0$. Por exemplo, adotando um ponto A como polo, conforme a figura a seguir, temos:



Forças coplanares aplicadas sobre a caixa com o polo no ponto A.

$$M_R = F \cdot 0 + F \cdot d - 2F \cdot \frac{d}{2} = 0$$

Vamos considerar agora que a caixa está sujeita a duas forças coplanares de intensidades iguais, aplicadas de acordo com a figura abaixo.



Forças coplanares de intensidades iguais aplicadas sobre a caixa.

Nessa situação, $F_R = F - F = 0$. Logo, a caixa está em equilíbrio translacional e não tem aceleração linear.

Adotando o centro da caixa como polo, temos que o momento resultante é dado por:

$$M_R = F \cdot \frac{d}{2} + F \cdot \frac{d}{2} = F \cdot d$$

Mesmo que seja alterado o ponto escolhido como polo, como $F_R = 0$, o torque resultante será sempre o mesmo.

Quando dispomos de duas forças de mesmo módulo, sentidos opostos e linhas de ação distintas (não colineares), temos um sistema chamado de **binário**. Em binários, o torque resultante é sempre o mesmo, independente do polo escolhido, e vale $M = F \cdot d$, em que d é a distância entre as linhas de ação das forças, e F é o módulo de cada força aplicada. No binário, é importante notar que, mesmo que a resultante de forças seja zero, existe aceleração angular.

! Atenção

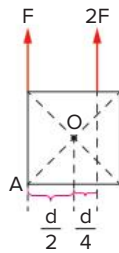
Se a soma de todas as forças que agem em um corpo rígido é zero, ele não está necessariamente em equilíbrio, já que pode haver um torque resultante, como no caso do binário.

É importante ressaltar que, se a resultante de forças for nula, temos três situações possíveis:

- I. Não atuam forças no corpo; nesse caso o torque resultante é, certamente, nulo.
- II. Atuam forças no corpo cuja soma vetorial é nula, e o torque resultante também é nulo.
- III. Atuam forças no corpo cuja soma vetorial é nula, porém o torque resultante é diferente de zero (ex.: binário).

$$\text{Se } \vec{F}_R = \vec{0} \begin{cases} \text{Não atuam forças externas} & \rightarrow \vec{M}_R = \vec{0} \\ \text{Atuam forças externas} & \begin{cases} \vec{M}_R = \vec{0} \\ \vec{M}_R \neq \vec{0} \text{ (binário)} \end{cases} \end{cases}$$

Agora, vamos considerar que aquela mesma caixa está sujeita a duas forças coplanares de intensidades diferentes, aplicadas de acordo com o que mostra a figura abaixo.



Forças coplanares de intensidades diferentes aplicadas sobre a caixa.

Nessa situação, a força resultante não é nula, $F_R = F + 2F = 3F$. Com isso, o corpo não está em equilíbrio translacional. Assim, nesse caso, para analisar se o corpo está em equilíbrio rotacional, não podemos adotar qualquer ponto como polo. Em situações como essa, o torque resultante se altera em função do polo escolhido, por isso, precisamos adotar o centro de massa (CM) do sistema como referência para a análise.

Adotando o centro de massa como polo, o torque resultante é:

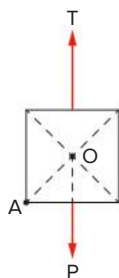
$$M_{CM} = 2F \cdot \frac{d}{4} - F \cdot \frac{d}{2} = 0$$

Dessa forma, a caixa translada, porém não rotaciona.

Já se adotássemos o ponto A como polo, o torque resultante não seria o mesmo:

$$M_A = 2F \cdot \left(\frac{d}{4} + \frac{d}{2} \right) = \frac{3 \cdot Fd}{2}$$

Se a caixa for acelerada para cima por meio de uma força de tração \vec{T} maior que o peso da caixa \vec{P} , como na figura a seguir, o torque resultante, em relação ao centro de massa O da caixa, é nulo, já que as linhas de ação das forças de tração e do peso passam pelo ponto O, e os braços de alavanca são nulos. Isso significa que a caixa translada, mas não rotaciona.



Caixa acelerada para cima por uma força de tração \vec{T} ($T > P$).

Porém, em relação ao ponto A, o torque resultante seria diferente de zero, já que:

$$M_A = T \cdot d - P \cdot d = (T - P) \cdot d$$

A análise utilizando o ponto A como polo não tem sentido físico, pois é intuitivo que a caixa não rotaciona nesse caso.

! Atenção

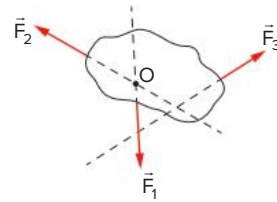
Se a força resultante for não nula, o corpo não está em equilíbrio, já que ele tem aceleração linear. Porém, para que ele não rotacione, basta que o torque resultante em relação ao centro de massa seja nulo.

Exercícios resolvidos

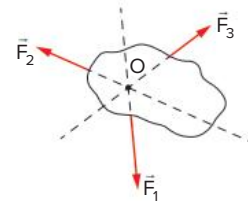
11. Demonstre que, se um corpo estiver em equilíbrio sob a ação de três forças concorrentes, essas forças devem concorrer em um único ponto.

Resolução:

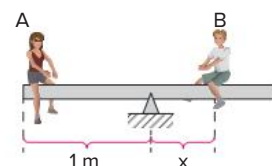
Considere as forças \vec{F}_1 e \vec{F}_2 que concorrem no ponto O. Se a linha de ação da força \vec{F}_3 não passar por O, essa força \vec{F}_3 gerará um torque em relação ao ponto O.



Assim, o corpo não ficará em equilíbrio rotacional, o que é um absurdo já que ele, por hipótese, está em equilíbrio. Desse modo, a linha de ação de \vec{F}_3 precisa passar pelo ponto O, e as três forças concorrem nesse mesmo ponto.

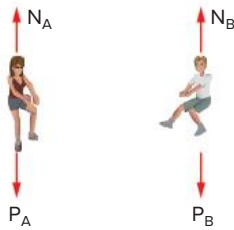


12. Uma garota de massa $m_A = 40$ kg está na extremidade de uma gangorra de 2 metros de comprimento e massa desprezível. Um garoto de massa $m_B = 60$ kg está a uma distância x do apoio central. Determine a distância x para que a gangorra permaneça em equilíbrio. Considere $g = 10$ m/s².



Resolução:

Isolando os corpos, temos o seguinte diagrama de forças:

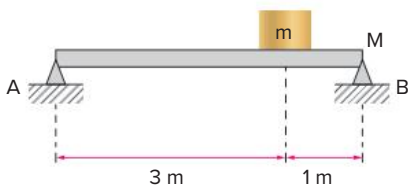


Como os corpos estão em equilíbrio, $N_A = P_A$ e $N_B = P_B$. Adotando o ponto de apoio O como polo, a equação de equilíbrio rotacional nos fornece:

$$M_R = 0 \Rightarrow N_A \cdot 1 - N_B \cdot x = 0 \Rightarrow P_A \cdot 1 = P_B \cdot x$$

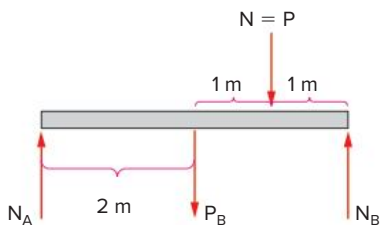
$$x = \frac{P_A}{P_B} = \frac{400}{600} \Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ m}$$

13. Uma barra de massa $M = 4 \text{ kg}$ e comprimento 4 metros está apoiada em suas extremidades A e B. Um bloco de massa $m = 2 \text{ kg}$ está colocado a 1 metro de uma das extremidades. Determine a reação nos apoios A e B.



Resolução:

Como o bloco está em equilíbrio, a força peso é igual à normal que a barra faz no bloco. Isolando a barra, temos:



Para o equilíbrio translacional, temos:

$$F_R = 0 \Rightarrow N_A + N_B = P + P_B$$

$$N_A + N_B = 20 + 40$$

$$N_A + N_B = 60 \text{ N}$$

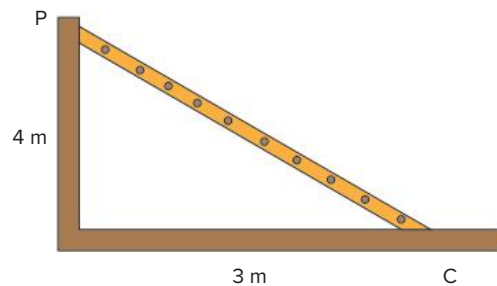
Adotando o ponto A como polo, para o equilíbrio rotacional, verificamos que:

$$M_R = 0 \Rightarrow N_B \cdot 4 - P_B \cdot 2 - P \cdot 3 = 0$$

$$N_B \cdot 4 = 40 \cdot 2 + 20 \cdot 3$$

$$N_B = 35 \text{ N, portanto, } N_A = 25 \text{ N}$$

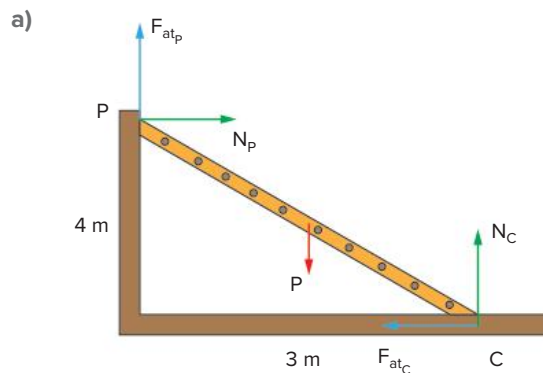
14. **Unicamp-SP** Uma escada homogênea de 40 kg apoia-se sobre uma parede, no ponto P, e sobre o chão, no ponto C.



► **Adote:** $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) Desenhe as setas representativas das forças peso, normal e de atrito em seus pontos de aplicação.
b) É possível manter a escada estacionária não havendo atrito em P? Nesse caso, quais os valores das forças normal e de atrito em C?

Resolução:



- b) Sim. Nesse caso, para o equilíbrio, o torque resultante em torno do ponto C deve ser nulo. O peso gera um torque no sentido anti-horário que deve ser igual, em módulo, ao torque da normal \vec{N}_P no sentido horário.

$$P \cdot b_p = N_P \cdot b_N$$

O braço de alavanca do peso (b_p) é a distância da linha de ação do peso ao ponto C, que vale $b_p = 1,5 \text{ m}$.

O braço de alavanca da normal em P (b_N) é a distância da linha de ação dessa normal ao ponto C, e vale exatamente a altura $b_N = 4 \text{ m}$.

Assim:

$$P \cdot 1,5 = N_P \cdot 4$$

$$400 \cdot 1,5 = N_P \cdot 4$$

$$N_P = 150 \text{ N}$$

Para equilíbrio translacional na horizontal, $F_{at_c} = N_P$.

Logo, $F_{at_c} = 150 \text{ N}$.

A N_C deve ser igual ao peso para equilíbrio translacional na vertical. Portanto, $N_C = 400 \text{ N}$.

Tombamento e escorregamento



O edifício Capital Gate, em Abu Dhabi, tem uma inclinação de 18° . É o edifício mais inclinado do mundo.

No capítulo de Dinâmica, aprendemos sobre a força de contato normal, resultante da interação entre superfícies quando existe um esmagamento entre elas. O ponto de aplicação dessa força não era relevante naquele capítulo, já que nos preocupávamos apenas com a análise translacional, mas é relevante no estudo do tombamento e do escorregamento.

Quando puxamos uma caixa para a direita, dependendo da intensidade e do ponto de aplicação da força, a caixa pode tombar. Nessas situações, o ponto de aplicação da força normal vai se deslocando para tentar garantir o equilíbrio rotacional e, na situação limite (iminência de tombar), a normal se concentra em torno do ponto de rotação do sistema. Veja os exemplos a seguir:

Exercícios resolvidos

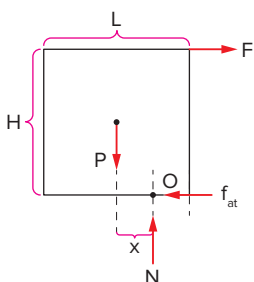
15. Para um bloco de peso $P = 20 \text{ N}$ cuja base tem comprimento $L = 20 \text{ cm}$ e altura $H = 10 \text{ cm}$, determine:

- a posição do ponto de aplicação da força normal quando o bloco está sujeito a uma força $F = 10 \text{ N}$.
- a força mínima para que o bloco esteja na iminência de tombar.

Considere que a força de atrito é suficiente para manter o bloco em equilíbrio translacional.

Resolução:

- O diagrama das forças que atuam no bloco é dado por:

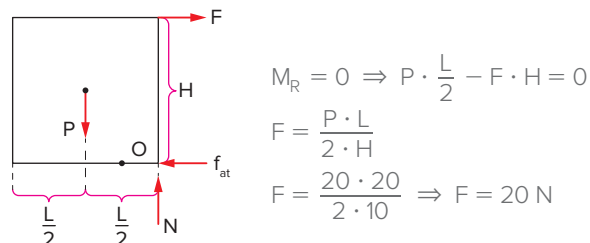


- Para um equilíbrio rotacional, o torque resultante deve ser nulo. Adotando como polo o ponto de aplicação da força normal, temos:

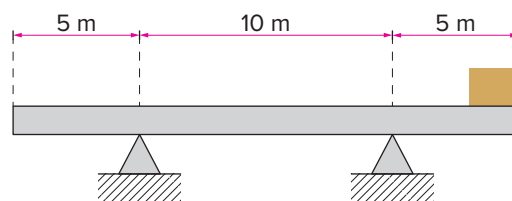
$$M_R = 0 \Rightarrow P \cdot x - F \cdot H = 0 \Rightarrow x = \frac{F \cdot H}{P}$$

$$x = \frac{10 \cdot 10}{20} \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

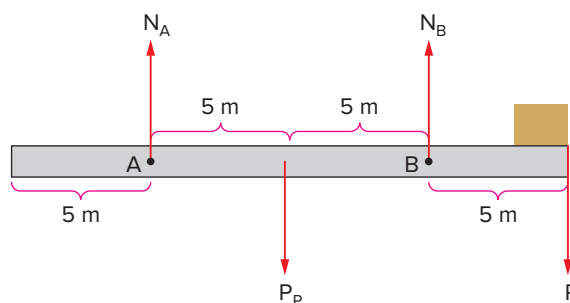
Na iminência de tombar, a força normal se concentra toda na quina do bloco. Assim, adotando a quina como polo, temos:



16. Determine o maior valor do peso P que pode ser colocado na borda da prancha da figura a seguir para que ela se mantenha em equilíbrio. O peso da prancha é $P_p = 10 \text{ N}$.



Resolução:



Quando o peso for muito grande, a prancha estará na iminência de tombar em torno do apoio B. Assim, ela estará também na iminência de perder contato com o apoio A. Portanto, podemos considerar a normal $N_A = 0$.

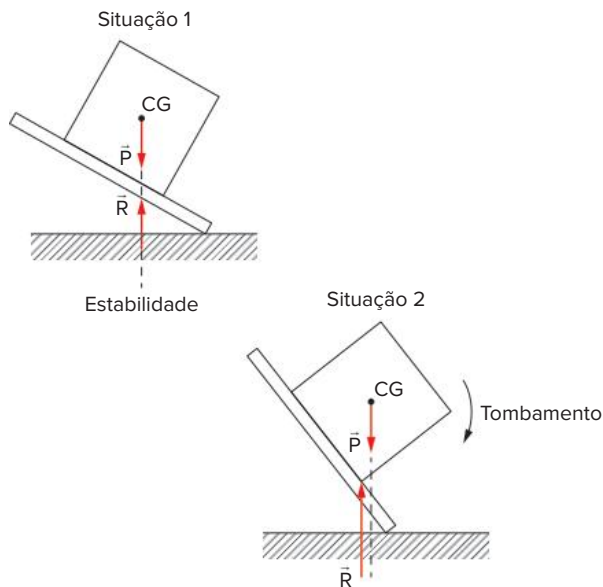
Adotando o ponto B como polo, temos:

$$M_R = 0 \Rightarrow P_p \cdot 5 - P \cdot 5 = 0$$

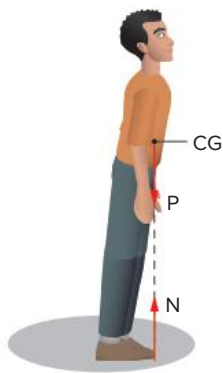
$$P = P_p = 10 \text{ N}$$

Na iminência do sistema girar, a força de contato age apenas sobre um dos apoios, nesse caso, o apoio B, sobre o qual todo o sistema rotaciona.

Quando apoiamos um bloco sobre um plano inclinado, dependendo da inclinação desse plano, o bloco pode permanecer em equilíbrio ou tombar. Isso porque a linha de ação da força peso não pode ultrapassar o último ponto de apoio – a quina do bloco – pois, se ultrapassar, a força peso realizará um torque de tombamento, conforme a figura abaixo.



Na primeira situação, a linha de ação da força peso está sobre a área de suporte, e o bloco fica em equilíbrio. Na segunda situação, a linha de ação da força peso está fora da área de suporte, fazendo com que ocorra o tombamento do bloco.



Para que uma pessoa se incline para frente e não tombe, a linha de ação da força peso não pode passar da extremidade do pé. (Elementos representados fora de escala. Cores fantasia.)



O famoso movimento em que Michael Jackson se inclina para frente só é possível pois a sola de seu sapato é presa ao chão por um prego. (Elementos representados fora de escala. Cores fantasia.)

Quanto maior for a área de apoio e mais baixo for o centro de gravidade, mais estável será o corpo.

Esse princípio também se aplica ao tentarmos nos levantar de uma cadeira mantendo o tronco ereto, o que não é possível, uma vez que a linha de ação da força peso não coincide com a linha de ação da força normal que o solo aplica aos nossos pés. Assim, um torque faz com que o corpo retorne à posição de equilíbrio. Precisamos nos apoiar em algo, gerando um torque que nos eleve da cadeira, ou inclinar nosso tronco para a frente, deslocando a linha de ação da força peso de forma que ela coincida com a linha de ação da normal que age em nossos pés.

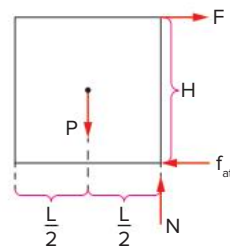
Voltando ao exemplo da caixa, quando ela é puxada para direita, dependendo da intensidade da força, ela pode tombar. Porém, se a caixa estiver sobre uma superfície com atrito, dependendo da intensidade da força, ela também pode escorregar. O que acontece primeiro, o tombamento ou o escorregamento?

Exercício resolvido

17. Um bloco de peso \vec{P} , altura H e base L repousa em uma superfície de coeficiente de atrito estático μ . Se no topo do bloco é aplicada uma força F , determine as condições para que ele escorregue e para que tombe.

Resolução:

Para que o bloco tombe, o torque da força F deve ser maior que o torque do peso. Nesse caso, a força normal se encontra na quina do bloco:



$$M_F > M_p \Rightarrow F \cdot H > P \cdot \frac{L}{2} \Rightarrow F > \frac{P \cdot L}{2 \cdot H}$$

Na iminência do bloco escorregar, a força de atrito estático é máxima:

$$F > f_{at\max} \Rightarrow F > \mu \cdot P$$

Portanto, o bloco escorrega antes de tombar:

$$\mu < \frac{L}{2 \cdot H}$$

E ele tombará, antes de escorregar se:

$$\mu > \frac{L}{2 \cdot H}$$

Tipos de equilíbrio

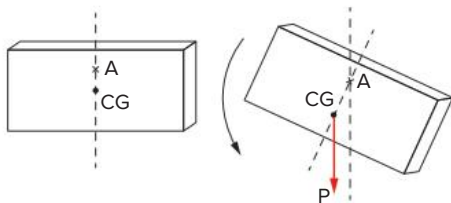
arbyred/Flickr



Balanced Rock (rocha equilibrada) – à esquerda da imagem –, localizada no Arches National Park (EUA). O tamanho total da formação é 39 m, sendo que a rocha equilibrada acima da base mede 16,75 m.

Quando um corpo está sujeito a uma pequena perturbação, ele pode ter a tendência a voltar à posição original, a tombar ou a permanecer na nova posição, o que caracteriza situações de equilíbrio estável, instável ou indiferente, respectivamente.

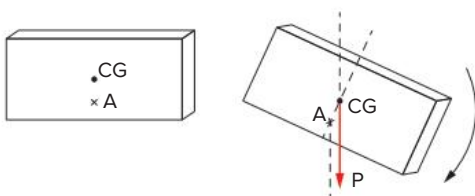
Vamos analisar uma placa sustentada por uma força \vec{F} no ponto A, conforme a figura abaixo.



O equilíbrio estável é quando a força peso está abaixo do ponto de suspensão.

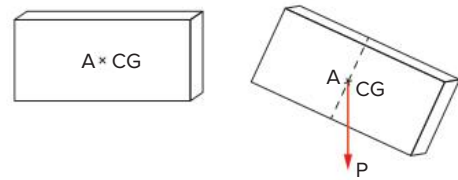
No centro de gravidade (CG) atua a força peso \vec{P} . Quando deslocamos um pouco a placa, a força peso age com um torque restaurador, e a placa retorna à posição de equilíbrio. Essa é uma situação típica de **equilíbrio estável**.

Se o ponto de aplicação da força \vec{F} ficar abaixo do centro de gravidade, uma perturbação fará com que o peso atue com um torque de tombamento, caracterizando um tipo de **equilíbrio instável**.



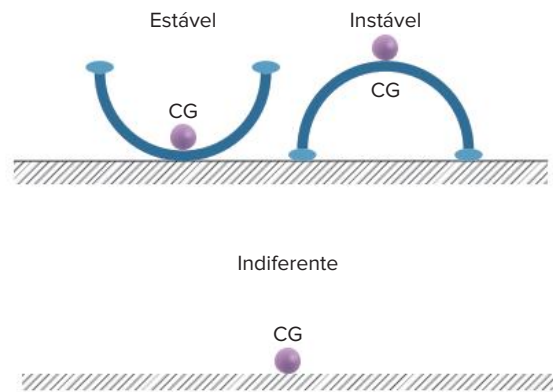
O equilíbrio instável é quando a força peso está acima do ponto de suspensão.

Porém, se a força de suspensão estiver exatamente sobre o centro de gravidade (CG), a placa permanece na mesma posição. Nesse caso, temos um **equilíbrio indiferente**.



O equilíbrio indiferente é quando a força de suspensão está exatamente sobre o centro de gravidade.

Portanto, de maneira geral, quando deslocamos um corpo e o seu centro de gravidade é transferido mais para cima, o equilíbrio é estável. Se, após o deslocamento, o centro de gravidade for deslocado mais para baixo, o equilíbrio é instável. Porém, se não houver alteração na posição do centro de gravidade, o equilíbrio é indiferente.



Representações de um corpo em diferentes situações de equilíbrio.

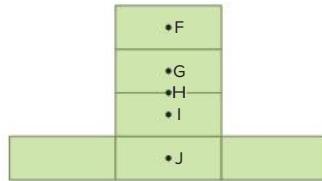
O brinquedo João-bobo, por exemplo, possui centro de gravidade em sua parte inferior, devido a um contrapeso. Assim, quando é realizada uma perturbação, o contrapeso dá origem a um torque restaurador que faz com que o brinquedo retorne para a posição de equilíbrio, caracterizando uma situação de equilíbrio estável.



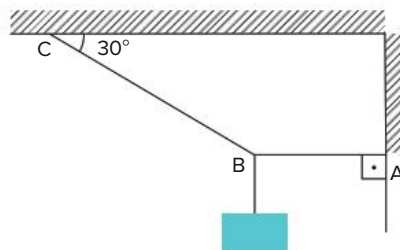
O brinquedo João-bobo, ou João-teimoso, se caracteriza por um equilíbrio estável, já que o contrapeso em sua base dá origem a um torque de restauração.

Revisando

1. **Cesgranrio-RJ (Adapt.)** Seis peças de um jogo de dominó estão dispostas como na figura. Qual dos pontos indicados (F, G, H, I, J) é o que melhor localiza o centro de massa desse conjunto? Justifique.

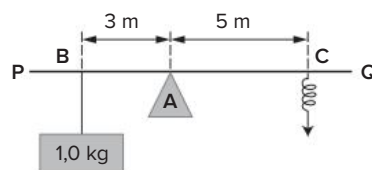


2. **Uerj 2017** No esquema, está representado um bloco de massa igual a 100 kg em equilíbrio estático.



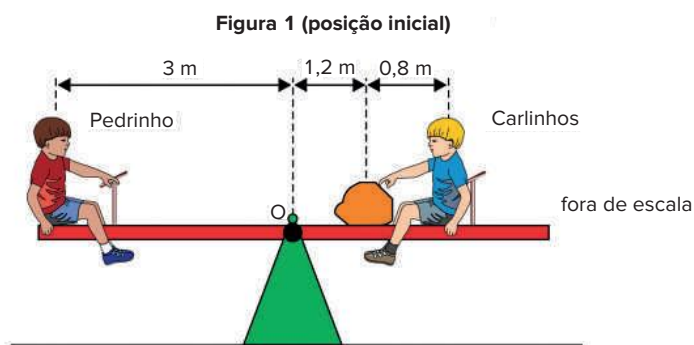
Determine, em newtons, a tração no fio ideal AB.

3. **UFPR 2019** Uma prancha PQ, apoiada sobre o suporte A, está em equilíbrio estático quando vista por um observador inercial. Ela está sujeita à ação de forças produzidas por alguns agentes, conforme mostra a figura abaixo. No ponto B, um objeto de massa $m = 1,0 \text{ kg}$ é preso por um cabo inextensível e de massa desprezível, ficando suspenso sob a ação gravitacional. Para manter a prancha em equilíbrio na posição horizontal, no ponto C age uma mola de constante de mola $K = 60 \text{ N/m}$, também de massa desprezível. O peso da prancha PQ pode ser desprezado em comparação com as forças produzidas pelos outros agentes atuando sobre ela. Para efeitos de cálculo, se necessário use $g = 10 \text{ m/s}^2$ para o valor do módulo da aceleração gravitacional no local, suposta constante.

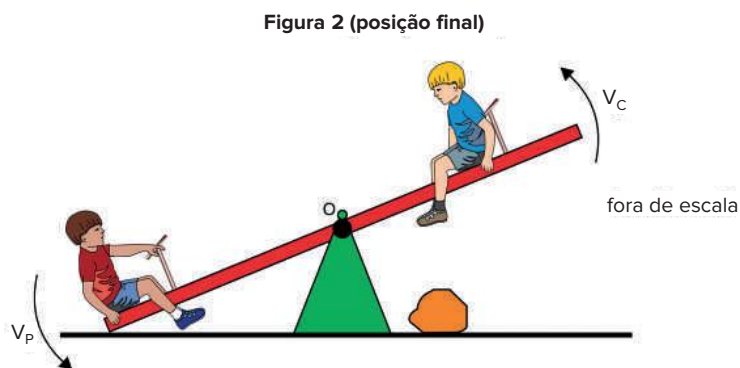


- a) A mola agindo no ponto C está esticada por um comprimento ΔL . Determine ΔL , supondo que a lei de Hooke seja válida nesse caso.
- b) O suporte em A exerce uma força de módulo F sobre a prancha. Determine F.

4. **Unesp 2017** Pedrinho e Carlinhos são garotos de massas iguais a 48 kg cada um e estão inicialmente sentados, em repouso, sobre uma gangorra constituída de uma tábua homogênea articulada em seu ponto médio, no ponto O. Próxima a Carlinhos, há uma pedra de massa M que mantém a gangorra em equilíbrio na horizontal, como representado na figura 1.

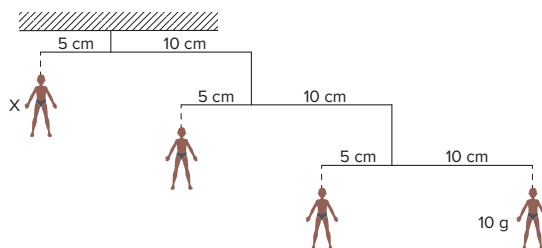


Quando Carlinhos empurra a pedra para o chão, a gangorra gira e permanece em equilíbrio na posição final, representada na figura 2, com as crianças em repouso nas mesmas posições em que estavam inicialmente.

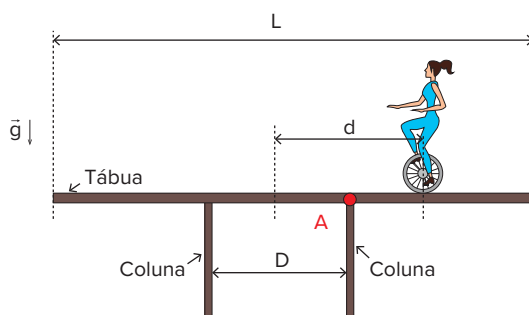


Calcule o valor da relação $\frac{V_P}{V_C}$, sendo V_P e V_C os módulos das velocidades escalares médias de Pedrinho e de Carlinhos, respectivamente, em seus movimentos entre as posições inicial e final. Em seguida, calcule o valor da massa M, em kg.

5. **Mackenzie-SP (Adapt.)** Um *designer* projeta um móbile usando três hastes rígidas de pesos desprezíveis, interligadas por fios ideais, e quatro bonequinhos, conforme a figura. Cada haste tem 15 cm de comprimento. Para que o conjunto permaneça em equilíbrio, com as hastes na horizontal, qual deve ser a massa do bonequinho X?



6. **Fuvest-SP 2020** Uma equilibrista de massa M desloca-se sobre uma tábua uniforme de comprimento L e massa m apoiada (sem fixação) sobre duas colunas separadas por uma distância D ($D < L$) de modo que o centro da tábua esteja equidistante das colunas. O ponto de apoio da equilibrista está a uma distância d (tal que $\frac{D}{2} < d < \frac{L}{2}$) do centro da tábua, como mostra a figura.



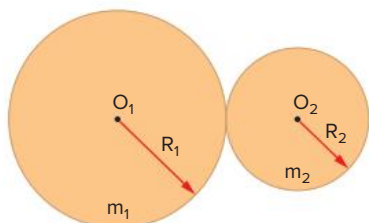
- Considerando que a tábua está em equilíbrio, faça um diagrama indicando todas as forças que atuam sobre a tábua e seus respectivos pontos de aplicação.
- Calcule o torque resultante exercido pelos pesos da equilibrista e da tábua em relação ao ponto A (ponto de apoio da tábua na coluna mais próxima da equilibrista). Escreva sua resposta em termos de grandezas mencionadas no enunciado (M , L , m , D , d) e da aceleração da gravidade g .
- Calcule a distância máxima $d_{\text{máx}}$ da equilibrista ao centro da tábua para que o conjunto permaneça em equilíbrio estático. Considere os seguintes dados: comprimento da tábua: $L = 5$ m; massa da tábua: $m = 20$ kg, massa da equilibrista: $M = 60$ kg, distância entre as colunas: $D = 3$ m.

► **Note e adote:** Despreze as espessuras da tábua e da coluna.
Use $g = 10 \text{ m/s}^2$.

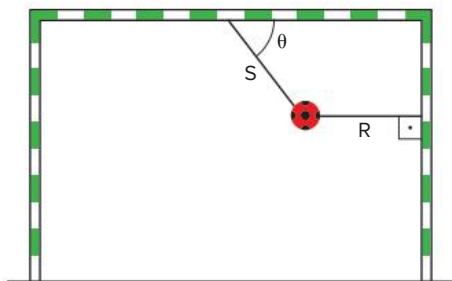
Exercícios propostos

Centro de massa e equilíbrio translacional

1. **Unesp** Duas esferas homogêneas, de raios R_1 e R_2 e massas m_1 e m_2 , foram fixadas uma à outra de modo a formar um sistema rígido, indicado na figura a seguir. Sendo $R_1 = 2R_2$ e $m_1 = \frac{m_2}{2}$, o centro do sistema assim constituído encontra-se:



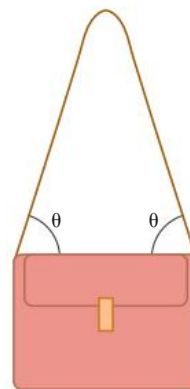
- a) no centro da esfera maior.
 b) no centro da esfera menor.
 c) no ponto de fixação das esferas.
 d) a meia distância entre o centro O_1 e o ponto.
 e) a meia distância entre o centro O_2 e o ponto de fixação.
2. **Uece 2020** Dois carros idênticos e de mesma massa, viajando no mesmo sentido, trafegam em uma estrada plana e retilínea, sendo que o carro da frente tem o dobro da velocidade do outro. Dessa forma, é correto dizer que a distância de cada automóvel ao centro de massa do sistema composto pelos carros
- a) diminui com o passar do tempo.
 b) é constante.
 c) aumenta com o passar do tempo.
 d) é maior para o carro mais veloz.
3. **FMJ-SP 2022** Em uma instalação artística, uma bola de handebol, de peso 4,0 N, foi pendurada na baliza por meio de dois fios, R e S. O fio R é horizontal e está preso a um dos postes verticais, enquanto o fio S está preso à barra transversal, formando com esta um ângulo θ .



Sabendo que $\sin \theta = 0,8$ e que $\cos \theta = 0,6$, as intensidades das forças que os fios R e S aplicam na bola são, respectivamente,

- a) 3,0 N e 5,0 N. d) 6,0 N e 2,0 N.
 b) 5,0 N e 3,0 N. e) 2,0 N e 6,0 N.
 c) 4,0 N e 4,0 N.

4. **Famema-SP 2021** Um modelo de bolsa possui uma alça de couro com suas extremidades presas a uma parte horizontal indeformável da bolsa. Considere que a bolsa, ao ser usada apoiada sobre o ombro pelo ponto intermediário da alça, mantenha-se na forma mostrada na figura.



Suponha que o conteúdo da bolsa esteja uniformemente distribuído em seu interior e que a massa desse conteúdo, somada com a massa da bolsa, resulte em 1,6 kg.

Considerando-se a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , $\sin \theta = 0,8$ e $\cos \theta = 0,6$, a intensidade da força de tração na alça de couro é de

- a) 8 N. b) 16 N. c) 10 N. d) 6 N. e) 20 N.

5. **Acafe-SC 2020** A tecnologia tem ajudado na realização de nossas atividades diárias dando-nos objetos que dão mais praticidade e conforto. A cadeira é um desses objetos. Hoje há cadeiras construídas com vários materiais e objetivos, e que apresentam mais tecnologia incorporada que antigamente. Recentemente, apareceu no mercado a cadeira *gamer* para quem deseja ficar muito tempo sentado, jogando vídeo game ou estudando. As figuras 1, 2, 3 e 4 mostram uma pessoa sentada e imóvel em uma cadeira *gamer*, em quatro posições distintas e com os pés sem tocar no chão.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

Com base no exposto, analise as afirmativas a seguir.

- I. A força total aplicada pela pessoa sobre a cadeira é maior na figura 1 que na figura 4.
- II. Se considerarmos o centro de massa da pessoa sempre na mesma posição em relação ao assento, a pressão de um dos pés da cadeira sobre o solo é a mesma, nas quatro figuras.
- III. Se a área de contato da pessoa com o encosto da cadeira não se alterar nas quatro figuras, então a pressão sobre o encosto da cadeira é a mesma nas quatro figuras.
- IV. A força aplicada por um dos pés da cadeira sobre o solo depende somente do peso da pessoa.
- V. Nas quatro figuras a força resultante sobre a cadeira é nula.

A opção contendo apenas afirmações corretas é:

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) I – III – IV | c) III – IV |
| b) II – V | d) I – II – III |

6. **Uece 2019** Suponha que a construção de uma chaminé de tijolos seja realizada pelo acréscimo sucessivo de camadas circulares concêntricas de tijolos, com raios sempre decrescentes. À medida que a construção é erguida, com a finalização de cada camada, o centro de massa da chaminé se desloca
- a) verticalmente para baixo.
 - b) horizontalmente.
 - c) verticalmente para cima.
 - d) simultaneamente na vertical e na horizontal.

7. **Mackenzie-SP 2012**

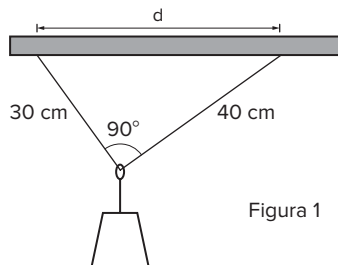


Figura 1

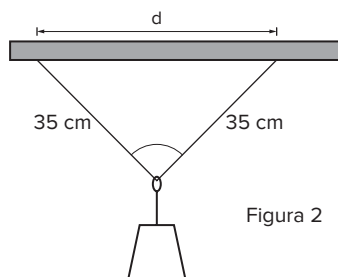


Figura 2

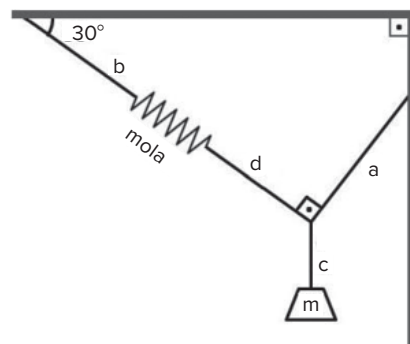
Certo corpo de massa 10,0 kg está suspenso por uma pequena argola, que pode deslizar, sem atrito, por um fio, supostamente ideal. Em uma primeira situação, o corpo encontra-se na posição ilustrada na figura 1 e, depois de certo tempo, encontra-se na posição ilustrada na figura 2. O trabalho realizado pela força peso, entre a posição 1 e a posição 2, foi

► **Dados:** considere: $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$, $\sqrt{6} \cong 2,45$.

- a) $2,40 \cdot 10^{-1} \text{ J}$
- b) $2,45 \cdot 10^{-1} \text{ J}$
- c) $5,00 \cdot 10^{-1} \text{ J}$
- d) 2,40 J
- e) 2,45 J

8. **Uece 2020** Noticiou-se, recentemente, que duas composições do VLT (veículo leve sobre trilhos) em Fortaleza colidiram frontalmente. Suponha que os dois trafegavam em uma única linha reta antes do choque e que as composições eram idênticas, viajavam vazias e à mesma velocidade. Assim, é correto concluir que, nesse trecho reto descrito, o centro de massa do sistema composto pelos dois trens
- a) se deslocou somente antes da colisão e com velocidade constante.
 - b) se deslocou somente após a colisão e com velocidade constante.
 - c) não se deslocou até a ocorrência da colisão.
 - d) se deslocou com velocidade variável.

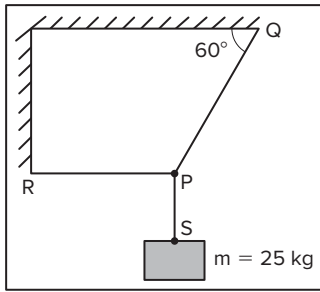
9. **UFPR 2017** Uma mola de massa desprezível foi presa a uma estrutura por meio da corda “b”. Um corpo de massa “m” igual a 2 000 g está suspenso por meio das cordas “a”, “c” e “d”, de acordo com a figura abaixo, a qual representa a configuração do sistema após ser atingido o equilíbrio. Considerando que a constante elástica da mola é 20 N/cm e a aceleração gravitacional é 10 m/s^2 , assinale a alternativa que apresenta a deformação que a mola sofreu por ação das forças que sobre ela atuaram, em relação à situação em que nenhuma força estivesse atuando sobre ela. Considere ainda que as massas de todas as cordas e da mola são irrelevantes.



- | | | |
|------------|------------|------------|
| a) 0,5 cm. | c) 2,5 cm. | e) 5,2 cm. |
| b) 1,2 cm. | d) 3,5 cm. | |

10. **UEPG-PR 2021** Com relação aos conceitos estudados na Estática e ao desenho ilustrativo a seguir, no qual os cabos e a barra têm massas desprezíveis, assinale o que for correto.

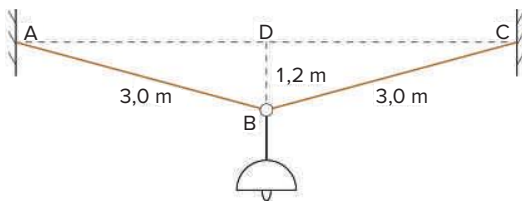
► **Dado:** $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- 01 A condição necessária e suficiente para que um corpo, considerado como ponto material, permaneça em equilíbrio estático é que a resultante das forças que agem nele seja igual a zero.
- 02 Momento ou torque de uma força, em relação a um ponto, é uma grandeza vetorial.
- 04 Momento e trabalho de uma força, por serem grandezas vetorial e escalar, respectivamente, não podem ter a mesma equação dimensional.
- 08 Considerando um corpo extenso e rígido, para que ele permaneça em equilíbrio estático é necessário e suficiente que a resultante das forças que agem nele seja nula.
- 16 A tração suportada pelo cabo PQ é menor que 290 N.

Soma:

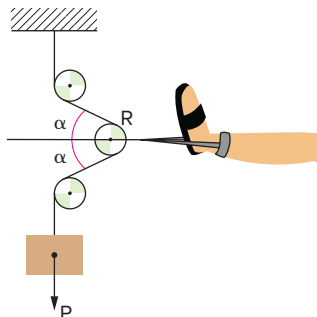
11. **Uerj 2018** Uma luminária com peso de 76 N está suspensa por um aro e por dois fios ideais. No esquema, as retas AB e BC representam os fios, cada um medindo 3 m, e D corresponde ao ponto médio entre A e C.



Sendo $BD = 1,2$ m e A, C e D pontos situados na mesma horizontal, a tração no fio AB, em newtons, equivale a:

- a) 47,5 b) 68,0 c) 95,0 d) 102,5

12. **Uerj** Em uma sessão de fisioterapia, a perna de um paciente acidentado é submetida a uma força de tração que depende do ângulo α , como indica a figura a seguir.



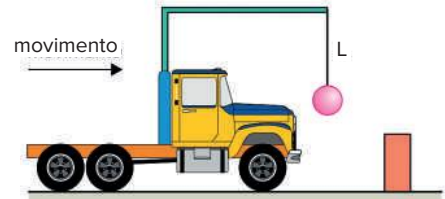
(King, A. R. & REGEV, o. "Physics with answers". Cambridge: Cambridge University Press, 1997.)

O ângulo α varia deslocando-se a roldana R sobre a horizontal.

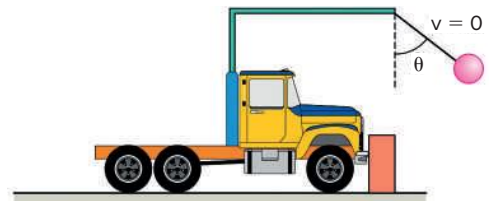
Se, para um mesmo peso P, o fisioterapeuta muda α de 60° para 45° , o valor da tração na perna fica multiplicado por:

- a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

13. **Unesp 2019** Um caminhão de brinquedo move-se em linha reta sobre uma superfície plana e horizontal com velocidade constante. Ele leva consigo uma pequena esfera de massa $m = 600$ g presa por um fio ideal vertical de comprimento $L = 40$ cm a um suporte fixo em sua carroceria.



Em um determinado momento, o caminhão colide inelasticamente com um obstáculo fixo no solo, e a esfera passa a oscilar atingindo o ponto mais alto de sua trajetória quando o fio forma um ângulo $\theta = 60^\circ$ em relação à vertical.

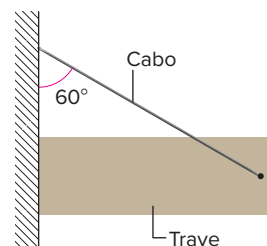


Adotando $g = 10$ m/s², $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ e desprezando a resistência do ar, calcule:

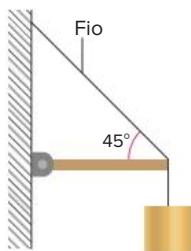
- a) a intensidade da tração no fio, em N, no instante em que a esfera para no ponto mais alto de sua trajetória.
- b) a velocidade escalar do caminhão, em m/s, no instante em que ele se choca contra o obstáculo.

14. **UFPE 2012** Uma trave, de massa $M = 4,6$ kg, é mantida na posição horizontal apoiada lateralmente em uma parede e por meio de um cabo de massa desprezível e inextensível, como mostrado na figura. Considerando que não haja atrito entre a trave e a parede, calcule a tração sobre o cabo, em newtons.

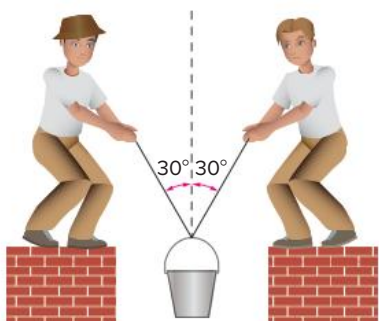
▶ **Dado:** Considere $g = 10$ m/s².



15. **UFPE** Uma barra horizontal de massa desprezível possui uma de suas extremidades articulada em uma parede vertical. A outra extremidade está presa à parede por um fio que faz um ângulo de 45° com a horizontal e possui um corpo de 55 N pendurado. Qual o módulo da força normal à parede, em newtons, que a articulação exerce sobre a barra?



16. **PUC-RS** Dois operários suspendem um balde por meio de cordas, conforme mostra o esquema a seguir.



► **Dados:** $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ e $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Sabe-se que o balde, com seu conteúdo, tem peso 50 N , e que o ângulo formado entre as partes da corda no ponto de suspensão é 60° . A corda pode ser considerada como ideal (inextensível e de massa desprezível).

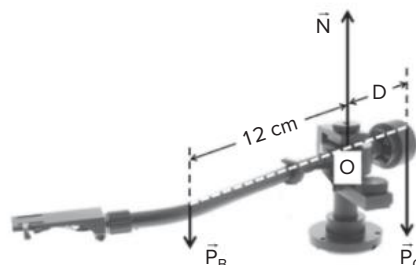
Quando o balde está suspenso no ar, em equilíbrio, a força exercida por um operário, medida em newtons, vale:

- a) 50 b) 25 c) $\frac{50}{\sqrt{3}}$ d) $25\sqrt{2}$ e) 0,0

Conceitos básicos de torque e equilíbrio

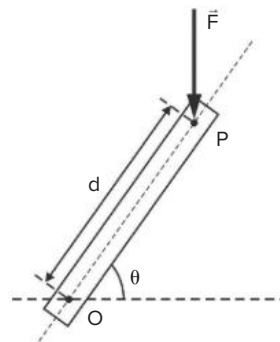
17. **Unicamp-SP 2021** A figura a seguir mostra o braço de um toca-discos de vinil. Nela são indicadas, nos seus respectivos pontos de atuação, as seguintes forças: peso do braço (\vec{P}_B) peso do contrapeso (\vec{P}_C) e força normal aplicada pelo suporte do braço (\vec{N}). Para que o braço fique em equilíbrio, é necessário que a soma dos torques seja igual a zero. No caso do braço da figura, o módulo do torque de cada força em relação ao ponto O (suporte do braço) é igual ao produto do módulo da força pela distância do ponto de aplicação da força até O. Adote torque positivo para forças que tendem a acelerar o braço no sentido horário e torque negativo para o sentido anti-horário.

- Seja $|\vec{P}_C| = 1,5\text{ N}$, $|\vec{P}_B| = 0,3\text{ N}$ e $|\vec{N}| = 1,8\text{ N}$, qual deve ser a distância D do contrapeso ao ponto O para que o braço fique em equilíbrio?



- a) 2,0 cm. c) 3,6 cm.
b) 2,4 cm. d) 6,0 cm.

18. **EPCar-SP 2020** Uma força vertical de módulo F atua em um ponto P de uma alavanca rígida e homogênea que pode girar em torno de um eixo O. A alavanca possui comprimento d, entre os pontos P e O, e faz um ângulo θ com a direção horizontal, conforme figura abaixo.



A força \vec{F} gera, assim, um torque sobre a alavanca. Considere uma outra força \vec{G} , de menor módulo possível, que pode ser aplicada sozinha no ponto P e causar o mesmo torque gerado pela força \vec{F} .

Nessas condições, a opção que melhor apresenta a direção, o sentido e o módulo G da força \vec{G} é

- a) c)
b) d)

19. **Uece 2018** Uma chaminé de 30 m de altura pende, sem se quebrar, até uma inclinação de 30° com a vertical. Considere a aceleração da gravidade como

10 m/s² e o diâmetro da chaminé muito menor que sua altura. Suponha que nessa configuração haja uma força vertical de 1 N puxando rumo ao solo a ponta da chaminé. Nesta situação, o torque exercido por essa força no topo da chaminé vale, em N · m,

- a) 150.
- b) $30\sqrt{2}$.
- c) $300\sqrt{2}$.
- d) 15.

20. UFSM-RS Para que um corpo esteja em equilíbrio mecânico, é necessário e suficiente que:

- a) apenas a soma de todas as forças aplicadas no corpo seja nula.
- b) apenas a soma dos momentos aplicados no corpo seja nula.
- c) a soma de todas as forças aplicadas no corpo seja diferente de zero e a soma dos momentos aplicados no corpo seja nula.
- d) a soma dos momentos aplicados no corpo seja diferente de zero e a soma de todas as forças aplicadas no corpo seja nula.
- e) a soma de todas as forças aplicadas no corpo e a soma dos momentos aplicados no corpo sejam nulas.

21. Uece 2018 Considere uma gangorra defeituosa, em que o ponto de apoio não está no centro. É possível que, mesmo assim, haja equilíbrio estático, com a gangorra na horizontal e uma criança em cada extremidade, desde que

- a) a soma dos torques sobre a gangorra seja nula.
- b) a soma dos torques sobre a gangorra seja oposta à força peso das crianças.
- c) o torque exercido sobre a gangorra em uma das extremidades seja igual à força peso na outra extremidade.
- d) as crianças tenham a mesma massa.

22. Uerj 2014 A figura abaixo ilustra uma ferramenta utilizada para apertar ou desapertar determinadas peças metálicas.



Para apertar uma peça, aplicando-se a menor intensidade de força possível, essa ferramenta deve ser segurada de acordo com o esquema indicado em:

- a)
- b)
- c)
- d)

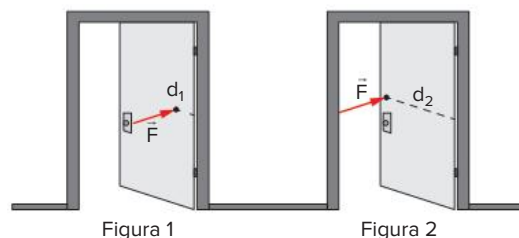
23. UFPE A figura representa a força aplicada na vertical, sobre uma chave de boca, por um motorista de caminhão tentando desatarraxar uma das porcas que fixa uma roda. O ponto de aplicação da força dista 15 cm do centro da porca, e o módulo da força máxima aplicada é $F = 400$ N. Nesta situação, suponha que o motorista está próximo de conseguir desatarraxar a porca. Em seguida, o motorista acopla uma extensão à chave de boca, de forma que o novo ponto de aplicação da força dista 75 cm do centro da porca. Calcule o novo valor do módulo da força, F' , em newtons, necessário para que o motorista novamente esteja próximo de desatarraxar a porca.



24. Uece 2017 Duas bicicletas são equipadas com freios de diferentes tecnologias. Uma delas tem a rotação do pneu reduzida pela ação da força de atrito entre uma pastilha de freio e o aro, próximo ao pneu. Na outra, o freio faz a pastilha realizar força de atrito em um disco concêntrico ao pneu, mas com diâmetro muito pequeno em relação ao aro. Supondo que a força de atrito seja de mesma intensidade nos dois sistemas, é correto afirmar que o torque sobre o aro, τ_{aro} , e sobre o disco, τ_{disco} tenham a seguinte relação

- a) $\tau_{\text{aro}} < \tau_{\text{disco}} < 0$.
- b) $\tau_{\text{aro}} = \tau_{\text{disco}} > 0$.
- c) $\tau_{\text{aro}} > \tau_{\text{disco}} > 0$.
- d) $\tau_{\text{disco}} > \tau_{\text{aro}} > 0$.

25. PUC-SP Podemos abrir uma porta aplicando uma força \vec{F} em um ponto localizado próximo à dobradiça (figura 1) ou exercendo a mesma força \vec{F} em um ponto localizado longe da dobradiça (figura 2). Sobre o descrito, é correto afirmar que:



- a) a porta abre-se mais facilmente na situação da figura 1, porque o momento da força \vec{F} aplicada é menor.
- b) a porta abre-se mais facilmente na situação da figura 1, porque o momento da força \vec{F} aplicada é maior.
- c) a porta abre-se mais facilmente na situação da figura 2, porque o momento da força \vec{F} aplicada é menor.
- d) a porta abre-se mais facilmente na situação da figura 2, porque o momento da força \vec{F} aplicada é maior.
- e) não há diferença entre aplicarmos a força mais perto ou mais longe da dobradiça, pois o momento de \vec{F} independe da distância d entre o eixo de rotação e o ponto de aplicação da força.

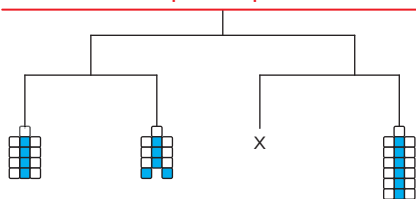
26. **FCMSCSP 2022** Móviles são bonitas estruturas com formas geométricas em equilíbrio, como mostra a imagem.



(https://pt.wikipedia.org)

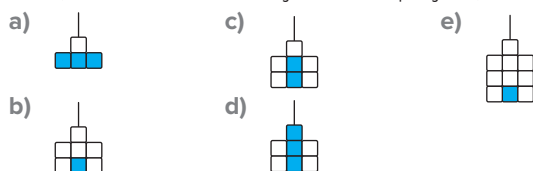
Um projeto de móvel em perfeito equilíbrio utilizará peças brancas idênticas entre si e peças azuis idênticas entre si. A figura representa o projeto, estando faltando apenas as peças que serão colocadas na posição indicada por X, de tal forma que as três barras do móvel fiquem paralelas às linhas do teto e do chão.

linha do teto em que será pendurado o móvel



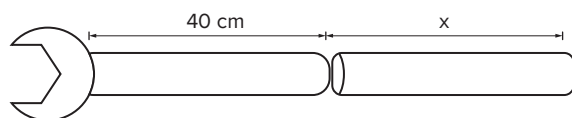
linha do chão (paralela à linha do teto)

Um arranjo de peças que pode ser colocado no lugar de X, mantendo-se os objetivos do projeto, é



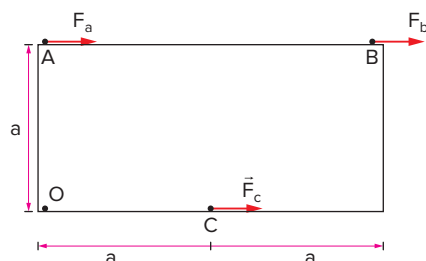
27. **Efomm-RJ 2020** Um motorista de 80 kg notou que o pneu de seu carro estava furado. Para trocá-lo, utilizou uma chave de 40 cm de comprimento e o peso de seu corpo, atuando perpendicularmente à extremidade da chave, para soltar os parafusos. Devido à oxidação dos parafusos, o rapaz não conseguiu afrouxá-los com a força aplicada. Felizmente, havia um pedaço de barra de aço no porta-malas do seu veículo que pôde ser usada como alavanca. Suponha que fosse possível soltá-los com a chave original, caso o motorista pesasse 100 kg. Qual deve ser o comprimento mínimo da barra de aço, para que ele consiga trocar os pneus do carro?

▶ **Dado:** considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- a) 5,0 cm c) 15,0 cm e) 25,0 cm
b) 10,0 cm d) 20,0 cm

28. **Fuvest-SP** Três homens tentam fazer girar, em torno do pino fixo O, uma placa retangular de largura a e comprimento $2a$, que está inicialmente em repouso sobre um plano horizontal, de atrito desprezível, coincidente com o plano do papel. Eles aplicam as forças $F_a = F_b$ e $F_c = 2F_a$, nos pontos A, B e C, como representadas na figura.

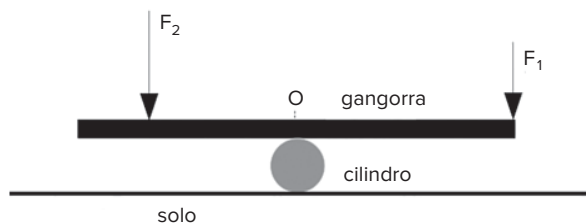


Designando, respectivamente, por M_A , M_B e M_C as intensidades dos momentos dessas forças em relação ao ponto O, é correto afirmar que:

- a) $M_A = M_B > M_C$ e a placa gira no sentido horário.
b) $M_A < M_B = M_C$ e a placa gira no sentido horário.
c) $M_A = M_B < M_C$ e a placa gira no sentido anti-horário.
d) $2M_A = 2M_B = M_C$ e a placa não gira.
e) $2M_A = M_B = M_C$ e a placa não gira.
29. **UEPG-PR 2021** No estudo da Estática, uma grandeza fundamental a ser analisada é o momento, ou torque, de uma força em relação a um ponto. Em relação a essa grandeza, assinale o que for correto.
- 01 A sua unidade pode ser expressa em $\text{N} \cdot \text{cm}$.
02 É uma grandeza vetorial.
04 O momento de um binário é igual, em módulo, ao produto da força pelo braço do binário.
08 Será nulo se o ângulo entre a força e a sua distância até o ponto considerado for 90° .

Soma:

30. **IFCE 2020** A figura representa uma gangorra de 4,0 m de comprimento, articulada no ponto médio O por um cilindro fixo ao solo. Se a força $F_1 = 150 \text{ N}$ representa o peso de uma criança sentada na extremidade direita da gangorra e a força F_2 representa o peso de outra criança sentada a 50 cm da extremidade esquerda da gangorra, o valor de F_2 para que a gangorra permaneça em equilíbrio na posição horizontal, em N, é igual a



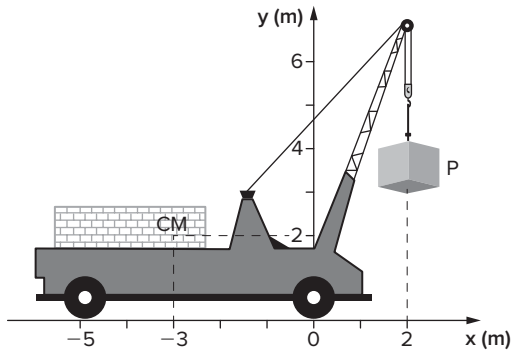
- a) 150. d) 180.
b) 250. e) 220.
c) 200.

31. **PUC-Rio 2013** Um pêndulo é formado por uma bola de 4,0 kg e um fio ideal de 0,2 m de comprimento. No ponto mais alto de sua trajetória, o cabo que sustenta o pêndulo forma um ângulo de 30° com a vertical. Indique o módulo do torque realizado pelo peso da bola em N·m neste ponto.

▶ **Dado:** considere $g = 10,0 \text{ m/s}^2$.

- a) 0,4 d) 10,0
b) 4,0 e) 100
c) 6,8

32. **Fuvest-SP 2015**



O guindaste da figura acima pesa 50 000 N sem carga e os pontos de apoio de suas rodas no solo horizontal estão em $x = 0$ e $x = -5$ m. O centro de massa (CM) do guindaste sem carga está localizado na posição ($x = -3$ m, $y = 2$ m). Na situação mostrada na figura, a maior carga P que esse guindaste pode levantar pesa

- a) 7 000 N d) 100 000 N
b) 50 000 N e) 150 000 N
c) 75 000 N

33. **UFMG** “Dê-me um ponto de apoio e eu moverei a Terra.” Nessa frase, atribuída a Arquimedes, faz-se referência à possibilidade do uso de uma alavanca para levantar pesos muito grandes, exercendo-se uma força pequena. A gravura abaixo, intitulada “Arquimedes movendo a Terra”, reproduz uma estampa de um livro de mecânica de 1787:

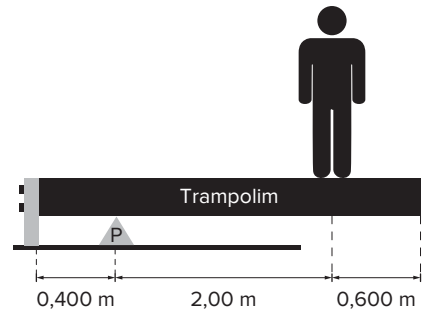


Reprodução.

A massa da Terra é de $6 \cdot 10^{24}$ kg. Suponha que fossem dados a Arquimedes um ponto de apoio e uma alavanca para ele levantar uma massa igual à da Terra, a uma altura de 1 cm. Considere,

também, que essa massa estivesse em uma região onde a aceleração da gravidade fosse igual à que existe na superfície da Terra. Considerando essa situação, estime a razão que deveria haver entre as distâncias das extremidades dessa alavanca ao ponto de apoio.

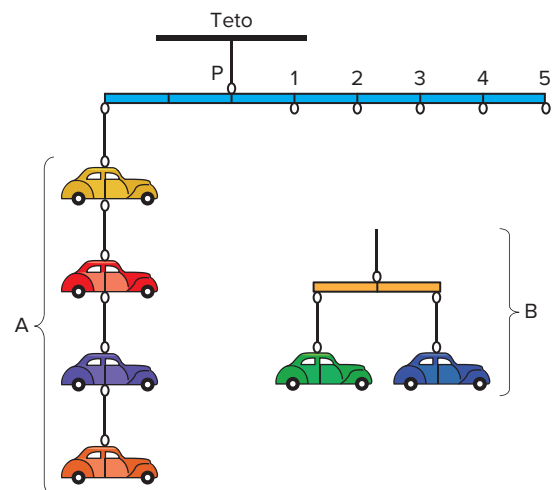
34. **FMP-RJ 2022** Na figura abaixo, apresenta-se o esquema de um atleta sobre o trampolim horizontal de uma piscina.



O trampolim pesa 200 N, e o atleta pesa 800 N. A intensidade da força que o apoio P exerce sobre o trampolim vale, em N, aproximadamente,

- a) 750 d) 5550
b) 4050 e) 6300
c) 4800

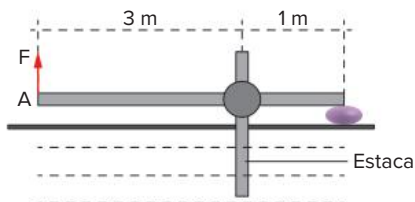
35. **Famerp-SP 2017** O pai de uma criança pretende pendurar, no teto do quarto de seu filho, um móvel constituído por: seis carrinhos de massas iguais, distribuídos em dois conjuntos, A e B; duas hastes rígidas de massas desprezíveis, com marcas igualmente espaçadas; e fios ideais. O conjunto A já está preso a uma das extremidades da haste principal do móvel.



Sabendo que o móvel será pendurado ao teto pelo ponto P, para manter o móvel em equilíbrio, com as hastes na horizontal, o pai da criança deverá pendurar o conjunto B, na haste principal, no ponto

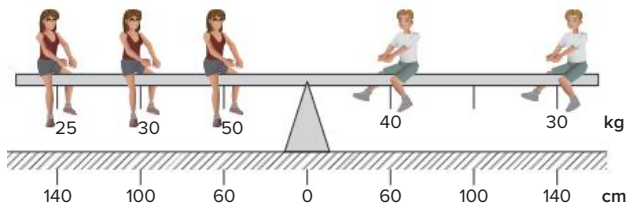
- a) 5. d) 3.
b) 1. e) 2.
c) 4.

36. **PUC-PR** Para arrancar uma estaca do solo é necessário que atue sobre ela uma força vertical de 600 N. Com este objetivo foi montado o arranjo a seguir, com uma viga de peso desprezível, como representado na figura.



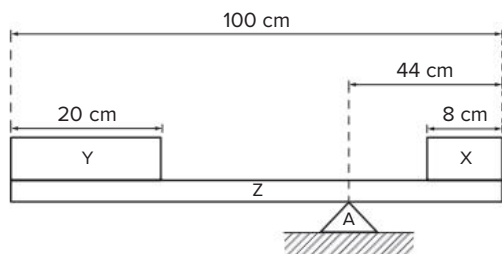
A força mínima necessária que deve ser aplicada em A é:

- a) 600 N c) 200 N e) 250 N
b) 300 N d) 150 N
37. **Uece** Uma gangorra de um parque de diversão tem três assentos de cada lado, igualmente espaçados um do outro, nos respectivos lados da gangorra. Cinco assentos estão ocupados por garotos cujas respectivas massas e posições estão indicadas na figura.



Assinale a alternativa que contém o valor da massa, em kg, que deve ter o sexto ocupante para que a gangorra fique em equilíbrio horizontal.

- a) 25 b) 29 c) 35 d) 50
38. **EsPCEX-SP 2020** Uma viga rígida homogênea Z com 100 cm de comprimento e 10 N de peso está apoiada no suporte A, em equilíbrio estático. Os blocos X e Y são homogêneos, sendo que o peso do bloco Y é de 20 N, conforme o desenho abaixo.



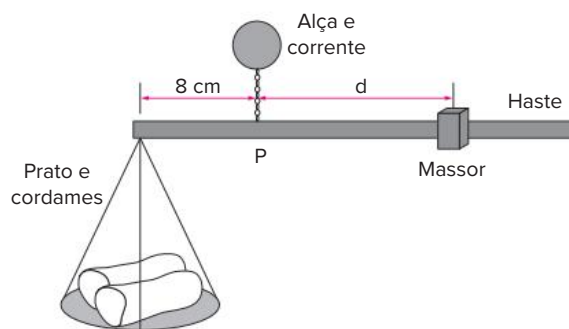
Desenho ilustrativo – Fora de escala

O peso do bloco X é

- a) 10,0 N.
b) 16,5 N.
c) 18,0 N.
d) 14,5 N.
e) 24,5 N.

39. **CPS-SP 2012** Você já deve ter visto em seu bairro pessoas que vieram diretamente da roça e, munidas de carrinhos de mão e uma simples balança, vendem mandiocas de casa em casa.

A balança mais usada nessas situações é a apresentada na figura a seguir.

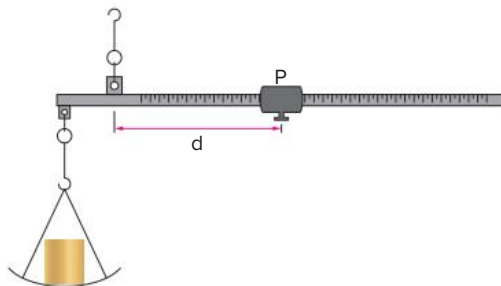


Dado: Considere desprezíveis a massa do prato com seus cordames e a massa da haste por onde corre o massor.

A balança representada está em equilíbrio, pois o produto da massa do massor pela distância que o separa do ponto P é igual ao produto da massa que se deseja medir pela distância que separa o ponto em que os cordames do prato são amarrados na haste até o ponto P.

Considere que no prato dessa balança haja 3 kg de mandiocas e que essa balança tenha um massor de 0,6 kg. Para que se atinja o equilíbrio, a distância d do massor em relação ao ponto P deverá ser, em cm:

- a) 16
b) 20
c) 24
d) 36
e) 40
40. **Uerj 2012** Uma balança romana consiste em uma haste horizontal sustentada por um gancho em um ponto de articulação fixo. A partir desse ponto, um pequeno corpo P pode ser deslocado na direção de uma das extremidades, a fim de equilibrar um corpo colocado em um prato pendurado na extremidade oposta. Observe a ilustração:

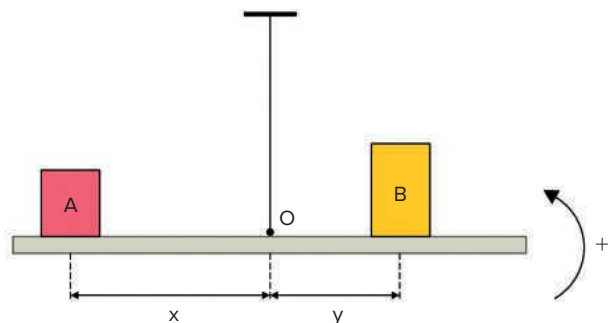


Quando P equilibra um corpo de massa igual a 5 kg, a distância d de P até o ponto de articulação é igual a 15 cm.

Para equilibrar um outro corpo de massa igual a 8 kg, a distância, em centímetros, de P até o ponto de articulação deve ser igual a:

- a) 28 c) 24
b) 25 d) 20

- 41. Unesp 2019** Duas caixas, A e B, estão apoiadas, em repouso, sobre uma barra homogênea reta presa pelo seu ponto médio (ponto O) ao teto por meio de um fio inextensível. A caixa A está colocada a uma distância x do ponto O e a caixa B a uma distância y desse ponto. Nessa situação, a barra exerce sobre a caixa A uma força \vec{N}_A e, sobre a caixa B, uma força \vec{N}_B .

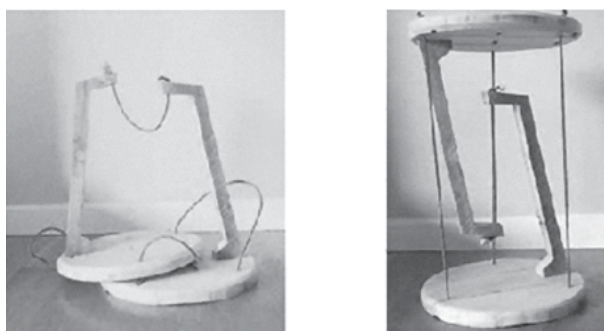


Uma matriz quadrada M é construída de forma que seus elementos são as intensidades de \vec{N}_A , \vec{N}_B as distâncias x e y , tal $M = \begin{bmatrix} N_A & N_B \\ y & x \end{bmatrix}$. Sendo M^t a matriz transposta

de M e considerando-se o sentido anti-horário como o positivo para a rotação, para que a barra permaneça em equilíbrio na horizontal é necessário que

a) $\det(M^t) = 0$. d) $\det(M^t) \neq 0$.
b) $\det M < 0$. e) $\det M > 0$.
c) $\det M = 0$.

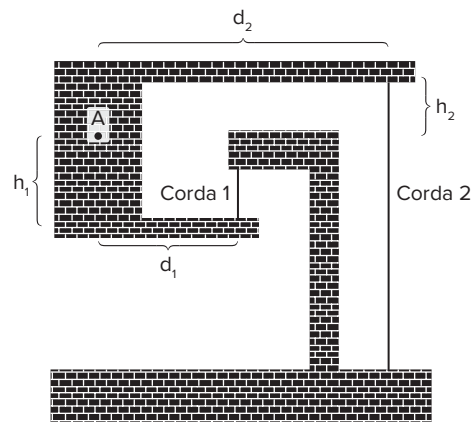
- 42. Eforrr-RJ 2021** A tensegridade (ou integridade tensional) é uma característica de uma classe de estruturas mecânicas cuja sustentação está baseada quase que exclusivamente na tensão de seus elementos conectores. Estruturas com essa propriedade, exemplificadas nas imagens abaixo, parecem desafiar a gravidade, justamente por prescindirem de elementos rígidos sob compressão, como vigas e colunas:



Banco de tensegridade suspenso exclusivamente por cordas flexíveis comuns

Fonte: https://www.instagram.com/p/B_d0qmmJxtk/

A figura a seguir representa uma estrutura de tensegridade formada por uma porção suspensa (as duas tábuas horizontais junto da coluna vertical à esquerda), de peso P e com centro de massa no ponto A, que se liga a uma parede fixa e ao chão através de 2 cordas tensionadas.



d_1 : distância horizontal entre o ponto A e a corda 1

d_2 : distância horizontal entre o ponto A e a corda 2

h_1 : distância vertical entre o ponto A e ponto de contato da corda 1 na porção suspensa

h_2 : distância vertical entre o ponto A e ponto de contato da corda 2 na porção suspensa

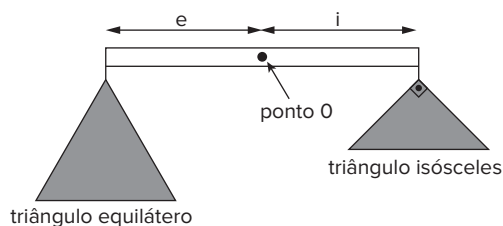
Se a estrutura está em equilíbrio, então a tensão na corda 2 vale:

a) $\frac{Pd_1d_2}{[h_1(d_2 - d_1)]}$ d) $\frac{Pd_2h_2}{[h_1(d_2 - d_1)]}$

b) $\frac{Pd_2h_1}{[d_2(d_2 - d_1)]}$ e) $\frac{Pd_1}{(d_2 - d_1)}$

c) $\frac{Pd_2}{(d_2 - d_1)}$

- 43. Unicamp-SP 2018** A figura abaixo ilustra uma alavanca que gira em torno do ponto O. Dois triângulos, do mesmo material e de mesma espessura, estão presos por fios de massa desprezível nos extremos da alavanca. Um triângulo é equilátero; o outro é retângulo e isósceles, e sua hipotenusa tem o mesmo comprimento que os lados do triângulo equilátero. Note que, neste caso, o peso dos objetos é proporcional à sua área. Conclui-se que, na condição de equilíbrio da alavanca, a razão das distâncias, $\frac{i}{e}$, é igual a



- a) $\sqrt{3}$. b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. c) 2. d) 3.

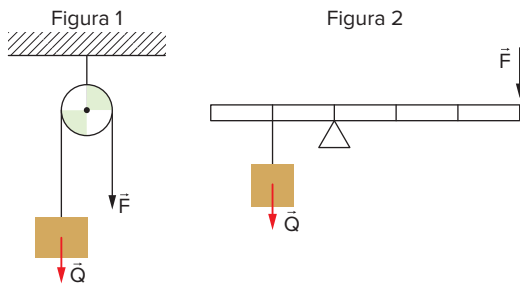
44. CPS-SP



www.burjdubaiskyscraper.com. Acesso em: 17 abr. 2010.

Pela associação de roldanas fixas e móveis e uso de alavancas, podemos levantar cargas de pesos muito grandes que estão acima de nossa capacidade muscular. Por isso encontramos, com frequência, sistemas de roldanas sendo utilizados em canteiros de obras de construção civil. Esse recurso tem permitido a construção de edifícios cada vez maiores como o Burj Dubai Skyscraper, em Dubai.

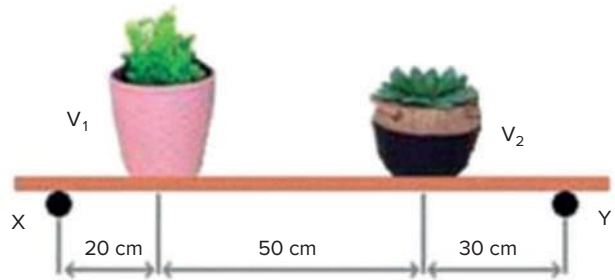
A seguir, são apresentadas duas situações de equilíbrio estático: uma envolvendo uma roldana fixa e outra envolvendo uma alavanca interfixa.



Analisar as duas situações e assinalar a alternativa que contém, respectivamente para cada situação, a razão entre o módulo do peso \vec{Q} da carga e o módulo da força aplicada \vec{F} , isto é, $\frac{Q}{F}$:

	Figura 1	Figura 2
a)	1	3
b)	1	2
c)	1	1
d)	2	$\frac{1}{3}$
e)	2	3

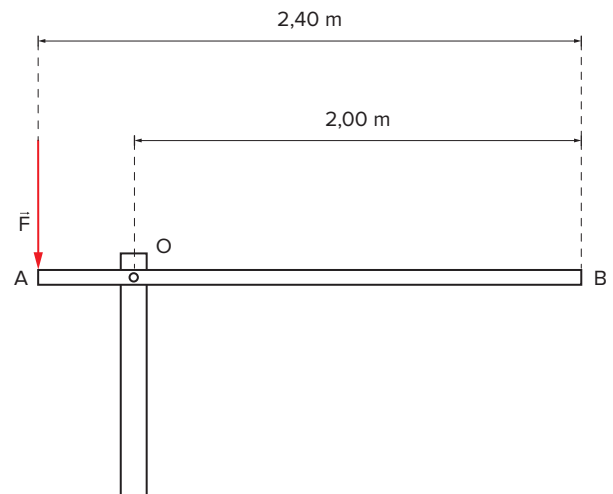
45. FCMSCSP 2022 A figura mostra uma prateleira horizontal formada por uma tábua homogênea de peso 20 N sustentada por dois apoios, X e Y, equidistantes das extremidades da tábua. Sobre a prateleira, há dois vasos, V_1 e V_2 , de pesos 50 N e 40 N, respectivamente.



As intensidades das forças aplicadas na tábua pelos apoios X e Y valem, respectivamente,

- a) 52 N e 38 N.
- b) 62 N e 48 N.
- c) 45 N e 45 N.
- d) 50 N e 40 N.
- e) 55 N e 55 N.

46. Mackenzie-SP 2015 Uma cancela manual é constituída de uma barra homogênea AB de comprimento $L = 2,40$ m e massa $M = 10,0$ kg, está articulada no ponto O, onde o atrito é desprezível. A força \vec{F} tem direção vertical e sentido descendente, como mostra a figura abaixo.



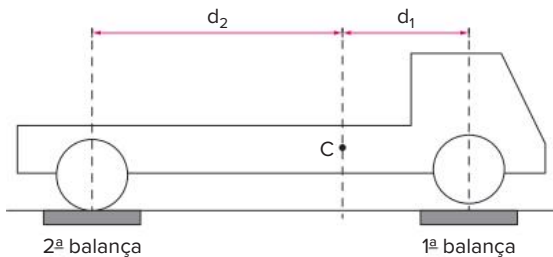
Considerando a aceleração da gravidade $g = 10,0$ m/s², a intensidade da força mínima que se deve aplicar em A para iniciar o movimento de subida da cancela é

- a) 150 N
- b) 175 N
- c) 200 N
- d) 125 N
- e) 100 N

Corpos biapoiados ou suspensos por dois fios

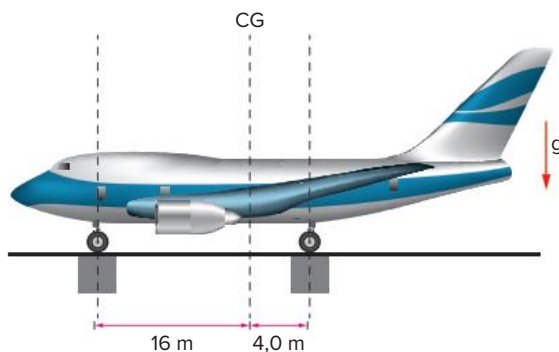
47. UFRJ Num posto fiscal de pesagem, um caminhão está em repouso sobre duas balanças, uma embaixo de suas rodas dianteiras e a outra sob suas rodas traseiras. Ao fazer as leituras das balanças, o fiscal verifica que a primeira marca $1,0 \cdot 10^5 \text{ N}$, mas percebe que a segunda está quebrada.

Profundo conhecedor de caminhões, o fiscal sabe que as distâncias entre o centro de massa C do caminhão e os planos verticais que contêm os eixos dianteiro e traseiro das rodas valem, respectivamente, $d_1 = 2,0 \text{ m}$ e $d_2 = 4,0 \text{ m}$, como ilustra a figura.



- Calcule o peso do caminhão.
- Determine a direção e o sentido da força que o caminhão exerce sobre a segunda balança e calcule seu módulo.

48. Fuvest-SP Um avião, com massa $M = 90$ toneladas, para que esteja em equilíbrio em voo, deve manter seu centro de gravidade sobre a linha vertical CG , que dista 16 m do eixo da roda dianteira e $4,0 \text{ m}$ do eixo das rodas traseiras, como na figura a seguir. Para estudar a distribuição de massas do avião, em solo, três balanças são colocadas sob as rodas do trem de aterrissagem. A balança sob a roda dianteira indica M_A e cada uma das que estão sob as rodas traseiras indica M_B .



Uma distribuição de massas, compatível com o equilíbrio do avião em voo, poderia resultar em indicações das balanças, em toneladas, correspondendo aproximadamente a:

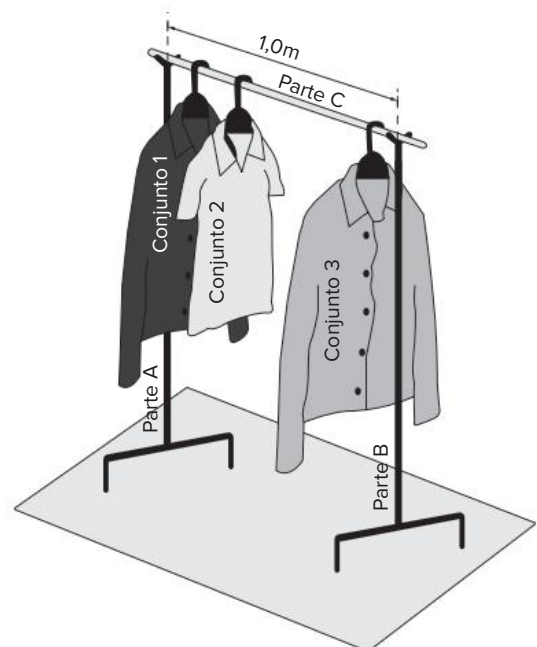
- $M_A = 0$ $M_B = 45$
- $M_A = 10$ $M_B = 40$
- $M_A = 18$ $M_B = 36$
- $M_A = 30$ $M_B = 30$
- $M_A = 72$ $M_B = 9,0$

49. Uece 2018 Uma escada, em equilíbrio estático, é apoiada em uma parede vertical e repousa formando um ângulo de 60° com uma calçada horizontal. Sobre as forças de contato atuando na escada, é correto afirmar que

- as forças normais nos dois pontos de contato formam um ângulo de 60° entre si.
- as forças normais nos dois pontos de contato são perpendiculares entre si.
- a força normal sobre a escada no ponto de apoio com a parede forma um ângulo de 60° com a vertical.
- a força normal sobre a escada no ponto de apoio com a parede forma um ângulo de 30° com a vertical.

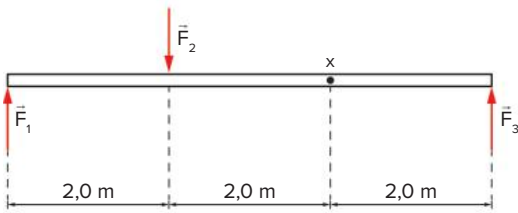
50. Acafe-SC 2019 Em uma loja três peças de roupas estão em uma arara (suporte para pendurar roupas), conforme mostra a figura. A arara é constituída por três partes, duas verticais (parte A e B) e uma na horizontal (parte C), todas de mesma massa ($m = 1,00 \text{ kg}$). Cada peça de roupa e seu cabide formam um conjunto, então temos o conjunto 1 ($m = 1,00 \text{ kg}$) que está $0,10 \text{ m}$ da parte A, o conjunto 2 ($m = 0,50 \text{ kg}$) que está $0,20 \text{ m}$ do conjunto 1 e o conjunto 3 ($m = 1,50 \text{ kg}$) que está $0,20 \text{ m}$ da parte B.

Considerando todas as partes da arara homogêneas e o módulo da aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , assinale a alternativa correta que apresenta os módulos das forças, em newtons, que a parte C aplica sobre a parte A e B, respectivamente.



- 20,5 e 19,5
- 20,0 e 20,0
- 24,5 e 15,5
- 29,5 e 10,5

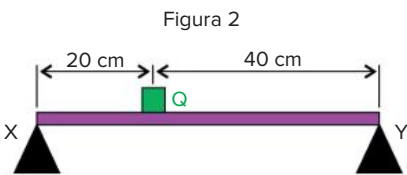
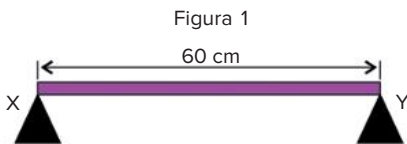
51. Mackenzie-SP 2016



A barra homogênea, de peso desprezível, está sob a ação de três forças de intensidades $F_1 = 20 \text{ N}$, $F_2 = 40 \text{ N}$ e $F_3 = 60 \text{ N}$. A rotação produzida na barra em torno do ponto x é

- no sentido anti-horário com um momento resultante de $1,2 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}$.
- no sentido horário com um momento resultante de $1,2 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}$.
- no sentido anti-horário com um momento resultante de $1,6 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}$.
- no sentido horário com um momento resultante de $1,6 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}$.
- inexistente.

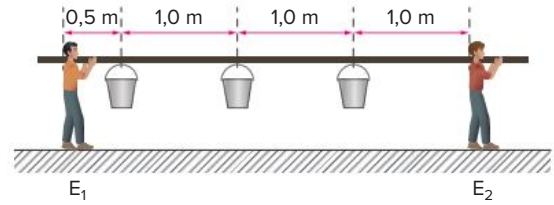
52. Famerp-SP 2018 Uma barra homogênea em forma de paralelepípedo, de massa $8,0 \text{ kg}$ e comprimento 60 cm , é sustentada em suas extremidades pelos apoios X e Y (figura 1). Um objeto Q , de massa $6,0 \text{ kg}$ e dimensões desprezíveis, é colocado sobre essa barra, distando 20 cm da extremidade X (figura 2).



Considerando a aceleração gravitacional igual a 10 m/s^2 , determine:

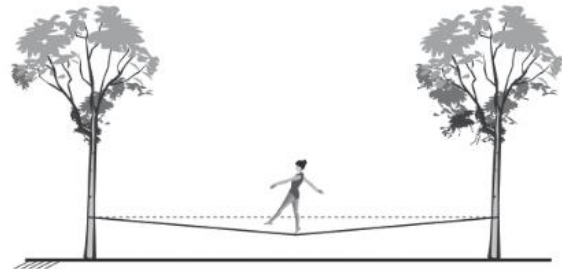
- as intensidades das forças exercidas, em newtons, pelo apoio X e pelo apoio Y sobre a barra, na situação descrita na figura 1.
- as intensidades das forças exercidas, em newtons, pelo apoio X e pelo apoio Y sobre a barra, na situação descrita na figura 2.

53. Uerj Dois empregados utilizam uma barra homogênea, de massa desprezível, apoiada em seus ombros, para carregar três baldes de 20 kg cada, conforme mostra a figura a seguir.



- Calcule a força exercida pela barra sobre o ombro de cada empregado.
- Considere, agora, que E_1 esteja em repouso, apoiado sobre os dois pés, e com apenas um dos baldes sobre a cabeça. A massa de E_1 é igual a 70 kg e a área de cada uma de suas botas é de 300 cm^2 . Determine a pressão exercida por ele sobre o chão.

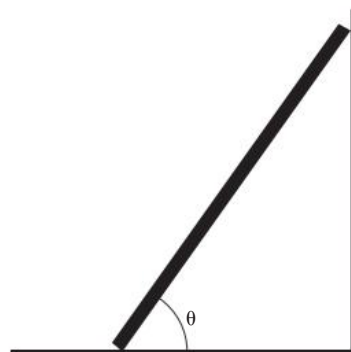
54. Enem 2019 *Slackline* é um esporte no qual o atleta deve se equilibrar e executar manobras estando sobre uma fita esticada. Para a prática do esporte, as duas extremidades da fita são fixadas de forma que ela fique a alguns centímetros do solo. Quando uma atleta de massa igual a 80 kg está exatamente no meio da fita, essa se desloca verticalmente, formando um ângulo de 10° com a horizontal, como esquematizado na figura. Sabe-se que a aceleração da gravidade é igual a $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $\cos(10^\circ) = 0,98$ e $\sin(10^\circ) = 0,17$.



Qual é a força que a fita exerce em cada uma das árvores por causa da presença da atleta?

- $4,0 \cdot 10^2 \text{ N}$
- $4,1 \cdot 10^2 \text{ N}$
- $8,0 \cdot 10^2 \text{ N}$
- $2,4 \cdot 10^3 \text{ N}$
- $4,7 \cdot 10^3 \text{ N}$

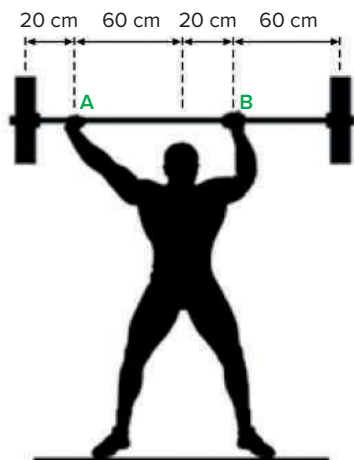
55. Mackenzie-SP 2017



Uma barra homogênea de comprimento L e peso P encontra-se apoiada na parede vertical lisa e no chão horizontal áspero formando um ângulo θ como mostra a figura anterior. O coeficiente de atrito estático mínimo (μ_e) entre a barra e o chão deve ser

- $\frac{\cos\theta}{2 \cdot \sin\theta}$
- $\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$
- $\frac{\cos\theta}{L \cdot \sin\theta}$
- $\frac{\sin\theta}{2 \cdot \cos\theta}$
- $\frac{\sin\theta}{L \cdot \cos\theta}$

- 56. Uefs-BA 2018** Um atleta mantém uma barra com duas anilhas em suas extremidades em equilíbrio, na horizontal, segurando-a pelos pontos A e B e aplicando, nesses pontos, forças verticais sobre a barra.

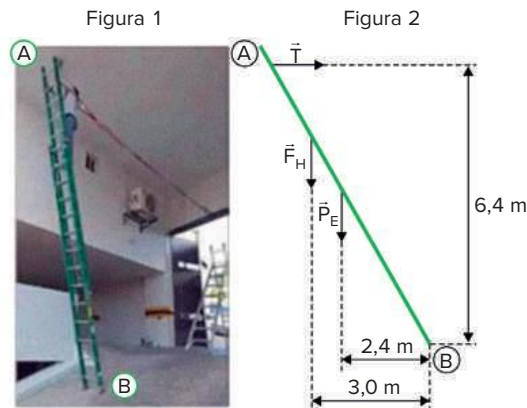


Sabendo que a massa da barra é de 10 kg, que a massa de cada anilha é 20 kg, adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e considerando as medidas indicadas na figura, a intensidade da força aplicada pelo atleta no ponto B é

- 100 N.
- 125 N.
- 375 N.
- 400 N.
- 425 N.

- 57. Unesp 2021** Para alcançar o teto de uma garagem, uma pessoa sobe em uma escada AB e fica parada na posição indicada na figura 1.

A escada é mantida em repouso, presa por cordas horizontais, e apoiada no chão. Na figura 2 estão indicadas algumas distâncias e desenhadas algumas forças que atuam sobre a escada nessa situação: seu peso $P_E = 300 \text{ N}$, a força aplicada pelo homem sobre a escada $F_H = 560 \text{ N}$ e a tração aplicada pelas cordas, \vec{T} . A força de contato com o solo, aplicada no ponto B, não está indicada nessa figura.



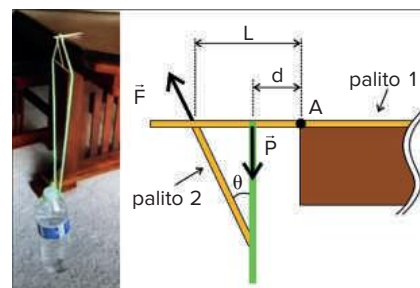
(www.google.com.br. Adaptado.)

Considerando um eixo passando pelo ponto B, perpendicular ao plano que contém a figura 2, para o cálculo dos momentos aplicados pelas forças sobre a escada, a intensidade da força de tração \vec{T} é

- 375 N.
- 280 N.
- 430 N.
- 525 N.
- 640 N.

Outras situações de equilíbrio

- 58. Fuvest-SP 2021** Um vídeo bastante popular na internet mostra um curioso experimento em que uma garrafa de água pendurada por uma corda é mantida por um palito de dente apoiado em uma mesa;



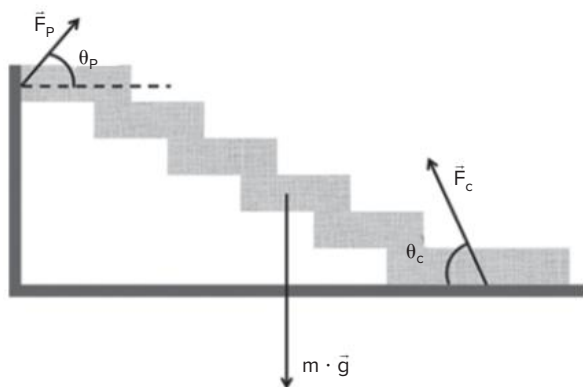
O “truque” só é possível pelo uso de outros palitos, formando um tipo de treliça. A figura à direita da foto mostra uma visão lateral do conjunto, destacando duas forças que atuam sobre o palito 1.

Nesta figura, \vec{F} é a força que o palito 2 exerce sobre o palito 1 (aplicada a uma distância L do ponto A na borda da mesa), P é a componente vertical da força que a corda exerce sobre o palito 1 (aplicada a uma distância d do ponto A) e θ é o ângulo entre a direção da força \vec{F} e a vertical. Para que o conjunto se mantenha estático, porém na iminência de rotacionar, a relação entre os módulos de \vec{F} e \vec{P} deve ser:

► **Note e adote:** Despreze o peso dos palitos em relação aos módulos das forças \vec{F} e \vec{P} .

- $|\vec{F}| = \frac{|\vec{P}| d}{L \cos(\theta)}$
- $|\vec{F}| = \frac{|\vec{P}| d}{L \sin(\theta)}$
- $|\vec{F}| = |\vec{P}| \cos(\theta)$
- $|\vec{F}| = \frac{|\vec{P}| L \cos(\theta)}{d}$
- $|\vec{F}| = \frac{|\vec{P}| L \sin(\theta)}{d}$

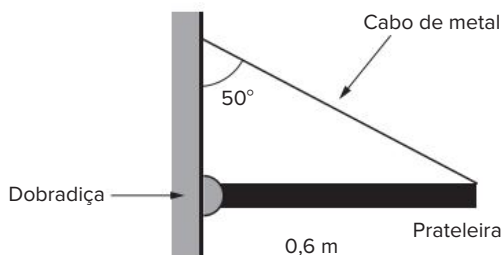
- 59. Unicamp-SP 2020** As escadas flutuantes em cascata feitas em concreto armado são um elemento arquitetônico arrojado, que confere leveza a uma estrutura intrinsecamente massiva. Essas escadas são apoiadas somente na extremidade superior (normalmente em uma parede) e no chão. O esquema abaixo mostra as forças aplicadas na escada pela (\vec{F}_P) pelo (\vec{F}_C) além da força peso ($m \cdot \vec{g}$) pela Terra, todas pertencentes a um plano vertical.



Com base nesse esquema, é correto afirmar que

- a) $F_P \cdot \cos \theta_P = F_C \cdot \cos \theta_C$ e $F_P \cdot \sin \theta_P + F_C \cdot \sin \theta_C = m \cdot g$.
b) $F_P \cdot \sin \theta_P = F_C \cdot \sin \theta_C$ e $F_P \cdot \cos \theta_P + F_C \cdot \cos \theta_C = m \cdot g$.
c) $F_P \cdot \cos \theta_P = F_C \cdot \cos \theta_C$ e $F_P + F_C = m \cdot g$.
d) $F_P = F_C$ e $F_P \cdot \sin \theta_P + F_C \cdot \sin \theta_C = m \cdot g$.

- 60. IFSul-MG 2022** A figura a seguir mostra uma fina prateleira de madeira, com 20 N de peso e 0,6 m de profundidade, presa a uma parede da seguinte forma: na extremidade da prateleira que está em contato com a parede, a fixação é feita por uma dobradiça articulada e na outra extremidade por um cabo de metal (inextensível e com massa desprezível):

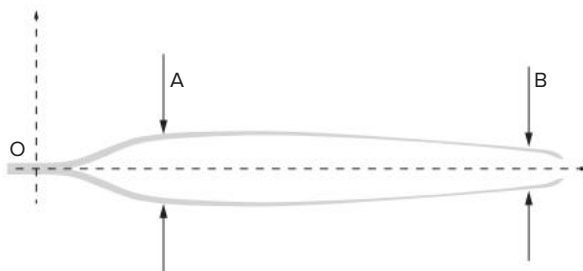


Deseja-se ajustar a tensão no cabo de metal para manter a prateleira em equilíbrio na direção horizontal, perpendicularmente à parede. Dentre as alternativas a seguir, qual será, aproximadamente, o valor da tração no cabo de metal?

► **Adote:** $\sin 40^\circ = 0,64$.

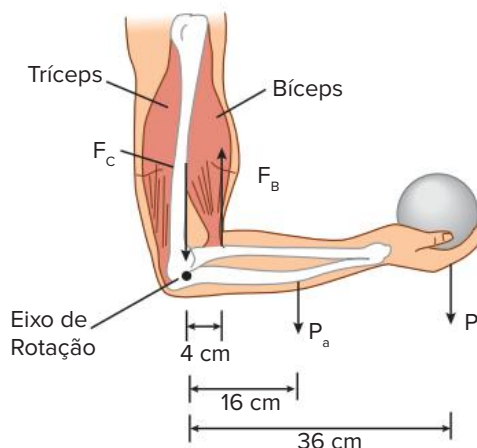
- a) 10,35 N c) 15,63 N
b) 18,41 N d) 31,25 N

- 61. UFRGS** Pinças são utilizadas para manipulação de pequenos objetos. Seu princípio de funcionamento consiste na aplicação de forças opostas normais a cada um dos braços da pinça. Na figura a seguir, está representada a aplicação de uma força no ponto A, que se encontra a uma distância OA de um ponto de apoio localizado em O. No ponto B, é colocado um objeto entre os braços da pinça, e a distância deste ponto ao ponto de apoio é $OB = 4 \cdot OA$.



Sabendo-se que a força aplicada em A é de 4 N em cada braço, qual é a força transferida ao objeto, por braço?

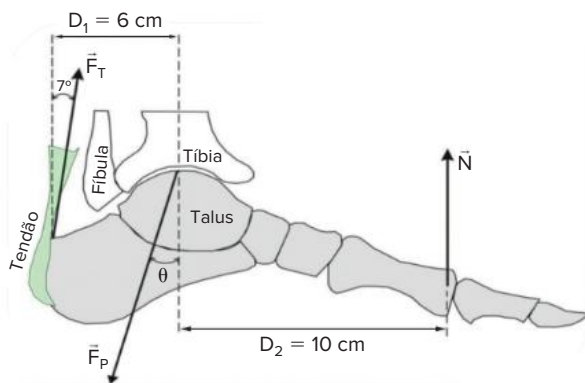
- a) 1 N
b) 4 N
c) 8 N
d) 16 N
e) 32 N
- 62. UFRGS 2020** A figura abaixo representa esquematicamente o braço e o antebraço de uma pessoa que está sustentando um peso P. O antebraço forma um ângulo de 90° com o braço. F_B é a força exercida pelo bíceps sobre o antebraço, e F_C é a força na articulação do cotovelo.



Sendo o módulo do peso $P = 50$ N e o módulo do peso do antebraço $P_a = 20$ N, qual é o módulo da força F_B ?

- a) 70 N.
b) 370 N.
c) 450 N.
d) 460 N.
e) 530 N.

63. UFSC 2019 As condições de equilíbrio de um objeto podem ajudar na compreensão de muitos problemas em ortopedia, como as lesões no tendão de Aquiles. O tendão de Aquiles conecta os músculos da panturrilha ao calcâneo na parte de trás do calcanhar. Na figura abaixo são apresentadas a força do tendão sobre o pé (F_T), a força dos ossos da perna (tíbia e fíbula) sobre o pé (F_P) e a força do solo sobre o pé (N) para uma pessoa que está na vertical sobre a ponta de um pé. O peso do pé foi desconsiderado.



► **Dados:** $\cos 7^\circ = 0,9$ e $\sin 7^\circ = 0,1$.

Com base na figura e no exposto acima, é correto afirmar que:

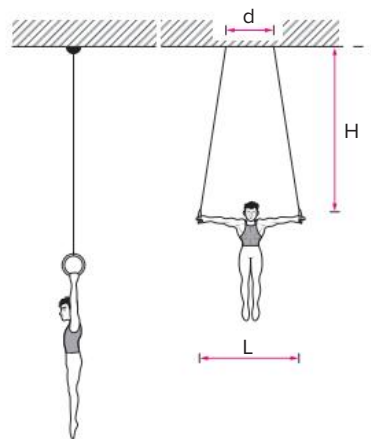
- 01 a força N forma um par ação-reação com a força peso.
- 02 o módulo da força N é igual ao módulo do peso da pessoa.
- 04 a força F_T é aproximadamente 1,85 vezes a força N .
- 08 quando um objeto está em equilíbrio, a sua aceleração é constante.
- 16 força F_P é aproximadamente 2,67 vezes a força N .
- 32 a tangente do ângulo θ é aproximadamente 0,07.

Soma:

64. Uece 2019 Espacate é um movimento ginástico que consiste na abertura das pernas até que formem um ângulo de 180° entre si, sem flexionar os joelhos. Considere uma posição intermediária, em que um(a) atleta de 70 kg faça uma abertura de 120° . A força normal feita pelo solo no pé do(a) atleta exerce um torque sobre sua perna em relação a um ponto no centro do seu quadril. Pode-se estimar esse torque assumindo que a distância entre o ponto de aplicação da força e o ponto central é 1 m e que a aceleração da gravidade é 10 m/s^2 . Assim, é correto dizer que esse torque, em $\text{N} \cdot \text{m}$, é aproximadamente

- a) $350 \cdot \sin(60^\circ)$.
- b) $350 \cdot \cos(60^\circ)$.
- c) $350 \cdot \cos(120^\circ)$.
- d) $700 \cdot \cos(60^\circ)$.

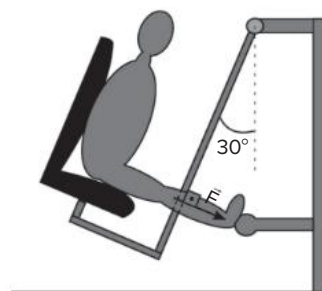
65. Unicamp-SP Uma das modalidades de ginástica olímpica é a das argolas. Nessa modalidade, os músculos mais solicitados são os dos braços, que suportam as cargas horizontais, e os da região dorsal, que suportam os esforços verticais. Considerando um atleta cuja massa é de 60 kg e sendo os comprimentos indicados na figura $H = 3,0 \text{ m}$, $L = 1,5 \text{ m}$ e $d = 0,5 \text{ m}$, responda:



- a) Qual a tensão em cada corda quando o atleta se encontra pendurado no início do exercício com os braços na vertical?
- b) Quando o atleta abre os braços na horizontal, qual a componente horizontal da tensão em cada corda?

66. Unicamp-SP 2017 Hoje é comum encontramos equipamentos de exercício físico em muitas praças públicas do Brasil. Esses equipamentos são voltados para pessoas de todas as idades, mas, em particular, para pessoas da terceira idade. São equipamentos exclusivamente mecânicos, sem uso de partes elétricas, em que o esforço consiste usualmente em levantar o próprio peso do praticante. Considere o esquema abaixo, em que uma pessoa de massa $m = 65 \text{ kg}$ está parada e com a perna esticada em um equipamento tipicamente encontrado nessas praças. O módulo da força \vec{F} exercida pela perna da pessoa em razão de sua massa m é

► **Dado:** Se necessário, utilize $g = 10 \text{ m/s}^2$.

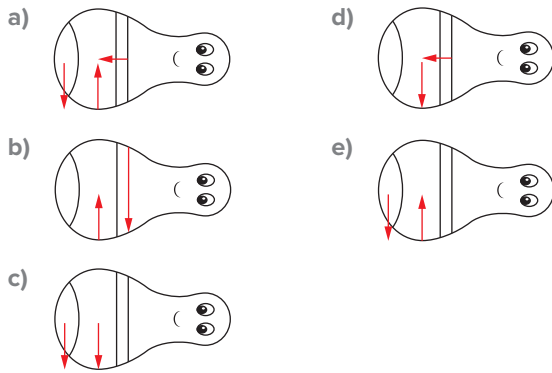
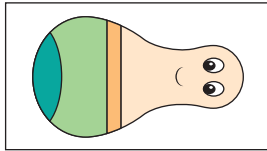


- a) 1300 N.
- b) 750 N.
- c) 325 N.
- d) 560 N.

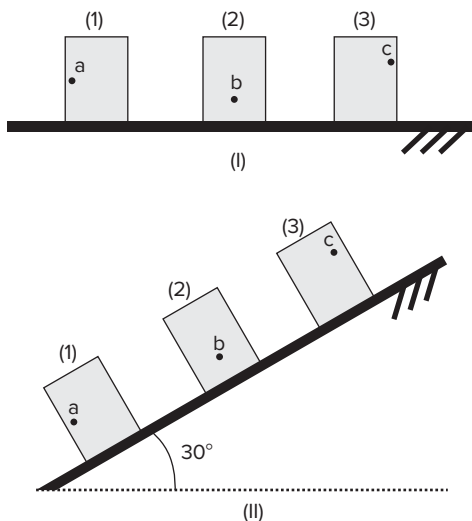
Tombamento e estabilidade

67. UFSCar-SP O João-teimoso é um boneco que, deslocado de sua posição de equilíbrio, sempre volta a ficar em pé. Suponha que uma criança segure um João-teimoso na posição da figura e logo em seguida o solte, sobre uma superfície horizontal.

Assinale a alternativa que melhor representa o esquema das forças que, com exceção das forças de atrito, atuam sobre o João-teimoso deitado, imediatamente após ser solto pela criança.



68. UFU-MG 2019 Três caixas idênticas (1, 2 e 3) são colocadas sobre uma prateleira horizontal, sendo que, em cada uma delas, há a mesma quantidade de materiais, o que resulta em caixas com a mesma massa. Todavia, o conteúdo não está distribuído de maneira uniforme em seu interior, o que faz com que seus centros de massa (a, b, c) estejam localizados em lugares diferentes em cada caixa, conforme ilustra a situação (I). Após algum tempo, a prateleira tomba lentamente até atingir a inclinação de 30° com a horizontal, e nenhuma caixa escorrega dela, conforme mostra a situação (II).



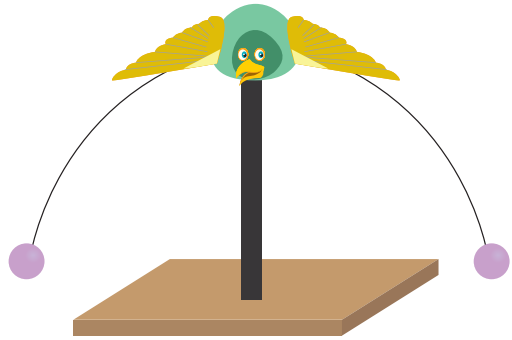
Com base na situação descrita, são feitas as seguintes afirmações.

- I. Na situação (I), a força com que cada uma das caixas empurra a prateleira para baixo é a mesma.
- II. Na situação (II), a caixa 3 não estará como mostrada na figura, pois terá tombada por estar na parte mais alta da prateleira.
- III. Na situação (II), as três caixas não estarão como mostradas na figura, pois terão tombadas por estarem sujeitas à mesma inclinação em relação à horizontal e possuírem todas a mesma massa.

Em relação às afirmações acima, marque V para as verdadeiras e F para as falsas e assinale a alternativa correta.

- a) I-V; II-F; III-F. c) I-F; II-F; III-V.
b) I-V; II-V; III-F. d) I-F; II-V; III-F.

69. Unesp Num passarinho de madeira cujo centro de gravidade situa-se no seu próprio corpo, fixamos um arame com duas bolas de madeira.



Apoiando-se a base do passarinho num suporte de madeira, ele permanece em equilíbrio estável, porque o centro de gravidade do sistema (passarinho e fio com bolas) situa-se:

- a) no pescoço do passarinho, por onde passa o fio.
- b) na barriga do passarinho.
- c) no bico do passarinho.
- d) entre os olhos do passarinho.
- e) abaixo do ponto de apoio do passarinho, no suporte.

70. UEL-PR 2019 (Adapt.) Observe a figura a seguir e responda à questão.

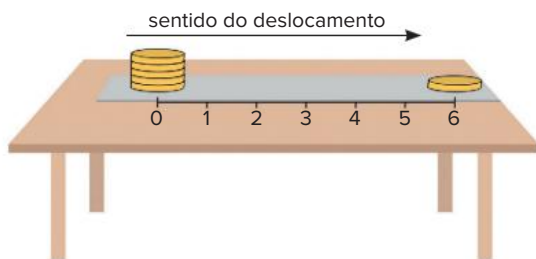


Figura: Michael Grab – Equilíbrio em Pedras

Na figura, é possível observar esculturas construídas com a sobreposição de pedras. Com base nos conhecimentos sobre equilíbrio e estática, é correto afirmar que cada uma das esculturas está em equilíbrio estático

- instável, pois o momento de força atuante na pedra superior varia com o tempo.
- estável, pois a resultante das forças que atuam sobre a última pedra é positiva.
- instável, pois a resultante das forças que atuam sobre o conjunto das pedras é nula.
- estável, pois a resultante das forças que atuam sobre a primeira pedra é positiva.
- instável, pois a resultante das forças que atuam sobre o conjunto das pedras é negativa.

- 71. Uerj 2017** Um sistema é constituído por seis moedas idênticas fixadas sobre uma régua de massa desprezível que está apoiada na superfície horizontal de uma mesa, conforme ilustrado abaixo. Observe que, na régua, estão marcados pontos equidistantes, numerados de 0 a 6.



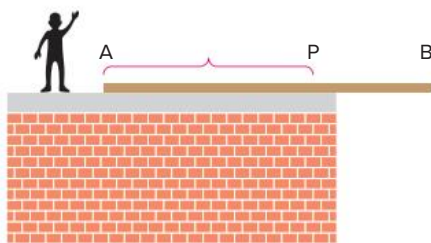
Ao se deslocar a régua da esquerda para a direita, o sistema permanecerá em equilíbrio na horizontal até que determinado ponto da régua atinja a extremidade da mesa.

De acordo com a ilustração, esse ponto está representado pelo seguinte número:

- 4
- 3
- 2
- 1

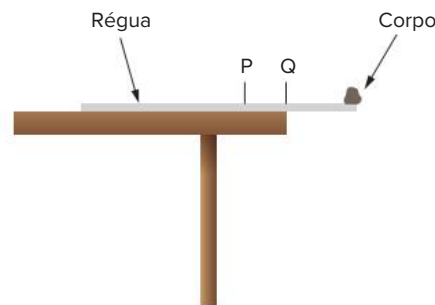
- 72. Uerj** A figura a seguir mostra um homem de massa igual a 100 kg, próximo a um trilho de ferro AB, de comprimento e massa respectivamente iguais a 10 m e 350 kg. O trilho encontra-se em equilíbrio estático, com 60% do seu comprimento total apoiados sobre a laje de uma construção.

▶ **Dado:** Aceleração da gravidade = 10 m/s^2 .

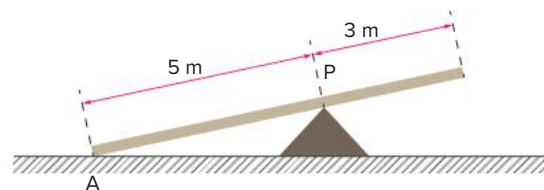


Estime a distância máxima que o homem pode se deslocar sobre o trilho, a partir do ponto P, no sentido da extremidade B, mantendo-o em equilíbrio.

