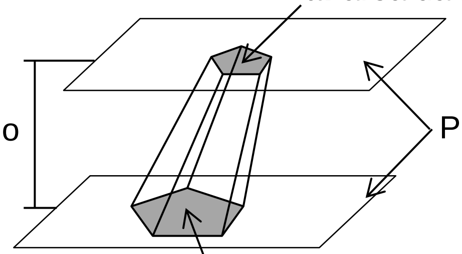
GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL

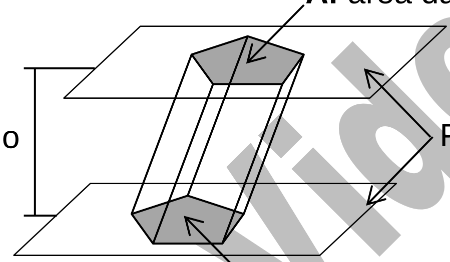
CONHECIMENTOS BÁSICOS

Volume de sólido de bases diferentes ou tronco



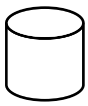
$$\boxed{V = \frac{1}{3}\left(A + a + \sqrt{Aa}\right) \cdot H}$$

Volume de sólido de bases iguais

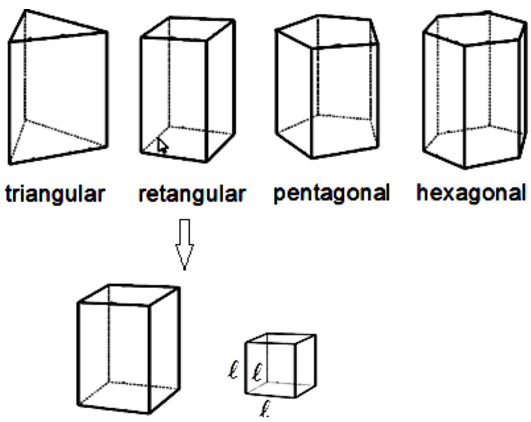


$$\boxed{V = A \cdot H}$$

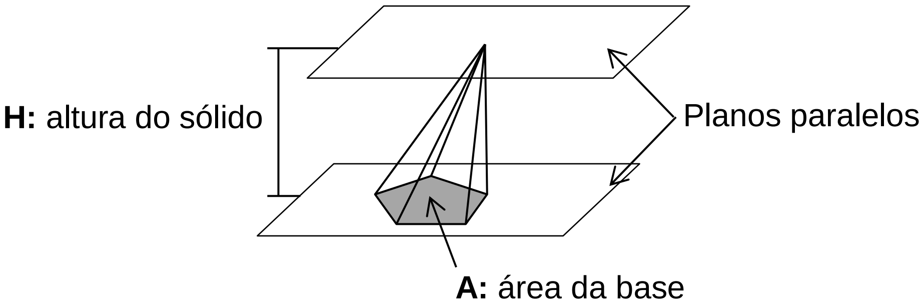
Exemplos:
Base circular: cilindro



Base um polígono: prisma

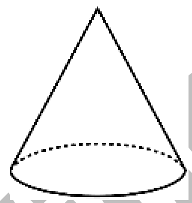


Volume de sólido de uma base

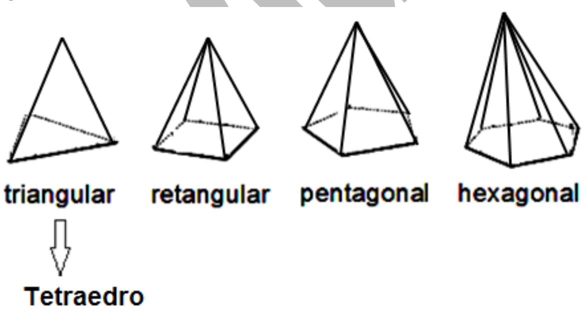


$$\boxed{V = \frac{1}{3} A \cdot H}$$

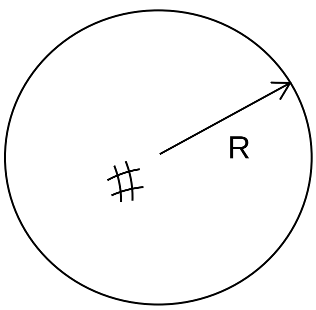
Exemplos
Base circular: cone



Base um polígono: pirâmide

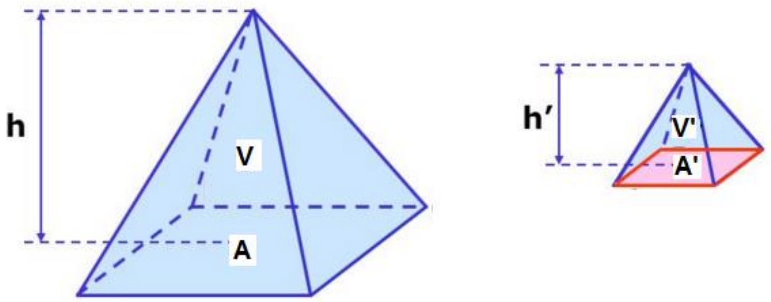


Esfera



$$\boxed{V = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3} \quad \text{e} \quad \boxed{A = 4 \cdot \pi \cdot R^2}$$