- 73. UFPE-SP** Deseja-se saber a massa de uma régua de 1,0 m de comprimento e dispõe-se de um pequeno corpo de 9,0 g. Realiza-se o experimento mostrado a seguir. Apoiase a régua, na iminência de cair, sobre a borda de uma mesa horizontal, com o corpo na extremidade da régua (ver figura). O ponto Q coincide com a marcação 45 cm e alinha-se com a borda da mesa. O ponto P indica o ponto médio da régua e o pequeno corpo coincide com a marcação 0,0 cm. Calcule a massa da régua, em g.



- 74. Fuvest-SP** Uma prancha rígida, de 8 m de comprimento, está apoiada no chão (em A) e em um suporte P, como na figura. Uma pessoa, que pesa metade do peso da prancha, começa a caminhar lentamente sobre ela, a partir de A. Pode-se afirmar que a prancha desencostará do chão (em A), quando os pés dessa pessoa estiverem à direita de P, e a uma distância desse ponto aproximadamente igual a:



- 1,0 m
- 1,5 m
- 2,0 m
- 2,5 m
- 3,0 m

- 75. Efomm-RJ 2018** Uma régua escolar de massa M uniformemente distribuída com o comprimento de 30 cm está apoiada na borda de uma mesa, com $\frac{2}{3}$ da régua sobre a mesa. Um aluno decide colocar um corpo C de massa $2M$ sobre a régua, em um ponto da régua que está suspenso (conforme a figura). Qual é a distância mínima x , em cm, da borda livre da régua a que deve ser colocado o corpo, para que o sistema permaneça em equilíbrio?



- 1,25
- 2,50
- 5,00
- 7,50
- 10,0

Tipos de alavanca

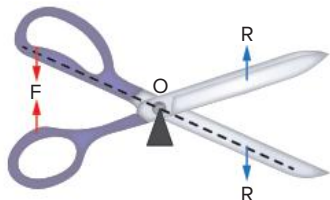
As alavancas mecânicas foram fundamentais para a criação de ferramentas que possibilitassem mover objetos pesados e facilitar trabalhos manuais. O carrinho de mão, o martelo, a gangorra, o pé de cabra, a tesoura e os alicates são exemplos de alavancas utilizadas diariamente. Conhecendo os princípios do funcionamento dessas ferramentas, o homem conseguiu não só desenvolver equipamentos para ajudar em trabalhos cotidianos, mas também compreender melhor o corpo humano, cujos músculos transmitem forças, e as articulações, que atuam como pontos de apoio de alavancas.

As **alavancas** são formadas por barras ou hastes rígidas que podem rotacionar em torno de um ponto de apoio, também denominado **fulcro**. Na barra é exercida uma **força potente** (ou força de ação) que possui o objetivo de equilibrar ou levantar um objeto. Devido à aplicação dessa força potente, aparece na barra uma **força resistente**, exercida pelo objeto que se deseja equilibrar ou levantar, por exemplo.

Podemos classificar as alavancas em três tipos:

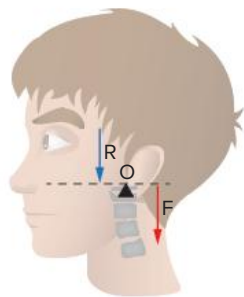
Alavanca interfixa ou alavanca de primeira classe

Nesse tipo de alavanca, o ponto de apoio (O) está entre a força potente (\vec{F}) e a força resistente (\vec{R}). Isso gera uma vantagem mecânica quando o braço da força potente é grande e o braço da força resistente é pequeno. Exemplos: gangorra, tesoura, alicate.



A tesoura funciona como uma alavanca interfixa.

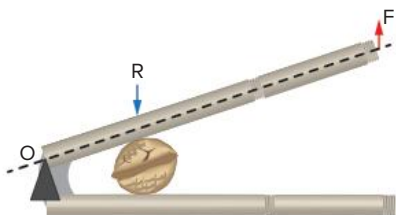
No corpo humano, o peso de nossa cabeça atua como uma força resistente (\vec{R}). O ponto de articulação da coluna com a cabeça é o ponto de apoio, e os músculos do pescoço são as forças potentes (\vec{F}) para equilibrar a cabeça.



Esquema de alavanca interfixa no corpo humano.

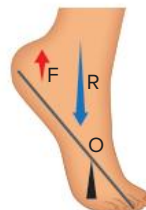
Alavanca inter-resistente ou alavanca de segunda classe

Nas alavancas de segunda classe, ou inter-resistentes, o ponto de aplicação da força resistente está entre a força potente e o ponto de apoio. Exemplos: carrinho de mão, quebra-nozes.

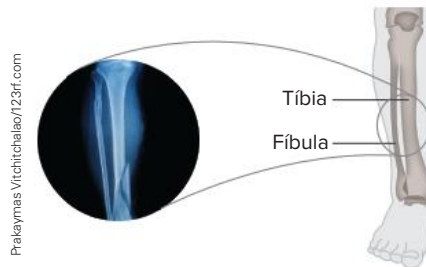


O quebra-nozes funciona como uma alavanca inter-resistente.

No corpo humano, a força resistente \vec{R} aparece devido ao peso transmitido através dos ossos tíbia e fíbula. A força potente \vec{F} é realizada pelos músculos da perna, que se prendem ao calcanhar por meio do tendão.



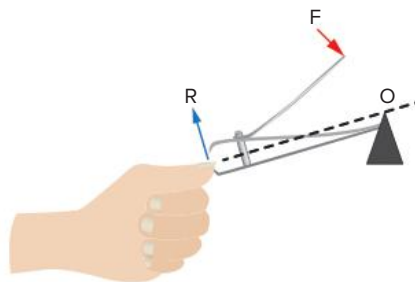
Esquema de alavanca inter-resistente no corpo humano.



Radiografia mostrando a fratura dos ossos tíbia e fíbula, responsáveis pela estabilidade de nosso corpo quando estamos de pé.

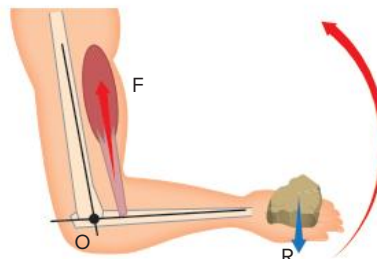
Alavanca interpotente ou alavanca de terceira classe

Em alavancas interpotentes a força potente está aplicada entre a força resistente e o ponto de apoio. Aparentemente, esse tipo de alavanca não parece vantajoso, já que requer um esforço grande (muita potência) para equilibrar uma pequena resistência. Porém, embora o esforço seja grande para que essa alavanca se movimente, os deslocamentos do lado da força resistente, em compensação, são grandes também, ocasionando uma maior velocidade no ponto resistente da alavanca. Exemplos: pinça, cortador de unhas, *hashi*.



O cortador de unhas funciona como uma alavanca interpotente.

O corpo humano tem várias alavancas desse tipo, como o músculo do bíceps, que realiza uma força potente \vec{F} , tendo como ponto de apoio o cotovelo. O local de aplicação da força resistente \vec{R} é a mão, onde se localiza a carga.



Esquema de alavanca interpotente no corpo humano.

Texto elaborado para fins didáticos.

Conceitos básicos de Estática

- Um corpo com dimensões desprezíveis é considerado um **ponto material**. Um **corpo extenso**, ou **corpo rígido**, é um corpo com dimensões que não são desprezíveis para a resolução dos problemas. Em nosso estudo, consideramos os corpos rígidos não deformáveis.

Centro de massa

- Para determinar o **centro de massa** de um sistema de partículas pode ser feita uma média ponderada:

$$x_{CM} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + \dots + m_n \cdot x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

Centro de gravidade

- O **centro de gravidade** de um corpo é o ponto de aplicação da força peso e coincide com o centro de massa quando o campo gravitacional é constante.
- O **centro de massa** coincide com o centro geométrico quando o corpo é uniforme, ou seja, quando ele tem densidade constante.

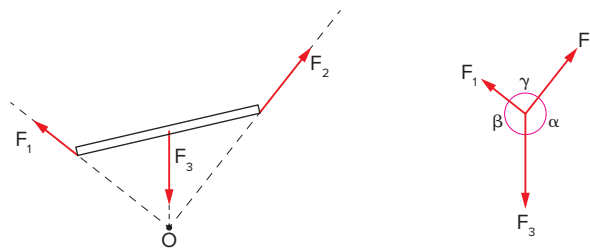
Equilíbrio translacional

- Um corpo em **equilíbrio translacional** tem $\vec{F}_R = \vec{0}$.

Teorema de Lamy

- Quando um corpo está em equilíbrio sob a ação de 3 forças, podemos aplicar o **teorema de Lamy**:

$$\frac{F_1}{\text{sen}\alpha} = \frac{F_2}{\text{sen}\beta} = \frac{F_3}{\text{sen}\gamma}$$



Torque

- O **torque**, ou momento de uma força em relação a um polo, M, está relacionado à capacidade que a força tem de girar um corpo.

$$M = F \cdot b \quad (\text{N} \cdot \text{m})$$

Em que:

F é o módulo da força;

b é o braço de alavanca (distância entre a linha de ação da força e um ponto escolhido).

Condições de equilíbrio

- Equilíbrio = Eq. Translacional + Eq. Rotacional
- Eq. Translacional: $\vec{F}_R = \vec{0}$
- Eq. Rotacional: $\vec{M}_R = \vec{0}$
- Qualquer ponto pode ser escolhido como polo se o corpo estiver em equilíbrio translacional.
- Caso o corpo não esteja em equilíbrio translacional, ou seja, se ele tiver aceleração linear, para que exista equilíbrio rotacional o torque em relação ao centro de massa deve ser nulo.
- Se o corpo estiver em equilíbrio sob a ação de 3 forças, essas forças devem ser concorrentes em um único ponto.

Tombamento e escorregamento

- Carregamentos distribuídos devem ser substituídos por uma força equivalente que gere o mesmo torque. A linha de ação da força resultante deve passar pelo centroide do carregamento distribuído.
- Em uma **alavanca interfixa**, o ponto de apoio está entre a força potente e a força resistente. Na **alavanca inter-resistente**, o ponto de aplicação da força resistente está entre o ponto de aplicação da força potente e o ponto de apoio. Em alavancas **interpotentes**, a força potente está aplicada entre a força resistente e o ponto de apoio.

Tipos de equilíbrio

- Se uma pequena perturbação faz com que o corpo retorne à posição de equilíbrio, trata-se de uma situação de **equilíbrio estável**. Quando um corpo apoiado por apenas um ponto tem o centro de gravidade abaixo desse ponto de apoio, o equilíbrio é estável, já que o peso gera um torque de restauração.
- Se uma pequena perturbação faz com que o corpo se afaste cada vez mais da posição de equilíbrio, trata-se de uma situação de **equilíbrio instável**. Da mesma maneira, quando um corpo apoiado por apenas um ponto tem o centro de gravidade acima desse ponto de apoio, o equilíbrio é instável, já que o peso gera um torque de tombamento.

Quer saber mais?



Sites

BARCO, Luiz. A alavanca de Arquimedes. *Superinteressante*. 2016. Disponível em: <https://super.abril.com.br/comportamento/a-alavanca-de-arquimedes/>.

Neste artigo, você conhece mais sobre a famosa história, contada pelo escritor grego Plutarco, de que o genial Arquimedes ao descobrir as leis das alavancas afirmara: “Dêem-me um ponto de apoio e eu levantarei o mundo”.

Como Michael Jackson desafiou a gravidade em dança de 'Smooth Criminal'. *BBC News*. 2018. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/geral-44208275#:~:text=Voc%C3%AA%20tamb%C3%A9m%20ficou%20se%20perguntando,calcanhar%20do%20astro%20no%20ch%C3%A3o.>

Sapatilhas especiais de Michael Jackson que evitam o tombamento. Pois um grupo de médicos decidiu investigar e responder a essa pergunta agora, 31 anos depois. A conclusão foi um misto de força física e um truque quase rudimentar – sapatos com presilhas especiais que firmavam o calcanhar do astro no chão.

VILLAR, Fernando e HARTUNG, Guilherme. Catenária e Parábola. *TV escola*. Disponível em: <http://hotsite.tvescola.org.br/matematica-em-toda-parte-2/fasciculos/transporte/>.

Programa interativo e vídeo que mostram as diferenças entre a catenária e a parábola.

Acesso em: 27 jan. 2022.



Vídeo

Isto é Matemática. sigma3web. Temporada 4. Episódio 9. A catenária. Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=yBH5ezzY_0.

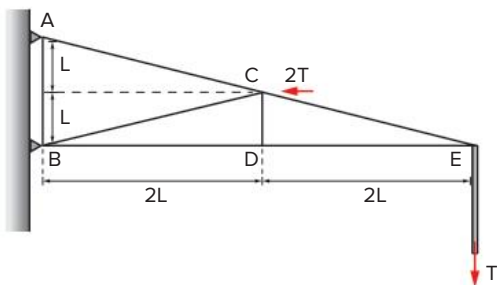
O matemático Rogério Martins fala de mais uma curva: a catenária. Para tal, visita uma ponte suspensa, uma pala e cabos de alta tensão... mas também fala de arcos, cúpulas e de Gaudí.

Acesso em: 27 jan. 2022.

Exercícios complementares

Centro de massa e equilíbrio translacional

1. **IME-RJ 2021** Uma estrutura rígida (treliça), formada por barras de aço, encontra-se suspensa pelos pinos A e B, conforme mostrado na figura.

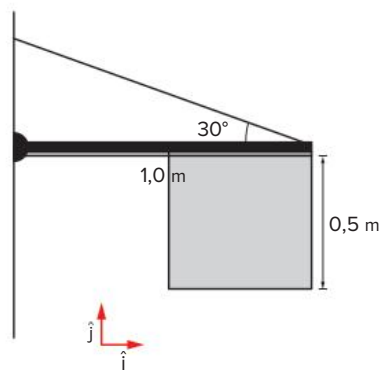


Sabe-se que o pino A impede os movimentos vertical e horizontal e que o pino B impede o movimento horizontal. No ponto E é aplicada uma força T na direção vertical e no ponto C é aplicada uma força $2T$ na direção horizontal. Desprezando o peso próprio da estrutura, calcule, em função de T , as:

- reações nos apoios A e B; e
- forças que agem nas três barras que partem do ponto D.

2. **Esc. Naval-RJ 2020** Uma barra homogênea de comprimento $1,0$ m, cuja massa é $1,0$ kg, está fixa por um pino. Essa barra sustenta uma placa homogênea e quadrada com $0,5$ m de lado e massa $1,0$ kg. O sistema é mantido em equilíbrio com a barra na horizontal tendo um fio de sustentação, inextensível e de massa

desprezível, exercendo uma tensão sobre a barra, conforme apresentado na figura abaixo.



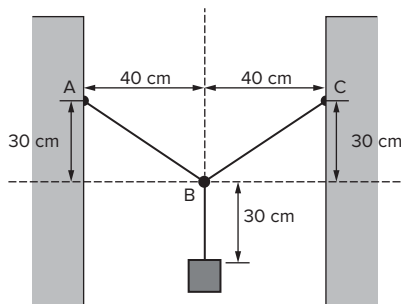
Determine a força que o pino exerce sobre a barra e marque a opção correta.

Dado: Considere a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- $(12,5\hat{i} + 20,0\hat{j}) \text{ N}$
- $2510\hat{i} \text{ N}$
- $10,0\hat{j} \text{ N}$
- $(5\sqrt{3}\hat{i} + 10,0\hat{j}) \text{ N}$
- $(12,5\sqrt{3}\hat{i} + 7,5\hat{j}) \text{ N}$

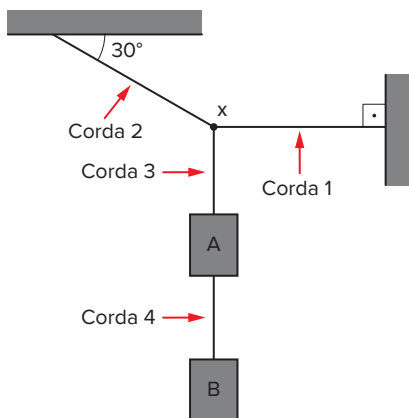
3. **EEAR-SP 2018** Um pedreiro decidiu prender uma luminária de 6 kg entre duas paredes. Para isso dispunha de um fio ideal de $1,3$ m que foi utilizado totalmente e sem nenhuma perda, conforme pode ser observado na figura. Sabendo que o sistema está em equilíbrio estático, determine o valor, em N, da tração que existe no pedaço \overline{AB} fio ideal preso à parede.

Adote o módulo da aceleração da gravidade no local igual a 10 m/s^2 .



- a) 30 c) 50
b) 40 d) 60

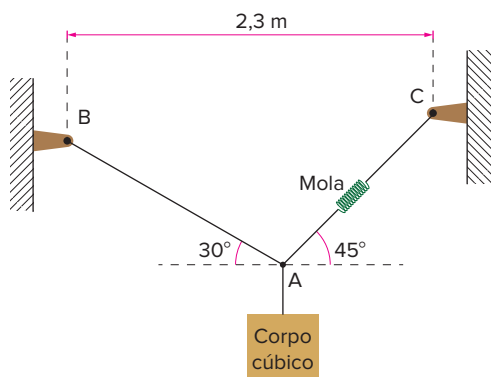
4. **EEAR-SP 2020** No sistema representado na figura a seguir, tem-se dois corpos A e B, sendo que o corpo A tem massa igual a 10 kg e o sistema está em equilíbrio estático. Esse sistema é composto por cordas ideais (massas desprezíveis e inextensíveis), além disso, na corda 2 tem-se uma tração de intensidade igual a 300 N.



Admitindo a aceleração da gravidade no local igual a 10 m/s^2 , determine, respectivamente, em kg, a massa do corpo B e, em N, o valor da intensidade da tração na corda 4, que prende o corpo B ao corpo A.

- a) 5 e 5 c) 5 e 50
b) 10 e 10 d) 15 e 150

5. **IME-RJ 2012**

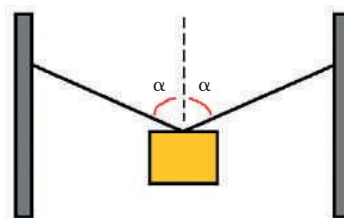


A figura mostra um corpo cúbico de 50 cm de aresta suspenso por dois cabos AB e AC em equilíbrio. Sabe-se que o peso específico volumétrico do material do corpo cúbico, a rigidez da mola do cabo AC e o comprimento do cabo AC antes da colocação do corpo cúbico são iguais a $22,4 \text{ kN/m}^3$, $10,0 \text{ kN/m}$ e $0,5 \text{ m}$. O valor do comprimento do cabo AB, em metros, após a colocação do corpo cúbico é:

► **Dados:** $\sqrt{3} = 1,73$ e $\sqrt{2} = 1,41$.

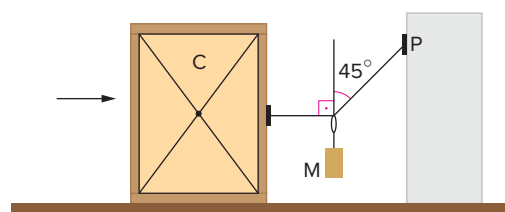
- a) 1,0
b) 1,5
c) 2,0
d) 2,5
e) 3,0

6. **UPF-RS 2018** Duas cordas sustentam um bloco de 300 N de peso, conforme ilustrado esquematicamente na figura. Nessas condições, pode-se afirmar que a força de tração exercida por cada uma das cordas é igual ao valor do peso do bloco quando o valor do ângulo α , em graus, for igual a:



- a) 50
b) 45
c) 30
d) 25
e) 60

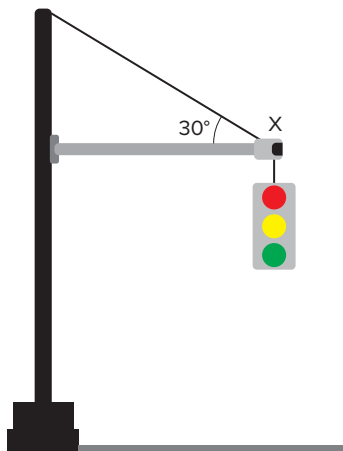
7. **Fuvest-SP** Para vencer o atrito e deslocar um grande contêiner C, na direção indicada, é necessária uma força $F = 500 \text{ N}$. Na tentativa de movê-lo, blocos de massa $m = 15 \text{ kg}$ são pendurados em um fio, que é esticado entre o contêiner e o ponto P na parede, como na figura. Para movimentar o contêiner, é preciso pendurar no fio, no mínimo,



► **Dados:** $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 0,7$; $\text{tg } 45^\circ = 1$.

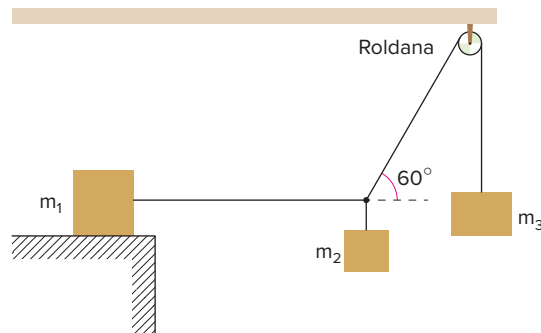
- a) 1 bloco. d) 4 blocos.
b) 2 blocos. e) 5 blocos.
c) 3 blocos.

8. **Unioeste-PR 2018** Um semáforo, em equilíbrio estático, está instalado em uma via urbana, e sustentado por uma haste horizontal fixa em um poste vertical e por um cabo com inclinação de 30° conforme a figura abaixo.



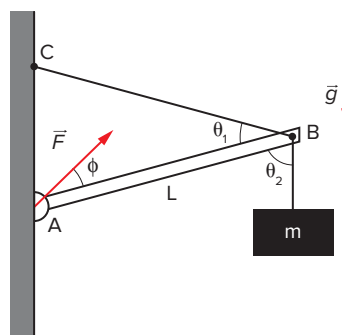
Em relação à distribuição e intensidade das forças que atuam no ponto X, é correto afirmar:

- a) o semáforo é mantido em equilíbrio devido à atuação exclusiva de duas forças no ponto X: uma força vertical representada pelo vetor força peso do semáforo e outra de tração orientada ao longo do cabo.
- b) a força peso e a componente vertical da força de tração orientada ao longo do cabo formam um par ação-reação conforme a terceira lei de Newton.
- c) para o sistema da figura, o aumento do ângulo entre o cabo e a haste horizontal de 30° para 40° gera acréscimo na intensidade da componente vertical da força de tração com o consequente aumento na força peso do semáforo.
- d) em relação a um eixo horizontal paralelo à haste e que passa pelo ponto X, o semáforo das forças é diferente de zero, pois atua somente a componente horizontal da força de tração responsável por manter o semáforo fixo à haste horizontal.
- e) no sistema mostrado na figura, as componentes das forças que atuam em relação a um eixo horizontal que passa pelo ponto X tem soma igual a zero, assim como as componentes das forças que atuam em relação a um eixo vertical que passa pelo ponto X.
9. **UFPR 2012** Três blocos de massas m_1 , m_2 e m_3 , respectivamente, estão unidos por cordas de massa desprezível, conforme mostrado na figura. O sistema encontra-se em equilíbrio estático. Considere que não há atrito no movimento da roldana, e que o bloco de massa m_1 está sobre uma superfície horizontal. Assinale a alternativa que apresenta corretamente (em função de m_1 e m_3) o coeficiente de atrito estático entre o bloco de massa m_1 e a superfície em que ele está apoiado.



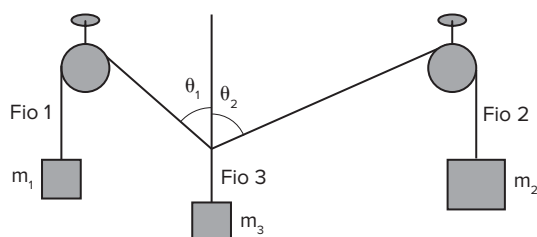
- a) $\frac{m_3}{2m_1}$
- b) $\frac{m_1}{2m_3}$
- c) $\frac{\sqrt{3m_3}}{2m_1}$
- d) $\frac{\sqrt{3m_1}}{2m_3}$
- e) $\frac{\sqrt{3m_1}}{m_3}$

10. **ITA-SP 2021** A figura mostra uma barra AB de comprimento L, articulada na extremidade A e presa a uma parede por um cabo BC. Na extremidade B da barra, suspende-se uma massa m por uma corda. O ângulo entre o cabo BC e a barra é dado por θ_1 , e o ângulo entre a barra e a corda que suspende a carga é dado por θ_2 , como mostra a figura.



A barra, o cabo e a corda têm massas desprezíveis. Determine, em termos das grandezas física envolvidas:

- a) o ângulo ϕ entre a barra AB e a força \vec{F} exercida pela articulação sobre a barra;
- b) a intensidade da força \vec{F} .
11. **Udesc 2018** Considere a Figura 1 na qual o sistema está em equilíbrio com as três massas em repouso. Os fios e as polias são ideais e possuem massa desprezível.



Analise as proposições em relação à Figura e às informações.

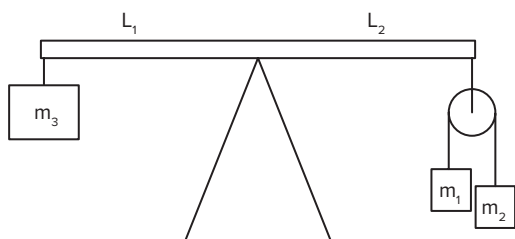
- I. Se $m_1 = m_2$, então $\theta_1 = \theta_2$.
- II. Se $m_2 = 2m_1$, então $\theta_1 = 2\theta_2$.
- III. Se $m_3 = m_1 + m_2$, então a razão entre as trações nos fios 1 e 2 é $\frac{T_1}{T_2} = \frac{(\cos \theta_2 - 1)}{(1 - \cos \theta_1)}$
- IV. Se todas as massas forem iguais, então $\cos \theta_1 + \cos \theta_2 = 1$.
- V. Se $m_3 = m_2 - m_1$, então a razão entre as trações nos fios 1 e 2 é $\frac{T_1}{T_2} = \frac{(\cos \theta_2 + 1)}{(\cos \theta_1 + 1)}$

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas II, III e V são verdadeiras.
- b) Somente as afirmativas I, III e IV são verdadeiras.
- c) Somente as afirmativas III, IV e V são verdadeiras.
- d) Somente as afirmativas I, II e V são verdadeiras.
- e) Somente as afirmativas I, II e IV são verdadeiras.

Conceitos básicos de torque e equilíbrio

- 12. Efofm-RJ 2020** A figura abaixo mostra uma barra de massa desprezível apoiada sobre o vértice do triângulo. L_1 e L_2 são as distâncias das extremidades esquerda e direita da barra até seu centro. Os blocos de massas m_1 e m_2 estão ligados por um fio inextensível de massa desprezível suspenso por uma roldana, também com massa desprezível.



Para que a barra permaneça equilibrada, é necessário que a massa m_3 seja igual a

- a) $\frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2} \frac{L_2}{L_1}$
 - b) $\frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2} \frac{L_2}{L_1}$
 - c) $(m_1 + m_2) \frac{L_2}{L_1}$
 - d) $\frac{4m_1m_2}{m_1 - m_2} \frac{L_2}{L_1}$
 - e) $\frac{4m_1m_2}{m_1 - m_2} \frac{L_1}{L_2}$
- 13. UPE** Uma barra de peso desprezível está sobre um apoio situado no meio dela. Aplicam-se 3 forças sobre a barra, como indicado na figura.

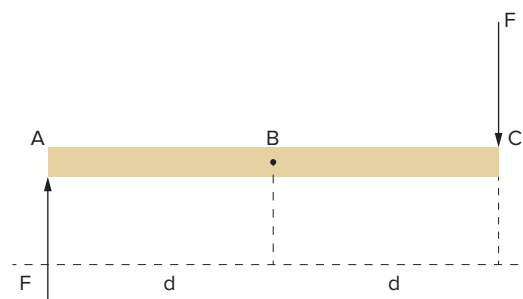


Para que a barra esteja em equilíbrio, o valor de F , em newtons, vale:

► **Dados:** considere $\cos 30^\circ = 0,86$ e $\sin 30^\circ = 0,5$.

- a) 17,2
- b) 12,7
- c) 10,0
- d) 20,0
- e) 18,0

- 14. PUC-PR** Sobre a barra representada na figura, atuam duas forças distanciadas $2d$, de mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos.



Com estes dados, considere as afirmações:

- I. O momento estático das duas forças F em relação ao ponto A é maior que o momento estático destas em relação ao ponto B.
- II. O momento estático das duas forças F em relação aos pontos A, B ou C é sempre nulo, independente do valor de F .
- III. O momento estático das duas forças F em relação aos pontos A, B ou C tem o mesmo valor dado pela expressão $M = 2dF$.

Está correta ou estão corretas:

- a) somente I.
- b) I e II.
- c) somente II.
- d) II e III.
- e) somente III.

- 15. EEAR-SP 2019** No estudo da Estática, para que um ponto material esteja em equilíbrio é necessário e suficiente que:

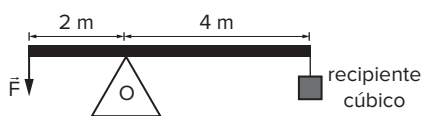
- a) A resultante das forças exercidas sobre ele seja nula.
- b) A soma dos momentos das forças exercidas sobre ele seja nula.
- c) A resultante das forças exercidas sobre ele seja maior que sua força peso.
- d) A resultante das forças exercidas sobre ele seja menor que sua força peso.

16. EEAR-SP 2018 Uma barra de 6 m de comprimento e de massa desprezível é montada sobre um ponto de apoio (O), conforme pode ser visto na figura. Um recipiente cúbico de paredes finas e de massa desprezível com 20 cm de aresta é completamente cheio de água e, em seguida, é colocado preso a um fio na outra extremidade.

A intensidade da força \vec{F} em N, aplicada na extremidade da barra para manter em equilíbrio todo o conjunto (barra, recipiente cúbico e ponto de apoio) é

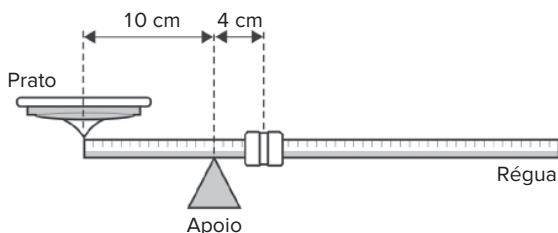
► **Adote:**

- 1) o módulo da aceleração da gravidade no local igual a 10 m/s^2 ;
- 2) densidade da água igual a $1,0 \text{ g/cm}^3$; e
- 3) o fio, que prende o recipiente cúbico, ideal e de massa desprezível.



- a) 40 b) 80 c) 120 d) 160

17. EPCar-MG 2017 Em feiras livres ainda é comum encontrar balanças mecânicas, cujo funcionamento é baseado no equilíbrio de corpos extensos. Na figura a seguir tem-se a representação de uma dessas balanças, constituída basicamente de uma régua metálica homogênea de massa desprezível, um ponto de apoio, um prato fixo em uma extremidade da régua e um cursor que pode se movimentar desde o ponto de apoio até a outra extremidade da régua. A distância do centro do prato ao ponto de apoio é de 10 cm. O cursor tem massa igual a 0,5 kg. Quando o prato está vazio, a régua fica em equilíbrio na horizontal com o cursor a 4 cm do apoio.

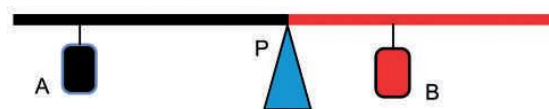


Colocando 1 kg sobre o prato, a régua ficará em equilíbrio na horizontal se o cursor estiver a uma distância do apoio, em cm, igual a

- a) 18 c) 22
b) 20 d) 24

18. FGV-SP 2018 A figura mostra o esquema de uma curiosa balança de dois braços em que cada braço é feito de um material de coeficiente de dilatação linear diferente do coeficiente de dilatação linear do outro. O peso dos braços é desprezível comparado ao dos corpos A e B. O material em que se encontra

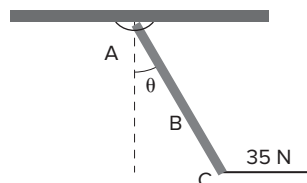
pendurado o corpo A tem coeficiente de dilatação linear maior do que aquele em que se encontra o corpo B. A temperatura reinante é baixa, típica de uma madrugada de inverno, e observa-se o equilíbrio estático na direção horizontal com o corpo A mais distante do ponto de apoio P do que o corpo B.



O sistema é, então, submetido a uma elevação de temperatura significativa, próxima à da ebulição da água sob pressão normal, por exemplo. Sobre a situação descrita é correto afirmar que o peso do corpo A é

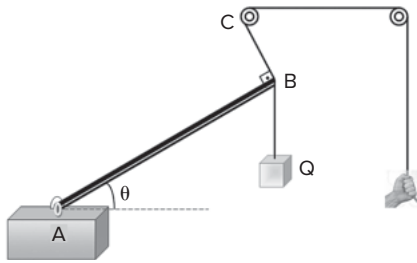
- a) maior que o peso do corpo B e, durante o aquecimento, a balança girará no sentido anti-horário.
- b) menor que o peso do corpo B e, durante o aquecimento, a balança girará no sentido anti-horário.
- c) menor que o peso do corpo B e, durante o aquecimento, a balança continuará equilibrada na direção horizontal.
- d) maior que o peso do corpo B e, durante o aquecimento, a balança continuará equilibrada na direção horizontal.
- e) igual ao de B e, durante o aquecimento, a balança girará no sentido horário.

19. Efomm-RJ 2019 A barra indicada na figura, presa de forma articulada ao teto, é composta por dois segmentos. O primeiro segmento AB possui 4 kg de massa e 10 m de comprimento. Já o segundo BC possui 2 kg de massa e 2 m de comprimento. Sobre a extremidade da barra, atua uma força horizontal para a direita, com intensidade de 35 N. Se a barra está em repouso, a tangente do ângulo θ que ela faz com a vertical vale



- a) 0,25
b) 0,35
c) 0,5
d) 1
e) 2

20. Mackenzie-SP 2018 Com o intuito de facilitar seu trabalho, um operário construiu um artifício com cordas e polias fixas ideais e ainda uma barra homogênea de comprimento $L = 20 \text{ m}$, articulada no ponto A. A massa da barra vale $M_B = 60 \text{ kg}$ e o peso do bloco levantado tem módulo $Q = 500 \text{ N}$.

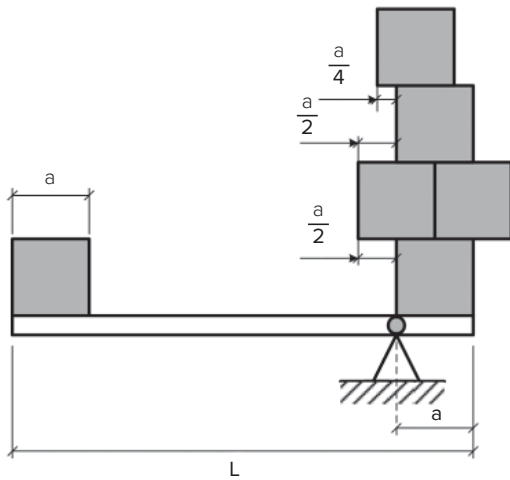


Considerando-se que o sistema está em equilíbrio no instante em que é retratado, que o módulo da aceleração gravitacional local seja $g = 10 \text{ m/s}^2$, que o trecho BC da corda esteja perpendicular à barra e que o valor do ângulo é $\theta = 53^\circ$, afirma-se corretamente que o módulo da reação horizontal da força na barra no ponto A vale, em N (newton),

► **Dados:** $\sin 53^\circ = 0,80$; $\cos 53^\circ = 0,6$.

- a) 650
- b) 534
- c) 400
- d) 384
- e) 250

21. IME-RJ 2018



O sistema mostrado na figura acima encontra-se em equilíbrio estático, sendo composto por seis cubos idênticos, cada um com massa específica μ uniformemente distribuída e de aresta a , apoiados em uma alavanca composta por uma barra rígida de massa desprezível. O comprimento L da barra para que o sistema esteja em equilíbrio é:

- a) $\frac{9}{4}a$
- b) $\frac{13}{4}a$
- c) $\frac{7}{2}a$
- d) $\frac{15}{4}a$
- e) $\frac{17}{4}a$

22. Acafe-SC 2019 Pedro foi com a namorada em um restaurante para comer sushi. Entretanto, não sabia utilizar os palitos tradicionais para pegar o alimento. O garçom, então, forneceu palitos alternativos, presos em uma das extremidades (A), assim podia utilizá-los, como mostra a figura a seguir.



Com base no exposto, assinale a alternativa que completa, corretamente, as lacunas da frase a seguir.

O conjunto de palitos dado a Pedro funciona como uma alavanca _____, dessa forma, a força aplicada _____ é maior que a força aplicada _____.

- a) interpotente – por Pedro nos palitos – pelos palitos no sushi
- b) inter-resistente – por Pedro nos palitos – pelos palitos no sushi
- c) interpotente – pelos palitos no sushi – por Pedro nos palitos
- d) inter-resistente – pelos palitos no sushi – por Pedro nos palitos

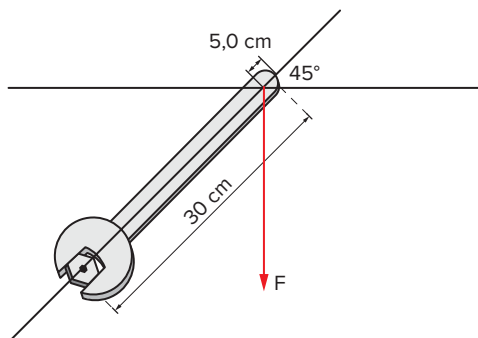
23. Enem 2018 As pessoas que utilizam objetos cujo princípio de funcionamento é o mesmo do das alavancas aplicam uma força, chamada de força potente, em um dado ponto da barra, para superar ou equilibrar uma segunda força, chamada de resistente, em outro ponto da barra. Por causa das diferentes distâncias entre os pontos de aplicação das forças, potente e resistente, os seus efeitos também são diferentes. A figura mostra alguns exemplos desses objetos.



Em qual dos objetos a força potente é maior que a força resistente?

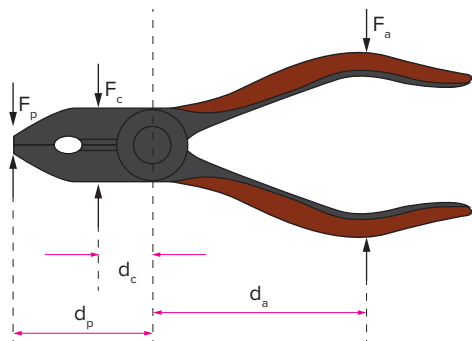
- a) Pinça.
- b) Alicate.
- c) Quebra-nozes.
- d) Carrinho de mão.
- e) Abridor de garrafa.

- 24. Unioeste-PR 2018** Uma pessoa usa uma chave de boca para apertar um parafuso, conforme a figura abaixo. A distância do centro do parafuso até a extremidade do cabo da chave de boca é de 30 cm e a força F , vertical, aplicada a 5 cm da extremidade do cabo da chave, possui intensidade $F = 20$ N. Assinale a alternativa correta.



- O torque gerado por F tem módulo igual a $2,5\sqrt{2}$ N · m e orientação paralela à F .
- O torque gerado por F atua ao longo do eixo do parafuso, sendo sua orientação perpendicular à F e ao plano da página.
- A orientação da força F representada na figura é aquela que fornece a situação de torque máximo, pois o ângulo entre o torque e o vetor força F é de 90° .
- Na situação apresentada na figura, a componente de F paralela ao eixo do cabo da chave é nula, por esse motivo essa componente não gera torque.
- Após uma rotação no parafuso em 45° no sentido horário, de forma que o cabo da chave de boca esteja na posição horizontal e mantendo F na vertical, o torque terá módulo nulo.

- 25. Unicamp-SP** Uma das aplicações mais comuns e bem-sucedidas de alavancas são os alicates. Esse instrumento permite amplificar a força aplicada (F_a), seja para cortar (F_c), ou para segurar materiais pela ponta do alicate (F_p).

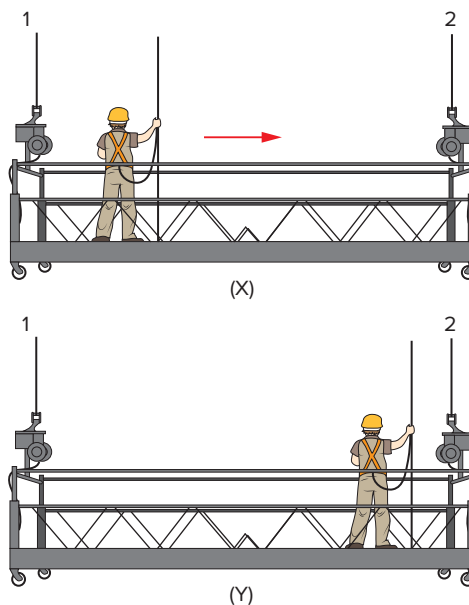


- Um arame de aço tem uma resistência ao corte de $1,3 \cdot 10^9$ N/m², ou seja, essa é a pressão mínima que deve ser exercida por uma lâmina para cortá-lo. Se a área de contato entre o arame e a lâmina de corte do alicate for de $0,1$ mm², qual a força F_c necessária para iniciar o corte?

- Se esse arame estivesse na região de corte do alicate a uma distância $d_c = 2$ cm do eixo de rotação do alicate, que força F_a deveria ser aplicada para que o arame fosse cortado? ($d_a = 10$ cm).

Corpos biapoiados ou suspensos por dois fios

- 26. UFRGS 2013** Nas figuras (X) e (Y) abaixo, está representado um limpador de janelas trabalhando em um andaime suspenso pelos cabos 1 e 2, em dois instantes de tempo.



Durante o intervalo de tempo limitado pelas figuras, você observa que o trabalhador caminha sobre o andaime indo do lado esquerdo, figura (X), para o lado direito, figura (Y).

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas da sentença abaixo, na ordem em que aparecem. Após o trabalhador ter se movido para a direita (figura (Y)), podemos afirmar corretamente que, em relação à situação inicial (figura (X)), a soma das tensões nos cabos 1 e 2 _____, visto que _____.

- permanece a mesma – as tensões nos cabos 1 e 2 permanecem as mesmas
 - permanece a mesma – a diminuição da tensão no cabo 1 corresponde a igual aumento na tensão no cabo 2
 - aumenta – aumenta a tensão no cabo 2 e permanece a mesma tensão no cabo 1
 - aumenta – aumenta a tensão no cabo 1 e permanece a mesma tensão no cabo 2
 - diminui – diminui a tensão no cabo 1 e permanece a mesma tensão no cabo 2
- 27. EPCar-MG 2012** Considere uma prancha homogênea de peso P e comprimento L que se encontra equilibrada horizontalmente em duas hastes A e B como mostra a figura 1 abaixo.



Figura 1

Sobre a prancha, em uma posição $x < \frac{L}{2}$ é colocado um recipiente de massa desprezível e volume V , como mostrado na figura 2. Esse recipiente é preenchido lentamente com um líquido homogêneo de densidade constante até sua borda sem transbordar.

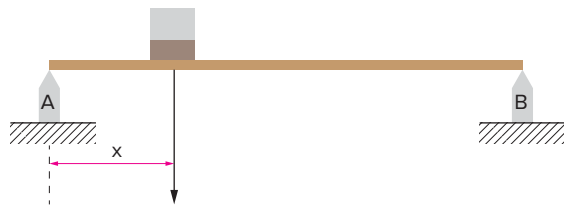
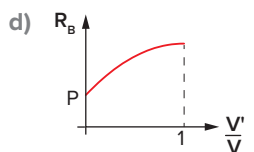
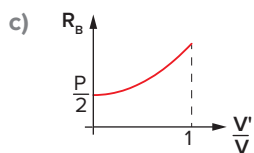
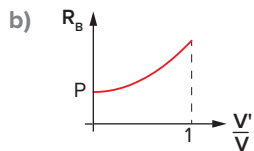
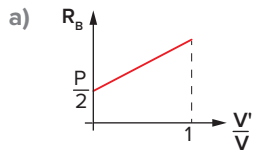


Figura 2

Nessas condições, o gráfico que melhor representa a intensidade da reação do apoio B, R_B , em função da razão entre o volume V' do líquido contido no recipiente pelo volume V do recipiente, $\frac{V'}{V}$, é:

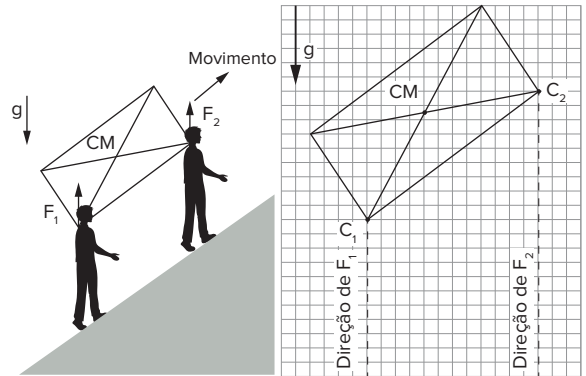


28. Fuvest-SP Para carregar um pesado pacote, de massa $M = 90 \text{ kg}$, ladeira acima, com velocidade constante, duas pessoas exercem forças diferentes. O carregador 1, mais abaixo, exerce uma força F_1 sobre o pacote, enquanto o carregador 2, mais acima, exerce uma força F_2 . No esquema a seguir estão representados, em escala, o pacote e os pontos C_1 e C_2 , de aplicação das forças, assim como suas direções de ação.

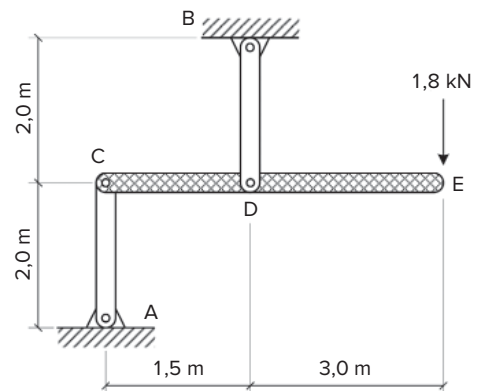
a) Determine, a partir de medições a serem realizadas no esquema a seguir, a razão $R = \frac{F_1}{F_2}$ entre os módulos das forças exercidas pelos dois carregadores.

- b) Determine os valores dos módulos de F_1 e F_2 , em newtons.
 c) Indique, no esquema a seguir, com a letra V, a posição em que o carregador 2 deveria sustentar o pacote para que as forças exercidas pelos dois carregadores fossem iguais.

► **Note e adote:** A massa do pacote é distribuída uniformemente e, portanto, seu centro de massa, CM, coincide com seu centro geométrico.



29. IME-RJ 2017



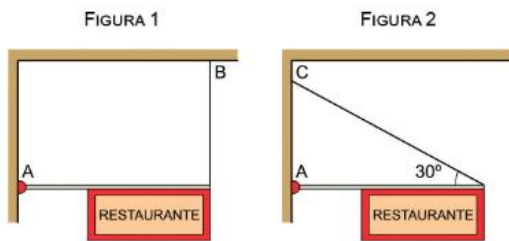
A figura acima apresenta uma estrutura em equilíbrio, formada por uma barra horizontal CE e duas barras verticais rotuladas AC e BD. Todas as barras possuem material uniforme e homogêneo e as barras AC e BD têm peso desprezível, enquanto a barra CE tem densidade linear de massa μ . Na extremidade da barra CE, há uma carga concentrada vertical, de cima para baixo, de $1,8 \text{ kN}$. Para que a força de tração na barra BD seja $8,1 \text{ kN}$, a densidade linear de massa μ da barra CE, em kg/m , e a força em módulo na barra AC, em kN , devem ser iguais a:

► **Dado:** aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) 40 e 3,6
 b) 40 e 4,5
 c) 60 e 3,6
 d) 400 e 4,5
 e) 600 e 3,5

Outras situações de equilíbrio

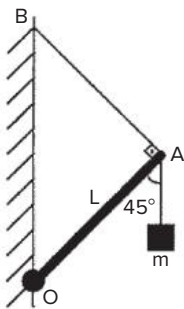
30. Unesp 2020 Para montar a fachada de seu restaurante, o proprietário considera duas maneiras diferentes de prender uma placa na entrada, conforme as figuras 1 e 2. Nas duas maneiras, uma mesma placa de 4 m de comprimento e massa de 30 kg será presa a uma haste rígida de massa desprezível e de 6 m de comprimento, que será mantida em equilíbrio, na posição horizontal. Na situação da figura 1, a haste é presa a uma parede vertical por uma articulação A, de dimensões desprezíveis, e por um fio ideal vertical, fixo em uma marquise horizontal, no ponto B. Na situação da figura 2, a haste é presa à parede vertical pela mesma articulação A e por um fio ideal, preso no ponto C dessa parede.



Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$:

- represente as forças que atuam na haste e calcule a intensidade, em N, da força de tração no fio que prende a haste à marquise, na situação da figura 1.
- calcule a intensidade, em N, da força aplicada pela articulação sobre a haste, na situação da figura 2.

31. Esc. Naval-RJ 2017 Analise a figura abaixo.

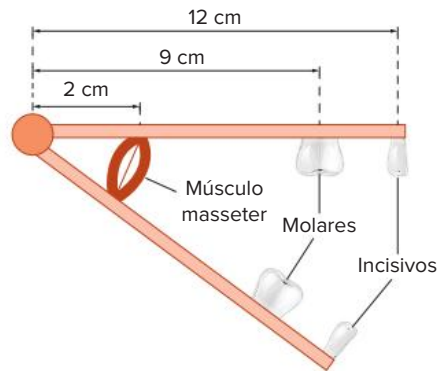


A figura acima ilustra uma haste homogênea OA de comprimento $L = 5,0 \text{ m}$. A extremidade O da haste está presa a um ponto articulado. A extremidade A suspende um bloco de massa $m = 2,0 \text{ kg}$. Conforme a figura, o sistema é mantido em equilíbrio estático por meio de um fio preso à parede no ponto B. Considerando os fios ideais e sabendo que a força que o fio faz na haste tem módulo $T = 15\sqrt{2} \text{ N}$, assinale a opção que apresenta, respectivamente, a densidade linear de massa da haste, em kg/m e o módulo da componente vertical da força, em newtons, que a haste faz no ponto articulado.

► Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

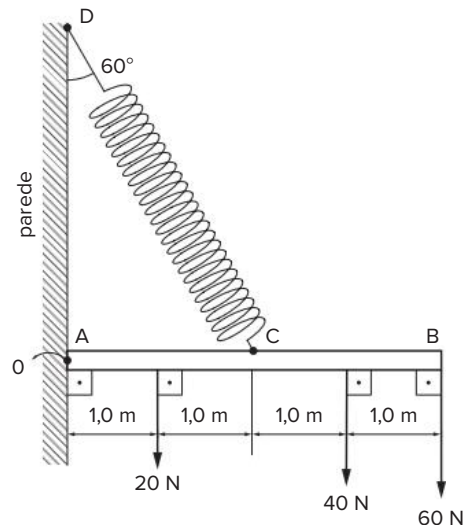
- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| a) 0,6 e 26 | c) 0,4 e 25 | e) 0,2 e 24 |
| b) 0,4 e 26 | d) 0,2 e 25 | |

32. Unicamp-SP Milênios de evolução dotaram a espécie humana de uma estrutura dentária capaz de mastigar alimentos de forma eficiente. Os dentes da frente (incisivos) têm como função principal cortar, enquanto os de trás (molares) são especializados em triturar. Cada tipo de dente exerce sua função aplicando distintas pressões sobre os alimentos. Considere o desenho a seguir, que representa esquematicamente a estrutura maxilar. A força máxima exercida pelo músculo masseter em uma mordida é de 1800 N.



- Determine as forças máximas exercidas pelos dentes incisivos ao cortar os alimentos e pelos molares ao triturar os alimentos.
- Estime a área dos dentes molares e incisivos e calcule a pressão aplicada sobre os alimentos. Considere planos os dentes, conforme indicado na figura.

33. EsPCEX-SP 2019 O ponto C de uma haste homogênea AB, de seção reta uniforme com massa desprezível, está preso, através de uma mola ideal, ao ponto D de uma parede vertical. A extremidade A da haste está articulada em O. A haste sustenta pesos de 20 N, 40 N e 60 N e está em equilíbrio estático, na horizontal, conforme representado no desenho abaixo. Sabendo que a deformação na mola é de 10 cm, então o valor da constante elástica da mola é

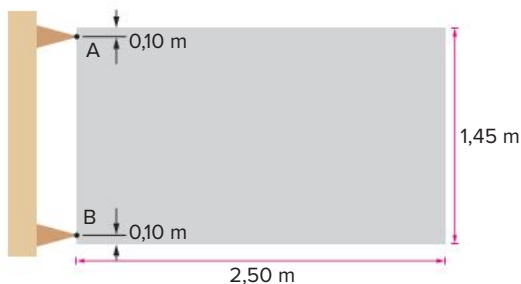


Desenho ilustrativo fora de Escala

► **Dados:** $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$;
 $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- a) 1 900 N/m. d) 4 300 N/m.
 b) 2 400 N/m. e) 7 600 N/m.
 c) 3 800 N/m.

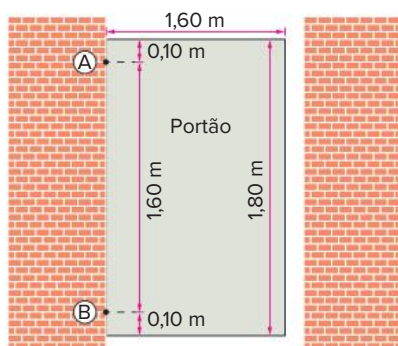
- 34. UFRJ** Um portão retangular de massa igual a 50 kg tem 2,50 m de comprimento, 1,45 m de altura e está preso a duas dobradiças A e B. O vértice da dobradiça A dista 0,10 m do topo do portão, e o vértice da dobradiça B, 0,10 m da base, como indica a figura a seguir.



Suponha que o sistema esteja em repouso, que o peso do portão esteja aplicado em seu centro geométrico e que a aceleração g da gravidade local seja 10 m/s^2 .

- a) Calcule o módulo da força resultante exercida pelas duas dobradiças sobre o portão.
 b) Calcule o módulo da componente horizontal da força exercida pela dobradiça A sobre o portão e determine seu sentido.

- 35. EsPCEX-SP 2014** Um portão maciço e homogêneo de 1,60 m de largura e 1,80 m de comprimento, pesando 800 N, está fixado em um muro por meio das dobradiças A, situada a 0,10 m abaixo do topo do portão, e B, situada a 0,10 m de sua parte inferior. A distância entre as dobradiças é de 1,60 m, conforme o desenho abaixo.



Desenho ilustrativo – Fora de escala

Elas têm peso e dimensões desprezíveis, e cada dobradiça suporta uma força cujo módulo da componente vertical é metade do peso do portão.

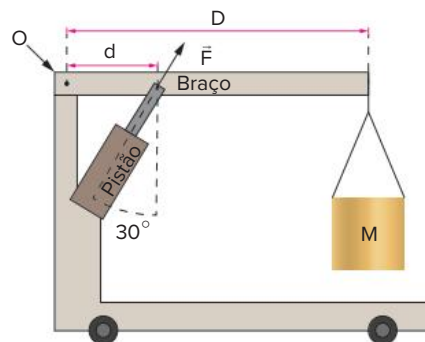
Considerando que o portão está em equilíbrio, e que o seu centro de gravidade está localizado em seu centro geométrico, o módulo da componente horizontal da força em cada dobradiça A e B vale, respectivamente:

- a) 130 N e 135 N. d) 450 N e 450 N.
 b) 135 N e 135 N. e) 600 N e 650 N.
 c) 400 N e 400 N.

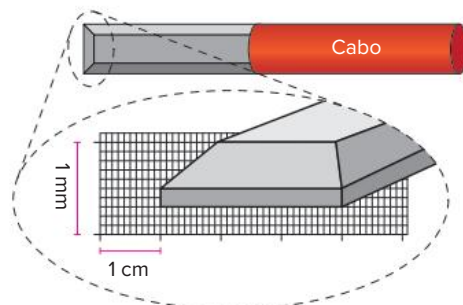
- 36. Unicamp-SP** O homem tem criado diversas ferramentas especializadas, sendo que para a execução de quase todas as suas tarefas há uma ferramenta própria.

- a) Uma das tarefas enfrentadas usualmente é a de levantar massas cujo peso excede as nossas forças. Uma ferramenta usada em alguns desses casos é o guincho girafa, representado na figura adiante. Um braço móvel é movido por um pistão e gira em torno do ponto O para levantar uma massa M. Na situação da figura, o braço encontra-se na posição horizontal, sendo $D = 2,4 \text{ m}$ e $d = 0,6 \text{ m}$. Calcule o módulo da força \vec{F} exercida pelo pistão para equilibrar uma massa $M = 430 \text{ kg}$. Despreze o peso do braço.

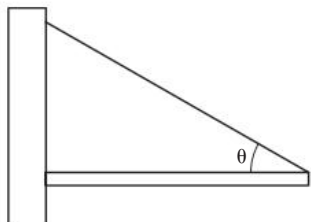
► **Dados:** $\cos 30^\circ = 0,86$ e $\sin 30^\circ = 0,50$.



- b) Ferramentas de corte são largamente usadas nas mais diferentes situações como, por exemplo, no preparo dos alimentos, em intervenções cirúrgicas, em trabalhos com metais e em madeira. Uma dessas ferramentas é o formão, ilustrado na figura adiante, que é usado para entalhar madeira. A área da extremidade cortante do formão que tem contato com a madeira é detalhada com linhas diagonais na figura, sobre uma escala graduada. Sabendo que o módulo da força exercida por um martelo ao golpear a base do cabo do formão é $F = 4,5 \text{ N}$, calcule a pressão exercida na madeira.



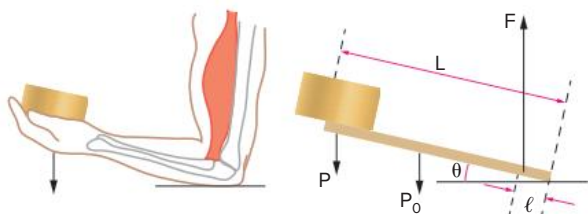
37. **Efomm-RJ 2020** A figura mostra uma barra homogênea de massa m em equilíbrio. Ela está sustentada por um fio em uma de suas extremidades e é impedida de cair devido ao atrito com a parede na outra extremidade. A aceleração da gravidade vale g .



A força total exercida pela parede sobre a barra vale:

- a) $\frac{mg \cos \theta}{2}$ d) $\frac{mg}{2 \sin \theta}$
 b) $\frac{mg \sin \theta}{2}$ e) $\frac{mg \tan^2 \theta}{\cos \theta + \sin \theta}$
 c) $\frac{mg \tan^2 \theta}{\sin \theta + 1}$

38. **Uerj** O braço humano, com o cotovelo apoiado sobre uma superfície, ao erguer um objeto, pode ser comparado a uma alavanca, como sugere a figura a seguir.



A. R. King; O. Regev. *Physics with answers*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. (Adapt.)

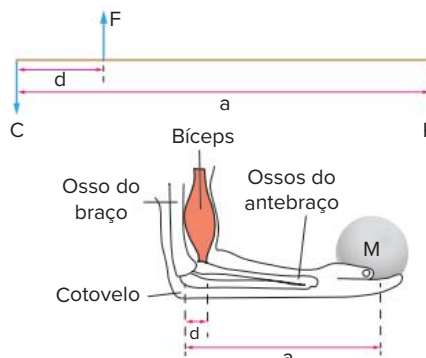
Sejam P o peso do objeto a ser erguido, P_0 o peso do braço e F o valor da força muscular necessária para erguer o objeto até a posição em que o braço forma um ângulo θ com a horizontal. Considere que a distância L , entre o ponto de aplicação de P e o cotovelo, seja 20 vezes maior do que a distância l , entre o ponto de aplicação de F e o cotovelo.

Neste caso, o módulo da força F é igual a:

- a) $20P + 10P_0$
 b) $20P + 20P_0$
 c) $10P + 10P_0$
 d) $10P + 20P_0$

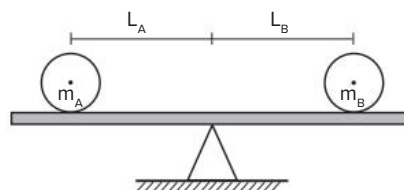
39. **Unicamp-SP** O bíceps é um dos músculos envolvidos no processo de dobrar nossos braços. Esse músculo funciona num sistema de alavanca como é mostrado na figura a seguir. O simples ato de equilibrarmos um objeto na palma da mão, estando o braço em posição vertical e o antebraço em posição horizontal, é o resultado de um equilíbrio das seguintes forças: o peso P do objeto, a força F que o bíceps exerce sobre um dos ossos do antebraço e a força C que o osso do braço exerce sobre o cotovelo. A distância do cotovelo até a

palma da mão é $a = 0,30$ m e a distância do cotovelo ao ponto em que o bíceps está ligado a um dos ossos do antebraço é de $d = 0,04$ m. O objeto que a pessoa está segurando tem massa $M = 2,0$ kg. Despreze o peso do antebraço e da mão.



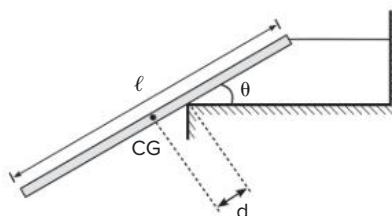
- a) Determine a força F que o bíceps deve exercer no antebraço.
 b) Determine a força C que o osso do braço exerce nos ossos do antebraço.

40. **ITA-SP 2018** Sobre uma prancha horizontal de massa desprezível e apoiada no centro, dois discos, de massas m_A e m_B , respectivamente, rolam com as respectivas velocidades v_A e v_B , constantes, em direção ao centro, do qual distam L_A e L_B , conforme a figura. Com o sistema em equilíbrio antes que os discos colidam, a razão $\frac{v_A}{v_B}$ e dada por



- a) 1 c) $\frac{m_B}{m_A}$ e) $\frac{L_B m_B}{L_A m_A}$
 b) $\frac{m_A}{m_B}$ d) $\frac{L_A m_A}{L_B m_B}$

41. **ITA-SP 2019** Uma barra rígida, homogênea, fina e de comprimento ℓ , é presa a uma corda horizontal sem massa e toca a quina de uma superfície horizontal livre de atrito, fazendo um ângulo θ como mostra a figura. Considerando a barra em equilíbrio, assinale a opção correta para o valor da razão $\frac{d}{\ell}$, em que d é a distância da quina ao centro de gravidade (CG) da barra.



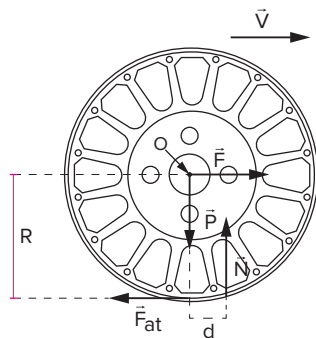
- a) $\frac{\operatorname{tg}^2 \theta}{2}$ d) $\frac{\cos^2 \theta}{2}$
 b) $\frac{\cos^2 \theta}{4}$ e) $\frac{\operatorname{sen}^2 \theta}{2}$
 c) $\frac{\operatorname{sen}^2 \theta}{4}$

42. Unicamp-SP 2014

- a) O ar atmosférico oferece uma resistência significativa ao movimento dos automóveis. Suponha que um determinado automóvel movido a gasolina, trafegando em linha reta a uma velocidade constante de $v = 72 \text{ km/h}$ com relação ao ar, seja submetido a uma força de atrito de $F_{\text{ar}} = 380 \text{ N}$. Em uma viagem de uma hora, aproximadamente quantos litros de gasolina serão consumidos somente para “vencer” o atrito imposto pelo ar?

▶ **Dados:** calor de combustão da gasolina: 35 MJ/L.
 Rendimento do motor a gasolina: 30%.

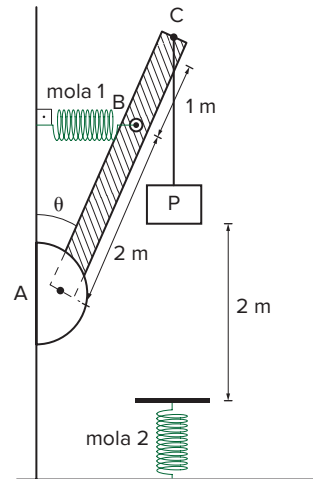
- b) A má calibração dos pneus é outro fator que gera gasto extra de combustível. Isso porque o rolamento é real e a baixa pressão aumenta a superfície de contato entre o solo e o pneu. Como consequência, o ponto efetivo da aplicação da força normal de módulo N não está verticalmente abaixo do eixo de rotação da roda (ponto O), e sim ligeiramente deslocado para a frente a uma distância d , como indica a figura abaixo.



As forças que atuam sobre a roda não tracionada são: força \vec{F} , que leva a roda para a frente, força peso \vec{P} , força de atrito estático \vec{F}_{at} e força normal \vec{N} . Para uma velocidade de translação \vec{v} constante, o torque em relação ao ponto O, resultante das forças de atrito estático \vec{F}_{at} e normal \vec{N} deve ser nulo. Sendo $R = 30 \text{ cm}$, $d = 0,3 \text{ cm}$ e $N = 2500 \text{ N}$, calcule o módulo da força de atrito estático F_{at} .

- 43. AFA-SP 2022 (Adapt.)** Uma viga homogênea com 3 m de comprimento se encontra em equilíbrio, presa à parede através dos pontos A e B, conforme ilustra a figura seguinte. No ponto A, existe uma articulação, sem atrito, que permite o giro livre da viga. No ponto B, uma mola ideal 1, cuja deformação é x , liga a viga à parede.

Uma carga P está pendurada, através de um fio ideal, na extremidade C da viga e se encontra a uma altura de 2 m em relação à extremidade de uma mola ideal 2, verticalmente fixada sobre o piso horizontal, como também pode ser observado na figura.

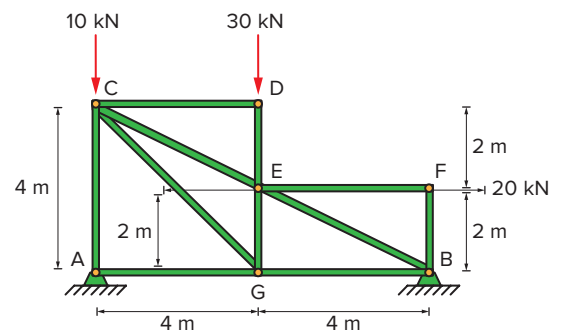


Em dado instante, corta-se o fio e P cai, sem sofrer resistência do ar, sobre o aparador, de massa desprezível, fazendo com que a mola 2 sofra uma deformação de 40 cm até parar.

Sabendo que $\operatorname{sen} \theta = 0,6$, $\cos \theta = 0,8$ e que as constantes elásticas das molas 1 e 2 são iguais, pode-se afirmar que a deformação x da mola 1, em cm, antes do fio ser cortado, era igual a

- a) 3,75
 b) 25
 c) 40
 d) 50

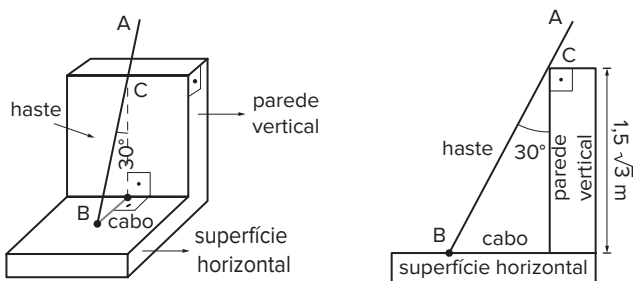
44. IME-RJ 2018



A figura anterior mostra uma estrutura em equilíbrio formada por onze barras. Todas as barras têm peso desprezível. O apoio A impede deslocamentos nas direções horizontal e vertical, enquanto o apoio B somente impede deslocamentos na direção vertical. Nos pontos C e D há cargas concentradas verticais e no ponto F é aplicada uma carga horizontal. Determine os valores das forças, em kN, a que estão submetidas as barras BG e EG.

▶ **Dados:** $\sqrt{2} \cong 1,4$ e $\sqrt{5} \cong 2,2$.

- 45. EsPCEx-SP 2017** Uma haste AB rígida, homogênea com 4 m de comprimento e 20 N de peso, encontra-se apoiada no ponto C de uma parede vertical, de altura $1,5\sqrt{3}$ m, formando um ângulo de 30° com ela, conforme representado nos desenhos a seguir.



Desenhos ilustrativos fora de escala

Para evitar o escorregamento da haste, um cabo horizontal ideal encontra-se fixo à extremidade da barra no ponto B e a outra extremidade do cabo, fixa à parede vertical.

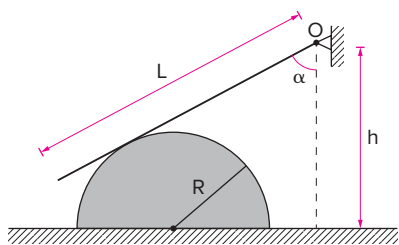
Desprezando todas as forças de atrito e considerando que a haste encontra-se em equilíbrio estático, a força de tração no cabo é igual a

► **Dados:** $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = 0,5$ e $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- a) $\frac{7}{2}\sqrt{3}$ N c) $\frac{10}{3}\sqrt{3}$ N e) $\frac{20}{3}\sqrt{3}$ N
b) $\frac{8}{3}\sqrt{3}$ N d) $6\sqrt{3}$ N

- 46. ITA-SP** Considere um semicilindro de peso P e raio R sobre um plano horizontal não liso, mostrado em corte na figura.

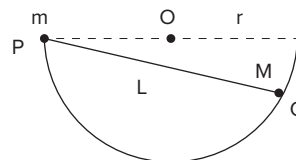
Uma barra homogênea de comprimento L e peso Q está articulada no ponto O. A barra está apoiada na superfície lisa do semicilindro, formando um ângulo α com a vertical. Quanto vale o coeficiente de atrito mínimo entre o semicilindro e o plano horizontal para que o sistema todo permaneça em equilíbrio?



- a) $\mu = \frac{\cos \alpha}{[\cos \alpha + 2P(2h/LQ \cos(2\alpha) - R/LQ \sin \alpha)]}$
b) $\mu = \frac{\cos \alpha}{[\cos \alpha + P(2h/LQ \sin(2\alpha) - 2R/LQ \cos \alpha)]}$
c) $\mu = \frac{\cos \alpha}{[\sin \alpha + 2P(2h/LQ \sin(2\alpha) - R/LQ \cos \alpha)]}$

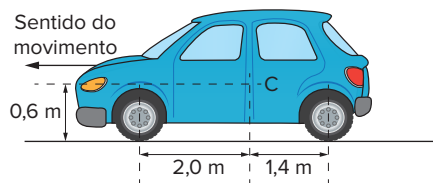
- d) $\mu = \frac{\sin \alpha}{[\sin \alpha + 2P(2h/LQ \cos(\alpha) - 2R/LQ \cos \alpha)]}$
e) $\mu = \frac{\sin \alpha}{[\cos \alpha + P(2h/LQ \sin(\alpha) - 2R/LQ \cos \alpha)]}$

- 47. ITA-SP 2013** Duas partículas, de massas m e M , estão respectivamente fixadas nas extremidades de uma barra de comprimento L e massa desprezível. Tal sistema é então apoiado no interior de uma casca hemisférica de raio r , de modo a se ter equilíbrio estático com m posicionado na borda P da casca e M , num ponto Q, conforme mostra a figura. Desconsiderando forças de atrito, a razão $\frac{m}{M}$ entre as massas é igual a:

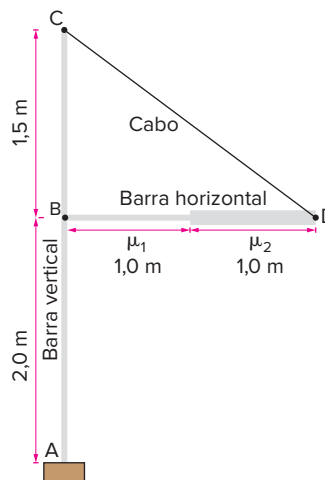


- a) $\frac{(L^2 - 2r^2)}{(2r^2)}$ d) $\frac{(2L^2 - 3r^2)}{(r^2 - L^2)}$
b) $\frac{(2L^2 - 3r^2)}{(2r^2)}$ e) $\frac{(3L^2 - 2r^2)}{(L^2 - 2r^2)}$
c) $\frac{(L^2 - 2r^2)}{(r^2 - L^2)}$

- 48. ITA-SP** Considere um automóvel de peso P, com tração nas rodas dianteiras, cujo centro de massa está em C, movimentando-se num plano horizontal. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcule a aceleração máxima que o automóvel pode atingir, sendo o coeficiente de atrito entre os pneus e o piso igual a 0,75.



- 49. IME-RJ 2013**

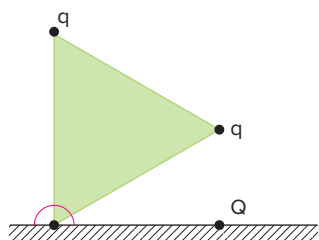


A figura anterior mostra uma estrutura em equilíbrio, formada por uma barra vertical AC e um cabo CD, de pesos desprezíveis, e por uma barra horizontal BD. A barra vertical é fixada em A e apoia a barra horizontal BD. O cabo de seção transversal de 100 mm^2 de área é inextensível e está preso nos pontos C e D. A barra horizontal é composta por dois materiais de densidades lineares de massa μ_1 e μ_2 . Diante do exposto, a força normal por unidade de área, em MPa, no cabo CD é:

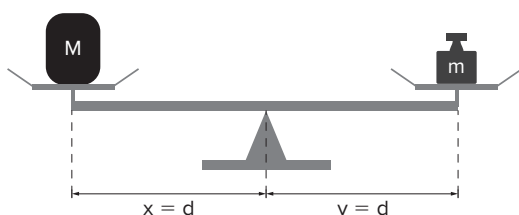
► **Dados:** aceleração da gravidade: 10 m/s^2 ; densidades lineares de massa: $\mu_1 = 600 \text{ kg/m}$ e $\mu_2 = 800 \text{ kg/m}$.

- a) 100
- b) 125
- c) 150
- d) 175
- e) 200

- 50. ITA-SP 2012** A figura mostra uma chapa fina de massa M com o formato de um triângulo equilátero, tendo um lado na posição vertical, de comprimento a , e um vértice articulado numa barra horizontal contida no plano da figura. Em cada um dos outros vértices encontra-se fixada uma carga elétrica q e, na barra horizontal, a uma distância $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ do ponto de articulação, encontra-se fixada uma carga Q . Sendo as três cargas de mesmo sinal e massa desprezível, determine a magnitude da carga Q para que o sistema permaneça em equilíbrio.



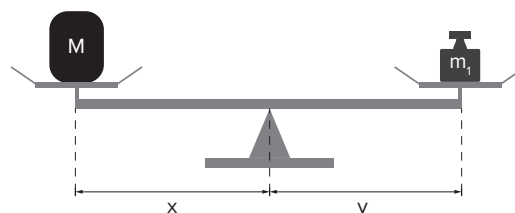
- 51. Famema-SP 2022** Nas feiras livres, ainda é muito utilizada a “balança de braços iguais”. Trata-se de uma alavanca interfixa na qual os pratos são equidistantes do ponto de apoio. Coloca-se, em um dos pratos, o corpo de massa M que se quer “pesar”. Dispondo-se de uma coleção de massas graduadas, verifica-se, por tentativas, qual a massa graduada m que, colocada no outro prato, é capaz de manter a balança em equilíbrio, como ilustra a figura.



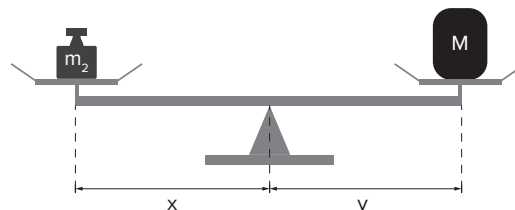
Nesse caso, como $x = y$, então $M = m$.

Um dos golpes mais utilizados por feirantes desonestos é deslocar o ponto de apoio, fazendo com que um dos braços fique menor do que o outro. Assim, colocando o corpo de massa M que se quer pesar no prato que está mais próximo do ponto de apoio, a massa m graduada que, colocada no outro prato, equilibra a balança será maior do que M .

Para evitar ser vítima desse golpe, você pode utilizar a “dupla pesagem”, isto é, colocar o corpo que se quer “pesar” alternadamente em cada um dos pratos da balança e anotar o valor da massa graduada que, em cada caso, a equilibra:



Corpo de massa M no prato da esquerda, massa graduada que equilibra a balança igual a m_1 .



Corpo de massa M no prato da direita, massa graduada que equilibra a balança igual a m_2 .

Nesse caso, seja qual for o braço x ou y da balança, a massa M do corpo que se quer “pesar” é igual a

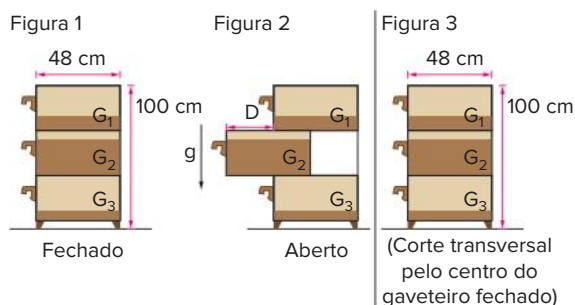
- a) $\frac{m_1 + m_2}{2}$
- b) $\sqrt{m_1 + m_2}$
- c) $\sqrt{m_1^2 + m_2^2}$
- d) $\frac{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}{2}$
- e) $\sqrt{m_1 \cdot m_2}$

Tombamento e estabilidade

- 52. Uece 2020** Desejando-se montar uma árvore de natal usando um pinheiro natural e de pequeno porte, será necessário removê-lo de uma floresta. Assim, optou-se por realizar a extração dessa planta, mediante o tombamento de seu tronco. Assumindo-se que o caule pode ser tratado como uma haste rígida, a força para que haja maior torque em relação ao ponto de fixação no solo deverá ser aplicada, nesse caule,

- a) o mais próximo possível do solo.
- b) na altura média da árvore.
- c) em qualquer ponto.
- d) o mais distante possível do solo.

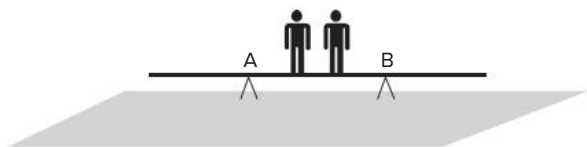
- 53. Fuvest-SP** Um gaveteiro, cujas dimensões estão indicadas no corte transversal, em escala, representado nas figuras 1 e 2, possui três gavetas iguais, onde foram colocadas massas de 1 kg, 8 kg e 3 kg, distribuídas de modo uniforme, respectivamente no fundo das gavetas G_1 , G_2 e G_3 . Quando a gaveta G_2 é puxada, permanecendo aberta, existe o risco de o gaveteiro ficar desequilibrado e inclinar-se para frente.



- Indique, na figura 3, a posição do centro de massa de cada uma das gavetas quando fechadas, identificando esses pontos com o símbolo x .
- Determine a distância máxima D , em cm, de abertura da gaveta G_2 , nas condições da figura 2, de modo que o gaveteiro não tombe para frente.
- Determine a maior massa $M_{\text{máx}}$, em kg, que pode ser colocada em G_2 , sem que haja risco de desequilibrar o gaveteiro quando essa gaveta for aberta completamente, mantendo as demais condições.

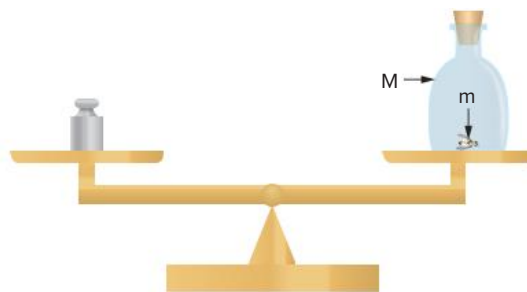
► **Note e adote:** Desconsidere o peso das gavetas e do gaveteiro vazios.

- 54. Uerj** Uma prancha homogênea de comprimento igual a 5,0 m e massa igual a 10,0 kg encontra-se apoiada nos pontos A e B, distantes 2,0 m entre si e equidistantes do ponto médio da prancha. Sobre a prancha estão duas pessoas, cada uma delas com massa igual a 50 kg. Observe a ilustração:

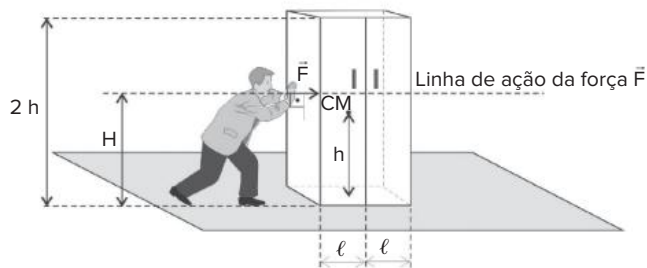


Admita que uma dessas pessoas permaneça sobre o ponto médio da prancha. Nessas condições, calcule a distância máxima, em metros, que pode separar as duas pessoas sobre a prancha, mantendo o equilíbrio.

- 55. ITA-SP** Num dos pratos de uma balança que se encontra em equilíbrio estático, uma mosca de massa m está em repouso no fundo de um frasco de massa M . Mostrar em que condições a mosca poderá voar dentro do frasco sem que o equilíbrio seja afetado.



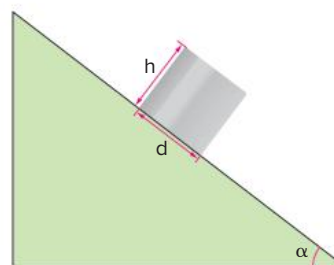
- 56. EPCar-MG 2019** Um armário, cujas dimensões estão indicadas na figura abaixo, está em repouso sobre um assoalho plano e horizontal.



Uma pessoa aplica uma força \vec{F} constante e horizontal, cuja linha de ação e o centro de massa (CM) do armário estão num mesmo plano vertical. Sendo o coeficiente de atrito estático entre o assoalho e o piso do armário igual a μ e estando o armário na iminência de escorregar, a altura máxima H na qual a pessoa poderá aplicar a força para que a base do armário continue completamente em contato com o assoalho é

- a) $\frac{l}{2\mu}$ b) $\frac{l}{\mu}$ c) $\frac{h}{2\mu}$ d) $\frac{h}{\mu}$

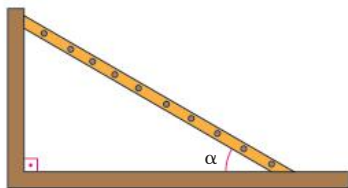
- 57. ITA-SP** Considere um bloco de base d e altura h em repouso sobre um plano inclinado de ângulo α . Suponha que o coeficiente de atrito estático seja suficientemente para que o bloco não deslize pelo plano.



O valor máximo da altura h do bloco para que a base d permaneça em contato com o plano é:

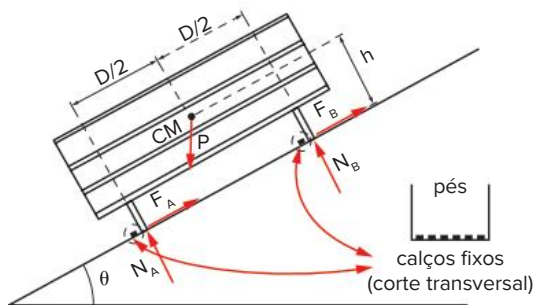
- a) $\frac{d}{\alpha}$ c) $\frac{d}{\sin^2 \alpha}$ e) $\frac{d \cdot \cotg \alpha}{\sin \alpha}$
 b) $\frac{d}{\sin \alpha}$ d) $d \cdot \cotg \alpha$

- 58. Fuvest-SP** A figura mostra uma barra apoiada entre uma parede e o chão. A parede é perfeitamente lisa; o coeficiente de atrito estático entre a barra e o chão é $\mu = 0,25$.



- Desenhe o esquema das forças que atuam sobre a barra.
- Calcule a tangente do menor ângulo α entre a barra e o chão para que não haja escorregamento.

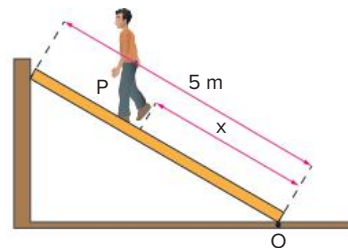
59. **Esc. Naval-RJ 2018** Analise a figura abaixo.



A figura acima mostra a seção reta longitudinal de uma caçamba rígida preenchida com troncos de madeira e apoiada sobre o plano inclinado de θ por meio de pés retangulares transversais distantes $D = 3,0$ m um do outro. O equilíbrio estático da caçamba é mantido utilizando vários calços fixos. Considere o centro de massa CM distante $h = 1,0$ m do plano inclinado e equidistante dos pontos A e B nos quais estão aplicadas as resultantes das forças de contato, sendo A, B e CM pertencentes ao mesmo plano perpendicular ao plano inclinado. Desprezando o atrito, na iminência de a caçamba tombar (reação normal $N_B = 0$), a tangente do ângulo θ vale:

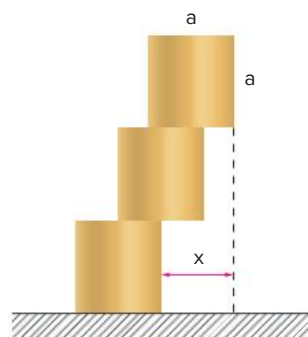
- 2,0
- 1,5
- $\sqrt{3}$
- $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 0,50

60. **UFPR 2013** Uma pessoa P de 75 kg, representada na figura, sobe por uma escada de 5 m de comprimento e 25 kg de massa, que está apoiada em uma parede vertical lisa. A escada foi imprudentemente apoiada na parede, formando com esta um ângulo de 60° . O coeficiente de atrito estático entre a sua base e o piso é 0,70 e o centro de gravidade da escada encontra-se a $\frac{1}{3}$ do seu comprimento, medido a partir da sua base, que está representada pelo ponto O na figura. Despreze o atrito entre a parede e a escada e considere esta como um objeto unidirecional.



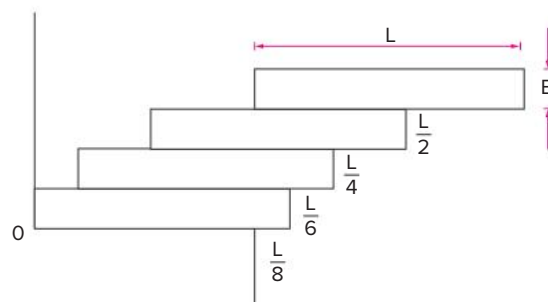
- Reproduza o desenho da escada apenas, e represente todas as forças que estão atuando sobre ela, nomeando-as e indicando o seu significado.
- Determine a distância máxima x que essa pessoa poderá subir sem que a escada deslize.

61. **Cefet-CE** Três blocos cúbicos iguais estão empilhados, conforme sugere a figura. Nestas condições, a máxima distância x , para que ainda se tenha equilíbrio, é:

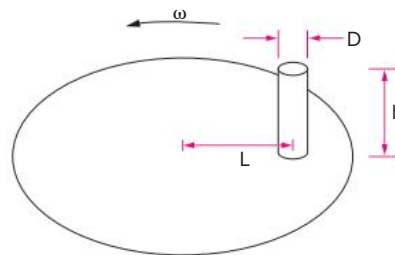


- $\frac{a}{2}$
- $\left(\frac{3}{4}\right)a$
- $\left(\frac{7}{8}\right)a$
- $\left(\frac{11}{12}\right)a$
- a

62. **UFPR** Quatro blocos homogêneos e idênticos de massa m , comprimento $L = 20$ cm e espessura $E = 8$ cm estão empilhados conforme mostra a figura a seguir. Considere que o eixo y coincide com a parede localizada à esquerda dos blocos, que o eixo x coincide com a superfície horizontal sobre a qual os blocos se encontram e que a intersecção desses eixos define a origem O. Com base nos dados da figura e do enunciado, calcule as coordenadas X e Y da posição do centro de massa do conjunto de blocos.



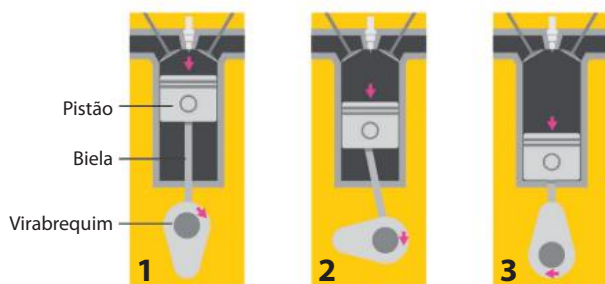
- 63. ITA-SP** Um cilindro de diâmetro D e altura h repousa sobre um disco que gira num plano horizontal, com velocidade angular ω . Considere o coeficiente de atrito entre o disco e o cilindro $\mu > \frac{D}{h}$, L a distância entre o eixo do disco e o eixo do cilindro, e g a aceleração da gravidade. O cilindro pode escapar do movimento circular de duas maneiras: por tombamento ou por deslizamento. Mostre o que ocorrerá primeiro, em função das variáveis.



BNCC em foco

EM13CNT102 e EM13CNT301

1. De forma simplificada, um motor de combustão interna funciona da seguinte maneira: uma mistura de ar e combustível é injetada em um cilindro com pistão. Devido a uma faísca, essa mistura explode e movimenta o pistão que, por sua vez, está acoplado ao virabrequim pela biela. O virabrequim transmite às rodas do veículo. As figuras a seguir representam algumas etapas desse processo.

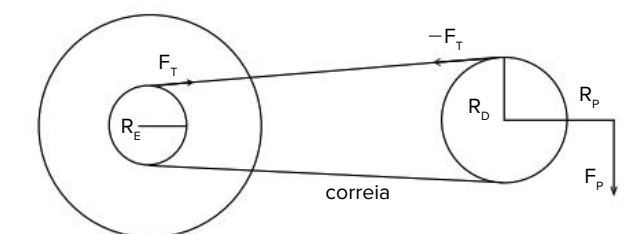


Considerando que o módulo da força que o pistão aplica sobre a biela é constante, em qual situação o torque do virabrequim é máximo? E mínimo?

- Nas situações 1 e 2, respectivamente.
- Nas situações 1 e 3, respectivamente.
- Nas situações 2 e 3, respectivamente.
- Nas situações 3 e 1, respectivamente.
- Nas situações 3 e 2, respectivamente.

EM13CNT301

2. **UFRGS 2019** A figura abaixo representa um sistema de coroas dentadas de uma bicicleta, que está se movendo com velocidade constante. As coroas dentadas giram sem atrito em torno de seus eixos.



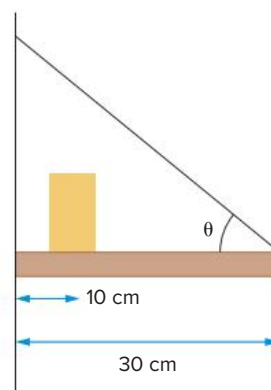
A coroa dentada dianteira de raio R_D é movimentada pelos pedais e está ligada à coroa traseira de raio R_E pela correia de massa desprezível. F_P é a força aplicada no pedal cujo comprimento é R_P a partir do centro da coroa. Nessa situação, o módulo do torque transmitido à roda traseira, através da coroa de raio R_E , é

- $\frac{R_E R_P F_P}{R_D}$
- $\frac{R_E R_D F_P}{R_D}$
- $\frac{R_D R_P F_P}{R_E}$
- $\frac{R_P F_P}{(R_E R_D)}$
- $\frac{R_E F_P}{(R_P R_D)}$

EM13CNT301

3. Uma prateleira é formada por uma placa de madeira, de massa 2 kg e largura de 30 cm, e um fio fixo na parede, considerado inextensível e que suporta tensão máxima de 37,5 N. Uma pessoa deseja colocar um enfeite de massa a 10 cm da parede.

Dados: $\sin \theta = 0,8$; $\cos \theta = 0,6$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- Qual é a massa máxima do enfeite para que possa ser colocado nessa posição?
- Na condição do item anterior, qual é a intensidade da força que a parede aplica sobre a placa?



AlexiWX/Shutterstock.com

Boias meteoceanográficas utilizadas para obtenção de dados atmosféricos e marítimos.

FRENTE 2

CAPÍTULO

12

Hidrostática

As boias meteoceanográficas são instrumentos essenciais para as operações portuárias e navegações marítimas. São formadas por uma plataforma com sensores ambientais capazes de coletar informações como intensidade e direção de correntes, umidade, pressão, parâmetros físico-químicos da água do mar, entre outras. O funcionamento dessas boias envolve os conceitos de Hidrostática e Hidrodinâmica, as áreas da Física que estudam fluidos em equilíbrio estático e em movimento, respectivamente.

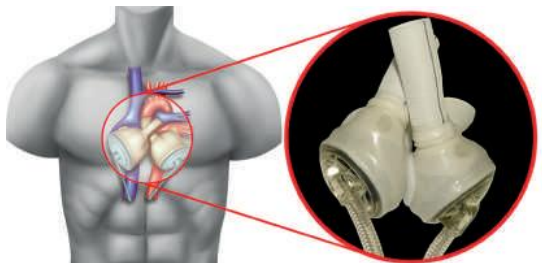
Introdução à Mecânica dos Fluidos

A **Mecânica dos Fluidos** é a área da Física que estuda o comportamento dos fluidos, considerando, basicamente, dois grandes ramos: o da **Hidrostática**, que estuda os fluidos em repouso, e o da **Hidrodinâmica**, que analisa os fluidos em movimento e as interações subsequentes dos fluidos com as redondezas.

Existem várias outras subcategorias importantes da Mecânica dos Fluidos, como a Hidráulica, que estuda o escoamento de fluidos em tubulações e canais abertos; a Aerodinâmica, que trata do escoamento de gases em corpos como foguetes, aeronaves e automóveis em altas velocidades; e outros ramos, como a Meteorologia, Oceanografia e Hidrologia, que estudam escoamentos que ocorrem de maneira natural.

As aplicações cotidianas da Mecânica dos Fluidos são as mais variadas. Os conceitos de Hidrodinâmica são utilizados em diversas áreas, como:

- **Medicina:** para a confecção de dispositivos biomédicos, como corações artificiais, máquinas de respirar e sistemas de diálise, já que o funcionamento dos sistemas circulatório e respiratório humanos pode ser modelado por equações dessa área da Física.
- **Engenharia civil:** para a modelagem de aparelhos e equipamentos que utilizamos diariamente, como torneiras, geladeiras, aparelhos de ar condicionado ou mesmo sistemas de aquecimento ou canalização de gás ou água e esgoto, e que precisam ser matematicamente modelados para atender nossas necessidades.
- **Engenharia mecânica:** para a fabricação de automóveis e seus sistemas de lubrificação, freios hidráulicos, resfriamento do motor, direção hidráulica e de todos os componentes responsáveis pelo transporte do combustível.



Jnakashima/Wikimedia Commons

Coração artificial: dispositivo que substitui os ventrículos do coração, ou seja, as câmaras responsáveis por expulsar o sangue do órgão. (Elementos representados fora de escala. Cores fantasia.)

Já conteúdos e princípios da Aerodinâmica e da Hidrodinâmica são utilizados em projetos de aeronaves, submarinos, foguetes, navios, mísseis e nas mais variadas formas de interação de objetos com o ar e a água.

NASA/Jeff Caplan



Aeronave em um túnel de vento, que é utilizado para a determinação de parâmetros aerodinâmicos nos projetos de aeronaves.

Em esportes como a Fórmula 1 e a natação, também são utilizados os conceitos dessa área, visando melhorar o desempenho de seus atletas. Para projetar carros cada vez mais eficientes, as equipes de Fórmula 1 investem milhões de dólares em pesquisas na área da Aerodinâmica.



Paul Lammner/Flickr

A McLaren MP4-4, carro utilizado por Ayrton Senna na temporada de 1988 da Fórmula 1, revolucionou a categoria com suas inovações aerodinâmicas e possibilitou o primeiro título mundial do piloto brasileiro.

Já os nadadores olímpicos são assessorados por biofísicos, uma vez que todos os detalhes da posição do corpo, das mãos e dos braços nas viradas e durante o nado afetam de maneira significativa o arrasto da água, o que influencia a velocidade do atleta durante seu movimento.



S.Pyte/Shutterstock

Nadadores olímpicos utilizam os conceitos da Mecânica dos Fluidos para minimizar o arrasto durante o nado.

A Mecânica dos Fluidos permite que relações físicas sejam feitas e que inúmeras situações que fazem parte de nosso cotidiano sejam explicadas, como o capacete dos ciclistas, que são projetados para que o ar passe com a menor resistência possível, e as bolas de golfe, que têm pequenas depressões para diminuir o arrasto aerodinâmico, possibilitando um alcance maior. Neste capítulo, nossos estudos serão pautados nas definições da área da Mecânica dos Fluidos conhecida como **Hidrostática** e, com base na primeira e terceira leis de Newton, dedicados à análise de fluidos em equilíbrio. Posteriormente, serão descritos conceitos acerca da dinâmica dos fluidos, utilizando uma modelagem baseada nas leis de Newton e nos princípios de conservação de energia mecânica.

Conceitos básicos da Hidrostática

Estados físicos da matéria

Os estados físicos clássicos da matéria são: sólido, líquido e gasoso. Em temperaturas extremamente altas, pode ser observado um quarto estado, denominado plasma, e, em temperaturas extremamente baixas, um quinto estado físico, o condensado de Bose-Einstein. Em nossos estudos, consideraremos apenas os estados líquido e gasoso, já que substâncias nesses estados são consideradas **fluidos**. Enquanto os gases são considerados compressíveis, por poderem ser facilmente comprimidos, os líquidos são fluidos praticamente incompressíveis, e esta propriedade será importante no estudo de sistemas hidráulicos, como prensas e elevadores.

Densidade e massa específica

A **densidade** (d) de um corpo é a razão entre a sua massa (m) e o volume (V) ocupado:

$$d = \frac{m}{V}$$

No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade de medida de densidade é o quilograma por metro cúbico (kg/m^3), porém as unidades de medida grama por centímetro cúbico (g/cm^3) e quilograma por litro (kg/L) também são muito utilizadas. Considerando que $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$, temos as seguintes relações entre as unidades de medida de densidade:

$$1 \text{ g}/\text{cm}^3 = 1 \text{ kg}/\text{dm}^3 = 1 \text{ kg}/\text{L}$$

$$1 \text{ g}/\text{cm}^3 = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$$

A **massa específica** (μ) está relacionada às substâncias que constituem o corpo, ou seja, é uma característica do material, não do corpo. Dois objetos feitos do mesmo material terão a mesma massa específica, mesmo que tenham volumes ou massas distintas. Essa grandeza é definida pela razão entre a massa e o volume efetivamente preenchido pelo material, desprezando buracos ou partes ocas:

$$\mu = \frac{m}{V}$$

! Atenção

Dois objetos feitos do mesmo material sempre terão a mesma massa específica, porém podem apresentar densidades diferentes.

A massa específica de uma substância pode variar devido a fatores externos, como temperatura e pressão. Na tabela a seguir são listadas as massas específicas de algumas substâncias comuns em condições normais de temperatura e pressão.

Substância	Massa específica (g/cm^3)
Etanol	0,78
Gasolina	0,80
Água	1,00
Vidro	2,60
Alumínio	2,70
Cobre	8,90
Prata	10,50

ZUCCHINI, Ricardo Rezende. *Pesagem em química analítica: Correção de Empuxo*. IPT - Instituto de Pesquisas Tecnológicas. Disponível em: http://www.ipt.br/centro_de_metrologia_em_quimica/coluna/22-1-pesagem_em_quimica_analitica:_correcao_de_empuxo.htm. Acesso em: 2 fev. 2022.

Corpos constituídos de material homogêneo têm densidade igual à massa específica do material que os constitui. Como substâncias puras no estado líquido são consideradas homogêneas, sua densidade e sua massa específica podem ser consideradas iguais.

Misturas heterogêneas, como a de água e óleo, têm massas específicas variáveis, dependendo da região ou do ponto considerado.

Muitos corpos são constituídos por partes de materiais diferentes com massas específicas distintas. No corpo humano, por exemplo, o sangue tem massa específica de aproximadamente $1,04 \text{ g}/\text{cm}^3$; os músculos têm massa específica aproximada de $1,06 \text{ g}/\text{cm}^3$; os ossos, de aproximadamente $1,80 \text{ g}/\text{cm}^3$; e a gordura, de aproximadamente $0,90 \text{ g}/\text{cm}^3$, conforme a figura abaixo.



Comparação entre o volume ocupado por 2,3 kg de gordura e 2,3 kg de músculo. (Cores fantasia.)

Exercício resolvido

1. **PUC-Rio 2013** Um recipiente contém $0,0100 \text{ m}^3$ de água e 2000 cm^3 de óleo. Considerando a densidade da água $1,00 \text{ g}/\text{cm}^3$ e a densidade do óleo $0,900 \text{ g}/\text{cm}^3$, a massa, medida em quilograma, da mistura destes líquidos é:

- a) 11,8
- b) 101,8
- c) 2,8
- d) 28
- e) 118

Resolução:

$$\text{Como } d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = d \cdot V \text{ e } 0,01 \text{ m}^3 = 0,01 \cdot 10^6 \text{ cm}^3,$$

a massa da mistura, m , é dada por:

$$m = m_{\text{água}} + m_{\text{óleo}} = d_{\text{água}} \cdot V_{\text{água}} + d_{\text{óleo}} \cdot V_{\text{óleo}}$$

$$m = 1 \cdot 0,01 \cdot 10^6 + 0,9 \cdot 2000$$

$$m = 1 \cdot 10^4 + 1800$$

$$m = 11800 \text{ g}$$

$$m = 11,8 \text{ kg}$$

Resposta: alternativa **a**.

Densidade relativa e peso específico

A **densidade relativa** (d_{rel}) de um corpo constituído de um material homogêneo é dada pela razão entre a densidade do material e a densidade da água. Portanto, a densidade relativa é uma grandeza adimensional, ou seja, sem unidade de medida.

$$d_{\text{rel}} = \frac{d_x}{d_{\text{água}}}$$

O **peso específico** (γ) de um material corresponde ao peso por unidade de volume desse material.

$$\gamma = \frac{m \cdot g}{V} = \mu \cdot g$$

A unidade de medida de peso específico no SI é N/m^3 .

Pressão

Um fluido não tem capacidade de sustentar uma força paralela à sua superfície, pois, sob a ação dessa força, ele acaba escoando. Assim, no estudo dos fluidos em repouso, somente os componentes das forças perpendiculares à superfície serão considerados.

A **pressão** (p) é a grandeza física escalar definida pela razão entre a intensidade da força (F) exercida perpendicularmente sobre uma superfície de contato e a área (A) dessa superfície:

$$p = \frac{F}{A}$$

No SI, a unidade de medida de pressão é N/m^2 ou pascal (símbolo Pa).

$$1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pa}$$

Porém, existem outras unidades de pressão utilizadas no dia a dia, como bar ($1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$) e atm ($1 \text{ atm} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$).

Embora a força seja uma grandeza vetorial, a pressão é uma grandeza escalar por não possuir propriedades que variam com a direção e o sentido.

A água, por exemplo, exerce pressão em um peixe em todas as direções. A explicação microscópica para a pressão que um fluido exerce sobre uma superfície está relacionada às colisões das moléculas desse fluido com as moléculas da superfície de contato.

! Atenção

Pressão é uma grandeza escalar, pois não possui propriedades direcionais.

O conceito de pressão é muito útil para explicar fenômenos observados em nosso cotidiano; por exemplo, pregos têm a ponta afiada para facilitar a penetração durante uma martelada, pois, para uma mesma força aplicada, a pressão é maior quanto menor for a área de contato. Porém, um objeto pressionado sobre um grande número de pregos estará sob a ação de uma pressão menor, já que a área de contato é maior.



Uma pessoa deitada em uma cama de pregos não se machuca, já que a pressão dos pregos no corpo é pequena devido à grande área de contato.

Exercício resolvido

2. **Unesp** Uma jovem de 60 kg está em pé sobre o assoalho de uma sala, observando um quadro.
- Considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , determine a força F que ela exerce sobre o assoalho.
 - A jovem está usando sapatos de saltos e a área da base de cada salto é igual a $1,0 \text{ cm}^2$. Supondo que um dos saltos suporte $1/3$ do peso da jovem, determine a pressão p , em N/m^2 , que este salto exerce sobre o assoalho.

Resolução:

- Na situação de equilíbrio estático, a intensidade da força peso é igual à intensidade da força normal que o assoalho exerce sobre a pessoa. Assim: $N = P \Rightarrow N = mg \Rightarrow N = 60 \cdot 10$
 $N = 600 \text{ N}$

b) A área de um salto é $A = 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$. Logo, a pressão que um dos saltos exerce sobre o asfalto é dada por:

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{A} = \frac{600}{10^{-4}} = 200 \cdot 10^4$$

$$p = 2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \Rightarrow p = 2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Estamos todos sujeitos à **pressão atmosférica** (p_{atm}), que é exercida pelo ar ao nosso redor e varia em função da temperatura e da altitude. No nível do mar, a pressão atmosférica é de, aproximadamente, 10^5 Pa , o que equivale a 1 atm. À medida que a altitude aumenta, o ar se torna mais rarefeito e a pressão diminui.

Quando andamos na rua, a força total exercida para baixo pela atmosfera em nossa cabeça pode ser calculada por meio do conceito de pressão. Considerando a área média do topo de uma cabeça de $300 \text{ cm}^2 = 0,03 \text{ m}^2$ e a pressão atmosférica 10^5 Pa , temos:

$$p_{\text{atm}} = \frac{F}{A_{\text{cabeça}}} \Rightarrow F = p_{\text{atm}} \cdot A_{\text{cabeça}} = 10^5 \cdot 0,03$$

Logo:

$$F = 3000 \text{ N}$$

Nessas condições, a força exercida pela atmosfera sobre nossa cabeça é equivalente à força exercida por uma massa de 300 kg em queda livre. No entanto, não sentimos essa imensa força nos empurrando para baixo, já que também estamos sob a ação de uma força de igual módulo, mas exercida de baixo para cima. Lembre-se de que, ao contrário da força, a pressão é uma grandeza escalar que atua em todas as direções. Isso pode ser verificado, por exemplo, em um pneu, que precisa ter sua pressão interna maior que a pressão atmosférica; caso contrário, ele não ficará rígido. Portanto, é importante saber a diferença entre a pressão absoluta, ou pressão total (p_{total}), e a pressão atmosférica (p_{atm}), ou seja, a diferença entre a pressão interna e a pressão externa.

O termo **pressão manométrica** ($p_{\text{manométrica}}$) se refere à diferença entre a pressão total (interna) e a pressão atmosférica (externa).

$$p_{\text{manométrica}} = p_{\text{total}} - p_{\text{atm}}$$

Ela é utilizada em algumas situações práticas, como na calibragem de pneus de automóveis, mostrada na figura a seguir, na aferição da pressão arterial e em treinamentos de mergulho com cilindros de ar comprimido.

! Atenção

A pressão manométrica pode ser positiva ou negativa, porém a pressão total é sempre positiva.



Na calibragem de pneus, a pressão utilizada é a manométrica.

Outro exemplo disso é o desentupidor, que utiliza a pressão atmosférica a seu favor. Quando o comprimimos contra uma parede lisa, ele atua como uma ventosa e expulsa boa parte do ar em seu interior. Como a pressão interna se torna muito menor que a pressão atmosférica, o desentupidor se mantém fixo à parede, como na figura a seguir.



A diferença entre as pressões externa e interna que atuam no desentupidor faz com que ele permaneça fixo à parede.

Saiba mais

Hemisférios de Magdeburgo

Em Magdeburgo, na Alemanha, Otto von Guericke (1602-1686) realizou, em 1654, um famoso experimento para comprovar o poder da pressão atmosférica. Ele uniu duas semiesferas ocas de cobre e, com uma bomba de sucção, retirou a maior parte do ar de dentro da esfera, criando uma região de baixa pressão, próxima do vácuo. A diferença entre a pressão atmosférica e a baixa pressão interna impediu os hemisférios de se separarem, mesmo quando puxados por um grupo de cavalos.

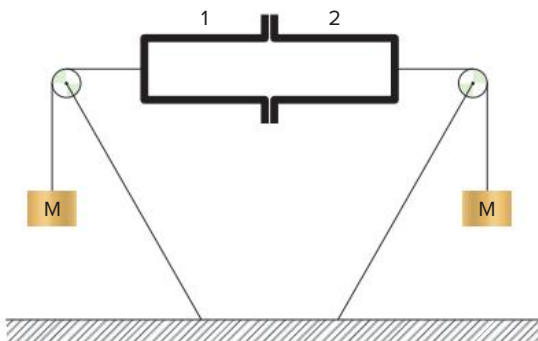


Gaspar Schott/Wikimedia Commons

Desenho feito por Gaspar Schott, em 1672, do experimento dos hemisférios de Magdeburgo.

Exercício resolvido

3. Uerj Dois vasos cilíndricos idênticos, 1 e 2, com bases de área A igual a 10 m^2 , são colocados um contra o outro, fazendo-se, então, vácuo no interior deles. Dois corpos de massa M estão presos aos vasos por cabos inextensíveis, de acordo com o esquema a seguir.



Despreze o atrito nas roldanas e as massas dos cabos e das roldanas.

Determine o valor mínimo de M capaz de fazer com que os vasos sejam separados. Considere a pressão atmosférica como 10^5 Pa .

Resolução:

Os corpos de massa M estão sob a ação de uma força de tração de intensidade $F = M \cdot g$, que equilibra a força devido à pressão atmosférica sobre os vasos.

Assim, como $p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p \cdot A$, temos:

$$p \cdot A = M \cdot g \Rightarrow M = \frac{p \cdot A}{g} = \frac{10^5 \cdot 10}{10} \Rightarrow M = 10^5 \text{ kg}$$

A diferença de pressão pode explicar por que um líquido sobe pelo canudinho quando tomamos uma bebida. Quando sugamos, criamos com a boca uma região de baixa pressão, retirando o ar da região interna do canudo. Como o líquido está sujeito à pressão atmosférica, ele acaba subindo pelo canudo, devido à diferença de pressão. Nessa situação, temos em nossa boca uma pressão manométrica negativa (menor que a pressão atmosférica), porém uma pressão absoluta positiva.



Ao utilizarmos dois canudos, um dentro do copo, em contato com o líquido, e outro fora do copo, não conseguimos sugar o líquido, já que fica impossível criar a diferença de pressão. Na boca, teríamos sempre ar com pressão atmosférica por causa do canudo que está fora do copo.

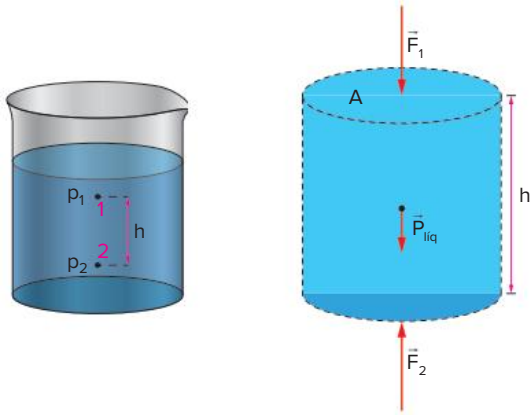
Teorema de Stevin

A pressão hidrostática está relacionada com a gravidade, já que geralmente o peso de um fluido não é desprezível. Isso pode ser notado em situações nas quais estamos sujeitos a uma variação de altitude, como em uma viagem de avião ou de carro passando por uma serra. Nesses exemplos, temos a sensação de que o ouvido está tampado; isso acontece por causa da diferença entre a pressão do ar de dentro do ouvido e a do ar externo. Mergulhadores também percebem essa diferença de pressão quando estão em grandes profundidades.

No final do século XVI, ao realizar estudos em várias áreas da Física e da Matemática, o cientista belga Simon Stevin (1548-1620) demonstrou experimentalmente conceitos de Estática e Hidrostática. Ele explicou a relação que existe entre a diferença de pressão (Δp) entre dois pontos de um fluido com a diferença de altura entre eles (Δh), a aceleração da gravidade (g) e a densidade do fluido (d). Tal relação pode ser dada por:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = d \cdot g \cdot h$$

Para chegar a essa relação, basta isolar uma porção cilíndrica de um fluido de densidade d , com base de área A e altura h , que está em equilíbrio.



Isolamento de uma porção cilíndrica do fluido.

Assim, para que exista um equilíbrio translacional, a força resultante (\vec{F}_R) deve ser nula. Além da força peso, atuam no fluido forças de contato devido à porção de fluido superior ao cilindro (\vec{F}_1) e à porção de fluido inferior ao cilindro (\vec{F}_2).

$$F_R = 0 \Rightarrow F_2 = F_1 + P_{\text{liq}} \Rightarrow p_2 \cdot A = p_1 \cdot A + m \cdot g$$

Como:

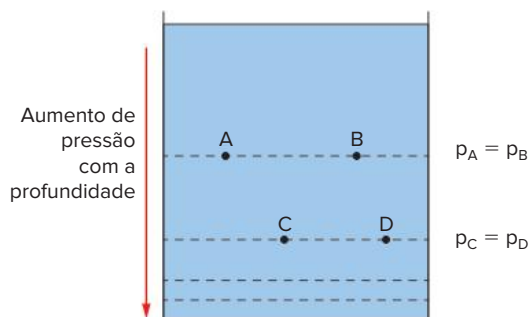
$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = d \cdot V \Rightarrow m = d \cdot (A \cdot h)$$

Temos:

$$p_2 \cdot A - p_1 \cdot A = d \cdot (A \cdot h) \cdot g \Rightarrow p_2 - p_1 = d \cdot h \cdot g$$

$$\Delta p = d \cdot h \cdot g$$

Portanto, a pressão em um determinado ponto de um líquido depende exclusivamente da profundidade desse ponto em relação à superfície livre. Ou seja, se dois pontos de um mesmo líquido em equilíbrio estão no mesmo nível, na mesma profundidade, eles estão sob a mesma pressão, como na figura abaixo. Essas superfícies de pressão constante são denominadas **superfícies isobáricas**.



Todos os pontos do mesmo líquido em equilíbrio que estão na mesma profundidade estão sob a mesma pressão.

Dessa forma, em um mesmo líquido, quanto maior a profundidade, maior a pressão. E em um recipiente aberto, a pressão atmosférica precisa ser considerada na determinação da pressão total em um certo ponto.

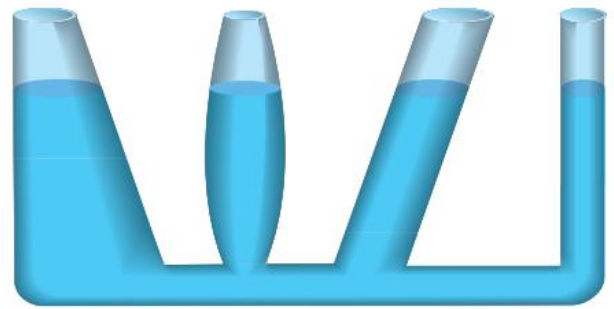
Assim, o teorema de Stevin estabelece que a pressão absoluta em um ponto do líquido é determinada pela pressão atmosférica somada à pressão efetiva ($d \cdot g \cdot h$):

$$p = d \cdot g \cdot h + p_{\text{atm}}$$

Como exemplo de aplicação prática, pode ser observada a estrutura de uma barragem, que precisa ser mais robusta na parte inferior, já que a pressão hidrostática no fundo é maior do que nas regiões próximas da superfície.

Vasos comunicantes

Uma consequência importante do teorema de Stevin é que a pressão independe da forma do recipiente no qual o líquido está armazenado. Em recipientes com formas variadas que se comunicam, o líquido atinge a mesma altura.



A forma do recipiente não altera a pressão, pois ela depende somente da altura da coluna de líquido.

Quando líquidos imiscíveis estão em um mesmo recipiente, o líquido mais denso se localiza na parte inferior do recipiente.

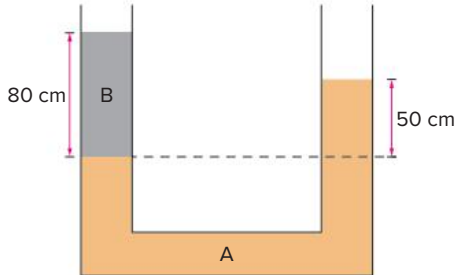


Líquidos imiscíveis de densidades distintas. Quanto mais denso o líquido, mais ao fundo do recipiente ele fica.

Se o recipiente for um tubo em forma de U, devem existir pontos do mesmo líquido que estão na mesma profundidade e, portanto, sob a mesma pressão.

Exercício resolvido

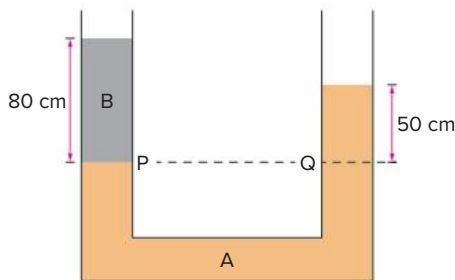
4. **Unesp** O tubo aberto em forma de U da figura contém dois líquidos não miscíveis, A e B, em equilíbrio. As alturas das colunas de A e B, medidas em relação à linha de separação dos dois líquidos, valem 50 cm e 80 cm, respectivamente.



- a) Sabendo que a massa específica de A é $2,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, determine a massa específica do líquido B.
- b) Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e a pressão atmosférica igual a $1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, determine a pressão no interior do tubo na altura da linha de separação dos dois líquidos.

Resolução:

- a) A pressão nos pontos P e Q é a mesma, pois trata-se de uma superfície isobárica: os pontos estão na mesma horizontal no mesmo líquido em equilíbrio.



Assim, temos:

$$p_P = p_Q \Rightarrow p_{\text{atm}} + d_B \cdot g \cdot h_B = p_{\text{atm}} + d_A \cdot g \cdot h_A$$

$$d_B = d_A \cdot \frac{h_A}{h_B} \Rightarrow d_B = 2 \cdot 10^3 \cdot \frac{50}{80}$$

$$d_B = 1,25 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

- b) Podemos escolher o ponto P ou o ponto Q para o cálculo dessa pressão. Adotando o ponto P, temos:

$$p_P = p_{\text{atm}} + d_B \cdot g \cdot h_B = 10^5 + 1,25 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,8$$

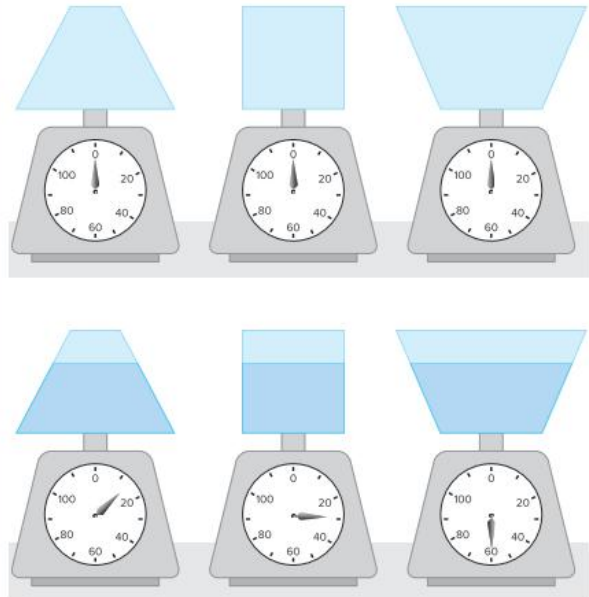
$$p_P = 10 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^4 = 11 \cdot 10^4$$

$$p_P = 1,1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

Saiba mais

Paradoxo hidrostático

Três recipientes distintos, porém com bases de áreas iguais, preenchidos com água à mesma altura, terão pressões hidrostáticas iguais no fundo, já que a pressão só depende da altura da coluna de líquido. Assim, podemos concluir que a força hidrostática é a mesma no fundo dos recipientes, já que $F = p \cdot A$. Por que, então, as leituras nas balanças são distintas?

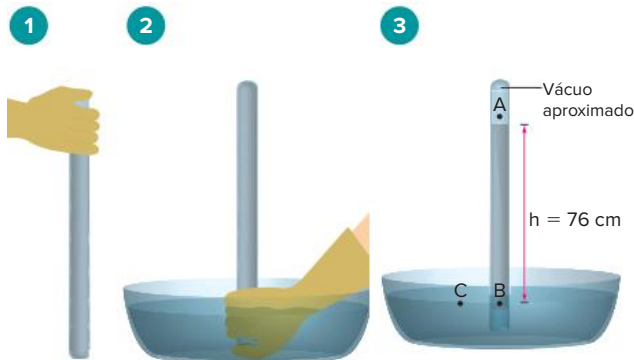


Pressões iguais, mas pesos diferentes.

Embora a pressão hidrostática seja a mesma no fundo de cada recipiente, não é isso que as balanças apontam. As medidas registradas estão relacionadas com a quantidade de água em cada um dos recipientes, que é diferente em cada caso.

Barômetro de mercúrio

Evangelista Torricelli (1608-1647), físico e matemático italiano, realizou contribuições importantes para a Hidrostática, como a invenção do barômetro de mercúrio. Um barômetro é um instrumento utilizado para medir a pressão atmosférica. O barômetro de mercúrio é construído a partir de um longo tubo de vidro previamente preenchido por mercúrio. Esse tubo, com uma extremidade fechada e a outra aberta, mas tapada por um dedo, é invertido e colocado em um recipiente que também contém mercúrio. Em seguida, retira-se o dedo da extremidade aberta submersa. Com isso, uma parte do líquido sai do tubo para o recipiente, e a altura da coluna de mercúrio fica cerca de 76 cm acima da superfície livre do fluido, quando o experimento é realizado ao nível do mar e a uma temperatura de 0°C . Como nenhum ar entra no tubo, o espaço acima da coluna de mercúrio contém apenas vapor de mercúrio, cuja pressão é praticamente desprezível.



Ao virar o tubo cheio de mercúrio de boca para baixo e inseri-lo no recipiente, a coluna de mercúrio desce até uma altura de 76 cm acima da superfície livre do fluido.

No esquema da figura acima, no ponto A, região de vácuo aproximado, a pressão é $p_A \rightarrow \cong 0$. O ponto B e o ponto C se encontram em uma superfície isobárica, portanto, $p_B = p_C$. Assim:

$$d_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h + p_A = p_{\text{atm}}$$

$$h = \frac{p_{\text{atm}}}{d_{\text{Hg}} \cdot g}$$

Substituindo os valores da pressão atmosférica (p_{atm}), da densidade do mercúrio (d_{Hg}) e da aceleração da gravidade (g) na equação anterior, encontramos o valor aproximado da altura da coluna de mercúrio: $h \cong 76$ cm. Assim, é possível medir a pressão atmosférica a partir dessa altura.

Sendo, inclusive, o milímetro de mercúrio (mmHg) uma unidade de medida de pressão muito comum:

$$760 \text{ mmHg} = 76 \text{ cmHg} = 1 \text{ atm} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Porém, como a densidade do mercúrio pode variar em função da temperatura e a intensidade do campo gravitacional da Terra varia com o local, é mais comum utilizarmos o pascal (Pa) como unidade de medida de pressão.

Exercício resolvido

5. **UFSM-RS 2012** Dentro de uma mina de carvão, existe acúmulo de água. Para retirar essa água, uma bomba de sucção é instalada na boca da mina, ao nível do solo. Assim,
- quanto maior a profundidade da água, maior deve ser a potência do motor que aciona a bomba.
 - se a profundidade da água é maior do que 11 m, a bomba não retira água da mina.
 - se a profundidade da água é grande, duas ou mais bombas devem ser instaladas em série ao nível do solo.
 - a mesma bomba pode retirar a água em qualquer profundidade, mas, com profundidades maiores, diminui a vazão nas tubulações.
 - a bomba de sucção não pode retirar água da mina, porque só funciona no vácuo.

Resolução:

A bomba de sucção cria um vácuo na parte superior da tubulação. Assim, a coluna de água sobe na tubulação de tal forma que a pressão hidrostática criada pela coluna se iguale à pressão atmosférica. Portanto, temos:

$$p_{\text{água}} = p_{\text{atm}} \Rightarrow d_{\text{água}} \cdot g \cdot h = p_{\text{atm}} \Rightarrow h = \frac{p_{\text{atm}}}{d_{\text{água}} \cdot g}$$

$$h \cong \frac{10^5}{10^3 \cdot 10} \Rightarrow h \cong 10 \text{ m}$$

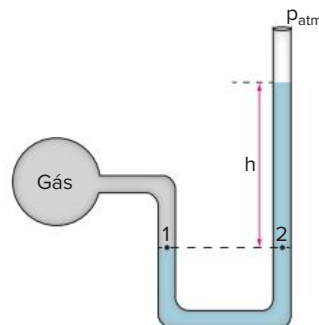
Ou seja, a água consegue subir apenas cerca de 10 m, no máximo, nessa tubulação.

Uma importante conclusão é que uma coluna de água de 10 m tem pressão equivalente à pressão atmosférica (1 atm). Por exemplo, quando um mergulhador está a uma profundidade de 20 metros, ele está sujeito a uma pressão total aproximada de 3 atm (1 atm da pressão atmosférica e 2 atm da pressão de uma coluna de água de 20 m).

Resposta: alternativa **b**.

Manômetro de tubo aberto

Uma forma de medir a pressão total de um gás é utilizando um manômetro de tubo aberto. Em um tubo em forma de U, é colocado um líquido de densidade conhecida. Uma das extremidades do tubo está aberta, sujeita à pressão atmosférica p_{atm} , enquanto a outra extremidade está conectada a um recipiente preenchido por um gás de pressão absoluta $p_{\text{gás}}$, cujo valor queremos determinar.



Esquema de um manômetro de tubo aberto.

Considerando a superfície isobárica que passa pelos pontos 1 e 2, temos:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow p_{\text{gás}} = p_{\text{atm}} + d_{\text{líq}} \cdot g \cdot h$$

Para calcular a pressão manométrica do gás, devemos descontar a pressão atmosférica. Assim:

$$p_{\text{manométrica}} = p_{\text{gás}} - p_{\text{atm}} = d_{\text{líq}} \cdot g \cdot h$$

Se o recipiente for preenchido por um gás em alta pressão, é mais conveniente utilizar um líquido de grande densidade, como o mercúrio.

Saiba mais

Esfigmomanômetro de coluna de mercúrio

Utilizado para aferir a pressão exercida pelo sangue na superfície interna das artérias, chamada de pressão arterial, o esfigmomanômetro de coluna de mercúrio é um instrumento composto de um manômetro cheio de mercúrio. Quando, por exemplo, realizamos uma leitura de pressão 13/8, esses valores referem-se ao valor máximo e mínimo da pressão manométrica nas artérias durante o ciclo cardíaco. O número 13 indica uma pressão arterial de 13 cmHg no auge da sístole, ou seja, no auge da fase de contração, quando o sangue é ejetado dos ventrículos. Essa pressão é chamada de pressão arterial sistólica. O número 8 indica uma pressão arterial de 8 cmHg no auge da diástole, a fase de relaxamento, que ocorre quando o coração relaxa e o sangue enche os ventrículos. Essa pressão é chamada de pressão arterial diastólica. Para a aferição correta da pressão arterial, é importante que o aparelho esteja na altura do coração.



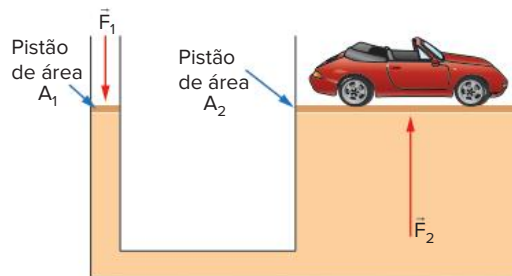
Pressão arterial sendo aferida com um esfigmomanômetro de coluna de mercúrio.

Teorema de Pascal

Em um recipiente fechado, a pressão aplicada sobre um fluido em equilíbrio é transmitida integralmente para todos os pontos desse fluido e para as paredes do recipiente. Tal fato foi verificado experimentalmente pelo cientista francês Blaise Pascal (1623-1662) e é conhecido como **teorema de Pascal**.

Podemos observar esse princípio físico quando apertamos um tubo de pasta de dentes. Quando pressionamos uma das extremidades, esse incremento de pressão é transmitido para todos os pontos da pasta, fazendo com que ela saia pela outra extremidade.

Cadeiras odontológicas, elevadores automotivos e sistemas de freios hidráulicos utilizam dispositivos hidráulicos, construídos com base no teorema de Pascal, para seu funcionamento. A imagem a seguir mostra o esquema de um dispositivo hidráulico utilizado para elevar automóveis.



Esquema de um elevador hidráulico de carros.

Uma força externa de intensidade F_1 é realizada no pistão 1, de área de seção transversal A_1 . Assim, esse pistão está sujeito a uma pressão p_1 dada por: $p_1 = \frac{F_1}{A_1}$.

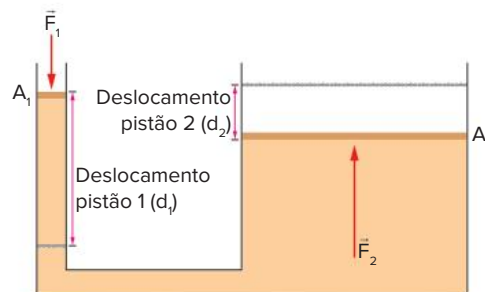
Esse incremento de pressão é transmitido por todo o fluido, de acordo com o teorema de Pascal. Logo, o pistão 2 está sujeito a uma pressão p_2 dada por:

$$p_2 = p_1 \Rightarrow \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1} \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{A_2}{A_1}$$

Logo, temos uma multiplicação da força aplicada, dada pela razão entre as áreas dos dois pistões.

Esse tipo de dispositivo, em geral, é preenchido por líquidos homogêneos, que são praticamente incompressíveis e, portanto, não têm densidade variável.

Considerando um fluido incompressível, um movimento do pistão menor para baixo corresponde a um movimento do pistão maior para cima, porém o deslocamento dos pistões não é o mesmo.



Esquema de como ocorre o deslocamento dos pistões de um elevador hidráulico de carros.

Exercício resolvido

6. Unicamp-SP Se você agora está tranquilo e em repouso, seu coração deve estar batendo cerca de 60 vezes por minuto. Sua pressão arterial deve ser de 12 por 8, ou seja, 120 mmHg acima da atmosférica no auge da contração e 80 mmHg no relaxamento do coração. Seu coração tem o volume externo aproximado de uma mão fechada e em cada batida consegue bombear aproximadamente a metade de seu volume em sangue. Considere a densidade do mercúrio $\rho_{Hg} = 14 \text{ g/cm}^3$ e a densidade do sangue igual à da água, ou seja, $\rho_{sangue} = 1,0 \text{ g/cm}^3$.

Até que altura máxima na vertical o coração conseguiria elevar uma coluna de sangue?

Resolução:

No auge da contração, temos a pressão máxima equivalente a uma coluna de 120 mm de mercúrio. Assim:

$$p_{sangue} = p_{m\acute{a}x} \Rightarrow d_s \cdot g \cdot h_s = d_{Hg} \cdot g \cdot h_{m\acute{a}x}$$

$$h_s = \frac{d_{Hg}}{d_s} \cdot h_{m\acute{a}x} \Rightarrow h_s = \frac{14}{1} \cdot 120$$

$$h_s = 1680 \text{ mm} \Rightarrow h_s = 1,68 \text{ m}$$

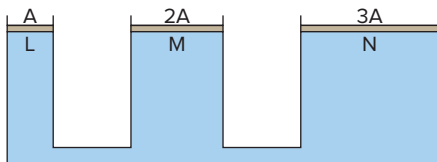
Como o volume do fluido no recipiente é constante, temos:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow d_1 \cdot A_1 = d_2 \cdot A_2$$

Concluímos que, para elevar cargas pesadas aplicando forças pequenas, precisamos realizar um deslocamento maior do pistão de área menor. Assim, teremos um pequeno deslocamento do pistão de área maior. Isso é uma consequência da conservação da energia mecânica, já que o trabalho realizado pela força externa no pistão menor deve ser igual ao trabalho realizado pelo fluido no pistão maior.

Exercício resolvido

7. **UFMG** Um sistema hidráulico tem três êmbolos móveis L, M e N com áreas A, 2A e 3A, como mostra a figura.



Quantidades diferentes de blocos são colocadas sobre cada êmbolo. Todos os blocos têm o mesmo peso. Para que, em equilíbrio, os êmbolos continuem na mesma altura, o número de blocos colocados sobre os êmbolos L, M e N podem ser, respectivamente:

- 1, 2 e 3.
- 1, 4 e 9.
- 3, 2 e 1.
- 9, 4 e 1.
- 8, 2 e 1.

Resolução:

A área de cada êmbolo e a força peso sobre eles são diretamente proporcionais. Com isso, temos:

$$p_L = p_M = p_N \Rightarrow \frac{P_L}{A} = \frac{P_M}{2A} = \frac{P_N}{3A}$$

Assim:

- $2P_L = P_M$
- $3P_L = P_N$
- $3P_M = 2P_N$

Resposta: alternativa **a**.

Teorema de Arquimedes

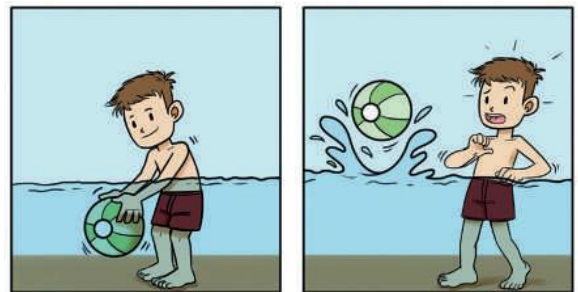
Empuxo

Arquimedes de Siracusa (c. 287 a.C.-212 a.C.) realizou contribuições importantes para a Física, Matemática e Astronomia. Uma famosa lenda conta que o rei Hierão II

requisitou a um ferreiro a fabricação de uma coroa de puro ouro. Desconfiado de que a coroa produzida poderia ser de uma mistura de ouro e prata, o rei convocou Arquimedes para determinar a verdadeira composição da coroa, sem derretê-la ou danificá-la. Após ponderar sobre o problema por um tempo, a solução veio enquanto Arquimedes estava em uma banheira. Depois de encontrar a solução, Arquimedes teria saído correndo nu pelas ruas gritando: "Eureka! Eureka!", expressão que significa "Encontrei! Encontrei!".

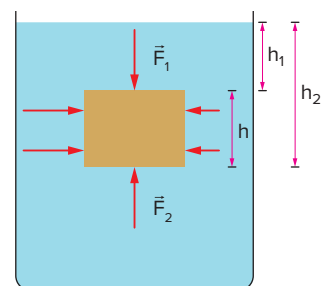
Arquimedes percebeu que, quando entrava na água, um volume de água igual ao volume do seu próprio corpo era deslocado. Portanto, submergindo a coroa na água poderia calcular o seu volume e, com o valor da massa da coroa obtida através de uma simples pesagem, conseguiria calcular a densidade da coroa. Comparando essa densidade com a densidade do ouro puro, Arquimedes determinou que a coroa foi fabricada utilizando uma mistura de ouro e prata, já que a densidade do ouro e a densidade da coroa não coincidiam.

Assim, em seus estudos, Arquimedes demonstrou um fenômeno importante. Quando submergimos um objeto, ele aparenta estar mais leve, já que a água o empurra para cima, auxiliando-o a se sustentar de alguma forma. Percebemos isso quando tentamos afundar uma prancha ou boia em uma piscina, por exemplo. Essa força vertical, de baixo para cima, que o líquido exerce sobre o objeto é denominada **empuxo** e deve-se à diferença de pressão na parte superior e na parte inferior do objeto. Essa diferença de pressão é uma consequência da ação da gravidade no fluido.



Objetos submersos na água tendem a ser empurrados para cima, devido à ação da força de empuxo.

Considere um fluido em equilíbrio, de densidade d_{fluido} , e um cubo maciço, também em equilíbrio, totalmente imerso nesse fluido. Cada face do cubo tem área A e aresta h.



Esquema de cubo maciço imerso em fluido.

A pressão na face inferior do cubo é a própria pressão hidrostática nessa profundidade, dada por:

$$p_2 = d \cdot g \cdot h_2$$

Assim, a força para cima aplicada pelo fluido na face inferior do cubo é dada por:

$$p_2 = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_2 = p_2 \cdot A \Rightarrow F_2 = d_{\text{fluido}} \cdot g \cdot h_2 \cdot A$$

Analogamente, a força para baixo aplicada pelo fluido na face superior do cubo é dada por:

$$F_1 = d_{\text{fluido}} \cdot g \cdot h_1 \cdot A$$

Portanto, a intensidade da força de empuxo (E), vertical e para cima, é dada por:

$$E = F_2 - F_1 \Rightarrow E = d_{\text{fluido}} \cdot g \cdot A \cdot (h_2 - h_1)$$

Porém, $h_2 - h_1$ é a altura do cubo e vale h , logo:

$$E = d_{\text{fluido}} \cdot g \cdot A \cdot h$$

Como $A \cdot h$ é o volume do cubo submerso (V_{sub}), temos:

$$E = d_{\text{fluido}} \cdot g \cdot V_{\text{sub}}$$

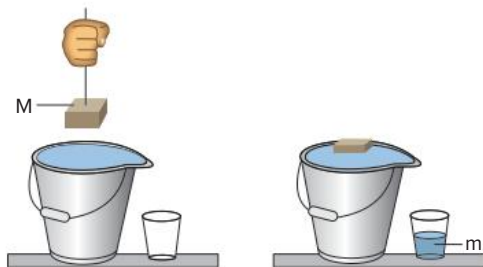
Como o fluido está em equilíbrio, a intensidade da força de empuxo é igual ao peso do volume do fluido deslocado pela parte submersa do corpo.

$$E = P_{\text{fluido}} = d_{\text{fluido}} \cdot g \cdot V_{\text{sub}}$$

Esse enunciado é conhecido como **teorema de Arquimedes**.

Exercício resolvido

8. **Fuvest-SP 2014** Um bloco de madeira impermeável, de massa M e dimensões $2 \times 3 \times 3 \text{ cm}^3$ é inserido muito lentamente na água de um balde, até a condição de equilíbrio, com metade de seu volume submersa. A água que vaza do balde é coletada em um copo e tem massa m .



A figura ilustra as situações inicial e final; em ambos os casos, o balde encontra-se cheio de água até sua capacidade máxima. A relação entre as massas m e M é tal que:

- a) $m = \frac{M}{3}$ d) $m = 2M$
 b) $m = \frac{M}{2}$ e) $m = 3M$
 c) $m = M$

Resolução:

A força de empuxo equilibra o bloco, logo sua intensidade deve ser igual à intensidade da força peso do bloco, para que a resultante de forças seja nula.

$$P_{\text{bloco}} = E$$

Porém, a intensidade da força de empuxo também é igual ao peso do volume de água deslocada.

$$P_{\text{água}} = E$$

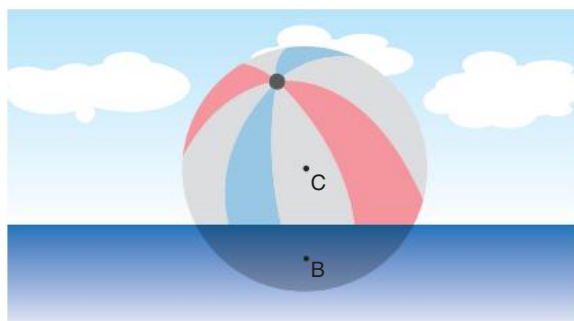
Logo, o peso do bloco é igual ao peso da água que vaza do balde. Assim, as massas m e M são iguais.

Resposta: alternativa **c**.

Atenção

O ponto de aplicação da força de empuxo é o centro geométrico da parte submersa do corpo, considerando que o peso específico do fluido é constante.

O centro geométrico da parte submersa não coincide necessariamente com o centro de massa do objeto.



Uma bola parcialmente submersa tem o ponto de aplicação da força de empuxo (B) abaixo do seu centro de massa (C).

A força de empuxo atua em todos os corpos imersos em fluidos, sejam eles líquidos ou gases. Um balão de hélio, por exemplo, quando solto, voa para cima, pois a força de empuxo é maior que sua força peso.

$$E > P \Rightarrow d_{\text{ar}} \cdot g \cdot V > m \cdot g \Rightarrow d_{\text{ar}} \cdot V \cdot g > d_{\text{balão}} \cdot V \cdot g$$

$$d_{\text{ar}} > d_{\text{balão}}$$

Como a densidade do ar, em condições normais de temperatura e pressão, é aproximadamente $1,2 \text{ kg/m}^3$ e a densidade do gás hélio é aproximadamente $0,17 \text{ kg/m}^3$, a tendência do balão é subir. Quando a densidade de um corpo for menor que a densidade do fluido, ele irá flutuar.



Balões de hélio tendem a subir, pois o gás hélio é menos denso que o ar.

Seguindo essa lógica, os dirigíveis são preenchidos por um gás menos denso que o ar, como o hélio, para, assim, poderem flutuar. Nos balões de ar quente, utilizam-se mecanismos para aquecer o ar interno ao balão, fazendo com que sua densidade seja menor que a do ar externo, a uma temperatura ambiente; assim eles sobem e podem flutuar.

No corpo humano, também atua a força de empuxo, devido à atmosfera terrestre. Porém, como a densidade do ar é de aproximadamente $1,2 \text{ kg/m}^3$, em condições normais de temperatura e pressão, e a densidade do corpo humano é da ordem de 10^3 kg/m^3 , a força de empuxo é cerca de mil vezes menor que a força peso e é, portanto, normalmente, desprezada.

Exercício resolvido

9. **UFPB** Um balão meteorológico é usado para analisar a atmosfera da Terra e fazer a previsão do tempo. A figura a seguir representa esse balão e a superfície da Terra.



Considere para um dado balão meteorológico:

- A massa do conjunto, material usado para confeccionar o balão e dispositivo utilizado para se fazer as medições climáticas, é igual a 80 kg.
- Apenas o volume ocupado pelo gás dentro do balão deve ser considerado.
- A densidade do ar onde o balão se encontra é de $1,2 \text{ kg/m}^3$.
- A densidade do gás no interior do balão é de $0,8 \text{ kg/m}^3$.

Com base nesses dados, é correto afirmar que o volume ocupado pelo gás no interior do balão, necessário para mantê-lo a certa altura acima do solo, é de:

- a) 100 m^3 c) 300 m^3 e) 500 m^3
 b) 200 m^3 d) 400 m^3

Resolução:

Considerando que o balão está em equilíbrio a certa altura acima do solo, a intensidade da força peso é igual à intensidade da força de empuxo. Assim:

$$P_{\text{gás}} + P_{\text{balão}} = E$$

$$d_{\text{gás}} \cdot V \cdot g + m \cdot g = d_{\text{ar}} \cdot V \cdot g$$

$$0,8V + 80 = 1,2V$$

$$0,4V = 80 \Rightarrow V = 200 \text{ m}^3$$

Resposta: alternativa **b**.

Flutuação em líquidos

Quando um objeto, sujeito apenas à força peso e à força de empuxo, tem peso maior do que o peso do volume total de fluido que ele desloca, esse objeto afunda. Ou seja, um objeto afunda quando a intensidade da força peso é maior que a intensidade da força de empuxo.

Se o fluido for a água, por exemplo, qualquer objeto com densidade relativa maior que 1, ou seja, maior que a densidade da água, irá afundar.

Se um objeto totalmente imerso em um líquido, em qualquer profundidade, tem densidade exatamente igual à do líquido, ele fica em equilíbrio sem se projetar para cima da superfície livre do líquido, já que a intensidade da força peso é igual à intensidade da força de empuxo.

Porém, se o objeto tiver uma densidade menor do que a do líquido, ele vai à superfície e passa a flutuar em equilíbrio, com uma porção submersa e outra porção emersa.

No equilíbrio, a intensidade da força peso é igual à intensidade da força de empuxo, porém, para calcular a intensidade da força de empuxo, consideramos apenas o volume submerso.

Atenção

- $d_{\text{objeto}} < d_{\text{liq}}$: objeto vai à superfície e flutua em equilíbrio, parcialmente submerso.
- $d_{\text{objeto}} = d_{\text{liq}}$: objeto em equilíbrio, totalmente imerso.
- $d_{\text{objeto}} > d_{\text{liq}}$: objeto afunda.

Um bloco de gelo não afunda em água porque tem densidade menor, de aproximadamente $0,9 \text{ g/cm}^3$. Em líquidos com densidade menor que a do gelo, como o álcool, com densidade de aproximadamente $0,8 \text{ g/cm}^3$, o bloco de gelo afunda.



Mariyana M/Shutterstock



Gert Lavsén/Shutterstock

O gelo ($d_{\text{gelo}} \cong 0,9 \text{ g/cm}^3$) flutua em água ($d_{\text{água}} = 1 \text{ g/cm}^3$), mas afunda em álcool ($d_{\text{álcool}} \cong 0,8 \text{ g/cm}^3$).

Um prego maciço de ferro afunda em água porque a densidade do ferro, de aproximadamente $7,8 \text{ g/cm}^3$, é maior que a da água. Um navio, composto de milhares de pregos e chapas de ferro, não afunda, pois possui espaços vazios em seu interior, o que resulta em uma densidade menor que 1 g/cm^3 , ou seja, menor que a da água.

Exercício resolvido

10. **Unesp** Os tripulantes de um navio deparam-se com um grande *iceberg* desprendido das geleiras polares como consequência do aquecimento global. Para avaliar o grau de periculosidade do bloco de gelo para a navegação, eles precisam saber qual é a porção submersa do bloco. Experientes em sua atividade, conseguem estimar a fração submersa do volume utilizando as massas específicas do gelo, igual a $0,92 \text{ g/cm}^3$, e da água salgada, igual a $1,03 \text{ g/cm}^3$. Qual foi o valor da fração submersa calculada pelos navegantes?

Resolução:

Como o *iceberg* está em equilíbrio, a intensidade da força peso é igual à intensidade da força de empuxo, logo:

$$P = E \Rightarrow m \cdot g = d_{\text{água}} \cdot V_{\text{sub}} \cdot g$$

$$(d_{\text{gelo}} \cdot V_{\text{total}}) \cdot g = d_{\text{água}} \cdot V_{\text{sub}} \cdot g$$

$$\frac{V_{\text{sub}}}{V_{\text{total}}} = \frac{d_{\text{gelo}}}{d_{\text{água}}} \Rightarrow \frac{V_{\text{sub}}}{V_{\text{total}}} = \frac{0,92}{1,03} \Rightarrow V_{\text{sub}} \cong 0,89 \cdot V_{\text{total}}$$

Ou seja, a porção submersa representa cerca de 90% do volume total do *iceberg*.

Saiba mais

Mar Morto

O Mar Morto é um lago de água salgada localizado no Oriente Médio. Seu nome se deve à alta concentração de sal, quase 10 vezes superior à dos oceanos, o que torna a vida por ali praticamente impossível. A elevada salinidade faz com que a densidade da água seja muito alta, de aproximadamente 1350 kg/m^3 , maior que a densidade do corpo humano, de aproximadamente 1060 kg/m^3 . Isso possibilita que uma pessoa boie com grande facilidade.



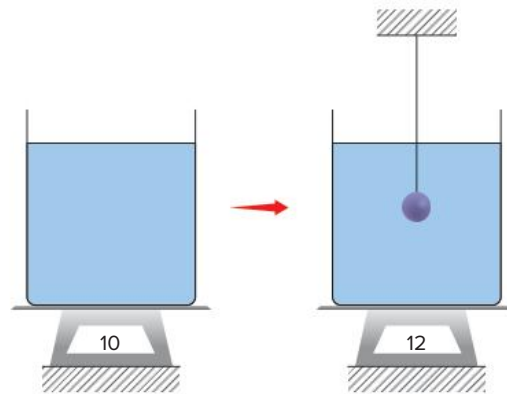
Devido à alta densidade da água, sem a ação de forças externas é impossível afundar no Mar Morto.

Verificação experimental do empuxo e peso aparente

Uma das maneiras de verificar experimentalmente a existência da força de empuxo é com a utilização de uma balança.

Considere um recipiente com água sobre uma balança. O peso total do conjunto vale 10 N , assim, a balança registra a força normal de módulo também igual a 10 N .

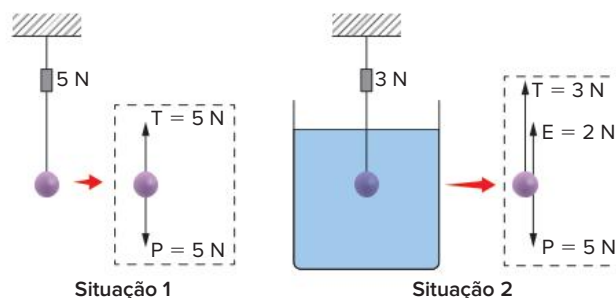
Ao colocar no recipiente uma esfera mais densa que o líquido, suspensa por um fio, a indicação da balança aumenta para 12 N . Esse aumento de 2 N na indicação da balança se deve à força de empuxo. Se o líquido exerce uma força na esfera para cima pelo princípio da ação e reação (terceira lei de Newton), a esfera exerce uma força no líquido para baixo resultando em um incremento na indicação da balança.



Pesagem de esfera suspensa imersa em líquido.

Antes de a esfera ser colocada na água, o dinamômetro (colocado no fio que a sustenta) indica 5 N , mesmo valor do peso da esfera.

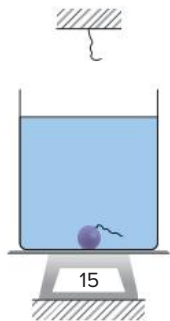
Ao ser imersa na água, uma força de empuxo de 2 N para cima é exercida na esfera. Assim, para que a esfera permaneça em equilíbrio, a força de tração no fio deve ser de 3 N , e o dinamômetro passa a indicar esse valor.



Pesagem de esfera com indicações das forças que atuam sobre ela.

A nova indicação do dinamômetro, $T = 3 \text{ N}$, é o que chamamos de **peso aparente**, já que aparentemente o peso do objeto diminuiu. Porém, sabemos que foi a força de empuxo para cima que alterou o valor indicado pelo dinamômetro.

Se o fio for cortado e a esfera ficar no fundo do recipiente, a balança indicará o peso total do conjunto (recipiente + água + esfera), ou seja, 15 N .



Pesagem de todo o conjunto somada.

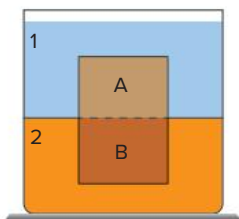
O peso aparente (P_{aparente}) de um corpo é definido pela diferença entre a intensidade da força do peso do corpo no ar e a intensidade da força de empuxo.

$$P_{\text{aparente}} = P - E$$

Imersão de um sólido em líquidos imiscíveis

Quando um sólido está imerso em um recipiente contendo dois líquidos imiscíveis de densidades diferentes, o cálculo do empuxo pode ser feito considerando o volume submerso em cada um dos líquidos.

$$E = d_1 \cdot V_A \cdot g + d_2 \cdot V_B \cdot g$$



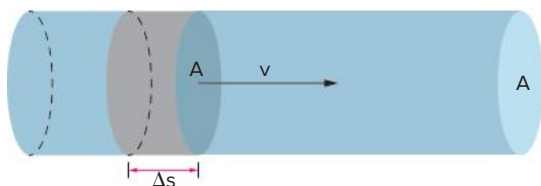
Objeto imerso em dois líquidos imiscíveis.

Vazão

Apesar de este capítulo ser dedicado ao estudo de fluidos em repouso, muitos fenômenos estão relacionados a fluidos em movimento, como a circulação do sangue em nosso corpo e o ar passando pelas asas de um avião. Portanto, vamos analisar agora uma característica importante dos fluidos em movimento, a vazão.

A **vazão (ϕ)** de um fluido é definida pelo volume do fluido (ΔV) que atravessa uma seção transversal (A) de uma tubulação em um intervalo de tempo (Δt):

$$\phi = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$



Fluido perpassando tubulação.

No SI, a unidade de medida de vazão é o metro cúbico por segundo (m^3/s). Porém, uma unidade bastante utilizada no cotidiano é o litro por segundo (L/s).

$$1 \text{ m}^3/\text{s} = 1000 \text{ L/s}$$

Se, nessa tubulação, o fluido percorre uma distância Δs em um intervalo de tempo Δt , podemos relacionar a vazão com a área da seção transversal da tubulação (A) e a velocidade de escoamento (v):

$$\phi = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A \cdot \Delta s}{\Delta t} = A \cdot v$$

Exercício resolvido

- 11. UPE 2014** Um tanque de uma refinaria de petróleo deve ser preenchido com $36\,000 \text{ m}^3$ de óleo. Esse processo será realizado por um navio petroleiro que está carregado com $100\,000 \text{ m}^3$ de óleo. Sabendo que a vazão de transferência de óleo do navio para o tanque é igual a 100 litros por segundo, estime a quantidade de dias necessários para a conclusão da transferência.
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Resolução:

O volume do tanque é:

$$V = 36\,000 \text{ m}^3 = 36 \cdot 10^6 \text{ dm}^3 = 36 \cdot 10^6 \text{ L}$$

A vazão de transferência de óleo é: $\phi = 100 \text{ L/s}$.

Assim, o tempo necessário para a conclusão da transferência é dado por:

$$\phi = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta V}{\phi} = \frac{36 \cdot 10^6}{100} \Rightarrow \Delta t = 36 \cdot 10^4 \text{ s}$$

$$\text{Em dias, temos: } n = \frac{36 \cdot 10^4}{24 \cdot 3\,600} \cong 4,17$$

Logo, são necessários 5 dias para a conclusão da transferência.

Resposta: alternativa **e**.

Equação da continuidade

Em fluidos não viscosos e incompressíveis, a densidade não varia ao longo do escoamento. Assim, em um intervalo de tempo Δt , o volume ΔV de fluido que passa por uma área A_1 é o mesmo que passa por uma área A_2 . Portanto, a vazão nas duas seções transversais é a mesma.

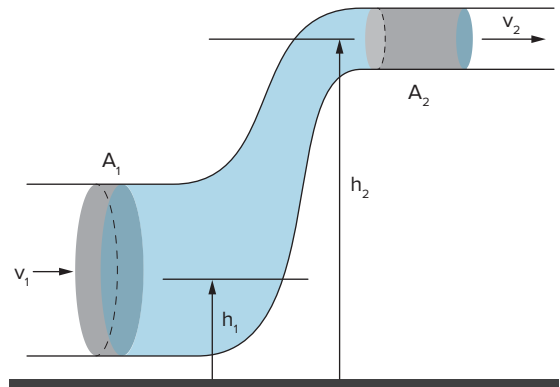


Fluido escoando por tubulação com seções transversais de áreas distintas.

$$\phi_1 = \phi_2 \Rightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

Essa equação, chamada **equação da continuidade**, mostra a relação entre a velocidade v de escoamento de um fluido e a seção transversal A de escoamento. Quando diminuimos a seção transversal de uma tubulação, a velocidade de escoamento aumenta para manter constante a vazão.

Quando obstruímos a saída de água de uma mangueira, por exemplo, o jato de água sai com mais velocidade, embora o fluxo seja constante. Em uma torneira, a ação da gravidade faz com que a água seja acelerada e ganhe velocidade à medida que cai. Pela equação da continuidade, à medida que a velocidade aumenta, o jato de água se torna mais estreito.



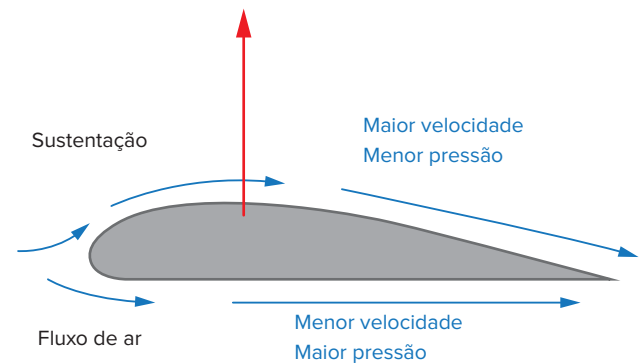
Tubulação com seções transversais com áreas e alturas distintas.

Ou seja, para qualquer ponto do fluido, $p + d \cdot g \cdot h + \frac{d \cdot v^2}{2}$ é constante, em que p é a pressão em determinado ponto do fluido, d é a densidade do fluido, h é a altura em relação a um referencial, g é a intensidade do campo gravitacional e v é a velocidade de escoamento no ponto considerado.

Uma conclusão importante dessa equação é o **efeito Bernoulli**, que estabelece que, nos pontos onde a velocidade de escoamento é maior, a pressão é menor.

Ao relacionarmos esse conceito com a equação da continuidade, percebemos que, ao diminuir a área da seção transversal de uma tubulação, a velocidade de escoamento aumenta, logo, a pressão diminui nesse ponto.

São inúmeras as aplicações dessas equações em nosso cotidiano. Na Medicina, é importante o conhecimento da hidrodinâmica para estudar o fluxo sanguíneo e as variações de pressão nas artérias e veias. Na Aeronáutica, as asas de um avião são projetadas para que o ar passe mais rapidamente pela parte superior, diminuindo assim a pressão e criando uma força resultante para cima, sustentando o avião.



Representação do fluxo de ar responsável pela força de sustentação da asa de um avião. A sustentação está relacionada às diferenças de pressão e velocidade observadas na parte de cima e de baixo da asa.

Outro exemplo acontece durante uma ventania: o ar que passa em alta velocidade pelas janelas de uma casa faz com que a pressão diminua nessa região. Assim, devido a essa diferença de pressão entre o ar interno e o ar externo em movimento, as cortinas são puxadas para fora.



O jato de água de uma torneira afunila à medida que cai.

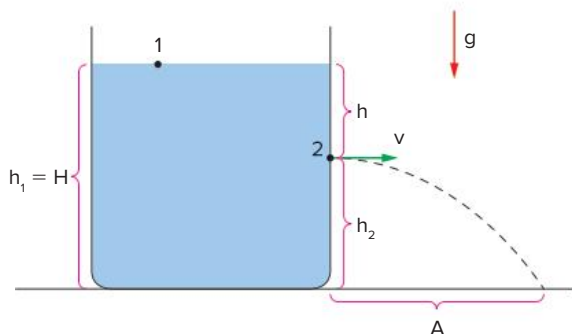
Equação de Bernoulli

Quando um fluido não viscoso e incompressível escoar por uma tubulação, podemos aplicar o princípio da conservação de energia mecânica para chegar a uma importante relação entre a pressão e a velocidade de escoamento de um fluido sob a ação da gravidade, denominada **equação de Bernoulli**.

$$p_1 + d \cdot g \cdot h_1 + \frac{d \cdot v_1^2}{2} = p_2 + d \cdot g \cdot h_2 + \frac{d \cdot v_2^2}{2}$$

Equação de Torricelli

Vamos agora analisar a trajetória de um jato de líquido de densidade d que passa por um furo lateral de um recipiente. O furo está a uma altura h da superfície livre do líquido.



Líquido vazando de um recipiente furado.

Para determinar a velocidade inicial de escoamento v , vamos aplicar a equação de Bernoulli.

$$p_1 + d \cdot g \cdot h_1 + \frac{d \cdot v_1^2}{2} = p_2 + d \cdot g \cdot h_2 + \frac{d \cdot v_2^2}{2}$$

Como os pontos 1 e 2 estão submetidos à pressão atmosférica, $p_1 = p_2$, a velocidade v_1 pode ser considerada nula, já que a seção transversal do recipiente é muito maior que a área do furo. Adotando $v_2 = v$ e $h_1 = H$, temos:

$$d \cdot g \cdot H = d \cdot g \cdot h_2 + \frac{d \cdot v^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2g \cdot (H - h_2)$$

Como:

$$H - h_2 = h$$

Temos:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Essa equação é conhecida como **equação de Torricelli**, pois a velocidade de escoamento é a mesma velocidade de um objeto abandonado de uma altura h .

Para determinar o alcance horizontal máximo do jato que sai pelo furo, vamos inicialmente calcular o tempo de queda. Como na vertical temos um MUV (movimento uniformemente variado):

$$s = \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow H - h = \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot (H - h)}{g}}$$

Na horizontal, temos um MU (movimento uniforme). Logo:

$$s = v \cdot t \Rightarrow A = (\sqrt{2gh}) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (H - h)}{g}}$$

$$A = 2\sqrt{h \cdot (H - h)}$$

O gráfico que relaciona o alcance A com a altura h do furo nos mostra que o alcance é máximo ($A_{\text{máx}}$) quando $h = \frac{H}{2}$.

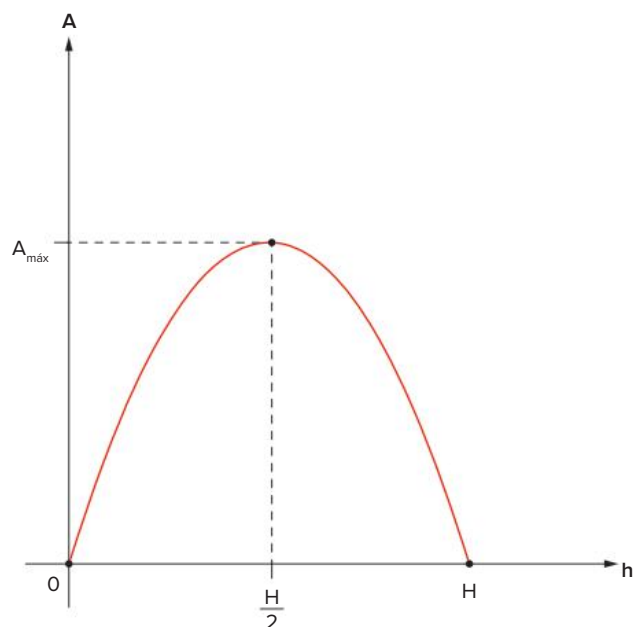


Gráfico do alcance (A) em relação à altura (h) do furo.

! Atenção

Em Cinemática, aprendemos que no MUV:

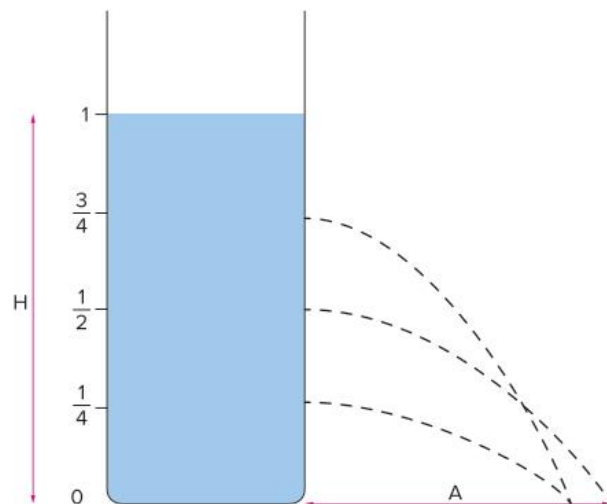
$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Já para o MU, a equação horária é dada por:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t$$

Essas equações serão utilizadas para a verificação do deslocamento vertical e horizontal de um jato de água, respectivamente.

Essa conclusão importante evidencia que o furo que possibilita o alcance máximo do jato não está localizado na parte inferior do recipiente, mas, sim, à meia altura do volume de líquido.



O maior alcance ocorre quando o furo está na metade da altura da coluna de líquido.

Revisando

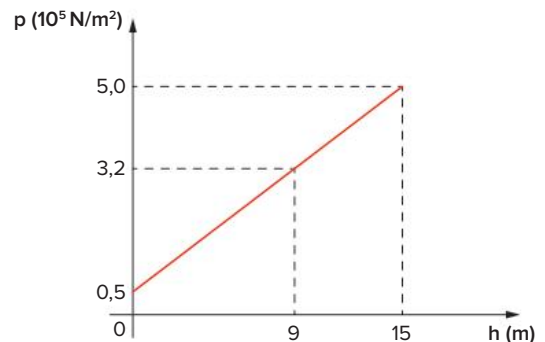
1. **Uerj 2020** Em uma experiência escolar, foram utilizados um recipiente contendo um líquido de densidade $d = 1,8 \text{ g/cm}^3$ e um corpo esférico homogêneo com massa $m = 1,2 \text{ kg}$ e volume $V = 0,001 \text{ m}^3$. Calcule a densidade do corpo, em kg/m^3 . Em seguida, indique se ele flutuará ou afundará no líquido, justificando sua resposta.

2. **Unesp** Um bloco de granito com formato de um paralelepípedo retângulo, com altura de 30 cm e base de 20 cm de largura por 50 cm de comprimento, encontra-se em repouso sobre uma superfície plana horizontal.

- Considerando a massa específica do granito igual a $2,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, determine a massa m do bloco.
- Considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , determine a pressão p exercida pelo bloco sobre a superfície plana, em N/m^2 .

3. **Udesc** O gráfico ao lado ilustra a variação da pressão em função da profundidade, para um líquido contido em um reservatório aberto.

No local onde se encontra o reservatório, os valores da pressão atmosférica e da densidade do líquido são, respectivamente, iguais a quanto?



4. **UFU-MG 2019** Em 1641, Gasparo Berti realizou uma experiência que consistia num longo tubo de chumbo (AB) colocado defronte à sua casa. A parte superior do tubo ficou em frente a uma das janelas e a outra próxima ao solo, sendo que em sua base foi encaixada uma torneira de latão (R). O tubo estava dentro de um tonel (T) completamente cheio de água pura, cuja densidade é 1000 kg/m^3 . Em sua parte superior, foi adaptado um recipiente de vidro com formato de um frasco, que continha um orifício (C) que foi lacrado por um parafuso de latão (D).



MARTINS, R. A. Tratados Físicos de Blaise Pascal. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, série 2, v.01, n. esp., dez/1989. (Adaptado)

O aparato, depois de devidamente posicionado, foi totalmente preenchido pela água, utilizando-se a abertura superior (C) do tubo, que depois foi totalmente fechada. Quando a torneira (R) na base foi aberta, a água fluiu para o tonel, porém uma parcela ficou presa no tubo até a altura (L).

- Explique por que parte da água permaneceu no tubo sem escoar totalmente para o tonel em sua base.
- Considerando-se que o referido experimento foi feito ao nível do mar, com pressão atmosférica de $1 \cdot 10^5$ pascal e num local com $g = 10 \text{ m/s}^2$, qual a altura da coluna de água que permanece no tubo?

► **Obs.:** desconsidere a parte do tubo submersa na água do tonel.

5. **Uerj 2020** O Titicaca é um lago de água doce localizado na fronteira do Peru com a Bolívia, sendo considerado um dos maiores da América Latina. Ele se encontra a aproximadamente 4000 metros de altitude em relação ao nível do mar.

Com o objetivo de estudar sedimentos depositados nesse lago, uma equipe de pesquisadores envia um pequeno submarino ao local.

Admita que, a cada 1000 m de altitude, a pressão atmosférica seja reduzida em 0,1 atm. Estime, em atmosferas, a pressão total exercida sobre o submarino a uma profundidade de 200 m.

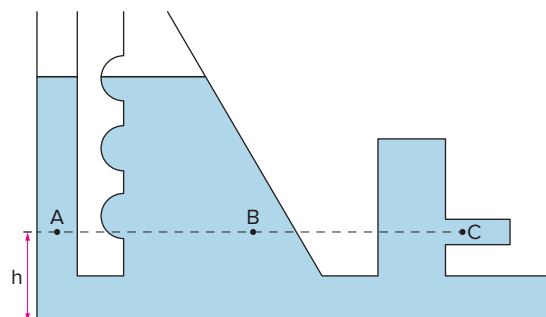
► **Dados:** densidade da água = 1000 kg/m^3 ;
aceleração da gravidade = 10 m/s^2 e $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$.



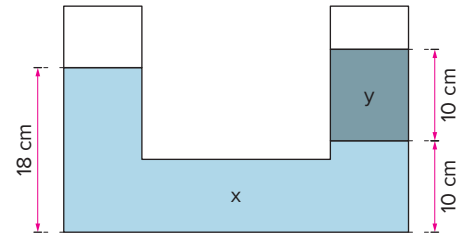
Disponível em: google.com.

6. **UFRJ** A figura mostra um sistema de vasos comunicantes contendo um líquido em equilíbrio hidrostático e três pontos A, B e C em um mesmo plano horizontal.

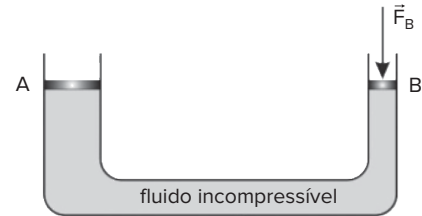
Compare as pressões p_A , p_B e p_C nos pontos A, B e C, respectivamente, usando os símbolos de ordem $>$ (maior), $=$ (igual) e $<$ (menor). Justifique sua resposta.



7. **PUC-Minas (Adapt.)** No diagrama mostrado ao lado, x e y representam dois líquidos não miscíveis e homogêneos, contidos num sistema de vasos comunicantes em equilíbrio hidrostático. Qual o valor que mais se aproxima da razão entre as densidades do líquido y em relação ao líquido x ?

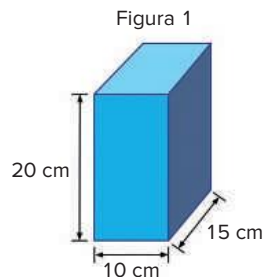


8. **UFPR 2018** Numa prensa hidráulica, um fluido incompressível é utilizado como meio de transferência de força de um êmbolo para outro. Numa dessas prensas, uma força \vec{F}_B foi aplicada ao êmbolo B durante um intervalo de tempo $\Delta t = 5$ s, conforme mostra a figura ao lado. Os êmbolos A e B estavam inicialmente em repouso, têm massas desprezíveis e todas as perdas por atrito podem ser desprezadas. As observações foram todas feitas por um referencial inercial, e as áreas dos êmbolos são $A_A = 30$ cm² e $A_B = 10$ cm². A força aplicada ao êmbolo B tem intensidade $F_B = 200$ N e o fluido da prensa é incompressível.

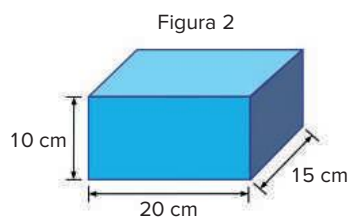


- a) Durante o tempo de aplicação da força \vec{F}_B o êmbolo B desceu por uma distância $d_B = 6$ cm. Qual a potência média do agente causador da força \vec{F}_B ?
- b) Qual a intensidade F_A da força produzida sobre o êmbolo A?

9. **Famerp-SP 2019** Um paralelepípedo reto-retângulo é apoiado sobre uma superfície plana, horizontal e lisa, primeiramente sobre a face de lados 10 cm e 15 cm, como mostra a figura 1. Nessa situação, a pressão que o paralelepípedo exerce sobre a superfície é 16 000 Pa.

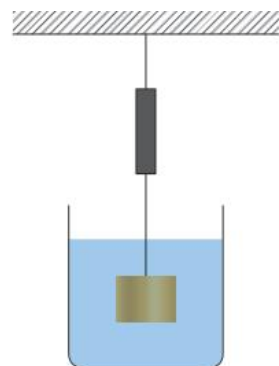


Posteriormente, o paralelepípedo é apoiado na mesma superfície, mas sobre a face de lados 15 cm e 20 cm, como mostra a figura 2.



- a) Calcule a pressão, em pascal, que o paralelepípedo exerce sobre a superfície na situação da figura 2.
- b) Ao ser colocado em um recipiente contendo água, cuja massa específica é $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, esse paralelepípedo imerge até se apoiar no fundo do recipiente, que é plano e horizontal. Considerando a aceleração gravitacional igual a 10 m/s^2 , calcule a força, em newtons, aplicada pelo fundo do recipiente no paralelepípedo.

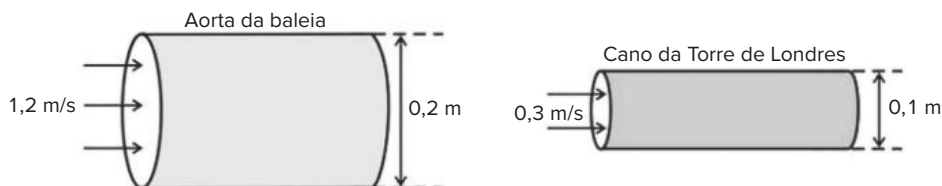
10. **UFRRJ** Um objeto de massa $0,5 \text{ kg}$, feito de ferro, é mantido parado, imerso em um líquido desconhecido, por um fio esticado. Observa-se, com a ajuda de um dinamômetro, que a intensidade da tensão no fio é igual a $4,4 \text{ N}$. Considerando a densidade μ do ferro igual a $8,0 \text{ g/cm}^3$, calcule:
- a) o empuxo exercido pelo líquido.
- b) a densidade do líquido.



11. **Fuvest-SP 2017** A aorta da baleia é de diâmetro maior do que o cano principal do sistema hidráulico da Torre de Londres, e a água que passa por ali tem menos ímpeto e velocidade do que o sangue que jorra do seu coração.

Herman Melville, *Moby Dick*.

- a) Calcule a vazão (volume/unidade de tempo) em cada um dos sistemas esquematizados a seguir.



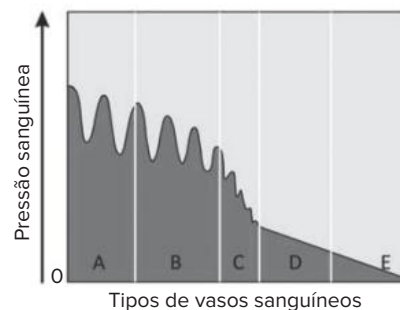
► **Note e adote:**

Suponha os sistemas como sendo cilindros circulares retos.

Atrito na parede da aorta e do cano é desprezível.

$$\pi = 3$$

- b) A figura representa a pressão do sangue em seu percurso ao longo do sistema circulatório da baleia. As letras A, B, C, D e E correspondem a diferentes vasos sanguíneos. Quais são as letras que correspondem, respectivamente, à aorta e às grandes veias?



Exercícios propostos

Densidade e massa específica

1. **Unesp 2017** Considere as seguintes características da moeda de R\$ 0,10: massa = 4,8 g; diâmetro = 20,0 mm; espessura = 2,2 mm.



(www.bcb.gov.br)

Admitindo como desprezível o efeito das variações de relevo sobre o volume total da moeda e sabendo que o volume de um cilindro circular reto é igual ao produto da área da base pela altura e que a área de um círculo é calculada pela fórmula πr^2 , a densidade do material com que é confeccionada a moeda de R\$ 0,10 é de aproximadamente

- a) 9 g/cm^3 .
b) 18 g/cm^3 .
c) 14 g/cm^3 .
d) 7 g/cm^3 .
e) 21 g/cm^3 .
2. **Uerj 2019** Um canudo de plástico e outro de vidro borossilicato possuem mesmo volume e densidades de $0,90 \text{ g/cm}^3$ e $2,25 \text{ g/cm}^3$, respectivamente. A razão entre as massas do canudo de plástico e do canudo de vidro corresponde a:
- a) 1,2
b) 0,8
c) 0,4
d) 0,2
3. **Uece 2018** A Física ambiental aborda, dentre outros assuntos, a poluição atmosférica. Na atmosfera poluída de grandes centros urbanos há, além de gases, poluentes na forma de partículas. A área superficial dessas partículas é um fator muito relevante no seu impacto ambiental. Considere duas partículas com mesma densidade e tamanhos diferentes, de modo que uma tem o dobro da massa da outra. Para simplificar a análise, considere que as partículas sejam esféricas. Suponha que seja colhida uma amostra A somente com partículas maiores, e outra amostra B somente com partículas do tamanho menor. As duas amostras têm a mesma massa total. A área total das partículas em cada amostra é obtida pela soma das áreas das esferas. Assim, a razão entre a área total na amostra de partículas menores pela área total das partículas maiores é
- a) $2^{2/3}$.
b) 2.
c) $2^{1/3}$.
d) 2^2 .

4. **FEI-SP 2021** Uma engenheira deve elaborar um laudo sobre um líquido que apareceu fluando nas águas de um rio para depois acionar a empresa responsável. Uma das informações que precisam ser determinadas para caracterizar o líquido é a densidade do material. A engenheira coleta uma amostra do líquido cuja massa é de $20 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ e volume de 25 mL. Sendo fornecida a conversão de unidades entre mL e m^3 ($1 \text{ mL} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$), qual é o valor da densidade aferida pela engenheira?

- a) $0,0008 \text{ kg/m}^3$
b) 8 kg/m^3
c) 800 kg/m^3
d) 8000 kg/m^3
e) 80000 kg/m^3

5. **EPCar-MG 2022** A umidade relativa do ar fornece o grau de concentração de vapor de água em um ambiente. Quando essa concentração atinge 100% (que corresponde ao vapor saturado) ocorre uma condensação. A umidade relativa (UR) é obtida fazendo-se uma comparação entre a densidade do vapor-d'água presente no ar e a densidade do vapor se este estivesse saturado, ou seja,
$$UR = \frac{\text{densidade do vapor-d'água presente no ar}}{\text{densidade do vapor-d'água saturado}}$$
. A tabela a seguir fornece a concentração máxima de vapor-d'água (em g/cm^3) medida nas temperaturas indicadas.

Temperatura (°C)	Concentração máxima (g/cm^3)
0	5,0
5	7,0
10	9,0
12	12
15	14
18	18
20	20
24	24
28	28
30	31
32	35
34	36
36	40

Em um certo dia de temperatura $32 \text{ }^\circ\text{C}$ e umidade relativa de 40%, uma pessoa percebe que um copo com refrigerante gelado passa a condensar vapor-d'água (fica "suado"). Nessas condições, a temperatura, em $^\circ\text{C}$, do copo com o refrigerante era, no máximo,

- a) 5 b) 10 c) 15 d) 20

Pressão

6. Uece 2019 Projetos de edifícios esbeltos e com alturas que podem chegar até 150 metros têm gerado um novo tipo de demanda para os centros de pesquisa e universidades que fazem ensaios aerodinâmicos. Nesses ensaios, uma versão em escala reduzida do edifício é construída e submetida a condições de vento controladas em um equipamento de laboratório chamado túnel de vento, tal como o túnel de vento que existe na UECE. Considere que, em um desses ensaios, uma dada superfície do prédio (edifício em escala reduzida) é submetida a uma pressão, pela ação do vento, de $0,1 \text{ N/m}^2$. Caso essa superfície tenha área de $100,0 \text{ cm}^2$, a força total devido ao vento nessa área é, em N, igual a

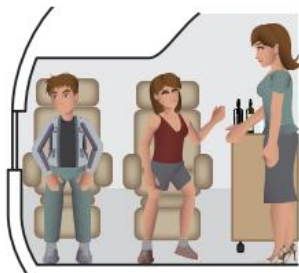
- a) 10^{-3} . c) 1.
- b) 10. d) 10^{-2} .

7. UFG-GO 2013 Os caminhões ficam maiores a cada dia devido à necessidade de se transportar cargas cada vez maiores em menor tempo. Por outro lado, o pavimento (estrada de asfalto ou concreto) precisa ser dimensionado para que sua resistência seja compatível com a carga suportada repetidamente. Para um pavimento de boa durabilidade, a pressão de $2,0 \text{ MPa}$ deve ser suportada. Nessa situação, qual é a máxima massa, em kg, permitida para um caminhão que possui cinco eixos com dois pneus em cada eixo, cuja área de contato de um pneu é de $0,02 \text{ m}^2$?

▶ Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) $1,0 \cdot 10^6$ c) $1,2 \cdot 10^5$ e) $4,0 \cdot 10^3$
- b) $2,0 \cdot 10^5$ d) $4,0 \cdot 10^4$

8. UFRJ Considere um avião comercial em voo de cruzeiro. Sabendo que a pressão externa a uma janela de dimensões $0,30 \text{ m} \times 0,20 \text{ m}$ é um quarto da pressão interna, que por sua vez é igual a 1 atm (10^5 N/m^2):



- a) indique a direção e o sentido da força sobre a janela em razão da diferença de pressão.
- b) calcule o seu módulo.

9. EEAR-SP 2018 Um operário produz placas de cimento para serem utilizadas como calcamento de jardins. Para a produção destas placas utiliza-se uma forma metálica de dimensões $20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ e altura desprezível. Uma prensa hidráulica aplica sobre essa área uma pressão de 40 kPa visando compactar uma massa constituída de

cimento, areia e água. A empresa resolveu reduzir as dimensões para $20 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$, mas mantendo a mesma força aplicada, logo o novo valor da pressão utilizada na produção das placas é de _____ kPa.

- a) 20 c) 80
- b) 40 d) 160

10. Uerj 2019 Considere um determinado horário no qual todos os vagões de uma composição trafeguem com capacidade máxima de passageiros. Determine, nessas condições, em N/m^2 , a pressão exercida pelos passageiros no piso de um dos vagões.

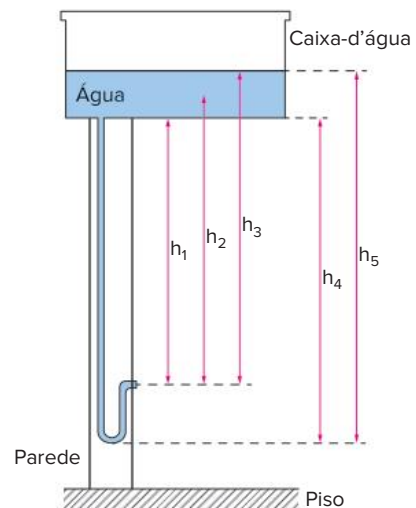
▶ Dado: Aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2
 Massa média do passageiro = 60 kg
 Comprimento médio do vagão = $22,0 \text{ m}$
 Largura = $3,00 \text{ m}$
 Capacidade máxima de passageiros = $8 \text{ passageiros/m}^2$

Teorema de Stevin

11. UEL-PR 2014 Quando as dimensões de uma fossa são alteradas, o aumento da pressão em qualquer ponto de sua base, quando cheia, deve-se, exclusivamente, à mudança de:

- a) área da base.
- b) diâmetro.
- c) formato da base.
- d) profundidade.
- e) perímetro da base.

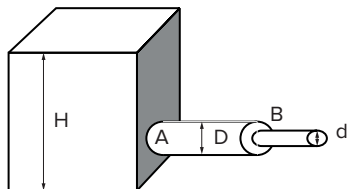
12. Enem 2012 O manual que acompanha uma ducha higiênica informa que a pressão mínima da água para o seu funcionamento apropriado é de 20 kPa . A figura mostra a instalação hidráulica com a caixa-d'água e o cano ao qual deve ser conectada a ducha.



O valor da pressão da água na ducha está associado à altura:

- a) h_1 d) h_4
- b) h_2 e) h_5
- c) h_3

13. **Uepa 2017** Um reservatório de altura H preenchido por água possui um tubo de seção reta circular de diâmetro D instalado à altura da sua base, permitindo, quando aberto, que a água escoe sem turbulência e sem atrito, conforme mostrado na figura. Sabendo que no ponto B o tubo sofre um estrangulamento e que seu diâmetro passa a ser d (com $d < D$), é correto afirmar que:



- a) admitindo que não haja furos no tubo, a quantidade (Q) de água que o reservatório perde por unidade de tempo, denominada vazão volumétrica, será dada pela expressão: $Q = \frac{H}{t}$.
- b) caso a saída de água (no ponto A) esteja fechada, a lei de Stevin pode ser usada para calcular a pressão da água dentro do reservatório, em função da profundidade (medida a partir da superfície da água).
- c) de acordo com as leis do escoamento, o estrangulamento na seção reta do tubo força a água a passar mais devagar pelo ponto B do que pelo ponto A.
- d) a velocidade v_B do fluido no ponto B é calculada por meio da expressão matemática $v_B = \frac{D}{d} v_A$ onde v_A é a velocidade do fluido no ponto A.
- e) como consequência do princípio de Arquimedes, durante um escoamento a pressão p_B no ponto B será igual à pressão p_A no ponto A.

14. **UTFPR** A pressão atmosférica normal é de 1,0 atm (1 atmosfera). Em Curitiba, no entanto, é comum a pressão atmosférica estabilizar-se no valor de 0,90 atm. A característica da cidade responsável por isso é:
- a) o clima frio. d) a longitude.
b) a alta umidade do ar. e) a latitude.
c) a altitude.

15. **FMJ-SP 2022** Um submarino tripulado chinês chamado Fendouzhe, ou Lutador em português, chegou a um dos pontos mais profundos dos oceanos, as Fossas das Marianas, no Oceano Pacífico.

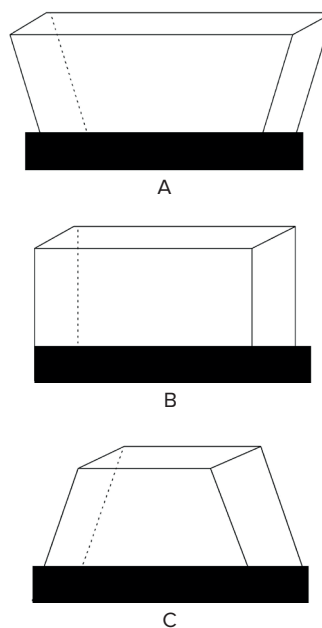
O veículo fez 13 mergulhos entre outubro e novembro de 2020, e em 8 deles superou uma profundidade de 10 mil metros. O mais profundo foi em 10 de novembro de 2020, quando chegou a 10 900 metros abaixo da superfície.

(<https://olhardigital.com.br>. Adaptado.)

Considere que a aceleração gravitacional seja igual a 10 m/s^2 , que a densidade média da água do mar seja $1,03 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ e que a pressão interna do submarino seja igual à pressão atmosférica ao nível do mar. Para atingir a profundidade máxima a que chegou, a estrutura do submarino deve suportar uma pressão de, no mínimo e aproximadamente,

- a) $1,13 \cdot 10^{12} \text{ Pa}$.
b) $1,06 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$.
c) $1,13 \cdot 10^8 \text{ Pa}$.
d) $1,13 \cdot 10^7 \text{ Pa}$.
e) $1,06 \cdot 10^{14} \text{ Pa}$.

16. **UFJF-MG 2020** Considere três recipientes abertos, cheios até a borda de água em equilíbrio hidrostático – veja figura abaixo. As bases inferiores dos recipientes são retângulos idênticos (hachurados na figura). Todos os recipientes têm a mesma altura h .



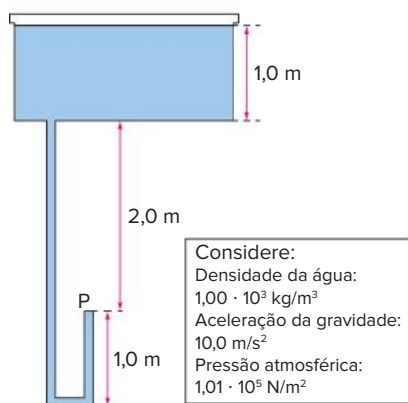
Podemos afirmar corretamente apenas que:

- a) Os pesos da água de cada recipiente são todos iguais.
b) A força resultante exercida pela água sobre a base de cada recipiente tem o mesmo valor.
c) A pressão perto do fundo do recipiente A é maior do que em B, que é maior do que em C.
d) A força resultante exercida pela água sobre a base do recipiente A é maior do que em B, que é maior do que em C.
e) A força resultante exercida pela água sobre a base de cada recipiente é igual ao peso da água do recipiente respectivo.
17. **UFPR 2019** Um conceito importante que surge no estudo dos fluidos é o conceito de pressão. Com relação a ele, considere as seguintes afirmativas:
1. A pressão atmosférica ao nível do mar a 0°C vale 1 atm.
 2. Um processo termodinâmico que ocorra sujeito a uma pressão constante é chamado isobárico.
 3. A pressão exercida por um líquido num dado ponto aumenta à medida que a profundidade desse ponto aumenta.
 4. No Sistema Internacional de Unidades, a unidade de pressão é o pascal (Pa).

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente a afirmativa 1 é verdadeira.
- b) Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.
- c) Somente as afirmativas 2 e 4 são verdadeiras.
- d) Somente as afirmativas 2, 3 e 4 são verdadeiras.
- e) As afirmativas 1, 2, 3 e 4 são verdadeiras.

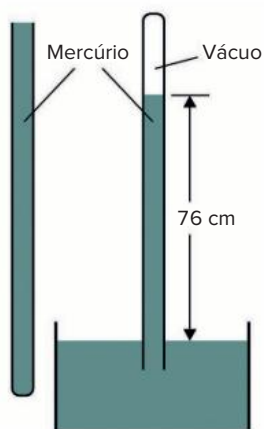
18. **UFG-GO** A instalação de uma torneira num edifício segue o esquema ilustrado na figura a seguir.



Considerando que a caixa-d'água está cheia e destampada, a pressão no ponto P, em N/m^2 , onde será instalada a torneira, é:

- a) $2,00 \cdot 10^4$
- b) $1,01 \cdot 10^5$
- c) $1,21 \cdot 10^5$
- d) $1,31 \cdot 10^5$
- e) $1,41 \cdot 10^5$

19. **Famerp-SP 2019** Em 1643, Evangelista Torricelli realizou um experimento com o qual mediu a pressão atmosférica terrestre ao nível do mar. Encheu com mercúrio um tubo de aproximadamente 1 m de comprimento, fechou-o e, invertendo o tubo, mergulhou sua extremidade em outro recipiente também contendo mercúrio. Após a abertura da extremidade do tubo, o mercúrio desceu até estabilizar-se à altura de 76 cm.



(<http://seara.ufc.br>. Adaptado)

Anos depois, por iniciativa de Blaise Pascal, o mesmo experimento foi realizado na França, no alto de uma montanha, e a coluna de mercúrio se estabilizou a uma altura de 60,8 cm.

Considerando a pressão atmosférica ao nível do mar igual a $1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ e que a aceleração da gravidade tem o mesmo valor no alto da montanha e ao nível do mar, a pressão atmosférica no alto da montanha onde foi realizado o experimento era

- a) $8,0 \cdot 10^3 \text{ Pa}$.
- b) $6,6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$.
- c) $1,25 \cdot 10^4 \text{ Pa}$.
- d) $8,0 \cdot 10^4 \text{ Pa}$.
- e) $6,6 \cdot 10^3 \text{ Pa}$.

20. **UFJF-MG 2021** Em uma fábrica química, há um grande reservatório com um líquido desconhecido. Após serem realizadas medidas de pressão com a profundidade, os dados obtidos resultaram no gráfico abaixo. A partir dessas informações, podemos concluir que a densidade do líquido desconhecido é aproximadamente:

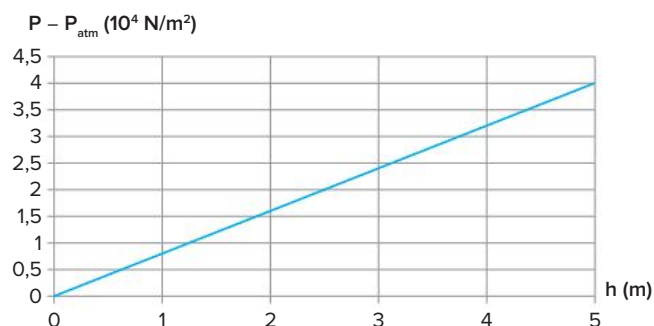
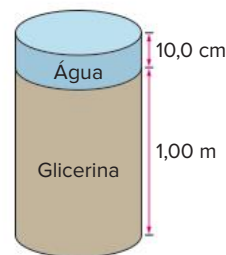


Gráfico: pressão menos pressão atmosférica em função da profundidade.

► **Dados:** $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\text{sen}(30^\circ) = 1/2$.

- a) $8,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
- b) $2,0 \cdot 10^3 \text{ g/cm}^3$.
- c) $0,8 \cdot 10^3 \text{ g/cm}^3$.
- d) $0,4 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
- e) $8,0 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$.

21. **PUC-RS** Um recipiente aberto na parte superior contém glicerina até a altura de 1,00 m e, sobre ela, mais 10,0 cm de água, conforme representado na figura.

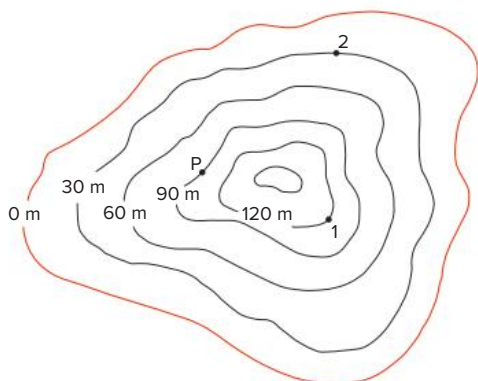


Considere a massa específica da água $1,00 \text{ g/cm}^3$ e da glicerina $1,30 \text{ g/cm}^3$. Use a aceleração da gravidade igual a $10,0 \text{ m/s}^2$ e a pressão atmosférica igual a $1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Neste caso, a pressão, em pascals, na interface água-glicerina e no fundo do recipiente é, respectivamente, _____ e _____.

- a) $1,02 \cdot 10^5 - 1,34 \cdot 10^5$
- b) $1,21 \cdot 10^5 - 1,34 \cdot 10^5$
- c) $1,02 \cdot 10^5 - 1,25 \cdot 10^5$
- d) $1,01 \cdot 10^5 - 1,21 \cdot 10^5$
- e) $1,02 \cdot 10^5 - 1,15 \cdot 10^5$

- 22. Unesp 2013** O relevo submarino de determinada região está representado pelas curvas de nível mostradas na figura, na qual os valores em metros representam as alturas verticais medidas em relação ao nível de referência mais profundo, mostrado pela linha vermelha.

Curvas de nível – Relevo submarino



Dois peixes, 1 e 2, estão inicialmente em repouso nas posições indicadas e deslocam-se para o ponto P, onde param novamente. Considere que toda a região mostrada na figura esteja submersa, que a água do mar esteja em equilíbrio e que sua densidade seja igual a 10^3 kg/m^3 . Se $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$, pode-se afirmar, considerando-se apenas os pontos de partida e de chegada, que, durante seu movimento, o peixe:

- 2 sofreu uma redução de pressão de 3 atm.
- 1 sofreu um aumento de pressão de 4 atm.
- 1 sofreu um aumento de pressão de 6 atm.
- 2 sofreu uma redução de pressão de 6 atm.
- 1 sofreu uma redução de pressão de 3 atm.

- 23. UEL-PR 2019** A hipertensão é uma doença que afeta aproximadamente 25% dos brasileiros e pode levar à morte. Como não tem cura, o controle da pressão arterial deve ser feito periodicamente nas pessoas diagnosticadas com a doença. Para medir a pressão, utiliza-se um aparelho conhecido por esfigmomanômetro, conforme demonstrado na figura 1 a seguir.

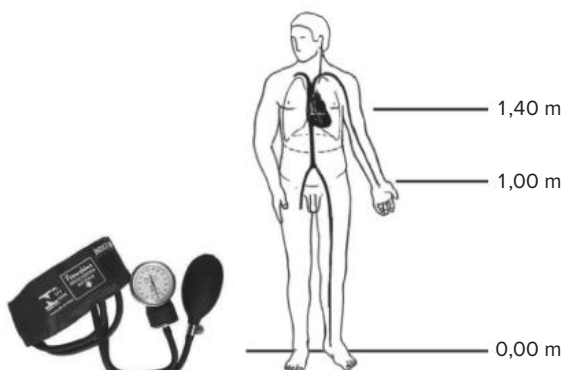


Figura 1

Figura 2

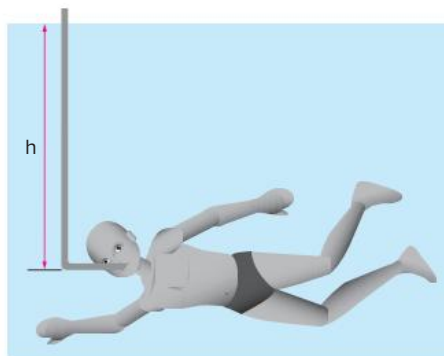
A bolsa que se infla de ar (manguito), figura 1, deve ser colocada no braço esquerdo do paciente na mesma

altura do coração, uma vez que, conforme a hidrostática, a pressão é a mesma para fluidos em uma mesma altura em vasos comunicantes. Os valores de pressão arterial considerados normais são de 120 mmHg para pressão sistólica e de 80 mmHg para pressão diastólica, o famoso “12 por 8”.

Considerando a densidade do sangue igual à da água, $d = 1000 \text{ kg/m}^3$, a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, e que 1 mmHg de pressão equivale a 130 Pa, responda aos itens a seguir.

- Calcule qual seria o valor da pressão sistólica de uma pessoa normal caso o manguito fosse colocado em seu punho, conforme ilustra a figura 2. Justifique sua resposta, apresentando os cálculos envolvidos na resolução deste item.
- Sendo o valor da pressão sistólica medida na altura do coração igual a 120 mmHg, obtenha o valor da pressão arterial medida com a pessoa deitada, com o corpo todo em uma superfície plana, se o manguito for colocado no seu tornozelo. Justifique sua resposta.

- 24. Unesp** A diferença de pressão máxima que o pulmão de um ser humano pode gerar por inspiração é em torno de $0,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ou 0,1 atm. Assim, mesmo com a ajuda de um *snorkel* (respirador), um mergulhador não pode ultrapassar uma profundidade máxima, já que a pressão sobre os pulmões aumenta à medida que ele mergulha mais fundo, impedindo-os de inflarem.

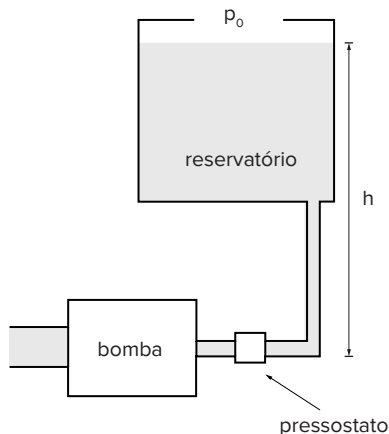


Considerando a densidade da água $\rho \cong 10^3 \text{ kg/m}^3$ e a aceleração da gravidade $g \cong 10 \text{ m/s}^2$, a profundidade máxima estimada, representada por h , a que uma pessoa pode mergulhar respirando com a ajuda de um *snorkel* é igual a:

- $1,1 \cdot 10^2 \text{ m}$
- $1,0 \cdot 10^2 \text{ m}$
- $1,1 \cdot 10^1 \text{ m}$
- $1,0 \cdot 10^1 \text{ m}$
- $1,0 \cdot 10^0 \text{ m}$

Manômetros e barômetro de Torricelli

- 25. Unicamp-SP 2022** Na ilustração da figura, uma bomba eleva óleo até um reservatório. Um pressostato instalado ao lado da bomba tem a função de ligá-la e de desligá-la conforme varia a altura h do nível do óleo.



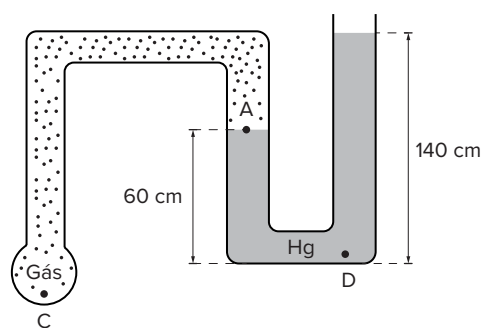
- a) A bomba é desligada quando a pressão manométrica no pressostato atinge o valor $p_m = 3,2 \cdot 10^5$ Pa. Lembrando que a pressão manométrica é dada por $p_m = p - p_0$, sendo p a pressão absoluta e p_0 a pressão atmosférica, e sabendo que a densidade do óleo em questão é $\rho_{\text{óleo}} = 8,0 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$, qual é o valor de h para que o pressostato desligue a bomba?
- b) Um elevador hidráulico faz uso da força exercida por um fluido, normalmente um óleo ou o ar. Num elevador residencial a vácuo, a força aplicada sobre a cabine verticalmente para cima é proveniente da diferença de pressão do ar na base e no teto da referida cabine. A parte inferior da base fica em contato com a atmosfera ambiente, portanto, na pressão atmosférica $p_0 = 100 \text{ kPa}$. Já na parte superior do teto, que é fechada hermeticamente, retira-se ar com uma bomba de vácuo, reduzindo-se a pressão. Qual deve ser a pressão p_{sup} na parte superior de uma cabine cilíndrica de massa $m = 300 \text{ kg}$ para que ela suba em movimento retilíneo uniforme? As áreas da base e do teto são idênticas e dadas por $A_{\text{base}} = A_{\text{teto}} = 1,5 \text{ m}^2$. Despreze qualquer força de atrito.

26. **UFRGS** A atmosfera terrestre é uma imensa camada de ar, com dezenas de quilômetros de altura, que exerce uma pressão sobre os corpos nela mergulhados: a pressão atmosférica. O físico italiano Evangelista Torricelli (1608-1647), usando um tubo de vidro com cerca de 1 m de comprimento completamente cheio de mercúrio, demonstrou que a pressão atmosférica ao nível do mar equivale à pressão exercida por uma coluna de mercúrio de 76 cm de altura. O dispositivo utilizado por Torricelli era, portanto, um tipo de barômetro, isto é, um aparelho capaz de medir a pressão atmosférica. A esse respeito, considere as seguintes afirmações.
- Se a experiência de Torricelli for realizada no cume de uma montanha muito alta, a altura da coluna de mercúrio será maior que ao nível do mar.
 - Se a experiência de Torricelli for realizada ao nível do mar, porém com água, cuja densidade é cerca de 13,6 vezes menor que a do mercúrio, a altura da coluna de água será aproximadamente igual a 10,3 m.

- III. Barômetros como o de Torricelli permitem, através da medida da pressão atmosférica, determinar a altitude de um lugar.
- Quais estão corretas?
- Apenas I.
 - Apenas II.
 - Apenas I e II.
 - Apenas II e III.
 - I, II e III.

27. **UEPB 2013** Em 1643, o físico italiano Evangelista Torricelli (1608-1647) realizou sua famosa experiência, medindo a pressão atmosférica por meio de uma coluna de mercúrio, inventando, assim, o barômetro. Após esta descoberta, suponha que foram muitos os curiosos que fizeram várias medidas de pressão atmosférica. Com base na experiência de Torricelli, pode-se afirmar que o maior valor para altura da coluna de mercúrio foi encontrado:
- no Pico do Jabre, ponto culminante do estado da Paraíba, no município de Maturéia.
 - no alto de uma montanha a 1500 metros de altitude.
 - no 10º andar de um prédio em construção na cidade de Campina Grande.
 - numa bonita casa de veraneio em João Pessoa, no litoral paraibano.
 - no alto do Monte Everest, o ponto culminante da Terra.
28. **UEPG-PR 2021** Observando a figura ilustrativa a seguir e sabendo que a pressão do gás dentro do reservatório vale 1400 mmHg, assinale o que for correto.

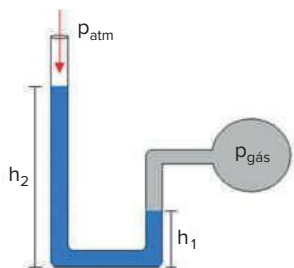
▶ Dado: 1 atm = 760 mmHg



- A pressão atmosférica tem um valor menor que 0,8 atm.
- As pressões exercidas sobre os pontos A e C são iguais.
- A pressão exercida sobre o ponto D, no fundo do êmbolo da direita, é maior que 2,5 atm.
- O princípio que deve ser aplicado para a análise das afirmativas anteriores é conhecido como "Teorema de Arquimedes".

Soma:

29. **Efomm-RJ 2017** O tipo de manômetro mais simples é o de tubo aberto, conforme a figura abaixo.



Uma das extremidades do tubo está conectada ao recipiente que contém um gás a uma pressão $p_{\text{gás}}$, e a outra extremidade está aberta para a atmosfera. O líquido dentro do tubo em forma de U é o mercúrio, cuja densidade é $13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

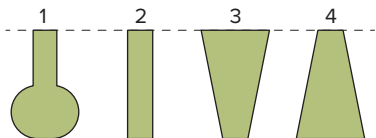
Considere as alturas $h_1 = 5,0 \text{ cm}$ e $h_2 = 8,0 \text{ cm}$. Qual é o valor da pressão manométrica do gás em pascal?

► **Dado:** $g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) $4,01 \cdot 10^3$ d) $4,9 \cdot 10^4$
 b) $4,08 \cdot 10^3$ e) $48,2 \cdot 10^2$
 c) $40,87 \cdot 10^2$

Vasos comunicantes

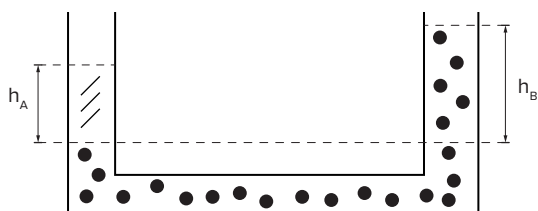
30. **UFSM-RS**



Esses quatro frascos de formatos diferentes estão totalmente cheios de um mesmo líquido. A pressão hidrostática no fundo dos frascos será:

- a) maior no frasco 1. d) maior no frasco 4.
 b) maior no frasco 2. e) igual em todos os frascos.
 c) maior no frasco 3.

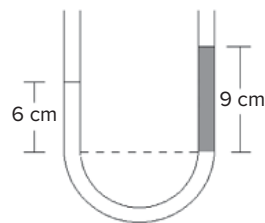
31. **FEI-SP 2020** Dois líquidos A e B imiscíveis foram colocados no tubo em U abaixo. Sabendo-se que a densidade do líquido A é $d_A = 1,20 \text{ g/cm}^3$ e a densidade do líquido B é $d_B = 0,80 \text{ g/cm}^3$, qual é a altura da coluna do líquido B?



- a) $h_B = 1,50h_A$ d) $h_B = 1,25h_A$
 b) $h_B = 1,20h_A$ e) $h_B = 0,96h_A$
 c) $h_B = 0,80h_A$

32. **UFRGS 2019** Em um tubo transparente em forma de U contendo água, verteu-se, em uma de suas extremidades,

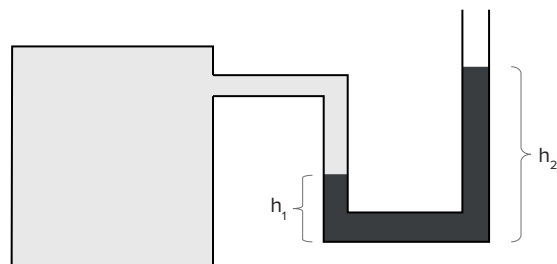
uma dada quantidade de um líquido não miscível em água. Considere a densidade da água igual a 1 g/cm^3 . A figura abaixo mostra a forma como ficaram distribuídos a água e o líquido (em cinza) após o equilíbrio.



Qual é, aproximadamente, o valor da densidade do líquido, em g/cm^3 ?

- a) 1,5. c) 0,9. e) 0,5.
 b) 1,0. d) 0,7.

33. **Efomm-RJ 2021** A figura mostra um recipiente que contém gás (porção à esquerda) em equilíbrio com um fluido de densidade 10^4 kg/m^3 (porção à direita). As alturas ocupadas pelo fluido nas colunas do recipiente são $h_1 = 10 \text{ cm}$ e $h_2 = 30 \text{ cm}$. A coluna da direita está em contato com a atmosfera.



Sabendo-se que a aceleração da gravidade é de 10 m/s^2 podemos afirmar que a diferença entre o valor da pressão do gás no compartimento e o valor da pressão atmosférica é de

- a) $2,1 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ d) $3,0 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$
 b) $2,0 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ e) $2,0 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$
 c) $1,2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

34. **UEM-PR 2020** Em vasos sanitários, o nível de água no sifão (ponto A) e no vaso (ponto B) é o mesmo na situação de equilíbrio hidrostático. No entanto, ao acionarmos a válvula de descarga, uma quantidade de água escoou para dentro do vaso, aumentando o nível de água nesse local. Em relação ao princípio de funcionamento de vasos sanitários, assinale o que for correto.

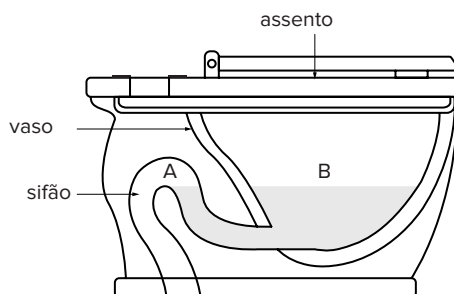
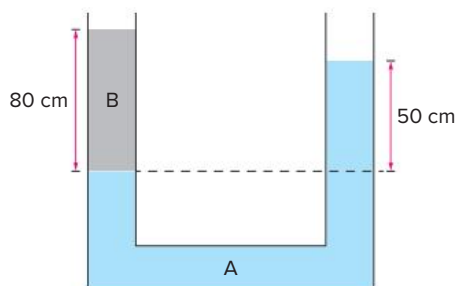


Figura: Perfil esquemático de um vaso sanitário.

- 01 Antes do acionamento da válvula de descarga, a pressão no ponto A é igual à pressão no ponto B.
- 02 Antes do acionamento da válvula de descarga, a pressão no ponto B é igual à pressão atmosférica.
- 04 De acordo com o teorema de Stevin, ao aumentarmos o nível de água dentro do vaso, uma pressão adicional será exercida sobre o ponto B.
- 08 Após o acionamento da válvula, surge uma diferença de pressão entre os pontos A e B que provoca o escoamento de água do vaso pelo sifão.
- 16 O sifão impede que o cheiro proveniente do encanamento de esgoto atinja o interior do vaso.

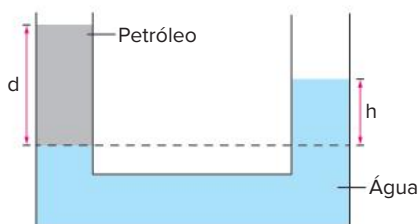
Soma:

35. **Unesp** O tubo aberto em forma de U da figura contém dois líquidos não miscíveis, A e B, em equilíbrio. As alturas das colunas de A e B, medidas em relação à linha de separação dos dois líquidos, valem 50 cm e 80 cm, respectivamente.



- a) Sabendo que a massa específica de A é $2,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, determine a massa específica do líquido B.
- b) Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e a pressão atmosférica igual a $1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, determine a pressão no interior do tubo na altura da linha de separação dos dois líquidos.

36. **UPE** A aparelhagem mostrada na figura abaixo é utilizada para calcular a densidade do petróleo. Ela é composta de um tubo em forma de U com água e petróleo.



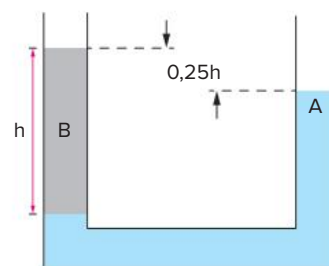
► **Dado:** considere a densidade da água igual a $1\,000 \text{ kg/m}^3$.

Considere $h = 4 \text{ cm}$ e $d = 5 \text{ cm}$. Pode-se afirmar que o valor da densidade do petróleo, em kg/m^3 , vale:

- a) 400 b) 800 c) 600 d) 1200 e) 300

37. **Unifesp** Um fluido A, de massa específica ρ_A , é colocado em um tubo curvo aberto, onde já existe um fluido B, de massa específica ρ_B . Os fluidos não se misturam

e, quando em equilíbrio, B preenche uma parte de altura h do tubo. Neste caso, o desnível entre as superfícies dos fluidos, que se encontram à pressão atmosférica, é de $0,25h$. A figura ilustra a situação descrita.

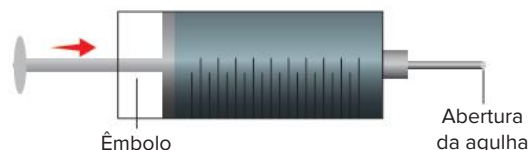


Considerando que as interações entre os fluidos e o tubo sejam desprezíveis, pode-se afirmar que a razão $\frac{\rho_B}{\rho_A}$ é:

- a) 0,75 b) 0,80 c) 1,0 d) 1,3 e) 1,5

Teorema de Pascal

38. **UFMS-RS 2013** Um certo medicamento, tratado como fluido ideal, precisa ser injetado em um paciente, empregando-se, para tanto, uma seringa.



Considere que a área do êmbolo seja 400 vezes maior que a área da abertura da agulha e despreze qualquer forma de atrito. Um acréscimo de pressão igual a P sobre o êmbolo corresponde a qual acréscimo na pressão do medicamento na abertura da agulha?

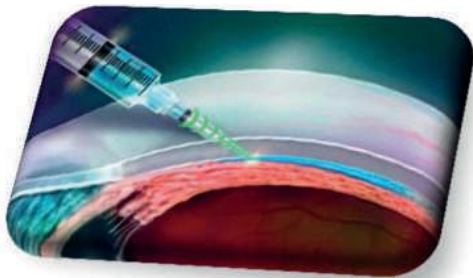
- a) ΔP b) $200\Delta P$ c) $\frac{\Delta P}{200}$ d) $400\Delta P$ e) $\frac{\Delta P}{400}$

39. **UEPG-PR 2020** Para o estudo da Hidrostática, necessitamos entender alguns princípios e conceitos. A esse respeito, assinale o que for correto.

- 01 A pressão é uma grandeza escalar e sua equação dimensional é $[p] = \text{ML T}^{-2}$.
- 02 O princípio de Pascal nos diz que “os acréscimos de pressão aplicados num ponto, em um líquido em equilíbrio, são transmitidos integralmente a todos os pontos do líquido e às paredes do recipiente que o contém”.
- 04 O elevador hidráulico de um posto de automóveis é um dispositivo multiplicador de energia.
- 08 Todo corpo mergulhado em um fluido em equilíbrio recebe uma força de direção vertical e sentido para cima e sua massa é igual à do fluido deslocado.
- 16 O princípio de Stevin nos afirma que “a diferença de pressão entre dois pontos de um fluido, em equilíbrio, é igual ao produto da massa específica do fluido, pela aceleração da gravidade e pelo desnível entre os pontos considerados”.

Soma:

40. UFSC 2019 O uso de agulhas para a aplicação de remédios intravenosos (dentro de uma veia) existe há muito tempo e requer perícia por parte do profissional de saúde, principalmente quando são utilizadas em regiões delicadas como, por exemplo, o espaço supra-orbitário, na parte posterior do olho, onde a agulha deve parar após a transição pela esclera, tecido com menos de 1 milímetro de espessura, para evitar danificar a retina. Para resolver esse problema, foi criada uma agulha inteligente, que possui um sensor que percebe a densidade de cada tecido que está atravessando, e o injetor inteligente utiliza as diferenças de pressão para permitir o movimento da agulha até o tecido-alvo, podendo assim avisar ao aplicador onde deve injetar o medicamento.



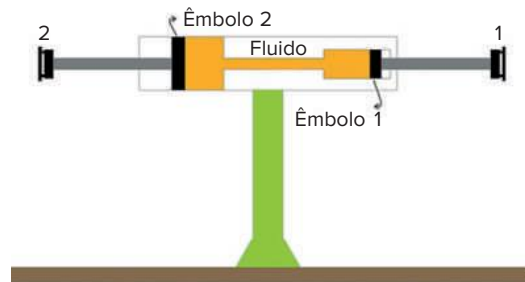
Disponível em: <https://www.ultimasnoticias.inf.br/noticia/pesquisadores-desenvolvem-agulha-inteligente/>. [Adaptado]. Acesso em: 17 mar. 2019.

Sobre o assunto abordado e com base no exposto acima, é correto afirmar que:

- 01** segundo o princípio de Arquimedes, a pressão exercida sobre os líquidos é transmitida para todos os pontos do líquido.
- 02** quando o êmbolo da seringa é pressionado, o remédio sofre uma pressão que será transmitida apenas em uma direção do remédio.
- 04** a força aplicada no êmbolo da seringa tem o mesmo módulo da força que o remédio aplica sobre o tecido.
- 08** a densidade é uma grandeza relacionada com a concentração de massa em certo volume.
- 16** quanto mais denso o tecido, maior é a pressão que ele exerce sobre o bico injetor da agulha.

Soma:

41. UFSC 2019 No Circo da Física, o público também pode se divertir com uma atração chamada Barra de Guerra, uma adaptação do tradicional cabo de guerra em que os participantes empurram uma barra em vez de puxar uma corda. Dois participantes, com portes físicos semelhantes, são convidados a empurrar a barra, um na posição 1 e outro na posição 2. Curiosamente, o participante de determinado lado sempre considera sua tarefa mais fácil do que o outro. O que o público não sabe é que, no interior da estrutura cilíndrica pela qual a barra passa, há um sistema que contém um fluido em equilíbrio e dois êmbolos de diâmetros D_1 e $D_2 = 2D_1$, conforme a figura a seguir.



Com base no exposto anteriormente e na figura, é correto afirmar que:

- 01** para equilibrar a força aplicada pelo participante da posição 1, o participante da posição 2 deverá aplicar uma força duas vezes maior.
- 02** do ponto de vista da Física, o participante que ficar na posição 1 terá vantagem sobre o participante que ficar na posição 2.
- 04** as alterações de pressão provocadas no fluido pelo movimento do êmbolo 1 serão transmitidas integralmente para todos os pontos do fluido.
- 08** como as forças aplicadas pelos participantes da posição 1 e da posição 2 para manter a barra em equilíbrio são diferentes, o sistema viola o princípio de conservação de energia.
- 16** quando está vencendo, o participante da posição 1 empurra a barra uma distância maior que a distância na qual a barra do participante da posição 2 se move.

Soma:

42. EsPCEEx-SP 2013 Um elevador hidráulico de um posto de gasolina é acionado por um pequeno êmbolo de área igual a $4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. O automóvel a ser elevado tem peso de $2 \cdot 10^4 \text{ N}$ e está sobre o êmbolo maior de área $0,16 \text{ m}^2$. A intensidade mínima da força que deve ser aplicada ao êmbolo menor para conseguir elevar o automóvel é de:
a) 20 N b) 40 N c) 50 N d) 80 N e) 120 N

43. UEM-PR 2019 Considere fluidos incompressíveis, não viscosos e em regime estacionário. Assinale o que for correto.

- 01** A velocidade de um fluido em um tubo de diâmetro variável é menor na região de menor área de seção transversal.
- 02** A pressão de um fluido em um tubo horizontal de diâmetro variável é maior na região de maior velocidade.
- 04** A pressão de um fluido em movimento em um tubo de diâmetro constante é menor na região de maior altura.
- 08** A movimentação ascendente ou descendente de submarinos submersos no mar pode ser explicada pela equação de Bernoulli.
- 16** A elevação de um automóvel sobre um dos pistões de uma prensa hidráulica pode ser explicada pelo princípio de Pascal.

Soma:

Empuxo

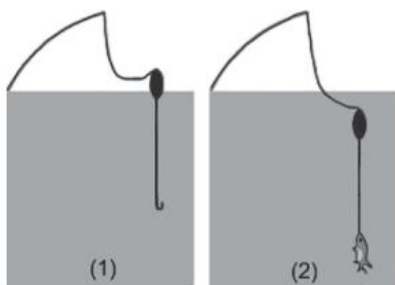
44. FEI-SP 2021 Na Engenharia Naval, os conceitos relacionados ao princípio de Arquimedes se destacam por explicar se um corpo imerso em água pode afundar ou não. O princípio de Arquimedes diz que todo o corpo totalmente imerso ou parcialmente imerso em um líquido qualquer fica sujeito a uma força vertical de baixo para cima, igual ao peso da porção de líquido deslocado pelo corpo. Essa força na vertical de baixo para cima recebe o nome de empuxo (E), que se contrapõe à força peso (P). A partir das considerações acima, em qual condição é correto afirmar que um corpo afunda quando está imerso em um líquido?

- Se $P > E$, o corpo afunda porque a densidade do corpo é igual à densidade do líquido.
- Se $P < E$, o corpo afunda porque a densidade do corpo é maior do que a densidade do líquido.
- Se $P > E$, o corpo afunda porque a densidade do corpo é menor do que a densidade do líquido.
- Se $P = E$, o corpo afunda porque a densidade do corpo é maior do que a densidade do líquido.
- Se $P > E$, o corpo afunda porque a densidade do corpo é maior do que a densidade do líquido.

45. EEAR-SP 2021 Assinale a alternativa que indica corretamente a razão entre o empuxo e o volume deslocado para um objeto que afunda na água (densidade da água igual a 1 g/cm^3). Considere o módulo da aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 .

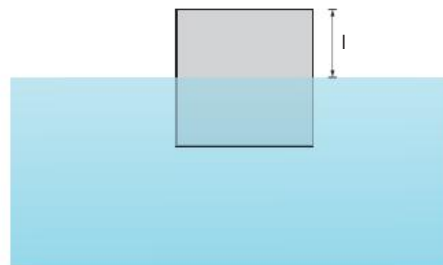
- $1 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$
- $10 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$
- $10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$
- $10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$

46. Unicamp-SP 2019 Em uma pescaria é utilizada uma linha com boia e anzol. Inicialmente, na posição de espera, a linha acima da boia mantém-se frouxa e a boia flutua, ficando com $1/3$ do seu volume submerso (figura 1). Quando o peixe é fisgado, a boia é puxada, ficando totalmente submersa e momentaneamente parada; simultaneamente, a linha que a une ao anzol fica esticada verticalmente (figura 2). A parte superior da linha, acima da boia, mantém-se frouxa. Nessa situação, quanto vale o módulo da tensão da linha que une a boia ao anzol? Despreze as massas da linha e do anzol, bem como o atrito viscoso com a água.