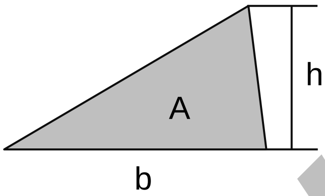
Semelhança de sólidos

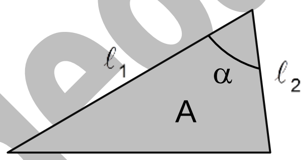


$$\boxed{\frac{h}{h'} = k,\ \frac{A}{A'} = k^2 \text{ e } \frac{V}{V'} = k^3}$$

FERRAMENTAS INDISPENSÁVEIS

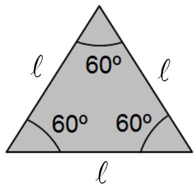
Triângulo



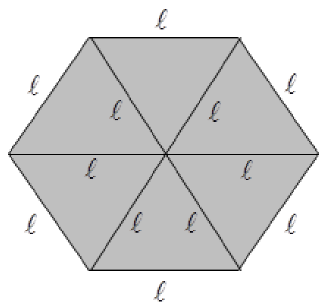


$$\boxed{A = \frac{b \cdot h}{2}} \qquad \boxed{A = \frac{\ell_1 \cdot \ell_2}{2} \operatorname{sen}\alpha}$$

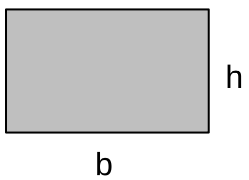
Atenção!
Triângulo equilátero



Hexágono regular

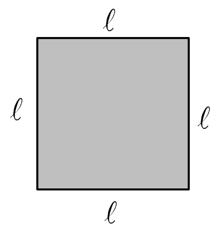


Retângulo

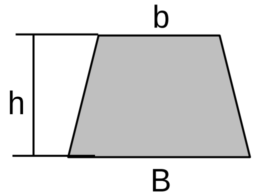


$$\boxed{A = b \cdot h}$$

Notas:
Quadrado

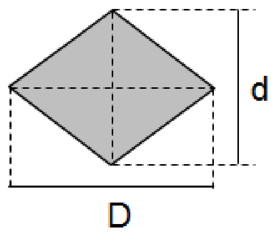


Trapézio



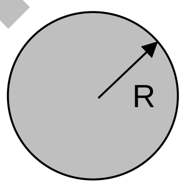
$$\boxed{A = \frac{(B+b)h}{2}}$$

Losango



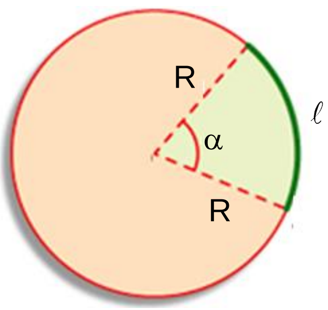
$$\boxed{A = \frac{D \cdot d}{2}}$$

Círculo



$\boxed{A = \pi R^2}$ e $\boxed{C = 2\pi R}$

Relação entra ângulo(α) , arco(ℓ) e raio (R)