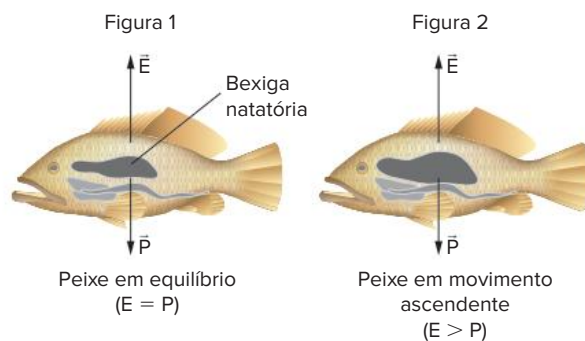
- O peso da boia.
- O dobro do peso da boia.
- O peso do peixe menos o peso da boia.
- O peso do peixe menos o dobro do peso da boia.

47. FPS-PE 2019 A figura mostra um cubo de madeira de $4,0 \text{ cm}$ de aresta colocado dentro de um recipiente com água à temperatura ambiente. Verifica-se que um comprimento $l = 1,0 \text{ cm}$ fica para fora da superfície de água. Determine a densidade média (ou massa específica) da madeira. Dê sua resposta em g/cm^3 . Considere que a densidade da água é $1,0 \text{ g/cm}^3$.



- $0,25 \text{ g/cm}^3$
- $0,85 \text{ g/cm}^3$
- $0,45 \text{ g/cm}^3$
- $0,75 \text{ g/cm}^3$
- $0,55 \text{ g/cm}^3$

48. Unesp 2012 A maioria dos peixes ósseos possui uma estrutura chamada vesícula gasosa ou bexiga natatória, que tem a função de ajudar na flutuação do peixe. Um desses peixes está em repouso na água, com a força peso, aplicada pela Terra, e o empuxo, exercido pela água, equilibrando-se, como mostra a figura 1. Desprezando a força exercida pelo movimento das nadadeiras, considere que, ao aumentar o volume ocupado pelos gases na bexiga natatória, sem que a massa do peixe varie significativamente, o volume do corpo do peixe também aumente. Assim, o módulo do empuxo supera o da força peso, e o peixe sobe (figura 2).



Na situação descrita, o módulo do empuxo aumenta, porque:

- é inversamente proporcional à variação do volume do corpo do peixe.
- a intensidade da força peso, que age sobre o peixe, diminui significativamente.
- a densidade da água na região ao redor do peixe aumenta.
- depende da densidade do corpo do peixe, que também aumenta.
- o módulo da força peso da quantidade de água deslocada pelo corpo do peixe aumenta.

49. **UFRGS 2020** Em 16 de julho de 1969, o foguete Saturno V, com aproximadamente 3000 toneladas de massa, foi lançado carregando a cápsula tripulada Apollo 11, que pousaria na Lua quatro dias depois.

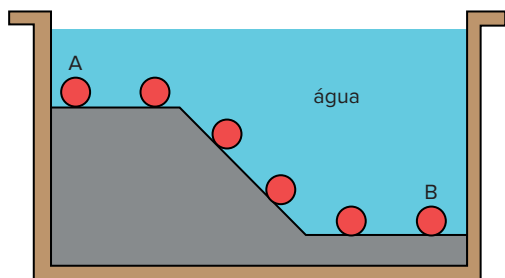


Na preparação para executarem tarefas na Lua, onde o módulo da aceleração da gravidade é cerca de $1/6$ do módulo da aceleração da gravidade na superfície da Terra, astronautas em trajes espaciais praticam totalmente submersos em uma piscina, em um centro de treinamento.

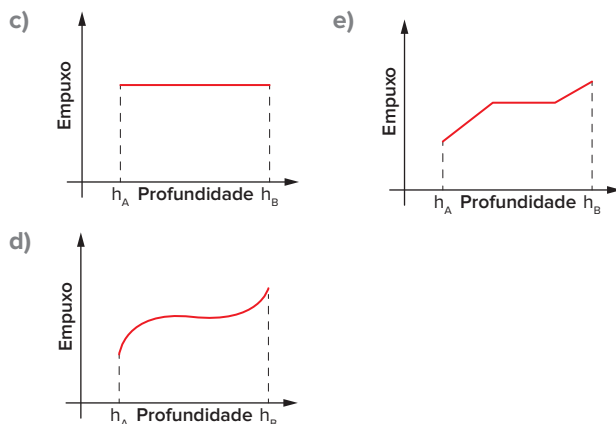
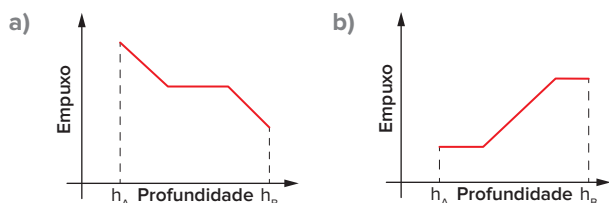
Como um astronauta com um traje espacial tem peso de módulo P na Terra, qual deve ser o módulo da força de empuxo para que seu peso aparente na água seja igual ao peso na Lua?

- a) $\frac{P}{6}$. b) $\frac{P}{3}$. c) $\frac{P}{2}$. d) $\frac{2P}{3}$. e) $\frac{5P}{6}$.

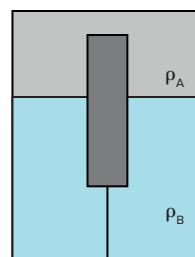
50. **Uefs-BA 2017** Uma esfera de massa e volume constantes está totalmente imersa em uma piscina com água em equilíbrio estático e densidade constante. O fundo da piscina apresenta um declive e em determinado intervalo de tempo a esfera rola, em movimento uniforme, indo do ponto A ao ponto B, conforme a figura.



Assinale a alternativa que representa corretamente o gráfico da intensidade do empuxo exercido pela água da piscina sobre a esfera em função da profundidade (h), no trajeto de A para B.



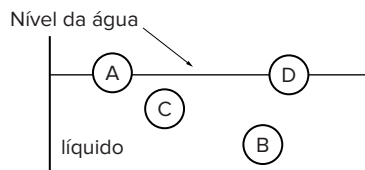
51. **EPCar-MG 2022** Uma barra homogênea e impermeável de massa específica ρ é mantida presa, por um fio ideal, ao fundo de um tanque que contém dois líquidos não miscíveis, de densidades ρ_A e ρ_B , conforme a figura abaixo:



Para que seja nula a tração no fio, a razão entre o volume da barra que fica submersa apenas no líquido de densidades ρ_A e o seu volume total, pode ser expressa por:

- a) $\frac{\rho - \rho_A}{\rho_B - \rho_A}$ c) $\frac{\rho_A - \rho}{\rho_B + \rho_A}$
 b) $\frac{3(\rho_A + \rho_B)}{\rho_A - \rho_B}$ d) $\frac{\rho - \rho_B}{\rho_A - \rho_B}$

52. **EsPCEX-SP 2017** Quatro objetos esféricos A, B, C e D, sendo respectivamente suas massas m_A , m_B , m_C e m_D , tendo as seguintes relações $m_A > m_B$ e $m_B = m_C = m_D$, são lançados dentro de uma piscina contendo um líquido de densidade homogênea. Após algum tempo, os objetos ficam em equilíbrio estático. Os objetos A e D mantêm metade de seus volumes submersos e os objetos C e B ficam totalmente submersos conforme o desenho abaixo.

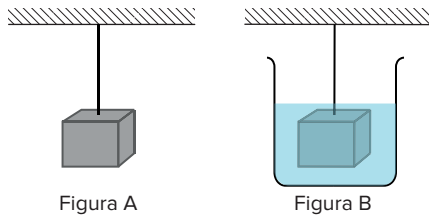


Desenho ilustrativo – Fora de escala

Sendo V_A , V_B , V_C e V_D os volumes dos objetos A, B, C e D, respectivamente, podemos afirmar que

- a) $V_A = V_D > V_C = V_B$ d) $V_A < V_D = V_B = V_C$
 b) $V_A = V_D > V_C > V_B$ e) $V_A = V_D < V_C < V_B$
 c) $V_A > V_D > V_B = V_C$

- 53. Unioeste-PR 2019** Um bloco maciço de ferro, de massa $m = 500 \text{ g}$, está suspenso por um cabo preso a uma superfície fixa (Figura A). O bloco é então submerso em água (Figura B). Considere desprezíveis tanto a massa do cabo como o empuxo do ar. Considere a densidade do ferro igual a $7,90 \text{ g/cm}^3$ e da água igual a $1,00 \text{ g/cm}^3$. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

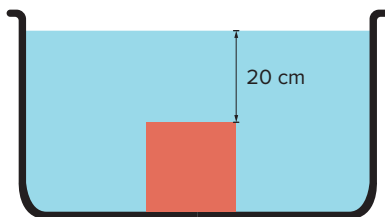


Os módulos aproximados da força de tensão no cabo antes da submersão do bloco na água (Figura A) e depois da submersão (Figura B), considerando o bloco em repouso nas duas situações, são, respectivamente:

- $5,00 \text{ N}$ e $4,37 \text{ N}$
- $5,00 \cdot 10^3 \text{ N}$ e $6,3 \cdot 10^2 \text{ N}$
- Ambos são nulos.
- $5,00 \text{ N}$ e $1,33 \text{ N}$
- $5,00 \cdot 10^3 \text{ N}$ e $6,3 \cdot 10^{-1} \text{ N}$

- 54. FCMSCSP 2022** Um bloco, de peso $24,0 \text{ N}$, foi colocado em um recipiente de fundo plano e horizontal que continha álcool.

O bloco afundou até atingir o fundo do recipiente, como mostrado na figura, situação na qual a intensidade da força exercida pelo fundo do recipiente sobre o bloco é igual a $8,0 \text{ N}$.

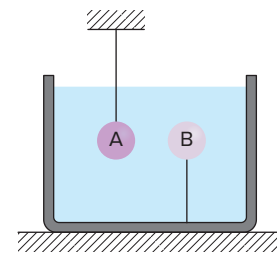


- Por meio de um vetor e tendo a figura como referência, represente a direção e o sentido do empuxo exercido pelo líquido sobre o bloco e calcule a intensidade desse empuxo, em newtons.
- Sabe-se que a face superior do bloco tem área igual a $2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ e que é paralela à superfície do líquido, que a aceleração gravitacional é 10 m/s^2 e que a massa específica do álcool é $8,0 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$. Calcule a pressão, em pascals, e a intensidade da força, em newtons, que o líquido exerce na face superior do bloco.

- 55. UFSCar-SP 2016** Quando um barco flutua na água, fica sujeito a duas forças verticais, peso e empuxo, de mesma intensidade e sentidos opostos. Ao receber uma carga, o barco tem sua linha d'água deslocada para cima, isto é, uma parte maior do seu volume fica imersa. Nessas condições, é correto afirmar que seu peso aumenta e a intensidade do empuxo

- diminui, independentemente da variação da intensidade do peso.
- não se altera, mesmo com qualquer variação da intensidade do peso.
- aumenta mais que o aumento da intensidade do peso.
- aumenta com a mesma intensidade do aumento do peso.
- aumenta menos que o aumento da intensidade do peso.

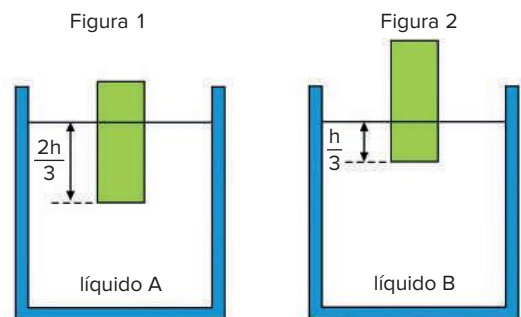
- 56. Unesp 2012** Duas esferas, A e B, maciças e de mesmo volume, são totalmente imersas num líquido e mantidas em repouso pelos fios mostrados na figura. Quando os fios são cortados, a esfera A desce até o fundo do recipiente e a esfera B sobe até a superfície, onde passa a flutuar, parcialmente imersa no líquido.



Se P_A e P_B os módulos das forças peso de A e B, e E_A e E_B os módulos das forças empuxo que o líquido exerce sobre as esferas quando elas estão totalmente imersas, é correto afirmar que:

- $P_A < P_B$ e $E_A = E_B$
- $P_A < P_B$ e $E_A < E_B$
- $P_A > P_B$ e $E_A > E_B$
- $P_A > P_B$ e $E_A < E_B$
- $P_A > P_B$ e $E_A = E_B$

- 57. Uefs-BA 2018** Um cilindro homogêneo de altura h pode flutuar em equilíbrio quando colocado em dois líquidos, A e B. No líquido A, o cilindro flutua de acordo com a figura 1 e, no líquido B, de acordo com a figura 2.



Se d_A e d_B as densidades dos líquidos A e B, é correto afirmar que

- $d_B = 2 \cdot d_A$
- $d_B = 3 \cdot d_A$
- $d_B = \frac{3}{2} \cdot d_A$
- $d_B = \frac{4}{3} \cdot d_A$
- $d_B = \frac{1}{2} \cdot d_A$

58. Uepa 2016 Em um episódio do desenho animado brasileiro “Show da Luna”, que mistura entretenimento e informação científica voltados para o público infantil, as personagens principais descobrem, ao brincar com diferentes alimentos em uma piscina inflável cheia de água, que uma uva e uma castanha afundam quando abandonadas nesse líquido, diferentemente de uma maçã, de uma laranja e de uma melancia, que flutuam mantendo apenas parte de seus volumes submersos. A tabela abaixo apresenta alguns dados aproximados dos vegetais que aparecem no episódio:

	Melancia	Maçã	Laranja	Uva	Castanha
Massa (g)	12 000	160	145	15	10
Volume (cm ³)	15 000	200	160	13,5	9

Admitindo que nas condições da brincadeira, as forças dissipativas possam ser desprezadas, analise as seguintes afirmações:

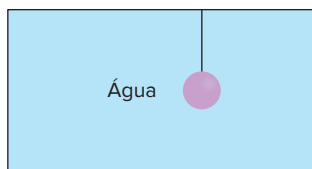
- I. Quanto maior for a fruta ou semente, maior será sua tendência a flutuar na água.
- II. O empuxo exercido pela água na melancia foi maior do que o empuxo exercido na laranja.
- III. A castanha afundou mais rapidamente do que a uva.
- IV. O percentual de volume submerso da laranja foi de aproximadamente 90%.

A alternativa que contém todas as afirmativas corretas é:

► **Dado:** Densidade da água = 1,0 g/cm³

- a) I e III. c) II e III. e) III e IV.
b) I e IV. d) II e IV.

59. UFPE A figura mostra uma esfera de ferro, de densidade $d = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ e volume $V = 10^{-3} \text{ m}^3$, submersa em água. A esfera está pendurada por um fio fino e inextensível, que está preso à tampa do aquário. Determine a tensão no fio, em newtons.



60. UEM-PR 2021 Assinale o que for **correto**.

- 01 Quando um corpo é mergulhado em um líquido, esse líquido exerce pressão em todos os pontos desse corpo.
- 02 A densidade ou massa específica de um corpo é dada pela razão entre a massa e o volume desse corpo.
- 04 A pressão que uma força exerce sobre uma área é diretamente proporcional a essa área.
- 08 O módulo do empuxo exercido sobre um corpo mergulhado em um líquido é igual ao volume do líquido deslocado por esse corpo.

16 A variação da pressão entre dois pontos no interior de um líquido é proporcional ao produto da densidade do líquido pela aceleração gravitacional e pela diferença de profundidade entre esses dois pontos.

Soma:

61. UEL-PR 2012 A areia monazítica, abundante no litoral do Espírito Santo até o final do século XIX, é rica em tório e foi contrabandeada para outros países durante muitos anos sob a falsa alegação de lastrear navios. O lastro tem por objetivo afundá-los na água, até certo nível, conferindo estabilidade para a navegação. Se uma embarcação tem massa de 50 000 kg, qual deverá ser a massa de lastro de areia monazítica, em toneladas, para que esse navio lastreado desloque um volume total de 1000 m³ de água do mar? Considere a densidade da água do mar igual a 1 g/cm³.

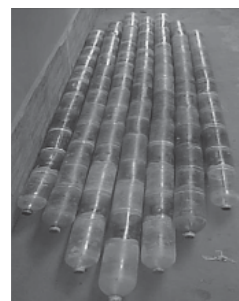
- a) 180 b) 500 c) 630 d) 820 e) 950

62. Famerp-SP 2020 Durante uma festa infantil, em um local em que a aceleração gravitacional é igual a 10 m/s², um balão de gás, de volume $3,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ e peso $3,3 \cdot 10^{-2} \text{ N}$, escapou da mão de uma criança e atingiu o teto da sala, onde ficou em equilíbrio estático.



- a) Determine a massa do balão, em kg, e a sua densidade, em kg/m³.
- b) Considerando a densidade do ar igual a 1,3 kg/m³, calcule a intensidade da força, em newtons, que o teto exerce sobre o balão.

63. Acafe-SC 2020 A reciclagem é uma atividade importante para a sustentabilidade do planeta. Ela pode ocorrer tanto com a matéria prima que constitui um determinado objeto, como com o próprio objeto que pode ser reutilizado para desempenhar novamente sua função ou criar outros objetos. Pensando nesta reciclagem, surfistas criaram, a partir de garrafas PET de 2 litros, uma prancha de Stand Up com 93 dessas garrafas, como mostra a figura a seguir.



Neste sentido, considere uma surfista que deseja testar a flutuabilidade dessa prancha. Para isso, ela fica de pé sobre a prancha em uma piscina e percebe que ela flutua bem.

Desconsiderando o peso das garrafas e sabendo que elas ficaram com $1/3$ de seu volume submerso, marque a alternativa que indica, em kg, a massa da surfista.

▶ **Dado:** massa específica da água $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$.

- a) 55 b) 31 c) 93 d) 62

- 64. UPF-RS 2019** Durante uma experiência, um estudante de Física, no interior de uma piscina cheia de água, enche com um gás leve um balão feito com uma borracha de peso desprezível. Enquanto o estudante enche o balão, dois colegas seguram firmemente esse balão no fundo da piscina. Quando completamente cheio e vedado, o balão tem uma massa de gás de 500 g no seu interior e ocupa um volume de $0,02 \text{ m}^3$. Desconsiderando a força peso que atua sobre o balão, é possível afirmar que quando os estudantes o soltam, o balão sobe com uma aceleração, em m/s^2 , de

▶ **Dados:** Considere a densidade da água da piscina de 1100 kg/m^3 e a aceleração gravitacional de 10 m/s^2 .

- a) 440 c) 44 e) 4 400
b) 22 d) 2 200

- 65. Efoimm-RJ 2020** Uma esfera de densidade ρ_{esf} está próxima à superfície de um lago calmo e totalmente submersa quando é solta, demorando 4,0 s para atingir a profundidade de $h = 40,0 \text{ m}$. Suponha que a densidade do lago seja $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$. Qual é, então, a densidade da esfera?

▶ **Dado:** Considere $g = 10,0 \text{ m/s}^2$

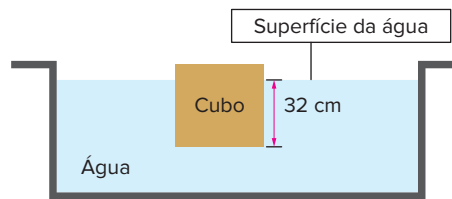
- a) $0,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ d) $4,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
b) $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ e) $8,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
c) $2,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

- 66. UFPR 2012** Um reservatório contém um líquido de densidade $\rho_L = 0,8 \text{ g/cm}^3$. Flutuando em equilíbrio hidrostático nesse líquido, há um cilindro com área da base de 400 cm^2 e altura de 12 cm. Observa-se que as bases desse cilindro estão paralelas à superfície do líquido e que somente $1/4$ da altura desse cilindro encontra-se acima da superfície.

Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, assinale a alternativa que apresenta corretamente a densidade do material desse cilindro.

- a) $0,24 \text{ g/cm}^3$ c) $0,48 \text{ g/cm}^3$ e) $0,12 \text{ g/cm}^3$
b) $0,80 \text{ g/cm}^3$ d) $0,60 \text{ g/cm}^3$

- 67. EsPCEX-SP 2014** Um cubo maciço e homogêneo, com 40 cm de aresta, está em equilíbrio estático flutuando em uma piscina, com parte de seu volume submerso, conforme desenho a seguir.



Desenho ilustrativo – Fora de escala

Sabendo-se que a densidade da água é igual a 1 g/cm^3 e a distância entre o fundo do cubo (face totalmente submersa) e a superfície da água é de 32 cm, então a densidade do cubo:

- a) $0,20 \text{ g/cm}^3$ c) $0,60 \text{ g/cm}^3$ e) $0,80 \text{ g/cm}^3$
b) $0,40 \text{ g/cm}^3$ d) $0,70 \text{ g/cm}^3$

- 68. UEPG-PR 2021** Com base nos princípios de Stevin, de Pascal e de Arquimedes, fundamentais para o estudo da Hidrostática, assinale o que for correto.

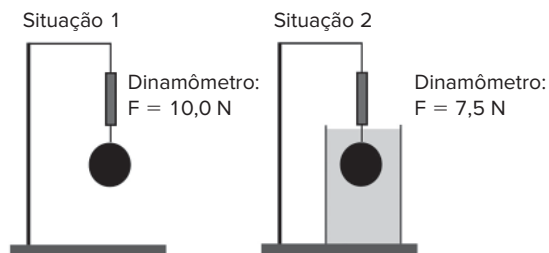
▶ **Dado:** módulo de $g = 10 \text{ m/s}^2$

- 01** As massas específicas da cortiça e do ferro, à temperatura de $20 \text{ }^\circ\text{C}$, valem, respectivamente, 240 kg/m^3 e $7,8 \text{ g/cm}^3$. Logo, a densidade relativa do ferro em relação à cortiça vale 32,5.
02 A prensa hidráulica é considerada um tipo de máquina simples, multiplicadora de força. Portanto, para uma prensa hidráulica, as grandezas “força” (aplicada nos êmbolos) e “deslocamentos” (sufridos pelo fluido em cada ramo da prensa) são inversamente proporcionais.
04 O peso específico (ρ) de um corpo, constituído por um material de massa específica (μ), tem como equação dimensional $[\rho] = \text{ML}^{-2}\text{T}^{-2}$.
08 Um navio, de massa $4 \cdot 10^4$ toneladas, flutua na água. Sendo o empuxo aplicado ao navio, dado pelo produto da massa específica da água, pela aceleração da gravidade e pelo volume que estiver submerso, podemos afirmar que esse empuxo vale $4 \cdot 10^8 \text{ N}$.

Soma:

Empuxo – balanças e dinamômetros

- 69. Cefet-MG 2020** Uma esfera tem seu peso mensurado por um dinamômetro em duas situações. Na primeira, a esfera está pendurada no ar, e, na segunda, ela está mergulhada em água.

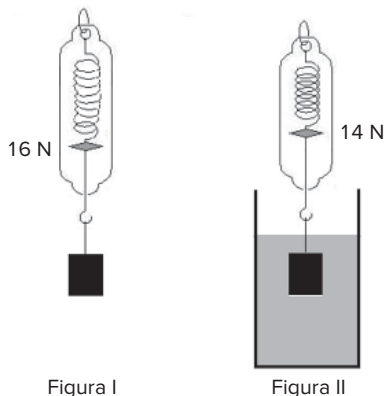


Considerando os dados da figura, o valor do empuxo, em newtons, que a esfera recebe ao ser mergulhada na água é igual a

- a) 17,5. b) 10,0. c) 7,5. d) 2,5.

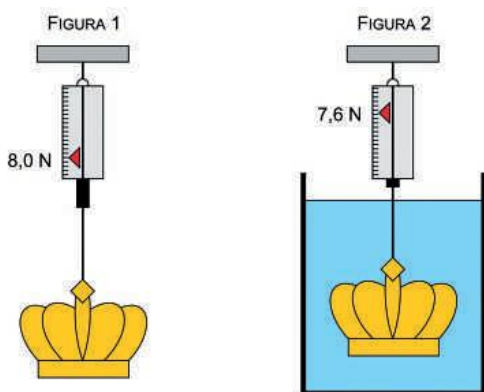
- 70. UFRGS 2018** A figura I representa um corpo metálico maciço, suspenso no ar por um dinamômetro, que registra o valor 16 N.

A figura II representa o mesmo corpo totalmente submerso na água, e o dinamômetro registra 14 N.



Desprezando o empuxo do ar e considerando a densidade da água $\rho_a = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ e a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, o volume e a densidade do corpo são, respectivamente,

- $2,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ e $10,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
 - $2,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ e $8,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
 - $2,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ e $7,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
 - $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ e $8,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
 - $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ e $7,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
- 71. Unifesp 2020** Para determinar a densidade de uma coroa metálica maciça, foi realizado um experimento em que ela foi pendurada em um dinamômetro ideal por dois modos diferentes: um no ar e outro totalmente imersa na água em equilíbrio contida em um recipiente, de acordo com as figuras 1 e 2, respectivamente. Na primeira situação, o dinamômetro indicou 8,0 N e, na segunda situação, indicou 7,6 N.



Sabendo que a densidade da água é 10^3 kg/m^3 e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$,

- represente as forças que agem na coroa na situação da figura 2 e calcule a massa dessa coroa, em kg.
- calcule a densidade, em kg/m^3 , dessa coroa.

- 72. UFPR** Um objeto esférico de massa 1,8 kg e densidade de $4,0 \text{ g/cm}^3$, ao ser completamente imerso em um líquido, apresenta um peso aparente de 9,0 N. Considerando a aceleração da gravidade com módulo igual a g , faça o que se pede:

- Determine o valor da densidade desse líquido.
- Indique qual princípio físico teve que ser utilizado, necessariamente, na resolução desse problema.

- 73. Unifesp** Em uma atividade experimental, um estudante pendura um pequeno bloco metálico em um dinamômetro. Em seguida, ele imerge inteiramente o bloco pendurado em um determinado líquido contido em uma proveta; o bloco não encosta nem no fundo nem nas paredes da proveta. Por causa dessa imersão, o nível do líquido na proveta sobe 10 cm^3 e a marcação do dinamômetro se reduz em 0,075 N.

- Represente o bloco imerso no líquido e as forças exercidas sobre ele, nomeando-as.
- Determine a densidade do líquido.

▶ Adote: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Hidrodinâmica

- 74. UFSM-RS** Movida pela energia solar, a água do nosso planeta é levada dos oceanos para a atmosfera e, então, para a terra, formando rios que a conduzem de volta ao mar. Em um rio ou tubulação, a taxa correspondente ao volume de água que flui por unidade de tempo é denominada vazão. Se a água que flui por uma mangueira enche um recipiente de 1 L em 20 s, a vazão nessa mangueira, em m^3/s , é:

- $5 \cdot 10^{-2}$.
- $2 \cdot 10^{-3}$.
- $5 \cdot 10^{-5}$.
- 20.
- 50.

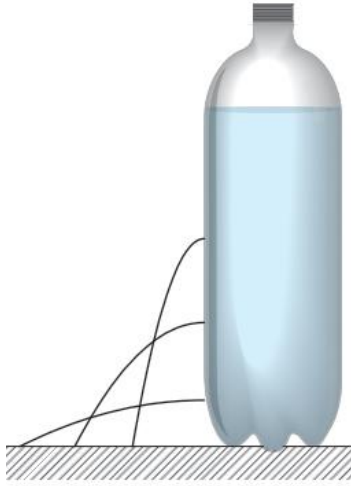
- 75. UPE 2014** Um tanque de uma refinaria de petróleo deve ser preenchido com $36\,000 \text{ m}^3$ de óleo. Esse processo será realizado por um navio petroleiro que está carregado com $100\,000 \text{ m}^3$ de óleo. Sabendo que a vazão de transferência de óleo do navio para o tanque é igual a 100 litros por segundo, estime a quantidade de dias necessários para a conclusão da transferência.

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

- 76. UFJF-MG 2018** Para economizar energia, você contratou uma bomba hidráulica, chamada Maria Emmy, que instalou um sistema de aquecimento solar para um reservatório de água. O reservatório é conectado ao chuveiro de sua casa por 12 metros de tubulação com diâmetro de 1 cm. Quando a torneira é aberta, o chuveiro apresenta uma vazão constante de 6 litros por minuto. Quanto tempo você deve esperar para começar a cair água quente no chuveiro? Utilize $\pi = 3$.

- 18 s
- 9 s
- 36 s
- 2,25 s
- 5,5 s

- 77. Enem 2013** Para realizar um experimento com uma garrafa PET cheia de água, perfurou-se a lateral da garrafa em três posições a diferentes alturas. Com a garrafa tampada, a água não vazou por nenhum dos orifícios, e, com a garrafa destampada, observou-se o escoamento da água, conforme ilustrado na figura.



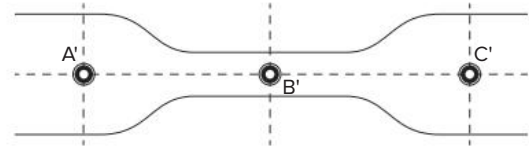
Como a pressão atmosférica interfere no escoamento da água, nas situações com a garrafa tampada e destampada, respectivamente?

- Impede a saída de água, por ser maior que a pressão interna; não muda a velocidade de escoamento, que só depende da pressão da coluna de água.
- Impede a saída de água, por ser maior que a pressão interna; altera a velocidade de escoamento, que é proporcional à pressão atmosférica na altura do furo.
- Impede a entrada de ar, por ser menor que a pressão interna; altera a velocidade de escoamento, que é proporcional à pressão atmosférica na altura do furo.
- Impede a saída de água, por ser maior que a pressão interna; regula a velocidade de escoamento, que só depende da pressão atmosférica.
- Impede a entrada de ar, por ser menor que a pressão interna; não muda a velocidade de escoamento, que só depende da pressão da coluna de água.

- 78. Unicamp-SP 2017** A microfluídica é uma área de pesquisa que trabalha com a manipulação precisa de líquidos em canais com dimensões submilimétricas, chamados de microcanais, possibilitando o desenvolvimento de sistemas miniaturizados de análises químicas e biológicas. Considere que uma seringa com êmbolo cilíndrico de diâmetro $D = 4$ mm seja usada para injetar um líquido em um microcanal cilíndrico com diâmetro de $d = 500 \mu\text{m}$. Se o êmbolo for movido com uma velocidade de $V = 4$ mm/s, a velocidade v do líquido no microcanal será de

- 256,0 mm/s.
- 32,0 mm/s.
- 62,5 $\mu\text{m/s}$.
- 500,0 $\mu\text{m/s}$.

- 79. UFSM-RS 2013** A arteriosclerose consiste no estreitamento dos vasos sanguíneos devido, principalmente, ao acúmulo de placas de gordura nas paredes desses vasos. A figura representa esquematicamente essa situação. A, B e C representam três seções retas e contêm, respectivamente, os pontos A', B' e C', que se encontram no mesmo nível.



Considerando o sangue como um fluido ideal, que escoar em regime estacionário, marque verdadeira (V) ou falsa (F) em cada afirmativa a seguir.

- O módulo da velocidade do sangue em A' é igual ao módulo da velocidade do sangue em C'.
- A pressão do sangue em B é maior que a pressão do sangue em A.
- A vazão do sangue em B é menor que a vazão do sangue em A.

A sequência correta é:

- V – F – V
- F – F – V
- V – V – F
- F – V – V
- V – F – F

- 80. Acafe-SC 2017** Seja um recipiente de altura h , cheio de um líquido, que em sua base possui um orifício circular de diâmetro d . O tempo para esvaziar completamente o líquido por esse orifício é dado por

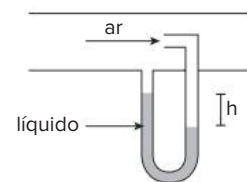
$$t = k \cdot \frac{h}{\sqrt{d}} \text{ onde } k \text{ é uma constante. Um segundo}$$

recipiente nas mesmas condições do anterior tem 16 orifícios circulares, mas com a condição de que a soma das áreas dos mesmos seja igual a área do único orifício do primeiro recipiente.

O tempo necessário para esvaziar completamente o segundo recipiente por um único de seus 16 orifícios é:

- 4t.
- 2t.
- 16t.
- $\frac{t}{16}$.

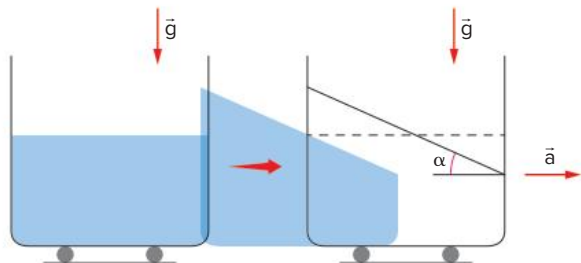
- 81. ITA-SP 2016** Um estudante usa um tubo de Pitot esquematizado na figura para medir a velocidade do ar em um túnel de vento. A densidade do ar é igual a $1,2 \text{ kg/m}^3$ e a densidade do líquido é $1,2 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^3$, sendo $h = 10$ cm. Nessas condições a velocidade do ar é aproximadamente igual a



- 1,4 m/s
- 14 m/s
- $1,4 \cdot 10^2$ m/s
- $1,4 \cdot 10^3$ m/s
- $1,4 \cdot 10^4$ m/s

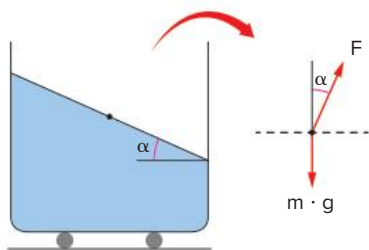
Fluidos em movimento de corpo rígido

Em nosso dia a dia, é comum vermos fluidos como água e gasolina sendo transportados em caçambas ou caminhões-tanque. Nesses casos, quando o caminhão é acelerado, o líquido se move para a parte traseira da caçamba, e uma nova superfície livre, inclinada, é formada.



Esquema de um líquido em um recipiente quando este está parado (figura da esquerda) e quando o recipiente está em movimento acelerado (figura da direita).

Isolando um elemento na superfície livre do fluido, vemos que duas forças estão atuando: a força peso \vec{P} e a resultante de forças \vec{F} que o fluido exerce nesse elemento.



Esquema de um líquido em um recipiente em movimento acelerado com as forças atuantes.

Portanto, chegamos ao seguinte sistema:

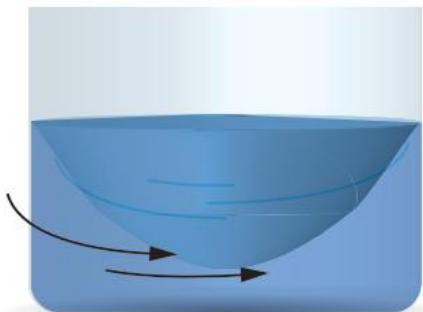
$$F \cdot \sin \alpha = m \cdot a$$

$$F \cdot \cos \alpha = m \cdot g$$

Dividindo uma equação pela outra, temos:

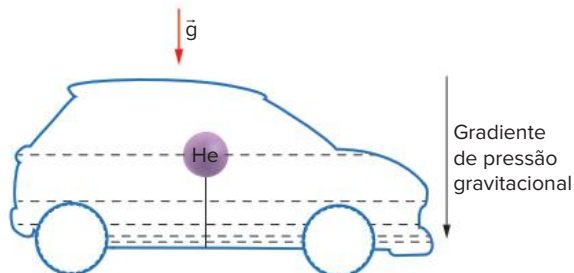
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Outra situação que pode ser observada é quando um contêiner cilíndrico entra em rotação – um copo, por exemplo. Nessa circunstância, o fluido é forçado para longe do seu eixo de rotação pela força centrífuga, assim, a superfície livre do líquido se torna côncava.



Superfície parabólica formada pela rotação do recipiente com água.

Já quando um balão de hélio é sustentado por um fio dentro de um carro em repouso, ele permanece em equilíbrio, já que a intensidade da força de tração no fio é igual à intensidade da força de empuxo somada à força peso.



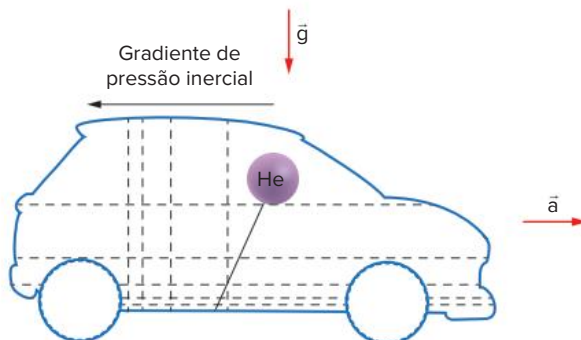
Esquema representando balão de hélio no interior de um carro parado.

Porém, quando o carro acelera para frente, o balão de hélio inclina também para frente, contrariando nossas expectativas.



Quando o carro acelera para frente, o balão de hélio também se move para frente em relação ao carro.

Isso acontece pois, quando o automóvel acelera, o ar no interior do carro fica sujeito a forças inerciais e acelera em sentido contrário; além disso, um novo gradiente de pressão na horizontal se forma, chamado gradiente de pressão inercial. As camadas de ar na parte traseira do veículo estão mais compactadas que as camadas de ar na parte dianteira, o que resulta em uma diferença de pressão horizontal que dá origem a uma força de empuxo horizontal para frente.



Esquema do balão de hélio no interior de um carro em movimento.

Texto elaborado para fins didáticos.

Estados físicos da matéria

- Os principais estados físicos clássicos da matéria são: sólido, líquido e gasoso. Líquidos e gases são fluidos, sendo que os líquidos são considerados praticamente incompressíveis.

Densidade e massa específica

- A **densidade** de um corpo é a razão entre sua massa e o volume por ele ocupado:

$$d = \frac{m}{V}$$

- A **massa específica** de um material é a razão entre a massa e o volume efetivamente preenchido por material:

$$\mu = \frac{m}{V}$$

- Dois corpos do mesmo material sempre terão a mesma massa específica, mas podem ter densidades diferentes.
- Densidade relativa** é a razão entre a densidade de um corpo e a densidade da água:

$$d_{rel} = \frac{d_x}{d_{\text{água}}}$$

- O **peso específico** é a razão entre o peso de um corpo e o volume ocupado por ele:

$$\gamma = \frac{m \cdot g}{V} = \mu \cdot g$$

Pressão

- Pressão** é uma grandeza escalar dada pela relação entre força e área, sendo que a força deve ser perpendicular à área:

$$p = \frac{F}{A}$$

- No nível do mar, a pressão atmosférica vale aproximadamente 10^5 N/m^2 .
- A **pressão manométrica** é dada pela diferença entre a pressão absoluta, ou pressão total, e a pressão atmosférica:

$$p_{\text{manométrica}} = p_{\text{total}} - p_{\text{atm}}$$

Teorema de Stevin

- Todos os pontos de um líquido em equilíbrio que estão na mesma profundidade estão sob a mesma pressão.

- A pressão depende apenas da altura da coluna de fluido:

$$p = d \cdot g \cdot h$$

- A pressão independe da forma do recipiente.
- Um líquido atinge a mesma altura em recipientes que se comunicam.

Teorema de Pascal

- A pressão aplicada sobre um fluido em equilíbrio, em um recipiente fechado, é transmitida integralmente para todos os pontos do fluido e para as paredes do recipiente.
- No elevador hidráulico, vale a relação:

$$p_2 = p_1 \Rightarrow \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1}$$

Teorema de Arquimedes

- O **empuxo** é dado pela resultante de forças hidrostáticas que agem em um corpo e é igual ao peso do volume de líquido deslocado.

$$E = d_{\text{liq}} \cdot g \cdot V_{\text{sub}}$$

Análise de flutuação:

- $d_{\text{objeto}} > d_{\text{liq}}$: objeto afunda;
- $d_{\text{objeto}} = d_{\text{liq}}$: objeto em equilíbrio, totalmente imerso;
- $d_{\text{objeto}} < d_{\text{liq}}$: objeto vai à superfície e flutua em equilíbrio, parcialmente submerso.

Vazão

- A **vazão** é dada pelo volume do fluido que atravessa a seção transversal de uma tubulação em um intervalo de tempo Δt .

$$\phi = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Equação da continuidade:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

Equação de Bernoulli:

$$p_1 + d \cdot g \cdot h_1 + \frac{d \cdot v_1^2}{2} = p_2 + d \cdot g \cdot h_2 + \frac{d \cdot v_2^2}{2}$$

Quer saber mais?



Sites

Densidade. *PhET Interactive Simulations*. University of Colorado Boulder. Disponível em: "https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/density."

Simulações interativas que abordam os conceitos de densidade, massa, volume e princípio de Arquimedes.

SANETI, Bruno de Império. Mar Morto. *Super Interessante*. 2016. Disponível em: <https://super.abril.com.br/ideias/mar-morto/>.

Texto que explica a razão da água do Mar Morto ser mais salgada que a água dos outros mares.

Acessos em: 2 fev. 2022.



Vídeo

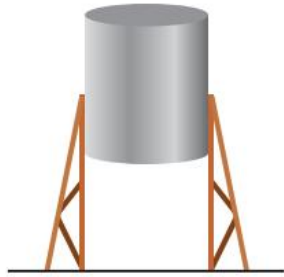
Faça AGORA 5 experiências usando pressão atmosférica! *Manual do Mundo*. 2019. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=hEYkVbx7cmY>. Acesso em: 2 fev. 2022.

Experimentos com pressão atmosférica.

Exercícios complementares

Densidade e massa específica

1. **UFPR** Um reservatório cilíndrico de 2 m de altura e base com área $2,4 \text{ m}^2$, como mostra a figura, foi escolhido para guardar um produto líquido de massa específica igual a $1,2 \text{ g/cm}^3$. Durante o enchimento, quando o líquido atingiu a altura de 1,8 m em relação ao fundo do reservatório, este não suportou a pressão do líquido e se rompeu. Com base nesses dados, assinale a alternativa correta para o módulo da força máxima suportada pelo fundo do reservatório.



- a) É maior que 58 000 N.
b) É menor que 49 000 N.
c) É igual a 50 000 N.
d) Está entre 50 100 N e 52 000 N.
e) Está entre 49 100 N e 49 800 N.

2. Enem 2021

TEXTO I

No cordel intitulado *Senhor dos Anéis*, de autoria de Gonçalo Ferreira da Silva, lê-se a sextilha:

A distância em relação
Ao nosso planeta amado
Pouco menos que a do Sol
Ele está distanciado
E menos denso que a água
Quando no normal estado.

MEDEIROS, A; AGRA, J.T.M. A astronomia na literatura de cordel, *Física na Escola*, n.1, abr. 2010 (fragmento).

TEXTO II

Distâncias médias dos planetas ao Sol e suas densidades médias

Planetas	Distância média ao Sol (u.a.)	Densidade relativa média
*Mercúrio	0,39	5,6
*Vênus	0,72	5,2
*Terra	1,0	5,5
*Marte	1,5	4,0
**Ceres	2,8	2,1
*Júpiter	5,2	1,3
*Saturno	9,6	0,7
*Urano	19	1,2
*Netuno	30	1,7
**Plutão	40	2,0
**Éris	68	2,5

u.a. = 149 600 000 km, é unidade astronômica. *Planeta clássico, **Planeta-anão.

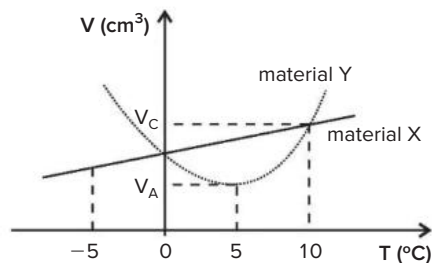
Características dos planetas. Disponível em: www.astronoo.com. Acesso em: 8 nov. 2019 (adaptado).

Considerando os versos da sextilha e as informações da tabela, a qual planeta o cordel faz referência?

- a) Mercúrio c) Urano e) Netuno
b) Júpiter d) Saturno

3. **Uece 2019** O município de Fortaleza experimentou, nos primeiros meses de 2019, uma intensa quadra chuvosa. Em abril, por exemplo, dados de uma instituição de meteorologia revelaram que a média de chuva no mês inteiro, no município, foi aproximadamente 500 mm. Supondo que a densidade da água seja 10^3 kg/m^3 , considerando que o município de Fortaleza tenha uma área de aproximadamente 314 km^2 , e que a chuva tenha se distribuído uniformemente em toda a área, é correto estimar que a massa total de chuva foi
- a) $500 \cdot 10^9 \text{ kg}$.
b) $157 \cdot 10^9 \text{ toneladas}$.
c) $157 \cdot 10^9 \text{ kg}$.
d) $500 \cdot 10^9 \text{ toneladas}$.

4. **UFPR 2018** Um pesquisador, investigando propriedades ligadas à dilatação de materiais, fez experimentos envolvendo dois materiais (X e Y), que foram aquecidos numa dada faixa de temperatura enquanto seus volumes foram medidos. Sabe-se que ele usou a mesma quantidade de massa para os materiais, sendo que o material X é líquido e o Y é sólido. O pesquisador construiu, então, o gráfico abaixo no qual são apresentadas as curvas de volume (V) em função da temperatura (T) para os materiais X (linha cheia) e Y (linha pontilhada).



Com relação ao assunto, identifique como verdadeiras (V) ou falsas (F) as seguintes afirmativas:

- Os dois materiais têm mesma densidade em $T = 0 \text{ °C}$.
■ À medida que a temperatura aumenta, o material Y se contrai até $T = 10 \text{ °C}$, e somente a partir dessa temperatura passa a dilatar-se.
■ Em $T = 5 \text{ °C}$, um objeto maciço feito do material Y, se for colocado dentro de um recipiente contendo o material X, afunda quando sujeito apenas a forças gravitacionais e a forças exercidas pelo material X.

Assinale a alternativa que apresenta a sequência correta, de cima para baixo.

- a) V – F – V. c) V – V – F. e) V – V – V.
b) F – V – F. d) F – F – V.

Pressão

5. **Uece 2019** Considere uma situação em que uma pessoa segura um prego metálico com os dedos, de modo que a ponta desse prego fique pressionada pelo polegar e a cabeça pelo indicador. Assumindo que a haste do prego esteja em uma direção normal às superfícies de contato entre os dedos e o prego, é correto afirmar que
- a) a pressão do metal sobre o indicador é menor que sobre o polegar.
 - b) a força que atua na ponta do prego é maior que a atuante na cabeça.
 - c) a pressão do metal sobre o indicador é maior que sobre o polegar.
 - d) a força que atua na ponta do prego é menor que a atuante na cabeça.
6. **UFG-GO** Analisando o diagrama de fases da água, conclui-se que é possível liquefazer o gelo por aumento de pressão. A $1,0 \text{ atm}$ e $-4 \text{ }^\circ\text{C}$, por exemplo, essa pressão é da ordem de 140 atm . Esse processo é apresentado, através de um modelo simplificado, em livros didáticos do Ensino Médio, quando se considera, por exemplo, que um patinador desliza no gelo com base apenas nesse fenômeno. Desse modo, considere um patinador sobre o gelo usando um patim conforme a especificação da figura a seguir:



e admita que a espessura do metal em contato com o gelo é de $1,0 \text{ mm}$.

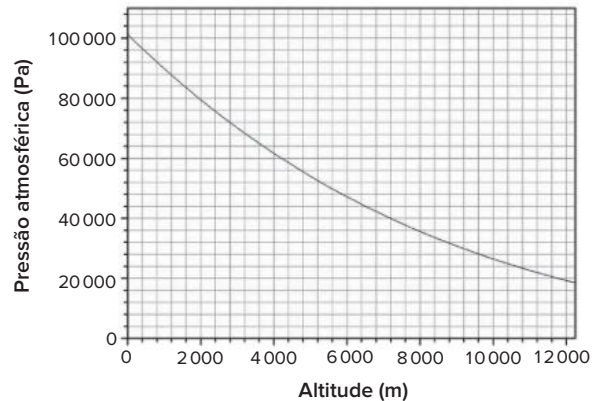
Com base nas informações anteriores, calcule a massa, em kg, que o patinador deve ter, de modo a liquefazer o gelo por pressão, e confirme se o modelo é, ou não, adequado.

► **Dados:** $g = 10 \text{ m/s}^2$; $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$.

- 11, não.
 - 40, sim.
 - 80, sim.
 - 140, não.
 - 280, não.
7. **Udesc 2019** Um bloco de ferro em formato de um paralelepípedo possui as dimensões 10 cm , 5 cm e 3 cm . A densidade do ferro é de $7,87 \text{ g/cm}^3$. Ao deixá-lo sobre a superfície de uma mesa, apoiado sobre uma de suas faces, ele produzirá uma pressão sobre a mesa, sendo que esta pressão será diferente para as diferentes faces em contato com a mesa.

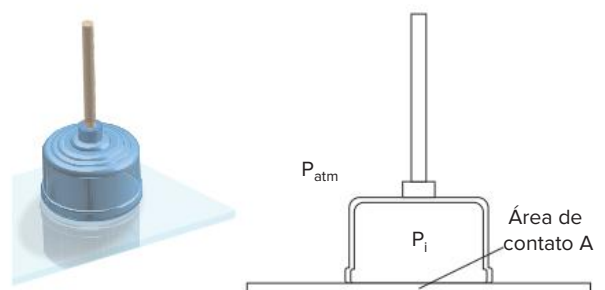
A maior e a menor pressão exercidas pelo bloco, sobre a superfície da mesa, valem, respectivamente:

- 3598 Pa e 2506 Pa
 - 5612 Pa e 1820 Pa
 - 9856 Pa e 1750 Pa
 - 7870 Pa e 2361 Pa
 - 3935 Pa e 2177 Pa
8. **Fuvest-SP 2019** Os grandes aviões comerciais voam em altitudes onde o ar é rarefeito e a pressão atmosférica é baixa. Devido a isso, eles têm o seu interior pressurizado em uma pressão igual à atmosférica na altitude de 2000 m . A figura mostra o gráfico da pressão atmosférica em função da altitude.



A força, em N, a que fica submetida uma janela plana de vidro, de $20 \times 30 \text{ cm}^2$, na cabine de passageiros na altitude de 10000 m , é, aproximadamente,

- 12400
 - 6400
 - 4800
 - 3200
 - 1600
9. **UFRJ** Uma ventosa comercial é constituída por uma câmara rígida que fica totalmente vedada em contato com uma placa, mantendo o ar em seu interior a uma pressão $P_{\text{int}} = 0,95 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. A placa está suspensa na horizontal pela ventosa e ambas estão no ambiente à pressão atmosférica usual, $P_{\text{atm}} = 1,00 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, como indicado nas figuras a seguir. A área de contato A entre o ar dentro da câmara e a placa é de $0,10 \text{ m}^2$. A parede da câmara tem espessura desprezível, o peso da placa é 40 N e o sistema está em repouso.



- Calcule o módulo da força vertical de contato entre a placa e as paredes da câmara da ventosa.
- Calcule o peso máximo que a placa poderia ter para que a ventosa ainda conseguisse sustentá-la.

10. **EEAR-SP 2021** As janelas dos aviões comerciais a jato são compostas de três placas feitas de um material transparente. Em condições normais, a placa externa está em contato com a atmosfera externa ao avião e ao mesmo tempo com a atmosfera interna por meio de um furo na placa intermediária. A terceira placa, mais próxima do passageiro, apenas protege a intermediária de riscos produzidos durante a limpeza do avião e não interfere na pressão da atmosfera interna sobre a placa intermediária e a externa. Considerando que a área da placa externa é igual a 800 cm^2 ; que as pressões da atmosfera externa e interna ao avião são, respectivamente, iguais a 20 kPa e 80 kPa e que as pressões sobre as placas são homogêneas, pode-se dizer que a força resultante, em newtons, a que a placa externa está submetida é igual a
- a) 2 400 b) 4 800 c) 6 400 d) 8 000

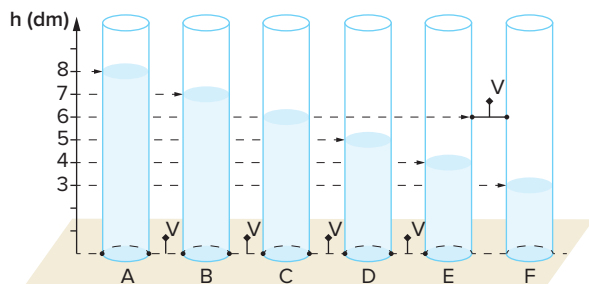
11. **Unicamp-SP 2018** Em junho de 2017 uma intensa onda de calor atingiu os EUA, acarretando uma série de cancelamentos de voos do aeroporto de Phoenix no Arizona. A razão é que o ar atmosférico se torna muito rarefeito quando a temperatura sobe muito, o que diminui a força de sustentação da aeronave em voo. Essa força, vertical de baixo para cima, está associada à diferença de pressão ΔP entre as partes inferior e superior do avião. Considere um avião de massa total $m = 3 \cdot 10^5 \text{ kg}$ em voo horizontal. Sendo a área efetiva de sustentação do avião $A = 500 \text{ m}^2$, na situação de voo horizontal ΔP vale

▶ **Dado:** aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) $5 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$. c) $1,5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$.
 b) $6 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$. d) $1,5 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$.

Teorema de Stevin

12. **Unesp 2013** Seis reservatórios cilíndricos, superiormente abertos e idênticos (A, B, C, D, E e F) estão apoiados sobre uma superfície horizontal plana e ligados por válvulas (V) nas posições indicadas na figura.



Com as válvulas (V) fechadas, cada reservatório contém água até o nível (h) indicado na figura. Todas as válvulas são, então, abertas, o que permite a passagem livre da água entre os reservatórios, até que se estabeleça o equilíbrio hidrostático.

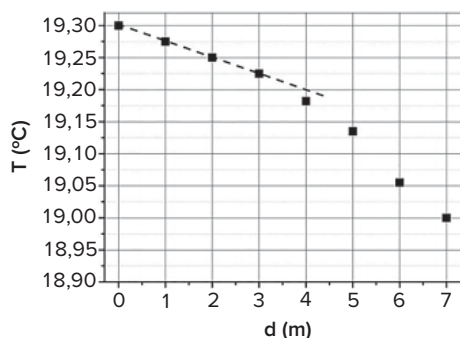
Nesta situação final, o nível da água, em dm, será igual a:

- a) 6,0 nos reservatórios de A a E e 3,0 no reservatório F.

- b) 5,5 nos reservatórios de A a E e 3,0 no reservatório F.
 c) 6,0 em todos os reservatórios.
 d) 5,5 em todos os reservatórios.
 e) 5,0 nos reservatórios de A a E e 3,0 no reservatório F.

13. **Unicamp-SP 2019** Drones vêm sendo utilizados por empresas americanas para monitorar o ambiente subaquático. Esses *drones* podem substituir mergulhadores, sendo capazes de realizar mergulhos de até cinquenta metros de profundidade e operar por até duas horas e meia.

Frequentemente esses *drones* são usados para medir a temperatura da água (T) em função da profundidade (d), a partir da superfície (d = 0), como no caso ilustrado no gráfico a seguir (dados adaptados).



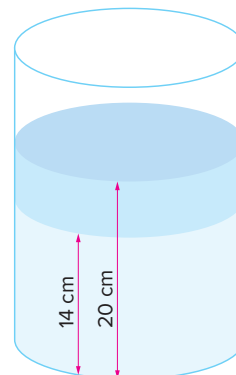
Considere que a densidade da água é $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ e constante para todas as profundidades medidas pelo *drone*. Qual é a diferença de pressão hidrostática entre a superfície e uma profundidade para a qual a temperatura da água é $T = 19^\circ \text{C}$?

▶ **Dado:** aceleração da gravidade é igual a 10 m/s^2 .

- a) $1,4 \cdot 10^3 \text{ Pa}$. c) $4,0 \cdot 10^4 \text{ Pa}$.
 b) $2,0 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. d) $7,0 \cdot 10^4 \text{ Pa}$.

14. **UFT-TO** Um objeto pontual é colocado a 10 cm do fundo de um recipiente cilíndrico contendo água e óleo, conforme a figura. Qual é o valor da pressão a que o objeto está submetido devido às colunas de água e de óleo? Desconsidere a pressão atmosférica.

▶ **Dados:** Densidade da água: $1,00 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
 Densidade do óleo: $0,90 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
 Aceleração gravitacional: 10 m/s^2



- a) $9,6 \cdot 10^2 \text{ (N/m}^2\text{)}$ d) $1,0 \cdot 10^2 \text{ (N/m}^2\text{)}$
 b) $9,4 \cdot 10^2 \text{ (N/m}^2\text{)}$ e) $3,7 \cdot 10^2 \text{ (N/m}^2\text{)}$
 c) $2,5 \cdot 10^2 \text{ (N/m}^2\text{)}$

15. **Uerj** O coração humano é um músculo que funciona como uma espécie de bomba hidráulica. Em repouso, a ação de bombeamento sanguíneo dura apenas 1/3 do intervalo de tempo do ciclo cardíaco. Nos restantes 2/3 do ciclo, o músculo fica relaxado. Considerando a pressão no coração como a média entre a pressão diastólica e a pressão sistólica, calcule:
- a) a potência média de bombeamento do coração;
 b) a pressão sanguínea no pé, em mmHg, com a pessoa na posição vertical.

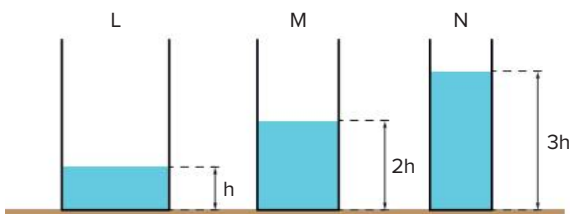
► **Dados:** Vazão do coração: 4,8 L/min
 Ciclo cardíaco em repouso: 60 batidas/min
 Posição do coração: 1,3 m acima do pé
 Pressão sistólica do coração: 120 mmHg (contração)
 Pressão diastólica do coração: 80 mmHg (relaxamento)
 Densidade do sangue: 1,04 kg/L
 $760 \text{ mmHg} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

16. **UEG-GO 2019** Em um recipiente cilíndrico, de 5,0 cm de raio, são despejados 200 mL de água e 200 mL de óleo. Considerando que a densidade da água vale $1,0 \text{ g/cm}^3$ e que a do óleo vale $0,8 \text{ g/cm}^3$, qual será aproximadamente a pressão total, em N/m^2 , somente por esses líquidos no fundo do recipiente?

► **Dado:** Considere $\pi = 3$.

- a) 320
 b) 800
 c) 540
 d) 160
 e) 480

17. **FGV-SP 2021** A figura mostra três recipientes, L, M e N, que contêm água, sendo que a altura da água no recipiente L é h , no recipiente M é $2h$ e no recipiente N é $3h$. A área da base do recipiente L é igual ao dobro da área da base do recipiente M e ao triplo da área da base do recipiente N.



Comparando-se as pressões P_L , P_M e P_N exercidas pela água nas bases dos recipientes L, M e N, respectivamente, tem-se

- a) $P_L = 4P_M = 9P_N$ d) $P_L = \frac{1}{2}P_M = \frac{1}{3}P_N$
 b) $P_L = 2P_M = 3P_N$
 c) $P_L = P_M = P_N$ e) $P_L = \frac{1}{4}P_M = \frac{1}{9}P_N$

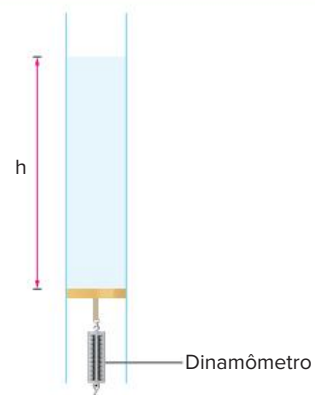
18. **UFG-GO** Entre outras propriedades físicas, um líquido é identificado pela sua densidade. Para se determinar a densidade de um líquido em um laboratório de pesquisa, foi utilizado um método que consiste de um tubo cilíndrico fechado nas extremidades, com um orifício lateral muito estreito, que impede a entrada de ar. Inicialmente, o tubo, na horizontal, é preenchido com o líquido. Em seguida, o tubo é posicionado verticalmente com o orifício tampado. Nesta situação, ao liberar a abertura, o líquido escoá até atingir o equilíbrio a uma altura h , conforme esboçado na figura. Qual é a densidade do líquido?

► **Dados:** Pressão atmosférica: $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
 Aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$
 $h = 4,0 \text{ m}$



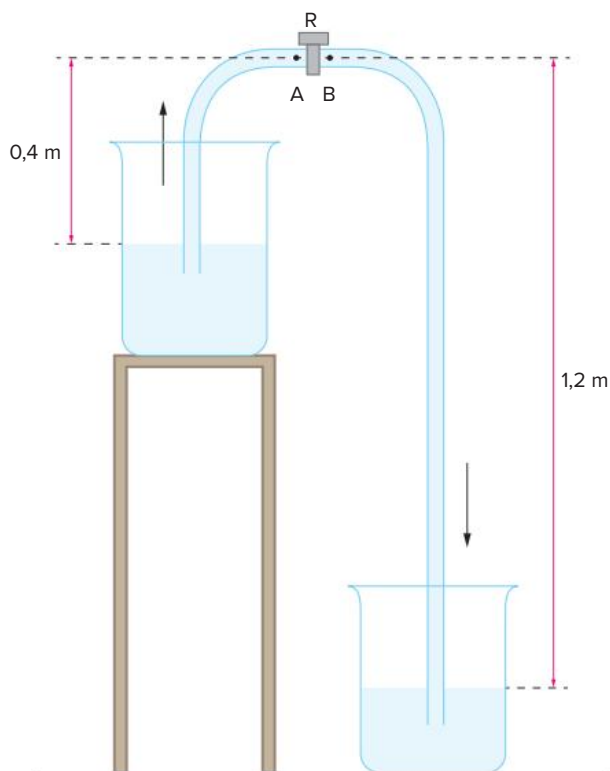
19. **UPF-RS 2012** Um líquido de densidade igual a 1250 kg/m^3 encontra-se em equilíbrio no interior de um tubo de formato cilíndrico, como na figura (o desenho não está em escala real). O tubo tem 2 cm de diâmetro e no seu fundo há um êmbolo (móvel) que pressiona o dinamômetro. Considerando que o dinamômetro indica 37,68 N, é possível afirmar que a altura (h) da coluna de líquido contido no tubo é, em m, de:

► **Dados:** Considere a pressão atmosférica de $1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, e $\pi = 3,14$.



- a) 1 d) 2,6
 b) 1,6 e) 0,6
 c) 2

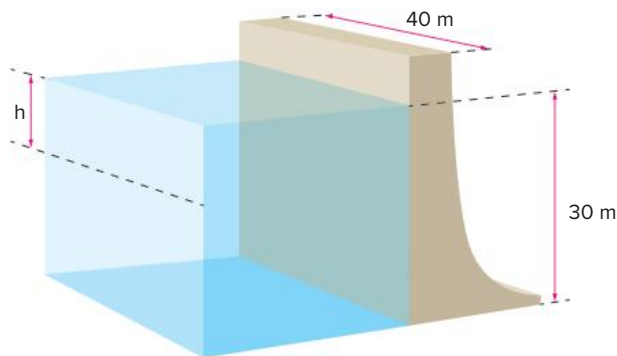
20. Unesp 2013 O sifão é um dispositivo que permite transferir um líquido de um recipiente mais alto para outro mais baixo, por meio, por exemplo, de uma mangueira cheia do mesmo líquido. Na figura, que representa, esquematicamente, um sifão utilizado para transferir água de um recipiente sobre uma mesa para outro no piso, R é um registro que, quando fechado, impede o movimento da água. Quando o registro é aberto, a diferença de pressão entre os pontos A e B provoca o escoamento da água para o recipiente de baixo.



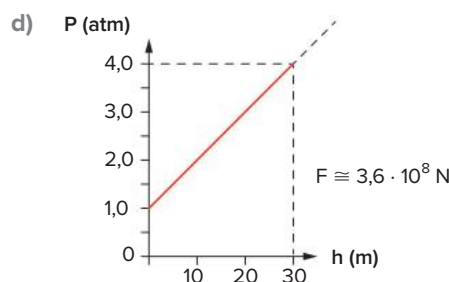
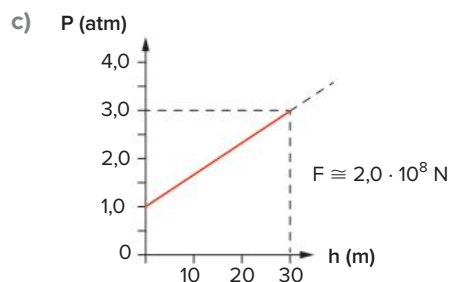
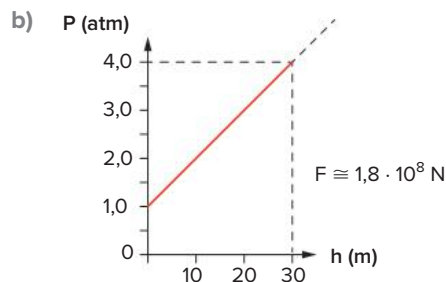
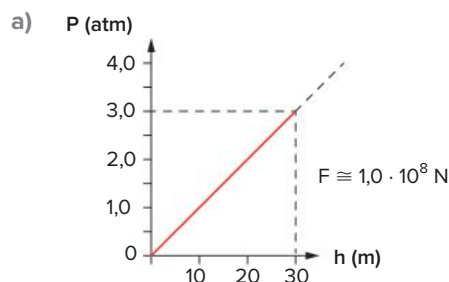
Considere que os dois recipientes estejam abertos para a atmosfera, que a densidade da água seja igual a 10^3 kg/m^3 e que $g = 10 \text{ m/s}^2$. De acordo com as medidas indicadas na figura, com o registro R fechado, a diferença de pressão $P_A - P_B$, entre os pontos A e B, em pascal, é igual a:

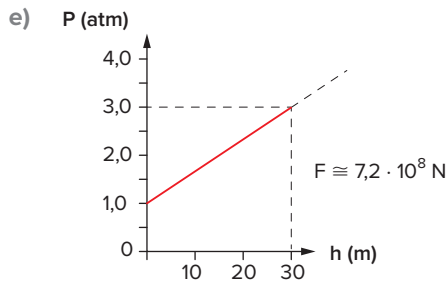
- a) 4 000
- b) 10 000
- c) 2 000
- d) 8 000
- e) 12 000

21. Unesp As barragens em represas são projetadas para suportar grandes massas de água. Na situação representada na figura, temos uma barragem de largura 40 m, retendo uma massa de água de 30 m de profundidade. Conhecendo-se o comportamento da pressão com a altura da coluna de um fluido e levando-se em conta que a pressão atmosférica age dos dois lados da barragem, é possível determinar a força horizontal da água da represa sobre a barragem.



Considere a pressão atmosférica como $1 \text{ atm} \cong 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, a densidade da água $\rho_{\text{água}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ e a aceleração da gravidade $g \cong 10 \text{ m/s}^2$. Qual das alternativas melhor representa a variação da pressão com a altura h da água em relação à superfície, e a força horizontal exercida por essa massa de água sobre a barragem?





Manômetros e barômetro de Torricelli

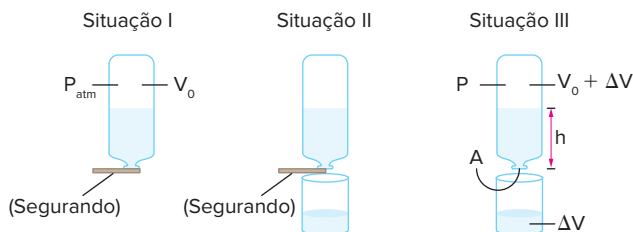
22. IME-RJ 2019 Um manômetro de reservatório é composto por dois tubos verticais comunicantes pelas respectivas bases e abertos em suas extremidades. Esse conjunto é preenchido parcialmente por um fluido e, como o dispositivo encontra-se no ar à pressão atmosférica padrão, o nível de fluido nos dois tubos é o mesmo. Em um dado momento, no tubo à esquerda, é adicionada uma pressão manométrica equivalente a 12 mm de coluna de água. Considerando que não haja vazamento no manômetro, a ascensão de fluido no tubo à direita, em mm, é igual a:

► **Dados:**

- diâmetro do tubo à esquerda: 20 mm;
- diâmetro do tubo à direita: 10 mm; e
- densidade do fluido: 1,2.

- a) 20 b) 40 c) 8 d) 4 e) 10

23. Fuvest-SP Para se estimar o valor da pressão atmosférica, P_{atm} , pode ser utilizado um tubo comprido, transparente, fechado em uma extremidade e com um pequeno gargalo na outra. O tubo, aberto e parcialmente cheio de água, deve ser invertido, segurando-se um cartão que feche a abertura do gargalo (Situação I). Em seguida, deve-se mover lentamente o cartão de forma que a água possa escoar, sem que entre ar, coletando-se a água que sai em um recipiente (Situação II). A água para de escoar quando a pressão no ponto A, na abertura, for igual à pressão atmosférica externa, devendo-se, então, medir a altura h da água no tubo (Situação III). Em uma experiência desse tipo, foram obtidos os valores, indicados na tabela, para V_0 , volume inicial do ar no tubo, ΔV , volume da água coletada no recipiente e h , altura final da água no tubo. Em relação a essa experiência, e considerando a Situação III,



Valores medidos:

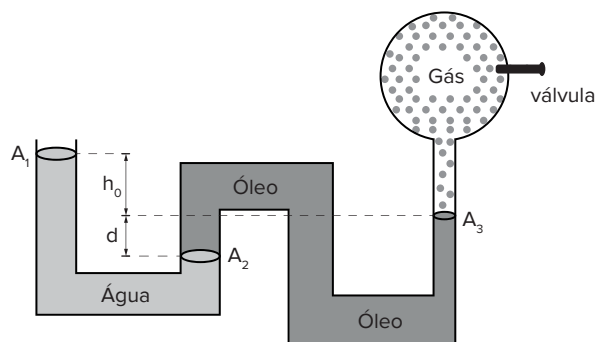
$V_0 = 500 \text{ mL}; \Delta V = 25 \text{ mL}; h = 50 \text{ cm}$

- determine a razão $R = P/P_{atm}$, entre a pressão final P do ar no tubo e a pressão atmosférica.
- escreva a expressão matemática que relaciona, no ponto A, a P_{atm} com a pressão P do ar e a altura h da água dentro do tubo.
- estime, utilizando as expressões obtidas nos itens anteriores, o valor numérico da pressão atmosférica P_{atm} , em N/m^2 .

► **Note e adote:** considere a temperatura constante e desconsidere os efeitos da tensão superficial.

Vasos comunicantes

24. Esc. Naval-RJ 2021 Observe a figura abaixo:

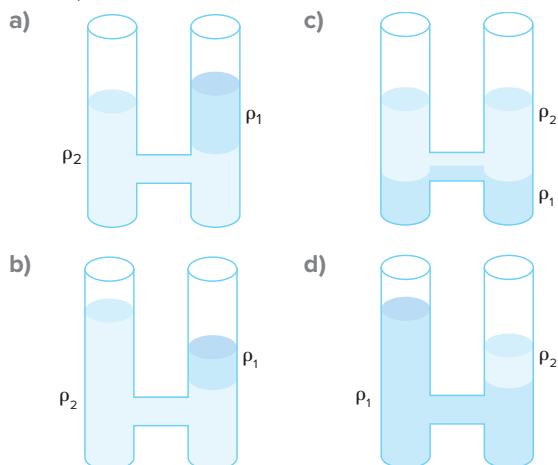


Na figura acima, fora de escala, a água e o óleo estão em repouso e a pressão do gás é de $103,00 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$. Ao abrir a válvula e liberar o gás para a atmosfera, o nível da água muda. Calcule o quanto o nível da água desce e assinale a opção correta.

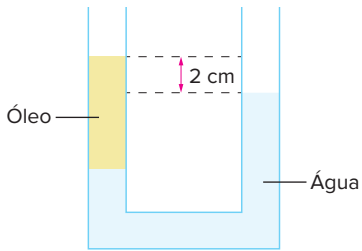
► **Dados:** $A_1 = A_2 = 2A_3$; $h_0 = 0,250 \text{ m}$; $g = 10,0 \text{ m/s}^2$;
 $\rho_{\text{água}} = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_{\text{óleo}} = 800 \text{ kg/m}^3$;
 $P_{atm} = 100,00 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$

- a) 0,11 m c) 0,18 m e) 0,40 m
 b) 0,15 m d) 0,25 m

25. UFU-MG Dois líquidos imiscíveis, de densidades ρ_1 e ρ_2 ($\rho_2 > \rho_1$), são colocados em um tubo comunicante. Tendo por base essas informações, marque a alternativa que corresponde à situação correta de equilíbrio dos líquidos no tubo.



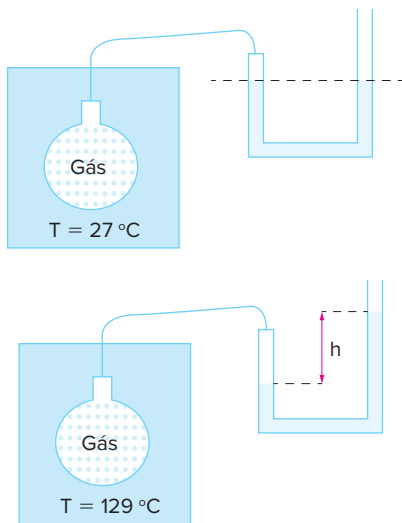
26. **Uece** Um tubo em U, de seção transversal reta uniforme igual a 1 cm^2 , contém água ($\rho_A = 10^3\text{ kg/m}^3$) em equilíbrio estático.



Assinale a alternativa que contém o volume de óleo ($\rho_0 = 900\text{ kg/m}^3$), em centímetros cúbicos, que deve ser colocado em um dos ramos do tubo para causar uma diferença de 2 cm entre as superfícies superiores do óleo e da água, conforme mostra a figura.

- a) 10 c) 40
b) 20 d) 90

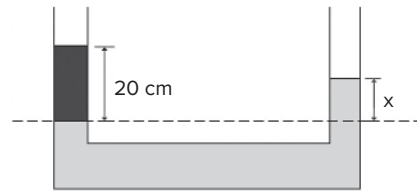
27. **UFPE 2012** O balão de vidro da figura contém um gás ideal à temperatura de 27°C . O balão está conectado a um tubo em U contendo mercúrio, através de um capilar fino. A outra extremidade do tubo em U está aberta para a atmosfera. Se a região onde está localizado o balão é aquecida para uma temperatura de 129°C , determine o desnível alcançado pelas colunas de mercúrio dado pela altura h . Despreze o volume do gás que penetra no braço esquerdo do tubo em comparação com o volume do balão. Dê a sua resposta em centímetros.



► **Dados:** $P_{\text{atm}} = 10^5\text{ Pa}$
Densidade do mercúrio: $13,6\text{ g/cm}^3$
Aceleração da gravidade: 10 m/s^2

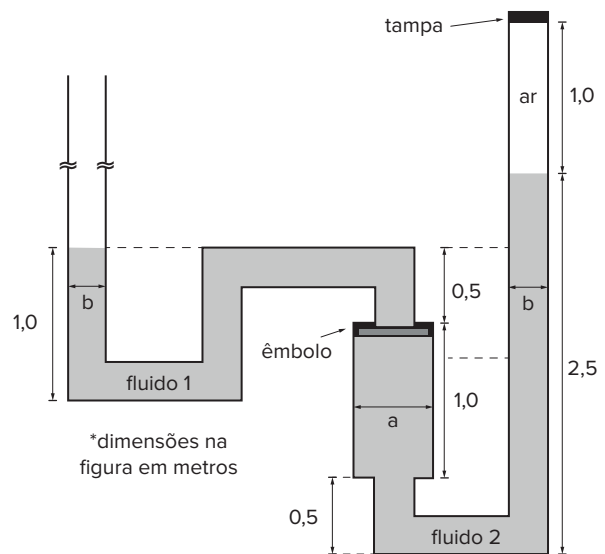
28. **EEAR-SP 2018** Em um sistema de vasos comunicantes, são colocados dois líquidos imiscíveis, água com densidade de $1,0\text{ g/cm}^3$ e óleo com densidade de $0,85\text{ g/cm}^3$. Após os líquidos atingirem o equilíbrio hidrostático, observa-se, numa das extremidades do vaso, um dos líquidos isolados, que fica a 20 cm

acima do nível de separação, conforme pode ser observado na figura. Determine o valor de x , em cm, que corresponde à altura acima do nível de separação e identifique o líquido que atinge a altura x .



- a) 8,5; óleo
b) 8,5; água
c) 17,0; óleo
d) 17,0; água

29. **IME-RJ 2021**



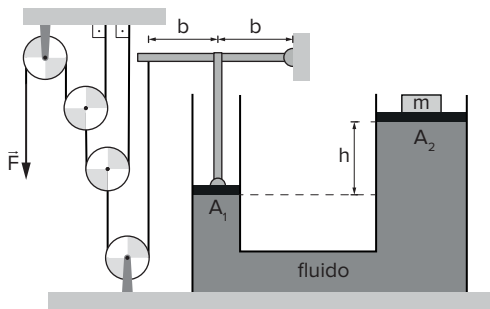
Um tubo com seção reta interna quadrada de lado b contém dois fluidos incompressíveis em equilíbrio, separados por um êmbolo, conforme a situação ilustrada na figura. A cavidade em que o êmbolo se desloca, sem atrito, apresenta seção reta interna quadrada de lado a . O êmbolo é formado por um material indeformável, com massa, espessura e volume desprezíveis, e encontra-se, inicialmente, na posição superior dentro da cavidade. Em certo instante, a segunda extremidade do tubo é perfeitamente vedada com um tampa, mantendo o ar confinado com a mesma pressão atmosférica externa.

► **Dados:** massa específica do fluido 1: $1\ 000\text{ kg/m}^3$; massa específica do fluido 2: $2\ 000\text{ kg/m}^3$; pressão atmosférica: $P_{\text{atm}} = 10^5\text{ N/m}^2$; aceleração da gravidade: $g = 10\text{ m/s}^2$.
 $a = 0,2\text{ m}$; e $b = 0,1\text{ m}$.

Considerando que não ocorrerão mudanças de temperatura nos fluidos e no ar confinado, para que o êmbolo entre em equilíbrio $5,00\text{ cm}$ abaixo da posição inicial, quantos litros do fluido 1 deverão ser inseridos na extremidade aberta do tubo?

Teorema de Pascal

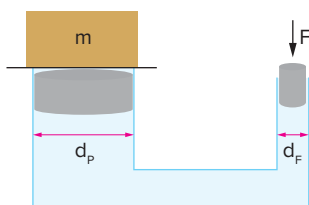
30. **Esc. Naval-RJ 2021** Observe a figura abaixo:



Dois tubos cilíndricos interligados estão cheios de um fluido incompressível de densidade 800 kg/m^3 . As áreas das faces dos êmbolos são $A_1 = 100 \text{ cm}^2$ e $A_2 = 200 \text{ cm}^2$. Uma haste articulada, de comprimento $2b$, está ligada a um suporte vertical, ambos de massas desprezíveis. O suporte é capaz de se movimentar verticalmente pressionando o êmbolo de área A_1 , conforme a figura acima. À esquerda na figura, temos um sistema de roldanas, consideradas ideais com fios ideais. Calcule o módulo da força F , em newtons, para a situação de equilíbrio da figura acima, considerando a diferença de altura $h = 50 \text{ cm}$, $g = 10,0 \text{ m/s}^2$ e $m = 240 \text{ kg}$ e assinale a opção correta.

- a) 125 N c) 155 N e) 175 N
b) 145 N d) 165 N

31. **PUC-Rio**



Um bloco de massa $m = 9000 \text{ kg}$ é colocado sobre um elevador hidráulico como mostra a figura anterior. A razão entre o diâmetro do pistão (d_p) que segura a base do elevador e o diâmetro (d_f) onde se deve aplicar a força F é de $\frac{d_p}{d_f} = 30$.

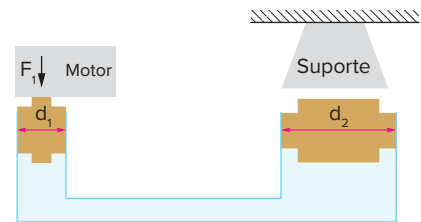
Encontre a força necessária para se levantar o bloco com velocidade constante. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze os atritos.

- a) 100 N c) 600 N e) 1000 N
b) 300 N d) 900 N

32. **UFRGS** Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do texto que segue, na ordem em que aparecem.

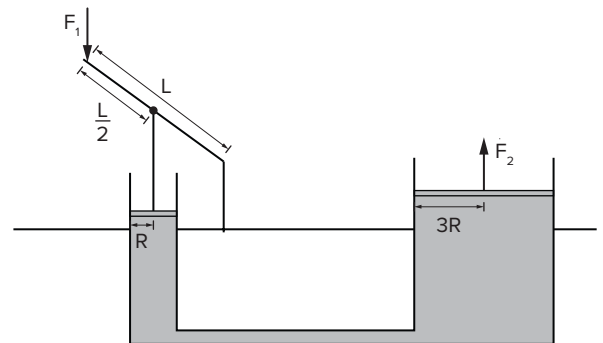
A figura a seguir representa uma prensa hidráulica composta por dois pistões, de diâmetros d_1 e d_2 . O motor aplica uma força axial de intensidade $F_1 = 100 \text{ N}$ no pistão de diâmetro $d_1 = 0,05 \text{ m}$. Para que se possa obter uma força de intensidade $F_2 = 10000 \text{ N}$

no pistão de diâmetro d_2 , esse diâmetro deve ser igual a _____, e a pressão transmitida será de _____.



- a) 0,25 m; 50,9 kPa d) 0,12 m; 50,9 Pa
b) 0,50 m; 12,7 kPa e) 0,12 m; 12,7 Pa
c) 0,50 m; 50,9 kPa

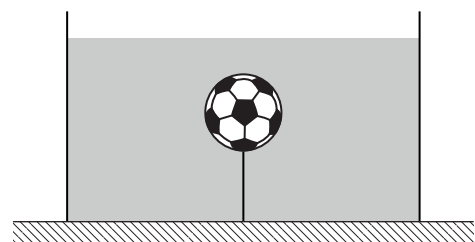
33. **UFPR 2017** O sistema representado na figura a seguir corresponde a uma prensa hidráulica com acionamento por meio de uma alavanca. O sistema está dimensionado de tal maneira que a alavanca aciona o êmbolo do cilindro menor da prensa no seu ponto central e o raio do êmbolo do cilindro maior é o triplo do raio do êmbolo do cilindro menor.



Demonstre qual seria a força F_2 disponível no cilindro maior em relação à força F_1 , vertical, aplicada no cilindro menor.

Empuxo

34. **Uerj 2018** Em uma experiência de hidrostática, uma bola de futebol foi presa com um fio ideal no fundo de um recipiente com água, conforme representado na figura.



Sabe-se que a bola possui massa de $0,45 \text{ kg}$ e volume de $5,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

► **Dados:** gravidade local, $g = 10 \text{ m/s}^2$ e densidade da água, $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$.

Determine, em newtons, a tração exercida pelo fio.

35. **UFF-RJ 2012** Submarinos possuem tanques de lastro, que podem estar cheios de água ou vazios. Quando os tanques estão vazios, o submarino flutua na superfície da água, com parte do seu volume acima da superfície. Quando os tanques estão cheios de água, o submarino flutua em equilíbrio abaixo da superfície.

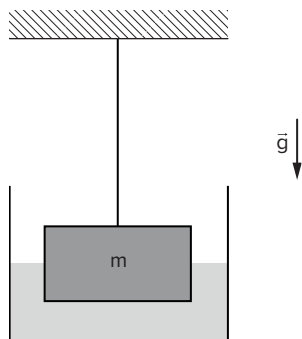


Comparando os valores da pressão (p) no fundo do submarino e do empuxo (E) sobre o submarino quando os tanques estão cheios (p_c, E_c) com os valores das mesmas grandezas quando os tanques estão vazios (p_v, E_v) é correto afirmar que

- a) $p_c > p_v, E_c > E_v$ d) $p_c > p_v, E_c = E_v$
 b) $p_c < p_v, E_c < E_v$ e) $p_c = p_v, E_c > E_v$
 c) $p_c < p_v, E_c > E_v$

36. **ITA-SP 2021** Um fio tem uma de suas extremidades presa ao teto e suspende um bloco de densidade $\rho = 10\rho_a$, em que ρ_a representa a densidade da água. Na configuração descrita, v_0 é a velocidade de propagação de ondas mecânicas no fio.

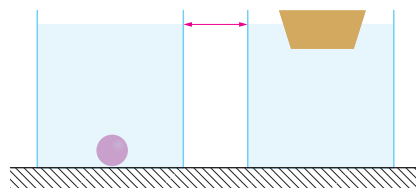
Em seguida, o bloco é mergulhado gradativamente em um recipiente contendo água, como mostra a figura, até ficar completamente submerso. Em nenhum momento o bloco toca as laterais e o fundo do recipiente. Denote por f a fração do bloco submersa em água.



- a) Calcule a expressão da velocidade de propagação v das ondas mecânicas no fio em função de f e v_0 .
 b) Esboce um gráfico que descreva o comportamento de $\left(\frac{v}{v_0}\right)^2$ em função de f .

37. **UFRJ** Dois recipientes idênticos estão cheios de água até a mesma altura. Uma esfera metálica é colocada em um deles, vai para o fundo e ali permanece em repouso.

No outro recipiente, é posto um barquinho que termina por flutuar em repouso com uma parte submersa. Ao final desses procedimentos, volta-se ao equilíbrio hidrostático e observa-se que os níveis da água nos dois recipientes subiram até uma mesma altura.



Indique se, na situação final de equilíbrio, o módulo E_e do empuxo sobre a esfera é maior, menor ou igual ao módulo E_b do empuxo sobre o barquinho. Justifique sua resposta.

38. **IME-RJ 2021**

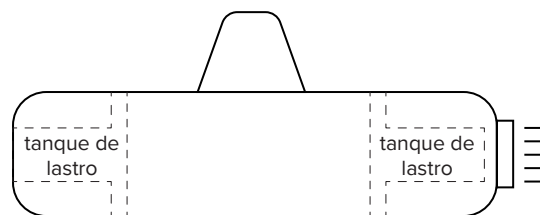


Figura 1

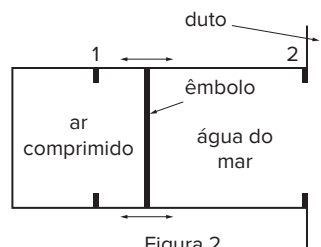


Figura 2

O submarino, mostrado na figura 1, está com os tanques de lastro vazios de água e, nestas condições, possui massa específica $\mu_s = 0,92 \text{ g/cm}^3$, quando está sem tripulação e suprimentos.

Na figura 2, ilustra-se um dos dois tanques cilíndricos de lastro idênticos, que podem ser preenchidos com água do mar. Os êmbolos são acionados por motores elétricos, sendo movimentados entre os batentes, de modo a regular o volume de água do mar nesses tanques. Considere que o tanque de lastro esteja sem água com o êmbolo na posição 2 e com $59,5 \text{ m}^3$ de água do mar com o êmbolo na posição 1, quando estiver cheio.

► **Dados:**

- massa específica da água do mar: $\mu_a = 1,03 \text{ g/cm}^3$;
- volume do submarino: $V_s = 840 \text{ m}^3$; e
- aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

► **Observação:** os fluxos de água nos dutos dos tanques de lastro não interferem no movimento do submarino.

Admitindo que, em determinada missão, embarcaram tripulantes e suprimentos, perfazendo uma massa de 5880 kg , determine:

- a) a porcentagem do volume do submarino que ficará submersa após o embarque, supondo os tanques de lastro com os êmbolos na posição 2;
 b) a massa total de água do mar, em kg, que deverá ser introduzida nos tanques de lastro para que ocorra a completa submersão do submarino;

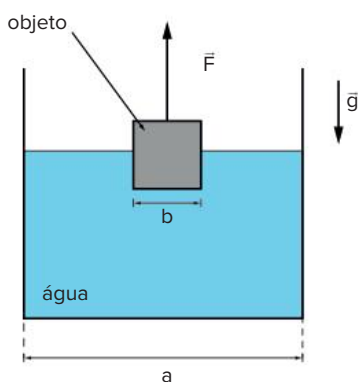
- c) os máximos módulos das acelerações verticais, em m/s^2 , para emergir e para submergir o submarino, desconsiderando a força de resistência da água do mar e estando o submarino estabilizado em determinada profundidade.

39. UFC-CE Um recipiente cheio com água encontra-se em repouso sobre a horizontal. Uma bola de frescobol flutua, em equilíbrio, na superfície da água no recipiente. A bola flutua com volume imerso V_0 . A distância entre a superfície da água e o fundo do recipiente é muito maior que o raio da bola. Suponha agora que o recipiente move-se verticalmente com aceleração constante de módulo a .

Neste caso, considere a situação em que a bola encontra-se em equilíbrio em relação ao recipiente. Considere também a aceleração da gravidade local de módulo g . É correto afirmar que, em relação ao nível da água, o volume imerso da bola será:

- a) $\left(\frac{g+2a}{g}\right)V_0$, se a aceleração do recipiente for para cima.
 b) $\left(\frac{g-a}{g}\right)V_0$, se a aceleração do recipiente for para baixo.
 c) $2V_0$, se a aceleração do recipiente for igual a g .
 d) $\frac{1}{2}V_0$, se a aceleração do recipiente for reduzida à metade.
 e) V_0 , independente da aceleração.

40. IME-RJ 2021



Um recipiente de formato cúbico de aresta a armazena 100 L de água. Um objeto cúbico de aresta b é colocado no interior desse recipiente e fica com 75% de seu volume submerso, conforme mostrado na figura. No instante $t = 0$, aplica-se na direção vertical uma força \vec{F} no centro da face superior do cubo, fazendo com que o objeto seja deslocado para cima.

► **Dados:** aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$; massa específica da água: 1000 kg/m^3 ; $a = 0,5 \text{ m}$; e $b = 0,2 \text{ m}$.

Desconsiderando o atrito entre o recipiente e a água e sabendo que a intensidade da força F varia de forma que a altura da água no recipiente caia a uma taxa constante de 4 mm/s , determine:

- a) a massa específica do objeto, em kg/m^3 ;
 b) o volume do objeto cúbico submerso, em $t = 5 \text{ s}$; e
 c) o módulo da força \vec{F} no mesmo instante de tempo do item b.

41. Unifesp Pelo princípio de Arquimedes explica-se a expressão popular “isto é apenas a ponta do *iceberg*”, frequentemente usada quando surgem os primeiros sinais de um grande problema. Com este objetivo realizou-se um experimento, ao nível do mar, no qual uma solução de água do mar e gelo (água doce) é contida em um béquer de vidro, sobre uma bacia com gelo, de modo que as temperaturas do béquer e da solução mantenham-se constantes a 0°C .



Disponível em: <www.bioqmed.ufrj.br/ciencia/CuriosIceberg.htm>.

No experimento, o *iceberg* foi representado por um cone de gelo, conforme esquematizado na figura. Considere a densidade do gelo $0,920 \text{ g/cm}^3$ e a densidade da água do mar, a 0°C , igual a $1,025 \text{ g/cm}^3$.



- a) Que fração do volume do cone de gelo fica submersa na água do mar? O valor dessa fração seria alterado se o cone fosse invertido?
 b) Se o mesmo experimento fosse realizado no alto de uma montanha, a fração do volume submerso seria afetada pela variação da aceleração da gravidade e pela variação da pressão atmosférica? Justifique sua resposta.

42. UPE Uma casca esférica de raio interno a e raio externo b flutua com metade do volume submerso em um líquido de densidade d . A expressão que representa a massa da casca esférica m é:

- a) $d\frac{2\pi}{3}(b^3 - a^3)$ d) $d\frac{2\pi}{3}b^3$
 b) $d\frac{2\pi}{3}a^3$ e) $d\frac{4\pi}{3}(b^3 - a^3)$
 c) $d\frac{2\pi}{3}(a^3 - b^3)$

43. UFG-GO Uma placa polar após se desprender do continente gelado fica com altura média de 100 m acima do nível da água e permanece à deriva em mar aberto como um *iceberg*. Ao avistar esse bloco de gelo, a tripulação de um navio avalia, usando um GPS, que ele tem cerca de 30,0 km² de área. Calcule o volume submerso do *iceberg*, considerando que a razão da sua densidade pela densidade da água é $\frac{\rho_{\text{iceberg}}}{\rho_{\text{água}}} = 0,90$.

44. PUC-Rio 2012 Uma esfera de massa $1,0 \cdot 10^3$ kg está em equilíbrio, completamente submersa a uma grande profundidade dentro do mar. Um mecanismo interno faz com que a esfera se expanda rapidamente e aumente seu volume em 5,0%. Considerando que $g = 10 \text{ m/s}^2$ e que a densidade da água é $d_{\text{água}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, calcule:

a) o empuxo de Arquimedes sobre a esfera, antes e depois da expansão da mesma.
 b) a aceleração da esfera logo após a expansão.

45. UCPel-RS 2021 O verão é um período em que as pessoas buscam locais de lazer com acesso a piscina, mar, rio ou lagoa. Na figura abaixo, o menino parece divertir-se flutuando sobre uma prancha.



Observe que a prancha está totalmente mergulhada na água, assim como parte do corpo do menino. Considere a prancha retangular de dimensões 60 cm × 40 cm e 6 cm de espessura e que a massa do menino é de 55 kg. A massa específica do material da prancha é de 600 kg/m³, a do corpo humano é de 1100 kg/m³ e a da água 1000 kg/m³. Considerando esses dados estima-se que aproximadamente

- a) 98,5 % do corpo do menino permanece submerso.
 b) 98,5 % do corpo do menino está emerso.
 c) 18,5 % do corpo do menino está emerso.
 d) 58,5 % do corpo do menino está submerso.
 e) 28,5 % do corpo do menino está emerso.

46. Col. Naval-RJ 2021 Uma prancha de *surf*, de 1 m² de área e 10 cm de altura, flutua na água com uma parte submersa de altura igual a 2 cm. Considerando a prancha como um paralelepípedo retangular, calcule a altura da parte submersa da prancha, em cm, quando um surfista de 70 kg está sobre ela, e assinale a opção correta, sabendo que a situação descrita ocorre em águas paradas e a prancha permanece sempre na horizontal.

Dados: densidade da água = 10³ kg/m³; $g = 10 \text{ m/s}^2$.

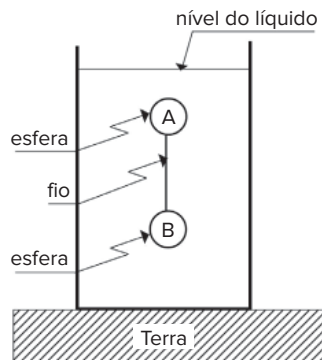
- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

47. UFJF-MG 2020 Uma pessoa de 50 kg quer ficar em cima de um bloco de gelo flutuando sobre um lago de água doce. Qual deve ser o volume mínimo do bloco para que a pessoa consiga isto sem molhar os pés?

Dados: Considere a densidade da água como 1,0 · 10³ kg/m³, e a densidade de gelo como 0,9 · 10³ kg/m³, e $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) 0,5 L c) 0,5 m³ e) 5,0 m³
 b) 0,5 kg d) 0,9 m³

48. EsPCEX-SP 2019 Duas esferas homogêneas A e B, unidas por um fio ideal na posição vertical, encontram-se em equilíbrio estático completamente imersas em um líquido homogêneo em repouso de densidade 1 kg/dm³, contido em um recipiente apoiado na superfície da Terra, conforme desenho abaixo. As esferas A e B possuem, respectivamente, as massas $m_A = 1 \text{ kg}$ e $m_B = 5 \text{ kg}$.



Desenho ilustrativo – Fora de escala

Sabendo que a densidade da esfera B é de 2,5 kg/dm³, o volume da esfera A é de

Dado: considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s².

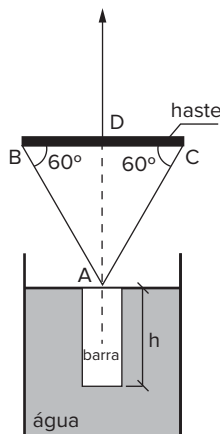
- a) 2 dm³. c) 4 dm³. e) 6 dm³.
 b) 3 dm³. d) 5 dm³.

- 49. Col. Naval-RJ 2021** Uma criança observa uma prancha de isopor de dimensões 10 cm x 40 cm x 85 cm boiando na superfície do mar, e decide entrar na água para brincar em cima da prancha. Desprezando o peso do isopor, determine a maior massa que o referido isopor pode sustentar sem afundar, em kg, e assinale a opção correta.

▶ **Dado:** Massa específica da água = 1,0 kg/L.

- a) 3,4
b) 6,8
c) 34
d) 68
e) 340

- 50. IME-RJ 2020**



Uma barra de metal de massa M uniformemente distribuída e seção reta quadrada de lado L encontra-se totalmente submersa e sustentada pela estrutura na figura, composta por uma haste e por fios inextensíveis com massas desprezíveis. Em determinado instante, a haste começa a ser puxada lentamente pelo fio central em D , de modo que a barra começa a emergir. Esse movimento durou até que apenas 25% da barra estivesse imersa, momento em que ocorreu o rompimento do fio AB .

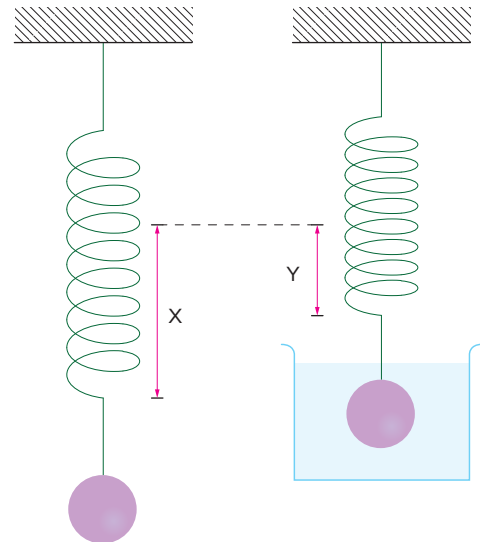
▶ **Dados:**

- comprimento da barra: h ;
- aceleração da gravidade: g ; e
- massa específica da água: μ .

A força de tração que leva à ruptura do fio AB é:

- a) $\frac{\sqrt{3}(2M - \mu hL^2)g}{6}$
b) $\frac{\sqrt{3}(4M - \mu hL^2)g}{12}$
c) $\frac{\sqrt{3}(4M - \mu hL^2)g}{6}$
d) $\frac{\sqrt{3}(2M - \mu hL^2)g}{3}$
e) $\frac{\sqrt{3}(8M - \mu hL^2)g}{6}$

- 51. UFV-MG** Uma esfera de volume V é pendurada na extremidade de uma mola de constante elástica K , fazendo com que a mola estique uma quantidade X (como mostra a figura a seguir). A esfera é, então, mergulhada em um recipiente com um líquido, fazendo com que a mola passe a ficar esticada de um valor Y . Sendo g o módulo da aceleração da gravidade, a densidade do líquido é:



- a) $\frac{K(X + Y)}{gV}$
b) $\frac{K(X - Y)}{gV}$
c) $\frac{KX}{gV}$
d) $\frac{KY}{gV}$

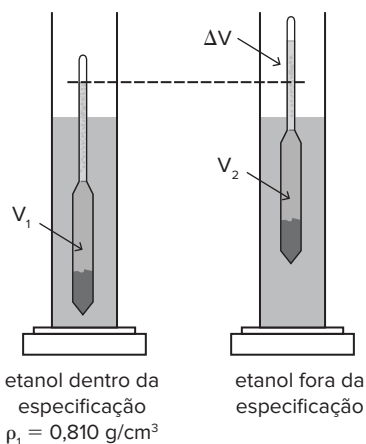
- 52. ITA-SP 2018** Uma esfera sólida e homogênea de volume V e massa específica ρ repousa totalmente imersa na interface entre dois líquidos imiscíveis. O líquido de cima tem massa específica ρ_c e o de baixo, ρ_b , tal que $\rho_c < \rho < \rho_b$. Determine a fração imersa no líquido superior do volume da esfera.

- 53. FCMSCSP 2021** Em um recipiente, misturam-se 500 cm³ de água, cuja massa específica é 1,0 g/cm³, com 1000 cm³ de álcool, cuja massa específica é 0,85 g/cm³. Após a homogeneização da mistura, uma esfera de densidade 0,72 g/cm³ é nela colocada. No equilíbrio, a porcentagem do volume da esfera que se encontra imerso na água é

- a) 85%.
b) 82%.
c) 80%.
d) 78%.
e) 90%.

54. Unicamp-SP 2020 Um densímetro de posto de combustível, usado para analisar o etanol, consiste de um tubo de vidro que fica parcialmente submerso no etanol. O peso do tubo é fixo, de forma que o volume do tubo que fica submerso depende da densidade do etanol. Uma escala na parte superior do tubo indica o valor da densidade medida.

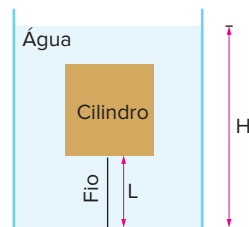
- a) O etanol combustível é hidratado, ou seja, contém uma porcentagem de água. A figura abaixo ilustra duas medidas de densidade de etanol. A primeira é de uma amostra de etanol hidratado dentro da especificação, cujo valor é $\rho_1 = 0,810 \text{ g/cm}^3$. Nessa medida, o volume submerso do densímetro é V_1 . A segunda medida, realizada com o mesmo densímetro, é de uma amostra fora da especificação e, nesse caso, o volume submerso do densímetro é V_2 . A diferença dos volumes submersos é de 10% de V_1 , ou seja, $\Delta V = V_1 - V_2 = 0,1V_1$. Qual é a densidade de ρ_2 da segunda amostra?



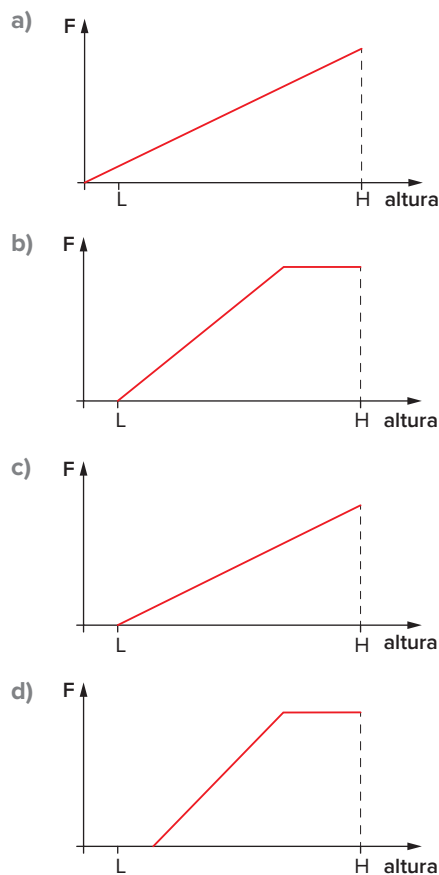
- b) Num posto de combustível, a gasolina é bombeada do reservatório subterrâneo até o tanque do veículo, numa altura $h = 3,0 \text{ m}$ acima do nível superior do reservatório. A gasolina, que é sempre retirada da parte superior do reservatório, encontra-se inicialmente parada e é despejada no tanque do veículo a uma velocidade $v = 0,8 \text{ m/s}$. Qual é o aumento da energia mecânica da gasolina proporcionado pela bomba ao encher um tanque de volume $V = 40 \text{ litros}$?

Dado: $\rho_{\text{gasolina}} = 0,75 \text{ g/cm}^3$

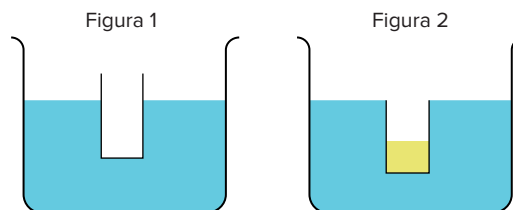
55. Uerj 2012 Um cilindro sólido e homogêneo encontra-se, inicialmente, apoiado sobre sua base no interior de um recipiente. Após a entrada de água nesse recipiente até um nível máximo de altura H , que faz o cilindro ficar totalmente submerso, verifica-se que a base do cilindro está presa a um fio inextensível de comprimento L . Esse fio está fixado no fundo do recipiente e totalmente esticado. Observe a figura:



Em função da altura do nível da água, o gráfico que melhor representa a intensidade da força F que o fio exerce sobre o cilindro é:



56. FMJ-SP 2021 A figura 1 mostra um recipiente vazio flutuando na água, com o volume da parte submersa igual a 140 cm^3 . Colocando-se certa quantidade de óleo nesse recipiente, este continua a flutuar, mas na iminência de afundar, como mostra a figura 2, situação em que o volume submerso é igual a 200 cm^3 .



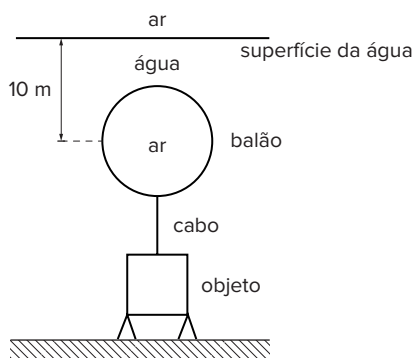
Sabendo-se que as massas específicas da água e do óleo são, respectivamente, $1,0 \text{ g/cm}^3$ e $0,80 \text{ g/cm}^3$, o volume de óleo colocado no recipiente foi de:

- a) 75 cm^3 c) 60 cm^3 e) 92 cm^3
 b) 48 cm^3 d) 84 cm^3

57. Unicamp-SP 2018 Um gigantesco *iceberg* desprendeu-se recentemente da Antártida, no extremo sul do planeta. O desprendimento desse *iceberg*, batizado de A68, foi considerado um dos maiores eventos do gênero já registrados pela ciência moderna. Segundo a NASA, é difícil prever se o *iceberg* permanecerá como um único bloco, mas é mais provável que ele se fragmente.

- a) Considere que o *iceberg* tem o formato aproximado de uma placa de $6\,000\text{ km}^2$ de área e 500 m de espessura. Sendo a densidade do gelo $\rho_g = 900\text{ kg/m}^3$, calcule o empuxo sobre o *iceberg* que o mantém flutuando.
- b) Suponha um *iceberg* com velocidade de deriva constante. Em um dado momento, tensões internas fazem com que dois blocos de gelo menores, A e B, se desprendam e sejam lançados em sentidos opostos e perpendicularmente à direção da velocidade de deriva do *iceberg*. As massas dos blocos são $m_A = 2,0 \cdot 10^5\text{ kg}$ e $m_B = 5,0 \cdot 10^4\text{ kg}$. Sabendo que imediatamente após a fragmentação a direção da velocidade de deriva do *iceberg* se mantém, e que o módulo da velocidade do bloco A é $v_A = 0,5\text{ m/s}$, calcule o módulo da velocidade do bloco B imediatamente após a ruptura.

58. IME-RJ 2022



Um objeto de formato cúbico, com aresta de comprimento L e de massa específica μ_{obj} , encontra-se apoiado no fundo do mar, devendo ser içado por meio de um balão de borracha de massa m_b , que apresenta volume interno V de ar ajustável. A figura ilustra a situação descrita, com o centro do balão posicionado a 10 m de profundidade. O volume V do balão, em m^3 , relaciona-se com a diferença de pressão Δp , em atm, entre a pressão interna e a externa do balão pela seguinte equação:

$$\Delta p = 1,4V^2 - 1,2V + 1,8$$

Para $1 \leq V \leq 31$

► **Dados:**

- massa do balão: $m_b = 50\text{ kg}$;
- massa do cabo: $m_c = 100\text{ kg}$;
- comprimento da aresta do objeto cúbico: $L = 1\text{ m}$;
- aceleração da gravidade: $g = 10\text{ m/s}^2$;
- massa específica do objeto: $\mu_{\text{obj}} = 2\,850\text{ kg/m}^3$;
- massa específica da água: $\mu_{\text{água}} = 1\,000\text{ kg/m}^3$; e
- $1\text{ atm} = 10^5\text{ Pa}$.

► **Observações:**

- o ar acima da superfície da água encontra-se a 1 atm de pressão;
- despreze o volume do cabo e a massa do ar internamente ao balão; e
- para efeito do cálculo da pressão hidrostática sobre o balão, considere que todo volume V esteja posicionado na mesma profundidade de seu centro.

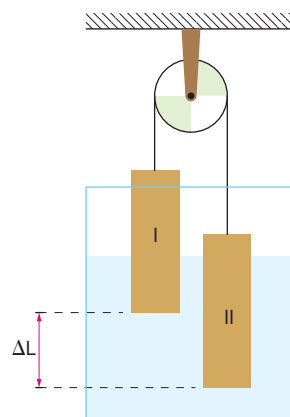
A pressão interna mínima do balão, em atm, a partir da qual será iniciado o movimento do objeto é:

- a) 3,0
b) 4,2
c) 5,5
d) 7,0
e) 8,5

59. Ufes A uma determinada temperatura, um bloco de densidade ρ flutua em um líquido cuja densidade é o dobro da densidade do bloco.

- a) Desenhe o diagrama de forças que atuam no bloco em equilíbrio.
- b) Determine a razão entre o volume submerso e o volume total do bloco nessa temperatura.
- c) Sabendo que o coeficiente de dilatação volumétrica do líquido é cem vezes maior que o coeficiente de dilatação volumétrica β do bloco, determine qual deve ser a variação de temperatura para que o bloco fique com três quartos de seu volume submerso.

60. UFG-GO Em um recipiente contendo água colocam-se dois sólidos cilíndricos de mesmo comprimento e de mesma seção reta de área A , ligados por um fio inextensível de massa desprezível, o qual passa por uma polia ideal, conforme ilustrado a seguir.



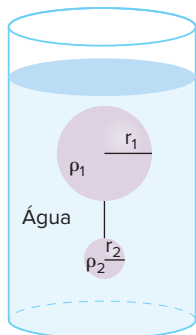
► **Dados:**

- $d_{\text{H}_2\text{O}} = 1,0\text{ g/cm}^3$
- $A = 2,0\text{ cm}^2$
- $\Delta L = 5,0\text{ cm}$

Considerando o exposto e que o sistema está em equilíbrio, a diferença de massa dos cilindros ($m_I - m_{II}$), em gramas, é:

- a) $-10,0$
b) $-5,0$
c) $5,0$
d) $10,0$
e) $15,7$

61. **UFJF-MG** Um estudante de Física faz um experimento no qual ele prende duas esferas de densidades ρ_1 e ρ_2 e raios r_1 e r_2 relacionados por $\rho_1 = \frac{\rho_2}{2}$ e $r_1 = 2r_2 = 10,0$ cm. O estudante amarra as esferas com um barbante de massa desprezível e coloca o conjunto dentro de um grande tanque contendo água. Como mostra a figura a seguir, o conjunto de esferas flutua totalmente submerso na água, mantendo uma tração T no barbante.



- Faça diagramas de forças que atuam nas esferas e identifique cada uma das forças.
- Calcule os módulos das forças de empuxo que atuam em cada esfera.
- Calcule as densidades das esferas.
- Calcule o módulo da tração T que atua no barbante.

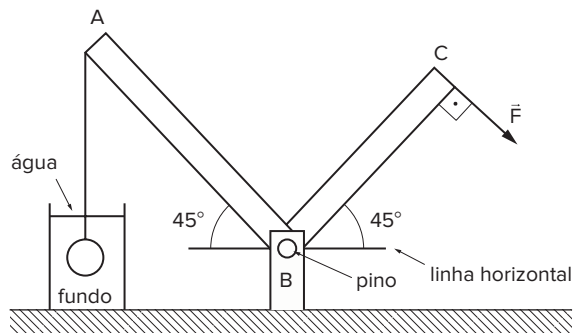
► **Use quando necessário:**

Aceleração da gravidade $g = 10$ m/s²

Densidade da água $\rho = 1,0$ g/cm³ = 1000 kg/m³

Constante $\pi = 3,14$

62. **EsPCEX-SP 2020** O desenho abaixo apresenta uma barra metálica ABC em formato de L de peso desprezível com dimensões $AB = 0,8$ m e $BC = 0,6$ m, articulado em B por meio de um pino sem atrito e posicionada a 45° em relação à linha horizontal. Na extremidade A é presa uma esfera homogênea de volume igual a 20 L e peso igual a 500 N por meio de um fio ideal tracionado. A esfera está totalmente imersa, sem encostar no fundo de um recipiente com água, conforme o desenho abaixo. O valor do módulo da força \vec{F} que faz 90° com o lado BC e mantém o sistema em equilíbrio estático, como o desenho abaixo é:



Desenho ilustrativo – Fora de escala

► **Dados:** densidade da água: 1 000 kg/m³

aceleração da gravidade: 10 m/s²

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ e } \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- $200\sqrt{2}$ N
- $150\sqrt{2}$ N
- $130\sqrt{2}$ N
- $80\sqrt{2}$ N
- $45\sqrt{2}$ N

63. **UFSC 2014** Pedro (50 kg), Tiago (53 kg) e João (60 kg), três jovens que passam férias em uma praia de Florianópolis, encontram uma prancha de surfe tamanho 6' 7", com largura do meio 18", espessura 2 3/8" e densidade 0,05 g/cm³. Como não entendem muito de surfe, mas conhecem muito de Física, resolvem fazer testes em uma piscina de água doce, realizar alguns cálculos e discutir conceitualmente sobre as propriedades físicas envolvidas na prática do surfe. Os jovens modelam a prancha como um paralelepípedo de comprimento 2,0 m, largura 0,45 m e altura 6,0 cm. As conclusões obtidas foram sintetizadas nas afirmações a seguir.

Com base no enunciado, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- A altura da parte submersa da prancha quando flutua na água é de 0,3 cm.
- O princípio de Arquimedes declara que todo corpo leve flutua na água e todo corpo pesado afunda.
- Quando aumenta a densidade da água na qual a prancha está flutuando, diminui a altura da parte submersa.
- A prancha suportaria apenas o peso de Pedro e Tiago, em pé sobre ela, sem afundar.
- A força de empuxo que atua sobre a prancha em flutuação existe porque a pressão que a água exerce sobre a prancha aumenta com a profundidade.

Soma:

64. **AFA-SP 2013** Uma esfera homogênea, rígida, de densidade μ_1 e de volume V se encontra apoiada e em equilíbrio na superfície inferior de um recipiente, como mostra a figura 1. Nesta situação a superfície inferior exerce uma força N_1 sobre a esfera.

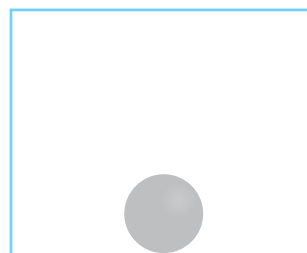


Figura 1

A partir dessa condição, o recipiente vai sendo preenchido lentamente por um líquido de densidade μ , de tal forma que esse líquido esteja sempre em equilíbrio hidrostático. Num determinado momento, a situação de equilíbrio do sistema, no qual a esfera apresenta metade de seu volume submerso, é mostrada na figura 2.

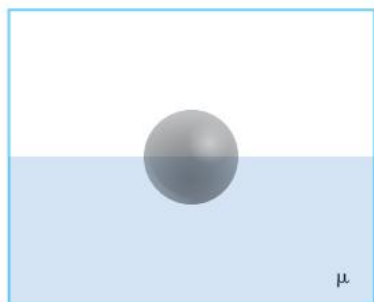


Figura 2

Quando o recipiente é totalmente preenchido pelo líquido, o sistema líquido-esfera se encontra em uma nova condição de equilíbrio com a esfera apoiada na superfície superior do recipiente (figura 3), que exerce uma força de reação normal N_2 sobre a esfera.

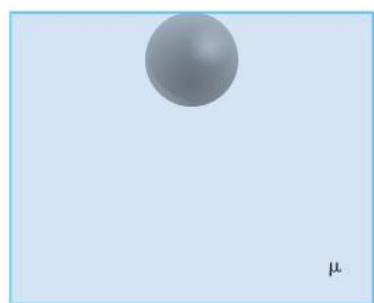


Figura 3

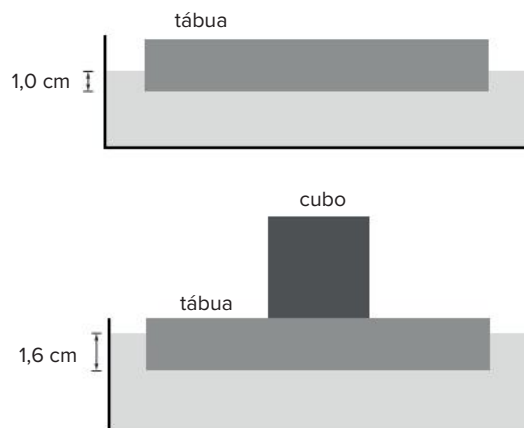
Nessas condições, a razão $\frac{N_2}{N_1}$ é dada por:

- a) $\frac{1}{2}$
- b) 1
- c) $\frac{3}{2}$
- d) 2

65. Acafe-SC 2021 Um professor de Física desafiou seus alunos a criarem um método experimental para encontrar a massa m de um cubo, mas sem usarem balanças.

Marta, uma de suas alunas, realizou os seguintes procedimentos (esquematizados na figura a seguir): (1) preparou uma tábua com área A na parte superior, espessura h e com massa 10,0 kg; (2) verificou que a tábua ficou 1,0 cm imersa ao ser colocada na água; (3) verificou que a tábua ficou 1,6 cm imersa quando o cubo de massa m foi colocado na sua parte superior;

(4) finalmente, calculou o valor da massa m do cubo com os dados obtidos.

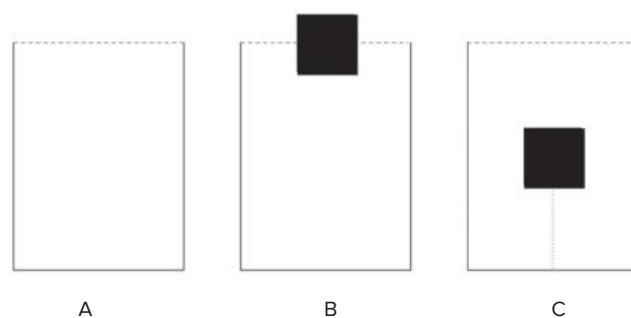


A alternativa correta que apresenta o valor da massa m do cubo, em quilogramas, é:

- a) 8,0
- b) 0,6
- c) 6,0
- d) 16

Empuxo – balanças e dinamômetros

66. UFJF-MG 2020 Numa experiência, temos 3 béqueres idênticos cheios de água até a borda. O béquer A contém apenas água. O béquer B contém, além da água, um bloco de madeira flutuando na superfície. No béquer C, um segundo bloco de madeira completamente submerso está preso por uma linha fina presa ao fundo do béquer. A densidade dos blocos de madeira é a metade da densidade da água. Os dois blocos de madeira possuem massas iguais.



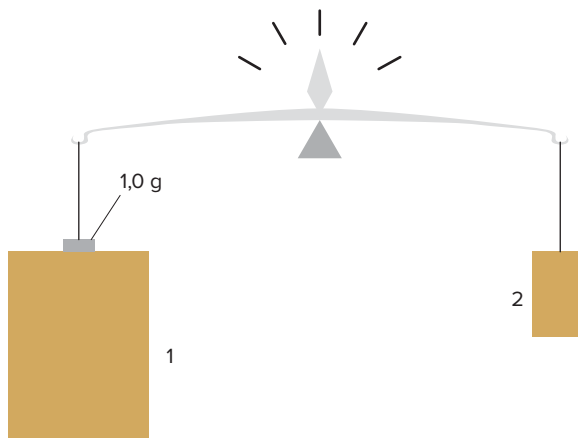
Uma balança mede o peso de cada béquer, em cada situação descrita, resultando nos pesos representados por P_A , P_B e P_C , respectivamente. Selecione a alternativa que representa a relação correta entre estes pesos.

- a) $P_B > P_A > P_C$
- b) $P_A > P_B > P_C$
- c) $P_A = P_B > P_C$
- d) $P_A > P_B = P_C$
- e) $P_A = P_B = P_C$

67. UPF-RS 2016 Um estudante de física realiza um experimento para determinar a densidade de um líquido. Ele suspende um cubo de aresta igual a 10,0 cm em um dinamômetro. Faz a leitura do aparelho e registra 50,0 N. Em seguida, ele mergulha metade do cubo no líquido escolhido, realiza uma nova leitura no dinamômetro e registra 40,0 N. Usando as medidas obtidas pelo estudante no experimento e considerando o módulo da aceleração da gravidade local igual a $10,0 \text{ m/s}^2$, o valor da densidade do líquido, em g/cm^3 , encontrado pelo estudante, é igual a:

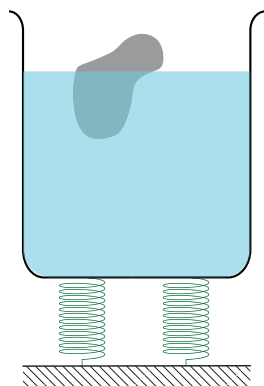
- a) 3,6 c) 1,6 e) 0,8
b) 1,0 d) 2,0

68. UFRJ Dois corpos, 1 e 2, têm a mesma massa, mas são constituídos de materiais diferentes, cujas respectivas densidades, ρ_1 e ρ_2 , são tais que $\rho_1 = \frac{\rho_2}{11}$. Quando os dois corpos são suspensos numa balança sensível de braços iguais, na presença do ar, verifica-se que é necessário adicionar um pequeno contrapeso de 1,0 g de massa ao corpo 1, de modo a compensar a diferença de empuxos causados pelo ar e equilibrar a balança como ilustra a figura a seguir.



Calcule os volumes V_1 e V_2 dos corpos 1 e 2 supondo que a densidade do ar tenha o valor $\rho = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ e que o volume do contrapeso seja desprezível.

69. Esc. Naval-RJ 2018 Analise a figura abaixo.

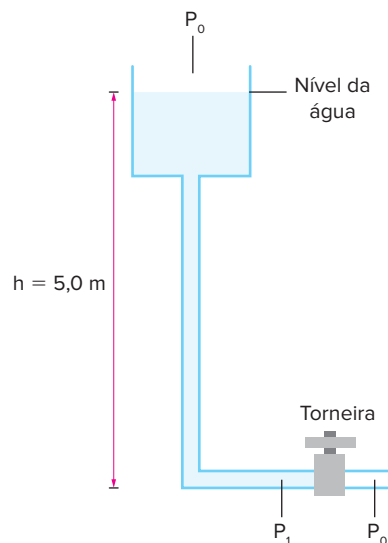


A figura mostra um objeto flutuando na água contida em um vaso sustentado por duas molas idênticas, de constante elástica desconhecida. Numa situação de equilíbrio, em que esse vaso de massa desprezível contém somente a água, as molas ficam comprimidas de x . Quando o objeto, cujo volume é $\frac{1}{30}$ do volume da água, é inserido no vaso, as molas passam a ficar comprimidas de x' . Sabendo que, no equilíbrio, 60% do volume do objeto fica submerso, qual a razão $\frac{x'}{x}$?

- a) 1,06
b) 1,05
c) 1,04
d) 1,03
e) 1,02

Hidrodinâmica

70. Unicamp-SP



Uma torneira é usada para controlar a vazão ϕ da água que sai de um determinado encanamento. Essa vazão (volume de água por unidade de tempo) relaciona-se com a diferença de pressão dos dois lados da torneira (ver figura) pela seguinte expressão:

$$P_1 - P_0 = Z \cdot \phi$$

Nesta expressão, Z é a resistência ao fluxo de água oferecida pela torneira. A densidade da água é $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ e a pressão atmosférica P_0 é igual a $1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

- a) Qual é a unidade de Z no Sistema Internacional?
b) Se a torneira estiver fechada, qual será a pressão P_1 ?
c) Faça uma estimativa da vazão de uma torneira doméstica, tomando como base sua experiência cotidiana. A partir dessa estimativa, encontre a resistência da torneira, supondo que a diferença de pressão ($P_1 - P_0$) seja igual a $4,0 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$.

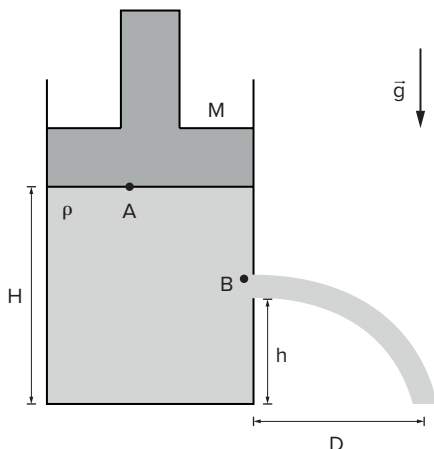
71. UFJF-MG 2017 Uma caixa-d'água em formato cúbico com um metro de aresta está conectada a uma mangueira pela qual é retirada água para molhar um jardim. Suponha que o nível da caixa-d'água diminua à razão de 4 mm por minuto, e que a área da extremidade da mangueira seja de 1 cm^2 aproximadamente. Determine a vazão e velocidade da água que sai da mangueira, respectivamente:

- a) $\frac{1}{15} \text{ L/s}$ e $\frac{2}{3} \text{ m/s}$
- b) $\frac{1}{15} \text{ L/s}$ e $\frac{20}{3} \text{ m/s}$
- c) $\left(\frac{1}{15}\right) \cdot 10^{-3} \text{ L/s}$ e $\frac{2}{3} \text{ m/s}$
- d) 15 L/s e $\frac{4}{6} \text{ m/s}$
- e) $(15) \cdot 10^{-3} \text{ L/s}$ e $\frac{40}{6} \text{ m/s}$

72. ITA-SP 2020 Por uma mangueira de diâmetro D_1 flui água a uma velocidade de 360 m/min , conectando-se na sua extremidade a 30 outras mangueiras iguais entre si, de diâmetro $D_2 < D_1$. Assinale a relação $\frac{D_2}{D_1}$ para que os jatos de água na saída das mangueiras tenham alcance horizontal máximo de 40 m .

- a) $\frac{1}{10}$
- b) $\sqrt{\frac{3}{10}}$
- c) $\frac{4}{5}$
- d) $\frac{1}{2}$
- e) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

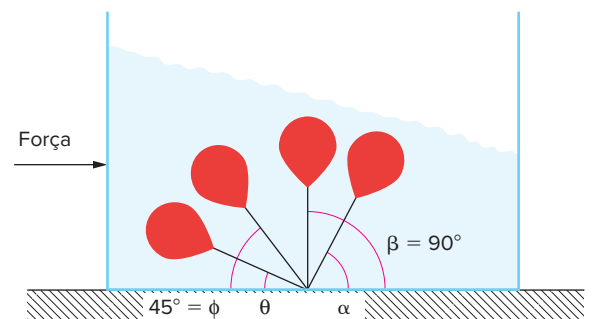
73. ITA-SP 2021 Um recipiente, de secção de área constante e igual a A , é preenchido por uma coluna de líquido de densidade ρ e altura H . Sobre o líquido encontra-se um pistão de massa M , que pode se deslocar verticalmente livre de atrito. Um furo no recipiente é feito a uma altura h , de tal forma que um filete de água é expelido conforme mostra a figura. Assinale a alternativa que contém o alcance horizontal D do jato de água.



- a) $2\sqrt{(H-h)\left(h + \frac{m}{\rho A}\right)}$
- b) $\sqrt{2h\left(H-h + \frac{m}{\rho A}\right)}$
- c) $2\sqrt{h\left(H-h + \frac{m}{\rho A}\right)}$
- d) $2\sqrt{h\left(H-h + \frac{m}{2\rho A}\right)}$
- e) $\sqrt{h\left(H-h + \frac{m}{\rho A}\right)}$

Fluidos em movimento de corpo rígido

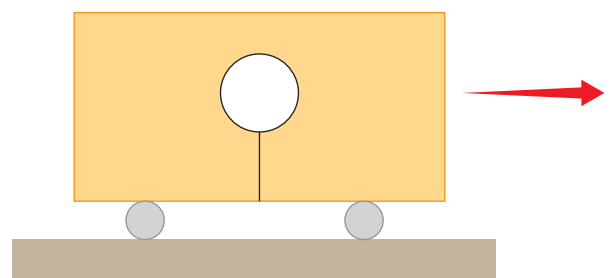
74. Uece 2014 Uma boia completamente submersa em um tanque contendo água está presa ao fundo por uma linha inextensível e de massa desprezível. Esse tanque está sobre uma mesa horizontal e se desloca sem atrito sob a ação da força peso e de uma força constante também horizontal, conforme a figura a seguir.



A aceleração horizontal do tanque tem módulo ligeiramente menor do que o módulo da aceleração da gravidade. Assinale a opção que melhor representa o ângulo de inclinação da linha que prende a boia.

- a) β
- b) α
- c) θ
- d) ϕ

75. ITA-SP Um balão contendo gás hélio é fixado, por meio de um fio leve, ao piso de um vagão completamente fechado. O fio permanece na vertical enquanto o vagão se movimenta com velocidade constante, como mostra a figura. Se o vagão é acelerado para frente, pode-se afirmar que, em relação a ele, o balão:



- a) se movimenta para trás e a tração no fio aumenta.
- b) se movimenta para trás e a tração no fio não muda.
- c) se movimenta para frente e a tração no fio aumenta.
- d) se movimenta para frente e a tração no fio não muda.
- e) permanece na posição vertical.

EM13CNT306 e EM13CNT307

- Para ter um alívio nos dias quentes, Marina deseja colocar uma piscina circular e inflável, de massa desprezível e diâmetro 1,8 m, na sacada de seu apartamento. Ao consultar as especificações do prédio, ela verificou que o piso da varanda suporta 250 kg/m^2 .
 - Qual é a pressão máxima suportada pelo piso da varanda de Marina?
 - Qual é a altura máxima de água com que Marina pode encher a piscina para depois entrar nela, sem colocar em risco a estrutura da construção?

► **Dados:** $g = 10 \text{ m/s}^2$, $d_{\text{água}} = 1000 \text{ kg/m}^3$, a massa de Marina é 75 kg.

EM13CNT204, EM13CNT301 e EM13CNT303

2. Acafe-SC 2018

Os exercícios feitos nas aulas de hidroginástica podem ajudar as pessoas com problemas como artrite, pois favorecem a melhor utilização das articulações afetadas, sem oferecer risco de agravamento dos sintomas. Pesquisas identificaram melhora nos casos de pessoas com artrite reumatoide, além de reduzir dores de osteoartrite.

Fonte: <http://www.mundoboaforma.com.br/13-beneficios-dahidroginastica-para-boa-forma-e-saude/> Acesso em: 13 de set. 2017.



Assim, analise as proposições a seguir, marque com V as verdadeiras e com F as falsas e assinale a alternativa com a sequência correta.

- Na piscina da hidroginástica aparece uma força de empuxo da água sobre a pessoa para cima diminuindo o efeito do peso.
- O valor da força peso será igual ao empuxo quando a pessoa estiver boiando em equilíbrio na piscina de hidroginástica.
- O empuxo recebido pela pessoa tem o mesmo valor do peso da massa de água da piscina que a pessoa desloca.

■ O valor da força peso só será igual ao empuxo quando a pessoa estiver totalmente submersa na piscina de hidroginástica.

- $V - F - V - F$
- $V - V - V - F$
- $F - V - F - F$
- $V - F - F - V$

EM13CNT301 e EM13CNT308

- UEL-PR 2020** A figura a seguir destaca os “Tubos de Pitot” de uma aeronave do Museu do Voo em Seattle. Presentes nas aeronaves em operação na aviação civil e militar, uma de suas principais funções é a aferição da velocidade dos aviões.



Com base nos conceitos da mecânica de fluidos, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, os princípios físicos utilizados para explicar o funcionamento do tubo de Pitot.

- A velocidade de um fluido que escoar no interior de um tubo é inversamente proporcional à densidade específica desse fluido em temperatura ambiente.
- A variação da pressão em qualquer ponto de um fluido que escoar num tubo é inversamente proporcional à área de seção transversal desse tubo.
- A variação da pressão entre dois pontos no interior de um fluido em repouso é igual à razão da densidade do fluido pelo desnível vertical entre os pontos.
- A velocidade de um fluido que escoar no interior de um tubo é resultado do produto da densidade do mesmo pela pressão atmosférica.
- A variação da pressão aferida em um ponto de um fluido em equilíbrio é transferida integralmente para todos os pontos desse fluido.



Antenas de telecomunicação.

FRENTE 3

CAPÍTULO

13

Ondas periódicas

A telefonia celular tem esse nome pois os locais onde ela opera são divididos em células, onde uma ou várias estações rádio base são instaladas. Algumas antenas, como as da fotografia, são visíveis; já outras são localizadas no alto de edifícios e podem passar despercebidas. Atualmente, as tecnologias de redes móveis predominantes são a 3G e a 4G, e algumas poucas localidades já dispõem de tecnologia 5G. No entanto, já há estudos para a implantação da tecnologia 6G, que deve entrar em operação em 2030 e poderá ser até 8 mil vezes mais rápida que a tecnologia 5G, chegando a velocidades da ordem de TB/s (1 terabyte por segundo). Todas essas tecnologias são possíveis devido aos fenômenos ondulatórios apresentados por ondas periódicas, que são o tema deste capítulo.

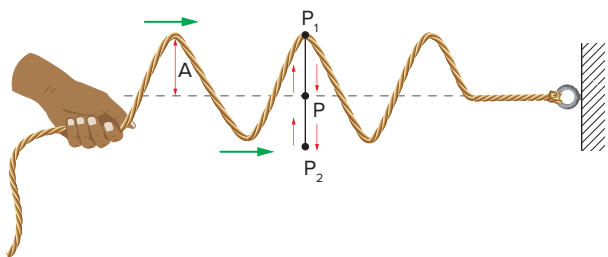
Ondas periódicas

As ondas periódicas são formadas por pulsos sequenciais que se repetem em intervalos de tempo iguais. Neste capítulo, abordaremos apenas as ondas que se caracterizam dessa forma e que se propagam com velocidade constante pelo meio. As ondas periódicas podem ser transversais, longitudinais ou mistas.

Ondas periódicas transversais

Um exemplo simples de onda periódica transversal é obtido quando oscilamos a extremidade de uma corda para cima e para baixo. O movimento da mão é aproximadamente um MHS, que gera ondas com a mesma frequência do movimento da mão.

Ao oscilar num plano vertical, os pontos da corda que atingem pontos mais elevados são chamados de **pico** ou **crista**, e os pontos mais baixos são chamados de **vales** ou **depressões**.

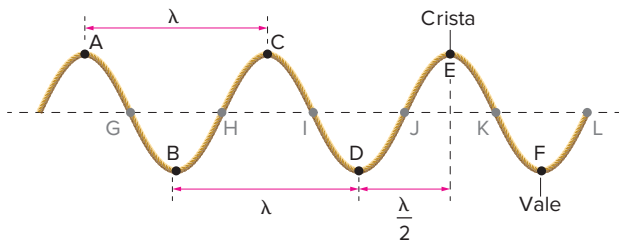


O ponto P_1 corresponde a um pico, e o ponto P_2 , a um vale.

Considerando a posição da corda esticada horizontalmente como a posição de equilíbrio dessa corda, notamos que, com a mão oscilando, os pontos da corda sobem e descem apresentando um máximo afastamento dessa posição de equilíbrio, que chamamos de **amplitude** (A).

Pontos em fase e comprimento de onda

Observe que, devido ao movimento oscilatório dos pontos da corda, os picos (identificados pelos pontos A, C e E na figura a seguir) têm seu movimento sincronizado; dizemos então que eles oscilam em fase. O mesmo ocorre para os vales (B, D e F) e para outros pontos em sincronismo.



Movimento oscilatório em corda.

De forma semelhante, podemos dizer que um pico e um vale estão sempre em oposição de fase, pois seus movimentos oscilatórios são exatamente opostos em sentido.

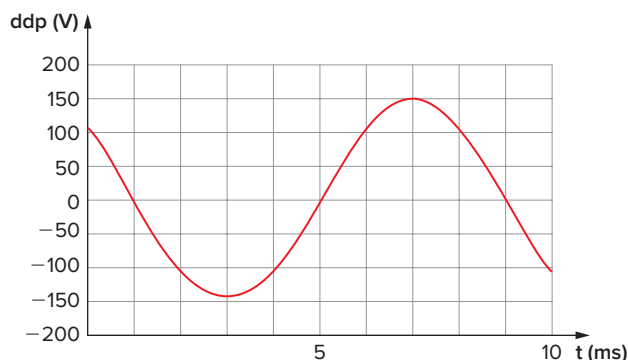
Definimos, a partir disso, uma grandeza chamada **comprimento de onda** (λ), que corresponde à distância em linha reta entre dois pontos consecutivos em fase, por exemplo, de um pico ao próximo pico, de um vale ao próximo vale e assim por diante. Dessa forma, a distância entre dois pontos

em oposição de fase corresponde exatamente à metade do comprimento de onda.

Em ondas periódicas, o comprimento de onda é uma constante e corresponde à distância viajada pela onda em um intervalo de tempo definido, denominado **período** (T).

Exercícios resolvidos

- Enem PPL 2017** O osciloscópio é um instrumento que permite observar uma diferença de potencial (ddp) em um circuito elétrico em função de tempo ou em função de outra ddp. A leitura do sinal é feita em uma tela sob a forma de um gráfico tensão \times tempo.



BOMFIM, M. Disponível em: www.ufpr.br. Acesso em: 14 ago. 2012 (adaptado).

A frequência de oscilação do circuito elétrico estudado é mais próxima de

- 300 Hz.
- 250 Hz.
- 200 Hz.
- 150 Hz.
- 125 Hz.

Resolução:

Tomando como referência o intervalo entre o instante de vale (3 ms) e pico (7 ms), conclui-se que a metade do período corresponde a 4 ms. Sendo assim:

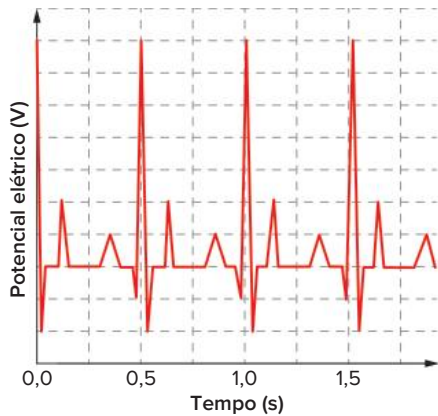
$$\frac{T}{2} = 4 \cdot 10^{-3} \Rightarrow T = 8 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Da relação entre período e frequência, temos:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{8 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow f = 125 \text{ Hz}$$

Resposta: alternativa **e**.

- CPS-SP** Na Copa do Mundo de 2010, a Fifa determinou que nenhum atleta poderia participar sem ter feito uma minuciosa avaliação cardiológica prévia. Um dos testes a ser realizado, no exame ergométrico, era o eletrocardiograma. Nele é feito o registro da variação dos potenciais elétricos gerados pela atividade do coração. Considere a figura que representa parte do eletrocardiograma de um determinado atleta.



Sabendo que o pico máximo representa a fase final da diástole, conclui-se que a frequência cardíaca desse atleta é, em batimentos por minuto,

- a) 60. d) 120.
 b) 80. e) 140.
 c) 100.

Resolução:

Tomando o intervalo de tempo entre dois picos sucessivos, concluímos que o período é de 0,5 s. Sendo assim:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5} \Rightarrow f = 2 \text{ Hz}$$

$$\text{Como } 1 \text{ Hz} = \frac{1 \text{ ciclo}}{1 \text{ s}} = \frac{1 \text{ batimento}}{\frac{1}{60} \text{ min}} = 60 \text{ bpm, temos}$$

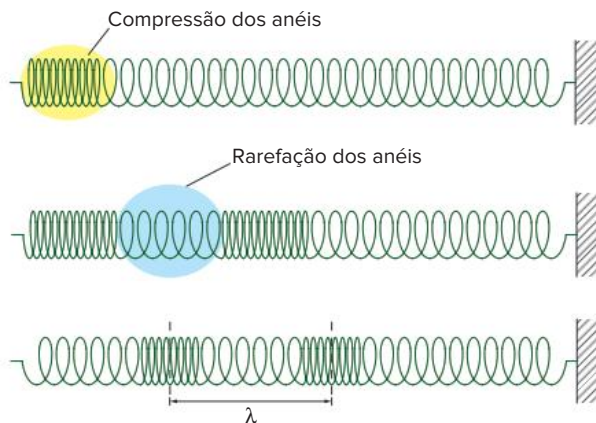
que:

$$f = 2 \cdot 60 \text{ bpm} = 120 \text{ bpm}$$

Resposta: alternativa **d**.

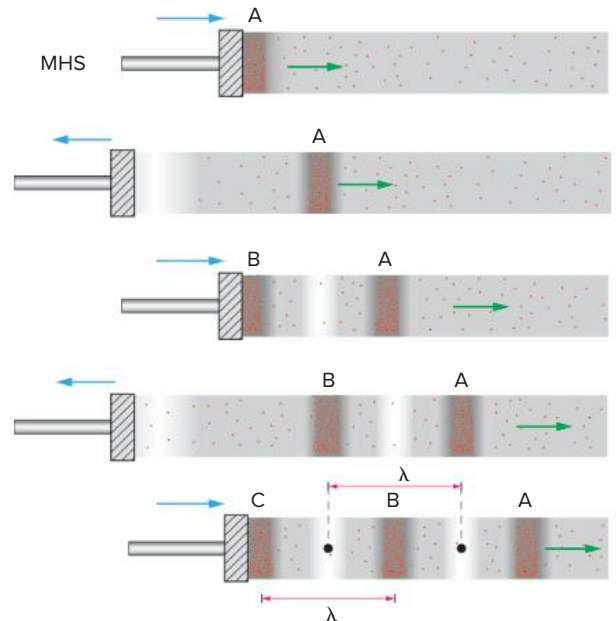
Ondas periódicas longitudinais

Uma onda periódica longitudinal pode ser observada em uma mola helicoidal, por exemplo. Quando juntamos uma porção de anéis da mola em sua extremidade e em seguida soltamos, esses anéis voltam à sua posição inicial, mas acabam causando compressão em uma porção de anéis adjacentes e essa compressão se propaga ao longo da mola, como ilustrado na figura a seguir.



Ondas longitudinais em uma mola.

Outra maneira de identificar a formação de ondas periódicas longitudinais é utilizando um tubo dotado de êmbolo móvel, conforme a figura. O êmbolo oscila para frente e para trás, executando um MHS. Com isso, a porção de gás próxima ao êmbolo tem sua pressão reduzida, rarefazendo-se e em seguida comprimindo-se. Essa sucessão de regiões com rarefação e compressão se propaga ao longo do tubo, gerando ondas longitudinais, conforme ilustrado.



O êmbolo, em MHS, cria regiões de compressão e de rarefação no gás.

O comprimento de onda pode ser sempre definido como a distância entre os dois centros de compressão sucessivos ou, da mesma forma, os dois centros de rarefação subsequentes.

Atenção

As ondas sonoras produzidas por um alto-falante também configuram um padrão de ondas longitudinais. Nesse caso é a membrana do alto-falante que vibra para frente e para trás gerando as zonas de compressão e rarefação na mesma frequência da oscilação da membrana.



Representação de ondas sonoras se propagando no ar. Os pontos escuros representam partículas do meio que oscilam para frente e para trás, enquanto a perturbação se propaga na direção horizontal.

Velocidade de propagação de ondas periódicas

Considerando que as ondas periódicas, como mencionamos, propagam-se com velocidade constante no meio, podemos determinar seu valor a partir da relação a seguir:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T}$$

Já vimos em outras oportunidades, ao estudar movimentos periódicos como o movimento circular uniforme e o MHS, que o período sempre está associado a outra grandeza característica chamada frequência, que é o seu inverso. Assim, temos:

$$v = \lambda \cdot \frac{1}{T} \Rightarrow v = \lambda \cdot f$$

Essa relação é conhecida como **equação fundamental da Ondulatória**.

No SI, as unidades envolvidas nessa relação são:

$$[v] = [\lambda] \cdot [f] \Rightarrow \text{m/s} = \text{m} \cdot \text{Hz}$$

Exercícios resolvidos

3. Fuvest-SP O ouvido humano é capaz de ouvir sons entre 20 Hz e 20 000 Hz aproximadamente. A velocidade do som no ar é de aproximadamente 340 m/s. O som mais grave que o ouvido humano é capaz de ouvir tem comprimento de onda de:

- 1,7 cm.
- 58,8 cm.
- 17 m.
- 6 800 m.
- 6 800 km.

Resolução:

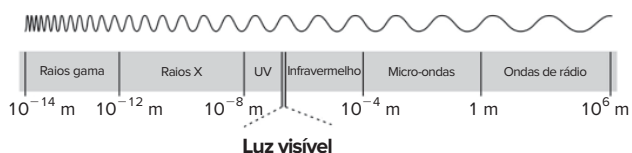
O grave está relacionado a baixa frequência. Sendo assim:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow 340 = \lambda \cdot 20 \Rightarrow \lambda = 17 \text{ m}$$

Observação: atualmente, a terminologia “ouvido” foi substituída por “orelha” ou, como nesse caso, “sistema auditivo humano”.

Resposta: alternativa **c**.

4. UEL-PR 2019 A figura a seguir apresenta o espectro eletromagnético e os diferentes tipos de radiação que o compõem.



Na realidade, todas as radiações são ondas eletromagnéticas e a classificação ocorre em termos do comprimento de onda λ , em metros, que está relacionado com a frequência f da onda, em Hz ($\text{Hz} = \text{s}^{-1}$), pela relação $\lambda \cdot f = c$, onde c é a velocidade da luz no vácuo ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$). A energia e a frequência das radiações se relacionam por $E = h \cdot f$, onde h é a constante de Planck ($h = 4 \cdot 10^{-15} \text{ eV/Hz}$).

A partir das informações contidas na figura e no texto, responda aos itens a seguir.

- Considerando que a frequência da radiação emitida pelo cobre (Cu) é de $2 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$, determine a energia dessa radiação. Justifique sua resposta, apresentando os cálculos envolvidos na resolução deste item.
- Determine o comprimento da onda e classifique o tipo de radiação emitida pelo cobre. Justifique sua resposta, apresentando os cálculos envolvidos na resolução deste item.

Resolução:

a) Da expressão que relaciona a energia à frequência da radiação, temos:

$$E = h \cdot f \Rightarrow E = 4 \cdot 10^{-15} \cdot 2 \cdot 10^{18}$$

$$E = 8 \cdot 10^3 \text{ eV}$$

b) Da equação fundamental da Ondulatória, temos que:

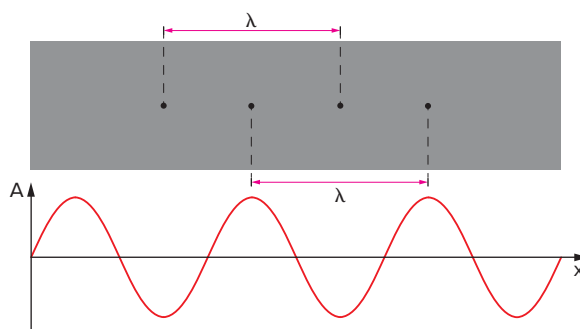
$$c = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{18}}$$

$$\lambda = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Como o comprimento de onda está entre 10^{-12} m e 10^{-8} m , concluímos que a radiação pode ser classificada como raios X.

! Atenção

Tanto as ondas transversais quanto as ondas longitudinais podem ser tratadas a partir de funções trigonométricas associadas ao MHS da fonte oscilatória. As ondas transversais já se assemelham naturalmente ao comportamento matemático dessas funções trigonométricas. As ondas longitudinais também são passíveis da mesma abordagem. Consideremos, por exemplo, as ondas dentro de um tubo fechado que encerra um gás:

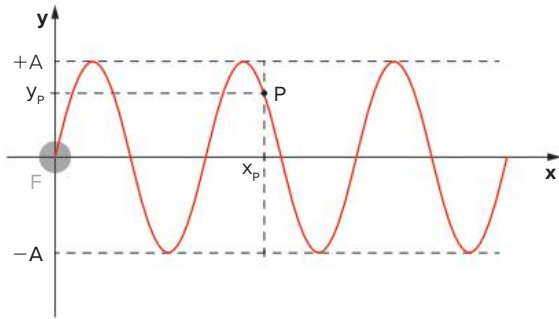


Ao construirmos o gráfico da pressão exercida pelo gás em função do comprimento do tubo, observamos que ele também apresenta comportamento trigonométrico, como mencionado.

Estudo matemático de ondas periódicas unidimensionais

Lembremos que as ondas periódicas são formadas por uma fonte que oscila em MHS. Por consequência, todos os pontos da onda estão em oscilação também em MHS,

com a mesma frequência da fonte, mas sempre atrasados em relação a ela, uma vez que a onda precisa viajar certa distância até cada ponto. Esquemáticamente, podemos representar essa onda e um ponto genérico P da seguinte maneira:



A fonte oscilante, indicada pelo ponto F da figura, executa um MHS com amplitude A, identificada no eixo y. Vimos no Capítulo 12, Frente 3, Livro 3, que a posição da fonte F em cada instante pode ser dada pela função:

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

A onda formada chegará à posição do ponto P em um intervalo de tempo Δt . Considerando que a onda viaja na direção x com velocidade constante igual a v, o intervalo de tempo Δt para que a onda chegue à posição do ponto P (x_p) pode ser obtido por:

$$v = \frac{x_p}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{x_p}{v}$$

Logo, a oscilação vertical do ponto P, atrasado Δt em relação à fonte, pode ser escrita como:

$$y_p = A \cdot \cos[\omega \cdot (t - \Delta t) + \varphi_0]$$

Como $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $\Delta t = \frac{x_p}{v}$ e $v = \frac{\lambda}{T}$, podemos reescrever a relação anterior da seguinte maneira:

$$y_p = A \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T} \cdot \left(t - \frac{x_p}{v}\right) + \varphi_0\right]$$

$$y_p = A \cdot \cos\left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x_p}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Exercício resolvido

5. UFPE A equação de uma onda que se propaga em um meio homogêneo é $y = 0,01 \cdot \sin[2\pi(0,1x - 0,5t)]$, onde x e y são medidos em metros, e t, em segundos. Determine a velocidade da onda, em m/s.

- 2
- 3
- 4
- 5
- 6

Resolução:

Comparando a equação dada com a equação da onda harmônica, temos:

$$y(x, t) = 0,01 \cdot \sin[2\pi(0,1x - 0,5t)]$$

$$y(x, t) = A \cdot \sin\left(2\pi f \cdot t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$$\begin{cases} 2 \cdot \pi \cdot 0,1 = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 10 \text{ m} \\ 2 \cdot \pi \cdot 0,5 = 2\pi f \Rightarrow f = 0,5 \text{ Hz} \end{cases}$$

Utilizando esses resultados na equação fundamental da Ondulatória, temos:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow v = 10 \cdot 0,5$$

$$v = 5 \text{ m/s}$$

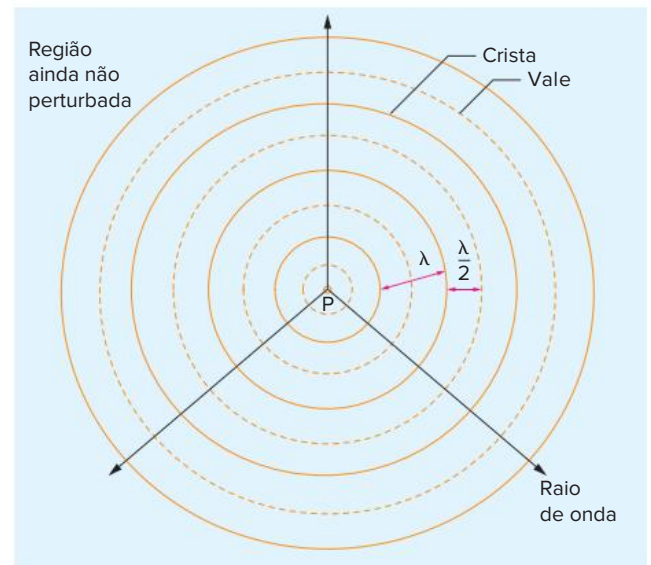
Resposta: alternativa d.

Frente de onda, raio de onda e o princípio de Huygens

Frente de onda e raio de onda

Estudaremos o conceito de raio e de frente de onda para ondas bidimensionais, como as formadas na superfície da água de um lago calmo e tranquilo. Posteriormente, esse conceito pode ser expandido para outras situações.

No caso da água, imaginemos a extremidade de um galho de planta que toca a superfície de forma ritmada. Isso vai gerar onda circulares periódicas que se propagam pela superfície. O esquema a seguir representa a propagação dessas ondas, vistas de cima. As linhas cheias representam as cristas dessas ondas e as linhas tracejadas, os vales.



A distância entre duas cristas sucessivas é o comprimento de onda. Entre uma crista e um vale, meio comprimento de onda.

A linha formada por pontos que oscilam em fase e delimita a região perturbada e a região não perturbada é o que chamamos de **frente de onda**.

Já os **raios de onda** são linhas imaginárias que identificam a propagação da onda e são sempre perpendiculares à frente de onda.

Princípio de Huygens

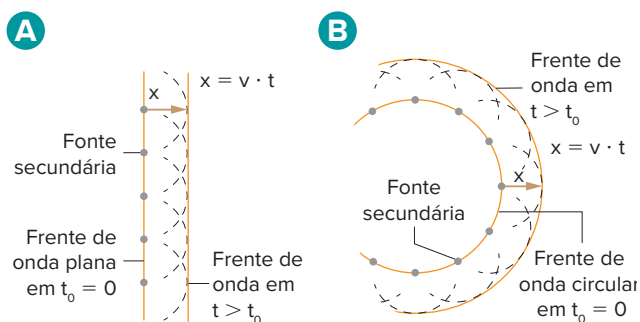
De acordo com o **princípio de Huygens**, cada ponto da frente de onda pode ser compreendido como uma fonte de ondas circulares, cujo centro é o próprio ponto, e que se propagam no mesmo sentido da onda original.

Nas palavras do próprio Huygens:

No estudo da propagação destas ondas deve-se considerar que cada partícula do meio, através do qual a onda evolui, não transmite o seu movimento apenas à partícula seguinte, que está ao longo da reta que parte do ponto luminoso, mas também a todas as partículas que a rodeiam e que se opõem ao movimento. O resultado é uma onda em torno de cada partícula e que a tem como centro.

HUYGENS, Christian. *Traité de la lumière*. Paris: Gauthier-Villars, coll., 1920, p. 21, tradução nossa.

As figuras a seguir representam algumas situações que envolvem a aplicação desse princípio.



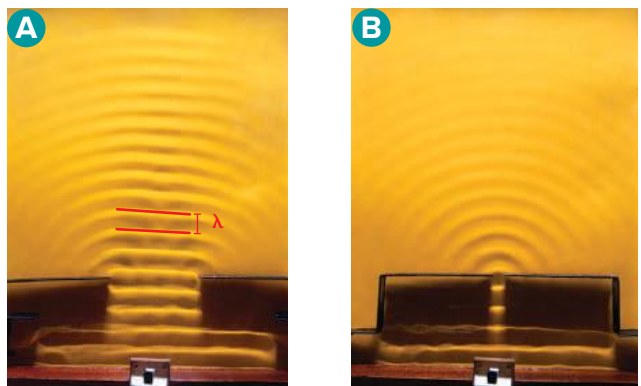
Difração de ondas planas (A) e circulares (B).

Fenômenos ondulatórios

As ondas, ao se propagarem e interagirem com o meio e os materiais em seu caminho, apresentam diversos comportamentos que caracterizam diferentes fenômenos. Veremos a seguir os principais.

Difração

Esse fenômeno pode ser compreendido como a capacidade das ondas de contornarem e transporem obstáculos.

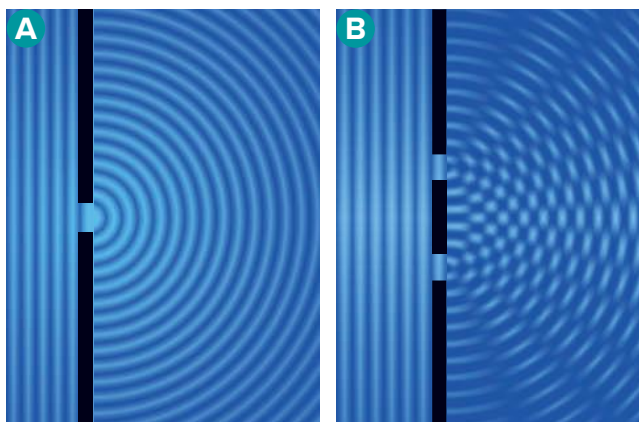


Difração de ondas em aberturas de diferentes dimensões.

Nas figuras, as ondas planas se propagando da parte de baixo para cima. Na figura A, encontram uma barreira com uma grande abertura. Observe que as ondas mantêm-se aproximadamente planas após transporem a barreira. Conforme a abertura diminui, assumindo dimensões comparáveis ao comprimento de onda das ondas incidentes, as frentes de onda, após a transposição da barreira, tornam-se circulares (figura B).

Interferência

Esse é um fenômeno caracterizado pela sobreposição de ondas em um mesmo ponto. Ele pode ocorrer em situações nas quais frentes de onda encontram uma barreira com várias portas de passagem. As ondas que se propagam após atravessarem a barreira se sobrepõem, formando ondas resultantes, conforme mostrado na imagem a seguir.



Na figura A, observamos o fenômeno da difração com uma única fenda na barreira. Na figura B, duas fendas comportam-se como novas fontes de onda, produzindo a interferência das ondas difratadas.

Saiba mais

Christian Huygens



Retrato de Christian Huygens.

Christian Huygens (1629-1695) foi um físico, matemático e astrônomo holandês. É associado a importantes trabalhos em Física, como à teoria das cores, dos sons e da força centrífuga em movimentos curvos, como também à teoria ondulatória da luz. Desenvolveu fórmulas para o estudo das colisões em Mecânica. Em Matemática, Huygens desenvolveu uma teoria de probabilidades e algumas bases do cálculo diferencial. Como astrônomo, descobriu os anéis de Saturno e identificou a sua maior lua, Titã.

Estudaremos o fenômeno da interferência com maior profundidade no próximo capítulo.

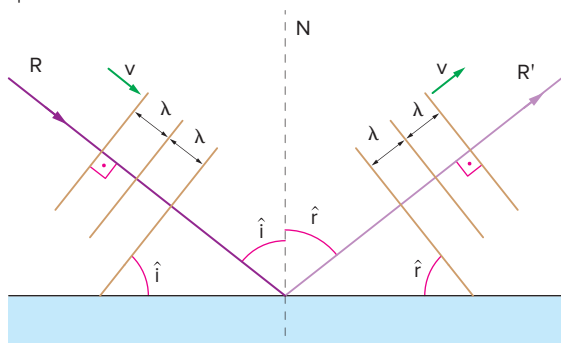
Atenção

A difração e a interferência são fenômenos ondulatórios, ou seja, se um sistema físico é capaz de sofrer difração ou interferência, podemos concluir que ele tem características ondulatórias. A observação desses fenômenos em partículas, como os elétrons, contribuiu para compreender que a matéria apresenta um comportamento dual, com propriedades tanto de partículas como de ondas.

Reflexão e refração

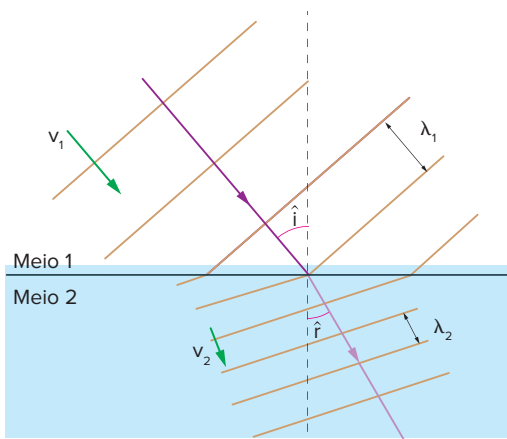
Assim como estudamos para as ondas de luz, os fenômenos de reflexão e refração podem ser estendidos para ondas em geral.

Na **reflexão** das ondas, os raios de onda comportam-se como os raios de luz que estudamos em Óptica, apresentando simetria em relação à reta normal. A frequência, o comprimento de onda e a velocidade não variam.



Reflexão de ondas.

Na **refração**, as ondas mantêm a frequência, que depende apenas da fonte emissora. A sua velocidade, porém, depende do meio. Assim, o comprimento de onda também se altera, podendo haver desvio na direção de propagação, dependendo do ângulo de incidência.



Refração de ondas.

Exercício resolvido

6. UEM-PR 2018 Sobre a natureza e a propagação de ondas, assinale o que for **correto**.

- 01 Se uma onda mecânica em um fio se propaga de acordo com a função de onda $y = 4 \cdot \cos \left[2\pi \cdot (10t - 2x) + \frac{\pi}{2} \right]$, com x e y em centímetros e t em segundos, então a velocidade de propagação dessa onda é de 5π cm/s.
- 02 Admitindo-se que a rádio UEM-FM (emissora de rádio da Universidade Estadual de Maringá) opera em uma frequência de 106,9 MHz ($1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$) e que a velocidade de propagação das ondas de rádio é de $3 \cdot 10^8$ m/s, então o comprimento de onda na transmissão da UEM-FM será menor que 3 m.
- 04 Ondas sonoras podem apresentar reflexão, refração, difração e interferência.
- 08 O princípio de Huygens estabelece que as frentes de onda (frentes primárias e secundárias) são sempre paralelas.
- 16 Uma diferença entre o comportamento das ondas transversais e longitudinais consiste no fato de que as longitudinais não produzem efeitos de interferência.

Soma:

Resolução:

Afirmativa 01: incorreta. Da equação da onda harmônica, temos:

$$y(x, t) = A \cdot \cos \left[2\pi \left(f \cdot t - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right]$$

$$y(x, t) = 4 \cdot \cos \left[2\pi(10t - 2x) + \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\begin{cases} 2\pi f = 2\pi \cdot 10 \Rightarrow f = 10 \text{ Hz} \\ \frac{2\pi}{\lambda} = 4\pi \Rightarrow \lambda = 0,5 \text{ cm} \end{cases}$$

Utilizando esses resultados na equação fundamental da Ondulatória, temos:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow v = 10 \cdot 0,5$$

$$v = 5 \text{ cm/s}$$

Afirmativa 02: correta. Da equação fundamental da Ondulatória, temos:

$$c = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{106,9 \cdot 10^6}$$

$$\lambda \cong 2,8 \text{ m} < 3 \text{ m}$$

Afirmativa 04: correta. Todos esses fenômenos podem ocorrer com ondas sonoras.

Afirmativa 08: incorreta. O princípio é um modelo matemático que trata cada obstáculo como uma nova fonte que repete as características da onda que o interceptou.

Afirmativa 16: incorreta. A diferença entre elas está na direção da oscilação, sendo a longitudinal na mesma direção da propagação e a transversal, na direção perpendicular à propagação. O fenômeno que não existe nas ondas longitudinais é a polarização.

Resposta: 02 + 04 = 06.

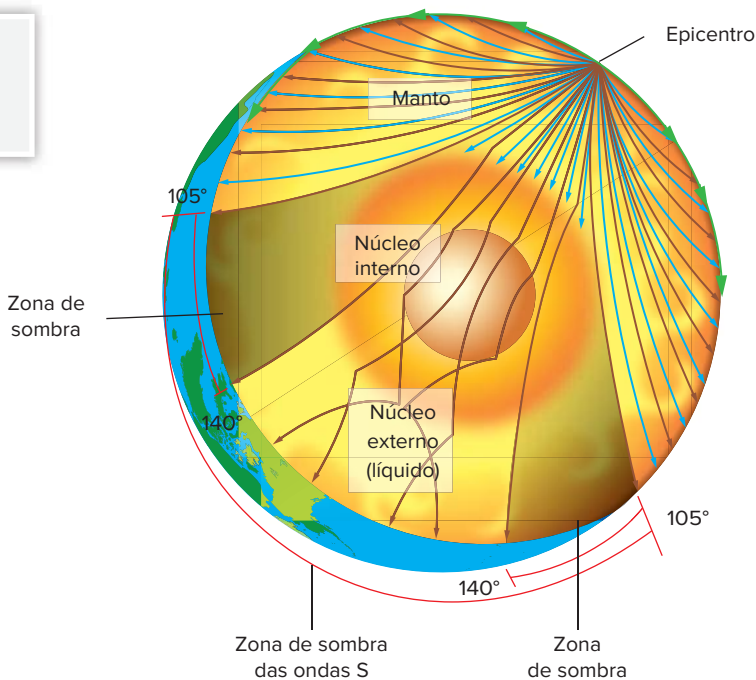
Ondas sísmicas

Na ocorrência de um terremoto, ondas de diferentes tipos são geradas e se propagam de diversas formas: algumas apenas na superfície terrestre; outras, em seu interior. As ondas que viajam pelo interior do planeta experimentam reflexão e refração nas diferentes camadas e interfaces das camadas internas da Terra.

Elas são detectadas em diferentes pontos da superfície por sismógrafos e analisadas por cientistas. Com isso, é possível inferir sobre o que há no interior do planeta e como são as camadas da Terra. Graças a isso, sabemos hoje muito mais a respeito do interior da Terra.

Legenda

	Ondas P
	Ondas S
	Ondas de superfície



Fonte: Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo. Disponível em: <https://www.iag.usp.br/geofisica/sites/default/files/Sismologia.pdf>. Acesso em: 27 jan. 2022.

Enquanto as ondas P e S são irradiadas em todas as direções, as ondas de superfície viajam apenas pela superfície da Terra e suas amplitudes decaem com o aumento da profundidade. (Elementos representados fora de escala. Cores fantasia.)

Os sismógrafos são aparelhos construídos com a finalidade de detectar e registrar informações sobre vibrações da Terra. Essas vibrações podem ser provocadas por ação humana, como explosões, ou por eventos naturais, como terremotos.



O sismógrafo pode detectar e registrar vibrações naturais ou provocadas pelos seres humanos.

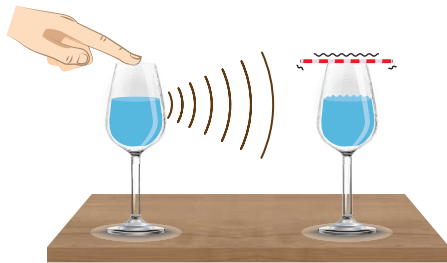
Eco e reverberação

Eco é um fenômeno associado a ondas sonoras. Estudaremos mais sobre elas em um próximo capítulo. Esse fenômeno está associado à reflexão de ondas sonoras em obstáculos, retornando às nossas orelhas após determinado intervalo de tempo, permitindo que percebamos a diferença entre as ondas emitidas e as ondas recebidas após a reflexão.

Já a **reverberação** também deve-se à reflexão, mas de forma menos distinta. Esse fenômeno ocorre quando as ondas emitidas e as ondas refletidas se misturam, dando a impressão de continuidade das ondas sonoras.

Ressonância

Nesse fenômeno, um corpo ou sistema, ao receber ondas vindas de uma fonte que oscila a uma dada frequência, passa a oscilar em determinadas frequências com maior intensidade. Essas frequências são chamadas de frequências ressonantes.



Ao passar o dedo umedecido na borda da taça, ela vibra e emite ondas de determinada frequência. Quando essas ondas atingem a segunda taça, ela passa a vibrar em frequências ressonantes e o canudo, posicionado sobre a taça, vibra.

Exercício resolvido

7. **Enem 2014** Ao sintonizarmos uma estação de rádio ou um canal de TV em um aparelho, estamos alterando algumas características elétricas de seu circuito receptor. Das inúmeras ondas eletromagnéticas que chegam simultaneamente ao receptor, somente aquelas que oscilam com determinada frequência resultarão em máxima absorção de energia. O fenômeno descrito é a

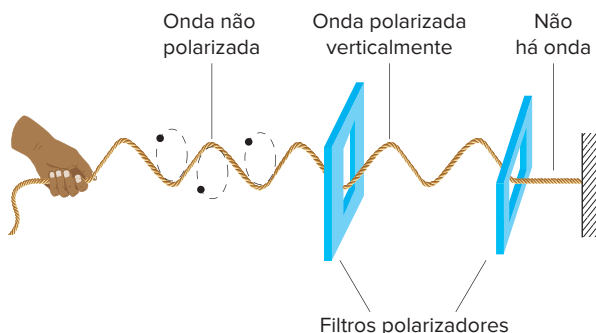
- a) difração.
- b) refração.
- c) polarização.
- d) interferência.
- e) ressonância.

Resolução:

A absorção da energia de uma onda está relacionada à ressonância, o que ocorre quando a frequência característica do sistema é igual à energia do estímulo externo. Resposta: alternativa **e**.

Polarização

A polarização é um fenômeno que ocorre apenas com ondas transversais, pois envolve alteração na direção de vibração, que é perpendicular à direção de propagação. Vejamos o exemplo a seguir.

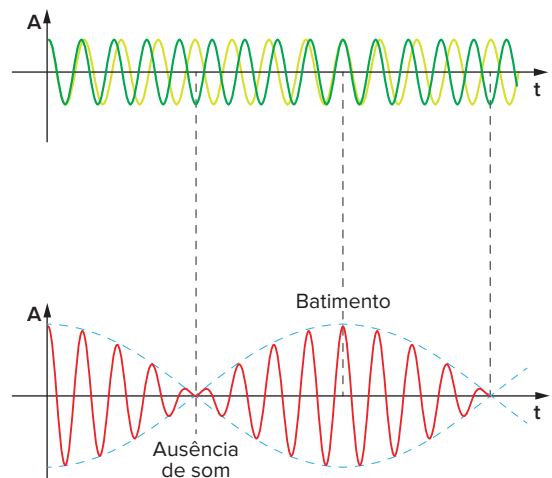


Onda mecânica transversal não polarizada passando por meio de duas placas com fendas.

No exemplo anterior, as ondas produzidas pela mão da pessoa oscilam em todas as direções perpendiculares à direção de propagação. Ao passar pela primeira placa com fenda vertical (também chamada de filtro polarizador), apenas as vibrações paralelas à direção da fenda se propagam, resultando em ondas com polarização vertical. Ao passar por outra placa com fenda horizontal, as ondas com polarização vertical “morrem”.

Batimento

Chamamos de batimento o fenômeno de sobreposição de ondas cujas frequências são muito próximas. Dessa forma, a onda resultante oscilará com uma frequência característica diferente das duas ondas. No caso de ondas sonoras, por exemplo, o batimento provoca o surgimento de ondas sonoras que variam de intensidade com uma frequência característica do batimento.



A superposição de ondas com frequências próximas resulta em uma onda com um “envelope”, cuja frequência é chamada de frequência de batimento.

No próximo capítulo, estudaremos com maior profundidade como essa sobreposição de ondas ocorre.

Energia, potência e intensidade

Já estudamos que as ondas transportam energia e não matéria. Essa energia é entregue às ondas pela fonte que as produz.

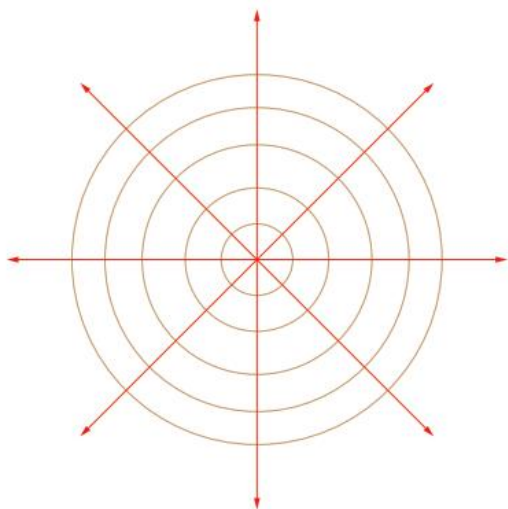
Podemos definir a potência associada a essas ondas da seguinte maneira:

$$P = \frac{E}{\Delta t},$$

em que P é a potência, E é a energia transferida pela onda e Δt , o intervalo de tempo em que ocorre o transporte de energia.

A energia entregue pela fonte e transportada pelas ondas espalha-se no meio. Abordaremos o caso das ondas bidimensionais e tridimensionais que se propagam simetricamente no meio.

No caso das ondas bidimensionais, as frentes de onda serão circunferências de raio r , de modo que a intensidade é:

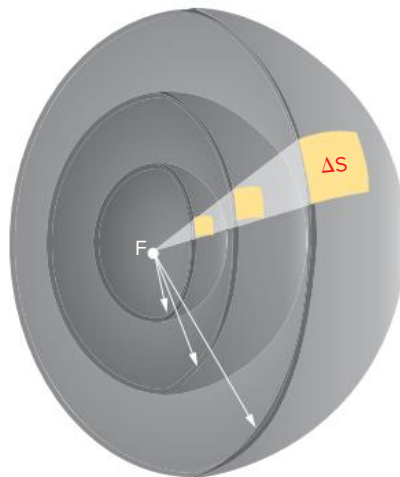


Frentes de onda de ondas bidimensionais que se propagam simetricamente no meio.

$$I = \frac{P}{\ell} \Rightarrow I = \frac{P}{2\pi r}$$

Unidade de medida (SI): W/m.

Já para as ondas tridimensionais, as frentes de onda serão superfícies esféricas de raio r . Dessa forma, a intensidade das ondas será:



Frentes de onda de ondas tridimensionais que se propagam simetricamente no meio.

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Unidade de medida (SI): W/m².

Exercício resolvido

8. Se a potência de uma antena de telecomunicações é de 600 kW, qual será a intensidade sonora medida a uma distância de 5 km dessa fonte?

▶ Adote: $\pi = 3$

Resolução:

A intensidade sonora corresponde à razão entre a potência da fonte sonora e a área que essa onda atinge. Assumindo que se trata de uma emissão esférica, em que a fonte sonora está no centro e o raio é de 5 km, temos que a área (S) da casca esférica correspondente é:

$$S = 4\pi R^2 = 4 \cdot 3 \cdot (5 \cdot 10^3)^2 \Rightarrow S = 3 \cdot 10^8 \text{ m}^2$$

Portanto, a intensidade nesse ponto é:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{600 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} = 200 \cdot 10^{-5} \Rightarrow I = 2 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

Revisando

1. **FMP-RJ 2017** A frequência cardíaca de um atleta, medida após uma corrida de 800 m, era de 90 batimentos por minuto. Essa frequência, expressa em hertz, corresponde a
- 1,5.
 - 3,0.
 - 15.
 - 30.
 - 60.

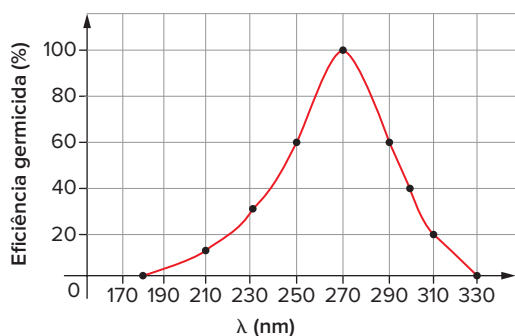
2. **UFPR 2020** Uma onda sonora se propaga num meio em que sua velocidade, em módulo, vale 500 m/s. Sabe-se que o período dessa onda é de 20 μ s. Considerando os dados apresentados, a onda nesse meio apresenta o seguinte comprimento de onda (λ):
- $\lambda = 250$ mm.
 - $\lambda = 100$ mm.
 - $\lambda = 25$ mm.
 - $\lambda = 10$ mm.
 - $\lambda = 1$ mm.



Texto para a próxima questão:

Lâmpadas de luz ultravioleta (UV) são indicadas para higienização e esterilização de objetos e ambientes em razão do seu potencial germicida.

3. **Unicamp-SP 2021** A ação germicida da luz UV varia conforme o comprimento de onda (λ) da radiação. O gráfico a seguir mostra a eficiência germicida da luz UV em função de λ , em sua atuação durante certo tempo sobre um agente patogênico.

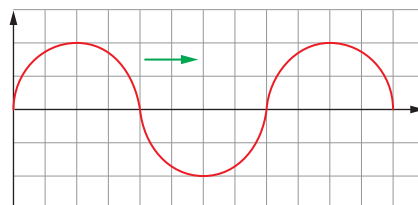


Pode-se afirmar que a frequência da luz UV que gera eficiência germicida máxima neste caso é

▶ **Dado:** Velocidade da luz: $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s.

- $0,9 \cdot 10^6$ Hz.
- $8,1 \cdot 10^{10}$ Hz.
- $5,4 \cdot 10^{12}$ Hz.
- $1,1 \cdot 10^{15}$ Hz.

4. **EEAR-SP 2019** Um garoto mexendo nos pertences de seu pai, que é um professor de Física, encontra um papel quadriculado como a figura a seguir.



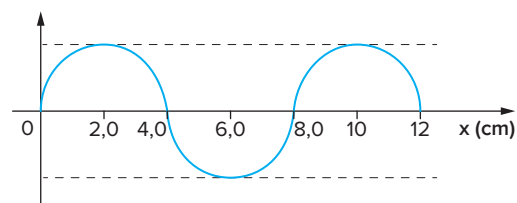
Suponha que a figura faça referência a uma onda periódica, propagando-se da esquerda para a direita. Considerando que no eixo das abscissas esteja representado o tempo (em segundos), que no eixo das ordenadas esteja representada a amplitude da onda (em metros), que o comprimento de onda seja de 8 m e que cada quadradinho da escala da figura tenha uma área numericamente igual a 1, a sua velocidade de propagação (em metros por segundo) será de:

- 0,25.
- 1.
- 8.
- 16.

5. **UTFPR 2018** Uma onda sonora de frequência 1000 Hz, propagando-se no ar com velocidade de 340 m/s, tem um comprimento de onda, em centímetros, igual a:

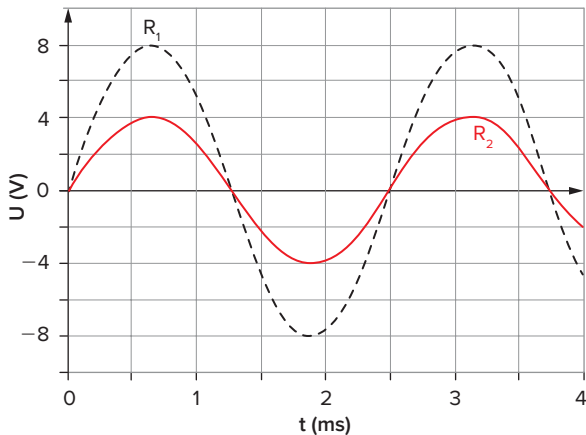
- 17.
- 68.
- 34.
- $1,7 \cdot 10^5$.
- $3,4 \cdot 10^5$.

6. **Uerj 2017** Observe no diagrama o aspecto de uma onda que se propaga com velocidade de 0,48 m/s em uma corda:



Calcule, em hertz, a frequência da fonte geradora da onda.

- 7. Unicamp-SP 2016** Um osciloscópio é um instrumento muito útil no estudo da variação temporal dos sinais elétricos em circuitos. No caso de um circuito de corrente alternada, a diferença de potencial (U) e a corrente do circuito (i) variam em função do tempo. Considere um circuito com dois resistores R_1 e R_2 em série, alimentados por uma fonte de tensão alternada. A diferença de potencial nos terminais de cada resistor observada na tela do osciloscópio é representada pelo gráfico abaixo. Analisando o gráfico, pode-se afirmar que a amplitude e a frequência da onda que representa a diferença de potencial nos terminais do resistor de maior resistência são, respectivamente, iguais a



- a) 4 V e 2,5 Hz.
b) 8 V e 2,5 Hz.
c) 4 V e 400 Hz.
d) 8 V e 400 Hz.
- 8. UTFPR 2016** Quando aplicada na Medicina, a ultrassonografia permite a obtenção de imagens de estruturas internas do corpo humano. Ondas de ultrassom são transmitidas ao interior do corpo. As ondas que retornam ao aparelho são transformadas em sinais elétricos, amplificadas, processadas por computadores e visualizadas no monitor de vídeo. Essa modalidade de diagnóstico por imagem baseia-se no fenômeno físico denominado:
- a) ressonância.
b) reverberação.
c) reflexão.
d) polarização.
e) dispersão.

- 9. Enem PPL 2020** Alguns cinemas apresentam uma tecnologia em que as imagens dos filmes parecem tridimensionais, baseada na utilização de óculos 3D. Após atravessar cada lente dos óculos, as ondas luminosas, que compõem as imagens do filme, emergem vibrando apenas na direção vertical ou apenas na direção horizontal. Com base nessas informações, o funcionamento dos óculos 3D ocorre por meio do fenômeno ondulatório de
- a) difração.
b) dispersão.
c) reflexão.
d) refração.
e) polarização.

- 10. IFSul-RS 2017** Considerando o estudo sobre ondas e os fenômenos ondulatórios, analise as afirmações abaixo.
- I. No fenômeno da reflexão das ondas, o ângulo formado entre o raio de onda incidente e a reta normal à superfície é sempre igual ao ângulo formado entre o raio de onda refletido e a reta normal à superfície.
- II. No fenômeno da refração, a onda passa de um meio para outro, mas a sua velocidade não se altera, o que faz com que o seu comprimento de onda permaneça o mesmo.
- III. No fenômeno da difração, as ondas têm a capacidade de contornar obstáculos ou fendas.
- IV. No fenômeno da polarização das ondas, a direção de vibração é perpendicular à direção de propagação e ocorre com ondas longitudinais.
- Estão corretas apenas as afirmativas
- a) I e II.
b) II, III e IV.
c) I e III.
d) I, II e IV.

Exercícios propostos

Ondas periódicas

1. **Col. Naval-RJ 2020** Uma estação de rádio emite ondas no comprimento de três metros. Qual é a frequência que deve ser sintonizada em um aparelho de rádio por um ouvinte que deseje escutar a referida estação?

▶ **Dado:** velocidade da luz: $3,0 \cdot 10^8$ m/s.

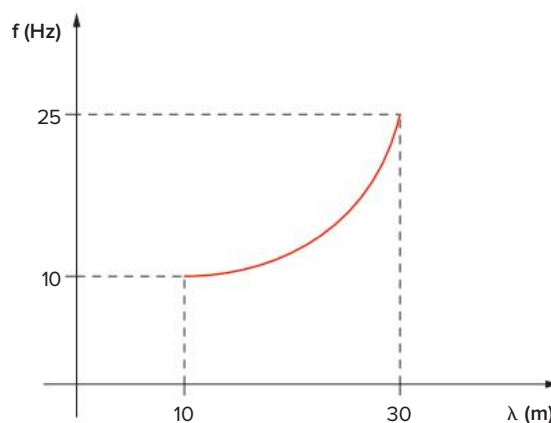
- a) 100 MHz.
b) 300 MHz.
c) 600 MHz.
d) 900 MHz.
e) 1 000 MHz.
2. **UFMS 2020** O *bluetooth* é um protocolo padrão de comunicação primariamente projetado para baixo consumo de energia com baixo alcance (dependendo da potência: 1 metro, 10 metros, 100 metros), baseado em *microchips* transmissores de baixo custo em cada dispositivo. A faixa de frequência ocupada pelo *bluetooth* é de 2 400 MHz a 2 478 MHz, dividido em 79 frequências com bandas de 1 MHz. Considerando a velocidade da luz igual a $3 \cdot 10^8$ m/s, o maior comprimento de onda para o *bluetooth* é de:
- a) 0,125 m.
b) 0,40 m.
c) 3 m.
d) 8 m.
e) 300 m.
3. **IFSul-RS 2019** Um observador percebe que uma torneira com defeito goteja num tanque com água a intervalos regulares de tempo. Ele conta 30 gotas a cada 15 s, portanto, a frequência das ondas circulares produzidas na superfície da água é igual a
- a) 2,0 Hz.
b) 20 Hz.
c) 10 Hz.
d) 0,50 Hz.
4. **CPS-SP 2019** Os morcegos não enxergam muito bem, entretanto, são mamíferos capazes de ouvir sons cujas frequências vão de 1000 Hz a 120 000 Hz. O maior comprimento de onda das ondas sonoras audíveis por morcegos é de

▶ **Lembre-se de que** $v = \lambda \cdot f$, em que:

- v é a velocidade de propagação do som no ar, de valor 340 m/s;
- λ é o comprimento de onda, em m;
- f é a frequência da onda, em Hz.

- a) 0,12 m. d) 120 m.
b) 0,34 m. e) 350 m.
c) 1,2 m.

5. **UFPR 2019** O gráfico a seguir apresenta a frequência f de uma onda sonora que se propaga num dado meio em função do comprimento de onda λ dessa onda nesse meio.



Com base nesse gráfico, assinale a alternativa que expressa corretamente o módulo da velocidade do som v no meio considerado, quando a frequência da onda sonora é de 25 Hz.

- a) $v = 250$ m/s
b) $v = 340$ m/s
c) $v = 750$ m/s
d) $v = 1000$ m/s
e) $v = 1500$ m/s
6. **Enem 2019** Quando se considera a extrema velocidade com que a luz se espalha por todos os lados e que, quando vêm de diferentes lugares, mesmo totalmente opostos, os raios luminosos se atravessam uns aos outros sem se atrapalharem, compreende-se que, quando vemos um objeto luminoso, isso não poderia ocorrer pelo transporte de uma matéria que venha do objeto até nós, como uma flecha ou bala atravessa o ar; pois certamente isso repugna bastante a essas duas propriedades da luz, principalmente a última.
- HUYGENS, C. in: MARTINS, R. A. Tratado sobre a luz, de Cristian Huygens. *Caderno de História e Filosofia da Ciência*, supl. 4, 1986.
- O texto contesta que concepção acerca do comportamento da luz?
- a) O entendimento de que a luz precisa de um meio de propagação, difundido pelos defensores da existência do éter.
b) O modelo ondulatório para a luz, o qual considera a possibilidade de interferência entre feixes luminosos.
c) O modelo corpuscular defendido por Newton, que descreve a luz como um feixe de partículas.
d) A crença na velocidade infinita da luz, defendida pela maioria dos filósofos gregos.
e) A ideia defendida pelos gregos de que a luz era produzida pelos olhos.

7. **UFRGS 2019** Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem.

Na propagação de uma onda mecânica longitudinal, o meio é deslocado _____ à direção de propagação, _____ ao transporte de energia. Nessa propagação, _____ transporte de matéria.

- a) paralelamente – perpendicular – ocorre
b) paralelamente – paralela – ocorre
c) paralelamente – paralela – não ocorre
d) perpendicularmente – paralela – não ocorre
e) perpendicularmente – perpendicular – não ocorre
8. **IFSul-RS 2019** De acordo com a teoria ondulatória, analise as afirmações abaixo
- I. A velocidade de onda emitida por uma fonte depende do meio de propagação.
II. Uma onda é uma perturbação que sempre necessita de um meio material para se propagar.
III. O som é uma onda de natureza eletromagnética.
- Está(ão) correta(s) apenas a(s) afirmativa(s)
- a) I. c) III.
b) II. d) I e III.

9. **Uece 2020** Dispositivos Bluetooth operam em uma faixa de frequência de rádio conhecida como ISM (*industrial, scientific, medical*), localizada entre 2,400 GHz e 2,485 GHz. Sobre o comprimento de onda λ nos extremos inferior e superior ($\lambda_{\text{INFERIOR}}$ e $\lambda_{\text{SUPERIOR}}$) dessa faixa, é correto afirmar que

- a) $\lambda_{\text{INFERIOR}} > \lambda_{\text{SUPERIOR}}$, sendo a velocidade de propagação igual à da luz, que é variável em função do movimento do dispositivo Bluetooth.
b) $\lambda_{\text{INFERIOR}} < \lambda_{\text{SUPERIOR}}$, sendo a velocidade de propagação igual à da luz, que é variável em função do movimento do dispositivo Bluetooth.
c) $\lambda_{\text{INFERIOR}} < \lambda_{\text{SUPERIOR}}$, sendo a velocidade de propagação constante e igual à da luz.
d) $\lambda_{\text{INFERIOR}} > \lambda_{\text{SUPERIOR}}$, sendo a velocidade de propagação constante e igual à da luz.



Texto para a próxima questão:

A depilação a *laser* é um procedimento de eliminação dos pelos que tem se tornado bastante popular na indústria de beleza e no mundo dos esportes. O número de sessões do procedimento depende, entre outros fatores, da coloração da pele, da área a ser tratada e da quantidade de pelos nessa área.

10. **Unicamp-SP 2019** Três tipos de *laser* comumente utilizados para depilação têm comprimentos de onda $\lambda_1 \cong 760 \text{ nm}$, $\lambda_2 \cong 800 \text{ nm}$ e $\lambda_3 \cong 1060 \text{ nm}$, respectivamente. Se a velocidade da luz vale $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, o *laser* de maior frequência tem uma frequência de aproximadamente
- a) $3,9 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. c) $2,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$.
b) $2,8 \cdot 10^5 \text{ Hz}$. d) $3,7 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$.

11. **Enem 2018** O sonorizador é um dispositivo físico implantado sobre a superfície de uma rodovia de modo que provoque uma trepidação e ruído quando da passagem de um veículo sobre ele, alertando para uma situação atípica à frente, como obras, pedágios ou travessia de pedestres. Ao passar sobre os sonorizadores, a suspensão do veículo sofre vibrações que produzem ondas sonoras, resultando em um barulho peculiar. Considere um veículo que passe com velocidade constante igual a 108 km/h sobre um sonorizador cujas faixas são separadas por uma distância de 8 cm.

Disponível em: www.denatran.gov.br. Acesso em: 2 set. 2015 (adaptado).

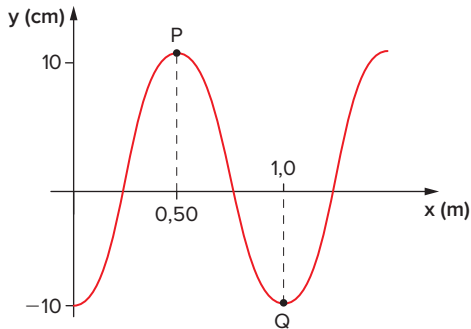
A frequência da vibração do automóvel percebida pelo condutor durante a passagem nesse sonorizador é mais próxima de

- a) 8,6 hertz.
b) 13,5 hertz.
c) 375 hertz.
d) 1 350 hertz;
e) 4 860 hertz.
12. **Mackenzie-SP 2018** Uma estação de rádio tem uma frequência de sintonização de 1000 kHz. Sabendo que a velocidade da luz no meio de propagação é $3,00 \cdot 10^5 \text{ km/s}$, o comprimento de onda desta estação de rádio neste meio é
- a) 0,30 cm.
b) 0,30 m.
c) 3,00 m.
d) 300 m.
e) 300 km.

13. **UFJF/Pism-MG 2018** Em um futuro distante, Ana fica perdida no meio de uma galáxia desconhecida e o sistema de comunicação de sua nave espacial para de funcionar. Ela então decide gerar ondas de rádio através da construção de um circuito de corrente alternada, na esperança de que alguém da vizinhança capte essas ondas e venha socorrê-la. O circuito é capaz de emitir ondas de 5 kHz. Sobre as ondas emitidas pelo circuito de Ana, é possível afirmar que

- a) o comprimento de onda da radiação gerada pelo circuito é de 6 km.
b) ninguém irá receber o sinal gerado pelo circuito, pois Ana está numa nave no espaço, onde as ondas de rádio não se propagam.
c) não há geração de ondas de rádio por esse circuito, pois é necessário que haja emissão de luz para se produzir radiação.
d) se Ana mudar o circuito para utilizar uma frequência maior, o seu sinal de rádio viajará com uma velocidade maior no espaço.
e) uma estação espacial situada a uma distância de 300 km receberá o sinal um milissegundo depois que Ana ligar o circuito.

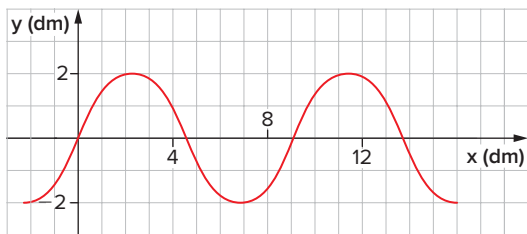
14. **UFC-CE** A figura a seguir representa a fotografia, tirada no tempo $t = 0$, de uma corda longa em que uma onda transversal se propaga com velocidade igual a 5,0 m/s. Podemos afirmar corretamente que a distância entre os pontos P e Q, situados sobre a corda, será mínima no tempo t igual a:



- a) 0,01 s. c) 0,05 s. e) 0,09 s.
b) 0,03 s. d) 0,07 s.

15. **Cesgranrio-RJ** Uma onda bidimensional se propaga em uma corda longa segundo um plano vertical. Os deslocamentos verticais, em relação à posição horizontal de repouso da corda, são dados em função do tempo por $y = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$, em que y está em decímetros, e t , em segundos.

A figura abaixo representa um trecho dessa onda.

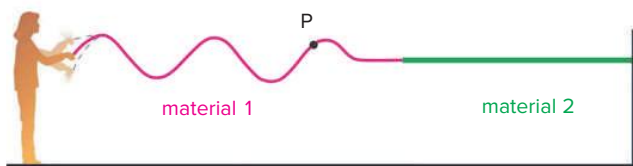


A velocidade de propagação da onda, em dm/s, é

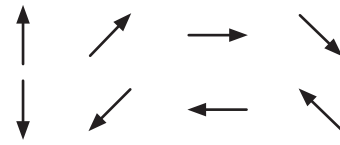
- a) $\frac{2}{3}$. b) $\frac{3}{2}$. c) $\frac{3}{4}$. d) $\frac{4}{3}$. e) $\frac{4}{9}$.

Fenômenos ondulatórios

16. **Fuvest-SP 2020** Uma pessoa produz oscilações periódicas em uma longa corda formada por duas porções de materiais diferentes 1 e 2, nos quais a velocidade de propagação das ondas é, respectivamente, de 5 m/s e 4 m/s. Segurando a extremidade feita do material 1, a pessoa abaixa e levanta sua mão regularmente, completando um ciclo a cada 0,5 s, de modo que as ondas propagam-se do material 1 para o material 2, conforme mostrado na figura. Despreze eventuais efeitos de reflexão das ondas.



- a) Circle, dentre os vetores abaixo, aquele que melhor representa a velocidade do ponto P da corda no instante mostrado na figura.



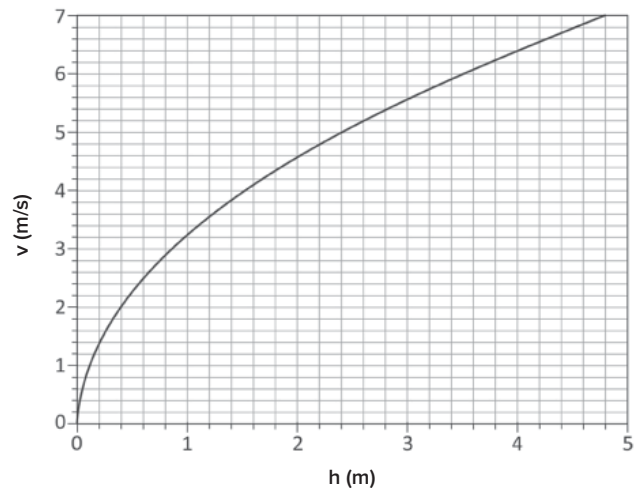
- b) Calcule a frequência e o comprimento de onda no material 1.
c) Calcule a frequência e o comprimento de onda no material 2.

17. **IFSul-RS 2019** Uma onda propaga-se em um meio A com uma velocidade de 100 m/s e um comprimento de onda igual a 50 cm. A partir de um certo instante, a onda passa a se propagar em um meio B com uma velocidade de 150 m/s.

É correto afirmar que o comprimento de onda no meio B é igual a

- a) 150 cm. c) 100 cm.
b) 75 cm. d) 50 cm.

18. **Fuvest-SP 2018** Ondas na superfície de líquidos têm velocidades que dependem da profundidade do líquido e da aceleração da gravidade, desde que se propaguem em águas rasas. O gráfico representa o módulo v da velocidade da onda em função da profundidade h da água.



Uma onda no mar, onde a profundidade da água é 4,0 m, tem comprimento de onda igual a 50 m. Na posição em que a profundidade da água é 1,0 m, essa onda tem comprimento de onda, em m, aproximadamente

- a) 8.
b) 12.
c) 25.
d) 35.
e) 50.

19. Enem PPL 2017 Ao sintonizar uma estação de rádio AM, o ouvinte está selecionando apenas uma dentre as inúmeras ondas que chegam à antena receptora do aparelho. Essa seleção acontece em razão da ressonância do circuito receptor com a onda que se propaga. O fenômeno físico abordado no texto é dependente de qual característica da onda?




- a) Amplitude.
- b) Polarização.
- c) Frequência.
- d) Intensidade.
- e) Velocidade.

20. UEPG 2017 Em relação às propriedades das ondas sonoras, assinale o que for correto.

- 01** A frequência de uma onda sonora sofre mudança quando esta passa do ar para a água.
- 02** O fenômeno do eco é produzido pela difração do som através de obstáculos.
- 04** O som pode sofrer o efeito de difração.
- 08** O fenômeno batimento ocorre quando ondas sonoras de frequências ligeiramente diferentes interferem entre si.
- 16** As ondas sonoras podem ser polarizadas desde que as dimensões dos obstáculos sejam da mesma ordem de grandeza do seu comprimento de onda.

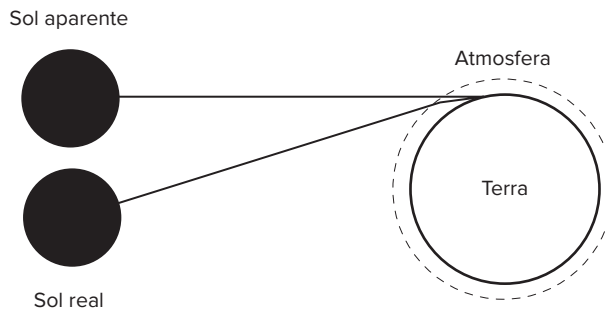
Soma:

21. Enem 2ª aplicação 2016 Nas rodovias, é comum motoristas terem a visão ofuscada ao receberem a luz refletida na água empoçada no asfalto. Sabe-se que essa luz adquire polarização horizontal. Para solucionar esse problema, há a possibilidade de o motorista utilizar óculos de lentes constituídas por filtros polarizadores. As linhas nas lentes dos óculos representam o eixo de polarização dessas lentes. Quais são as lentes que solucionam o problema descrito?

- a) 
- b) 
- c) 

- d) 
- e) 

22. UFU-MG 2015 Quando um raio de luz, vindo do Sol, atinge a Terra, muda sua trajetória inicial. Por isso, vemos o Sol antes mesmo de ele ter, de fato, se elevado acima do horizonte, ou seja, podemos considerar que vemos o Sol “aparente” e não o real, conforme indica a figura a seguir.



Obs.: figura fora de escala

Esse efeito ocorre devido ao fenômeno óptico chamado

- a) reflexão.
- b) dispersão.
- c) refração.
- d) difração.

23. UPF-RS 2014 Em 2014, o Brasil sediará a Copa do Mundo de Futebol. Em virtude das possíveis manifestações das torcidas, os estádios de futebol foram construídos de modo a suportar as “vibrações” produzidas. Se todos os torcedores, ao mesmo tempo, começarem, por exemplo, a pular e a bater os pés no chão, as estruturas das arquibancadas podem desabar, provocando uma tragédia. O fenômeno físico que melhor descreve a situação trágica mencionada é:

- a) reflexão.
- b) refração.
- c) ressonância.
- d) difração.
- e) convecção.

Energia, potência e intensidade

- Os fones *bluetooth* facilitam bastante a vida de muitas pessoas. No entanto, eles têm curto alcance, de modo que, ao nos afastarmos poucos metros do emissor de sinais, a comunicação é praticamente interrompida. Por que isso ocorre?
- Ao tentar utilizar o seu celular, Joca percebeu que, ao abrir a janela do seu apartamento, a ligação ficava mais nítida e estável, ou seja, não havia ruídos e a ligação não caía com tanta frequência. Como você explica isso?
- A antena de telecomunicações de uma estação de TV tem potência de 300 kW. Determine a que distância do emissor dessa antena, em linha reta, a intensidade é menor do que 2 mW/cm^2 .
- A intensidade das ondas emitidas por uma fonte sonora, a uma distância d do emissor, é igual a I . Substituindo a fonte emissora por outra de potência igual a três vezes a potência inicial, qual a variação da intensidade do sinal medido nas mesmas condições, no mesmo local anterior?
- A uma distância de 10 m de uma antena de telecomunicações, mediu-se a intensidade e foi encontrado o valor de 10 mW/cm^2 . Qual a intensidade que será medida na metade dessa distância? Considere que não há perdas de transmissão.

Texto complementar

Laser: pinças de luz

O feixe de *laser* é músculo puro

O primeiro a suspeitar que a luz tinha força, e era até capaz de empurrar alguns objetos, foi o físico e astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630). Para ele, a pressão dos raios solares atuava sobre a cauda dos cometas, varrendo-as para longe, e sempre em direção oposta à do Sol [...]

Dois séculos mais tarde, o físico escocês James Clerk Maxwell demonstrou matematicamente que Kepler estava certo. Mas os raios luminosos, normalmente, são rarefeitos e, por isso, muito fracos. Na prática, eles não têm muita utilidade.

O que mudou tudo foi a invenção, em 1960, do aparelho de raio *laser*, que concentra uma grande quantidade de luz num único feixe. Mesmo quando sua potência abaixa, a concentração garante a eficácia. É músculo puro. Foi a partir daí que surgiu a possibilidade de se construir uma ferramenta de luz, batizada de pinça óptica.

Para ter uma ideia, imagine um *laser* de 5 watts, a mesma potência de uma lanterna comum, e uma bolinha de plástico minúscula, com a dimensão de uma ponta de agulha. Pois, ao ser atingida pelo raio, a bolinha seria acelerada de tal modo que, ao fim de 1 segundo, já estaria voando a mais de 3 milhões de quilômetros por hora.

Força sem controle

Claro que não dá para manipular coisa nenhuma de maneira tão atabalhoada. Mas aos poucos os cientistas começaram a investigar meios de controlar os feixes de *laser*. Seu objetivo era não apenas conseguir empurrar suavemente os objetos, como também prendê-los e puxá-los conforme a necessidade.

O pioneiro foi o físico americano Arthur Ashkin, dos Laboratórios Bell. Em 1969, acreditando nas possibilidades da pesquisa, ele começou as experiências que o transformariam no pai da nova tecnologia do *laser*.

O brilho da nova tecnologia no Brasil

A primeira proposta prática de construir uma pinça óptica foi feita em 1987 pelo físico americano Arthur Ashkin. Ele ensinou como usar raios *laser* para capturar um vírus das plantas, chamado mosaico do tabaco, medindo pouco mais de 1 milésimo de milímetro de comprimento.

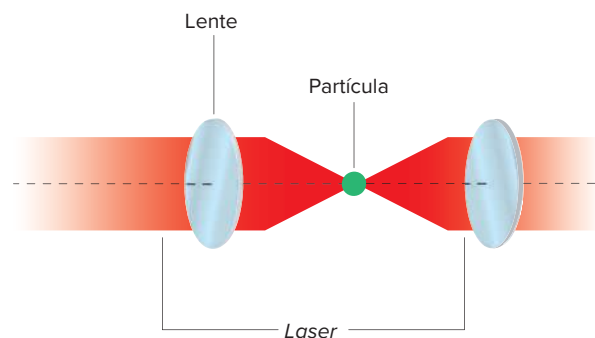
Para capturar o mosaico, Ashkin usou um *laser* de 100 milésimos de watt (uma lâmpada caseira tem potência mil vezes maior).

Na segunda etapa dessa mesma experiência, Ashkin tentou manipular bactérias. Então percebeu que, mesmo sendo tão fraco, o *laser* podia facilmente torrar os microrganismos, em vez de simplesmente prendê-los. Ele tinha feito sucesso com o vírus, mas se decepcionou com a bactéria: ela acabou sendo assada pela luz. Assim, nas pesquisas seguintes, um objetivo central foi aprender a ajustar a potência do *laser* num patamar compatível com a manipulação dos alvos biológicos, como bactérias e células animais. Ficou então claro que o ideal era reduzir potência para a casa dos 10 milésimos de watt, e também que o *laser* mais adequado não era o de luz comum, mas sim o de infravermelho.

Laboratório carioca

O Brasil acompanhou essas experiências com muita atenção. Tanto que, logo no início dos anos 90, a Unicamp, Universidade Estadual de Campinas, montou a sua primeira pinça óptica e dominou as técnicas básicas de manipular micróbios.

O Rio de Janeiro foi ainda mais longe. Lá, a Coordenação de Programas de Estudos Avançados já está com tudo pronto para inaugurar [...] um laboratório completo de pinças ópticas. A sede vai ficar no Centro de Ciências da Saúde, na Universidade Federal do Rio de Janeiro. Mas não pertence à universidade. O projeto é mais democrático: as portas do laboratório estarão abertas para todo pesquisador que tiver uma boa ideia. E quiser brilhar junto à luz exata do raio *laser*.

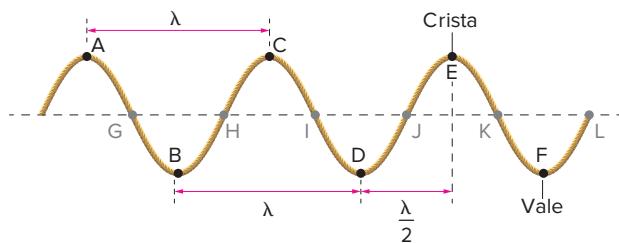


As lentes ópticas permitem manipular células, bactérias, vírus etc.

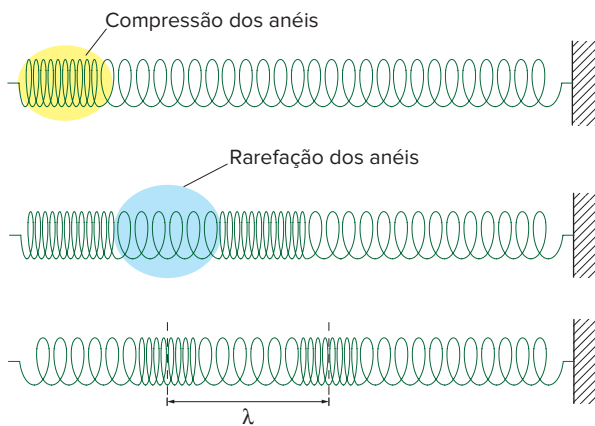
VIEIRA, Cássio Leite. *Superinteressante*, 31 out. 2016. Disponível em: <https://super.abril.com.br/tecnologia/laser-pincas-de-luz/>. Acesso em: 12 jan. 2022.

Ondas periódicas

- Ondas periódicas são o resultado de perturbações contínuas e ritmadas que se propagam em um meio.
- As ondas periódicas podem ser transversais, longitudinais ou mistas.
- Tais ondas podem ser caracterizadas por meio de algumas grandezas e parâmetros específicos, como comprimento de onda, velocidade de propagação e frequência.
- O comprimento de onda é a distância em linha reta entre dois picos ou dois pontos quaisquer que oscilam em fase em uma onda.

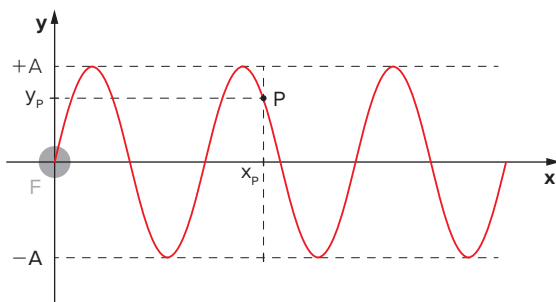


Comprimento de onda em ondas transversais.



Comprimento de onda em ondas longitudinais.

- A velocidade de propagação das ondas periódicas é dada pela **equação fundamental da Ondulatória**:
- $$v = \lambda \cdot f$$
- A oscilação de um ponto qualquer de uma onda periódica, atrasado em relação à oscilação da fonte geradora, é dada pela equação



$$y_p = A \cdot \cos \left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x_p}{\lambda} \right) + \phi_0 \right]$$

Fenômenos ondulatórios

- O **princípio de Huygens** diz que toda frente de onda pode ser compreendida como um conjunto de pequenas fontes pontuais de ondas.
- **Difração** de ondas é o fenômeno no qual as ondas conseguem contornar obstáculos e suplantam barreiras.
- **Interferência** é o fenômeno pelo qual ondas se sobrepõem formando uma onda resultante que pode, inclusive, ter amplitude nula.
- **Reflexão e refração** de ondas são fenômenos pelos quais as ondas podem atravessar ou não uma barreira de separação entre dois meios. Na reflexão, nenhum parâmetro da onda se altera, além de sua direção de propagação. Na refração, a frequência da onda sempre se mantém, independentemente do meio em que ela se propaga. Os demais parâmetros se alteram (velocidade e comprimento de onda).
- **Eco e reverberação** são dois fenômenos associados à reflexão de ondas, em geral sonoras.
- **Ressonância** é o fenômeno pelo qual as ondas emitidas por uma fonte que oscila a uma dada frequência provocam ou intensificam a vibração de um corpo em determinadas frequências específicas, denominadas frequências ressonantes.
- **Polarização** é um fenômeno exclusivo das ondas transversais e que se caracteriza pela possibilidade de filtração de determinada direção de oscilação, perpendicular à direção de propagação, por meio de dispositivos denominados filtros polarizadores.
- **Batimento** é um fenômeno em que ondas, com frequências muito próximas, se sobrepõem e geram uma onda resultante com amplitude e frequência características.

Energia, potência e intensidade

- As ondas transportam energia que se espalha pelo espaço. A **intensidade** das ondas é uma medida de como essa energia é transportada no espaço.
- Para ondas bidimensionais circulares, a intensidade é dada por:

$$I = \frac{P}{2\pi r}$$

- Para ondas tridimensionais esféricas, a intensidade é dada por:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Quer saber mais?



Site

PhET: Ondas em uma corda. Disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_pt_BR.html. Acesso em: 25 fev. 2022.

Neste simulador, você pode explorar a relação entre as grandezas – frequência, comprimento de onda e velocidade de propagação – que caracterizam uma onda periódica.



Vídeo

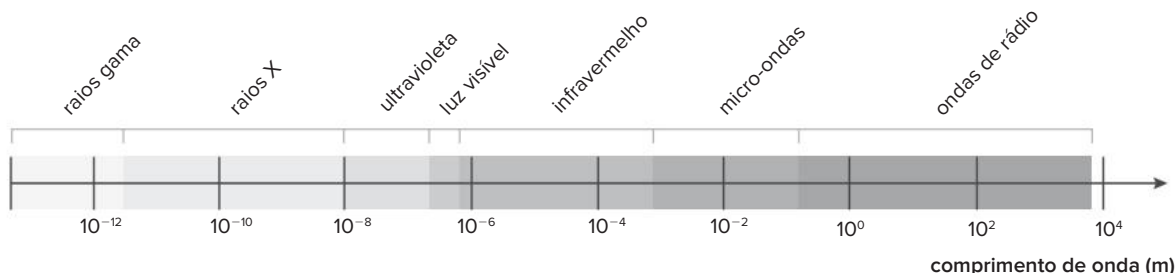
The Mechanical Universe: Waves. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=2OP0gp9v5XM>. Acesso em: 25 fev. 2022.

Veja esse interessante vídeo (em inglês) sobre ondas da antiga série de divulgação científica "Universo mecânico".

Exercícios complementares

Ondas periódicas

- 1. Uece 2018** Luz infravermelha com comprimentos de onda entre 780 e 1400 nm tem maior penetração na pele, podendo superar 4 mm de profundidade. Essa característica é bem útil em aplicações em que o calor é utilizado no tratamento de lesões musculares localizadas. Para essa faixa do espectro eletromagnético, as frequências, em terahertz, ficam localizadas aproximadamente entre
 - a) 780 e 1400.
 - b) 380 e 210.
 - c) $780 \cdot 3 \cdot 10^8$ e $1400 \cdot 3 \cdot 10^8$.
 - d) $380 \cdot 3 \cdot 10^8$ e $210 \cdot 3 \cdot 10^8$.
- 2. Uerj 2018** Em uma antena de transmissão, elétrons vibram a uma frequência de $3 \cdot 10^6$ Hz. Essa taxa produz uma combinação de campos elétricos e magnéticos variáveis que se propagam como ondas à velocidade da luz. No diagrama abaixo, estão relacionados tipos de onda e seus respectivos comprimentos.



Com base nessas informações, identifique o tipo de onda que está sendo transmitida pela antena na frequência mencionada, justificando sua resposta a partir dos cálculos.

► **Dado:** velocidade da luz no ar: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

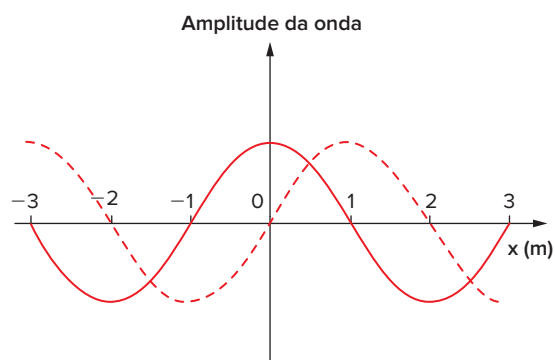
- 3. Mackenzie-SP 2018** Um forno micro-ondas possui um magnetron, gerador de ondas eletromagnéticas, cujo comprimento de onda é de 12,0 cm. Sabendo que a velocidade da luz no meio de propagação é $3,00 \cdot 10^5$ km/s, a frequência emitida por este gerador é
 - a) $0,25 \cdot 10^8$ Hz.
 - b) $3,60 \cdot 10^8$ Hz.
 - c) $4,00 \cdot 10^8$ Hz.
 - d) $0,25 \cdot 10^{10}$ Hz.
 - e) $4,00 \cdot 10^{10}$ Hz.
- 4. UEPG-PR 2018** Um inseto encontra-se flutuando em uma posição fixa na superfície de uma poça de água. Ele agita suas patas a cada 2 segundos produzindo ondas circulares que se propagam na superfície da água. Observa-se que cada onda demora 5 segundos para atingir a margem que se situa a 20 cm do inseto.

A partir do enunciado, assinale o que for correto.

 - 01 As ondas produzidas na água são exemplos de ondas transversais.
 - 02 A frequência das ondas produzidas pelo inseto é 2 Hz.
 - 04 O comprimento de onda da onda é 8 cm.
 - 08 O período das oscilações produzidas pelo inseto é 0,5 s.

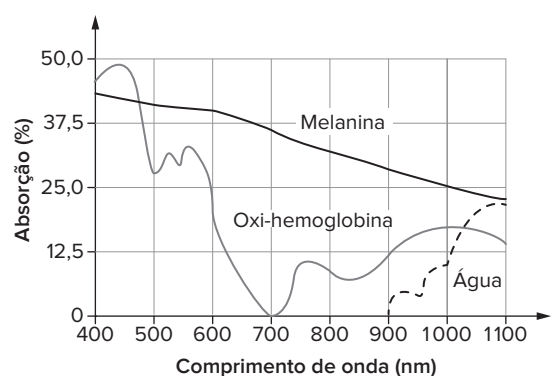
Soma:

5. **Fuvest-SP 2017** A figura representa uma onda harmônica transversal, que se propaga no sentido positivo do eixo x , em dois instantes de tempo: $t = 3$ s (linha cheia) e $t = 7$ s (linha tracejada).



Dentre as alternativas, a que pode corresponder à velocidade de propagação dessa onda é

- a) 0,14 m/s.
b) 0,25 m/s.
c) 0,33 m/s.
d) 1,00 m/s.
e) 2,00 m/s.
6. **Enem 2017** A epilação a *laser* (popularmente conhecida como depilação a *laser*) consiste na aplicação de uma fonte de luz para aquecer e causar uma lesão localizada e controlada nos folículos capilares. Para evitar que outros tecidos sejam danificados, selecionam-se comprimentos de onda que são absorvidos pela melanina presente nos pelos, mas que não afetam a oxi-hemoglobina do sangue e a água dos tecidos da região em que o tratamento será aplicado. A figura mostra como é a absorção de diferentes comprimentos de onda pela melanina, oxi-hemoglobina e água.



MACEDO, F. S.; MONTEIRO, E. Epilação com *laser* e luz intensa pulsada. *Revista Brasileira de Medicina*. Disponível em: www.moreirajr.com.br. Acesso em: 4 set. 2015 (adaptado).

Qual é o comprimento de onda, em nm, ideal para a epilação a *laser*?

- a) 400
b) 700
c) 1 100
d) 900
e) 500

7. **Unesp 2020** A sensibilidade visual de humanos e animais encontra-se dentro de uma estreita faixa do espectro da radiação eletromagnética, com comprimentos de onda entre 380 nm e 760 nm. É notável que os vegetais também reajam à radiação dentro desse mesmo intervalo, incluindo a fotossíntese e o crescimento fototrópico. A razão para a importância dessa estreita faixa de radiação eletromagnética é o fato de a energia carregada por um fóton ser inversamente proporcional ao comprimento de onda. Assim, os comprimentos de onda mais longos não carregam energia suficiente em cada fóton para produzir um efeito fotoquímico apreciável, e os mais curtos carregam energia em quantidade que danifica os materiais orgânicos.

(Knut Schmidt-Nielsen. *Fisiologia animal: adaptação e meio ambiente*, 2002. Adaptado.)

A tabela apresenta o comprimento de onda de algumas cores do espectro da luz visível:

Cor	Comprimento de onda (nm)
Azul	450 – 495
Verde	495 – 570
Amarela	570 – 590
Laranja	590 – 620
Vermelha	620 – 750

Sabendo que a energia carregada por um fóton de frequência f é dada por $E = h \cdot f$, em que $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, que a velocidade da luz é aproximadamente $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ e que $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$, a cor da luz cujos fótons carregam uma quantidade de energia correspondente a $3,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ é

- a) azul.
b) verde.
c) amarela.
d) laranja.
e) vermelha.

8. **UFSC 2019** O papel no qual se marca a atividade elétrica do coração ou eletrocardiograma (ECG) é um papel milimetrado, onde cada quadrado pequeno mede 1 mm, que se movimenta sob uma ponteira que registra a atividade do coração. De modo geral, o eixo vertical mede o valor da diferença de potencial, em mV, onde 10 mm de altura é igual a 1 mV e o eixo horizontal mede o tempo, em segundos, onde 1 mm horizontal equivale a 0,04 s.

Disponível em: <http://pt.my-ekg.com/generalidades-ecg/papel-ecg.html>. [Adaptado]. Acesso em: 28 mar. 2019.

Um professor de Física utilizou um exame de eletrocardiograma modelizado (figura 2) para fazer afirmações a seus alunos. Sua modelização manteve as distâncias entre duas cristas consecutivas do eletrocardiograma original (figura 1) de um paciente em repouso, de tal forma que a frequência da onda modelizada equivale, aproximadamente, à frequência cardíaca do coração do paciente, conforme mostrado a seguir.

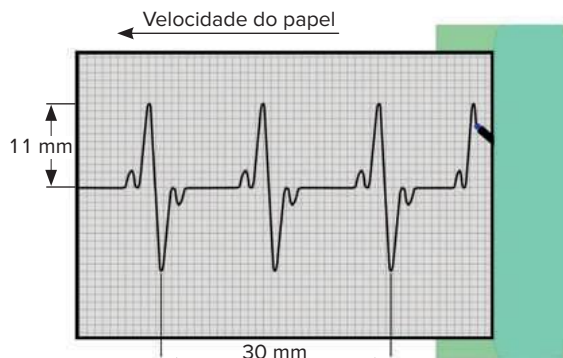


Figura 1

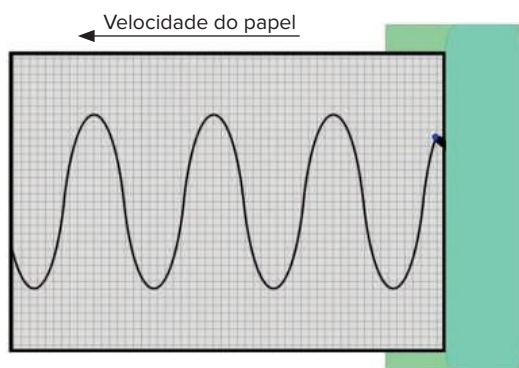


Figura 2

Com base no exposto anteriormente e nas figuras 1 e 2, é correto afirmar que:

- 01 a velocidade do papel milimetrado é de 15 mm/s.
- 02 a amplitude da onda do eletrocardiograma modelizado é de 22 mm.
- 04 a frequência cardíaca do paciente, com base no eletrocardiograma modelizado, é de 100 batimentos por minuto.
- 08 se o paciente estivesse correndo, o comprimento de onda do eletrocardiograma modelizado seria maior.
- 16 o comprimento de onda do eletrocardiograma modelizado é de $15 \cdot 10^{-3}$ m.
- 32 o período da onda do eletrocardiograma modelizado é 0,04 s.

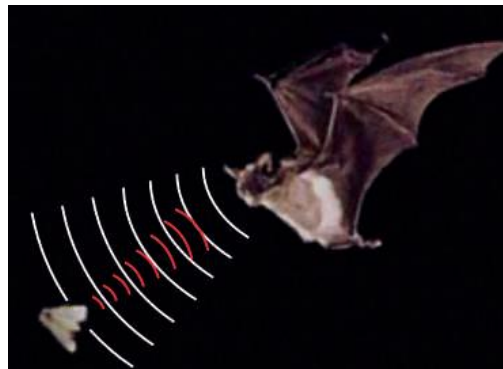
Soma:

9. **Enem PPL 2019** Um professor percebeu que seu apontador a *laser*, de luz monocromática, estava com o brilho pouco intenso. Ele trocou as baterias do apontador e notou que a intensidade luminosa aumentou sem que a cor do *laser* se alterasse. Sabe-se que a luz é uma onda eletromagnética e apresenta propriedades como amplitude, comprimento de onda, fase, frequência e velocidade.

Dentre as propriedades de ondas citadas, aquela associada ao aumento do brilho do *laser* é o(a)

- a) amplitude.
- b) frequência.
- c) fase da onda.
- d) velocidade da onda.
- e) comprimento de onda.

10. **Unesp 2015** Em ambientes sem claridade, os morcegos utilizam a ecolocalização para caçar insetos ou localizar obstáculos. Eles emitem ondas de ultrassom que, ao atingirem um objeto, são refletidas de volta e permitem estimar as dimensões desse objeto e a que distância se encontra. Um morcego pode detectar corpos muito pequenos, cujo tamanho seja próximo ao do comprimento de onda do ultrassom emitido.

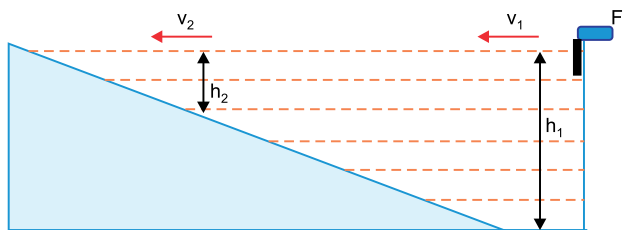


(<http://oreinodosbichos.blogspot.com.br>. Adaptado.)

Suponha que um morcego, parado na entrada de uma caverna, emita ondas de ultrassom na frequência de 60 kHz, que se propagam para o interior desse ambiente com velocidade de 340 m/s. Estime o comprimento, em mm, do menor inseto que esse morcego pode detectar e, em seguida, calcule o comprimento dessa caverna, em metros, sabendo que as ondas refletidas na parede do fundo do salão da caverna são detectadas pelo morcego 0,2 s depois de sua emissão.

11. **Efomm-RJ 2019** O comprimento de onda da luz emitida por um *laser* é de 675 nm no ar, onde a velocidade de propagação de ondas eletromagnéticas é de $3,0 \cdot 10^8$ m/s. Com base nessas informações, pode-se afirmar que a velocidade de propagação e a frequência da luz emitida por esse *laser*, em um meio onde o comprimento de onda é 450 nm, são, respectivamente
- a) $2,0 \cdot 10^8$ m/s e $4,0 \cdot 10^8$ Hz.
 - b) $2,5 \cdot 10^8$ m/s e $4,4 \cdot 10^{14}$ Hz.
 - c) $2,0 \cdot 10^8$ m/s e $4,4 \cdot 10^8$ Hz.
 - d) $2,0 \cdot 10^8$ m/s e $4,4 \cdot 10^{14}$ Hz.
 - e) $2,5 \cdot 10^8$ m/s e $4,0 \cdot 10^8$ Hz.
12. **UPE/SSA 2017** Supondo-se que uma equação de onda de ultrassom, utilizada em um exame pré-natal, tem o deslocamento ao longo da direção y dado pela relação $y(x, t) = 50 \sin [(60 \cdot 10^6)t + (4 \cdot 10^3)x]$, onde x e y estão medidos em micrômetros e o tempo t , em segundos. Essa equação representa uma onda
- a) que viaja com uma velocidade de 15 mm/s no sentido negativo do eixo x .
 - b) de amplitude 25 μm que viaja ao longo do sentido negativo do eixo x .
 - c) que possui número de onda igual a 40 m^{-1} .
 - d) de comprimento de onda 60 μm .
 - e) de frequência 10^6 MHz.

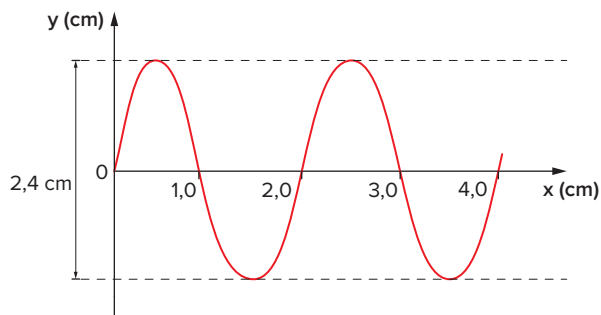
- 13. Insper-SP 2019** O esquema da figura ilustra o perfil de uma cuba de ondas de profundidade espreada, cheia de água. É uma simulação do que acontece na realidade em uma praia marinha.



Uma fonte vibratória F , localizada na parte profunda da cuba, produz frentes de onda retas, paralelas à “praia”, com frequência f . Sabe-se que ondas mecânicas na água sofrem mais refração com a diminuição da profundidade. Considerando as velocidades v_1 e v_2 de propagação das frentes de onda nas profundidades h_1 e h_2 , respectivamente, assim como os comprimentos de onda λ_1 e λ_2 e frequências de oscilação f_1 e f_2 , são corretas as relações de ordem:

- $v_1 > v_2$, $\lambda_1 = \lambda_2$ e $f_1 > f_2$
 - $v_1 > v_2$, $\lambda_1 > \lambda_2$ e $f_1 = f_2$
 - $v_1 > v_2$, $\lambda_1 > \lambda_2$ e $f_1 > f_2$
 - $v_1 = v_2$, $\lambda_1 > \lambda_2$ e $f_1 > f_2$
 - $v_1 > v_2$, $\lambda_1 = \lambda_2$ e $f_1 = f_2$
- 14. Uerj** É possível investigar a estrutura de um objeto com o uso da radiação eletromagnética. Para isso, no entanto, é necessário que o comprimento de onda dessa radiação seja da mesma ordem de grandeza das dimensões do objeto a ser investigado. Os raios *laser* são um tipo específico de radiação eletromagnética, cujas frequências se situam entre $4,6 \cdot 10^{14}$ hertz e $6,7 \cdot 10^{14}$ hertz. Considerando esses dados, demonstre por que não é possível utilizar fontes de *laser* para investigar o interior de um núcleo atômico esférico que tem um raio da ordem de 10^{-15} m.

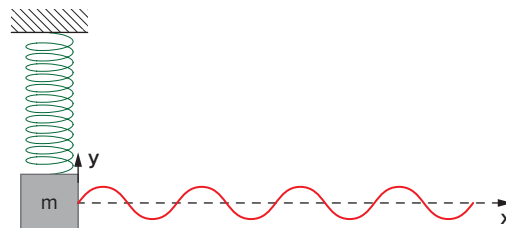
15. Mackenzie-SP 2015



O gráfico acima representa uma onda que se propaga com velocidade constante de 200 m/s. A amplitude (A), o comprimento de onda (λ) e a frequência (f) da onda são, respectivamente,

- 2,4 cm; 1,0 cm; 40 kHz
- 2,4 cm; 4,0 cm; 20 kHz
- 1,2 cm; 2,0 cm; 40 kHz
- 1,2 cm; 2,0 cm; 10 kHz
- 1,2 cm; 4,0 cm; 10 kHz

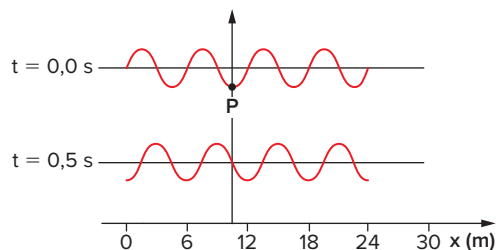
16. Esc. Naval-RJ 2016 Analise a figura abaixo.



A figura acima mostra uma montagem em que o bloco de massa $m = 0,70$ kg, preso à extremidade de uma mola vertical, oscila em torno da sua posição de equilíbrio. No bloco, prende-se uma corda muito longa estendida na horizontal. A massa específica linear da corda é $1,6 \cdot 10^{-4}$ kg/m. Após algum tempo, estabelece-se na corda uma onda transversal cuja equação é dada por $y(x, t) = 0,030 \cdot \cos(2,0x - 30t)$, onde x e y estão em metros e t em segundos. Nessas condições, a constante elástica da mola, em N/m, e a tração na corda, em mN, são, respectivamente:

- 157 e 144.
- 210 e 36.
- 210 e 160.
- 630 e 36.
- 630 e 144.

17. ITA-SP 2017



Uma onda harmônica propaga-se para a direita com velocidade constante em uma corda de densidade linear $\mu = 0,4$ g/cm. A figura mostra duas fotos da corda, uma num instante $t = 0$ s e a outra no instante $t = 0,5$ s. Considere as seguintes afirmativas:

- A velocidade mínima do ponto P da corda é de 3 m/s.
- O ponto P realiza um movimento oscilatório com período de 0,4 s.
- A corda está submetida a uma tensão de 0,36 N.

Assinale a(s) afirmativa(s) possível(possíveis) para o movimento da onda na corda

- I.
- II.
- III.
- I e II.
- II e III.

Fenômenos ondulatórios

18. Mackenzie-SP 2018 Um feixe de luz apresenta um comprimento de onda igual a 400 nm quando se propaga no vácuo. Ao incidir em um determinado meio X, sua velocidade passa a ser 40% menor que a velocidade de propagação da luz no vácuo. O índice de refração desse meio X e o comprimento de onda do feixe no meio X são, respectivamente,

► **Dado:** velocidade da luz no vácuo igual a $3 \cdot 10^8$ m/s.

- a) $\frac{4}{3}$; 240 nm d) $\frac{5}{3}$; 300 nm
 b) $\frac{4}{3}$; 300 nm e) $\frac{3}{2}$; 300 nm
 c) $\frac{5}{3}$; 240 nm

19. EBMS-BA 2018 Os morcegos orientam-se emitindo ultrassons que ecoam nos obstáculos, ou nas suas presas, e são captados por seus ouvidos. Com base no tempo decorrido até a recepção dos sinais refletidos, eles avaliam a distância em que suas presas se encontram. Os ultrassons emitidos e detectados pelos morcegos têm frequências entre 70 000 e 120 000 hertz. Quando os morcegos são hematófagos, o risco de transmissão de raiva é maior. Com base nessas informações e nos conhecimentos de Física, é correto afirmar:

- a) O período de oscilação das ondas de ultrassom emitidas pelos morcegos é da ordem de 10^{-4} segundos.
 b) A distância, d , entre um morcego e uma presa parada é igual a $\frac{tv}{2}$, sendo v a velocidade do som emitido pelo morcego e t o intervalo entre a emissão e a recepção do som.
 c) O comprimento de onda do ultrassom, emitido e detectado por um morcego, é inversamente proporcional à velocidade de propagação do som no meio.
 d) O intervalo entre a emissão e a recepção do som detectado pelo morcego é determinado pela relação $t = \frac{d}{v}$, sendo d a distância entre o morcego e o alvo parado e v a velocidade do ultrassom.
 e) A frequência das ondas de ultrassom refletidas por um alvo parado e captadas pelos ouvidos de um morcego é menor do que a frequência do ultrassom emitido pelo morcego.

20. Uece 2016 Um bom projeto de uma sala de cinema deve contemplar materiais e formas, no teto e nas paredes, de modo que o som seja

- a) absorvido.
 b) refletido.
 c) amplificado.
 d) difratado.

21. IFSul-RS 2018 Leia com atenção o texto que segue.

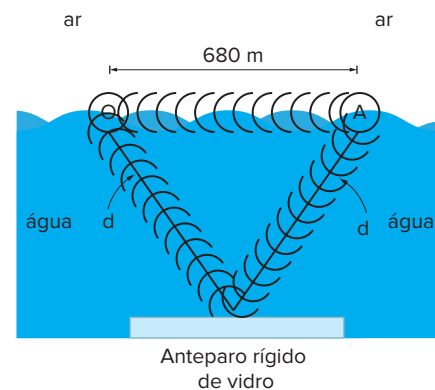
A luz propaga-se com 300 000 km/s no vácuo, propaga-se com uma velocidade ligeiramente menor no ar e, na água, com aproximadamente três quartos de sua velocidade de propagação no vácuo. Em um diamante, por exemplo, a luz se propaga com cerca de 40% do valor de sua rapidez no vácuo. Quando a luz altera seu meio de propagação, além de alterar sua velocidade, ela será desviada, a menos que sua incidência seja perpendicular a superfície de separação dos meios.

O texto refere-se a um fenômeno ondulatório denominado

- a) refração. c) interferência.
 b) reflexão. d) difração.

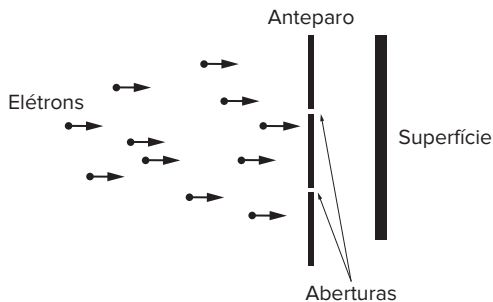
22. UFJF/Pism-MG 2021 O som é uma onda mecânica longitudinal, portanto necessita de um meio material para se propagar. Assim, dependendo do tipo de meio material (gás, líquido ou sólido), a velocidade de propagação da onda sonora é diferente. Exemplos são: velocidade do som no ar 340 m/s e a velocidade do som na água 1450 m/s. Além disso, quando dois sons incidem sobre o ouvido do observador com uma diferença de tempo pequena, é impossível distinguir as fontes sonoras. Assim, o menor intervalo de tempo entre chegada de duas ondas (**persistência da audição**) é considerado da ordem de 0,1 s para que possam ser percebidas por humanos. A figura abaixo ilustra uma onda sonora que é emitida ao mesmo instante no ar e água por uma fonte (A) e chega a um observador (O) por dois caminhos distintos. Qual deve ser a **faixa de valores** para distância d a ser evitada de tal forma que o observador possa distinguir os dois sons?

► **Observação:** não leve em consideração qualquer outro efeito que a onda sonora possa ter nas interfaces entre ar/água e água/vidro, ou mesmo variação de pressão e/ou temperatura.

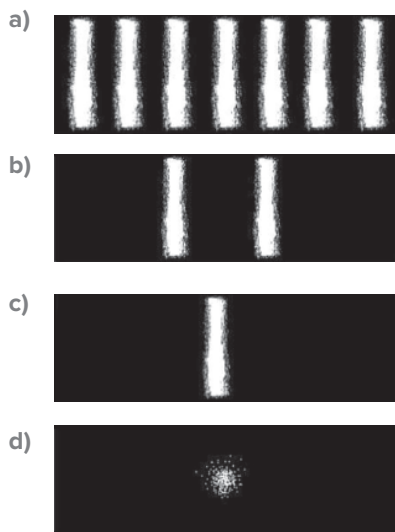


- a) entre 1377,5 m e 1522,5 m
 b) entre 1250,0 m e 1650 m
 c) entre 340 m e 1360 m
 d) entre 323 m e 357 m
 e) entre 646 m e 714 m

- 23. UFU-MG 2015** Um feixe de elétrons incide sobre uma superfície, demarcando os lugares onde a atinge. Todavia, há um anteparo com duas aberturas entre a fonte emissora de elétrons e a superfície, conforme representa o esquema a seguir.



Atualmente, sabe-se que a radiação tem um comportamento dual, ou seja, ora se assemelha a partículas, ora a ondas. Considerando que o diâmetro das aberturas é muito menor do que o comprimento de onda radiação incidente, que tipo de resultado será demarcado na superfície, levando em conta o comportamento ondulatório do feixe de elétrons?



- 24. Uern 2013** Leia o trecho a seguir.

Meteorito despenca sobre a Rússia e população vive momentos de pânico

Centenas de pessoas ficam feridas com vidro quebrado pelo impacto do meteoróide contra a atmosfera.



A queda de um meteorito sobre os Montes Urais na manhã de ontem deixou cerca de 1,1 mil pessoas feridas, provocou pelo menos uma forte explosão e causou pânico na população local. A maioria dos feridos foi atingida por estilhaços de vidro que se quebrou em razão da onda expansiva provocada pela queda do corpo celeste.

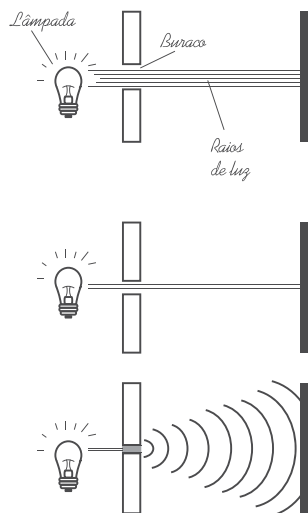
“Às 9h20 (1h20 em Brasília), um objeto em alta velocidade foi observado nos céus de Chelyabinsk, deixando um grande rastro atrás de si. No prazo de dois minutos, houve dois estrondos”, disse Yuri Burenko, funcionário do setor de emergência, por meio de nota. “A onda de choque quebrou vidros em Chelyabinsk, em uma série de cidades da região”, disse ele.

(Disponível em: <http://www.gazetamaringa.com.br/online/conteudo.phtml?tl=1&id=1345481&tit=Meteorito-despenca-sobre-a-Russia-epopulacao-vive-momentos-de-panico>)

O fenômeno associado aos vidros partidos pelo som intenso e por serem esses vidros sensíveis à frequência da onda sonora recebe o nome de

- difração.
- ressonância.
- reverberação.
- efeito Doppler.

- 25. Enem** Ao diminuir o tamanho de um orifício atravessado por um feixe de luz, passa menos luz por intervalo de tempo, e próximo da situação de completo fechamento do orifício, verifica-se que a luz apresenta um comportamento como o ilustrado nas figuras. Sabe-se que o som, dentro de suas particularidades, também pode se comportar dessa forma.



FIOLHAIS, C. *Física divertida*. Brasília: UnB, 2000 (adaptado).

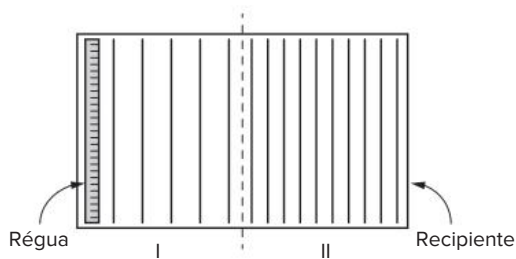
Em qual das situações a seguir está representado o fenômeno descrito no texto?

- Ao se esconder atrás de um muro, um menino ouve a conversa de seus colegas.
- Ao gritar diante de um desfiladeiro, uma pessoa ouve a repetição do seu próprio grito.
- Ao encostar o ouvido no chão, um homem percebe o som de uma locomotiva antes de ouvi-lo pelo ar.

- d) Ao ouvir uma ambulância se aproximando, uma pessoa percebe o som mais agudo do que quando aquela se afasta.
- e) Ao emitir uma nota musical muito aguda, uma cantora de ópera faz com que uma taça de cristal se despedace.

26. UFMG Numa aula no Laboratório de Física, o professor faz, para seus alunos, a experiência que se descreve a seguir. Inicialmente, ele enche de água um recipiente retangular, em que há duas regiões – I e II –, de profundidades diferentes.

Esse recipiente, visto de cima, está representado nesta figura:



No lado esquerdo da região I, o professor coloca uma régua a oscilar verticalmente, com frequência constante, de modo a produzir um trem de ondas. As ondas atravessam a região I e propagam-se pela região II, até atingirem o lado direito do recipiente.

Na figura, as linhas representam as cristas de onda dessas ondas. Dois dos alunos que assistem ao experimento fazem, então, estas observações:

Bernardo: “A frequência das ondas na região I é menor que na região II.”

Rodrigo: “A velocidade das ondas na região I é maior que na região II.”

Considerando-se essas informações, é correto afirmar que:

- a) apenas a observação do Bernardo está certa.
- b) apenas a observação do Rodrigo está certa.
- c) ambas as observações estão certas.
- d) nenhuma das duas observações está certa.

Energia, potência e intensidade

27. Na cidade de Alfalândia, há uma estação de rádio chamada Estação A, que transmite sinais com uma potência de 120 kW. Na cidade de Betamata, a estação de rádio, chamada Estação B, transmite sinais com potência de 60 kW. Uma estrada retilínea de 20 km conecta as duas cidades. Viajando de uma cidade a outra, um pesquisador foi medindo a intensidade dos sinais das duas estações de rádio e encontrou o ponto onde essas intensidade são praticamente iguais. A que distância da cidade de Betamata fica esse ponto?

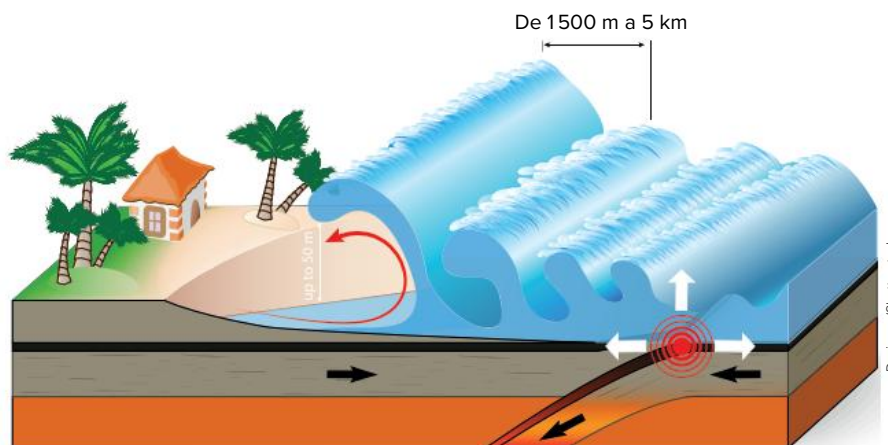
28. Uma fonte sonora de 80 W de potência está localizada em um ambiente amplo e aberto de forma que as ondas sonoras se propaguem em todas as direções. Qual a intensidade dessas ondas sonoras a uma distância de 4 m da fonte?

▶ **Dado:** considere $\pi = 3$ e que não há perdas na transmissão.

BNCC em foco

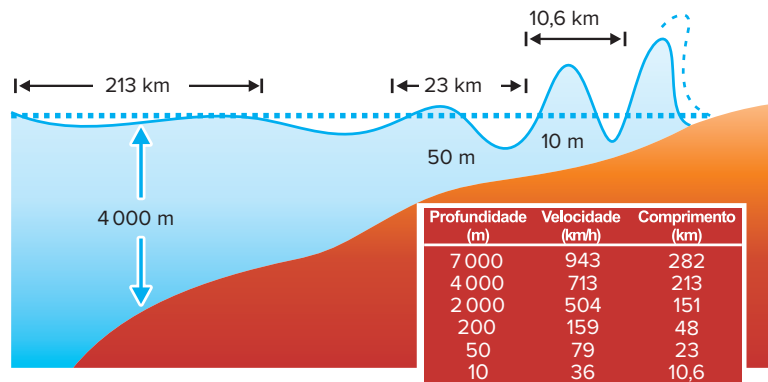
EM13CNT101, EM13CNT301, EM13CNT302 e EM13CNT303

- 1.** *Tsunamis* são grandes ondas que levam a água para dentro do território a grandes distâncias, podendo causar mortes e danos aos seres vivos que habitam o litoral. O esquema a seguir representa a formação dessa onda.



Representação esquemática da formação de *tsunami*. (Elementos representados fora da escala. Cores fantasia.)

- I. Pesquise a origem do termo *tsunami* e as causas de sua ocorrência. Escreva um pequeno texto com as informações relevantes.
- II. O infográfico a seguir apresenta dados relativos à formação de um *tsunami* em alto mar e que se propaga rumo à costa.



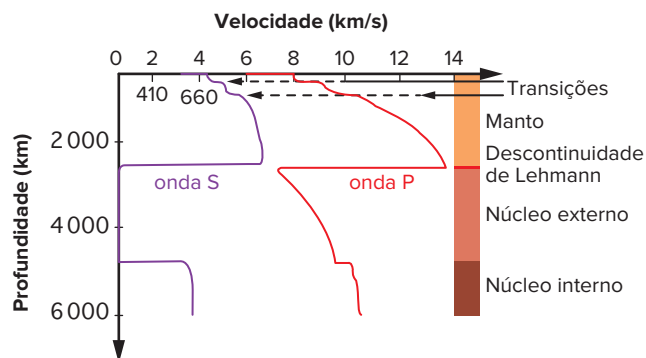
MARTINS, J. O.; PIRES, Ana. *Tsunami no Índico: Causas e Consequências*, apud INEP. *Enade 2011*. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_superior/enade/provas/2011/FISICA.pdf. Acesso em: 12 jan. 2022.

- a) Descreva o que ocorre com a amplitude e o comprimento de onda das ondas ao se aproximarem do litoral. Relacione essa ocorrência com o conceito de energia.
- b) Estabeleça uma relação entre a velocidade de propagação das ondas com a profundidade oceânica.

EM13CNT301, EM13CNT302 e EM13CNT303

2. Quando ocorrem terremotos, ondas são geradas e viajam pela superfície da Terra e pelo seu interior. O gráfico ao lado mostra a variação da velocidade de propagação em função da profundidade para dois tipos de ondas associadas a terremotos, denominadas ondas P e ondas S.

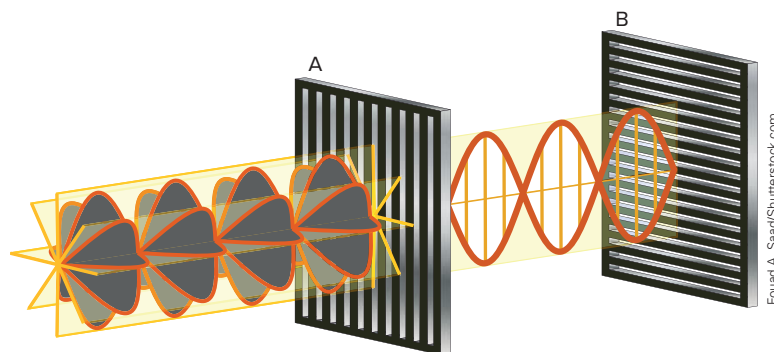
- a) Aponte qual onda, P ou S, apresenta maiores velocidades.
- b) Qual é o fenômeno associado à mudança de velocidade de propagação das ondas P e S no interior da Terra?
- c) Estime a espessura do núcleo externo.
- d) “As ondas ___ são ondas transversais que se propagam apenas em meios sólidos ou em meios líquidos com alta viscosidade”. Essa definição diz respeito a qual tipo de onda? Justifique.



Fonte: HELFFRICH, G. R.; WOOD, B. J. The Earth's mantle. *Nature*, 412, 501-507, 2001.

EM13CNT103 e EM13CNT301

3. Imagine que você encontrou a figura a seguir em um livro de Ondulatória. No entanto, devido a erros de impressão, ela está sem legenda e indicações.



- a) Escreva o nome dos elementos A e B e elabore uma legenda que explique o fenômeno representado na figura.
- b) Pesquise e descreva como esse fenômeno é utilizado na exibição de filmes em 3D. Faça um esquema que represente o funcionamento dos óculos e dos projetores em um cinema 3D.



Fones de ouvido externos.

FRENTE 3

CAPÍTULO

14

Interferência

Os fones de ouvido são equipamentos cada vez mais indispensáveis, sendo utilizados para ouvir músicas, assistir a filmes, participar de aulas e cursos, entre outros. As tecnologias utilizadas em sua fabricação também evoluíram bastante e hoje existem diferentes modelos, como os fones internos, que são colocados dentro das orelhas, e os fones que cobrem os ouvidos totalmente, além de versões sem fio que dão maior mobilidade aos usuários. Uma dessas tecnologias envolve a redução de ruídos, em que dispositivos eletrônicos são capazes de identificar os ruídos externos e neutralizá-los, melhorando a experiência sonora do usuário. Essa tecnologia se baseia em um fenômeno ondulatório denominado interferência destrutiva, um dos assuntos que serão estudados neste capítulo.

Interferência

A interferência é o nome que se dá ao fenômeno que ocorre quando pulsos ou ondas que se propagam em um mesmo meio encontram-se, formando momentaneamente um pulso ou uma onda resultante devido a um **processo de superposição**. Após esse encontro, os pulsos ou ondas podem se separar, seguindo seus caminhos iniciais como se nada tivesse ocorrido. Isso caracteriza o chamado **princípio da independência de pulsos ou ondas**. Os pulsos ou ondas mantêm suas características originais, como velocidade, frequência, forma etc.

! Atenção

O **princípio da independência de pulsos e ondas** estabelece que, quando pulsos ou ondas se encontram em um mesmo meio e interferem entre si, ao se separarem eles mantêm suas características originais como se nada tivesse ocorrido.

A interferência entre pulsos e ondas pode ser classificada de três formas, dependendo de suas características iniciais, como frequência e amplitude, mas principalmente de suas fases.

Neste capítulo, abordaremos mais frequentemente o caso de pulsos e ondas de mesma amplitude e frequência. Nessa situação, teremos:

- **interferência construtiva:** quando os pulsos e ondas estiverem completamente em fase entre si, no momento da superposição;
- **interferência destrutiva:** quando os pulsos e ondas estiverem em total oposição de fase entre si, no momento da superposição;
- **interferência parcial:** quando houver defasagens intermediárias entre os dois casos anteriores.

Nosso maior interesse encontra-se nas interferências construtivas e destrutivas, como veremos na sequência.

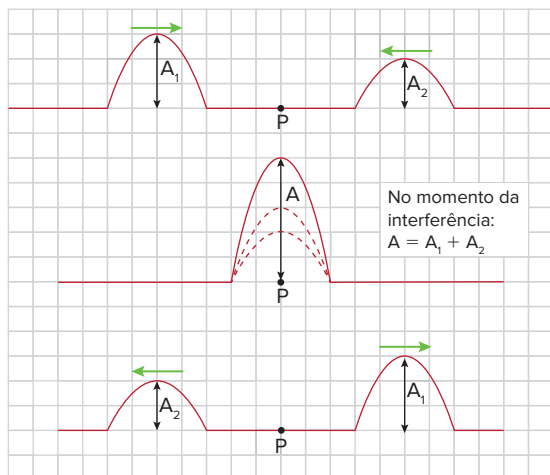
Interferência entre dois pulsos

Analisemos um caso genérico em que dois pulsos de amplitudes diferentes caminham no mesmo meio (por exemplo, em uma corda) e interferem entre si.

Situação 1: Pulsos em fase entre si

Os pulsos em fase encontram-se momentaneamente e se sobrepõem, formando um pulso resultante de maior amplitude que ambos. Isso ocorre porque os pontos da corda atingem o pico juntos no momento da sobreposição. Se os dois pulsos tivessem a mesma amplitude, a amplitude do pulso resultante, no instante em que ocorre a interferência, seria o dobro da amplitude de cada pulso separadamente.

Situação 1 – Interferência construtiva

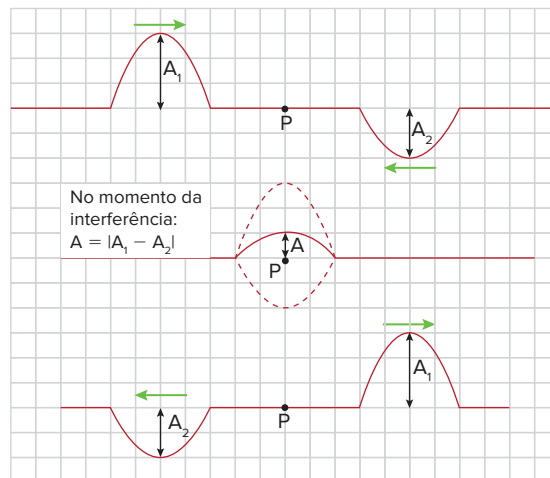


Interferência construtiva entre dois pulsos. Depois da sobreposição, os pulsos caminham de forma independente.

Situação 2: Pulsos em oposição de fase

Os pulsos em oposição de fase encontram-se momentaneamente e se sobrepõem, formando um pulso resultante de menor amplitude que ambos. Isso acontece no momento em que ocorre a sobreposição: um pulso está no pico enquanto o outro está no vale. Se ambos os pulsos tivessem a mesma amplitude, no instante em que ocorre a interferência a amplitude resultante seria nula.

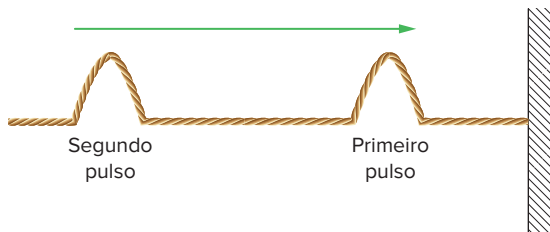
Situação 2 – Interferência destrutiva



Interferência destrutiva entre dois pulsos. Depois da sobreposição, os pulsos caminham de forma independente.

Exercícios resolvidos

1. **FMP-RJ 2021** Em um laboratório de ondas, uma das extremidades de uma corda homogênea é fixada na parede, e são gerados dois pulsos na corda, como mostra a figura abaixo.



A superposição entre a reflexão do primeiro pulso e o segundo pulso incidente gera

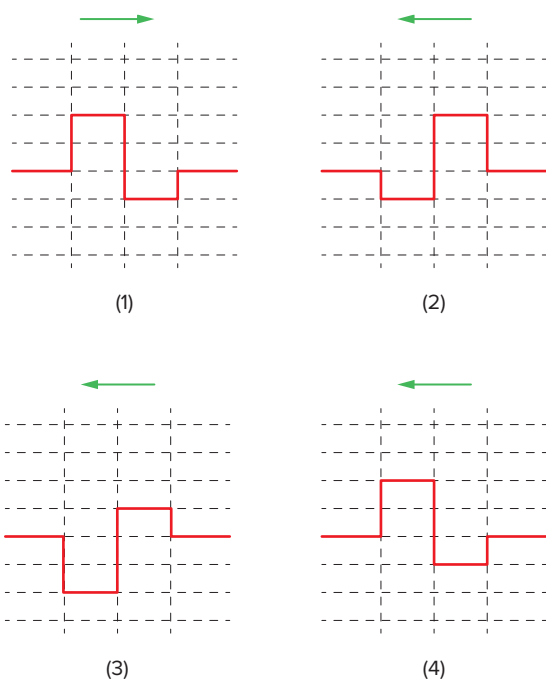
- uma interferência construtiva.
- a refração dos pulsos.
- a polarização dos pulsos.
- uma interferência destrutiva.
- a difração dos pulsos.

Resolução:

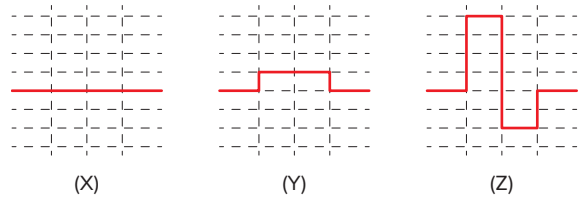
Como a extremidade da corda está fixa, o pulso refletido será invertido. Assim, os pulsos estarão em oposição de fase quando se encontrarem, ocasionando uma interferência destrutiva.

Resposta: alternativa **d**.

2. **UFRGS 2020** Na figura abaixo, a onda 1 consiste em um pulso retangular que se propaga horizontalmente para a direita. As ondas 2, 3 e 4 são ondas semelhantes que se propagam para a esquerda ao longo dessa mesma direção.



As figuras abaixo representam interferências que ocorrem quando a onda 1 passa por cada uma das outras ondas.



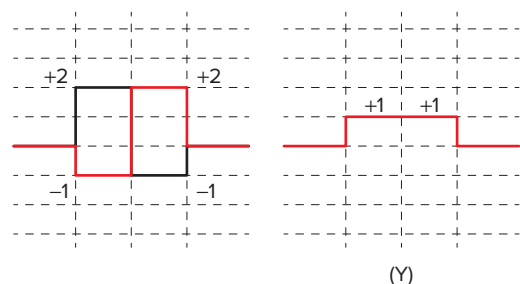
Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem.

As formas de ondas X, Y e Z resultam, respectivamente, da superposição da onda 1 com as ondas _____, _____ e _____.

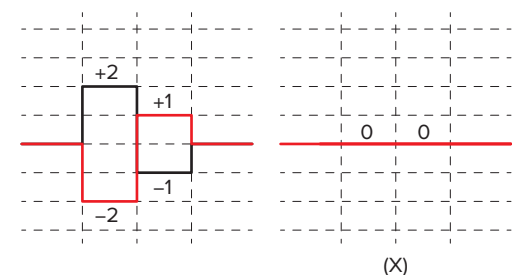
- 2 - 3 - 4
- 2 - 4 - 3
- 3 - 2 - 4
- 3 - 4 - 2
- 4 - 2 - 3

Resolução:

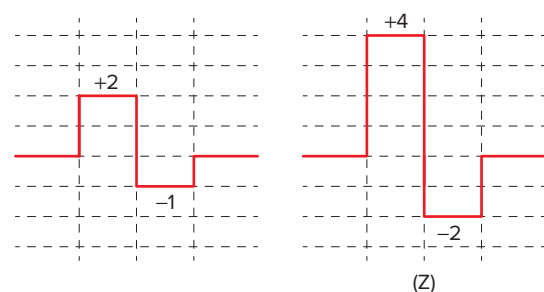
Sobrepondo as ondas 1 e 2, temos:



Sobrepondo as ondas 1 e 3, temos:



Finalmente, sobrepondo as ondas 1 e 4, temos:



Resposta: alternativa **c**.

Sistema de cancelamento de ruídos

Atualmente, existem diversos modelos de fones de ouvido, com tecnologias cada vez mais sofisticadas, que visam melhorar a experiência dos usuários, seja para ouvir música, participar de longas maratonas de *games*, seja para utilizar em ambientes de trabalho com muito ruído, como é o caso dos operadores de aeronaves.

Alguns modelos de fones têm dispositivos que registram os ruídos do ambiente. Esses sinais são analisados eletronicamente, e seu padrão ondulatório é determinado. De forma rápida e praticamente imperceptível, um circuito produz e emite ondas sonoras semelhantes aos ruídos, porém em fase invertida.

Devido ao fenômeno da interferência destrutiva, os ruídos são praticamente neutralizados, reduzindo seus efeitos e permitindo ao usuário dos fones uma experiência sonora mais agradável. Esses sistemas contribuem para a melhoria da saúde auditiva de usuários que necessitem utilizar fones de ouvido durante longos períodos.

Tecnologias semelhantes a essas já são utilizadas em modelos sofisticados de carros e aviões particulares, produzindo ambientes bastante silenciosos para os seus ocupantes.

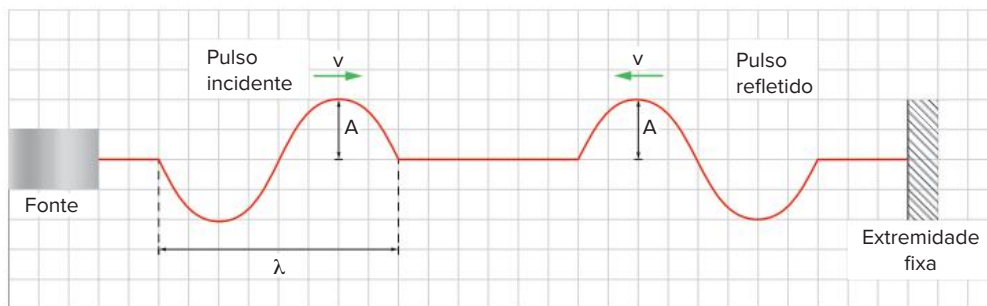
Esquema explicativo simplificado do funcionamento dos fones com cancelamento eletrônico de ruídos por interferência destrutiva.



Interferência e formação de ondas estacionárias

Uma situação de interesse associada ao fenômeno da interferência é a formação de ondas estacionárias.

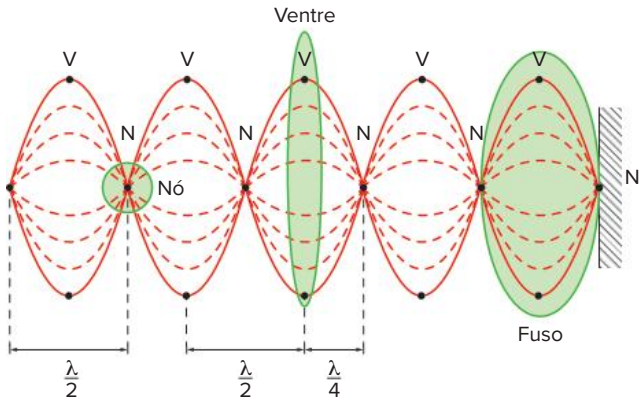
Vejam o caso de ondas estacionárias formadas em uma mesma corda. Nessa situação, consideremos que a onda não perde energia ao longo de seu percurso e que uma das extremidades da corda esteja ligada à fonte de pulsos e a outra extremidade fixa, por exemplo, em um suporte, como indica a figura.



Pulso incidente e refletido que gerarão o padrão de ondas estacionárias.

Na figura anterior, vemos um pulso formado pela fonte vibratória que viaja pela corda até a extremidade fixa e reflete-se. Lembremos que, nesse caso, a reflexão acarreta inversão de fase, de modo que o pulso refletido se encontra agora em oposição de fase à fonte.

Quando outro pulso gerado pela fonte caminha pela corda e encontra-se com o pulso refletido, ocorre interferência e, em seguida, os pulsos se separam. A sucessão de pulsos, ou seja, as ondas viajando continuamente nos dois sentidos da corda, gera uma onda resultante devido à interferência entre a onda incidente e a onda refletida. Assim, os pontos da corda oscilam, ora configurando interferência construtiva, ora interferência destrutiva, e entre elas várias interferências parciais. Enxergamos esse padrão resultante como uma onda parada no espaço e no tempo, configurando o que chamamos de **onda estacionária**, representada a seguir.



Padrão de ondas estacionárias.

Essa onda apresenta regiões de máxima amplitude, chamadas de **ventres (V)**, correspondentes aos pontos onde ocorre **interferência construtiva**. A amplitude nesse caso é igual ao dobro da amplitude de cada onda separada. Nos pontos onde ocorre **interferência destrutiva** e que praticamente não oscilam, formam-se os **nós (N)**. Entre um nó e o próximo, sempre há um ventre. Essa região é formada pelas interferências parciais e configura um **fuso**.

Atenção

A amplitude da onda estacionária (A_{OE}) é igual à soma das amplitudes das ondas geradoras (A). Ou seja:

$$A_{OE} = 2 \cdot A$$

A distância entre dois nós consecutivos ou dois ventres consecutivos é igual à metade do comprimento de onda das ondas geradoras (λ) do padrão estacionário. Ou seja:

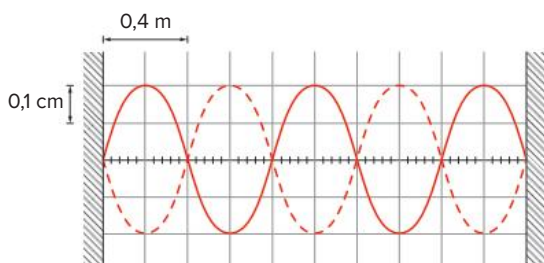
$$d_{\text{nós}} = \frac{\lambda}{2}$$

Já a velocidade da onda estacionária é nula, uma vez que ela é formada pela sobreposição de duas ondas que viajam em sentidos opostos, com mesma velocidade em módulo.

Ondas estacionárias têm diversas aplicações, inclusive na Acústica, que estudaremos no próximo capítulo.

Exercício resolvido

3. **UPE** Observa-se, na figura a seguir, uma corda fixa em suas extremidades na qual foi estabelecida uma onda estacionária.



Qualquer ponto da corda, com exceção dos nós, efetua 10 oscilações por segundo. A ordem de grandeza da velocidade das ondas que deram origem à onda estacionária, em m/s, vale

- 10^2 .
- 10^{-1} .
- 10^1 .
- 10^{-2} .
- 10^0 .

Resolução:

Pela figura, podemos observar que 0,4 m corresponde a meio comprimento de onda. Portanto: $\lambda = 0,8$ m. A velocidade pode ser obtida a partir da equação fundamental da Ondulatória:

$$v = \lambda \cdot f = 0,8 \cdot 10 \Rightarrow v = 8 \text{ m/s}$$

$$v \cong 10^1 \text{ m/s}$$

Resposta: alternativa **c**.

Interferência de ondas bidimensionais

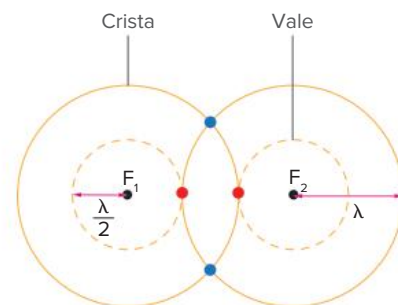
Vejam agora a interferência entre ondas bidimensionais que viajam no mesmo plano. Para isso, vamos considerar que as ondas são emitidas por fontes diferentes e que mantêm uma diferença de fase constante entre si, mas de mesma frequência. Dizemos, nesse caso, que as fontes são **coerentes** entre si.

Atenção

Fontes coerentes são aquelas que emitem ondas de mesma frequência e que mantêm uma diferença de fase constante entre si.

Por simplicidade, vamos considerar que a diferença de fase entre as ondas emitidas pelas duas fontes seja zero. Dessa forma, as duas fontes produzem cristas e vales de forma sincronizada.

Essas ondas caminham no mesmo meio e, ao se encontrarem, sofrem interferência. Esquematicamente, podemos representar o início da propagação das ondas e as primeiras interferências da seguinte forma:

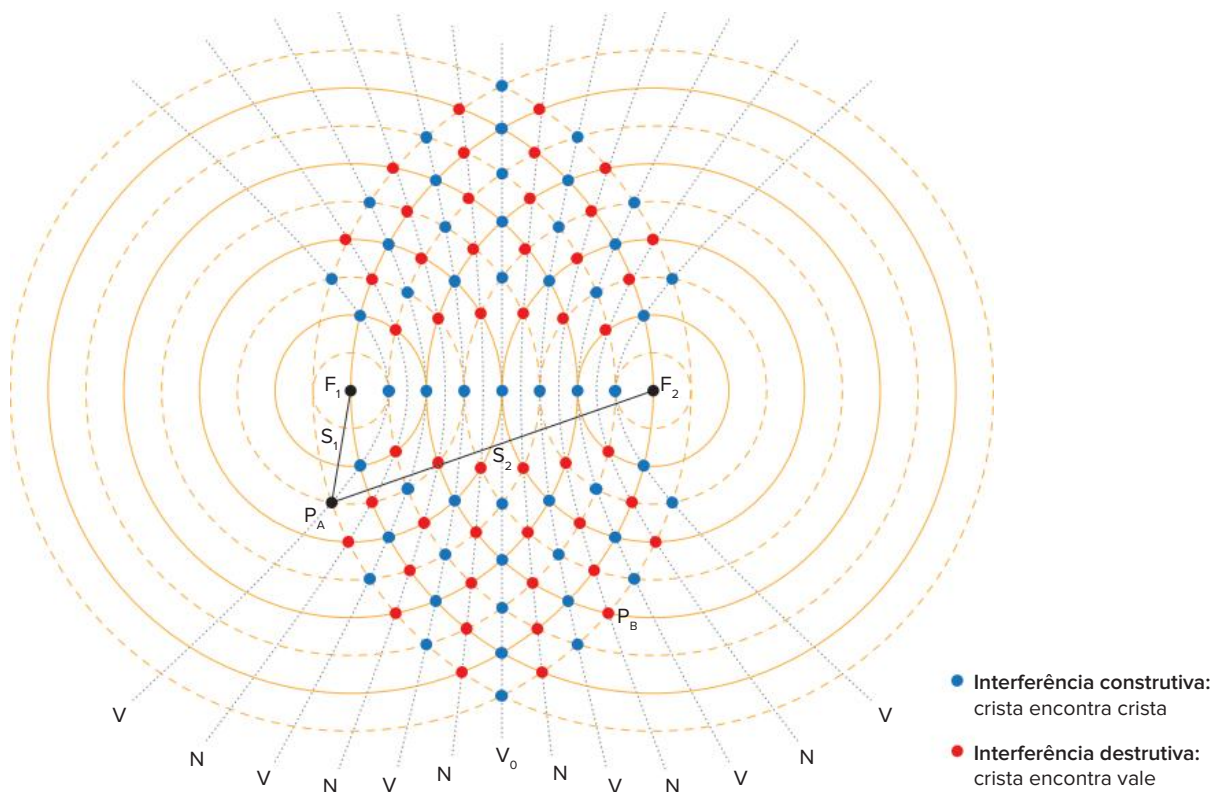


- **Interferência construtiva:** crista encontra crista
- **Interferência destrutiva:** crista encontra vale

Primeiras interferências entre ondas emitidas por duas fontes coerentes.

Análise matemática da interferência bidimensional em dado ponto

Após determinado intervalo de tempo, as ondas emitidas pelas duas fontes apresentadas anteriormente configurarão um padrão de interferência, conforme esquematizado a seguir.



Padrão de interferência bidimensional entre ondas emitidas por duas fontes coerentes após um dado intervalo de tempo do início da emissão.

Conhecendo as características das fontes emissoras de ondas, as distâncias de cada fonte a um dado ponto e a diferença de percurso entre as frentes de onda, podemos prever o tipo de interferência que vai ocorrer nesse ponto: construtiva (IC) ou destrutiva (ID).

Lembremos que, em nosso exemplo anterior, as fontes emitem ondas de mesmo comprimento de onda e em fase.

A **diferença de percurso** é dada por: $D = |F_1 \cdot P - F_2 \cdot P|$.

Consideremos um ponto P atingido por frentes de onda das duas fontes. Se a diferença de percurso corresponder a múltiplos inteiros do comprimento de onda, as ondas ainda estarão em fase, embora o percurso de cada onda tenha sido diferente. Nesse caso, temos uma interferência construtiva. Genericamente, podemos escrever:

$$\bullet D = n \cdot \lambda, \text{ em que } n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \rightarrow \text{Interferência construtiva em P (IC)}$$

Já se essa diferença de caminho resultar em múltiplos ímpares de metade do comprimento de onda, as frentes de onda se encontrarão em oposição de fase. Genericamente podemos escrever:

$$\bullet D = n \cdot \frac{\lambda}{2}, \text{ em que } n = 1, 3, 5, 7, \dots \rightarrow \text{Interferência destrutiva em P (ID)}$$

Podemos generalizar essa conclusão, em que as fontes estão **em fase**, abordando os dois casos simultaneamente da seguinte maneira:

$$D = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \begin{cases} n \text{ par} \rightarrow \text{IC} \\ n \text{ ímpar} \rightarrow \text{ID} \end{cases}$$

Caso as fontes emitam ondas em **oposição de fase**, as conclusões são exatamente opostas:

$$D = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \begin{cases} n \text{ ímpar} \rightarrow \text{IC} \\ n \text{ par} \rightarrow \text{ID} \end{cases}$$

Exercícios resolvidos

4. **UFRJ** Duas fontes F_1 e F_2 , em fase, produzem ondas periódicas de comprimento de onda λ . A distância entre as fontes vale 5λ . Alinhado com as fontes, temos o ponto P, no qual as ondas têm a mesma amplitude A.



Calcule a amplitude da onda resultante no ponto P.

Resolução:

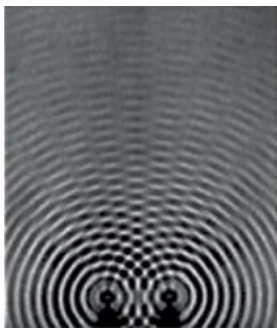
Estando as fontes em fase, devemos analisar a diferença das distâncias percorridas pelas duas ondas:

$$|d_1 - d_2| = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 5\lambda = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow n = 10$$

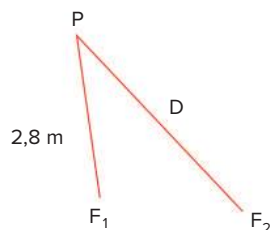
Sendo n um número par com fontes em fase, conclui-se que haverá uma interferência construtiva em P. A amplitude resultante é dada pela soma das amplitudes de cada onda:

$$A_p = A_1 + A_2 = A + A = 2A$$

5. **FGV-SP 2017** As figuras a seguir representam uma foto e um esquema em que F_1 e F_2 são fontes de frentes de ondas mecânicas planas, coerentes e em fase, oscilando com a frequência de 4,0 Hz. As ondas produzidas propagam-se a uma velocidade de 2,0 m/s. Sabe-se que $D > 2,8$ m e que P é um ponto vibrante de máxima amplitude.



F_1 F_2



(educação.com.br)

Nessas condições, o menor valor de D deve ser

- a) 2,9 m. c) 3,1 m. e) 3,3 m.
b) 3,0 m. d) 3,2 m.

Resolução:

O comprimento de onda pode ser obtido pela equação fundamental da Ondulatória:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{2,0}{4,0} \Rightarrow \lambda = 0,50 \text{ m}$$

Sendo P um ponto de máxima oscilação e as fontes em fase, conclui-se que há interferência construtiva neste ponto:

$$|d_1 - d_2| = n_p \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow D - 2,8 = n_p \cdot \frac{0,50}{2}$$

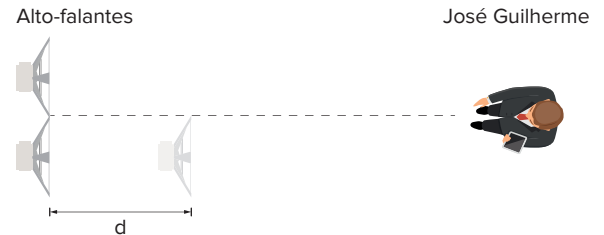
$$D = 2,8 + 0,25 \cdot n_p$$

Tomando-se o menor par maior que 0, temos:

$$D = 2,8 + 0,25 \cdot 2 \Rightarrow D = 3,3 \text{ m}$$

Resposta: alternativa e.

6. **UFMG** Em uma loja de instrumentos musicais, dois alto-falantes estão ligados a um mesmo amplificador e este, a um microfone. Inicialmente, esses alto-falantes estão um ao lado do outro, como representado, esquematicamente, nesta figura, vistos de cima:



Ana produz, ao microfone, um som com frequência de 680 Hz e José Guilherme escuta o som produzido pelos alto-falantes. Em seguida, um dos alto-falantes é deslocado, lentamente, de uma distância d , em direção a José Guilherme. Este percebe, então, que a intensidade do som diminui à medida que esse alto-falante é deslocado. Dado que a velocidade do som é de 340 m/s,

- a) explique por que, na situação descrita, a intensidade do som diminui.
b) determine o deslocamento d necessário para que José Guilherme ouça o som produzido pelos alto-falantes com intensidade mínima.

Resolução:

- a) Sendo as duas fontes idênticas, a diferença das distâncias percorridas pelas ondas permite formar uma interferência destrutiva, gerando um ponto de mínima amplitude.
b) O comprimento de onda é obtido pela equação fundamental da Ondulatória:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{340}{680} \Rightarrow \lambda = 0,50 \text{ m}$$

Sendo a distância d o primeiro ponto de interferência destrutiva para fontes em fase, temos:

$$d = n_i \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = n_i \cdot \frac{0,50}{2} = 0,25 \cdot n_i$$

Para o menor valor de n ímpar, temos:

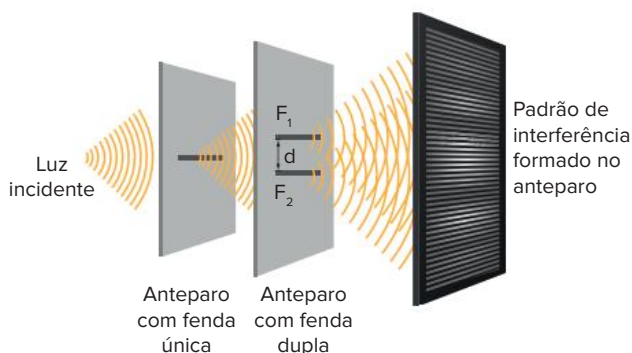
$$d = 0,25 \cdot 1 \Rightarrow d = 0,25 \text{ m}$$

Experimento de Young e a teoria ondulatória da luz

Em 1801, o físico inglês Thomas Young (1773-1829) realizou um experimento que comprovou o caráter ondulatório da luz. Nessa época, a teoria predominante utilizada

para explicar os fenômenos relacionados à luz era a teoria corpuscular, sendo Isaac Newton um de seus defensores mais importantes. Como o experimento de Young demonstrou que a difração e a interferência, que são fenômenos de caráter ondulatório, também ocorriam com a luz, ele pode ser entendido como a primeira demonstração experimental do comportamento ondulatório da luz.

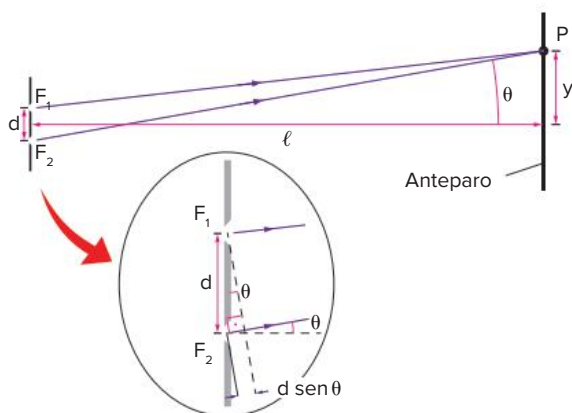
Utilizando uma única fonte de luz monocromática, ou seja, de uma única frequência, Young fez incidir ondas luminosas oriundas dessa fonte em um anteparo com uma fenda cujas dimensões eram muito próximas do comprimento de onda das ondas luminosas. Devido à difração, as ondas luminosas atravessavam esse primeiro anteparo e, em seguida, encontravam um segundo anteparo com duas fendas semelhantes. Novamente, a difração permitia que ambos os orifícios passassem a se comportar como fontes de ondas luminosas coerentes, ou seja, de mesma frequência e em fase. Ao atingir um terceiro anteparo sem fendas, as ondas geravam padrões de interferências. A figura a seguir representa o esquema simplificado desse experimento.



Esquema simplificado do experimento de Young e do padrão de interferência.

As faixas, ou franjas, claras representam os locais no anteparo onde ocorre a interferência construtiva; e as franjas escuras, interferência destrutiva.

De forma análoga à análise de interferência com ondas bidimensionais, podemos deduzir matematicamente o que ocorre em um ponto P no anteparo, quando a luz vinda das duas fontes (as fendas no segundo anteparo) o alcança. De forma simplificada, representamos as duas fontes e o anteparo final onde o padrão de franjas se forma da seguinte maneira:



Detalhe do caminho da luz no experimento de Young.

Em primeira aproximação, vamos considerar que $d \ll \ell$, ou seja, a distância entre as duas fendas é muito menor do que a distância entre os dois anteparos. Dessa forma, os raios luminosos que partem das duas fendas rumo ao ponto P são praticamente paralelos. Assim, haverá uma diminuta diferença de percurso entre as ondas luminosas dada por $D = d \cdot \sin \theta$.

A análise da figura permite escrever que: $\text{tg } \theta = \frac{y}{\ell}$ e, como o ângulo θ é muito pequeno, temos que $\sin \theta \approx \text{tg } \theta = \frac{y}{\ell}$. Portanto, temos:

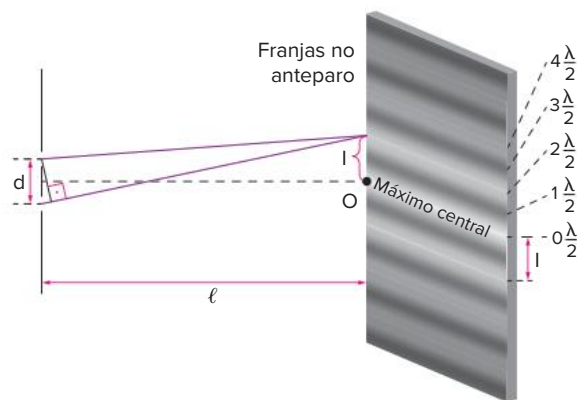
$$D = d \cdot \sin \theta \approx d \cdot \text{tg } \theta \approx d \cdot \frac{y}{\ell}$$

Assim, quando a diferença de percurso (D) é um múltiplo ímpar de meio comprimento de onda, a interferência será destrutiva (ID). E quando essa diferença de percurso for múltiplo par de meio comprimento de onda, ou múltiplo do comprimento de onda, teremos interferência construtiva. De forma resumida, temos:

$$D = \frac{d \cdot y}{\ell} = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \begin{cases} n \text{ par} \rightarrow \text{IC} \\ n \text{ ímpar} \rightarrow \text{ID} \end{cases}$$

Interfranjas (L) e comprimento de onda da luz

Quando temos $n = 0$ na expressão anterior, encontramos o chamado **máximo central** de interferência, que corresponde a uma macha luminosa bastante intensa resultante de interferência construtiva e está localizado simetricamente às duas fendas.



Representação esquemática das regiões das interfranjas no experimento de Young.

A distância entre o máximo central e os demais máximos de interferência, ou franjas de interferência construtiva, é sempre igual a múltiplos inteiros do comprimento de onda da luz incidente. Chamamos de **interfranjas (L)** a distância entre essas franjas adjacentes.

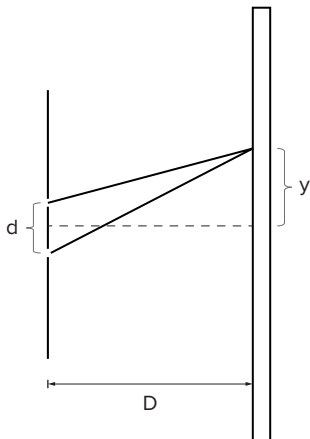
Assim, medindo experimentalmente a distância entre a franja central e a primeira franja lateral, por exemplo, podemos escrever:

$$D = d \cdot \frac{y}{\ell} = n \cdot \lambda \Rightarrow D = d \cdot \frac{L}{\ell} = 1 \cdot \lambda \Rightarrow \lambda = d \cdot \frac{L}{\ell}$$

Dessa maneira, podemos obter experimentalmente o comprimento de onda da luz. Observemos que, para determinada distância fixa das fendas ao anteparo e para determinada distância fixa entre as fendas, o espaço **interfranjas** é diretamente proporcional ao comprimento de onda da luz incidente.

Exercícios resolvidos

7. **Uece** Através de franjas de interferência é possível determinar características da radiação luminosa, como, por exemplo, o comprimento de onda. Considere uma figura de interferência devida a duas fendas separadas de $d = 0,1 \text{ mm}$.



O anteparo onde as franjas são projetadas fica a $D = 50 \text{ cm}$ das fendas. Admitindo-se que as franjas são igualmente espaçadas e que a distância entre duas franjas claras consecutivas é de $y = 4 \text{ mm}$, o comprimento de onda da luz incidente, em nm, é igual a

- 200.
- 400.
- 800.
- 1600.

Resolução:

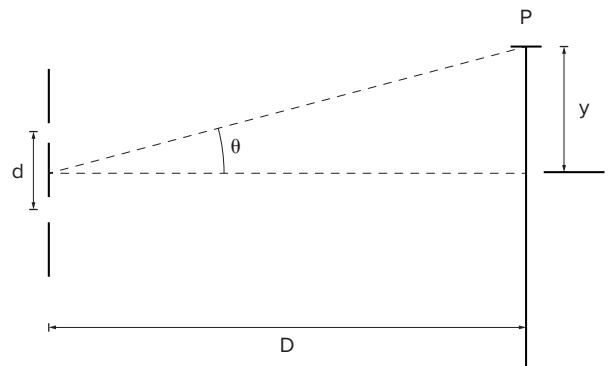
Substituindo os valores do enunciado para o experimento de Young, temos:

$$\lambda = d \cdot \frac{y}{D} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^{-4}}{5,0 \cdot 10^{-1}}$$

$$\lambda = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 800 \text{ nm}$$

Resposta: alternativa **c**.

8. **UFPE** A figura a seguir ilustra esquematicamente o aparato usado na experiência de Young (de fenda dupla) para observação da interferência óptica. As fendas estão separadas por $d = 10 \text{ mm}$ e a distância delas ao anteparo é $D = 1,0 \text{ m}$. Qual o valor da distância y , em cm, correspondente ao terceiro máximo lateral do padrão de interferência quando as duas fendas são iluminadas por luz de comprimento de onda igual a $0,5 \text{ mm}$?



Resolução:

Substituindo os valores do enunciado para o experimento de Young, temos:

$$n \cdot \lambda = d \cdot \frac{y}{D} \Rightarrow 3 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{y}{1,0}$$

$$y = 15 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

Batimento

Um fenômeno associado à interferência entre ondas e que é bastante interessante é o chamado batimento, resultado de interferências parciais entre ondas de frequências diferentes, porém muito próximas. A onda resultante dessa superposição apresenta uma frequência própria dada por:

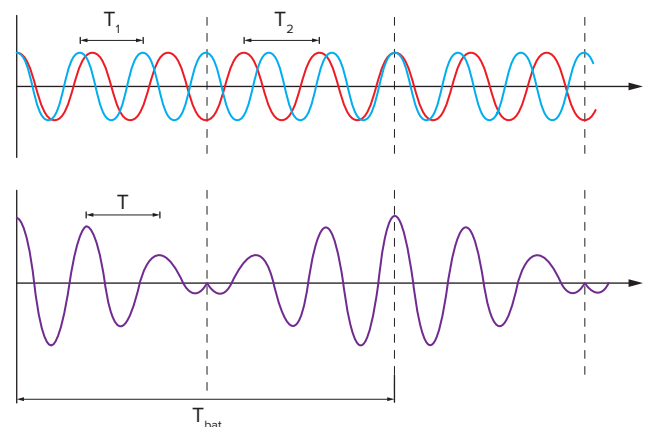
$$f_{\text{res}} = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

em que f_1 e f_2 são as frequências das ondas originais.

Por sua vez, devido aos batimentos, a onda resultante apresenta amplitude que varia ao longo do tempo numa frequência dada por:

$$f_{\text{bat}} = |f_1 - f_2|$$

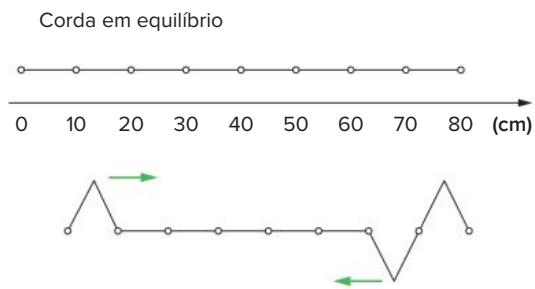
Vejamos o diagrama que exemplifica esse fenômeno:



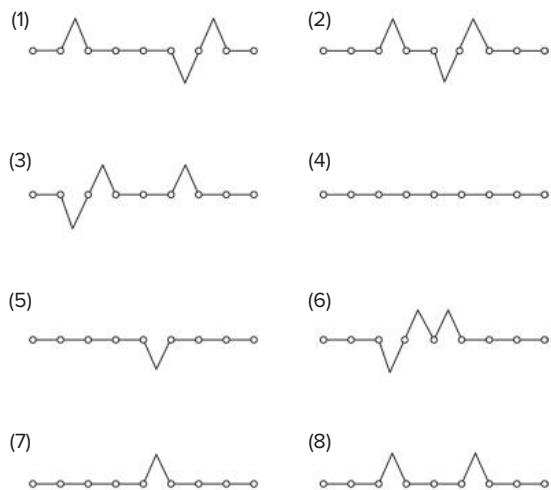
Representação de duas ondas (azul e vermelha), com frequências muito próximas, e a onda resultante da interferência delas (roxo).

1. FMP-RJ 2018 Nas extremidades de uma corda vibrante de 80 cm de comprimento, são produzidos dois pulsos que se propagam em sentidos opostos. A velocidade de propagação de pulsos nesta corda é 10 cm/s.

Nas duas figuras a seguir, mostram-se imagens da corda em repouso (indicando pontos uniformemente distanciados sobre ela) e com os pulsos produzidos sobre ela no instante $t = 0$.



Cinco das oito configurações abaixo correspondem a imagens obtidas a partir da observação da propagação dos pulsos.



A sequência temporal das configurações que corresponde ao perfil dos pulsos na corda é

- a) 7 – 6 – 4 – 3 – 5
- b) 2 – 7 – 3 – 8 – 6
- c) 1 – 2 – 4 – 3 – 6
- d) 1 – 2 – 7 – 6 – 3
- e) 1 – 6 – 5 – 8 – 4

2. Enem PPL 2018 Alguns modelos mais modernos de fones de ouvido contam com uma fonte de energia elétrica para poderem funcionar. Esses novos fones têm um recurso, denominado “Cancelador de Ruídos Ativo”, constituído de um circuito eletrônico que gera um sinal sonoro semelhante ao sinal externo de frequência fixa. No entanto, para que o cancelamento seja realizado, o sinal sonoro produzido pelo circuito precisa apresentar simultaneamente características específicas bem determinadas.

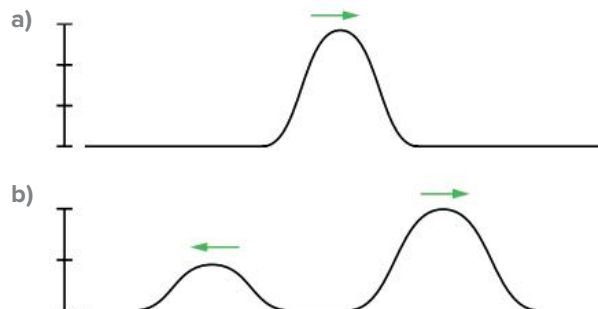
Quais são as características do sinal gerado pelo circuito desse tipo de fone de ouvido?

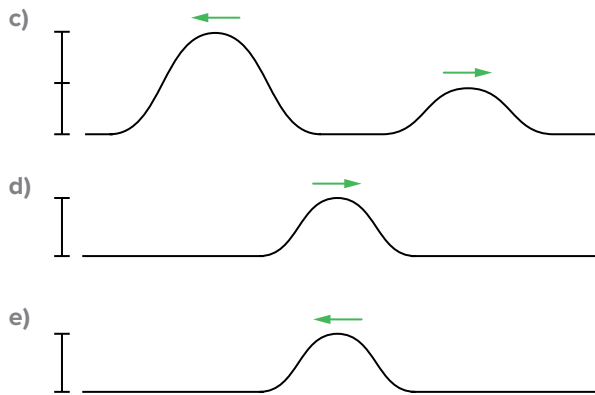
- a) Sinal com mesma amplitude, mesma frequência e diferença de fase igual a 90° em relação ao sinal externo.
- b) Sinal com mesma amplitude, mesma frequência e diferença de fase igual a 180° em relação ao sinal externo.
- c) Sinal com mesma amplitude, mesma frequência e diferença de fase igual a 45° em relação ao sinal externo.
- d) Sinal de amplitude maior, mesma frequência e diferença de fase igual a 90° em relação ao sinal externo.
- e) Sinal com mesma amplitude, mesma frequência e mesma fase do sinal externo.

3. UFRGS A figura a seguir representa dois pulsos produzidos nas extremidades opostas de uma corda.



Assinale a alternativa que melhor representa a situação da corda após o encontro dos dois pulsos.



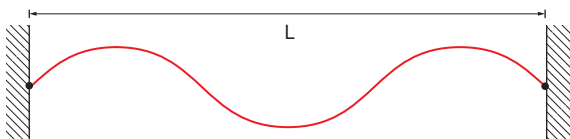


4. **UEG-GO** Com base em seus estudos sobre movimento ondulatório, responda ao que se pede.

a) A interferência entre duas ondas atrapalha a propagação de ambas? Justifique.

b) Em uma interferência entre duas ondas ocorre perda de energia? Justifique.

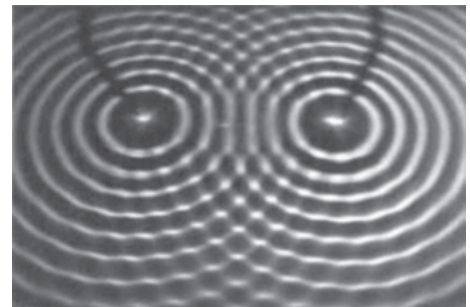
5. **UFRGS 2016** A figura abaixo representa uma onda estacionária produzida em uma corda de comprimento $L = 50 \text{ cm}$.



Sabendo que o módulo da velocidade de propagação de ondas nessa corda é 40 m/s , a frequência da onda é de

- a) 40 Hz .
- b) 60 Hz .
- c) 80 Hz .
- d) 100 Hz .
- e) 120 Hz .

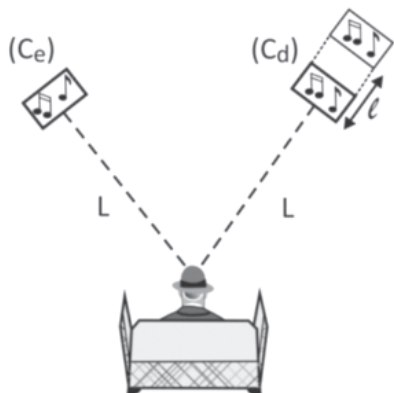
6. **Unesp** A figura mostra um fenômeno ondulatório produzido em um dispositivo de demonstração chamado tanque de ondas, que neste caso são geradas por dois martelinhos que batem simultaneamente na superfície da água 360 vezes por minuto. Sabe-se que a distância entre dois círculos consecutivos das ondas geradas é $3,0 \text{ cm}$.



Pode-se afirmar que o fenômeno produzido é a:

- a) interferência entre duas ondas circulares que se propagam com velocidade de 18 cm/s .
- b) interferência entre duas ondas circulares que se propagam com velocidade de $9,0 \text{ cm/s}$.
- c) interferência entre duas ondas circulares que se propagam com velocidade de $2,0 \text{ cm/s}$.
- d) difração de ondas circulares que se propagam com velocidade de 18 cm/s .
- e) difração de ondas circulares que se propagam com velocidade de $2,0 \text{ cm/s}$.

7. **Fuvest-SP 2014** O Sr. Rubinato, um músico aposentado, gosta de ouvir seus velhos discos sentado em uma poltrona. Está ouvindo um conhecido solo de violino quando sua esposa Matilde afasta a caixa acústica da direita (C_d) de uma distância ℓ , como visto na figura abaixo.



Em seguida, Sr. Rubinato reclama: *Não consigo mais ouvir o lá do violino, que antes soava bastante forte!* Dentre as alternativas abaixo para a distância ℓ , a única compatível com a reclamação do Sr. Rubinato é

► **Note e adote:** O mesmo sinal elétrico do amplificador é ligado aos dois alto-falantes, cujos cones se movimentam em fase.
 A frequência da nota lá é 440 Hz.
 A velocidade do som no ar é 330 m/s.
 A distância entre as orelhas do Sr. Rubinato deve ser ignorada.

- a) 38 cm.
- b) 44 cm.
- c) 60 cm.
- d) 75 cm.
- e) 150 cm.

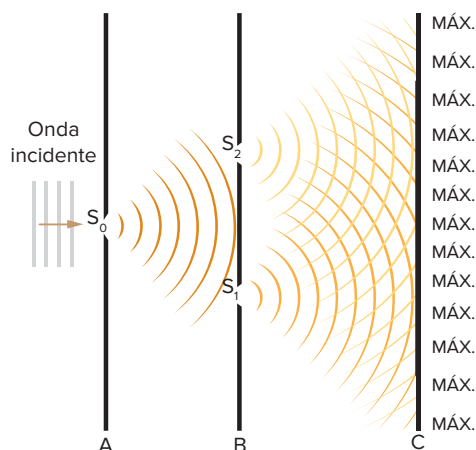
8. **Imed-SP 2018** Um brinquedo conhecido pela maioria das crianças é aquele que, com a adição de um pouco de sabão em pó ou líquido, permite a produção de bolhas de sabão. Um fenômeno físico que chama a atenção, é a mudança de coloração que ocorre nestas bolhas, quando vistas de posições diferentes. Esse mesmo fenômeno também é visível em dias de chuva quando uma fina camada de óleo fica sobre a pista. A respeito do descrito, analise as proposições a seguir.
- I. Esse efeito visual é causado predominantemente por fenômenos térmicos.
 - II. O fenômeno que explica essa situação é conhecido como interferência (superposição) ondulatória.
 - III. É o nosso olho que se altera para poder ver as cores de forma diferente.

- IV. O fenômeno ondulatório que explica a mudança da coloração da bolha, onde as cores vistas podem ser classificadas com ondas eletromagnéticas, também pode ocorrer para ondas mecânicas.

Marque a alternativa que contém a(s) proposição(ões) correta(s):

- a) Apenas a I está correta.
- b) Apenas a II está correta.
- c) Apenas a alternativa IV está correta.
- d) Apenas II e III estão corretas.
- e) Apenas II e IV estão corretas.

9. **Uece** Na figura a seguir, C é um anteparo e S_0 , S_1 e S_2 são fendas nos obstáculos A e B.



Assinale a alternativa que contém os fenômenos ópticos esquematizados na figura.

- a) Reflexão e difração.
- b) Difração e interferência.
- c) Polarização e interferência.
- d) Reflexão e interferência.

10. **Uece** Uma experiência de interferência de fenda dupla é realizada com luz azul-esverdeada de comprimento de onda igual a 512 nm. As fendas estão separadas, entre si, por uma distância de 1,2 mm. Uma tela é localizada a uma distância de 5,4 m do anteparo que contém as fendas. A distância, em milímetros, que separa as franjas brilhantes consecutivas vistas sobre a tela é, aproximadamente:
- a) 2,3.
 - b) 4,0.
 - c) 5,2.
 - d) 1,2.

Exercícios propostos

Interferência

1. **Enem 2020** Os fones de ouvido tradicionais transmitem a música diretamente para os nossos ouvidos. Já os modelos dotados de tecnologia redutora de ruído – Cancelamento de Ruído (CR) – além de transmitirem música, também reduzem todo ruído inconsistente à nossa volta, como o barulho de turbinas de avião e aspiradores de pó. Os fones de ouvido CR não reduzem realmente barulhos irregulares como discursos e choros de bebês. Mesmo assim, a supressão do ronco das turbinas do avião contribui para reduzir a “fadiga de ruído”, um cansaço persistente provocado pela exposição a um barulho alto por horas a fio. Esses aparelhos também permitem que nós ouçamos músicas ou assistamos a vídeos no trem ou no avião a um volume muito menor (e mais seguro).

Disponível em: <http://tecnologia.uol.com.br>.
Acesso em: 21 abr. 2015 (adaptado).

A tecnologia redutora de ruído CR utilizada na produção de fones de ouvido baseia-se em qual fenômeno ondulatório?

- Absorção.
 - Interferência.
 - Polarização.
 - Reflexão.
 - Difração.
2. **UFMG** Na figura I, estão representados os pulsos P e Q, que estão se propagando em uma corda e se aproximam um do outro com velocidades de mesmo módulo.
- Na figura II, está representado o pulso P, em um instante t , posterior, caso ele estivesse se propagando sozinho.

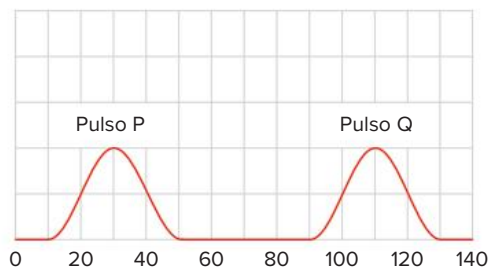


Figura I

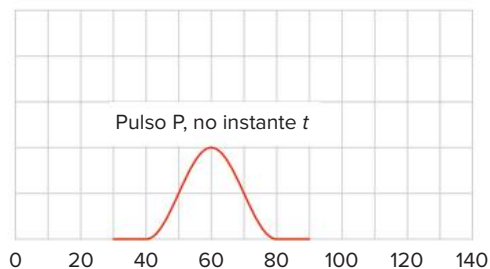
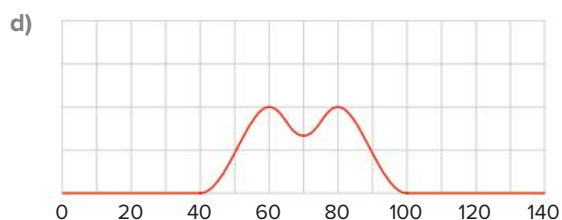
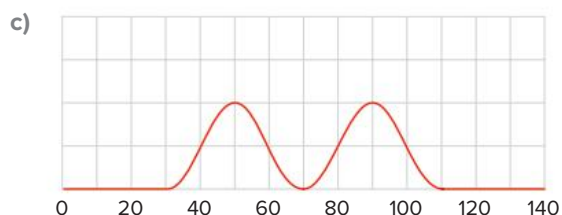
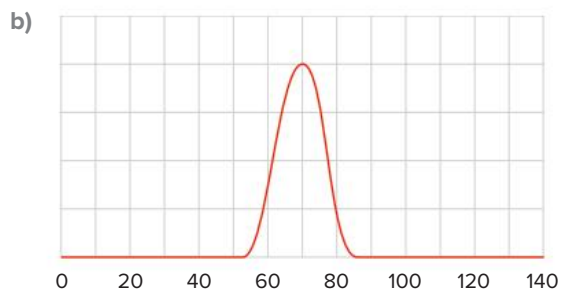
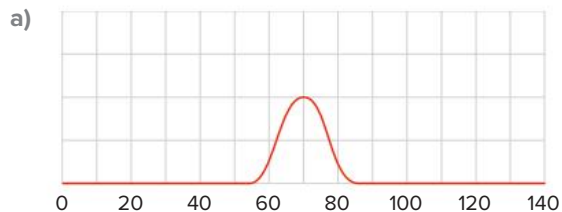


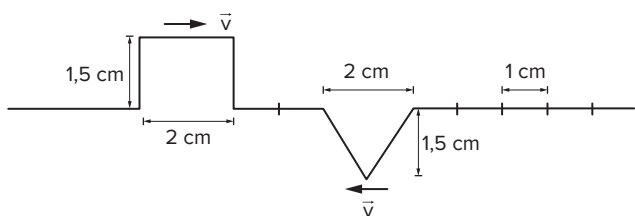
Figura II

A partir da análise dessas informações, assinale a alternativa em que a forma da corda no instante t está **corretamente** representada.

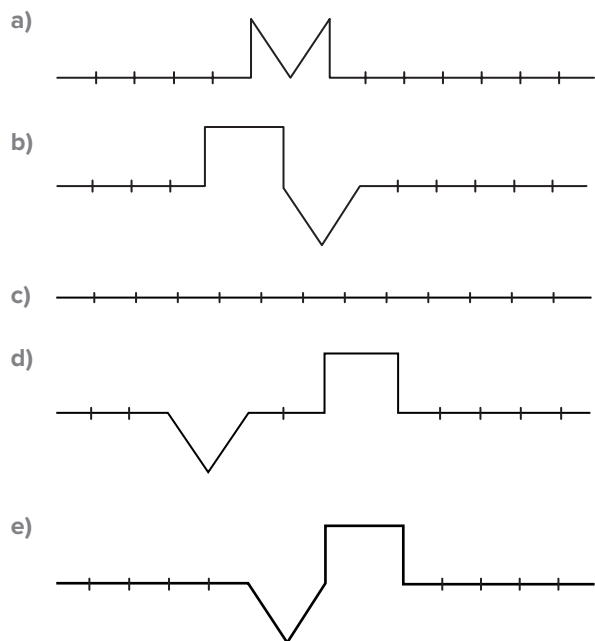


3. **Enem 2ª aplicação** Um garoto que passeia de carro com seu pai pela cidade, ao ouvir o rádio, percebe que a sua estação de rádio preferida, a 94,9 FM, que opera na banda de frequência de megahertz, tem seu sinal de transmissão superposto pela transmissão de uma rádio pirata de mesma frequência que interfere no sinal da emissora do centro em algumas regiões da cidade. Considerando a situação apresentada, a rádio pirata interfere no sinal da rádio do centro devido à
- atenuação promovida pelo ar nas radiações emitidas.
 - maior amplitude da radiação emitida pela estação do centro.
 - diferença de intensidade entre as fontes emissoras de ondas.
 - menor potência de transmissão das ondas da emissora pirata.
 - semelhança dos comprimentos de onda das radiações emitidas.

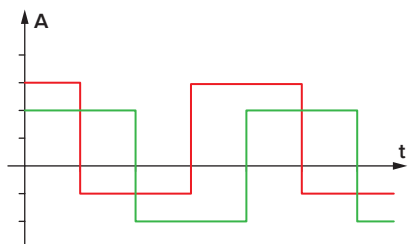
4. **Ufla-MG** Dois pulsos, sendo um quadrado e outro triangular, propagam-se em uma corda em sentidos opostos, com velocidade $v = 1 \text{ cm/s}$, como mostra a figura a seguir.



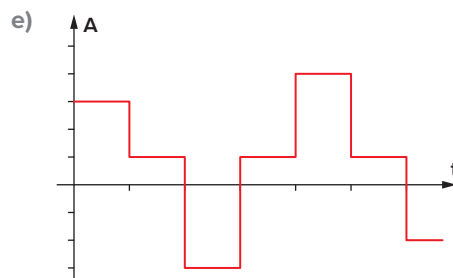
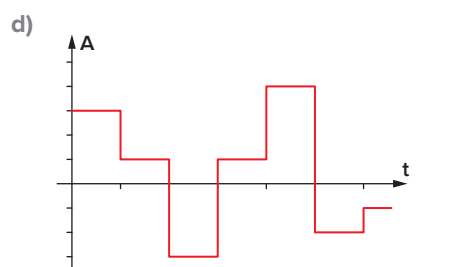
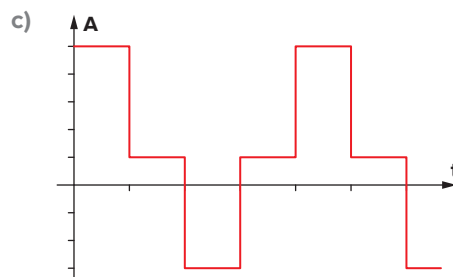
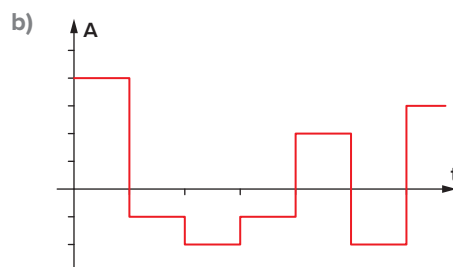
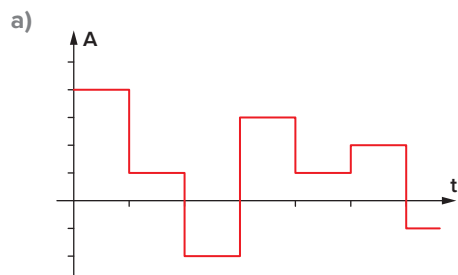
Considerando o posicionamento dos pulsos em $t = 0$, pode-se afirmar que, no instante $t = 2 \text{ s}$, a figura que melhor representa a configuração da corda é



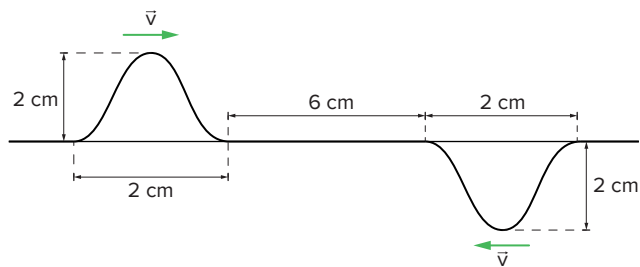
5. **UFC-CE** Duas ondas ocupam a mesma região no espaço e têm amplitudes que variam com o tempo, conforme o gráfico a seguir.



Assinale a alternativa que contém o gráfico resultante da soma dessas duas ondas.



6. **UFSC** A figura representa dois pulsos de onda, inicialmente separados por $6,0 \text{ cm}$, propagando-se em um meio com velocidades iguais a $2,0 \text{ cm/s}$, em sentidos opostos.



Considerando a situação descrita, assinale a(s) proposição(ões) correta(s):

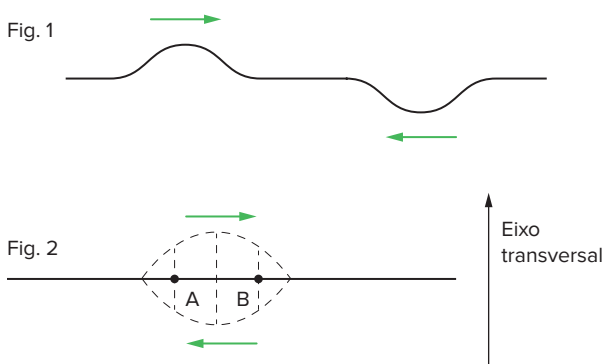
- 01 Inicialmente as amplitudes dos pulsos são idênticas e iguais a $2,0 \text{ cm}$.
- 02 Decorridos $8,0 \text{ segundos}$, os pulsos continuarão com a mesma velocidade e forma de onda, independentemente um do outro.

- 04 Decorridos 2,0 segundos, haverá sobreposição dos pulsos e a amplitude será nula nesse instante.
- 08 Decorridos 2,0 segundos, haverá sobreposição dos pulsos e a amplitude será máxima nesse instante e igual a 2,0 cm.
- 16 Quando os pulsos se encontrarem, haverá interferência de um sobre o outro e não mais haverá propagação dos mesmos.

Soma:

7. **UFRJ** A figura 1 retrata, em um dado instante, uma corda na qual se propagam, em sentidos opostos, dois pulsos transversais de mesma forma, um invertido em relação ao outro.

A figura 2 mostra a mesma corda no instante em que a superposição dos pulsos faz com que a corda esteja na horizontal. Estão marcados dois pontos da corda: A e B.



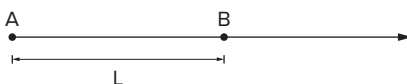
Tendo em conta o eixo transversal orientado representado na figura, cujo sentido positivo é de baixo para cima, verifique se as velocidades escalares dos pontos A e B são positivas, negativas ou nulas. Justifique sua resposta.

8. As fontes sonoras A e B estão em fase e são colineares com o ponto P.



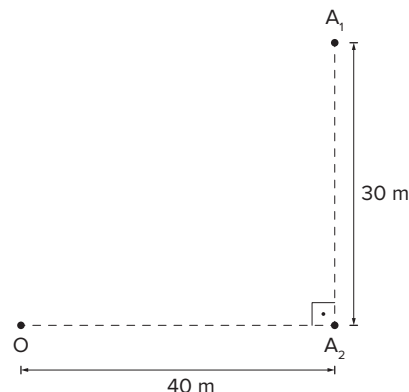
Sabendo que a frequência emitida é de 1360 Hz e que a velocidade do som é de 340 m/s, identifique o tipo de interferência que ocorre no ponto P.

9. As fontes sonoras A e B estão em oposição de fase. B está na origem do referencial, como mostra a seguir.



Sendo o comprimento de onda das ondas emitidas de 20 cm, obtenha os possíveis valores de L para que os pontos à direita de B não consigam constatar a existência dessas fontes.

10. **UFPR** Na figura a seguir, A_1 e A_2 representam duas fontes sonoras que emitem ondas com mesma frequência e em fase. No ponto O está localizado um observador. As ondas emitidas têm frequência de 1700 Hz e velocidade de propagação igual a 340 m/s.

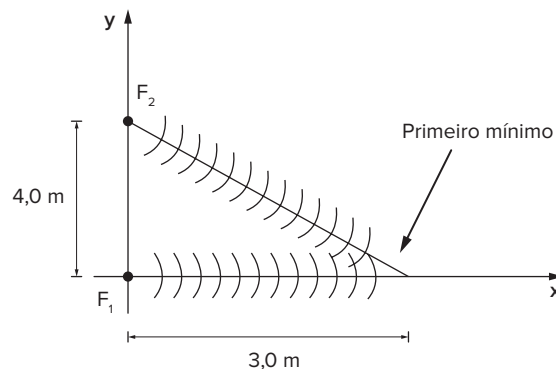


Com base nas informações acima e nas propriedades ondulatórias, é correto afirmar:

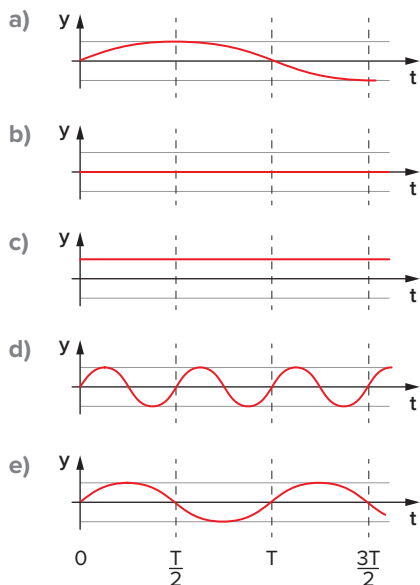
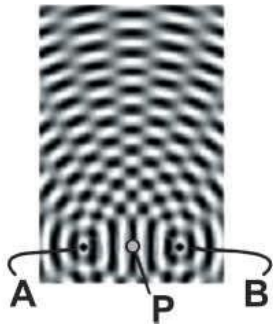
- 01 As ondas emitidas pelas duas fontes são do tipo transversal.
- 02 O comprimento de onda das ondas emitidas pelas fontes é 0,20 m.
- 04 A diferença entre as distâncias percorridas pelas ondas de cada fonte até o observador é igual a um número inteiro de comprimentos de onda.
- 08 A interferência das ondas no ponto O é destrutiva.
- 16 Frentes de onda emitidas por qualquer uma das fontes levarão menos que 0,10 s para atingir o observador.
- 32 O fenômeno da interferência entre duas ondas é uma consequência do princípio da superposição.

Soma:

11. **UFPE** Duas fontes sonoras pontuais F_1 e F_2 , separadas entre si de 4,0 m, emitem em fase e na mesma frequência. Um observador, se afastando lentamente da fonte F_1 , ao longo do eixo x, detecta o primeiro mínimo de intensidade sonora, devido à interferência das ondas geradas por F_1 e F_2 , na posição $x = 3,0$ m. Sabendo-se que a velocidade do som é 340 m/s, qual a frequência das ondas sonoras emitidas, em Hz?

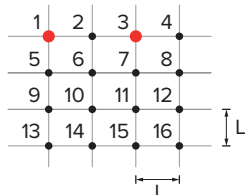


- 12. Fuvest-SP** Duas hastas, A e B, movendo-se verticalmente, produzem ondas em fase, que se propagam na superfície da água, com mesma frequência f e período T , conforme a figura. No ponto P, ponto médio do segmento AB, uma boia sente o efeito das duas ondas e se movimenta para cima e para baixo. O gráfico que poderia representar o deslocamento vertical y da boia, em relação ao nível médio da água, em função do tempo t , é



- 13. Uece 2014** Uma onda sonora de 170 Hz se propaga no sentido norte-sul, com uma velocidade de 340 m/s. Nessa mesma região de propagação, há uma onda eletromagnética com comprimento de onda $2 \cdot 10^6 \mu\text{m}$ viajando em sentido contrário. Assim, é correto afirmar-se que as duas ondas têm
- mesmo comprimento de onda, e pode haver interferência construtiva.
 - mesmo comprimento de onda, e pode haver interferência destrutiva.
 - mesmo comprimento de onda, e não pode haver interferência.
 - diferentes comprimentos de onda, e não pode haver interferência.

- 14. UPE/SSA 2018** A fim de investigar os níveis de poluição sonora, causados por dois bares que funcionam próximos a um conjunto residencial, um pequeno modelo foi esquematizado na figura ao lado.

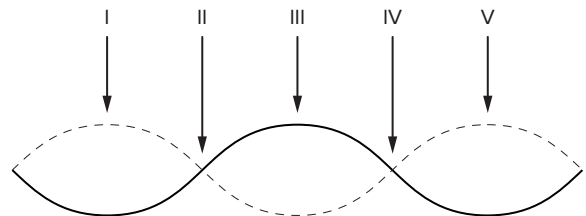


Cada círculo representa uma instalação com uma numeração de 1 a 16. Os bares funcionam nos números 1 e 3, e as residências, nos demais números. Supondo que os bares sejam duas fontes sonoras de mesma potência, que produzem ondas de mesma fase e comprimento de onda igual a L , assinale a alternativa correta.

- 6 é um ponto de interferência destrutiva.
- 3 é um ponto de interferência destrutiva.
- 2, 5 e 7 recebem a mesma intensidade sonora.
- 2 e 4 são pontos de interferência construtiva.
- 9 e 11 são pontos de interferência construtiva.

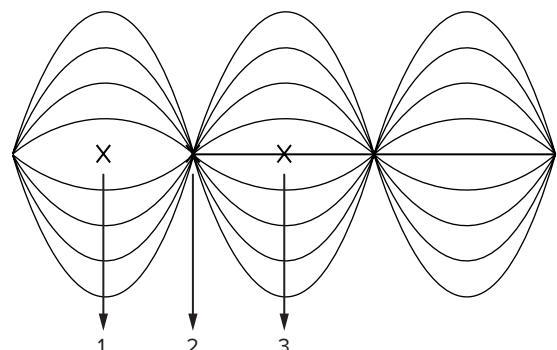
Ondas estacionárias

- 15. Enem 2016** Um experimento para comprovar a natureza ondulatória da radiação de micro-ondas foi realizado da seguinte forma: anotou-se a frequência de operação de um forno de micro-ondas e, em seguida, retirou-se sua plataforma giratória. No seu lugar, colocou-se uma travessa refratária com uma camada grossa de manteiga. Depois disso, o forno foi ligado por alguns segundos. Ao se retirar a travessa refratária do forno, observou-se que havia três pontos de manteiga derretida alinhados sobre toda a travessa. Parte da onda estacionária gerada no interior do forno é ilustrada na figura.



De acordo com a figura, que posições correspondem a dois pontos consecutivos da manteiga derretida?

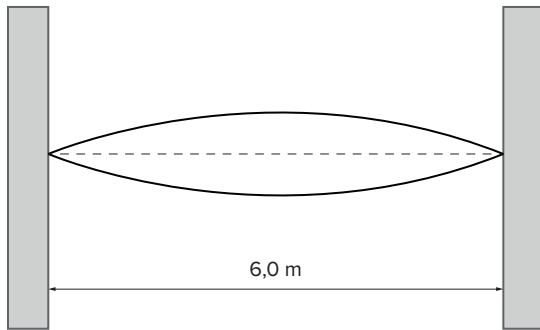
- I e III
 - I e V
 - II e III
 - II e IV
 - II e V
- 16. UFF-RJ 2012** A figura abaixo representa um modo de vibração de uma corda presa nas suas extremidades.



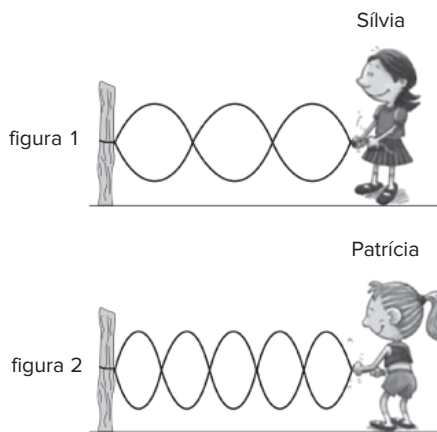
Marque a alternativa que quantifica corretamente as velocidades dos pontos 1, 2 e 3 da corda no instante em que ela passa pela configuração horizontal.

- a) $v_1 = v_2 = v_3 = 0$
- b) $v_1 = v_2 = v_3 \neq 0$
- c) $v_1 = -v_2 = v_3 \neq 0$
- d) $v_1 = -v_3 \neq 0; v_2 = 0$
- e) $v_1 = v_3 \neq 0; v_2 = 0$

17. **UFPE 2012** Uma onda estacionária se forma em um fio fixado por seus extremos entre duas paredes, como mostrado na figura. Calcule o comprimento de onda desta onda estacionária, em metros.



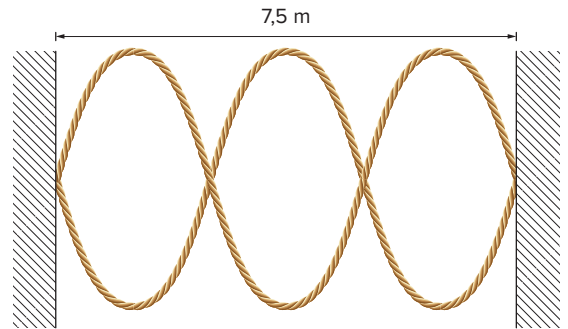
18. **UFTM-MG** Sílvia e Patrícia brincavam com uma corda quando perceberam que, prendendo uma das pontas num pequeno poste e agitando a outra ponta em um mesmo plano, faziam com que a corda oscilasse de forma que alguns de seus pontos permaneciam parados, ou seja, se estabelecia na corda uma onda estacionária. A figura 1 mostra a configuração da corda quando Sílvia está brincando e a figura 2 mostra a configuração da mesma corda quando Patrícia está brincando.



Considerando-se iguais, nas duas situações, as velocidades de propagação das ondas na corda, e chamando de f_s e f_p as frequências com que Sílvia e Patrícia, respectivamente, estão fazendo a corda oscilar, pode-se afirmar corretamente que a relação $\frac{f_s}{f_p}$

- é igual a
- a) 1,6.
 - b) 1,2.
 - c) 0,8.
 - d) 0,6.
 - e) 0,4.

19. Uma corda presa às duas paredes oscila a uma frequência de 40 Hz de acordo com a figura a seguir



Sabendo que ela está tracionada a 100 N, obtenha sua respectiva densidade linear.

20. **EPCar-MG 2012** A figura 1 abaixo apresenta a configuração de uma onda estacionária que se forma em uma corda inextensível de comprimento L e densidade linear μ quando esta é submetida a oscilações de frequência constante f_0 , através de uma fonte presa em uma de suas extremidades. A corda é tensionada por um corpo homogêneo e maciço de densidade ρ , preso na outra extremidade, que se encontra dentro de um recipiente inicialmente vazio.

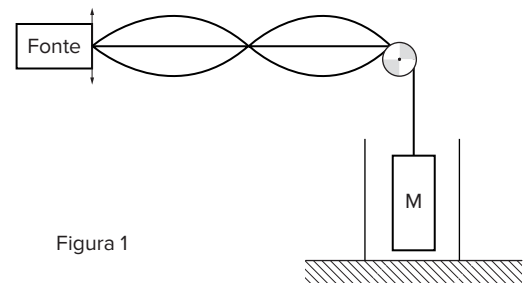


Figura 1

Considere que o recipiente seja lentamente preenchido com um líquido homogêneo de densidade δ e que, no equilíbrio, o corpo M fique completamente submerso nesse líquido. Dessa forma, a nova configuração de onda estacionária que se estabelece na corda é mostrada na figura 2.

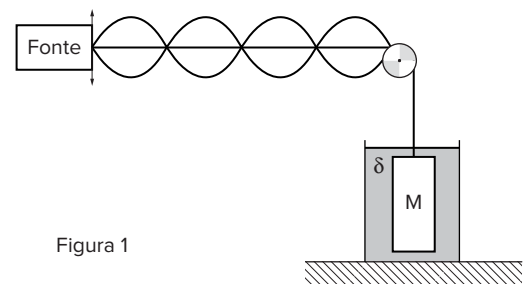


Figura 1

Nessas condições, a razão $\left(\frac{\rho}{\delta}\right)$ entre as densidades do corpo e do líquido é

- a) $\frac{3}{2}$.
- b) $\frac{4}{3}$.
- c) $\frac{5}{4}$.
- d) $\frac{6}{5}$.

Experimento de Young e interferanças

21. UFRGS 2018 A figura I, a seguir, representa esquematicamente o experimento de Young. A luz emitida pela fonte F, ao passar por dois orifícios, dá origem a duas fontes de luz F_1 e F_2 , idênticas, produzindo um padrão de interferência no anteparo A. São franjas de interferência, compostas de faixas claras e escuras, decorrentes da superposição de ondas que chegam no anteparo.

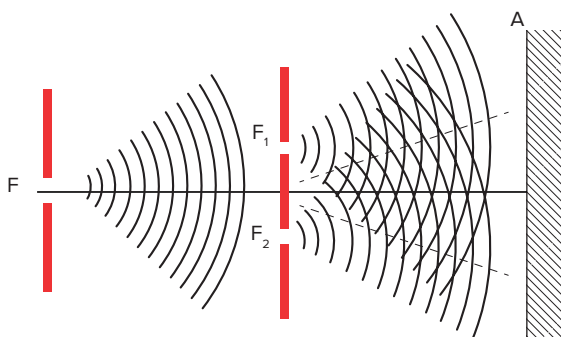


Figura I

A figura II, abaixo, representa dois raios de luz que atingem o anteparo no ponto P. A onda oriunda do orifício F_1 percorre uma distância maior que a onda proveniente do orifício F_2 . A diferença entre as duas distâncias é ΔL .

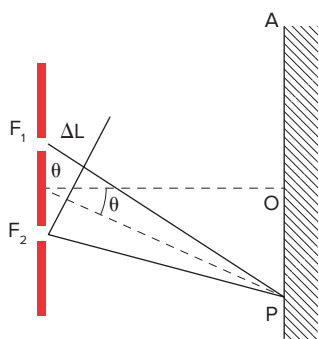


Figura II

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem.

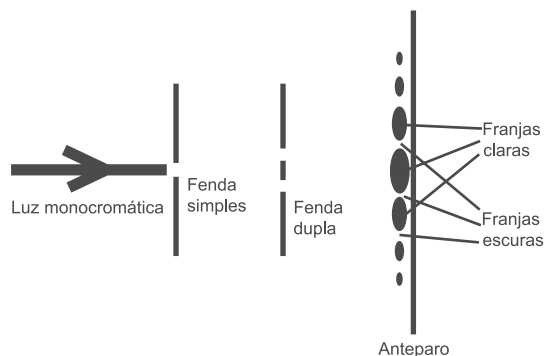
Se, no ponto P, há uma franja escura, a diferença ΔL deve ser igual a um número _____ de comprimentos de onda.

No ponto central O, forma-se uma franja _____ decorrente da interferência _____ das ondas.

- inteiro – escura – destrutiva
- inteiro – escura – construtiva
- inteiro – clara – construtiva
- semi-inteiro – escura – destrutiva
- semi-inteiro – clara – construtiva

22. Enem PPL 2017 O debate a respeito da natureza da luz perdurou por séculos, oscilando entre a teoria corpuscular e a teoria ondulatória. No início do século XIX, Thomas Young, com a finalidade de auxiliar

na discussão, realizou o experimento apresentado de forma simplificada na figura. Nele, um feixe de luz monocromático passa por dois anteparos com fendas muito pequenas. No primeiro anteparo há uma fenda e no segundo, duas fendas. Após passar pelo segundo conjunto de fendas, a luz forma um padrão com franjas claras e escuras.

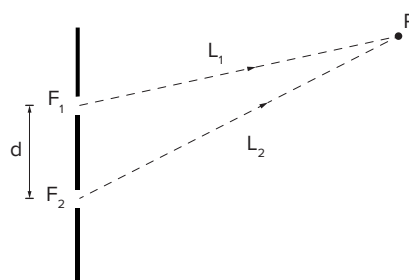


SILVA, F. W. C. O. A evolução da teoria ondulatória da luz e os livros didáticos. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, n. 1, 2007 (adaptado).

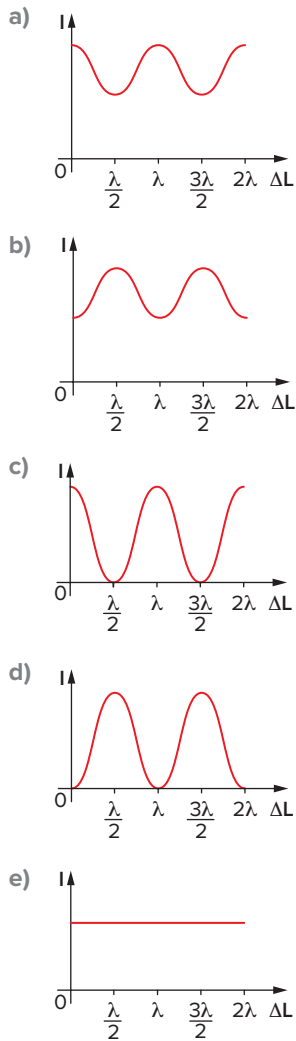
Com esse experimento, Young forneceu fortes argumentos para uma interpretação a respeito da natureza da luz, baseada em uma teoria

- corpuscular, justificada pelo fato de, no experimento, a luz sofrer dispersão e refração.
- corpuscular, justificada pelo fato de, no experimento, a luz sofrer dispersão e reflexão.
- ondulatória, justificada pelo fato de, no experimento, a luz sofrer difração e polarização.
- ondulatória, justificada pelo fato de, no experimento, a luz sofrer interferência e reflexão.
- ondulatória, justificada pelo fato de, no experimento, a luz sofrer difração e interferência.

23. Esc. Naval-RJ 2013 Analise a figura a seguir.



Considere duas fontes sonoras puntiformes, F_1 e F_2 , que estão separadas por uma pequena distância d , conforme mostra a figura acima. As fontes estão inicialmente em fase e produzem ondas de comprimento de onda λ . As ondas provenientes das fontes F_1 e F_2 percorrem, respectivamente, os caminhos L_1 e L_2 até o ponto afastado P, onde há superposição das ondas. Sabendo que $\Delta L = |L_1 - L_2|$ é a diferença de caminho entre as fontes e o ponto P, o gráfico que pode representar a variação da intensidade da onda resultante das duas fontes, I , em função da diferença de caminho ΔL , é



24. EPCar-MG 2012 Uma fonte de luz monocromática ilumina um obstáculo, contendo duas fendas separadas por uma distância d , e produz em um anteparo distante D das fendas, tal que $D \gg d$, uma configuração de interferência com franjas claras e escuras igualmente espaçadas, como mostra a figura abaixo.



Considere que a distância entre os centros geométricos de uma franja clara e da franja escura, adjacente a ela, seja x . Nessas condições, são feitas as seguintes afirmativas.

- I. O comprimento de onda da luz monocromática que ilumina o obstáculo é obtido como $\frac{2xd}{D}$.
- II. A distância entre o máximo central e o segundo máximo secundário é $3x$.

III. A diferença de caminhos percorridos pela luz que atravessa as fendas do anteparo e chegam no primeiro mínimo de intensidade é dada por $\frac{xd}{2D}$.

É(São) correta(s) apenas

- a) I.
- b) II e III.
- c) II.
- d) I e III.

25. UPE/SSA 2017 As fibras ópticas são feitas de vidro óptico extremamente puro. Costumamos achar que uma janela de vidro é transparente. Entretanto, quanto mais espesso for o vidro, menos transparente ele será em razão das impurezas nele contidas. O vidro de uma fibra óptica possui, porém, menos impurezas que o vidro usado em janelas. Segue a descrição da qualidade do vidro produzido por uma companhia: se você estivesse sobre um oceano feito de quilômetros de núcleo sólido de fibra de vidro, poderia ver claramente o fundo. Fazer fibras ópticas requer as seguintes etapas: elaborar um cilindro de vidro pré-formado; estirar as fibras a partir da pré-forma; e testar as fibras.

Fonte: <http://tecnologia.hsw.uol.com.br/fibras-opticas5.htm>, acessado em: 14 de julho de 2016.

Durante a fase de estiramento das fibras, é necessário haver um controle da espessura dos fios de fibra óptica fabricados. Para isso, suponha que uma montagem experimental é configurada, utilizando-se um *laser* com comprimento de onda de 650 nm que incide sobre o fio de fibra óptica, com um revestimento opaco, conforme ilustra a figura 1. Após passar pelo fio, o feixe de *laser* forma um padrão de difração em um anteparo instalado a 2,0 m de distância do fio. A representação esquemática desse padrão está mostrada na figura 2.

Figura 1

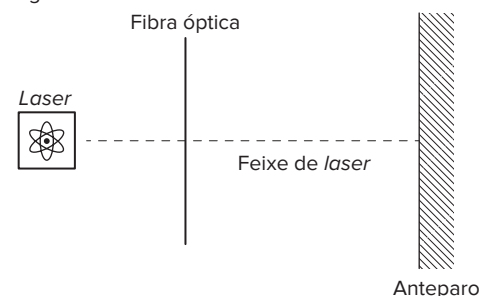
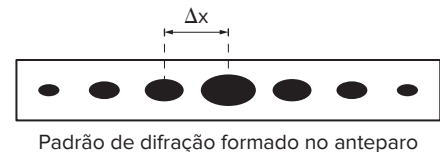


Figura 2



Sabendo-se que a separação entre os máximos de intensidade luminosa, Δx , é 1,0 cm, qual é o valor do diâmetro do fio?

- a) 65 μm
- b) 130 μm
- c) 260 μm
- d) 390 μm
- e) 520 μm

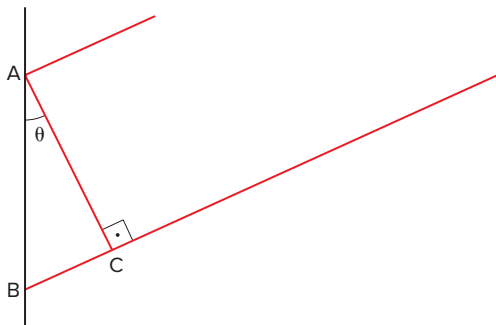
26. ITA-SP Numa experiência de Young é usada luz monocromática. A distância entre as fendas F_1 e F_2 é $h = 2,0 \cdot 10^{-2}$ cm. Observa-se num anteparo, a uma distância $L = 1,2$ m das fendas, que a separação entre duas franjas escuras vizinhas é de $3,0 \cdot 10^{-1}$ cm. Sendo válida a aproximação $\text{tg } \theta = \text{sen } \theta$:

- I. Qual é o comprimento de onda λ da luz usada na experiência?
 - II. Qual é a frequência f dessa luz? (A velocidade da luz no ar é $3,0 \cdot 10^8$ m/s.)
 - III. Qual é o comprimento de onda λ' dessa luz dentro de um bloco de vidro cujo índice de refração é $n = 1,50$ em relação ao ar?
- a) I. $3,3 \cdot 10^{-7}$ m; II. $6,0 \cdot 10^{14}$ Hz; III. $5,0 \cdot 10^{-7}$ m
 - b) I. $4,8 \cdot 10^{-7}$ m; II. $6,0 \cdot 10$ Hz; III. $5,4 \cdot 10^{-7}$ m
 - c) I. $5,0 \cdot 10^{-3}$ m; II. $6,0 \cdot 10^{15}$ Hz; III. $3,3 \cdot 10^{-3}$ m
 - d) I. $5,0 \cdot 10^{-7}$ m; II. $6,0 \cdot 10^{14}$ Hz; III. $5,0 \cdot 10^{-7}$ m
 - e) I. $5,0 \cdot 10^{-7}$ m; II. $6,0 \cdot 10^{14}$ Hz; III. $3,3 \cdot 10^{-7}$ m

27. Um físico produziu um fio muito fino e os instrumentos de medição a que tinha acesso – paquímetros e micrômetros – não eram capazes de medir a espessura do fio. Lembrando do experimento da fenda dupla de Young,

ele decidiu usar o mesmo método para obter a espessura: munido de um *laser* que emite luz monocromática de 600 nm, colocou o fio a 5 m da parede e mediu uma interferança de 10 cm. Qual é a espessura desse fio?

28. A figura a seguir representa um *zoom* na região da fenda dupla do experimento de Young.



- a) Identifique na figura o segmento de reta que representa a diferença de caminho dos dois raios que irão se interceptar no anteparo.
- b) Sabendo que a distância entre as fendas, obtenha o comprimento do segmento de reta do item anterior.

Texto complementar

Ondas e o estranho mundo da mecânica quântica

Até o final do século XIX, as teorias físicas pareciam ser capazes de explicar a maioria dos fenômenos naturais observados: a mecânica newtoniana explicava o movimento dos corpos, seja na superfície terrestre ou no espaço, e os fenômenos eletromagnéticos podiam ser explicados com base na teoria de James C. Maxwell. No entanto, no início do século XX, alguns dos poucos fenômenos que não podiam ser explicados com base nos conhecimentos já estabelecidos resultaram na elaboração de teorias que viriam a modificar profundamente a Física e o modo como interpretamos o mundo. Uma dessas teorias era a mecânica quântica. Veja o que o célebre físico Richard P. Feynman tem a dizer sobre ela e sobre a sua relação com o conceito de onda:

“Mecânica quântica” é a descrição do comportamento da matéria em todos os seus detalhes e, em particular, dos acontecimentos em uma escala atômica. As coisas em uma escala muito pequena não se comportam como nada de que você tenha alguma experiência direta. Não se comportam como ondas, não se comportam como partículas, não se comportam como nuvens, ou bolas de bilhar, ou pesos ou molas, ou como qualquer coisa que você já tenha visto.

Newton pensou que a luz fosse constituída de partículas, mas depois se descobriu [...] que se comporta como uma onda. Mais tarde, porém (no início do século XX), descobriu-se que a luz às vezes se comportava de fato como uma partícula. Historicamente, pensou-se que o elétron, por exemplo, se comportasse como uma partícula, mas depois se descobriu que em vários aspectos comportava-se como uma onda. Assim, não se comporta realmente como nenhum dos dois. Agora entregamos os pontos. Dizemos: “Não é nenhum dos dois.”

Existe, porém, uma saída feliz – os elétrons comportam-se justamente como a luz. O comportamento quântico de objetos atômicos (elétrons, prótons, nêutrons, fótons e assim por diante)

é o mesmo para todos, todos são “ondas de partículas”, ou seja lá como quiser chamá-los. [...]

O acúmulo gradual de informações sobre o comportamento atômico e de pequena escala durante o primeiro quarto do século XX, que forneceu algumas indicações de como se comporta o microcosmo, gerou uma confusão crescente enfim resolvida entre 1926 e 1927 por Schrödinger, Heisenberg e Born. Eles finalmente obtiveram uma descrição coerente do comportamento da matéria em pequena escala. [...]

Devido ao fato de o comportamento atômico ser tão diferente da experiência comum, é muito difícil acostumar-se com ele, que parece peculiar e misterioso tanto ao leigo como ao físico experiente. Mesmo os especialistas não o compreendem da forma que gostaríamos, o que é perfeitamente razoável, pois toda experiência humana direta e a intuição humana aplicam-se a objetos grandes. Sabemos como agirão objetos grandes, mas as coisas em pequena escala simplesmente não se comportam assim. Portanto, temos de conhecê-las de certa forma abstrata e imaginativa e não relacionadas à experiência direta.

FEYNMAN, Richard. P. *Física em 12 lições: Fáceis e não tão fáceis*. Rio de Janeiro: Ediouro, 2005, p. 129-130.

No texto, Feynman fala sobre como a luz pode ser entendida como onda – quando é difratada ou quando compõe padrões de interferência, por exemplo – ou como partícula. Um fenômeno que se relaciona ao comportamento corpuscular da luz é o efeito fotoelétrico, que consiste no surgimento de corrente elétrica quando se incide luz sobre uma superfície metálica. Esse efeito ocorre apenas quando a luz utilizada tem frequências acima de determinado valor. Para explicar esse efeito, Albert Einstein introduziu o conceito de partícula de luz, o fóton, sendo que cada fóton pode ser entendido como um “pacotinho” de energia, cuja quantidade de energia é proporcional à frequência. Por isso, apenas fótons de determinada frequência conseguem transmitir energia suficiente para que os elétrons escapem

do metal e integrem a corrente elétrica. Portanto, pode-se dizer que o comportamento da luz é dual: ora se comporta como onda, ora como partícula.

A questão dos elétrons como ondas, citada por Feynman, tem origem no estudo da estrutura da matéria. No texto a seguir, você pode entender como a noção de onda se aplica às partículas.

Um passo importante para o desenvolvimento de uma nova teoria atômica foi a concepção de Louis de Broglie, a respeito do comportamento dos elétrons nos átomos. Em 1924, ele propôs que a matéria em movimento apresentava comportamento corpuscular e ondulatório, ou seja, tinha comportamento dualístico, **onda-partícula**.

Nesse período, a dupla natureza da energia radiante proposta por Einstein já era um fato reconhecido na comunidade científica. Entretanto, a ideia de De Broglie sobre a dupla natureza da matéria era revolucionária e, por isso, criticada por muitos. Nesse contexto, uma pergunta era crucial: se as partículas em movimento apresentam propriedades ondulatórias, que tipo de ondas estariam associadas a elas? De Broglie então sugeriu que o movimento das partículas estava associado a uma onda estacionária denominada onda piloto [...]

Ele também estabeleceu que a quantidade de movimento (p), ou momento, da partícula e o comprimento de onda da onda piloto estariam relacionados pela equação:

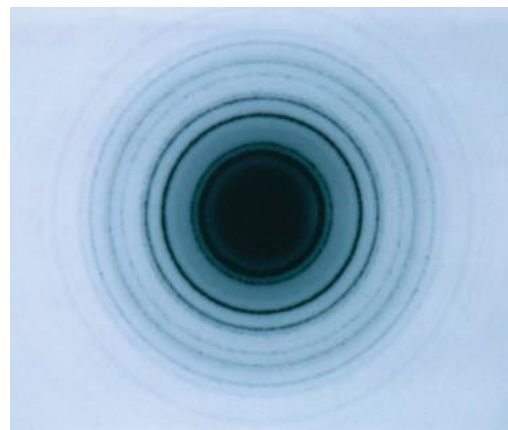
$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{p}$$

denominada relação de De Broglie, na qual h é a constante de Planck, igual a $6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Em 1927, Clinton Davisson e Lester Germer comprovaram através de experimentos o caráter ondulatório dos elétrons, observando a difração de elétrons, confirmando assim a hipótese de De Broglie sobre a dualidade da matéria.

Atualmente, a difração de elétrons é usada como fundamento de uma importante técnica de análise, utilizada para estudo de sólidos e de moléculas gasosas, e na investigação de superfícies dos sólidos.

OLIVEIRA, Ótom Anselmo de; FERNANDES, Joana D'Arc Gomes. *Arquitetura atômica e molecular: Natureza ondulatória da matéria*. Natal: EDUFERN, 2006.



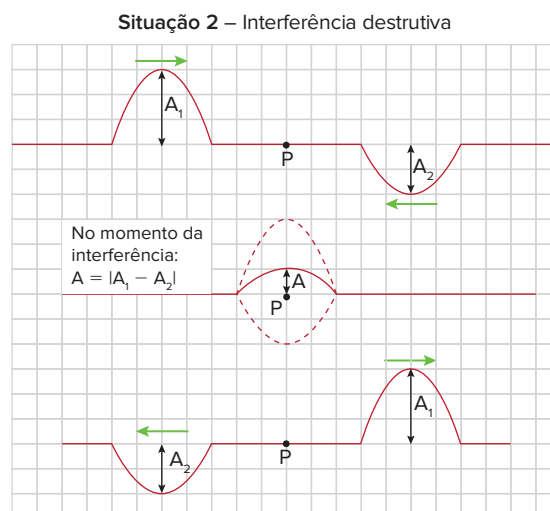
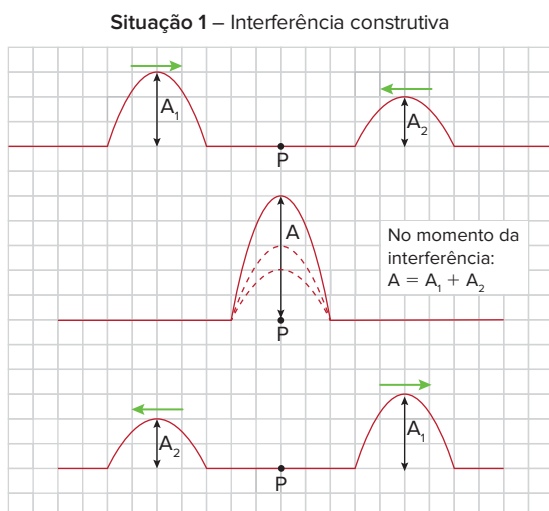
Padrão de difração formado por feixe de elétrons ao atravessar rede cristalina de zircônio, cujos parâmetros têm dimensões semelhantes ao comprimento de onda do elétron.

Phil DEGGINGERScience Source/EasyPix-Brasil

Resumindo

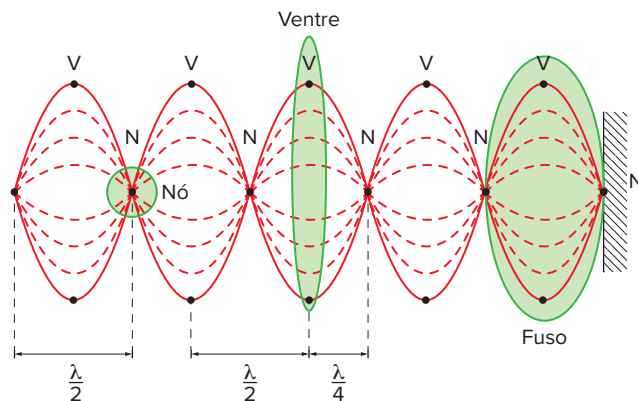
Interferência

- **Interferência** é o fenômeno no qual pulsos ou ondas propagando-se no mesmo meio se sobrepõem gerando pulsos ou ondas resultantes.
- A interferência depende de fatores inerentes aos pulsos ou ondas originais, como frequência e amplitude.
- **Princípio da independência de pulsos e ondas:** após a interferência, os pulsos continuam se movimentando como se não houvesse ocorrido nada entre eles.
- A interferência pode ser **construtiva**: quando pulsos se encontram em fase gerando um pulso resultante de maior amplitude, ou **destrutiva**, quando os pulsos se encontram em oposição de fase gerando um pulso resultante de menor amplitude que cada pulso individual.



Ondas estacionárias

- **Ondas estacionárias** são padrões que se formam devido aos fenômenos de reflexão e interferência quando uma onda se propaga em um meio, reflete-se em um obstáculo e retorna, interferindo com o restante da onda incidente. Em um padrão estacionário, ocorre a formação de fusos, nós e ventres.

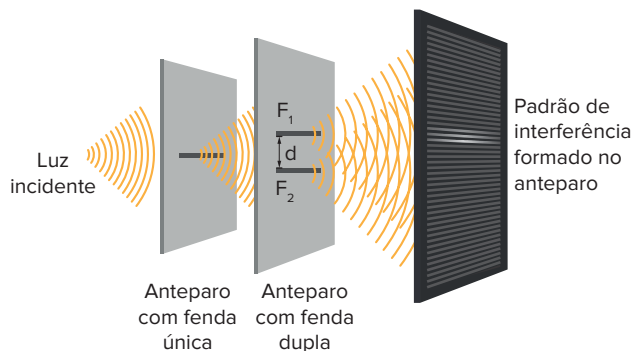


- Em uma onda estacionária, a distância entre dois nós é sempre igual à metade do comprimento de onda das ondas originais. A amplitude da onda estacionária, por sua vez, é sempre igual ao dobro da amplitude das ondas originais.
- Tipos de interferência em um dado ponto distante de duas fontes coerentes emissoras de ondas:

$$D = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \begin{cases} \text{Fontes em fase} \\ n \text{ par} \rightarrow \text{IC} \\ n \text{ ímpar} \rightarrow \text{ID} \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Fontes em oposição de fase} \\ n \text{ par} \rightarrow \text{ID} \\ n \text{ ímpar} \rightarrow \text{IC} \end{cases}$$

Experimento de Young

- O experimento de dupla fenda de Young e a formação de franjas luminosas de interferência podem ser esquematizados da seguinte maneira:



- Tipo de interferência em determinada franja formada no anteparo:

$$D = \frac{d \cdot y}{\ell} \Rightarrow n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \begin{cases} n \text{ par} \rightarrow \text{IC} \\ n \text{ ímpar} \rightarrow \text{ID} \end{cases}$$

Quer saber mais?



Site

PhET: Interferência de ondas. Disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/wave-interference_pt_BR.html. Acesso em: 19 jan. 2022.

Nessa simulação, você pode manipular alguns parâmetros das fontes de ondas e gerar padrões de interferência para aprender um pouco mais sobre esse fenômeno.



Vídeos

Newton's rings and interference. Hazhar Ghaderi. 2010 (2min49s). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=lzI0o7KSUo>.

Interferência luminosa e a formação dos anéis de Newton: veja nesse vídeo demonstrativo esse incrível fenômeno de interferência luminosa.

TED-Ed. A luz é uma partícula ou uma onda? – Colm Kelleher. 2013 (4min23s). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=J1yIApZtLos>.

Neste vídeo, você conhece um pouco mais sobre as teorias elaboradas ao longo da história da humanidade para explicar a luz. Acessos em: 19 jan. 2022.

Exercícios complementares

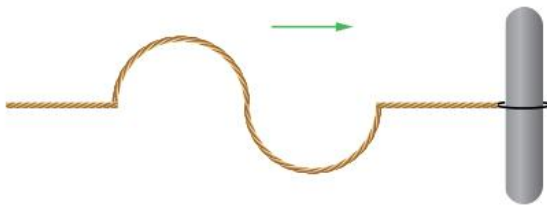
Interferência

- Um pulso é enviado contra uma parede rígida, como na figura a seguir.



Assumindo que não haja perda de energia, preveja o formato da corda quando exatamente a metade deste pulso estiver refletida.

- Um pulso é enviado contra uma haste que é livre para deslizar, como na figura a seguir.



Assumindo que não haja perda de energia, preveja o formato da corda quando exatamente a metade deste pulso estiver refletida.

- Unesp 2014** Duas ondas mecânicas transversais e idênticas, I e II, propagam-se em sentidos opostos por uma corda elástica tracionada. A figura 1 representa as deformações que a onda I, que se propaga para direita, provocaria em um trecho da corda nos instantes $t = 0$ e $t = \frac{T}{4}$, em que T é o período de oscilação das duas ondas. A figura 2 representa as deformações que a onda II, que se propaga para esquerda, provocaria no mesmo trecho da corda, nos mesmos instantes relacionados na figura 1. Ao se cruzarem, essas ondas produzem uma figura de interferência e, devido a esse fenômeno, estabelece-se uma onda estacionária na corda. A figura 3 representa a configuração da corda resultante da interferência dessas duas ondas, nos mesmos instantes $t = 0$ e $t = \frac{T}{4}$.

Figura 1
(onda I)

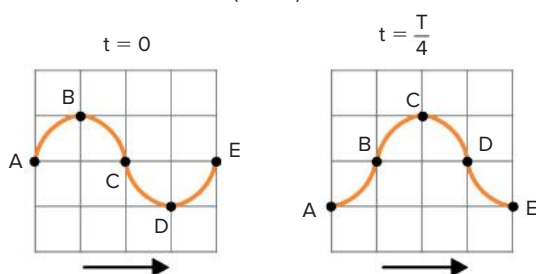


Figura 2
(onda II)

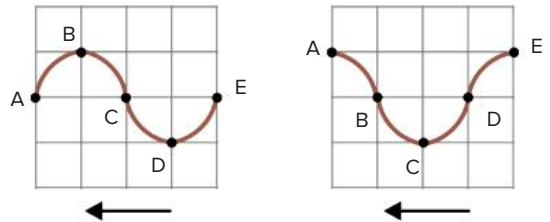
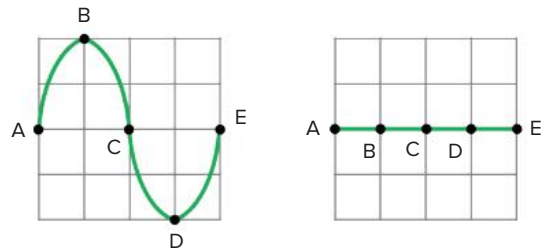


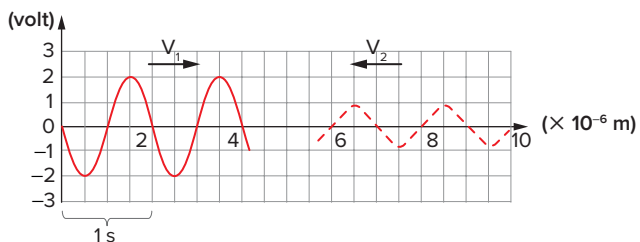
Figura 3
(onda estacionária)



A figura que melhor representa a configuração da corda nesse mesmo trecho devido à formação da onda estacionária, no instante $\frac{3T}{4}$, está representada na alternativa

-
-
-
-
-

4. **Fatec-SP 2019** No curso de “Big Data no Agronegócio” da FATEC, o aluno estuda sobre eletrônica, circuitos eletrônicos e suas propriedades, tais como ondas que podem ser registradas em um osciloscópio. A figura representa duas dessas ondas que se propagam em sentidos opostos e com mesma velocidade de módulo $2 \cdot 10^{-6}$ m/s.



Legenda:
 Onda 1 ———
 Onda 2 - - - - -

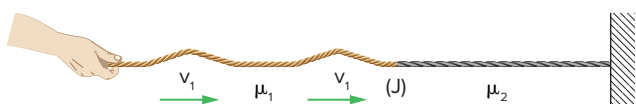
Considerando a situação apresentada pela figura no instante $t = 0$, podemos afirmar que, após

- 1 segundo, a superposição das ondas 1 e 2 apresenta uma nova onda com amplitude de 1 volt.
- 1 segundo, ocorre uma interferência destrutiva total.
- o cruzamento das ondas, a onda 2 é completamente amortecida.
- o cruzamento das ondas, a amplitude da onda 2 fica maior que a da onda 1.
- o cruzamento das ondas, a frequência da onda 1 fica maior que a da onda 2.

5. Quando batemos palmas a uma frequência constante, somos capazes de ouvir o eco e até sobrepor o barulho da palma com o eco. Apesar disso, é impossível tornar o som da palma inaudível por interferência destrutiva. Por quê?

6. No estudo de interferências construtiva e destrutiva, é comum desenhar ondas em que suas cristas ou vales se sobrepõem. Essa representação é bastante apropriada para ondas transversais, como a luz, todavia, não é a mais adequada para ondas longitudinais. É correto dizer que, por não oscilarem para cima e para baixo, as ondas longitudinais não sofrem interferência? Justifique.

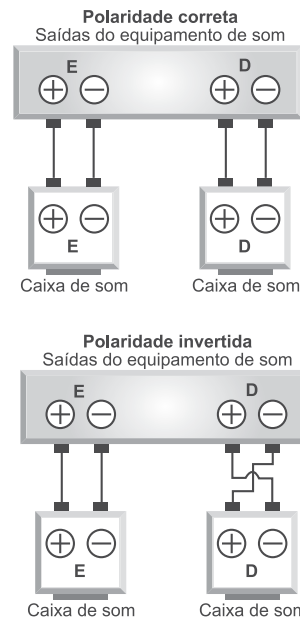
7. Dois pulsos idênticos são emitidos de uma corda de densidade linear μ_1 para uma segunda corda de densidade linear μ_2 , como mostra a figura a seguir.



J é a junção entre as duas cordas. Sobre o pulso refletido em J, responda:

- Para qual condição haverá interferência destrutiva entre o primeiro e o segundo pulso?
- É possível que o pulso refletido consiga aniquilar o segundo pulso? Explique.

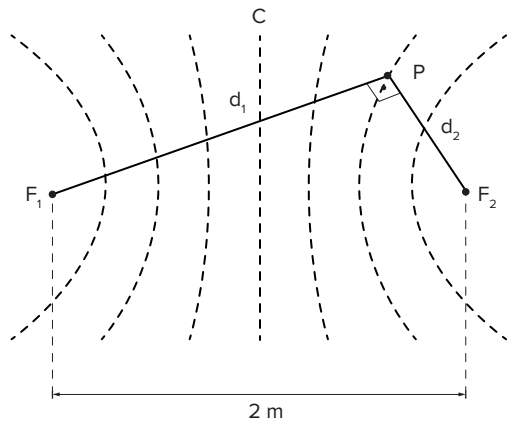
8. **Enem 2018** Nos manuais de instalação de equipamentos de som há o alerta aos usuários para que observem a correta polaridade dos fios ao realizarem as conexões das caixas de som. As figuras ilustram o esquema de conexão das caixas de som de um equipamento de som mono, no qual os alto-falantes emitem as mesmas ondas. No primeiro caso, a ligação obedece às especificações do fabricante e no segundo mostra uma ligação na qual a polaridade está invertida.



O que ocorre com os alto-falantes E e D se forem conectados de acordo com o segundo esquema?

- O alto-falante E funciona normalmente e o D entra em curto-circuito e não emite som.
- O alto-falante E emite ondas sonoras com frequências ligeiramente diferentes do alto-falante D provocando o fenômeno de batimento.
- O alto-falante E emite ondas sonoras com frequências e fases diferentes do alto-falante D provocando o fenômeno conhecido como ruído.
- O alto-falante E emite ondas sonoras que apresentam um lapso de tempo em relação às emitidas pelo alto-falante D provocando o fenômeno de reverberação.
- O alto-falante E emite ondas sonoras em oposição de fase às emitidas pelo alto-falante D provocando o fenômeno de interferência destrutiva nos pontos equidistantes aos alto-falantes.

9. **EPCar-MG 2020** Considere duas fontes pontuais F_1 e F_2 produzindo perturbações, de mesma frequência e amplitude, na superfície de um líquido homogêneo e ideal. A configuração de interferência gerada por essas fontes é apresentada na figura a seguir.



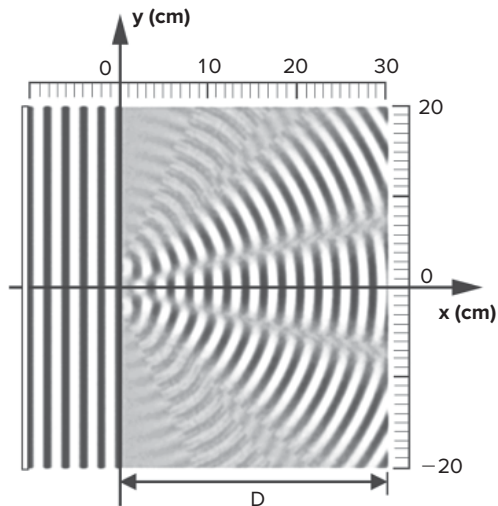
Sabe-se que a linha de interferência (C) que passa pela metade da distância de dois metros que separa as duas fontes é uma linha nodal. O ponto P encontra-se a uma distância d_1 da fonte F_1 e d_2 , da fonte F_2 , e localiza-se na primeira linha nodal após a linha central.

Considere que a onda estacionária que se forma entre as fontes possua cinco nós e que dois destes estejam posicionados sobre as fontes.

Nessas condições, o produto $(d_1 \cdot d_2)$ entre as distâncias que separam as fontes do ponto P é

- a) $\frac{1}{2}$. c) $\frac{5}{4}$.
 b) $\frac{3}{2}$. d) $\frac{7}{4}$.

10. **Fuvest-SP 2019** Em uma cuba de ondas contendo água, uma haste vibra com frequência 5 Hz, paralelamente à superfície da água e à lateral esquerda da cuba. A haste produz ondas planas que se propagam para a direita, como ilustra a figura.

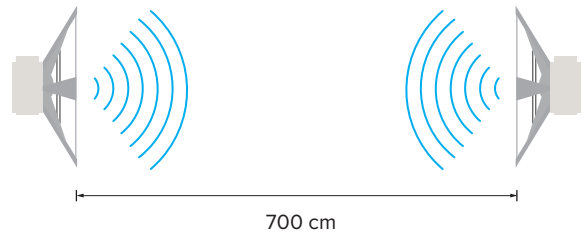


- a) Determine, a partir da figura, o comprimento de onda λ da onda plana.
 Na cuba, em $x = 0$, há um anteparo rígido, paralelo às frentes da onda plana, com duas pequenas fendas cujos centros estão em $y = \pm \frac{b}{2}$. O lado direito da figura

mostra o resultado da interferência das duas ondas que se propagam a partir das fendas.

Determine

- b) a coordenada y_1 , para $y > 0$, do primeiro mínimo de interferência na parede do lado direito da cuba. Calcule o valor da distância b , entre os centros das fendas, considerando que a posição do primeiro mínimo pode ser aproximada por $y_1 = \frac{D\lambda}{2b}$, em que D é a distância entre as fendas e o lado direito da cuba;
 c) a frequência f de vibração da haste para que o primeiro mínimo de interferência, na parede do lado direito da cuba, esteja na coordenada $y = 15$ cm, considerando que a velocidade da onda não depende da frequência.
11. **ITA-SP** A figura mostra dois alto-falantes alinhados e alimentados em fase por um amplificador de áudio na frequência de 170 Hz. Considere desprezível a variação da intensidade do som de cada um dos alto-falantes com a distância e que a velocidade do som é de 340 m/s.



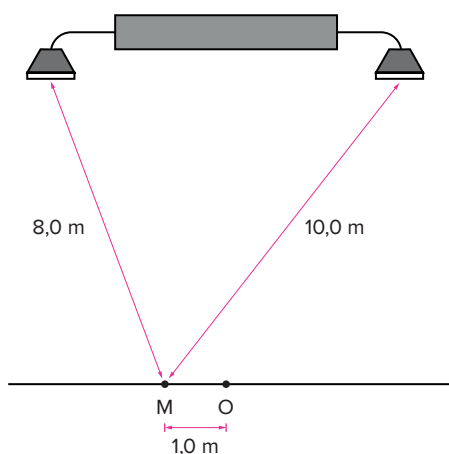
A maior distância entre dois máximos de intensidade da onda sonora formada entre os alto-falantes é igual a

- a) 2 m.
 b) 3 m.
 c) 4 m.
 d) 5 m.
 e) 6 m.
12. **ITA-SP 2017** Um emissor E_1 de ondas sonoras situa-se na origem de um sistema de coordenadas e um emissor E_2 , num ponto do seu eixo y , emitindo ambos o mesmo sinal de áudio senoidal de comprimento de onda λ , na frequência de 34 kHz. Mediante um receptor R situado num ponto do eixo x a 40 cm de E_1 , observa-se a interferência construtiva resultante da superposição das ondas produzidas por E_1 e E_2 . É igual a λ a diferença entre as respectivas distâncias de E_2 e E_1 até R. Variando a posição de E_2 ao longo de y , essa diferença chega a 10λ . As distâncias (em centímetros) entre E_1 e E_2 nos dois casos são

► **Dado:** velocidade do som no ar: 340 m/s.

- a) 9 e 30.
 b) 1 e 10.
 c) 12,8 e 26,4.
 d) 39 e 30.
 e) 12,8 e 128.

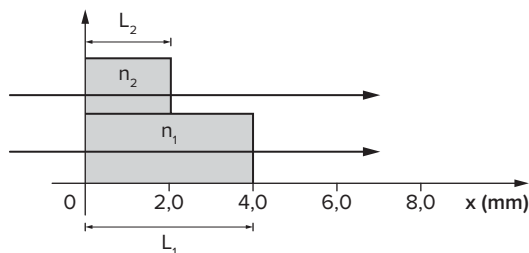
13. **UFMG 2012** Dois alto-falantes idênticos, bem pequenos, estão ligados o mesmo amplificador e emitem ondas sonoras em fase, em uma só frequência, com a mesma intensidade, como mostrado nesta figura:



Igor está posicionado no ponto O, equidistante dos dois alto-falantes, e escuta o som com grande intensidade. Ele começa a andar ao longo da linha paralela aos alto-falantes e percebe que o som vai diminuindo de intensidade, passa por um mínimo e, depois, aumenta novamente. Quando Igor chega ao ponto M, a 1,0 m do ponto O, a intensidade do som alcança, de novo, o valor máximo. Em seguida, Igor mede a distância entre o ponto M e cada um dos alto-falantes e encontra 8,0 m e 10,0 m, como indicado na figura.

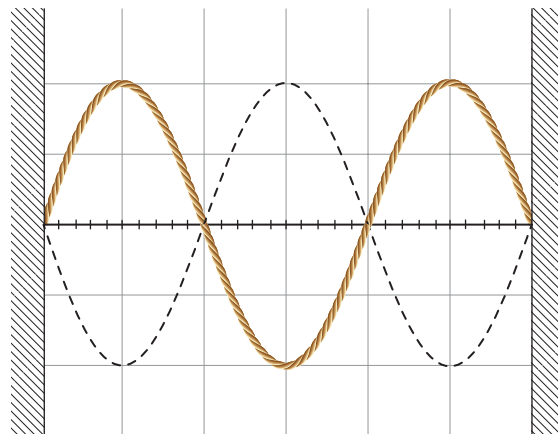
- Explique por que, ao longo da linha OM, a intensidade do som varia da forma descrita e calcule o comprimento de onda do som emitido pelos alto-falantes.
- Se a frequência emitida pelos alto-falantes aumentar, o ponto M estará mais distante ou mais próximo do ponto O? Justifique sua resposta.

14. **UFPE** Dois feixes ópticos, de comprimento de onda 500 nm, estão em fase ao atingirem as faces dos blocos de vidro, localizados em $x = 0$ (veja a figura). Os blocos, de espessuras $L_1 = 4,0$ mm e $L_2 = 2,0$ mm, têm índices de refração $n_1 = 1,5$ e $n_2 = 2,0$, respectivamente. Qual será a diferença de fase, em graus, entre as duas ondas na posição $x = 4,0$ mm?



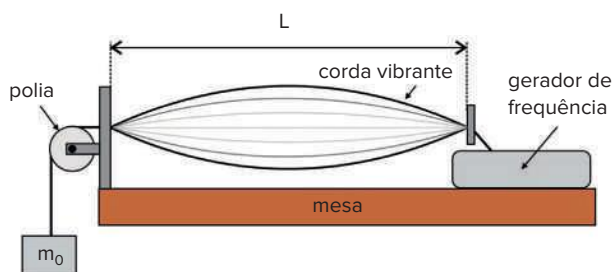
Ondas estacionárias

15. Uma corda de 1,8 m de comprimento está oscilando formando a seguinte figura:



Sabendo que a frequência de oscilação é de 120 bpm, obtenha a velocidade de propagação da onda.

16. **Fuvest-SP 2021** Ondas estacionárias podem ser produzidas de diferentes formas, dentre elas esticando-se uma corda homogênea, fixa em dois pontos separados por uma distância L , e pondo-a a vibrar. A extremidade à direita é acoplada a um gerador de frequências, enquanto a outra extremidade está sujeita a uma força tensional produzida ao se pendurar à corda um objeto de massa m_0 mantido em repouso. O arranjo experimental é ilustrado na figura. Ajustando a frequência do gerador para f_1 , obtém-se na corda uma onda estacionária que vibra em seu primeiro harmônico.



Ao trocarmos o objeto pendurado por outro de massa M , observa-se que a frequência do gerador para que a corda continue a vibrar no primeiro harmônico deve ser ajustada para $2f_1$. Com isso, é correto concluir que a razão $\frac{M}{m_0}$ deve ser:

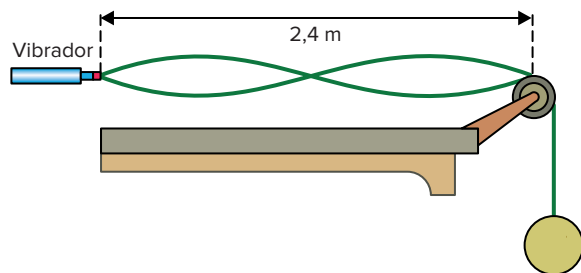
► **Note e adote:** A velocidade da onda propagando-se em uma corda é diretamente proporcional à raiz quadrada da tensão sob a qual a corda está submetida.

- $\frac{1}{4}$.
- $\frac{1}{2}$.
- 1.
- 2.
- 4.

17. **Unesp 2019** Uma corda elástica, de densidade linear constante $\mu = 0,125$ kg/m, tem uma de suas extremidades presa a um vibrador que oscila com frequência constante. Essa corda passa por uma polia, cujo ponto

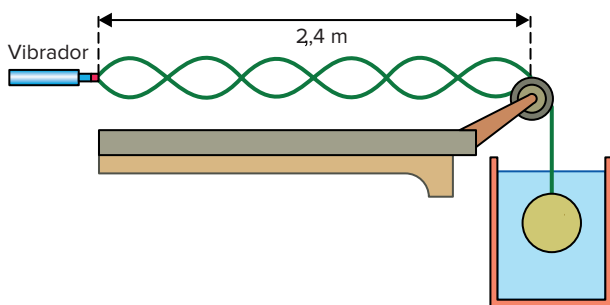
superior do sulco alinha-se horizontalmente com o vibrador, e, na outra extremidade, suspende uma esfera de massa 1,8 kg, em repouso. A configuração da oscilação da corda é mostrada pela figura 1.

Figura 1



Em seguida, mantendo-se a mesma frequência de oscilação constante no vibrador, a esfera é totalmente imersa em um recipiente contendo água, e a configuração da oscilação na corda se altera, conforme figura 2.

Figura 2

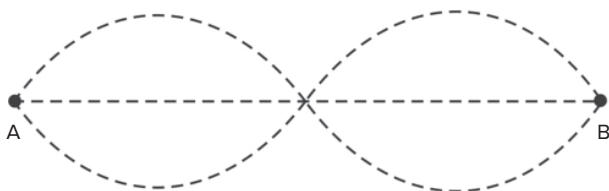


Adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e sabendo que a velocidade de propagação de uma onda em uma corda de densidade linear μ , submetida a uma tração T , é dada por

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}, \text{ calcule:}$$

- a frequência de oscilação, em Hz, do vibrador.
- a intensidade do empuxo, em N, exercido pela água sobre a esfera, na situação da figura 2.

- 18. EPCar-MG 2015** Uma onda estacionária é estabelecida em uma corda homogênea de comprimento $2\pi \text{ m}$, presa pelas extremidades, A e B, conforme figura abaixo.



Considere que a corda esteja submetida a uma tensão de 10 N e que sua densidade linear de massa seja igual a 0,1 kg/m.

Nessas condições, a opção que apresenta um sistema massa-mola ideal, de constante elástica k , em N/m, e massa m , em kg, que oscila em movimento harmônico simples na vertical com a mesma frequência da onda estacionária considerada é

-
-
-
-

- 19. UFC-CE** Um fenômeno bastante interessante ocorre quando duas ondas periódicas de frequências muito próximas, por exemplo, $f_1 = 100 \text{ Hz}$ e $f_2 = 102 \text{ Hz}$, interferem entre si. A onda resultante tem uma frequência diferente daquelas que interferem entre si. Além disso, ocorre também uma modulação na amplitude da onda resultante, modulação esta que apresenta uma frequência característica f_0 . Essa oscilação na amplitude da onda resultante é denominada batimento. Pelos dados fornecidos, pode-se afirmar que a frequência de batimento produzida na interferência entre as ondas de frequências f_1 e f_2 é:

- 202 Hz.
- 101 Hz.
- 2,02 Hz.
- 2,00 Hz.
- 1,01 Hz.

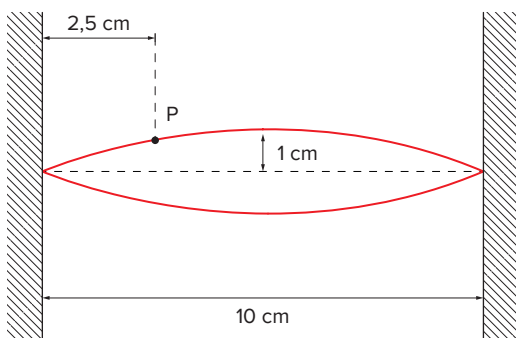
20. UFPR 2016 Foram geradas duas ondas sonoras em um determinado ambiente, com frequências f_1 e f_2 . Sabe-se que a frequência f_2 era de 88 Hz. Percebeu-se que essas duas ondas estavam interferindo entre si, provocando o fenômeno acústico denominado “batimento”, cuja frequência era de 4 Hz. Com o uso de instrumentos adequados, verificou-se que o comprimento de onda para a frequência f_2 era maior que o comprimento de onda para a frequência f_1 . Com base nessas informações, assinale a alternativa que apresenta a frequência f_1 .

- a) 22 Hz c) 84 Hz e) 352 Hz
b) 46 Hz d) 92 Hz

21. UFMT Julgue os itens a seguir e escreva (V) se for verdadeiro ou (F) se for falso.

- O batimento é um fenômeno decorrente da interferência ou superposição de duas ondas periódicas com frequências próximas.
- Caso ocorra batimento com ondas periódicas sonoras de mesma amplitude A , notaremos reforço no som somente quando a onda resultante da superposição apresentar amplitude máxima positiva $2A$.
- A frequência dos batimentos, quando há superposição de duas ondas periódicas com frequências próximas, vale a diferença entre as frequências das duas ondas superpostas.

22. Uma corda cuja densidade linear é de $0,025 \text{ kg/m}$ está tracionada a 40 N . Ao ser colocada para oscilar, ela apresenta o seguinte formato.



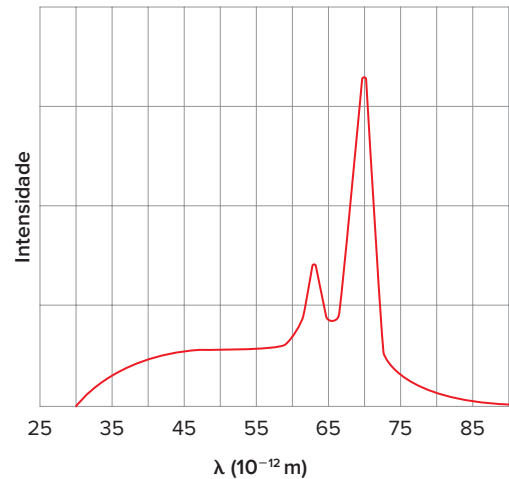
Obtenha a máxima velocidade do ponto P.

Experimento de Young e interfranjas

23. Unicamp-SP 2012 Raios X, descobertos por Röntgen em 1895, são largamente utilizados como ferramenta de diagnóstico médico por radiografia e tomografia. Além disso, o uso de raios X foi essencial em importantes descobertas científicas, como, por exemplo, na determinação da estrutura do DNA.

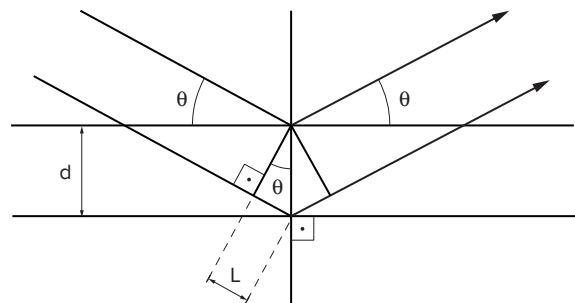
- a) Em um dos métodos usados para gerar raios X, elétrons colidem com um alvo metálico perdendo energia cinética e gerando fótons de energia $E = h\nu$, sendo $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ e ν a frequência da radiação. A figura a seguir mostra a intensidade da radiação emitida em função do

comprimento de onda, λ . Se toda a energia cinética de um elétron for convertida na energia de um fóton, obtemos o fóton de maior energia. Nesse caso, a frequência do fóton torna-se a maior possível, ou seja, acima dela a intensidade emitida é nula. Marque na figura o comprimento de onda correspondente a este caso e calcule a energia cinética dos elétrons incidentes

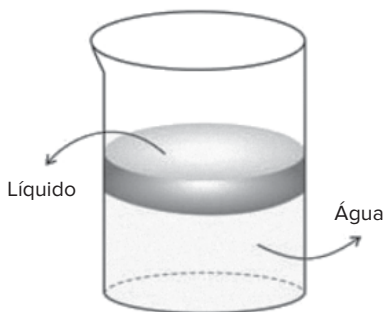


- b) O arranjo atômico de certos materiais pode ser representado por planos paralelos separados por uma distância d . Quando incidem nestes materiais, os raios X sofrem reflexão especular, como ilustra a figura abaixo. Uma situação em que ocorre interferência construtiva é aquela em que a diferença do caminho percorrido por dois raios paralelos, $2L$, é igual a λ , um comprimento de onda da radiação incidente. Qual a distância d entre planos para os quais foi observada interferência construtiva em $\theta = 14,5^\circ$ usando-se raios X de $\lambda = 0,15 \text{ nm}$?

► **Dados:** velocidade da luz no vácuo = $3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $\sin 14,5^\circ = 0,25$ e $\cos 14,5^\circ = 0,97$.



- 24. Fuvest-SP 2017** Um grupo de estudantes, pretendendo estudar fenômeno análogo ao das cores comumente observadas em manchas de óleo, fez o seguinte experimento: depositou uma gota de um líquido, com índice de refração $n = 2,5$, sobre a água contida em um recipiente cilíndrico de raio 10 cm . O líquido se espalha com espessura homogênea sobre toda a superfície da água, como esquematizado na figura.



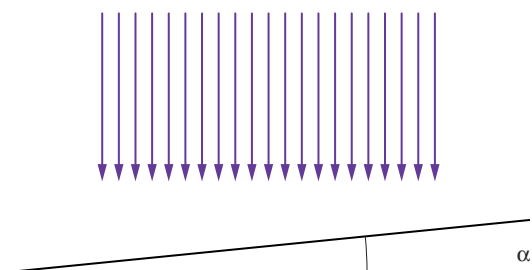
- a) Se o volume da gota do líquido for $0,0045 \text{ cm}^3$, qual será a espessura E da camada do líquido sobre a água?
- b) Um feixe de luz propaga-se no ar, incide perpendicularmente na superfície do líquido e sofre reflexão nas superfícies do líquido e da água. Quando a espessura E da camada do líquido for igual a $\frac{\lambda}{2n}$, sendo λ o comprimento de onda da luz incidente, ocorre interferência destrutiva entre a luz refletida no líquido e a luz refletida na água. Determine o valor de λ para essa condição.
- c) Determine o volume da gota do líquido que deveria ser depositada sobre a água para que não se observe luz refletida quando luz verde de um laser, com frequência $0,6 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$, incidir perpendicularmente na superfície do líquido.

► **Note e adote:**

O líquido não se mistura com a água.
O recipiente é um cilindro circular reto.
Velocidade da luz $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.
 $\pi \approx 3$.

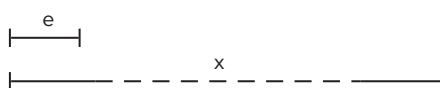
25. **ITA-SP 2013** Um prato plástico com índice de refração 1,5 é colocado no interior de um forno de micro-ondas que opera a uma frequência de $2,5 \cdot 10^9 \text{ Hz}$. Supondo que as micro-ondas incidam perpendicularmente ao prato, pode-se afirmar que a mínima espessura deste em que ocorre o máximo de reflexão das micro-ondas é de
- a) 1,0 cm. c) 3,0 cm. e) 5,0 cm.
b) 2,0 cm. d) 4,0 cm.

26. Considere um prisma em formato de cunha cujo ângulo de refringência é igual a $\alpha = 5,7^\circ$. Sobre a superfície inclinada, incide luz monocromática laranja (600 nm no vácuo) de acordo com a figura a seguir.



Sabendo que $\text{tg } 5,7^\circ = 0,1$ e que o índice de refração desta cunha é de 1,5, obtenha a distância da primeira franja de máxima em relação ao vértice. Desconsidere eventuais desvios nas direções dos raios.

27. **ITA-SP** Uma lâmina de vidro com índice de refração n em forma de cunha é iluminada perpendicularmente por uma luz monocromática de comprimento de onda λ . Os raios refletidos pela superfície superior e pela inferior apresentam uma série de franjas escuras com espaçamento e entre elas, sendo que a m -ésima encontra-se a uma distância x do vértice.



Assinale o ângulo θ , em radianos, que as superfícies da cunha formam entre si.

- a) $\theta = \frac{\lambda}{2ne}$
b) $\theta = \frac{\lambda}{4ne}$
c) $\theta = \frac{(m+1)\lambda}{2nme}$
d) $\theta = \frac{(2m+1)\lambda}{4nme}$
e) $\theta = \frac{(2m-1)\lambda}{4nme}$

28. **ITA-SP** Um feixe luminoso vertical, de 500 nm de comprimento de onda, incide sobre uma lente plano-convexa apoiada numa lâmina horizontal de vidro, como mostra a figura.



Devido à variação da espessura da camada de ar existente entre a lente e a lâmina, torna-se visível sobre a lente uma sucessão de anéis claros e escuros, chamados de anéis de Newton. Sabendo-se que o diâmetro do menor anel escuro mede 2 mm, a superfície convexa da lente deve ter um raio de

- a) 1,0 m.
b) 1,6 m.
c) 2,0 m.
d) 4,0 m.
e) 8,0 m.

EM13CNT301 e EM13CNT302

1. Fazer bolhas de sabão é uma das brincadeiras que divertem crianças, adultos e pessoas de todas as idades. Em dias ensolarados, é possível ver as bolhas com incríveis detalhes, principalmente a formação de películas transparentes, mas com faixas coloridas como a da fotografia ao lado. Esse fenômeno é chamado de iridescência.
 - a) Procure em um dicionário (impresso ou eletrônico) o significado da palavra iridescência.
 - b) Pesquise e elabore um pequeno texto explicando a coloração característica das bolhas de sabão, relacionando com os fenômenos estudados neste capítulo.



Lumppini/Shutterstock.com

EM13CNT302 e EM13CNT307

2. Muitas pessoas, ao encomendarem seus óculos requisitam um tratamento especial nas lentes chamado antirreflexo, cujo resultado pode ser observado na imagem a seguir



rangizzz/Shutterstock.com

Elabore um cartaz explicando o funcionamento e as vantagens da utilização dessas lentes tanto para os usuários quanto para as pessoas que interagem com elas. Faça uma pesquisa prévia sobre o assunto, se necessário.

EM13CNT301, EM13CNT302 e EM13CNT306

3. Nas praias da Ilha de Ré, no sul da França, ocorre um fenômeno muito curioso que atrai a atenção de turistas e requer cuidado por parte dos navegadores: são as ondas quadradas, mostradas na imagem.



Michel Griffon CC BY 3.0/Wikimedia Commons

Pesquise sobre o fenômeno e escreva um pequeno aviso de alerta a ser exposto em placas nessa localidade, explicando como ocorre o fenômeno e destacando os perigos para nadadores e embarcações.



Panayiotis Tzamos/NurPhoto via AFP

O Anfiteatro Odeão de Herodes Ático, em Atenas, Grécia, foi construído em 161 d.C. e é utilizado até hoje para shows, peças e apresentações diversas.

FRENTE 3

CAPÍTULO

15

Acústica

O teatro é uma das formas de expressão artística mais antigas da humanidade. Suas origens são muito remotas, mas grande parte das primeiras referências remontam à Grécia Antiga. A estrutura arquitetônica de anfiteatros e teatros antigos visava propiciar uma experiência acústica eficiente a cada pessoa sentada na plateia de pedra, permitindo que todos ouvissem uma folha de papel sendo rasgada no palco, independentemente de onde estivessem sentados. Pesquisas recentes revelaram que apenas a metade inferior da plateia realmente podia desfrutar de ótima experiência auditiva durante as apresentações. De qualquer maneira, considerando a época em que foi construída, é impressionante a preocupação com a eficiência acústica da construção dessas estruturas. Nesse capítulo, abordaremos o som, a audição humana e diversos fatores que contribuem para a qualidade e saúde auditiva das pessoas.

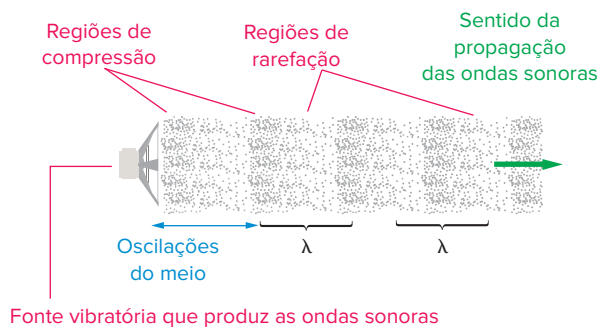
Ondas sonoras

Estudamos anteriormente que as ondas sonoras quando se propagam no ar são **ondas mecânicas longitudinais** e que propiciam aos seres humanos o sentido da audição. Todas as ondas mecânicas capazes de sensibilizar o sistema auditivo humano são denominadas **som**. Dentre os sons, podemos estabelecer classificações diversas, como ruídos e barulhos, sons de comunicação e sons musicais.

! Atenção

As ondas sonoras podem ser longitudinais, quando se propagam em gases e líquidos, mas, quando se propagam em sólidos, podem ser transversais e até mesmo mistas.

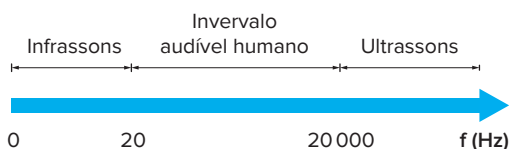
Uma característica essencial do meio onde os sons se propagam é sua elasticidade, uma vez que camadas do meio oscilam em torno de posições de equilíbrio, permitindo que a energia liberada pela fonte sonora seja transferida adiante. A seguir, um esquema simplificado representa as ondas sonoras que mais abordaremos nesse capítulo: sons que se propagam no ar.



Representação de ondas sonoras produzidas por um alto-falante propagando-se num meio gasoso como o ar.

Observe na figura acima as zonas de compressão e de rarefação, bem como o sentido de propagação das ondas sonoras. A distância entre dois centros de compressão consecutivos, ou entre dois centros de rarefação consecutivos, é o comprimento de onda dessa onda sonora.

Diversas ondas mecânicas podem se propagar em meios materiais, mas o que chamamos de sons? Apenas as ondas mecânicas cujas frequências estejam dentro do intervalo audível humano. Embora nem todas as pessoas ouçam todas as frequências e essa percepção também se altere ao longo da vida, de forma geral, o **intervalo audível** ou **espectro sonoro** para os seres humanos compreende as frequências de 20 Hz a 20 000 Hz.



Faixa de frequências de ondas mecânicas.

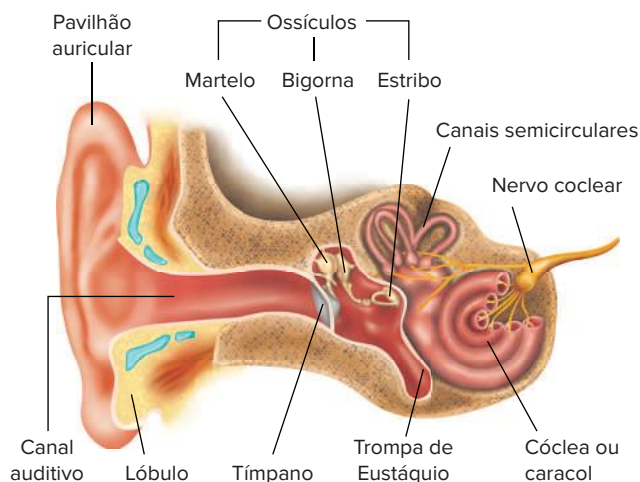
! Atenção

No esquema anterior, podemos observar que os chamados sons estão apenas na faixa de 20 Hz a 20 kHz. Ondas mecânicas cujas frequências são menores do que 20 Hz são chamadas, do ponto de vista antropocêntrico, de **infrassons**. Da mesma forma, ondas mecânicas cuja frequência está acima de 20 kHz são denominadas **ultrassons**, não sendo identificadas pelos seres humanos e, portanto, não sendo classificadas como ondas sonoras.

É importante observar que há animais que são capazes de identificar ondas de frequência inferior a 20 Hz, como baleias e hipopótamos, ou superior a 20 kHz, como morcegos, sendo, portanto, sons audíveis para esses seres.

Mecânica simplificada da audição humana

O esquema abaixo mostra as principais estruturas do sistema auditivo humano. As ondas sonoras vindas do meio externo penetram no crânio pela orelha externa, sendo conduzidas pelo canal auditivo até atingir uma membrana elástica denominada **tímpano**.



Representação esquemática do sistema auditivo humano. (Elementos representados fora de escala. Cores fantasia.)

O tímpano passa a vibrar em sintonia com as ondas sonoras recebidas, provocando a oscilação de minúsculas estruturas ósseas que transmitem as vibrações sonoras para dentro da orelha interna, onde, por meio de outras etapas mais sofisticadas, são transformadas em estímulos elétricos que serão direcionados ao cérebro, onde serão decodificados possibilitando aos seres humanos a capacidade de interpretação sonora do mundo exterior.

Características importantes das ondas sonoras

Como mencionamos anteriormente, a elasticidade do meio é uma das características importantes que influenciam na propagação das ondas sonoras. Além disso, as ondas sonoras, como todas as ondas mecânicas, passam pelos mesmos fenômenos como reflexão, refração, difração e interferência. Abordaremos de forma simplificada esses fenômenos.

Velocidade de propagação das ondas sonoras

Uma das variáveis que influenciam a propagação das ondas sonoras é a temperatura do meio. A relação entre a velocidade e a temperatura é dada pela seguinte relação:

$$v_{\text{som}} = \sqrt{k \cdot T}$$

em que T é a temperatura do meio, em kelvins, e k é a constante que depende de diferentes propriedades do meio analisado.

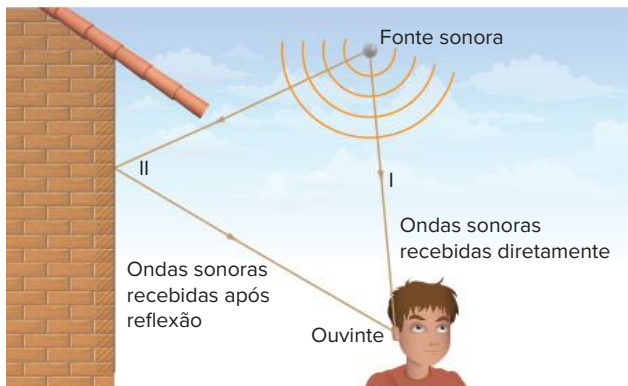
A tabela a seguir mostra a velocidade de propagação do som em diferentes meios.

Meio	Velocidade (m/s)
Ar (0 °C)	331
Hélio	965
Água (0 °C)	1402
Água salgada	1522
Alumínio	6420
Aço	5941
Granito	6000

Fonte: HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, J. *Fundamentos de Física: Gravitação, ondas e termodinâmica*, vol. 2, 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

Reflexão de ondas sonoras

A reflexão de ondas sonoras segue a mesma análise que fizemos anteriormente para a reflexão de ondas mecânicas. No entanto, como as ondas sonoras estão relacionadas à audição humana, há alguns efeitos interessantes associados à reflexão que merecem destaque.



Esquema simplificado representando o percurso das ondas sonoras que chegam ao ouvinte.

A audição humana é capaz de interpretar diferenças entre ondas sonoras que chegam às orelhas em intervalos de tempo superiores a 0,1 s, em média. Assim, quando ondas sonoras emitidas por uma fonte refletem em um obstáculo e chegam às orelhas, elas se encontram com as ondas sonoras recebidas diretamente dessa fonte. Dependendo do intervalo de tempo entre a recepção das ondas diretas e das ondas refletidas, teremos:

- **Reforço sonoro:** caso a diferença de tempo seja muito menor do que 0,1 s.
- **Reverberação:** caso a diferença de tempo seja menor do que 0,1 s, mas próximo desse valor.
- **Eco:** caso a diferença de tempo seja maior do que 0,1 s. Quanto maior a diferença, mais facilmente o eco é percebido.

Estabelecendo relações

Ecocalização e audição tridimensional

A audição dos diferentes seres vivos pode ser muito diversa. Há alguns animais, por exemplo, que conseguem captar sons com intervalos muito menores do que 0,1 s, diferenciando-os completamente. Ou seja, o que para os seres humanos é percebido como reforço sonoro ou às vezes não é percebido, para alguns animais é eco. E isso permite que eles utilizem isso para se localizar enquanto se deslocam, desviando de obstáculos ou mesmo localizando suas presas ou predadores. É o caso de morcegos, golfinhos e certas espécies de corujas.

Em algumas espécies de corujas, a penugem da face forma uma espécie de concha esférica. Isso, associado à assimetria de entradas do som em sua caixa craniana, permite que esses animais consigam localizar suas presas com precisão tridimensional, avaliando a posição e a distância em que se encontram, inclusive no escuro.



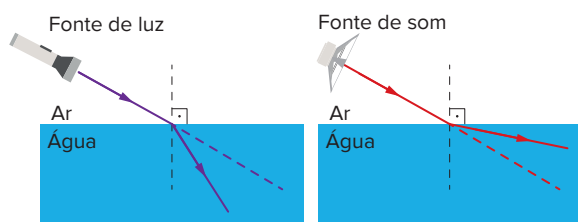
A coruja-das-torres (*Tyto furcata*), ou suindara, é capaz de localizar suas presas e voar até elas, mesmo na escuridão da noite na mata.

Refração de ondas sonoras

A refração de ondas sonoras segue a mesma lógica da refração de ondas que estudamos anteriormente. Assim, quando há incidência oblíqua à superfície, haverá alteração da direção de propagação, ou seja, desvio.

No entanto, cabe salientar que as ondas sonoras têm comportamento diferente das ondas luminosas com relação à velocidade. Meios mais densos tendem a permitir a propagação das ondas sonoras em maiores velocidades, se desconsiderarmos outros efeitos, como a temperatura.

Assim, é comum que, na refração de ondas sonoras, o desvio da trajetória de propagação seja oposto ao que se verificaria com ondas luminosas incidindo no mesmo ângulo. Vejamos um exemplo:



Diferença de desvios na trajetória de ondas luminosas e ondas sonoras ao se refratarem na interface do ar com a água, sob mesmo ângulo de incidência e à mesma temperatura.

Difração de ondas sonoras no cotidiano

O fenômeno da difração ocorre quando ondas encontram obstáculos à sua frente e os contornam ou transpõem. A difração pode causar alteração na forma das frentes de onda e esse efeito é tanto mais pronunciado quanto mais próximos são os tamanhos dos obstáculos e os comprimentos de onda das ondas incidentes.

No caso das ondas sonoras, sabemos que os seus limites de frequência são 20 Hz e 20 000 Hz. À temperatura média do ar em torno de 15 °C, os sons se propagam a uma velocidade aproximada de 340 m/s. Dessa forma, podemos estabelecer os limites de comprimento de onda associados aos sons:

- **Mínimo:** $\lambda_{\text{mín}} = \frac{v_{\text{som}}^{\text{ar}}}{f_{\text{máx}}} \Rightarrow \lambda_{\text{mín}} = \frac{340}{20000}$
 $\lambda_{\text{mín}} = 0,017 \text{ m}$ ou 17 mm
- **Máximo:** $\lambda_{\text{máx}} = \frac{v_{\text{som}}^{\text{ar}}}{f_{\text{mín}}} \Rightarrow \lambda_{\text{máx}} = \frac{340}{20} \Rightarrow \lambda_{\text{máx}} = 17 \text{ m}$

As dimensões de muitos objetos do nosso entorno cotidiano correspondem a esse intervalo de comprimentos de onda. Por essa razão, a difração é muito comum no dia a dia.



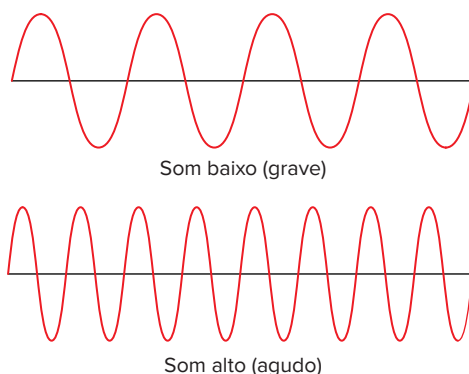
O menino consegue ouvir a voz da pessoa do outro lado da cerca, mas não consegue vê-la. As dimensões da cerca favorecem a difração do som, mas não da luz.

Características fisiológicas dos sons

Os sons apresentam especificidades que permitem classificá-los de diferentes maneiras. Algumas dessas características são a **altura**, a **intensidade** e o **timbre**.

Altura dos sons

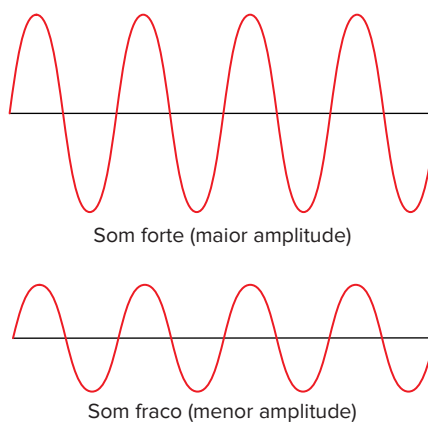
A **altura** é a diferenciação de sons por sua **frequência**. Comparando dois sons de diferentes frequências entre si, é possível rotulá-los como **graves** (baixa frequência) ou **agudos** (alta frequência). Vejamos a diferença, quando comparamos duas ondas sonoras de mesma amplitude entre si:



Representação de sons de mesma amplitude e frequências diferentes.

Intensidade dos sons

A **intensidade** é outra característica dos sons que permite classificá-los como **fracos** (baixa intensidade) ou **fortes** (alta intensidade). De forma simplificada, ignorando outros fatores, como a frequência, a intensidade sonora pode ser associada à amplitude da onda sonora. Assim, podemos comparar duas ondas sonoras de mesma frequência:



Representação de sons de mesma frequência e amplitudes diferentes.

! Atenção

No cotidiano, é comum associar a intensidade do som ao volume de um aparelho sonoro, utilizando expressões como “abaixar o volume” para indicar a diminuição da intensidade sonora. Conseqüentemente, confunde-se sons baixos (baixa frequência) com sons fracos (baixo volume ou baixa intensidade) e vice-versa. A altura dos sons, no entanto, associa-se apenas à frequência.

Saiba mais

Escalas, notas e intervalos musicais

De forma simplificada, os sons musicais são aqueles harmoniosos à audição humana e estão associados a vibrações periódicas. No entanto, a definição de som harmonioso perpassa aspectos culturais, pois o que parece harmonioso para um grupo humano pode não ser para outro.

As definições das notas musicais, por exemplo, são construções culturais e que se modificaram ao longo da história da música. O sistema auditivo humano consegue distinguir com certa facilidade sons com frequência de 440 Hz. Esse som corresponde à nota Lá na chamada **escala natural** ou **diatônica**, cujas frequências das notas são dadas em termos da razão com a nota Dó. O quadro a seguir apresenta as relações que configuram a escala natural:

Razão	Dó	Ré	Mi	Fá	Sol	Lá	Si
$\frac{f}{f_{Dó}}$	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$

Fonte: https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem1_2003/991828Giorgia-MansanaresF809_RF09_0.pdf. Acesso em: 17 jan. 2022.

Já o termo **oitava** corresponde ao intervalo entre duas frequências harmônicas consecutivas, ou seja, uma dada nota musical se encontra “uma oitava acima” de outra se suas frequências obedecem à razão $\frac{f_2}{f_1} = 2$.

As notas musicais descritas acima integram o sistema de notação musical ocidental, cujo menor intervalo é o **semitom**. Existem muitos outros sistemas além desse, que utilizam intervalos musicais diferentes, chamados de microtons. Na música carnática do sul da Índia, por exemplo, utiliza-se os *srutis*, intervalos menores do que o semitom. Já em alguns países da África, como Uganda e regiões da Angola, utiliza-se um sistema equitonal, em que o intervalo entre notas sucessivas é idêntico.

Nível de intensidade sonora

Ao se propagarem, as ondas transportam energia, que se distribui no espaço. Estudamos anteriormente que essa densidade espacial de energia é denominada **intensidade**.

Os sons que chegam ao sistema auditivo podem apresentar quantidades variadas de energia. O valor mínimo de intensidade percebido pelos seres humanos em um ambiente silencioso é chamado de **limiar de audição**, e seu valor médio é de $I_{\text{limiar}} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ quando medido para frequência de 1 kHz. Esses sons são muito fracos e praticamente imperceptíveis à maioria das pessoas.

Já sons que apresentam intensidades próximas de $I_{\text{máx}} = 1 \text{ W/m}^2$ são muito fortes, podendo causar dor e danos permanentes à audição humana. Essa intensidade é denominada **limiar de dor**.

Atenção

Os limiares de audição e de dor são diferentes para cada faixa de frequência.

Experimentalmente verificou-se que a percepção humana de intensidade dos sons não corresponde exatamente à intensidade das ondas sonoras recebidas pela orelha externa. A relação matemática que mais se ajusta à relação entre a intensidade dos sons recebidos e à percepção de intensidade é logarítmica e dada por uma grandeza denominada **sonoridade** ou **nível de intensidade sonora** (β):

$$\beta = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

em que I é a intensidade dos sons recebidos e I_0 é o limiar de audição.

A unidade de intensidade sonora no Sistema Internacional é o bel (B). Porém, por razões práticas, utilizamos o submúltiplo dessa unidade, o **decibel (dB)**, daí o fator 10 presente na equação.

A tabela a seguir apresenta os valores de nível de intensidade sonora, em decibels, associadas a algumas atividades cotidianas.

Fonte	$\frac{I}{I_0}$	β (dB)	Observação
Respiração normal	10^0	0	Limiar de audição
Murmúrio (a 5 m)	10^2	20	
Biblioteca	10^3	30	Muito silencioso
Conversa normal (a 1 m)	10^5	50	Silencioso
Tráfego pesado	10^6	60	
Escritório barulhento; fábricas em geral	10^7	70	
Caminhão pesado	10^8	80	
Construção civil (ruído a 3 m)	10^{10}	100	
Show de rock com amplificadores (a 2 m)	10^{11}	110	
Decolagem de jato (a 60 m)	10^{12}	120	Limiar de audição dolorosa

Fonte: CESAD. *Ondas sonoras*. Aula 4. Página 85. Disponível em: https://cesad.ufs.br/ORBI/public/upload/Catalago/15160916022012Fisica_C_Aula_4.pdf. Acesso em: 18 jan. 2022.

Exercício resolvido

1. **Unioeste-PR 2018** O Conselho Nacional de Trânsito (Contran) recentemente alterou a resolução que regulamentava o valor do nível sonoro permitido que poderia ser emitido por um veículo automotor. A norma antiga, no seu artigo primeiro, diz o seguinte:

“A utilização, em veículos de qualquer espécie, de equipamento que produza som só será permitida, nas vias terrestres abertas à circulação, em nível sonoro não superior a 80 decibéis, medido a 7 metros de distância do veículo” (BRASIL, 2006).

Fonte: BRASIL, Min. das Cidades. CONTRAN - Conselho Nacional de Trânsito. Resolução nº 204, de 20-10-2006 regulamenta o volume e a frequência dos sons produzidos por equipamentos utilizados em veículos. p. 1-4, out. 2006.

Considerando-se um alto-falante como uma fonte pontual e isotrópica de som, que emite ondas sonoras esféricas, assinale a alternativa correta que indica a potência mínima que ele deve possuir para produzir um nível sonoro de 80 decibéis a 7 metros de distância.

▶ **Dados:** Limiar de audibilidade $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ e $\pi = 3$.

- a) $5,88 \cdot 10^{-2} \text{ W}$.
- b) $11,76 \cdot 10^{-2} \text{ W}$.
- c) $2,94 \cdot 10^{-2} \text{ W}$.
- d) $3,14 \cdot 10^{-2} \text{ W}$.
- e) $5,60 \cdot 10^{-2} \text{ W}$.

Resolução:

A intensidade sonora correspondente a 80 dB é:

$$\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$80 = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$$

$$\frac{I}{10^{-12}} = 10^8$$

$$I = 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

Assumindo que o som se propaga uniformemente nas três direções, temos:

$$I = \frac{P}{S_{\text{esf}}} \Rightarrow 10^{-4} = \frac{P}{4\pi \cdot R^2}$$

$$P = 4 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 10^{-4}$$

$$P = 5,88 \cdot 10^{-2} \text{ W}$$

Resposta: alternativa **a**.

Timbre sonoro

O timbre muitas vezes é chamado simplificada de **assinatura acústica** da fonte sonora. Essa denominação, embora não seja muito precisa, tem fundamento. Quando uma determinada fonte sonora emite determinado som, são emitidas ondas sonoras de frequências específicas características da fonte sonora, junto com esse som principal.

Isso é facilmente percebido nas vozes humanas e sons de instrumentos musicais, por exemplo. Não é à toa que conseguimos identificar, com boa chance de acerto, uma pessoa por sua voz ou um instrumento musical, mesmo sem vê-lo, apenas ouvindo o som que ele emite. Os identificadores vocais por comando de voz baseiam-se nessa característica dos sons.

Para ilustrar um pouco mais, o diagrama abaixo mostra, de maneira simples, uma mesma nota musical sendo emitida por diversas fontes. Comparemos as formas de onda emitidas e percebamos suas semelhanças e diferenças.



Uma mesma nota musical emitida por diferentes instrumentos musicais.

Comparando as formas de onda emitidas por cada instrumento na figura anterior, podemos perceber que elas apresentam a mesma frequência principal, indicando que se trata da mesma nota musical. Mas elas são diferentes entre si. Isso se deve à formação dos chamados harmônicos característicos da fonte emissora. A essa “assinatura acústica” chamamos **timbre**. Falaremos mais sobre harmônicos a seguir.

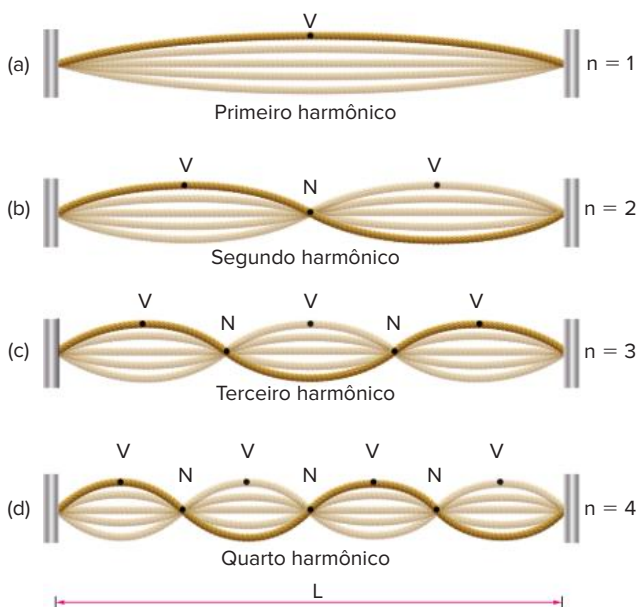
Cordas vibrantes

As cordas elásticas constituem fontes sonoras bastante simples que nos permitem entender o conceito de harmônicos como mencionamos anteriormente. Como vimos no capítulo anterior, quando ondas são geradas nessas cordas, devido à reflexão e à interferência entre ondas incidentes e refletidas, formam-se padrões estacionários. No entanto, esses padrões não se configuram para qualquer frequência, mas apenas para frequências múltiplas da frequência original da fonte oscilante. São o que chamamos de **frequências harmônicas** ou **harmônicos**.

Vamos analisar dois casos: cordas presas nas duas extremidades e que são percutidas ou tocadas em seu centro e cordas presas em apenas uma extremidade, com a outra extremidade livre para oscilar.

Cordas presas nas duas extremidades

Nesse caso, quando padrões estacionários são formados, as duas extremidades da corda constituirão sempre nós. Assim, teremos os seguintes quatro primeiros harmônicos:



Padrão de interferência para cordas presas nas duas extremidades.

Observe que os harmônicos podem ser identificados pela quantidade de fusos formados, ou seja, 1º harmônico – 1 fuso, 2º harmônico – 2 fusos, e assim por diante. A amplitude das ondas estacionárias é muito menor do que o comprimento da corda, que é elástica. Assim, podemos dizer que, em todos os casos, o comprimento da corda é constante, assim como a velocidade das ondas que viajam por ela. Dessa forma, podemos equacionar os harmônicos obtidos:

1º harmônico:

$$L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2 \cdot L \Rightarrow v = \lambda_1 \cdot f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{v}{\lambda_1}$$

$$f_1 = \frac{v}{2 \cdot L}$$

2º harmônico:

$$L = 2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2 \cdot L}{2} \Rightarrow v = \lambda_2 \cdot f_2$$

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} \Rightarrow f_2 = \frac{2 \cdot v}{2 \cdot L}$$

3º harmônico:

$$L = 3 \cdot \frac{\lambda_3}{2} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2 \cdot L}{3} \Rightarrow v = \lambda_3 \cdot f_3$$

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} \Rightarrow f_3 = \frac{3 \cdot v}{2 \cdot L}$$

4º harmônico:

$$L \Rightarrow 4 \cdot \frac{\lambda_4}{2} \Rightarrow \lambda_4 \Rightarrow \frac{2 \cdot L}{4} \Rightarrow v = \lambda_4 \cdot f_4$$

$$f_4 = \frac{v}{\lambda_4} \Rightarrow f_4 = \frac{4 \cdot v}{2 \cdot L}$$

Genericamente, podemos estender esse raciocínio para o harmônico de ordem N:

$$L = N \cdot \frac{\lambda_N}{2} \Rightarrow \lambda_N = \frac{2 \cdot L}{N} \Rightarrow v = \lambda_N \cdot f_N \Rightarrow f_N = \frac{v}{\lambda_N}$$

$$f_N = \frac{N \cdot v}{2 \cdot L}$$

em que $N = 0, 1, 2, 3, \dots$ (ou seja, números inteiros).

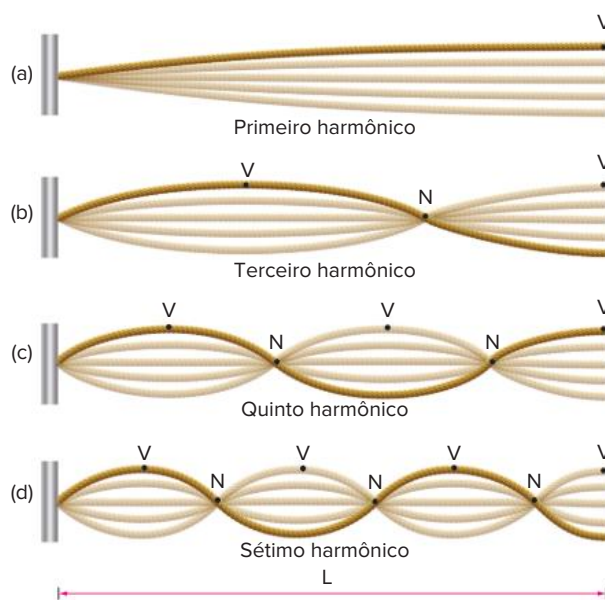
Cordas presas em apenas uma extremidade

Uma maneira simples de obtermos essa montagem é utilizarmos um diapasão ou um sistema vibratório preso a uma extremidade da corda, enquanto a outra extremidade é presa a um anel que pode oscilar preso a uma haste vertical, como na figura abaixo.



Corda com uma extremidade livre oscila verticalmente conectada a uma haste.

Nesse caso, na extremidade presa à fonte vibratória teremos sempre um **nó**, já na extremidade livre haverá sempre um **ventre**. Isso limita os harmônicos que poderão ser formados aos múltiplos ímpares da frequência de oscilação da fonte. Vejamos:



Padrão de interferência para cordas presas em uma das extremidades.

Equacionando os harmônicos:

1º harmônico:

$$L = \frac{\lambda_1}{4} \Rightarrow \lambda_1 = 4 \cdot L \Rightarrow v = \lambda_1 \cdot f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{v}{\lambda_1}$$

$$f_1 = \frac{v}{4 \cdot L}$$

3º harmônico:

$$L = 3 \cdot \frac{\lambda_3}{4} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{4 \cdot L}{3} \Rightarrow v = \lambda_3 \cdot f_3$$

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} \Rightarrow f_3 = \frac{3 \cdot v}{4 \cdot L}$$

5º harmônico:

$$L = 5 \cdot \frac{\lambda_5}{4} \Rightarrow \lambda_5 = \frac{4 \cdot L}{5} \Rightarrow v = \lambda_5 \cdot f_5$$

$$f_5 = \frac{v}{\lambda_5} \Rightarrow f_5 = \frac{5 \cdot v}{4 \cdot L}$$

7º harmônico:

$$L = 7 \cdot \frac{\lambda_7}{4} \Rightarrow \lambda_7 = \frac{4 \cdot L}{7} \Rightarrow v = \lambda_7 \cdot f_7$$

$$f_7 = \frac{v}{\lambda_7} \Rightarrow f_7 = \frac{7 \cdot v}{4 \cdot L}$$

Genericamente, podemos estender esse raciocínio para o harmônico de ordem N:

$$L = N \cdot \frac{\lambda_N}{4} \Rightarrow \lambda_N = \frac{4 \cdot L}{N} \Rightarrow v = \lambda_N \cdot f_N \Rightarrow f_N = \frac{v}{\lambda_N}$$

$$f_N = \frac{N \cdot v}{4 \cdot L}$$

em que $N = 1, 3, 5, 7, \dots$ (ou seja, números inteiros e ímpares).

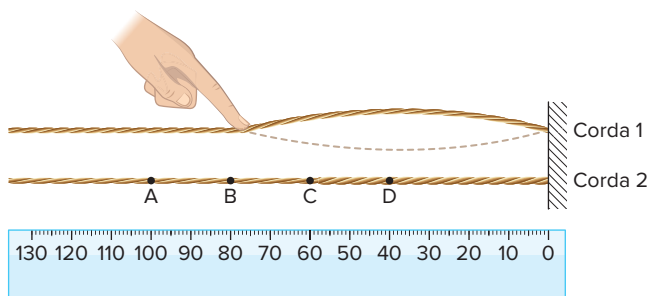
Observamos também que, em ambos os casos, a frequência do harmônico de ordem N é igual a um múltiplo da frequência fundamental $f_N = N \cdot f_1$, em que N assume os valores mencionados acima em cada caso.

! Atenção

O harmônico de ordem 1 é chamado também de harmônico fundamental.

Exercícios resolvidos

2. Acafe-SC 2015 Um professor de Física, querendo ensinar ondas estacionárias aos seus alunos, construiu um experimento com duas cordas, como mostra a figura. Pressionou a corda 1 a 80 cm do ponto fixo e, tocando na corda, criou o primeiro harmônico de uma onda estacionária. Sabendo que a frequência conseguida na corda 1 é 440 Hz, e que a velocidade da onda na corda 2 é o dobro da velocidade da onda na corda 1, determine a posição que alguém deverá pressionar a corda 2 para conseguir o primeiro harmônico de uma onda estacionária com o dobro da frequência conseguida na corda 1.



A alternativa **correta** é:

- a) C. c) B.
b) A. d) D.

Resolução:

O primeiro harmônico é obtido quando há somente um ventre, ou seja:

$$L = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2 \cdot L = 2 \cdot 80 \Rightarrow \lambda = 160 \text{ cm}$$

$$v_1 = \lambda \cdot f = 1,6 \cdot 440 \Rightarrow v_1 = 704 \text{ m/s}$$

Do enunciado, $v_2 = 2 \cdot v_1 = 1408 \text{ m/s}$ e

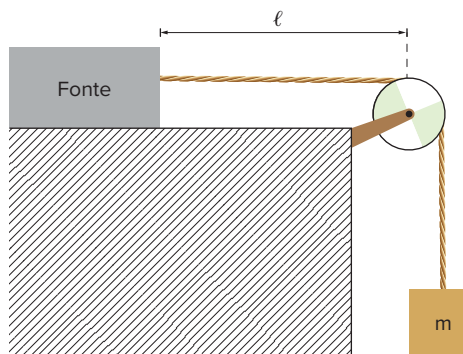
$$f_2 = 2 \cdot f_1 = 880 \text{ Hz}$$

$$v_2 = \lambda_2 \cdot f_2 \Rightarrow 1408 = \lambda_2 \cdot 880 \Rightarrow \lambda_2 = 160 \text{ cm}$$

$$L_2 = \frac{160}{2} \Rightarrow L_2 = 80 \text{ cm}$$

Resposta: alternativa **c**.

3. Esc. Naval-RJ 2020 No esquema da figura abaixo, uma fonte coloca uma corda a vibrar, no modo fundamental, com uma frequência de 200 Hz. Considere que a corda seja inextensível e a polia ideal. Considere ainda que a massa do bloco nessa situação seja 4 kg e a distância ℓ igual a 50 cm.



Quadruplicando a massa do bloco, qual seria a nova frequência de oscilação se a corda fosse posta a vibrar novamente no modo fundamental?

► **Dado:** $g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) 100 Hz d) 400 Hz
b) 200 Hz e) 500 Hz
c) 300 Hz

Resolução:

Do equilíbrio translacional do bloco, temos que $T = P$. Sendo assim, ao quadruplicar a massa do bloco, a tração será quadruplicada:

$$v_1 = \sqrt{\frac{T}{\mu}}; v_2 = \sqrt{\frac{4T}{\mu}}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow v_2 = 2 \cdot v_1$$

Para o modo fundamental, $L = \frac{\lambda}{2}$. Como em ambos os casos o comprimento da corda permanece o mesmo, o comprimento da onda também será preservado.

Sendo assim:

$$\lambda_1 = \lambda_2$$

$$\frac{v_1}{f_1} = \frac{v_2}{f_2} = \frac{2 \cdot v_1}{f_2}$$

$$\frac{1}{200} = \frac{2}{f_2}$$

$$f_2 = 400 \text{ Hz}$$

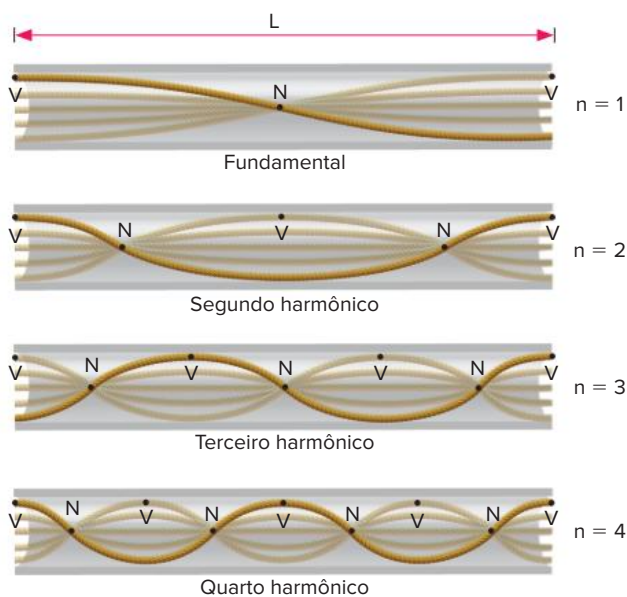
Resposta: alternativa **d**.

Colunas de ar vibrante: tubos sonoros

Podemos obter padrões estacionários à semelhança do que obtivemos em cordas tensionadas, fazendo vibrar a coluna de ar no interior de tubos. Tais tubos podem apresentar as duas extremidades abertas ou uma delas fechada. As frequências harmônicas dependerão do comprimento do tubo e da velocidade com que as ondas se propagam na coluna de ar.

Tubos abertos

Chamamos de tubos abertos quando as duas extremidades são abertas. Nesse caso, temos a formação de ventres nas duas extremidades. Os nós se formarão dentro do tubo entre as extremidades. Consideramos o comprimento do tubo como sendo constante, assim como a velocidade das ondas sonoras no ar em seu interior. Vejamos esquematicamente como isso funciona.



Padrão de interferência para ondas em tubos abertos nas duas extremidades.

Equacionando os harmônicos, teremos:

1º harmônico:

$$L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2 \cdot L \Rightarrow v = \lambda_1 \cdot f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{v}{\lambda_1}$$

$$f_1 = \frac{v}{2 \cdot L}$$

Por analogia, podemos perceber que a sequência dos harmônicos é semelhante à da corda presa em ambas as extremidades devido à simetria.

Genericamente, podemos estender esse raciocínio para o harmônico de ordem N:

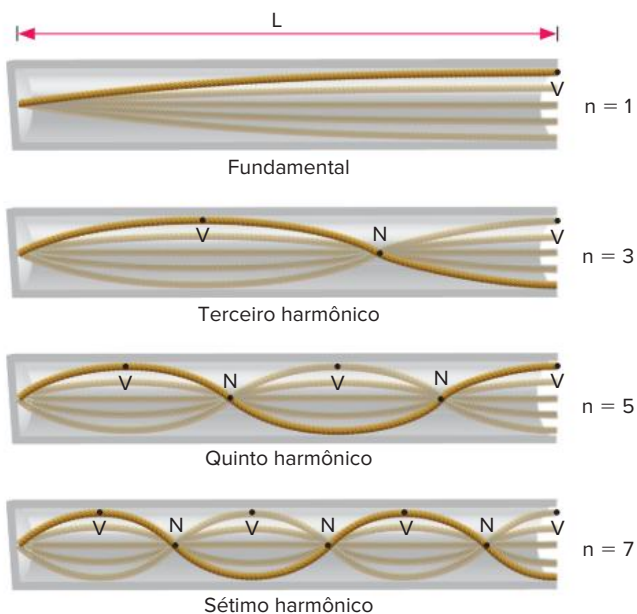
$$L = N \cdot \frac{\lambda_N}{2} \Rightarrow \lambda_N = \frac{2 \cdot L}{N} \Rightarrow v = \lambda_N \cdot f_N \Rightarrow f_N = \frac{v}{\lambda_N}$$

$$f_N = \frac{N \cdot v}{2 \cdot L}$$

em que $N = 0, 1, 2, 3, \dots$ (ou seja, números inteiros).

Tubos fechados

Chamamos de tubos fechados quando apenas uma de suas extremidades é fechada, sendo a outra aberta. Nesse caso, na extremidade fechada forma-se um nó da onda estacionária, enquanto na extremidade aberta tem-se um ventre.



Padrão de interferência para ondas em tubos abertos em apenas uma das extremidades.

Equacionando os harmônicos:

1º harmônico:

$$L = \frac{\lambda_1}{4} \Rightarrow \lambda_1 = 4 \cdot L \Rightarrow v = \lambda_1 \cdot f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{v}{\lambda_1}$$

$$f_1 = \frac{v}{4 \cdot L}$$

Por analogia, podemos perceber que a sequência dos harmônicos é semelhante à da corda presa em apenas uma de suas extremidades. Genericamente, podemos estender esse raciocínio para o harmônico de ordem N:

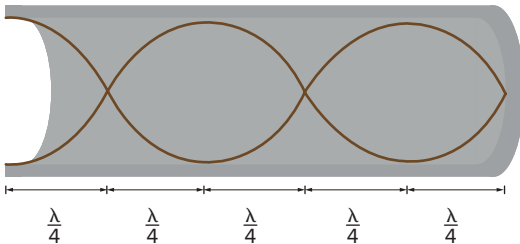
$$L = N \cdot \frac{\lambda_N}{4} \Rightarrow \lambda_N = \frac{4 \cdot L}{N} \Rightarrow v = \lambda_N \cdot f_N \Rightarrow f_N = \frac{v}{\lambda_N}$$

$$f_N = \frac{N \cdot v}{4 \cdot L}$$

em que $N = 1, 3, 5, 7, \dots$ (ou seja, números inteiros e ímpares).

Exercícios resolvidos

4. Tratando-se de ondas sonoras, é possível obter ondas estacionárias com configurações diferentes das observadas nos exercícios anteriores, tal como na figura a seguir.



Sabendo que tal onda oscila a 6800 hertz e que a velocidade do som nesse meio vale 340 m/s, obtenha o comprimento desse tubo.

Resolução:

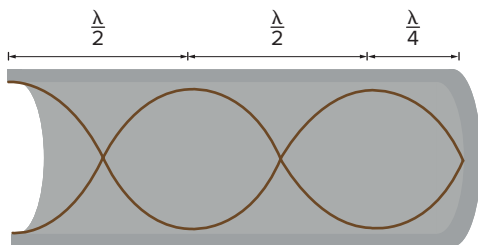
Da equação fundamental da Ondulatória, temos:

$$v = \lambda \cdot f$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{6800} \Rightarrow \lambda = 0,05 \text{ m}$$

$$\lambda = 5 \text{ cm}$$

A distância entre dois nós sucessivos corresponde a meio comprimento de onda. Sendo assim:



$$L = \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{4}$$

$$L = \frac{5}{4} \cdot 5$$

$$\lambda = 6,25 \text{ cm}$$

5. **Udesc 2015** Dois tubos sonoros de mesmo comprimento se diferem pela seguinte característica: o primeiro é aberto nas duas extremidades e o segundo é fechado em uma das extremidades. Considerando que a temperatura ambiente seja de 20 °C e a velocidade do som igual a 344 m/s, assinale a alternativa que representa a razão entre a frequência fundamental do primeiro tubo e a do segundo tubo.

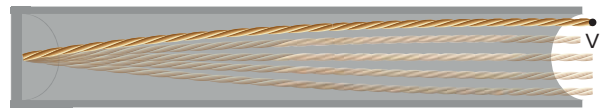
- 2,0
- 1,0
- 8,0
- 0,50
- 0,25

Resolução:

O comprimento do tubo aberto é igual à metade do comprimento de onda da fundamental, enquanto o tubo semiaberto terá o comprimento que é $\frac{1}{4}$ do comprimento de onda, como pode ser observado na figura a seguir:



Tubo aberto



Tubo semiaberto

Sendo assim, temos:

$$L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2L$$

$$L = \frac{\lambda_2}{4} \Rightarrow \lambda_2 = 4L$$

Como a velocidade do som é igual para os 2 tubos, temos:

$$v_1 = v_2 \Rightarrow \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2 \Rightarrow 2L \cdot f_1 = 4L \cdot f_2$$

$$\frac{f_1}{f_2} = 2,0$$

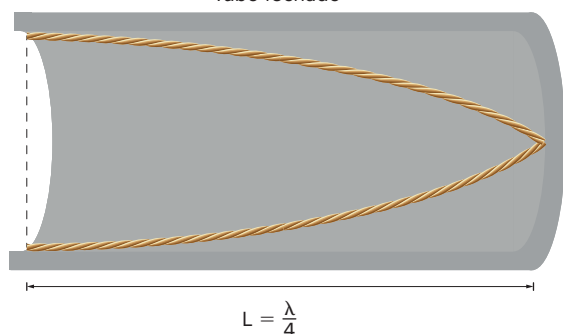
Resposta: alternativa **a**.

6. **Fuvest-SP 2013** Uma flauta andina, ou flauta de pã, é constituída por uma série de tubos de madeira, de comprimentos diferentes, atados uns aos outros por fios vegetais. As extremidades inferiores dos tubos são fechadas. A frequência fundamental de ressonância em tubos desse tipo corresponde ao comprimento de onda igual a 4 vezes o comprimento do tubo. Em uma dessas flautas, os comprimentos dos tubos correspondentes, respectivamente, às notas Mi (660 Hz) e Lá (220 Hz) são, aproximadamente,
- 6,6 cm e 2,2 cm.
 - 22 cm e 5,4 cm.
 - 12 cm e 37 cm.
 - 50 cm e 1,5 m.
 - 50 cm e 16 cm.

► **Note e adote:** A velocidade do som no ar é igual a 330 m/s.

Resolução:

Tubo fechado



Temos que, pela equação fundamental da Ondulatória:
Nota Mi:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow 330 = \lambda \cdot 600 \Rightarrow \lambda = 0,5 \text{ m}$$

$$L = \frac{\lambda}{4} = \frac{0,5}{4} \Rightarrow L = 0,125 \text{ m} \Rightarrow L = 12,5 \text{ cm}$$

Nota Lá:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow 330 = \lambda \cdot 220 \Rightarrow \lambda = 1,5 \text{ m}$$

$$L = \frac{\lambda}{4} = \frac{1,5}{4} \Rightarrow L = 0,375 \text{ m} \Rightarrow L = 37,5 \text{ cm}$$

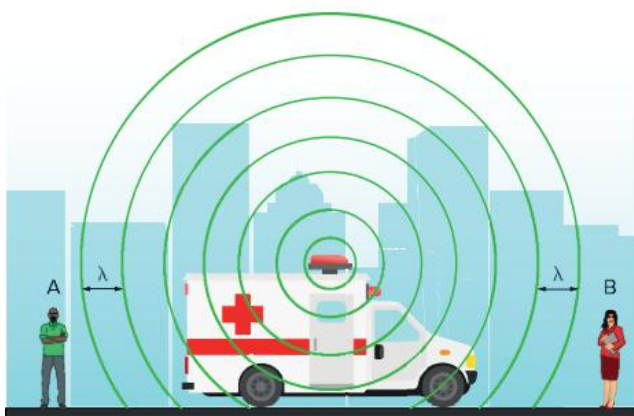
Resposta: alternativa **c**.

Efeito Doppler

Um fenômeno muito interessante que ocorre com ondas sonoras e luminosas é o chamado efeito Doppler. Ele consiste na percepção alterada da frequência das ondas emitida por uma fonte em função do movimento de aproximação ou afastamento entre a fonte e, por exemplo, as pessoas que recebem as ondas (observador ou ouvinte).

Falaremos aqui principalmente do efeito Doppler acústico. Tomemos como exemplo uma pessoa parada numa calçada de uma avenida longa. À distância, a pessoa percebe a aproximação de uma ambulância com a sirene ligada. À medida que a ambulância se aproxima da pessoa, ela percebe que a sirene apresenta tons mais agudos e, ao se afastar, os tons tornam-se mais graves.

A frequência emitida pela sirene é sempre a mesma, como indicado na figura abaixo. Ambas as pessoas (A e B), em repouso em relação à ambulância também parada, perceberão a mesma frequência, igual à emitida pela sirene (fonte das ondas sonoras).

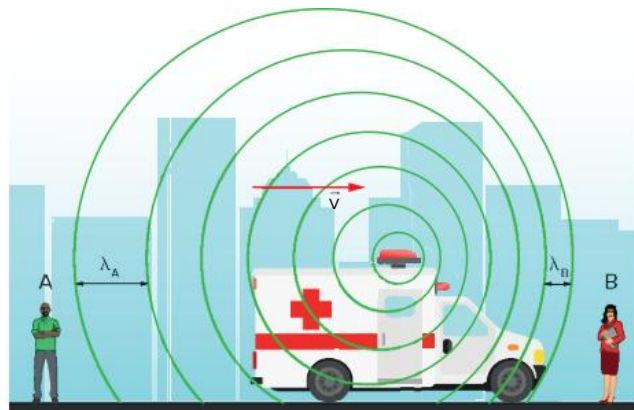


Ouvintes parados e ambulância também parada emitindo sons de frequência constante.

Conforme a ambulância se move afastando-se da pessoa (A), a taxa de recebimento das frentes de onda recebida por essa pessoa diminui, dando-lhe a impressão de que o som da sirene se tornou mais grave.

Já a pessoa (B), para a qual a ambulância se aproxima, perceberá as frentes de onda em maior taxa, dando-lhe a impressão de que o som da sirene ficou mais agudo.

Chamamos essa frequência alterada percebida pelos ouvintes de **frequência aparente** (f_{ap}).



Ouvintes parados e ambulância se movendo, emitindo sons de frequência constante.

Esse efeito será notado se os ouvintes se movimentarem em relação à ambulância também. De forma geral, podemos classificar o efeito Doppler em duas categorias:

- Aproximação relativa ouvinte-fonte: $f_{ap} > f_{real}$ levando à percepção de sons mais agudos.
- Afastamento relativo ouvinte-fonte: $f_{ap} < f_{real}$ levando à percepção de sons mais graves.

É possível demonstrar matematicamente que a relação entre a frequência aparente e a frequência real é dada por:

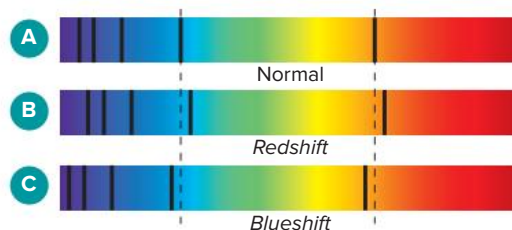
$$\frac{f_{ap}}{f_{real}} = \left(\frac{v_{som} \pm v_{obs}}{v_{som} \pm v_{fonte}} \right)$$

A escolha dos sinais pode ser bastante facilitada utilizando o procedimento de orientarmos a trajetória sempre **da fonte para o observador**. A partir daí, atribuímos os sinais a cada velocidade que aparece na equação.

O efeito Doppler foi descrito inicialmente para fontes luminosas, no caso, estrelas. Quando lidamos com fontes de luz que se aproximam e se afastam do observador, a alteração na frequência recebida provoca alteração na percepção de cores. Assim, temos:

- Aproximação relativa fonte-observador: $f_{ap} > f_{real}$ levando à percepção de tons tendendo para o azul, caracterizando o chamado **blueshift**.
- Afastamento relativo fonte-observador: $f_{ap} < f_{real}$ levando à percepção de tons tendendo para o vermelho, caracterizando o chamado **redshift**.

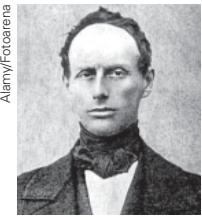
No caso do efeito Doppler óptico, essa percepção somente ocorrerá quando as velocidades forem muito grandes. Por isso esse efeito é verificado em observações astronômicas, mas não em uma ambulância, em que a sirene não mudará de cor.



(A) Linhas de absorção para o sistema de referência. (B) Linhas de absorção para objeto se afastando da Terra, as linhas apresentam desvio em direção ao vermelho (*redshift*). (C) Linhas de absorção para objeto se aproximando da Terra, as linhas apresentam desvio em direção ao azul (*blueshift*).

Saiba mais

Christian Doppler



Retrato de Christian Doppler.

Christian Andreas Doppler (1803-1853) foi um físico austríaco descendente de uma tradicional e bem-sucedida família de pedreiros. Estudou Física e Matemática no Instituto Politécnico de Viena, graduando-se aos 21 anos. Em 1842, em uma palestra que proferiu na Sociedade Acadêmica da

Boêmia, apresentou sua publicação *Sobre a cor da luz das estrelas duplas*, em que explicou o fenômeno de alteração da frequência das ondas de fontes móveis. Esse efeito levaria o seu nome posteriormente, o conhecido efeito Doppler. Em 1850, tornou-se diretor do Instituto de Física na Imperial Universidade de Viena. Em 1851, eleito para a Academia Austríaca de Ciências e professor de Física do Instituto Imperial, chegou a entrevistar um jovem estudante que viria mais tarde marcar profundamente a história da Ciência: Gregor Mendel.

Exercícios resolvidos

7. **Uern 2015** O barulho emitido pelo motor de um carro de corrida que se desloca a 244,8 km/h é percebido por um torcedor na arquibancada com frequência de 1200 Hz. A frequência real emitida pela fonte sonora considerando que a mesma se aproxima do torcedor é de

► **Considere:** velocidade do som = 340 m/s.

- a) 960 Hz. c) 1280 Hz.
b) 1040 Hz. d) 1320 Hz.

Resolução:

A frequência de 1200 Hz é a aparente. Sabendo que o carro se aproxima a uma velocidade de 68 m/s, temos:

$$f_{\text{ap}} = f_{\text{fonte}} \cdot \frac{v_{\text{som}}}{v_{\text{som}} - v_{\text{fonte}}}$$
$$1200 = f_{\text{fonte}} \cdot \frac{340}{340 - 68}$$
$$f_{\text{fonte}} = 960 \text{ Hz}$$

Resposta: alternativa **a**.

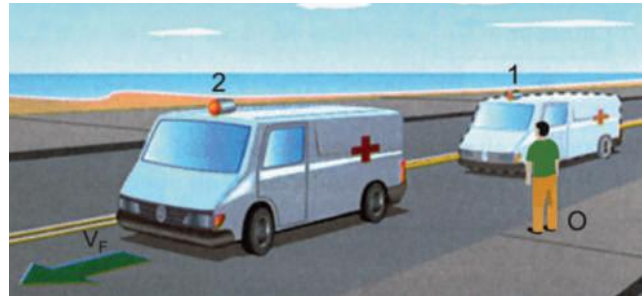


Texto para a próxima questão:

Considere um observador O parado na calçada de uma rua quando uma ambulância passa com a sirene ligada (conforme a figura). O observador nota que a altura do som da sirene diminui repentinamente depois que a ambulância o ultrapassa. Uma observação mais detalhada revela que a altura sonora da sirene é maior quando a ambulância se aproxima do observador e menor quando

a ambulância se afasta. Este fenômeno, junto com outras situações físicas nas quais ele ocorre, é denominado efeito Doppler. (...)

Adaptado de JUNIOR, F. R. *Os Fundamentos da Física*. 8. ed. vol. 2. São Paulo: Moderna, 2003, p. 429



8. **UEPB 2013** Ainda acerca do assunto tratado no texto, que descreve o efeito Doppler, resolva a seguinte situação-problema:

Considere ainda o observador (conforme a figura) parado na calçada munido de um detector sonoro. Quando uma ambulância passa por ele a uma velocidade constante com a sirene ligada, o observador percebe que o som que ele ouvia teve sua frequência diminuída de 1000 Hz para 875 Hz. Sabendo que a velocidade do som no ar é 333,0 m/s, a velocidade da ambulância que passou pelo observador, em m/s, é

- a) 22,2. c) 24,6. e) 36,0.
b) 23,0. d) 32,0.

Resolução:

Deve-se ter atenção às duas frequências fornecidas que são aparentes, visto que em momento algum a ambulância encontra-se em repouso em relação ao observador. Sendo assim, temos que considerar a equação para o efeito Doppler duas vezes, uma para aproximação e outra para afastamento. Para aproximação, temos:

$$f_{\text{ap}} = f_{\text{fonte}} \cdot \frac{v_{\text{som}}}{v_{\text{som}} - v_{\text{fonte}}}$$
$$1000 = f_{\text{fonte}} \cdot \frac{333}{333 - v} \quad (\text{I})$$

Para o afastamento:

$$f_{\text{af}} = f_{\text{fonte}} \cdot \frac{v_{\text{som}}}{v_{\text{som}} + v_{\text{fonte}}}$$
$$875 = f_{\text{fonte}} \cdot \frac{333}{333 + v} \quad (\text{II})$$

Dividindo (I) por (II), temos:

$$\frac{1000}{875} = \frac{\frac{333}{333 - v}}{\frac{333}{333 + v}} = \frac{333 + v}{333 - v}$$

$$1000 \cdot (333 - v) = 875 \cdot (333 + v)$$

$$v = 22,2 \text{ m/s}$$

Resposta: alternativa **a**.

Saiba mais

Quando a fonte de ondas sonoras viaja mais rapidamente do que a velocidade das próprias ondas, formam-se à frente da fonte as chamadas ondas de choque. Na imagem a seguir, a formação das ondas de choque causam o adensamento da água presente na atmosfera, formando nuvens momentâneas.



Imagem de avião rompendo a barreira do som.

Em determinado momento, a fonte ultrapassa essas ondas de choque gerando um violento estrondo conhecido como “quebra da barreira do som”. Dizemos que nesse caso a fonte tem velocidade ultrassônica.

Estabelecendo relações

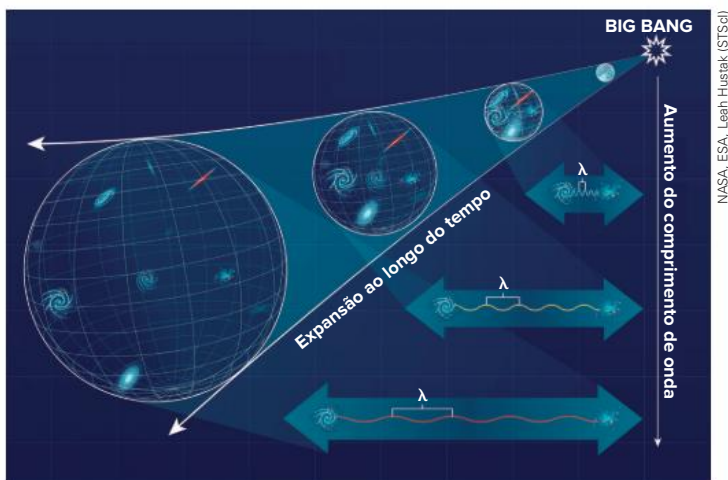
Efeito Doppler e expansão do Universo

O efeito Doppler para a luz foi utilizado por um cientista chamado Edwin P. Hubble para mostrar que o Universo encontra-se em constante expansão.

Ao observar a luz proveniente de diversas estrelas, Hubble percebeu que seus comprimentos de onda sofriam um desvio na direção espectral na direção do vermelho. Isso significava que essa luz provinha de corpos que estavam se afastando em relação à Terra. [...]

Edwin P. Hubble descobriu também uma maneira de calcular a velocidade dessa expansão, e percebeu que quanto mais distante um objeto encontra-se da Terra, mais rápido ele se afasta. [...] elaborando assim uma relação matemática que é conhecida atualmente como lei de Hubble.

O efeito Doppler para a luz. *Universidade Federal do ABC.*
Disponível em: <https://proppg.ufabc.edu.br/mnpef-sites/relatividade-restrita/o-efeito-doppler-relativistico/>.
Acesso em: 18 jan. 2022.



Conforme a luz viaja no Universo em expansão, seu comprimento de onda é “esticado”, desviando-se para o vermelho (*redshift*).

NASA, ESA, Leah Hustak (STScI)

Revisando

1. **EEAR-SP 2018** Um professor de música esbraveja com seu discípulo:

“Você não é capaz de distinguir a mesma nota musical emitida por uma viola e por um violino!”.

A qualidade do som que permite essa distinção à que se refere o professor é a (o)

- altura.
- timbre.
- intensidade.
- velocidade de propagação.

2. **Fatec-SP** Ondas sonoras são compressões e rarefações do meio material através do qual se propagam. Podemos dizer que:

- o som pode propagar-se através do vácuo.
- o som não pode propagar-se através de um sólido.
- o som somente se propaga através do ar.
- as ondas sonoras transmitem-se mais rapidamente através de líquidos e de sólidos do que através do ar.
- para as ondas sonoras não se verificam os fenômenos de interferência nem de difração.

3. **UTFPR 2015** Sobre ondas sonoras, considere as seguintes informações:

- I. Decibel (dB) é a unidade usada para medir a característica do som que é a sua altura.
- II. A frequência da onda ultrassônica é mais elevada do que a da onda sonora.
- III. Eco e reverberação são fenômenos relacionados à reflexão da onda sonora.

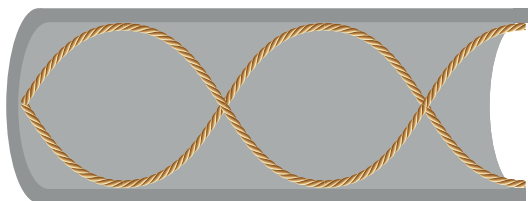
Está correto apenas o que se afirma em:

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) I e III.
- e) II e III.

4. Qual a razão entre as intensidades de sons a 100 dB e 80 dB?

5. Uma corda de 40 cm possui ambas as extremidades fixas. Qual deve ser a velocidade de propagação nesta corda para que o seu segundo harmônico ocorra a 500 Hz?

6. Uma onda estacionária é formada e apresenta o formato a seguir.

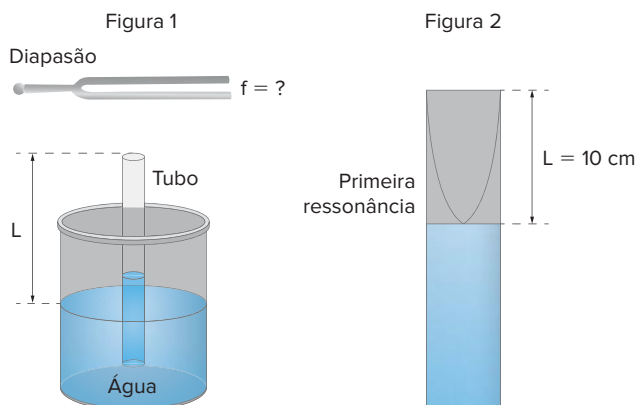


Sabendo que a corda mede 12,5 m, obtenha o comprimento de onda.

7. **UFPR 2018** Uma orquestra é formada por instrumentos musicais de várias categorias. Entre os instrumentos de sopro, temos a flauta, que é, essencialmente, um tubo sonoro aberto nas duas extremidades. Uma dessas flautas tem comprimento $L = 34$ cm. Considere que a velocidade do som no local vale $v_{\text{som}} = 340$ m/s. Levando em consideração os dados apresentados, assinale a alternativa que apresenta corretamente o valor da menor frequência (chamada de frequência fundamental) que essa flauta pode produzir.

- a) 100 Hz.
- b) 250 Hz.
- c) 500 Hz.
- d) 1000 Hz.
- e) 1500 Hz.

8. **Unesp 2016** Um experimento foi feito com a finalidade de determinar a frequência de vibração de um diapasão. Um tubo cilíndrico aberto em suas duas extremidades foi parcialmente imerso em um recipiente com água e o diapasão vibrando foi colocado próximo ao topo desse tubo, conforme a figura 1. O comprimento L da coluna de ar dentro do tubo foi ajustado movendo-o verticalmente. Verificou-se que o menor valor de L , para o qual as ondas sonoras geradas pelo diapasão são reforçadas por ressonância dentro do tubo, foi de 10 cm, conforme a figura 2.

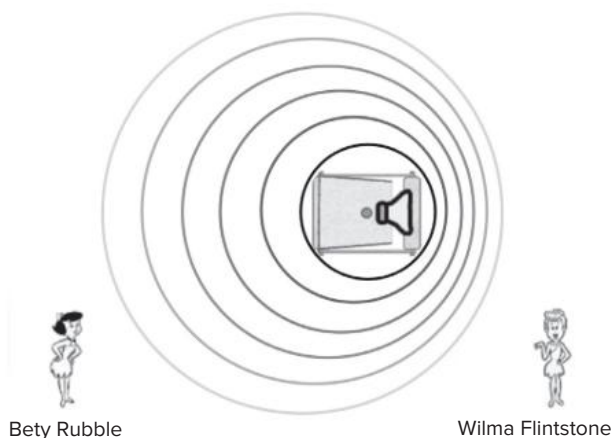


Considerando a velocidade de propagação do som no ar igual a 340 m/s, é correto afirmar que a frequência de vibração do diapasão, em Hz, é igual a

- a) 425.
- b) 850.
- c) 1360.
- d) 3400.
- e) 1700.

9. **Fatec-SP 2019** Para explicar o efeito Doppler, um professor do curso de Mecânica brinca com o uso de personagens de um desenho animado. Ele projeta uma figura do carro de Fred Flintstone no episódio em que ele e Barney Rubble eram policiais. A figura mostra a representação do carro visto de cima se deslocando para a direita com velocidade constante em módulo.

Na figura ainda, ele representa, em outra perspectiva, as personagens Betty Rubble e Wilma Flintstone. Os círculos representam as frentes de ondas sonoras de "YABBA DABBA DOO" emitidas pela sirene.



Considere que as observadoras Betty Rubble e Wilma Flintstone estejam em repouso na posição apresentada na figura.

Em relação ao som emitido do carro de Fred e Barney, é correto afirmar que

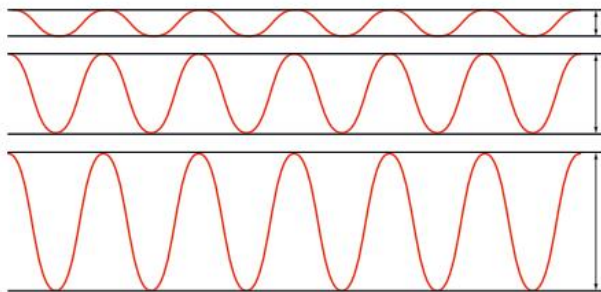
- Wilma o escutará com uma frequência menor que a de Betty.
 - Wilma o escutará com uma frequência maior que a de Betty.
 - Betty o escutará mais intenso que Wilma.
 - Betty o escutará mais agudo que Wilma.
 - Betty o escutará mais alto que Wilma.
10. Com que velocidade um observador precisaria se afastar de um diapasão em repouso que emite a nota Lá (440 Hz) para que seja percebido como um Sol (392 Hz)?

► **Considere:** velocidade do som = 340 m/s

Exercícios propostos

Propriedades e fenômenos de ondas sonoras

1. **EEAR-SP 2017** Analisando a figura do gráfico que representa três ondas sonoras produzidas pela mesma fonte, assinale a alternativa correta para os três casos representados.



- As frequências e as intensidades são iguais.
 - As frequências e as intensidades são diferentes.
 - As frequências são iguais, mas as intensidades são diferentes.
 - As frequências são diferentes, mas as intensidades são iguais.
2. **Enem 2ª aplicação 2016** As notas musicais podem ser agrupadas de modo a formar um conjunto. Esse conjunto pode formar uma escala musical. Dentre as

diversas escalas existentes, a mais difundida é a escala diatônica, que utiliza as notas denominadas *dó, ré, mi, fá, sol, lá* e *si*. Essas notas estão organizadas em ordem crescente de alturas, sendo a nota *dó* a mais baixa e a nota *si* a mais alta.

Considerando uma mesma oitava, a nota *si* é a que tem menor

- amplitude.
- frequência.
- velocidade.
- intensidade.
- comprimento de onda.

3. **Acafe-SC 2015** O ouvido humano é o responsável pelo nosso sentido auditivo. Ele distingue no som três qualidades que são: altura, intensidade e timbre. A altura é a qualidade que permite ao mesmo diferenciar sons graves de sons agudos, dependendo somente da frequência do som.

Considerando os conhecimentos sobre ondas sonoras e o exposto acima, assinale a alternativa **correta** que completa as lacunas das frases a seguir.

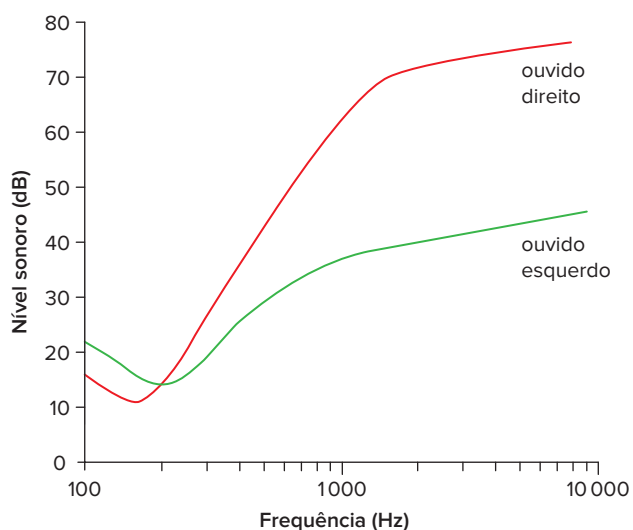
Podemos afirmar que o som será mais _____ quanto _____ for sua frequência.

- grave – maior
- agudo – menor
- agudo – maior
- intenso – maior

4. **Uece** Os termos a seguir estão relacionados às ondas sonoras.
- Volume se refere à intensidade da sensação auditiva produzida por um som e depende da intensidade e da frequência da onda.
 - Altura se refere a uma qualidade da onda que depende somente da sua frequência: quanto menor a frequência maior a altura.
 - Batimento se refere às flutuações na intensidade do som quando há interferência de duas ondas sonoras de mesma frequência.
 - Timbre é uma característica que depende da frequência e da intensidade dos tons harmônicos que se superpõem para formar a onda sonora.

Está correto o que se afirma em

- I e II, apenas.
 - II e III, apenas.
 - III e IV, apenas.
 - I e IV, apenas.
5. **Enem PPL 2013** Visando reduzir a poluição sonora de uma cidade, a Câmara de Vereadores aprovou uma lei que impõe o limite máximo de 40 dB (decibéis) para o nível sonoro permitido após as 22 horas. Ao aprovar a referida lei, os vereadores estão limitando qual característica da onda?
- A altura da onda sonora.
 - A amplitude da onda sonora.
 - A frequência da onda sonora.
 - A velocidade da onda sonora.
 - O timbre da onda sonora.
6. **FGV-RJ** A avaliação audiológica de uma pessoa que apresentava dificuldades para escutar foi realizada determinando-se o limiar de nível sonoro de sua audição (mínimo audível), para várias frequências, para os ouvidos direito e esquerdo separadamente. Os resultados estão apresentados nos gráficos abaixo, onde a escala de frequência é logarítmica, e a de nível sonoro, linear.



A partir desses gráficos, pode-se concluir que essa pessoa

- não escuta um sussurro de 18 dB, **independente** de sua frequência.
- percebe o som da nota musical lá, de 440 Hz, **apenas** com o ouvido esquerdo, independente do nível sonoro.
- é **surda** do ouvido esquerdo.
- escuta os sons de frequências mais altas **melhor** com o ouvido direito do que com o esquerdo.
- escuta **alguns** sons **sussurrados**, de frequência abaixo de 200 Hz, apenas com o ouvido direito.

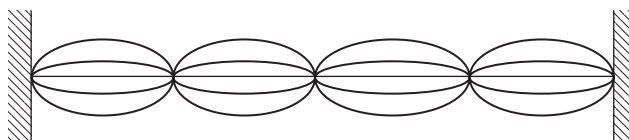
7. Sabendo que a intensidade do limiar auditivo corresponde a 10^{-12} W/m², obtenha a intensidade de um som a 100 dB.
8. O nível sonoro de uma conversação normal é de aproximadamente 50 dB. Quantos decibéis correspondem à intensidade sonora que é o dobro de uma conversação normal?

► Dado: $\log(2) = 0,3$.

9. Sabe-se que o limiar do sistema auditivo humano para se perceber o eco é de 0,1 s. Supondo que para um *show*, as caixas de sons serão distribuídas de forma que ninguém ouça eco em função das caixas de som. Qual a máxima diferença das distâncias que um espectador pode ter das caixas? Considere a velocidade do som igual a 340 m/s e que as caixas de som emitem o som simultaneamente.

Cordas vibrantes

10. Quando um músico está afinando as cordas de uma guitarra, ele precisa tracionar ou afrouxar a corda. Se ele precisa aumentar o tom de uma corda, o que ele deverá fazer, tracionar ou afrouxar a corda?
11. **UEPG-PR 2017** Os sons musicais podem ser reproduzidos por instrumentos de corda, de teclas, percussão, sopro ou eletrônicos. Na figura abaixo, está representada uma configuração de ondas estacionárias da corda de um violão de 80 cm de comprimento de uma extremidade a outra. A velocidade da onda estacionária produzida é de 15 m/s. Com base em tais informações, assinale o que for correto.



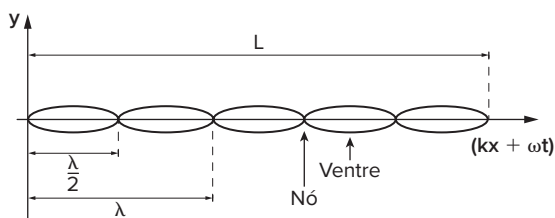
- 01** Todos os instrumentos de corda, assim como o violão, formam ondas estacionárias que entram em ressonância com o ar à sua volta produzindo uma onda sonora que vibra em determinada frequência.
- 02** A frequência do som produzido pela corda é de 37,5 Hz.
- 04** O som mais grave, também conhecido por harmônico fundamental, é provocado pela onda estacionária de menor frequência.
- 08** Dois são os fatores que podem alterar a velocidade de propagação da onda na corda do violão: a densidade linear da corda e a força que a tenciona.
- 16** A frequência do som fundamental ou 1º harmônico é aproximadamente 9,4 Hz.

Soma:

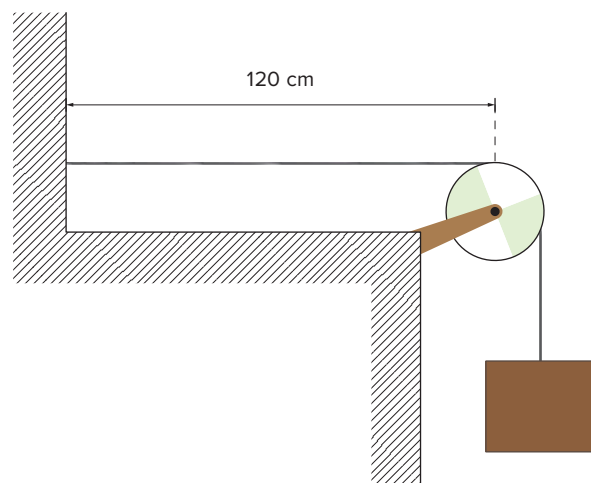
- 12.** Uma corda de 90 cm oscila no seu terceiro harmônico. Sabendo que ambas as extremidades estão fixas, obtenha o seu comprimento de onda.
- 13.** Sabe-se que o 5º harmônico de uma corda com extremidades fixas é igual a 400 Hz. Qual é a frequência do seu 3º harmônico?
- 14. UFJF-MG 2019** Ondas periódicas são aquelas em que a perturbação do meio se repete periodicamente. Uma onda periódica pode ser visualizada como uma sucessão de pulsos gerados a intervalos de tempo constantes.

As ondas periódicas podem ser caracterizadas por cinco parâmetros: amplitude, polarização, velocidade de propagação, frequência e comprimento de onda.

- a)** Considerando que, na superfície de um líquido contido num recipiente, são gerados dez pulsos por segundo e sabendo que a distância entre duas cristas consecutivas é de 2,5 cm, determine a velocidade e o período das ondas.
- b)** Considere que duas barreiras são colocadas à direita e à esquerda do sentido positivo da propagação da onda e que, neste caso, ocorra uma onda estacionária com cinco ventres e seis nós para a frequência de 10 Hz, conforme o esquema da figura. Determine: (i) a distância entre as barreiras; (ii) qual seria a frequência fundamental.



- 15.** Considere um bloco de 18 kg que é sustentado por uma corda ideal como na figura a seguir.



Ao excitar o sistema com algumas frequências, percebeu-se que dois ventres são formados na região horizontal da corda quando excitada a 100 Hz. Sabendo que a gravidade local é 10 m/s^2 , obtenha a densidade linear da corda.

Tubos sonoros

- 16. Unesp** Um aluno, com o intuito de produzir um equipamento para a feira de ciências de sua escola, selecionou 3 tubos de PVC de cores e comprimentos diferentes, para a confecção de tubos sonoros. Ao bater com a mão espalmada em uma das extremidades de cada um dos tubos, são produzidas ondas sonoras de diferentes frequências. A tabela a seguir associa a cor do tubo com a frequência sonora emitida por ele:

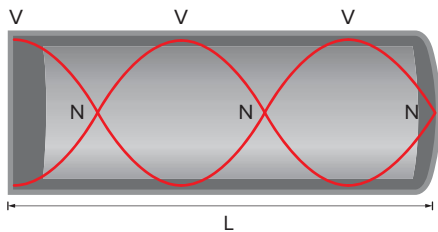
Cor	vermelho	azul	roxo
Frequência (Hz)	290	440	494

Podemos afirmar corretamente que, os comprimentos dos tubos vermelho (L_{vermelho}), azul (L_{azul}) e roxo (L_{roxo}), guardam a seguinte relação entre si:

- a)** $L_{\text{vermelho}} < L_{\text{azul}} > L_{\text{roxo}}$.
- b)** $L_{\text{vermelho}} = L_{\text{azul}} = L_{\text{roxo}}$.
- c)** $L_{\text{vermelho}} > L_{\text{azul}} = L_{\text{roxo}}$.
- d)** $L_{\text{vermelho}} > L_{\text{azul}} > L_{\text{roxo}}$.
- e)** $L_{\text{vermelho}} < L_{\text{azul}} < L_{\text{roxo}}$.
- 17. Udesc** Dois tubos sonoros de um órgão têm o mesmo comprimento, um deles é aberto e o outro fechado. O tubo fechado emite o som fundamental de 500 Hz à temperatura de 20°C e à pressão atmosférica. Dentre as frequências abaixo, indique a que esse tubo não é capaz de emitir.

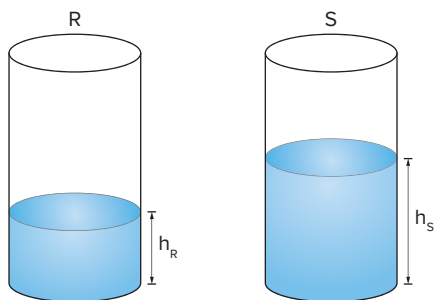
- a)** 1 500 Hz
- b)** 4 500 Hz
- c)** 1 000 Hz
- d)** 2 500 Hz
- e)** 3 500 Hz

- 18. Unesp** Na geração da voz humana, a garganta e a cavidade oral agem como um tubo, com uma extremidade aproximadamente fechada na base da laringe, onde estão as cordas vocais, e uma extremidade aberta na boca. Nessas condições, sons são emitidos com maior intensidade nas frequências e comprimentos de ondas para as quais há um nó (N) na extremidade fechada e um ventre (V) na extremidade aberta, como ilustra a figura. As frequências geradas são chamadas harmônicos ou modos normais de vibração. Em um adulto, este tubo do trato vocal tem aproximadamente 17 cm. A voz normal de um adulto ocorre em frequências situadas aproximadamente entre o primeiro e o terceiro harmônicos.



Considerando que a velocidade do som no ar é 340 m/s, os valores aproximados, em hertz, das frequências dos três primeiros harmônicos da voz normal de um adulto são

- a) 50, 150, 250.
 b) 100, 300, 500.
 c) 170, 510, 850.
 d) 340, 1020, 1700.
 e) 500, 1500, 2500.
- 19. FGV-SP 2021** A figura mostra dois recipientes cilíndricos idênticos, R e S, de altura 35 cm, contendo água até diferentes alturas, h_R e h_S .

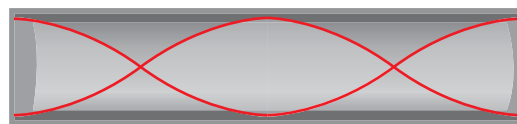


fora de escala

Colocando-se um alto-falante que emite um som de frequência 850 Hz sobre cada recipiente, separadamente, verifica-se que eles funcionam como tubos sonoros fechados em uma extremidade e abertos na outra, ocorrendo ressonância em ambos. Considerando-se a velocidade de propagação do som no ar igual a 340 m/s, a diferença entre as alturas da água nos dois recipientes, $h_S - h_R$, é igual a

- a) 10 cm. d) 18 cm.
 b) 12 cm. e) 20 cm.
 c) 15 cm.

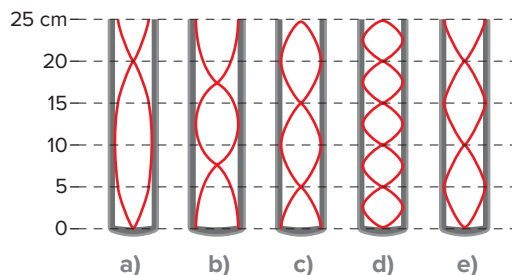
- 20.** Estudando as ondas estacionárias de som em tubos, um físico obteve a seguinte figura estacionária:



Sabendo que o comprimento total do tubo é de 34 cm e a velocidade do som é de 340 m/s, obtenha a frequência da onda obtida.

- 21.** Quais são as possíveis frequências que poderiam gerar uma onda estacionária em um tubo aberto de 66 cm de comprimento em um local em que a velocidade do som é de 330 m/s?

- 22. Fuvest-SP** Um músico sopra a extremidade aberta de um tubo de 25 cm de comprimento, fechado na outra extremidade, emitindo um som na frequência $f = 1700$ Hz. A velocidade do som no ar, nas condições do experimento, é $v = 340$ m/s. Dos diagramas a seguir, aquele que melhor representa a amplitude de deslocamento da onda sonora estacionária, excitada no tubo pelo sopro do músico é:



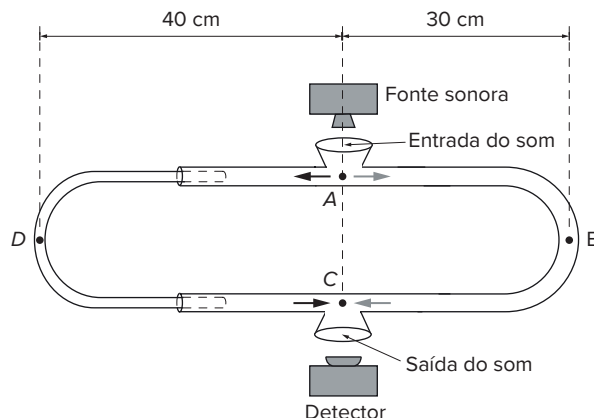
- 23. Unifesp** Quando colocamos uma concha junto ao ouvido, ouvimos um "ruído de mar", como muita gente diz, talvez imaginando que a concha pudesse ser um gravador natural. Na verdade, esse som é produzido por qualquer cavidade colocada junto ao ouvido – a nossa própria mão em forma de concha ou um canudo, por exemplo.
- a) Qual a verdadeira origem desse som? Justifique.
 b) Se a cavidade for um canudo de 0,30 m aberto nas duas extremidades, qual a frequência predominante desse som?

► **Dados:**
 velocidade do som no ar: $v = 330$ m/s;
 frequência de ondas estacionárias em um tubo de comprimento ℓ , aberto em ambas as extremidades:

$$f = \frac{n \cdot v}{2 \cdot \ell}$$

- 24. Enem 2017** O trombone de Quincke é um dispositivo experimental utilizado para demonstrar o fenômeno da interferência de ondas sonoras. Uma fonte emite ondas sonoras de determinada frequência na entrada do dispositivo. Essas ondas se dividem pelos dois caminhos

(ADC e AEC) e se encontram no ponto C, a saída do dispositivo, onde se posiciona um detector. O trajeto ADC pode ser aumentado pelo deslocamento dessa parte do dispositivo. Com o trajeto ADC igual ao AEC, capta-se um som muito intenso na saída. Entretanto, aumentando-se gradativamente o trajeto ADC, até que ele fique como mostrado na figura, a intensidade do som na saída fica praticamente nula. Desta forma, conhecida a velocidade do som no interior do tubo (320 m/s), é possível determinar o valor da frequência do som produzido pela fonte.

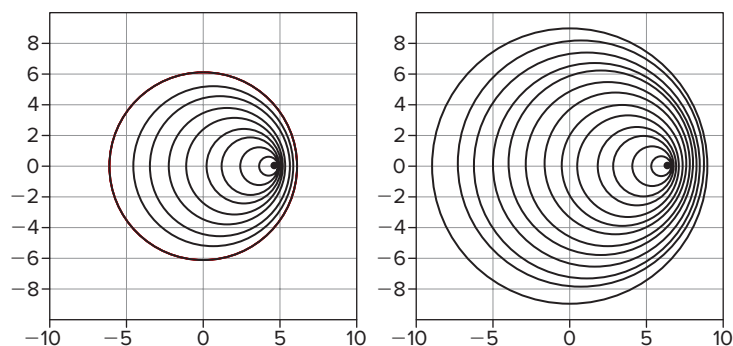


O valor da frequência, em hertz, do som produzido pela fonte sonora é

- a) 3 200. b) 1 600. c) 800. d) 640. e) 400.

Efeito Doppler

25. UEMG 2018 Assinale a alternativa que apresenta fenômenos que poderiam estar associados às seguintes ilustrações.



- a) Ressonância magnética e oscilações forçadas.
 b) Efeito Casimir e ultrassom.
 c) Efeito Doppler e desvio para o vermelho (Big Bang).
 d) Ressonância acústica e interferência destrutiva.

26. UFRGS 2018 Existe uma possibilidade de mudar a frequência de uma onda eletromagnética por simples reflexão. Se a superfície refletora estiver em movimento de aproximação ou afastamento da fonte emissora, a onda refletida terá, respectivamente, frequência maior ou menor do que a onda original.

Esse fenômeno, utilizado pelos radares (RaDAR é uma sigla de origem inglesa: *Radio Detection And Ranging*), é conhecido como efeito

- a) Doppler. b) Faraday. c) Fotoelétrico. d) Magnus. e) Zeeman.

27. Com que velocidade uma fonte sonora deve se aproximar de um observador de forma que a frequência percebida seja o dobro da frequência da fonte?

► Considere: velocidade do som igual a 340 m/s.

28. Qual a frequência percebida por um observador a 30 m/s que se afasta de uma fonte em repouso emitindo um som a 1210 Hz?

► Considere: velocidade do som igual a 330 m/s.

Como funciona um radar de velocidade?

É um trabalho em conjunto, que envolve sensores, câmeras e centrais de análise.

Quando os aparelhos começaram a ser usados, no começo da década de 90, seus sistemas ainda eram complexos e pouco eficientes. Mas, com o avanço da tecnologia, foram aprimorados e ganharam outras funções, como reconhecer carros fora do rodízio ou sem licenciamento.

Segura o pé, José!

1. A velocidade é calculada por dois ou três sensores no asfalto. Quando um carro passa por cima, eles enviam sinais para o computador. Medindo o tempo entre os pulsos e dividindo-o pela distância entre os sensores, encontra-se a velocidade do carro.
2. Os sensores estão ligados à câmera. Quando acusam alta velocidade, ela é acionada. Os modelos digitais tiram fotos de 640×480 pixels e possuem um programa que identifica a placa dentro da foto. Eles utilizam um sistema de reconhecimento para identificar cada caractere.
3. As imagens são criptografadas com informações como data, velocidade e local. Elas só podem ser visualizadas por um programa com a chave certa. O material é enviado via modem celular ao órgão de trânsito para um *software* de análise. As câmeras filmam sem parar, mas só gravam quando os sensores acusam a infração.
4. Um operador analisa os dados. Ele pode registrar a infração, gerando um arquivo impresso enviado ao condutor, ou anular a multa. Nesse caso, as informações (inclusive a justificativa da anulação) ficam armazenadas para auditoria interna.

Pistola da multa

Acessórios portáteis não funcionam sozinhos!

Controlados por um operador, os radares móveis emitem ondas eletromagnéticas que atingem e são rebatidas pelos carros. Segundo uma propriedade científica chamada efeito Doppler, a frequência da onda rebatida é proporcional à velocidade do carro. Com isso, dá para saber se ele está acima da velocidade e multá-lo.

BRAGA, Nathália. *Superinteressante*, 24 jul. 2018. Disponível em: <https://super.abril.com.br/mundo-estranho/como-funciona-um-radar-de-velocidade/>. Acesso em: 24 fev. 2022.



Os três laços detectores são os responsáveis pelo cálculo da velocidade dos veículos nos radares fixos. Um sistema independente do contato humano verifica quanto tempo demorou para o carro ir do primeiro laço (L1) ao segundo (L2) e, depois, quanto levou para ir do segundo ao terceiro (L3). Cada faixa de rolamento possui seus laços independentes da faixa vizinha. Se o veículo estiver em alta velocidade, uma câmera fotográfica é acionada automaticamente.

Fonte: <http://www.joinville.ifsc.edu.br/~jcurzel/CLP/1%20-%20Sensores%20Industriais/Material%20adicional/Como%20funcionam%20os%20radares%20fixos.pdf>. Acesso em: 24 fev. 2022.

Conheça como funciona o controle do tráfego aéreo

Poucas pessoas que viajam de avião têm a exata noção de como funciona o trânsito lá em cima. A maioria não sabe como um avião pode navegar entre nuvens, ou à noite sem que o piloto enxergue nada além da escuridão fora da cabine de comando.

Pois é aí que entra o controle de tráfego aéreo. Desde o momento em que o avião ainda está parado no pátio dos aeroportos até sua chegada no destino e parada total das turbinas os pilotos estão em contato com o controle de tráfego.

A primeira providência a ser tomada pelo comandante do avião é apresentar à torre de controle um plano de voo. [...] Ela é responsável pela autorização do plano de voo, do táxi – ou seja a manobra do avião do embarque até a cabeceira da pista, ou da cabeceira até o ponto de desembarque de passageiros. E, por fim, autoriza também a decolagem e o pouso dos aviões.

Depois de decolar, o avião passa a ser controlado pelo APP, ou seja, controle de aproximação, que é o órgão responsável por cuidar da subida e descida das aeronaves num raio de 100 km da pista. Nesta etapa, o controle já é feito por meio de radar. É uma etapa crítica, como explica o assessor de comunicação da Associação dos Controladores de Tráfego Aéreo, Ulisses Fontenelle.

“ela é mais crítica por uma questão de espaço aéreo, ou seja, a torre de controle está trabalhando com o avião no solo. Você pode mandar o avião parar e ele para como um carro qualquer. Só que o controle de aproximação está todo mundo se aproximando para um ponto e tá descendo, está voando, de lugares diferentes se aproximando para um ponto só que é a pista. Então você tem de fazer um sequenciamento, colocar um avião atrás do outro no direcionamento da pista. E, ao mesmo tempo, livrar dos aviões que estão saindo. E num espaço aéreo de um raio de cem quilômetros. Dependendo do movimento da cidade complica, você tem de dividir em vários setores.”

Para se ter uma ideia, segundo o representante da Associação de Controladores, Brasília comporta, no máximo, 16 aviões ao mesmo tempo na área de aproximação. São Paulo que tem vários aeroportos, chega ao máximo de 40. Alguns chegando, em processo de descida e outros saindo, em subida, e nos dois casos indo e vindo de diversas direções.

Depois que sai da área do controle de aproximação, o avião entra no controle de área – que cuida do voo em rota, e observa o cumprimento do plano de voo apresentado pela aeronave à torre e faz as correções necessárias, ou as autoriza quando solicitadas.

Em todas as etapas de controle, há civis e militares executando os serviços.

Para se tornar um controlador, o interessado faz concurso público e, se aprovado vai para São José dos Campos, onde está o Instituto de Proteção ao Voo. Lá, ele passa nove meses estudando. Depois faz um estágio, volta a cursar matérias específicas, passa por novo estágio e só aí se torna um controlador de fato.

Esses profissionais, na maioria, são, por um lado apaixonados pelo que fazem, mas, por outro, vivem um desgaste emocional muito grande, devido à intensa responsabilidade diária. A especialização é muito grande e os salários não acompanham. Daí a grande evasão de profissionais.

“há sempre uma carência de pessoal no Brasil e não é de hoje. Para você ter uma ideia, hoje a média de idade de um controlador não chega a 26 anos e o tempo de serviço de um controlador em média não chega a dez anos. É difícil hoje você chegar num órgão de controle, principalmente num centro de controle de área, que é onde concentra o maior número de controladores de voo e você encontrar operadores com mais de dez anos” [...]

Mas, apesar do problema da evasão de profissionais, os usuários podem ficar tranquilo. Pilotos e empresas consideram o Controle de Tráfego Aéreo Brasileiro de primeira qualidade. É o que fala o especialista em segurança do voo do sindicato nacional das empresas aéreas, comandante Ronaldo Jenkins, que tem mais de 30 anos de pilotagem.

“o controle de espaço aéreo brasileiro é padrão de primeiro mundo, tanto que nós temos quatro regiões no Brasil. Quatro Cindactas, Centro Integrado de Defesa Aérea e de Controle de Tráfego Aéreo. Três deles têm tecnologia europeia, e um deles, o Sivam tem tecnologia norte-americana, o mais novo, o Sivam [Sistema de Vigilância da Amazônia] que é exatamente o Cindacta IV que

cobre a área da Amazônia. Então todos eles são de tecnologia avançada...”

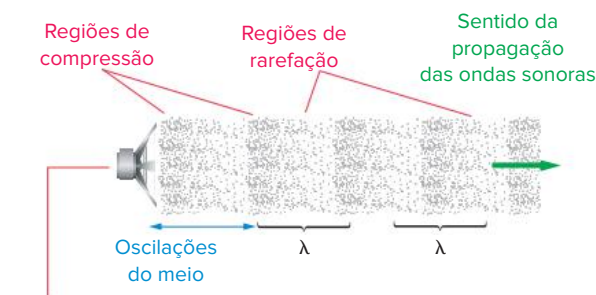
O presidente do Sindicato dos Aeronautas, Gélson Fochesatto faz coro com o Cmte. Jenkins e diz que tanto em matéria de equipamentos quanto de recursos humanos, o Brasil está dentro dos padrões internacionais.

De Brasília, Aprígio Nogueira. [...]

NOGUEIRA, Aprígio. *Especial Aviação 3 - Conheça como funciona o controle do tráfego aéreo*. Disponível em: <https://www.camara.leg.br/radio/programas/276748-especial-aviacao-3-conheca-como-funciona-o-controle-do-trafego-aereo-06-44/>. Acesso em: 21 jan. 2021.

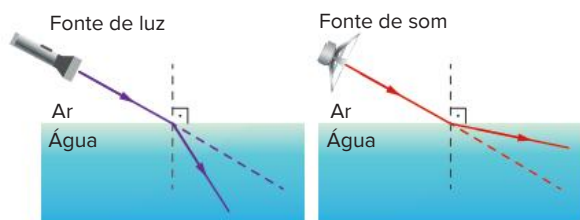
Resumindo

- **Ondas sonoras** são ondas mecânicas que se encontram na faixa de 20 Hz a 20 kHz.
- Ondas sonoras podem ser longitudinais (em gases e líquidos) e transversais ou mistas em sólidos.
- Exemplo de onda sonora se propagando no ar:



Fonte vibratória que produz as ondas sonoras

- O **sistema auditivo humano** é formado por estruturas que captam os sons e os transformam em impulsos elétricos que são levados a áreas específicas do cérebro onde são interpretados.
- A velocidade das ondas sonoras em meios elásticos depende de diversos fatores, entre eles a temperatura.
- As ondas sonoras refletem-se como qualquer onda ao atingir um obstáculo. Dependendo do intervalo de tempo entre a recepção direta de sons da fonte e a recepção dos sons refletidos, os seres humanos podem perceber três ocorrências: **reforço sonoro**, **reverberação** e **eco**.
- As ondas sonoras se refratam de forma oposta ao que ocorre com a refração das ondas luminosas. Vejamos o exemplo:



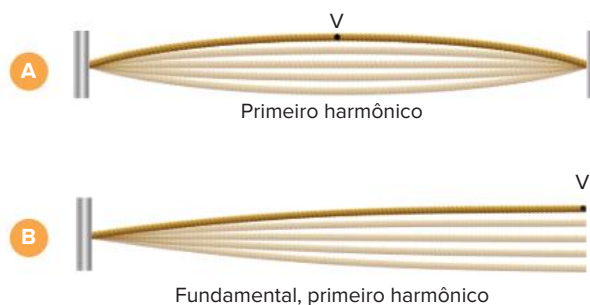
- As ondas sonoras se difratam contornando obstáculos e objetos do cotidiano com facilidade, uma vez que as

dimensões desses objetos se encontram próximas do intervalo de comprimentos de onda das ondas sonoras (1,7 cm a 17 m, aproximadamente).

- Os sons apresentam três características percebidas pelos seres humanos:
 - **Altura:** associada à frequência e que caracteriza os sons em graves e agudos;
 - **Intensidade:** associada principalmente à amplitude e que caracteriza os sons em fracos e fortes;
 - **Timbre:** associada aos harmônicos emitidos pelas fontes e que permite identificá-las como uma espécie de identidade acústica da fonte.
- O **nível de intensidade sonora** está associado à maneira como nossos sistemas auditivos identificam a intensidade do som e é definido por meio da relação:

$$\beta = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_0} \quad (\text{em dB})$$

- **Cordas vibrantes** são cordas elásticas que, ao oscilarem, produzem ondas sonoras de frequências características. Os padrões estacionários que se formam nas cordas vibrantes dependem do comprimento da corda e da velocidade de propagação das ondas nessa corda.



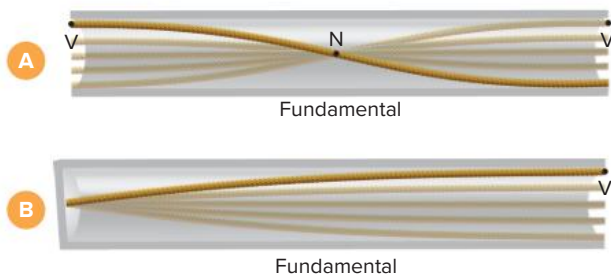
(A) Corda fixa nas duas extremidades; (B) corda fixa em apenas uma extremidade.

- As frequências harmônicas nessas cordas são dadas por:

$$(A) \quad f_N = \frac{N \cdot v}{2 \cdot L}, \text{ em que } N \text{ é qualquer inteiro;}$$

$$(B) \quad f_N = \frac{N \cdot v}{4 \cdot L}, \text{ em que } N \text{ é inteiro ímpar.}$$

- **Tubos ressonantes** são tubos nos quais a coluna de ar vibra produzindo padrões estacionários. As frequências dos harmônicos dependem do comprimento do tubo e da velocidade de propagação dos sons.



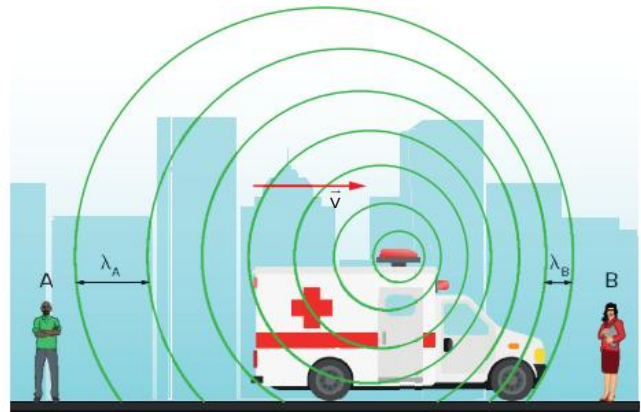
(A) Tubo aberto nas duas extremidades; (B) tubo fechado em uma extremidade.

- As frequências harmônicas nesses tubos são dadas por:

$$(A) \quad f_N = \frac{N \cdot v}{2 \cdot L}, \text{ em que } N \text{ é um inteiro qualquer;}$$

$$(B) \quad f_N = \frac{N \cdot v}{4 \cdot L}, \text{ em que } N \text{ é inteiro ímpar.}$$

- O **efeito Doppler** ocorre quando há movimento relativo entre a fonte e o observador/ouvinte, de forma que este percebe uma frequência alterada em relação à fonte.



- Essa frequência aparente obedece à relação:
 - Aproximação relativa ouvinte-fonte: $f_{ap} > f_{real}$ levando à percepção de sons mais agudos.
 - Afastamento relativo ouvinte-fonte: $f_{ap} < f_{real}$ levando à percepção de sons mais graves.
- O cálculo dessa frequência alterada é dado por meio da seguinte relação:

$$\frac{f_{ap}}{f_{real}} = \left(\frac{v_{som} \pm v_{obs}}{v_{som} \pm v_{fonte}} \right)$$

Os sinais da velocidade são obtidos orientando-se o referencial da fonte para o observador/ouvinte.

Quer saber mais?



Sites

Geogebra. Ondas estacionárias. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/xhxt9vdz>.

Aplicativo que pode ser executado diretamente no computador e que permite manipulação de alguns parâmetros de ondas que darão origem a padrões estacionários.

Poluição sonora prejudica a saúde e preocupa especialistas. EMPRESAS & NEGÓCIOS/SÃO PAULO. 6/6/2018. Disponível em: https://www.unicamp.br/unicamp/sites/default/files/2018-06/impressao_boxnet_2018-06-06_-_15h06m11s.pdf.

Artigo sobre as consequências da poluição sonora para a saúde pública.

Vascak. Efeito Doppler. Disponível em: https://www.vascak.cz/data/android/physicsatschool/template.php?s=kv_doppler&l=cz.

Simulação interativa que permite a manipulação de parâmetros e a observação (com áudio) do efeito Doppler acústico.

MIT. Game Lab. A Slower Speed of Light. Disponível em: <http://gamelab.mit.edu/games/a-slower-speed-of-light/>.

Game desenvolvido pelo MIT que trabalha a percepção do efeito Doppler da luz (e outros fenômenos relativísticos).

Tecmundo. Tecnologia no controle de tráfego aéreo. Disponível em: <https://www.tecmundo.com.br/internet/3908-tecnologia-no-controle-de-traffic-aereo.htm>.

Neste artigo você vai conhecer os principais equipamentos utilizados por controladores e pilotos para que você chegue ao destino sem atraso ou grandes turbulências.

Acessos em: 21 jan. 2022.



Vídeos

Example of Doppler Shift using car horn. Hherhold. Disponível em: <https://youtu.be/a3RfULw7aAY>.

Experimente a percepção do efeito Doppler acústico ouvindo o som de vídeo.

Why your MUSIC sounds 12 Shades of Grey (Alternatives to 12 Tone Equal Temperament). David Bruce Composer. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=F9Zv6MGdh7Y>.

Vídeo com muitos exemplos de música microtonal.

Acessos em: 21 jan. 2022.

Exercícios complementares

Propriedades e fenômenos de ondas sonoras

1. **UTFPR** Sobre ondas sonoras, considere as seguintes afirmações:

- I. As ondas sonoras são ondas transversais.
- II. O eco é um fenômeno relacionado com a reflexão da onda sonora.
- III. A altura de um som depende da frequência da onda sonora.

Está(ão) correta(s) somente:

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) I e II.
- e) II e III.

2. As frases “Falem mais baixo!” e “Vocês estão falando muito alto!” são fisicamente corretas? Justifique.

3. **Enem 2014**

Quando adolescente, as nossas tardes, após as aulas, consistiam em tomar às mãos o violão e o dicionário de acordes de Almir Chediak e desafiar nosso amigo Hamilton a descobrir, apenas ouvindo o acorde, quais notas eram escolhidas. Sempre perdíamos a aposta, ele possui o ouvido absoluto.

O ouvido absoluto é uma característica perceptual de poucos indivíduos capazes de identificar notas isoladas sem outras referências, isto é, sem precisar relacioná-las com outras notas de uma melodia.

LENT, R. *O cérebro do meu professor de acordeão*. Disponível em: <http://cienciahoje.uol.com.br>. Acesso em: 15 ago. 2012 (adaptado).

No contexto apresentado, a propriedade física das ondas que permite essa distinção entre as notas é a

- a) frequência.
- b) intensidade.
- c) forma da onda.
- d) amplitude da onda.
- e) velocidade de propagação.

4. **UEPB 2014** Um clarinete e uma flauta estão emitindo sons de mesma altura, sendo a amplitude de som do clarinete maior que a do som da flauta. Considere uma pessoa situada à mesma distância dos dois instrumentos. Com base nessas informações, escreva **V** ou **F**, conforme sejam verdadeiras ou falsas, respectivamente:

- O som de maior intensidade será aquele de maior amplitude (o do clarinete).
- Os dois instrumentos estão emitindo a mesma nota musical.
- As formas das ondas emitidas pelos dois instrumentos são iguais.
- A pessoa, em condições normais, perceberá sons de timbres diferentes emitidos por eles.

Após a análise feita, assinale a alternativa que corresponde à sequência correta:

- a) V – V – F – V
- b) F – F – V – V
- c) F – V – V – F
- d) V – F – F – V
- e) V – F – V – F

5. **UEPG-PR 2020** Em relação às propriedades e características das ondas sonoras, assinale o que for correto.

- 01 Um nível sonoro de 80 dB corresponde a uma intensidade física sonora de 10^{-8} W/m^2 .
- 02 O fenômeno denominado de batimento está relacionado com a interferência de ondas sonoras que possuem frequências ligeiramente diferentes.
- 04 Os sons graves e agudos estão relacionados com a qualidade do som denominada de altura.
- 08 As ondas sonoras, por serem ondas longitudinais, não podem ser polarizadas.
- 16 A velocidade de propagação de ondas sonoras em gases é acentuadamente dependente da temperatura do gás.

Soma:

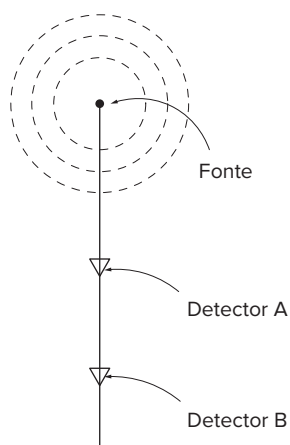
6. **UEPG-PR 2018** Uma pessoa está falando de maneira que sua voz pode ser ouvida até uma distância de 10 m a partir dela. Considerando que o limiar audível é 10^{-12} W/m^2 e que as ondas sonoras provenientes da fala da pessoa em questão se propagam igualmente em todas as direções, assinale o que for correto.

- 01 O nível sonoro para uma distância de 1 m da pessoa que está falando é 20 dB.
- 02 A potência das ondas sonoras produzidas pela fala é $12 \cdot 10^{-10} \text{ W}$.
- 04 A intensidade da onda sonora diminui com a distância em relação à fonte pelo fato dela ser uma onda transversal.
- 08 A energia associada com o som produzido pela fala após 10 minutos contínuos é, aproximadamente, $7,2 \cdot 10^{-7} \text{ J}$.
- 16 O nível sonoro é inversamente proporcional à distância entre o ouvinte e o falante.

Soma:

7. **UFPE** Quando uma pessoa se encontra a 0,5 m de uma fonte sonora puntiforme, o nível de intensidade do som emitido é igual a 90 dB. A quantos metros da fonte ela deve permanecer de modo que o som tenha a intensidade reduzida ao nível mais suportável de 70 dB? O nível de intensidade sonora, medido em decibéis (dB), é calculado através da relação: $N = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$, onde I_0 é uma unidade padrão de intensidade.

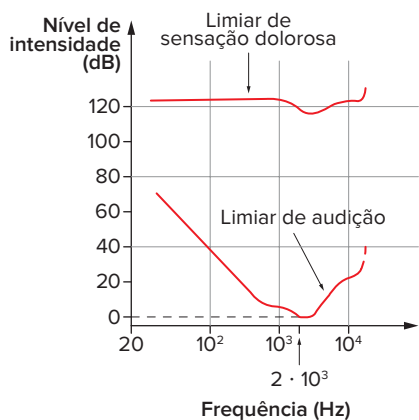
8. Esc. Naval-RJ 2015 Analise a figura abaixo.



Uma fonte sonora isotrópica emite ondas numa dada potência. Dois detectores fazem a medida da intensidade do som em decibels. O detector A que está a uma distância de 2,0 m da fonte mede 10,0 dB e o detector B mede 5,0 dB, conforme indica a figura acima. A distância, em metros, entre os detectores A e B, aproximadamente, vale

- a) 0,25.
- b) 0,50.
- c) 1,0.
- d) 1,5.
- e) 2,0.

9. UEG-GO A curva limiar de audição, apresentada no gráfico, mostra que a intensidade mínima (limiar de audição) para que se consiga ouvir um som depende de sua frequência. Considere o ar como o meio de propagação.



Com base na análise do gráfico, é correto afirmar:

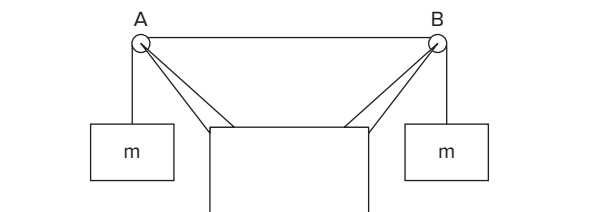
- a) O limiar de audição inicia-se para frequências superiores a 80 kHz.
- b) Para um som de 1000 Hz, o comprimento de onda da onda é de 0,34 m.
- c) A menor frequência para o limiar de sensação dolorosa é de 2 kHz.
- d) Para que a frequência de 100 Hz seja audível, a intensidade sonora deve ser maior que 100 dB.

Cordas vibrantes

10. Uece 2017 Uma corda de 60 cm, em um violão, vibra a uma determinada frequência. É correto afirmar que o maior comprimento de onda dessa vibração, em cm, é

- a) 60.
- b) 120.
- c) 30.
- d) 240.

11. Esc. Naval-RJ 2019 Analise a figura abaixo.



A figura acima mostra uma corda, presa em suas duas extremidades a dois blocos de massa $m = 20$ kg cada um. Uma fonte sonora que oscila numa frequência angular de 60π rad/s está em ressonância com o trecho AB da corda, de 50 cm, oscilando, assim, em seu segundo harmônico. Observa-se que, na oscilação do trecho AB da corda, não há movimento dos blocos. Qual a massa, em kg, dessa corda que possui 1,0 m de comprimento?

► Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) 1,6
- b) 1,3
- c) 0,9
- d) 0,4
- e) 0,1

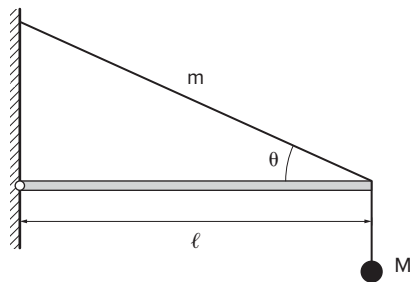
12. ITA-SP 2021 Um violão é um instrumento sonoro de seis cordas de diferentes propriedades, fixas em ambas as extremidades, acompanhadas de uma caixa de ressonância. Diferentes notas musicais são produzidas tangendo uma das cordas, podendo-se ou não alterar o seu comprimento efetivo, pressionando-a com os dedos em diferentes pontos do braço do violão. A respeito da geração de sons por esse instrumento são feitas quatro afirmações:

- I. Cordas mais finas, mantidas as demais propriedades constantes, são capazes de produzir notas mais agudas.
- II. O aumento de 1,00% na tensão aplicada sobre uma corda acarreta um aumento de 1,00% na frequência fundamental gerada.
- III. Uma corda de nylon e uma de aço, afinadas na mesma frequência fundamental, geram sons de timbres distintos.
- IV. Ao pressionar uma corda do violão, o musicista gera um som de frequência maior e comprimento de onda menor em comparação ao som produzido pela corda tocada livremente.

Considerando V como verdadeira e F como falsa, as afirmações I, II, III e IV são, respectivamente,

- a) V – V – V – V.
- b) F – V – V – V.
- c) V – F – V – V.
- d) V – V – F – V.
- e) V – V – V – F.

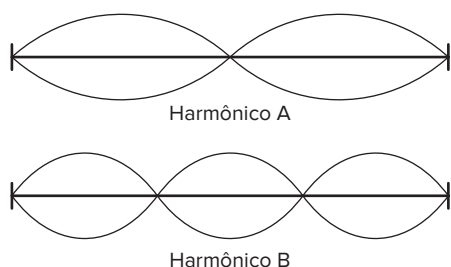
- 13. ITA-SP 2019** Na figura, um braço articulado de massa desprezível e de comprimento ℓ tem sua extremidade fixada a uma corda homogênea de massa m , que o mantém sempre na horizontal. Nessa mesma extremidade é fixado um fio inextensível, também de massa desprezível, que sustenta um objeto de massa M . Esse dispositivo permite a medida de frequências sonoras pela observação da ressonância entre o som e a corda oscilando em seu modo fundamental.



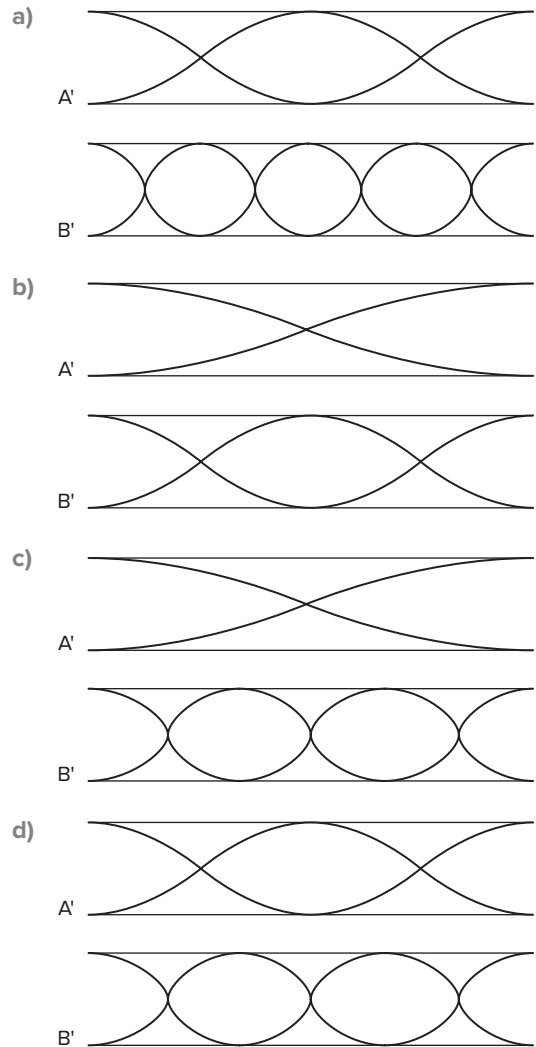
- a) Determine a frequência medida pelo dispositivo em função das massas m e M , do comprimento ℓ , da aceleração da gravidade g e do ângulo θ entre a corda e o braço.
- b) Considere esse dispositivo instalado na única boca de um túnel inacabado em cujo interior são geradas ondas sonoras. Determine o comprimento L do túnel, sabendo-se que dois modos consecutivos de vibração do ar são medidos, respectivamente, pela substituição de M pelas massas M_1 e M_2 , com $M_2 > M_1$. A resposta deve ser explicitada em função de m , ℓ , θ , g , M_1 , M_2 e da velocidade do som no ar v_s .

Tubos sonoros

- 14. AFA-SP 2019** A figura abaixo representa dois harmônicos A e B, de frequências, respectivamente, iguais a f_A e f_B , que podem ser estabelecidos em uma mesma corda, fixa em suas extremidades, e tracionada por uma força de módulo F .



Nessas condições, a mesma razão, entre as frequências $\frac{f_A}{f_B}$, pode ser obtida entre as frequências das ondas estacionárias representadas nos tubos sonoros abertos e idênticos A' e B', indicados na opção

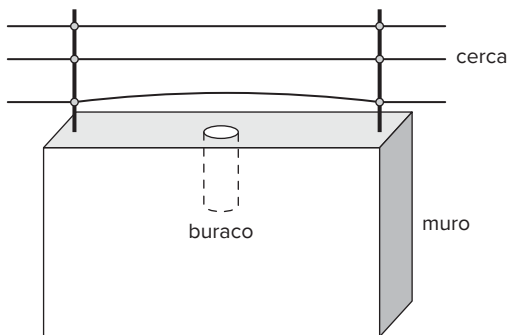


- 15. Enem 2020** Dois engenheiros estão verificando se uma cavidade perfurada no solo está de acordo com o planejamento de uma obra, cuja profundidade requerida é de 30 m. O teste é feito por um dispositivo denominado oscilador de áudio de frequência variável, que permite relacionar a profundidade com os valores da frequência de duas ressonâncias consecutivas, assim como em um tubo sonoro fechado. A menor frequência de ressonância que o aparelho mediu foi 135 Hz. Considere que a velocidade do som dentro da cavidade perfurada é de $360 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Se a profundidade estiver de acordo com o projeto, qual será o valor da próxima frequência de ressonância que será medida?

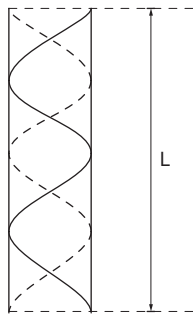
- a) 137 Hz.
- b) 138 Hz.
- c) 141 Hz.
- d) 144 Hz.
- e) 159 Hz.

16. **UFPR 2012** Uma cerca elétrica foi instalada em um muro onde existe um buraco de forma cilíndrica e fechado na base, conforme representado na figura. Os fios condutores da cerca elétrica estão fixos em ambas as extremidades e esticados sob uma tensão de 80 N. Cada fio tem comprimento igual a 2,0 m e massa de 0,001 kg. Certo dia, alguém tocou no fio da cerca mais próximo do muro e esse fio ficou oscilando em sua frequência fundamental. Essa situação fez com que a coluna de ar no buraco, por ressonância, vibrasse na mesma frequência do fio condutor. As paredes do buraco têm um revestimento adequado, de modo que ele age como um tubo sonoro fechado na base e aberto no topo. Considerando que a velocidade do som no ar seja de 330 m/s e que o ar no buraco oscile no modo fundamental, assinale a alternativa que apresenta corretamente a profundidade do buraco.



- a) 0,525 m. d) 1,250 m
b) 0,650 m. e) 1,500 m.
c) 0,825 m.

17. **UFRGS** O oboé é um instrumento de sopro que se baseia na física dos tubos sonoros abertos. Um oboé, tocado por um músico, emite uma nota dó, que forma uma onda estacionária, representada na figura a seguir.



Sabendo-se que o comprimento do oboé é $L = 66,4$ cm, quais são, aproximadamente, o comprimento de onda e a frequência associados a essa nota?

► **Dado:** a velocidade do som é igual a 340 m/s.

- a) 66,4 cm e 1024 Hz. d) 66,4 cm e 113 Hz.
b) 33,2 cm e 512 Hz. e) 33,2 cm e 1024 Hz.
c) 16,6 cm e 256 Hz.

18. **ITA-SP** Um tubo sonoro de comprimento ℓ , fechado numa das extremidades, entra em ressonância, no seu modo fundamental, com o som emitido por um fio, fixado nos extremos, que também vibra no modo fundamental. Sendo L o comprimento do fio, m sua massa e c , a velocidade do som no ar, pode-se afirmar que a tensão submetida ao fio é dada por:

a) $\left(\frac{c}{2L}\right)^2 m\ell$.

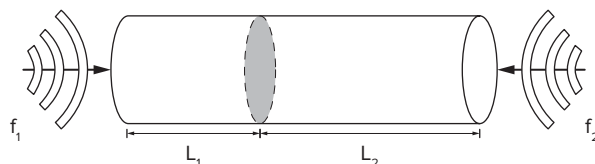
b) $\left(\frac{c}{2\ell}\right)^2 mL$.

c) $\left(\frac{c}{\ell}\right)^2 mL$.

d) $\left(\frac{c}{\ell}\right)^2 m\ell$.

e) n.d.a.

19. **IME-RJ 2019**



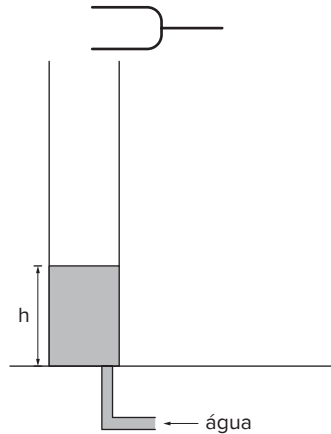
Um tubo sonoro de comprimento total $L = 1$ m, aberto nas duas extremidades, possui uma parede móvel em seu interior, conforme a figura. Essa parede é composta de material refletor de ondas sonoras e pode ser transladada para diferentes posições, dividindo o tubo em duas câmaras de comprimento L_1 e L_2 . Duas ondas sonoras distintas adentram nesse tubo, uma pela abertura da esquerda, com $f_1 = 2,89$ kHz, e outra pela abertura da direita, com $f_2 = 850$ Hz.

Em relação às ondas sonoras, os valores de L_1 e L_2 , em cm, que possibilitarão a formação de ondas ressonantes em ambas as cavidades são, respectivamente:

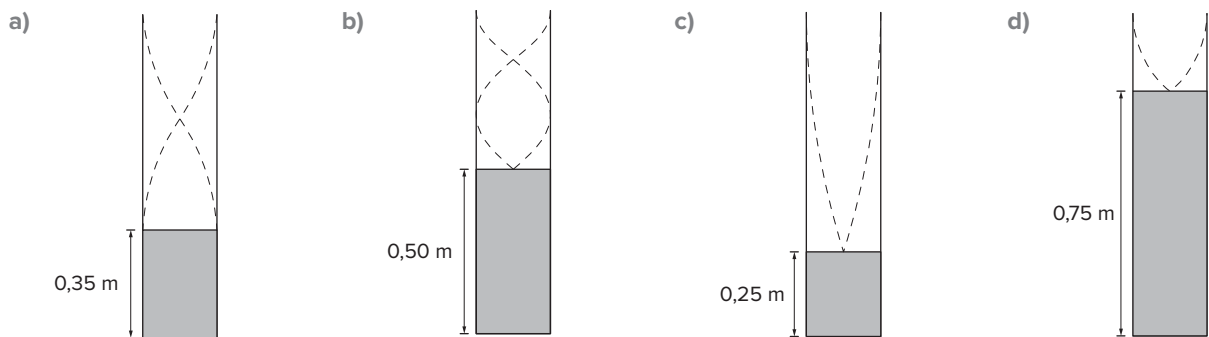
► **Dado:** O meio no interior do tudo é o ar, onde o som se propaga com velocidade 340 m/s.

- a) 14,7 e 85,3
b) 44,1 e 55,9
c) 50,0 e 50,0
d) 70,0 e 30,0
e) 90,0 e 10,0

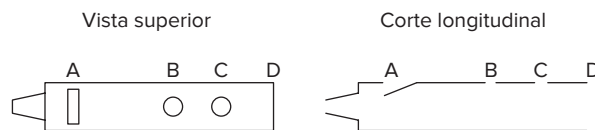
20. **AFA-SP** Um diapasão de frequência conhecida igual a 340 Hz é posto a vibrar continuamente próximo à boca de um tubo, de 1 m de comprimento, que possui em sua base um dispositivo que permite a entrada lenta e gradativa de água como mostra o desenho abaixo.



Quando a água no interior do tubo atinge uma determinada altura h a partir da base, o som emitido pelo tubo é muito reforçado. Considerando a velocidade do som no local de 340 m/s, a opção que melhor representa as ondas estacionárias que se formam no interior do tubo no momento do reforço é



21. **ITA-SP** Considere o modelo de flauta simplificado mostrado na figura, aberta na sua extremidade D, dispondo de uma abertura em A (próxima à boca), um orifício em B e outro em C. Sendo $AD = 34,00$ cm, $AB = BD$, $BC = CD$ e a velocidade do som de 340,0 m/s, as frequências esperadas nos casos: (i) somente o orifício C está fechado, e (ii) os orifícios B e C estão fechados, devem ser, respectivamente:



- a) 2000 Hz e 1000 Hz c) 1000 Hz e 500 Hz e) 10 Hz e 5 Hz.
 b) 500 Hz e 1000 Hz. d) 50 Hz e 100 Hz.

Efeito Doppler

22. **UEPG-PR 2018** Em relação às propriedades das ondas sonoras, assinale o que for correto.

- 01 O fenômeno da persistência do som, devido a múltiplas reflexões, é chamado de ressonância.
 02 A altura de uma nota musical está diretamente relacionada com a intensidade do som produzido por um dado instrumento musical.
 04 O efeito Doppler é um fenômeno que pode ocorrer apenas com ondas sonoras.
 08 O som é transmitido pela vibração de átomos e moléculas que constituem um meio, por isso, não pode se propagar no vácuo.
 16 É possível para um observador distinguir a mesma nota musical produzida por um piano e um violino, pois os sons produzidos possuem timbres diferentes.

Soma:

- 23. IFSul-RS 2020** O efeito Doppler é caracterizado pela mudança da frequência de uma onda percebida por um observador, em virtude do movimento relativo, de aproximação ou de afastamento, entre a fonte e esse observador. Tal efeito apresenta muitas aplicações práticas, dentre elas a determinação da velocidade de rotação de um tornado por uma antena de radar. Para isso, a antena pode medir a velocidade das gotas de água que se movem em direção à antena de um lado e que se afastam da antena de outro lado, resultando em um cálculo para determinação da velocidade.

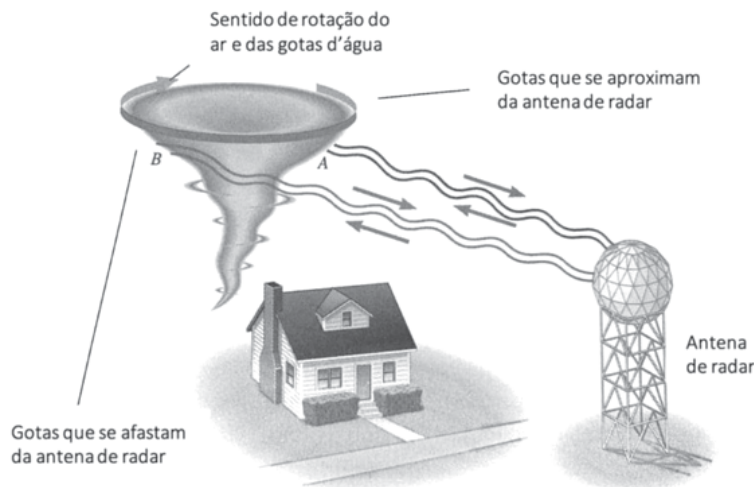


Figura extraída de Trefil & Hazen. *Física Viva*, vol. 2. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

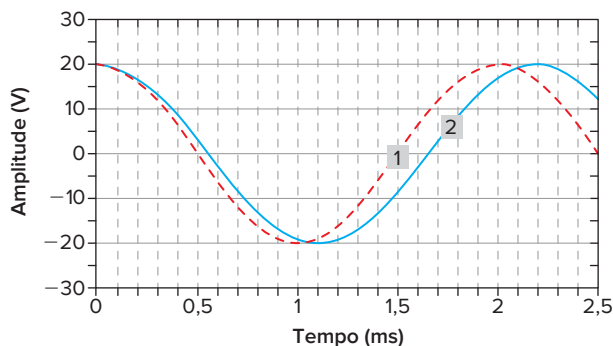
Levando em consideração o texto e os conhecimentos científicos sobre o efeito Doppler, qual é a alternativa que apresenta a explicação correta para a determinação da velocidade de rotação do tornado?

- Na região A, a frequência da onda refletida é maior do que na região B. Isso ocorre porque, na aproximação entre as gotas de água do tornado e a antena do radar, a frequência da onda aumenta.
- Na região A, a frequência da onda refletida é menor do que na região B. Isso ocorre porque, na aproximação entre as gotas de água do tornado e a antena do radar, a frequência da onda diminui.
- Nas regiões A e B, a frequência da onda refletida aumenta, e o comprimento de onda diminui, em virtude do movimento de rotação do tornado.
- Nas regiões A e B, a frequência da onda não se altera. A velocidade de rotação do tornado é determinada a partir da variação do comprimento de onda entre a onda incidente e a refletida.

- 24. UFJF-MG 2020** Duas estudantes resolveram medir a velocidade de uma ambulância através do efeito Doppler, usando um detector para captar as ondas sonoras da sirene da ambulância. O sinal do detector é convertido em sinal elétrico, em volts. Primeiramente, elas mediram as ondas sonoras com a ambulância parada em relação ao detector. Depois elas mediram as ondas sonoras com a ambulância aproximando-se do detector. Os gráficos do sinal do detector, em função do tempo, estão mostrados na figura abaixo para as duas situações. No efeito Doppler, a frequência medida

f' é dada por $f' = \frac{f_0 \cdot v_{\text{som}}}{(v_{\text{som}} \pm v_{\text{fonte}})}$, onde f_0 é a frequência da fonte, que tem velocidade v_{fonte} , a velocidade do som é

$v_{\text{som}} = 340 \text{ m/s}$, e os sinais de + ou - na equação são usados a depender da velocidade relativa da fonte.



- Qual das curvas, 1 ou 2, corresponde às medidas das ondas sonoras da ambulância parada em relação ao detector? Justifique.
- Sabendo que a medida da frequência da ambulância parada, obtida do gráfico, é aproximadamente 455 Hz, qual a velocidade da ambulância em movimento?

- 25. UEPG-PR 2016** Considere uma sirene fixa na parede de uma escola que é acionada a cada 50 minutos. O som produzido por ela tem frequência de 650 Hz. Em um dos intervalos, um aluno sai correndo da sala de aula pelos corredores, a uma velocidade de 2,6 m/s no sentido da sirene, para chegar ao campo de futebol da escola.

▶ **Dado:** $v_{\text{som}} = 340 \text{ m/s}$

Sobre o efeito Doppler-Fizeau, assinale o que for correto.

- 01** O aluno, quando sai da sala de aula correndo, ao se aproximar da sirene, perceberá a frequência do som com um valor igual a 650 Hz.
- 02** Em um dia muito frio, se o garoto fizer o mesmo trajeto correndo em direção ao campo de futebol, aproximando-se da sirene, a frequência do som percebida por ele será de 650 Hz.
- 04** Caso a sirene fosse móvel e se estivesse na mão de uma pessoa caminhando pelos corredores da escola, a velocidade de propagação do som produzido (no meio) seria maior se a pessoa passasse a correr pelos corredores.
- 08** O efeito Doppler-Fizeau explica as variações que ocorrem na velocidade das ondas mecânicas com natureza transversal.
- 16** Caso o menino passe a correr como um atleta olímpico na direção da sirene, a uma velocidade de 10 m/s, ele passará a ouvir um som mais agudo, com frequência de aproximadamente 669 Hz.

Soma:

- 26. ITA-SP** Dois tubos sonoros A e B emitem sons simultâneos de mesma amplitude, de frequências $f_A = 150 \text{ Hz}$ e $f_B = 155 \text{ Hz}$, respectivamente.

- a) Calcule a frequência do batimento do som ouvido por um observador que se encontra próximo aos tubos e em repouso em relação aos mesmos.
- b) Calcule a velocidade que o tubo B deve possuir para eliminar a frequência do batimento calculada no item a), e especifique o sentido desse movimento em relação ao observador.

▶ **Considere:** velocidade do som igual a 300 m/s.

- 27.** Um sistema que funciona de forma semelhante a um radar, mas usando o som, envia uma onda de 1000 Hz de frequência em direção a um objeto que se move a 15 m/s de encontro à fonte. Esse objeto reflete o sinal, que é captado pelo sistema. Qual será a frequência registrada pelo sistema?

▶ **Considere:** velocidade do som igual a 300 m/s.

- 28. AFA-SP 2013** Ondas sonoras são produzidas por duas cordas A e B próximas, vibrando em seus modos fundamentais, de tal forma que se percebe x batimentos sonoros por segundo como resultado da superposição dessas ondas. As cordas possuem iguais comprimentos e densidades lineares sempre constantes, mas são submetidas a diferentes tensões.

Aumentando-se lentamente a tensão na corda A, chega-se a uma condição onde a frequência de batimento é nula e ouve-se apenas uma única onda sonora de frequência f .

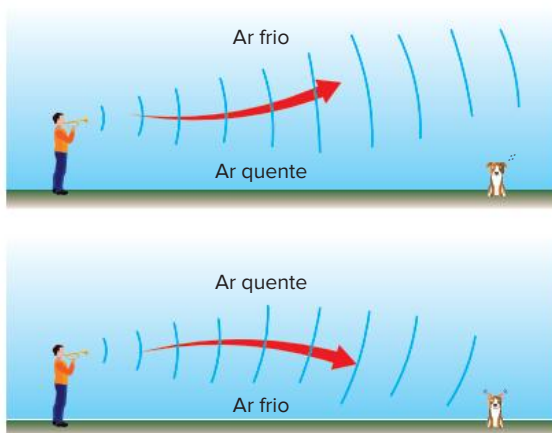
Nessas condições, a razão entre a maior e a menor tensão na corda A é

- a) $\frac{f}{f+x}$
- b) $\frac{f}{f-x}$
- c) $\left(\frac{f}{f-x}\right)^2$
- d) $\left(\frac{f}{f-x}\right)^{\frac{1}{2}}$

EM13CNT301 e EM13CNT302

1. Veja o diagrama a seguir.

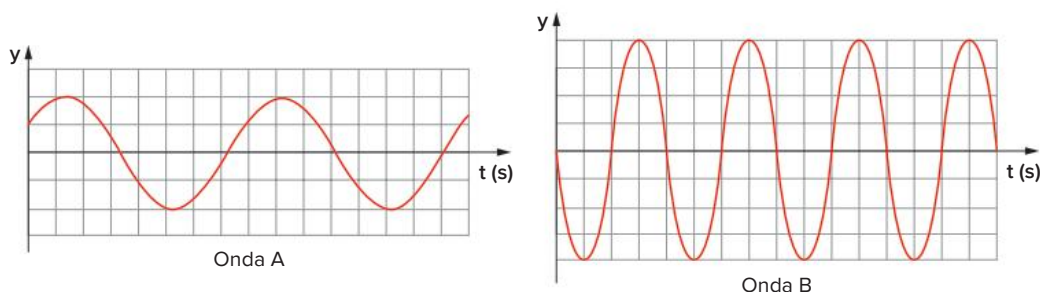
Refração do som



Elabore um pequeno texto explicando o que está acontecendo com as ondas sonoras em cada caso, destacando as variáveis ambientais que contribuem para que isso ocorra.

EM13CNT301

2. O gráfico a seguir mostra duas ondas que representam dois sons puros emitidos por uma fonte.



Compare esses dois sons em relação à sua altura e intensidade.

EM13CNT202 e EM13CNT301

3. O *eco-doppler* colorido é um exame utilizado por equipes médicas para pesquisar algumas características do corpo humano, permitindo avaliar alguns aspectos clínicos dos pacientes. Faça uma pesquisa rápida e explique como o efeito Doppler é utilizado nesse exame, o porquê de receber esse nome e o que representam as cores na imagem abaixo, exemplo de um desses exames.

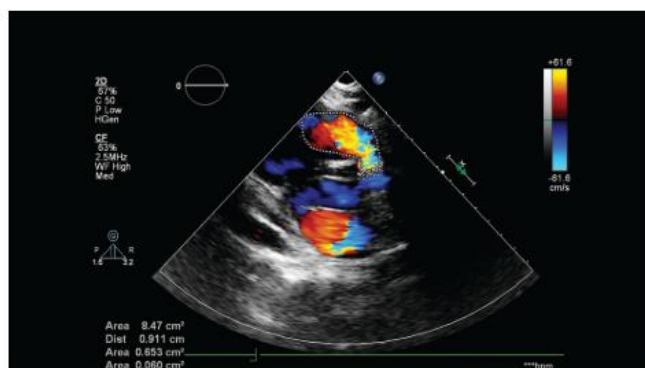


Imagem de coração humano obtida em exame de *eco-doppler* colorido.

Frente 1

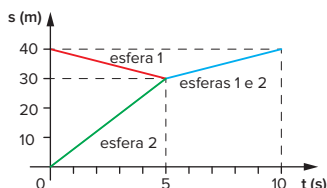
Capítulo 11 – Impulso, quantidade de movimento, colisões, centro de massa e análise dimensional

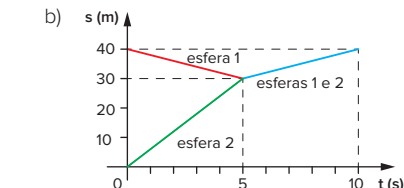
Revisando

1. a) 2 m/s b) 15 N
2. 400 000 N
3. a) 3 m/s c) 28 350 J
- b) 63 m/s
4. $\vec{u} = 4\vec{v}$
5. a) 0,6 d) 1
- b) 1 e) 8 N
- c) 0,6 kg
6. a) 4 m/s
- b) 0,6 J
7. a) 5 m/s, para a esquerda.
- b) 5 m/s, para a direita.
8. a) 11 m/s, no mesmo sentido do movimento inicial de A e B.
- b) 16 m/s, no mesmo sentido do movimento inicial de A e B.
- c) 90 J
9. a) $12\sqrt{2}$ m/s c) 36 m/s
- b) 18 m/s
10. a) $5\sqrt{2}$ m/s b) $\text{arc tg}(0,75)$
11. B
12. a) $8\sqrt{15}$ m/s d) 3 m
- b) $4\sqrt{15}$ m/s e) 78 m
- c) 12 m f) 80 m
13. a) $\sqrt{2gL}$ b) $\text{arc cos}(0,75)$
14. a) $24\sqrt{5}$ m c) 2 m/s^2
- b) 8 m/s
15. Soma: $01 + 02 = 03$
16. 0,75 m
17. unid. (α) = m/s; unid. (β) = m/s^2
18. a) $[G] = M^{-1}L^3T^{-2}$
- b) $[B] = MT^{-2}I^{-1}$
19. E
20. $v = k\sqrt{\frac{F \cdot \ell}{m}}$

Exercícios propostos

1. D 2. B 3. B
4. a) $\frac{5}{3}mv_0$
- b) $-\frac{5}{18}mv_0^2$
5. B
6. E
7. a) $5 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2$ b) 40 N·s

8. D 10. E 12. D 14. A
9. D 11. C 13. C
15. a) 50 N b) 25 m/s
16. A força elástica média tem direção vertical, sentido para cima e módulo igual a 880 N.
17. Soma: $02 + 08 = 10$
18. a) 0,20 m/s b) 20 N
19. 1,0 m/s
20. a) Horizontal para a esquerda.
- b) 10 kg
- c) 120 m
21. 0,10 m/s
22. E
23. a) 0,8 m/s b) 0,2 m/s
24. D
25. Soma: $01 + 08 = 09$
26. B 29. E 32. A
27. C 30. E
28. A 31. B
33. Soma: $01 + 02 + 04 + 16 = 23$
34. C
35. E
36. a) 0,5 b) 33,3%
37. D
38. a) 0,15 J d) 40 N
- b) 0,10 kg e) 0,6
- c) 0,016 J
39. 35 kg
40. C
41. A
42. D
43. a) 7,5 m/s
- b) -7,5 J
44. B
45. a) 40 J
- b) 



- c) 32 J
46. a) 1
- b) 1,0 m/s, horizontal.
- c) $\sqrt{17}$ m/s
- d) 0,4 m
47. a) 5000 m/s
- b) $\frac{0,02}{3}$ mm/s
48. E 50. C 52. B
49. A 51. 600 g
53. 0,70 m/s e 1,0 m/s.

54. C 57. B
55. $30 \cdot 10^{-2}$ s 58. E
56. B
59. a) horizontal: 90 m/s; vertical: 0,6 m/s
- b) -361296 J
60. a) $v_{Ax} = 1,6 \text{ m/s}$ e $v_{Ay} = 0$;
- $v_{Bx} = 0$ e $v_{By} = 1,2 \text{ m/s}$.
- b) 0
61. 4 m/s
62. C
63. Soma: $02 + 04 + 16 + 64 = 86$
64. a) $v_{\text{esfera}} = \sqrt{10} \text{ m/s}$; $v_{\text{pêndulo}} = 0$
- b) $\frac{1}{3}$ m
65. a) 4 m/s
- b) 8 m
66. a) 5 cm
- b) 75%
67. a) $\frac{\sqrt{gb}}{3}$
- b) $\text{arc cos}\left(\frac{17}{18}\right)$
68. C
69. a) 2,0 m/s
- b) 1,0 m/s para a esquerda.
- c) 5,0 J
70. E
71. E
72. A
73. A
74. D
75. $x_{\text{cm}} = \frac{1}{18}$; $y_{\text{cm}} = \frac{4}{18}$
76. C
77. (1,5b; 1,5b)
78. I. D II. A
79. a) $a_A = 0$; $a_B = 150 \text{ m/s}^2$
- b) 100 m/s^2
80. B
81. Soma: $02 + 04 + 08 = 14$
82. V; F; V; F; V
83. Soma: $01 + 02 = 03$
84. D 86. C 88. A
85. D 87. E
89. Soma: $01 + 08 = 09$
90. E 93. E 96. B
91. A 94. C 97. 2
92. A 95. B 98. D
99. $x = \frac{5}{2}$; $y = \frac{1}{2}$
100. v não depende de d.
- $v = k \cdot \sqrt{g \cdot h}$
101. a = 3; b = -6; c = -3

Exercícios complementares

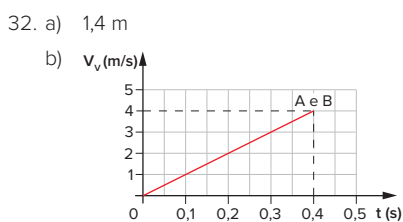
1. $10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
2. C
3. a) 170 m/s b) 1500 m/s
4. E 5. D 6. A 7. D
8. a) $2,22 \cdot 10^{-19} \text{ kg/m}^3$
- b) $2,5 \cdot 10^4 \text{ N}$
9. a) $5\sqrt{2} \text{ m/s}$ b) $30\sqrt{2} \text{ N}$
10. D 12. $8,0 \text{ N}$
11. V; F; F; V 13. B
14. $l = 1,4 \text{ N}\cdot\text{s}$; $v = \frac{70}{3} \text{ m/s}$

15. 400
16. B
17. Soma: $01 + 08 + 32 = 41$
18. B
19. a) $0,8 \text{ s}$
- b) $11,25 \text{ m/s}$
- c) $3,375 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
- d) $112,5 \text{ N}$
20. a) $4,0 \text{ m/s}$ c) $1,20 \text{ J}$
- b) $0,40 \text{ J}$ d) 240 N/m

21. E
22. C
23. 14 cm
24. a) 3 s c) 100 J
- b) 40 m/s
25. E

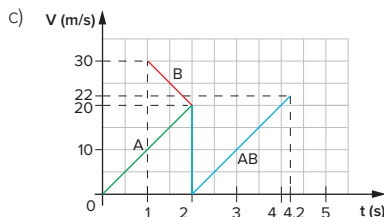
26. $\frac{57}{58} \cdot 5,40 \text{ MeV}$
27. a) $6\sqrt{3} \cdot 10^{-24} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$
- b) 2400 m/s

28. C
29. E
30. C
31. Soma: $01 + 04 + 16 = 21$

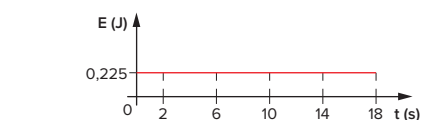
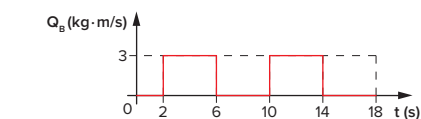
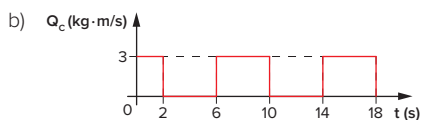


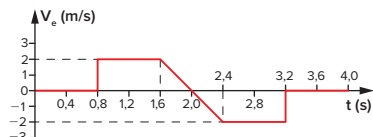
33. B
34. D
35. a) 20 m/s c) $1,25 \text{ m}$
- b) $\frac{1}{8} \text{ s}$
36. I, III e IV.
37. B
38. a) $58,5 \text{ km/h}$ b) $2,5\%$

39. E
40. B
41. B
42. a) $\frac{E'_C}{E_C} = \frac{1}{2}$
- b) $v_A = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot d}$
43. a) 1600 J b) 2000 J

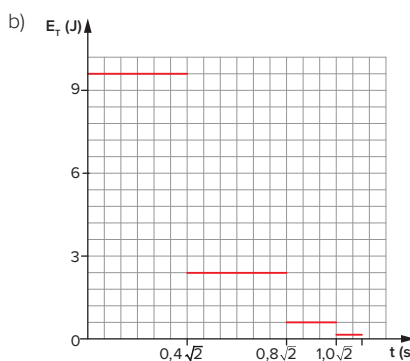
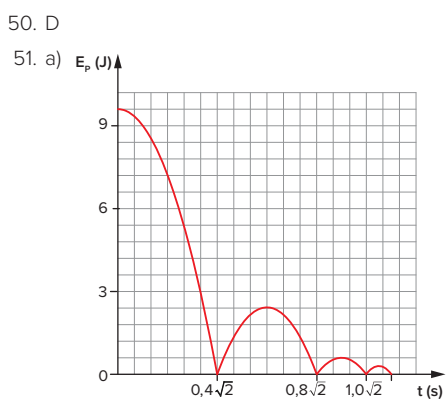


44. a) $1,5 \text{ m/s}$
- b) 3 m
45. B
46. a) 4 s



47. E
48. a) $0,8 \text{ s}$
- b) 

- c) $4,0 \text{ s}$
49. a) $V_{AO'} = -\frac{8}{3} \text{ m/s}$; $V_{BO'} = -\frac{2}{3} \text{ m/s}$
- b) $X_{AO'} = -\frac{10}{3} \text{ m}$



- c) $0,5$

52. Falsa, pois a sua velocidade era de 108 km/h .

53. D 54. A 55. D
56. a) $1,0 \text{ m/s}$ b) $215\,988,8 \text{ J}$

57. $v_2 = v_1 \sqrt{\sin^2 \theta + e^2 \cdot \cos^2 \theta}$;
 $\alpha = \text{arc tg}(e \cdot \cotg \theta)$

58. D
59. $0,8$

60. $\frac{2M\sqrt{5gL}}{m}$

61. D
62. a) 4 h b) 6 mgh
63. C 64. A 65. A

66. a) $\frac{2mg}{k}$

b) $v_{2m,a} = A\sqrt{\frac{k}{2m}}$ para a direita;
 $v_{m,a} = 0$;
 $v_{2m,d} = \frac{A}{3}\sqrt{\frac{k}{2m}}$ para a direita;
 $v_{m,d} = \frac{4A}{3}\sqrt{\frac{k}{2m}}$ para a direita

c) $v_{2m} = A\sqrt{\frac{k}{2m}}$ para a esquerda;
 $v_m = 0$

67. E

68. $V_0 \sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{k(m_1 + m_2)}}$

69. a) 8 m/s
- b) 30 N

70. B

71. B

72. a) $x_A = 3a$; $y_A = 0$; $x_B = -a$; $y_B = 0$

b) $x_{CM} = a$; $y_{CM} = 0$

c) $x_{CM}(t) = a \cdot \cos(\omega t)$; $y_{CM}(t) = a \cdot \sin(\omega t)$

d) $x_{CM}^2(t) + y_{CM}^2(t) = a^2$

73. Soma: $01 + 04 + 08 + 16 = 29$

74. 10 m/s

75. C

76. a) $x_{CM} = 1,5 \text{ m}$; $y_{CM} = 0,50 \text{ m}$

b) $1,25 \text{ m/s}$

c) $0,75 \text{ m/s}^2$

77. E

78. E

79. C

80. D

81. Soma: $01 + 16 = 17$

82. D

83. A

84. A

85. A

86. M_0 ; kg ; k ; s^{-1}

87. C

88. a) kg/s^2

b) $\frac{1}{12} \text{ kg/s}^2$

89. A

90. D

91. B

92. $[A] = M^0 L T^{-1}$; $[B] = M^0 L^0 T^{-1}$; $[C] = M^0 L^0 T^0$

93. C

94. A

95. B

96. a) MLT^{-2}

b) $F_v = k \cdot v \cdot h \cdot R$

97. A

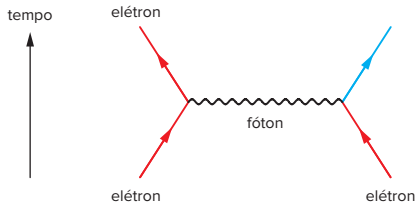
99. B

98. C

100. A

BNCC em foco

1. E 2. D
3. I.



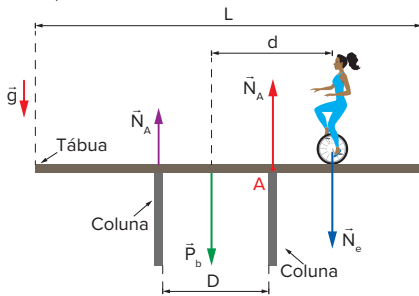
II. V; F; V

Frente 2

Capítulo 11 – Estática

Revisando

- Ponto I.
- $1000\sqrt{3}$ N
- a) 0,1 m b) 16 N
- $\frac{V_D}{V_C} = 1,5$ e $M = 40$ kg.
- 180 g
- a)



- b) $M_R = g \cdot \left[M \left(d - \frac{D}{2} \right) - \frac{mD}{2} \right]$
c) 2 m

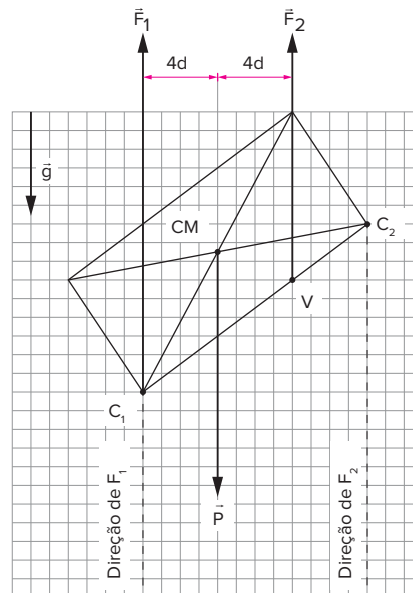
Exercícios propostos

- C 3. A 5. B 7. C 9. A
- C 4. C 6. C 8. C
- Soma: 01 + 02 + 16 = 19
- C
- B
- a) 3 N b) 2 m/s
- 92 N 19. D 24. C
- 55 N 20. E 25. D
- C 21. A 26. C
- B 22. D 27. B
- C 23. 80 N 28. A
- Soma: 01 + 02 + 04 = 07
- C 35. C 40. C 45. B
- B 36. D 41. A 46. C
- C 37. B 42. E
- 10^{23} 38. E 43. A
- D 39. E 44. A
- a) $1,5 \cdot 10^5$ N
b) $5 \cdot 10^4$ N, na vertical para cima.

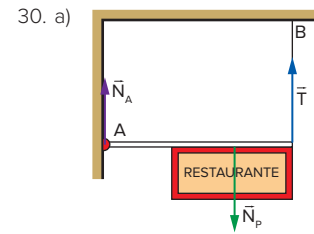
- C 50. A
- B 51. A
- a) $N_x = N_y = 40$ N
b) $N_x = 80$ N e $N_y = 60$ N.
- a) $N_2 = 257,14$ N e $N_1 = 342,86$ N.
b) $1,5$ N/cm²
- D 57. A 60. C
- A 58. A 61. A
- C 59. A 62. E
- Soma: 02 + 04 + 16 + 32 = 54
- A
- a) 300 N b) 50 N
- C 69. E 72. 3,5 m 75. D
- E 70. C 73. 81 g
- A 71. D 74. C

Exercícios complementares

- a) $R_A = T\sqrt{2}$
b) Portanto, há uma compressão de 2T nas barras DE e BD e uma força nula na barra CD.
- E 4. C 6. E 8. E
- C 5. C 7. D 9. A
- a) $\phi = 0$
b) $F = \frac{mg \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2)}{\sin \theta_1}$
- B 14. E 17. D 20. D 23. A
- A 15. A 18. B 21. D 24. B
- A 16. D 19. D 22. A
- a) 130 N
b) 26 N
- B
- A
- a) $R = 2$
b) $F_1 = 600$ N e $F_2 = 300$ N.
c) Forças iguais necessitam de braços de alavancas iguais. Assim:



29. B

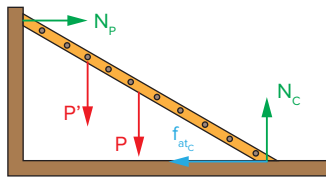


$T = 200$ N

- a) $N_A = 100\sqrt{13}$ N
- C
- a) $F_i = 300$ N (incisivos) e $F_m = 400$ N.
b) $P_i = 15 \cdot 10^6$ N/m² e $P_f = 4 \cdot 10^6$ N/m².
- C
- a) 500 N b) 500 N
- C
- a) 20 000 N b) $7,5 \cdot 10^5$ Pa
- D
- A
- a) 150 N b) 130 N
- C
- E
- a) 2,6 litros b) 25,0 N
- A
- As barras BG e EG, respectivamente, estão sob a ação de uma força de tração de 40 kN e uma força de compressão de 20 kN.
- C 47. A 49. B
- C 48. 2,7 m/s²
- $Q = \frac{Mg\pi\epsilon}{3q} \cdot a^2 \cdot \frac{7\sqrt{7}}{7\sqrt{7} + 2}$
- E
- D
- a)
(Corte transversal pelo centro do gaveteiro fechado)
- b) 36 cm
c) 4 kg
- 2,2 m
- O movimento da mosca deve ser restrito a um plano vertical que contenha a sua posição inicial, e a componente vertical do movimento deve ser uniforme.
- B 57. D
- a)

b) 2

59. B
60. a)



N_p : força de contato normal que a parede faz na escada
 N_c : força de contato normal que o chão faz na escada
 P : força peso que a Terra faz na escada
 P' : força de contato que a pessoa faz na escada. Seu módulo é igual ao módulo do peso da pessoa.

- b) $x = \frac{14\sqrt{3} - 5}{9} \text{ m}$
 61. B
 62. $x = 17,5 \text{ cm}$; $y = 16 \text{ cm}$
 63. O que vai ocorrer primeiro é o tombamento do cilindro.

BNCC em foco

1. D 2. A
 3. a) 6 kg b) 61,7 N

Capítulo 12 – Hidrostática

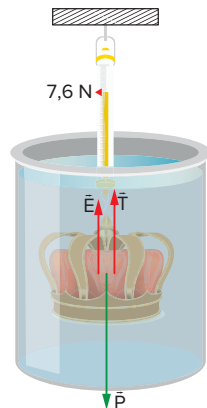
Revisando

- 1200 kg/m³; flutuará, pois $d_c < d$.
- a) 75 kg
b) 7500 N/m²
- $5 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$ e $3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
- a) A pressão da água na coluna do tubo é igual à pressão na superfície de água do lado de fora do tubo (pressão atmosférica).
b) 10 m
- 20,6 atm
- Os 3 pontos estão na mesma altura em um mesmo líquido em equilíbrio, portanto trata-se de uma superfície isobárica: $P_A = P_B = P_C$
- $\frac{d_y}{d_x} = 0,8$
- a) 2,4 W b) 600 N
- a) 8000 Pa
b) 210 N
- a) 0,6 N
b) 0,96 g/cm³
- a) Aorta da baleia: $3,6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$; Cano da Torre de Londres: $2,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$
b) A: aorta; E: grandes veias.

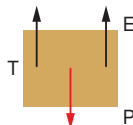
Exercícios propostos

1. D 3. C 5. C 7. D
 2. C 4. C 6. A

- a) Se a pressão interna for maior do que a pressão externa, a força causada por essa diferença será perpendicular à janela e com o sentido de dentro para fora.
b) $4,5 \cdot 10^3 \text{ N}$
- C 10. 4800 N/m²
- D 13. B 15. C 17. E 19. D 21. E
- C 14. C 16. B 18. D 20. E 22. D
- a) 19600 Pa b) 120 mmHg
- E
- a) 40 m b) 98 kPa
- D 27. D
- Soma: 01 + 02 + 04 = 07
- B 30. E 31. A 32. D 33. E
- Soma: 01 + 02 + 08 + 16 = 27
- a) $1,2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ b) $1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- B 37. A 38. A
- Soma: 02 + 16 = 18
- Soma: 08 + 16 = 24
- Soma: 02 + 04 + 16 = 22
- C
- Soma: 04 + 16 = 20
- E 46. B 48. E 50. C 52. C
- D 47. D 49. E 51. D 53. A
- a) $E = 16 \text{ N}$
b) $\rho = 1,6 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$ e $F = 32 \text{ N}$.
- D 57. A 59. 68 N
- E 58. D
- Soma: 01 + 02 + 16 = 19
- E
- a) $3,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ e $1,1 \text{ kg/m}^3$.
b) $6 \cdot 10^{-3} \text{ N}$
- D 64. A 65. C 66. D 67. E
- Soma: 01 + 02 + 04 + 08 = 15
- D 70. B
- a) 0,8 kg



- b) $2 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^3$
 72. a) 2000 kg/m^3 ou 2 g/cm^3 .
b) Princípio de Arquimedes.
 73. a)

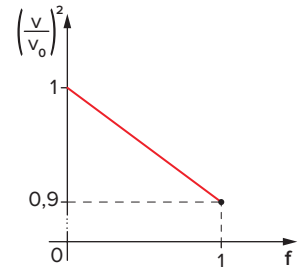


- P = força gravitacional que a Terra aplica no bloco
 E = força de empuxo que o líquido aplica no bloco
 T = força de tração que o fio aplica no bloco
 b) 750 kg/m^3
 74. C 76. B 78. A 80. B
 75. E 77. A 79. E 81. C

Exercícios complementares

- D 3. C 5. A 7. D
- D 4. A 6. E 8. D
- a) 460 N b) 500 N
- B 11. B 12. A 13. D 14. B
- a) 3,2 W
b) 193,3 mmHg
- E 19. B 22. C
- D 20. D
- $2,5 \text{ g/cm}^3$ 21. B
- a) 20/21
b) $P_{\text{atm}} = P + 10^4 \text{ h}$
c) $1,05 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
- A 28. D 32. C
- A 29. 46,5 L 33. $F_2 = 18F_1$
- B 30. C 34. 52,5 N
- 25 cm 31. A 35. A

36. a) $v = v_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{f}{10}}$
 b)



37. O volume de água deslocado pelos dois corpos é o mesmo, já que o nível de água subiu à mesma altura. Logo, como o empuxo é igual ao peso de água deslocado, o empuxo é o mesmo nos dois casos.
- a) 90%
b) $m_a = 86520 \text{ kg}$
c) $a_s = 1,11 \text{ m/s}^2$ e $a_d = 0,4 \text{ m/s}^2$.
 - E
 - a) 750 kg/m^3 c) 50 N
b) 10^{-3} m^3
 - a) $f \cong 89,8\%$. A fração continua a mesma, independentemente de o cone ser invertido.
b) A fração submersa só depende das densidades, ou seja, não varia em função de aceleração da gravidade e pressão atmosféricas.
 - D 43. 27 km^3
 - a) $1,05 \cdot 10^4 \text{ N}$ b) $0,5 \text{ m/s}^2$
 - A 47. C 49. C 51. B
 - E 48. C 50. B

52. $V_C = \frac{V \cdot (\rho_b - \rho)}{(\rho_b - \rho_c)}$ 53. C

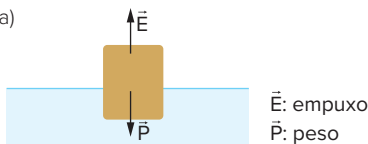
54. a) $0,9 \text{ g/cm}^3$ b) $9,1 \cdot 10^2 \text{ J}$

55. D 56. A

57. a) $2,7 \cdot 10^{16} \text{ N}$ b) 2 m/s

58. D

59. a)

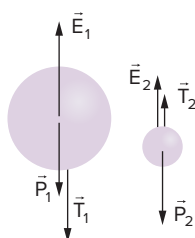


b) $\frac{V_{\text{sub}}}{V} = \frac{1}{2}$

c) $\Delta T = \frac{1}{197\beta}$

60. A

61. a)



E: força de empuxo exercida pelo líquido sobre as esferas

P: força peso que a Terra realiza nas esferas

T: força de tração que o fio realiza nas esferas

b) $E_1 = 41,87 \text{ N}$

$E_2 = 5,23 \text{ N}$

c) $\rho_1 = 0,9 \text{ g/cm}^3$

$\rho_2 = 1,8 \text{ g/cm}^3$

d) $4,19 \text{ N}$

62. A

63. Soma: $01 + 04 + 16 = 21$

64. B 68. $V_1 = 880 \text{ cm}^3$ e

$V_2 = 80 \text{ cm}^3$.

65. C 69. E

66. C

67. D

70. a) $[Z] = \text{kg/m}^4 \cdot \text{s}$

b) $1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

c) $8 \cdot 10^8 \text{ kg/m}^4 \cdot \text{s}$

71. A 72. A 73. C 74. B 75. C

BNCC em foco

1. a) 2500 N/m^2 b) 22 cm

2. B 3. E

Frente 3

Capítulo 13 – Ondas periódicas

Revisando

1. A 2. D 3. D 4. B 5. C

6. $6,0 \text{ Hz}$

7. D 8. C 9. E 10. C

Exercícios propostos

1. A 4. B 7. C 10. A 13. E

2. A 5. C 8. A 11. C 14. C

3. A 6. C 9. D 12. D 15. C

16. a)



b) $f_1 = 2 \text{ Hz}$ e $\lambda_1 = 2,5 \text{ m}$.

c) $f_2 = f_1 = 2 \text{ Hz}$ e $\lambda_2 = 2 \text{ m}$.

17. B 18. C 19. C

20. Soma: $04 + 08 = 12$

21. A 22. C 23. C

24. A tecnologia de *bluetooth* foi desenvolvida para promover a comunicação entre dispositivos a curto alcance, com baixo custo energético. Assim, o sinal é enviado com baixa potência e, consequentemente, a intensidade da onda é insuficiente para excitar o receptor após a distância limite.

25. Ao abrir a janela, Joca permitiu que o sinal da antena tivesse entrada para o apartamento sem um obstáculo sólido, o que reduz as perdas de sinais eletromagnéticos.

26. $R > 34,6 \text{ m}$ 28. 40 mW/cm^2

27. 21

Exercícios complementares

1. B

2. Ondas de rádio, pois a onda tem comprimento de onda de 10^2 m .

3. D

4. Soma: $01 + 04 = 05$

5. B 6. B 7. B

8. Soma: $04 + 16 = 20$

9. A

10. $L \approx 5,7 \text{ mm}$ e $d = 34 \text{ m}$.

11. D 12. A 13. B

14. A faixa do comprimento de onda do *laser* ($4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} \leq \lambda \leq 6,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$) não contempla a ordem de grandeza do núcleo do átomo.

15. D 18. C 21. A 24. B

16. D 19. B 22. A 25. A

17. E 20. A 23. A 26. B

27. Aproximadamente $8,28 \text{ km}$.

28. Aproximadamente $4,2 \text{ W/m}^2$.

BNCC em foco

1. I. O termo tsunami tem origem japonesa, sendo “tsu” porto, e “nami”, onda. Portanto, a tradução literal do termo seria “onda de porto”. A sua ocorrência pode ter diversas causas, como terremotos ocorridos no leito oceânico, explosões submarinas de grande intensidade (como testes nucleares), erupções vulcânicas submarinas, grandes eventos de deslizamento de terras subaquáticas ou até mesmo a queda de um grande meteoro no oceano.

II. a) À medida que a onda se aproxima da praia, seu comprimento de onda diminui e sua amplitude aumenta. Isso ocorre devido à conservação de energia: como o comprimento de onda diminui, a amplitude da onda deve aumentar para que a energia transportada por ela em um mesmo intervalo de tempo seja a mesma, isto é, a energia da onda que era em grande parte cinética é transformada em energia potencial gravitacional.

b) A velocidade das ondas diminuiu à medida em que ela se aproxima do litoral, onde as profundidades são menores.

2. a) Ondas P.

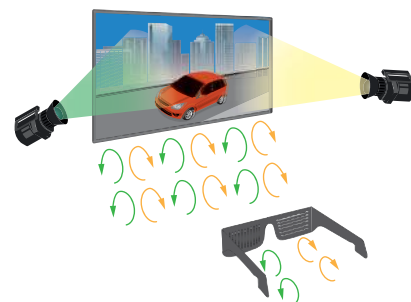
b) Refração.

c) Aproximadamente 2100 km .

d) Às ondas S, pois, com base na análise do gráfico, pode-se concluir que elas não se propagam no núcleo externo, que é líquido, ao contrário das ondas P.

3. a) O fenômeno representado é a polarização da luz, e os elementos A e B são filtros polarizadores.

b) Em um cinema 3D, são utilizados dois projetores que exibem o mesmo filme com luz polarizada em direções ortogonais. Os óculos utilizados pelos espectadores têm lentes polarizadoras em direções também ortogonais, de modo que cada olho recebe apenas uma das projeções. Ao combinar as duas imagens, o cérebro cria a percepção de tridimensionalidade.



As setas em cores diferentes representam luz com diferentes polarizações.

Capítulo 14 – Interferência

Revisando

1. D 3. B

2. B

4. a) Não (princípio da independência).

b) Não (princípio da independência).

5. E 8. E

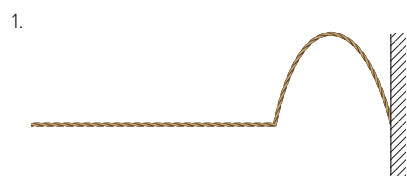
6. A 9. B

7. A 10. A

Exercícios propostos

1. B 2. D 3. E 4. A 5. C
6. Soma: $01 + 02 + 04 = 07$
7. A: negativa; B: positiva.
8. Construtiva
9. $L = 10 \cdot n_p$ (cm), n_p par
10. Soma: $02 + 04 + 32 = 38$
11. 85 Hz 14. D 17. 12,0 m
12. E 15. A 18. D
13. C 16. D
19. $2,5 \cdot 10^{-3}$ kg/m
20. B 23. C 26. E
21. E 24. A 27. 30 μm
22. E 25. B
28. a) BC b) $d \cdot \sin \theta$

Exercícios complementares



3. D 4. A
5. As palmas resultam em pulsos de ondas sonoras com frequências que não são bem definidas (ruído).
6. Não, as ondas longitudinais também podem sofrer interferência, sendo que seus vales e cristas correspondem às regiões de menor amplitude e maior amplitude, respectivamente. O som, por exemplo, sofre interferências construtivas e destrutivas, e os vales e cristas correspondem às regiões de menor e maior pressão, respectivamente.
7. a) $\mu_1 < \mu_2$
b) Não, pois a onda refletida não terá mesma amplitude.
8. E 9. B
10. a) 2 cm c) 2,5 Hz
b) 4 cm
11. E 12. A
13. a) Percorrendo a linha, Igor passa por pontos de interferência destrutiva e construtiva.
b) $|d_1 - d_2| = 2 \cdot \frac{\lambda}{2} = \lambda$. Aumentando a frequência, o comprimento de onda diminui e, conseqüentemente, a diferença de caminho também. Sendo assim, M se aproximará de O.
14. Zero 15. 2,4 m/s 16. E
17. a) 5 Hz b) 16 N
18. D 20. D
19. D 21. V; F; V

22. $2\sqrt{2}\pi$ m/s
23. a) $6,6 \cdot 10^{-15}$ J b) $3,0 \cdot 10^{-10}$ m
24. a) $1,5 \cdot 10^{-5}$ cm c) $3,0 \cdot 10^{-3}$ cm³
b) $7,5 \cdot 10^{-5}$ cm
25. B 26. 1 μm 27. A 28. C

BNCC em foco

1. a) Iridescência: característica relacionada à série de reflexos brilhantes.
b) A luz, ao incidir na película formada por água e sabão, divide-se em parte refletida, com inversão de fase e parte transmitida. A parcela transmitida, por sua vez, passa por reflexão interna na outra interface, retornando ao ambiente externo. Devido à diferença de percurso, quando as luzes chegam aos olhos do observador, há interferência, de forma que, dependendo do ângulo que se observa, algumas cores componentes da luz solar são reforçadas e outras diminuídas ou eliminadas por interferência destrutiva. Daí o aspecto colorido apresentado pelas bolhas observadas na presença do Sol (ou de fonte de luz branca).

2. O texto deve indicar que o tratamento antirreflexo aumenta a qualidade visual dos usuários e consiste na aplicação de uma fina película sobre a lente, que faz com que os dois reflexos de cada lado da película sofram interferência destrutiva, cancelando um ao outro e minimizando o ofuscamento visível.
3. As ondas quadradas ocorrem quando os ventos em uma localidade provocam ondas com direções não paralelas. Ao interferirem, elas formam o padrão quadrado ou retangular observado na imagem. Como consequência, as cristas e vales são mais intensos do que de outras ondas e podem representar perigo para nadadores e embarcações. Além disso, embarcações são construídas para "enfrentar" as ondas de frente, e, em uma região com ondas quadradas, a embarcação pode ser atingida lateralmente, causando um possível tombamento.

11. Soma: $01 + 02 + 04 + 08 + 16 = 31$
12. 60 cm 13. 240 Hz
14. a) $v = 0,25$ m/s; $T = 0,1$ s
b) (i) 6,25 cm
(ii) 2 Hz
15. $12,5 \cdot 10^{-3}$ kg/m
16. D 17. C 18. E 19. E
20. $1,0 \cdot 10^3$ Hz
21. $f = 125 \cdot n_1$ Hz, sendo n_1 um natural ímpar.
22. E
23. a) Ruído do próprio ambiente, visto que a cavidade funciona como uma extensão da orelha e amplifica esses ruídos.
b) 550 Hz
24. C 26. A 28. 1100 Hz
25. C 27. 170 m/s

Exercícios complementares

1. E
2. Alto ou baixo se refere a frequência, não à intensidade (volume).
3. A 4. A
5. Soma: $02 + 04 + 08 + 16 = 30$
6. Soma: $01 + 02 + 08 = 11$
7. 5 m 9. B 11. C
8. D 10. B 12. C
13. a) $f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M \cdot g \cdot \cotg \theta}{m \cdot \ell}}$
b) $L = \sqrt{\frac{m \cdot \ell \cdot \tg \theta}{g}} \cdot \frac{v}{\sqrt{M_2} - \sqrt{M_1}}$
14. D 16. C 18. B 20. D
15. C 17. E 19. C 21. C
22. Soma: $08 + 16 = 24$
23. A
24. a) Curva 2, pois possui maior período.
b) 30,6 m/s
25. Soma: 16
26. a) 5 Hz b) 10 m/s
27. 1105 Hz
28. C

BNCC em foco

1. O que o esquema representa é a refração das ondas sonoras nas diferentes camadas de ar, em função de sua temperatura, à semelhança do que foi estudado no capítulo sobre a refração da luz.
2. Onda A: menor amplitude e maior frequência, logo o som é fraco e agudo. Onda B: maior amplitude e menor frequência, logo o som é forte e grave.
3. Durante o exame, ondas de ultrassom são emitidas em direção às partes internas do corpo e são refletidas por células do sangue. É possível determinar a velocidade e o sentido do fluxo sanguíneo por meio da análise das ondas refletidas (eco) considerando o efeito Doppler. Por fim, esses dados são utilizados para produzir imagens.

Capítulo 15 – Acústica

Revisando

1. B 5. 200 m/s 9. B
2. D 6. 10 m 10. 37 m/s
3. E 7. C
4. 100 8. B

Exercícios propostos

1. C 4. D 7. 10^{-2} W/m²
2. E 5. B 8. 53 dB
3. C 6. E 9. 34 m
10. Tracionar.