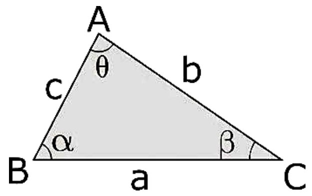
rad

$$\ell = \alpha \cdot R$$

$$\pi \text{ rad} \to 180^o$$

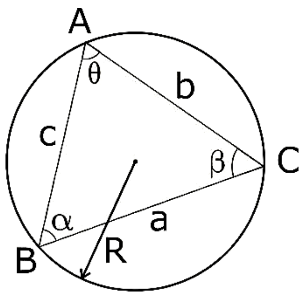
Relações trigonométricas num triângulo:

Lei dos Cossenos:



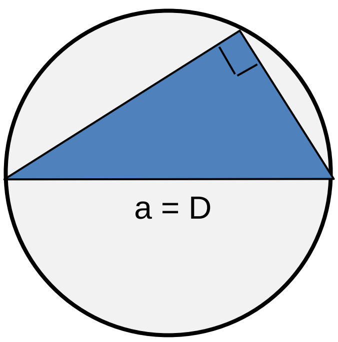
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\theta$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\alpha$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\beta$$

Lei dos Senos:



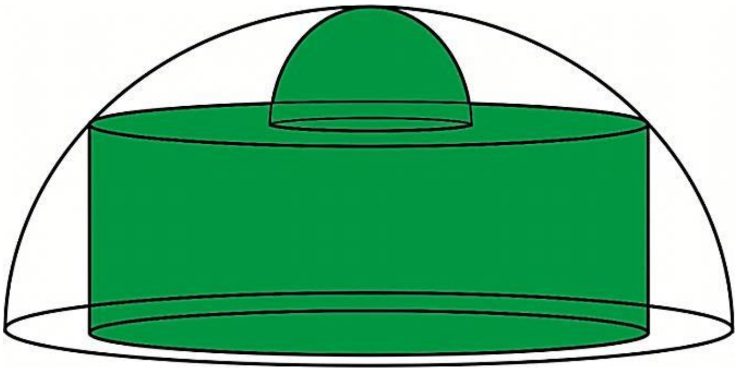
$$\frac{a}{\text{sen}\theta} = \frac{b}{\text{sen}\alpha} = \frac{c}{\text{sen}\beta} = 2R$$

Dica valiosíssima ☞ Quando uma circunferência está circunscrita a um triângulo retângulo seu diâmetro coincide com a hipotenusa deste triângulo retângulo.



Testes de fixação

01. (EFOMM) Constrói-se um depósito, na forma de um sólido V, dentro de uma semiesfera de raio 4 m. O depósito é formado por uma semiesfera de raio 1 m sobreposta a um cilindro circular, dispostos conforme a figura. Então a área da superfície total de V, em m², é igual a:



a) $\left(20+14\sqrt{2}\right)\pi$
b) $\left(17+4\sqrt{10}\right)\pi$
c) $\left(8+4\sqrt{7}\right)\pi$
d) $\left(21+7\sqrt{6}\right)\pi$
e) $\left(15+6\sqrt{7}\right)\pi$

02. (EFOMM) Um cubo de lado 2a possui uma esfera circunscrita nele. Qual é a probabilidade de, ao ser sorteado um ponto interno da esfera, esse ponto ser interno ao cubo?
a) $\frac{\pi}{6}$
b) $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$
c) $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$
d) $\frac{2\pi}{6\sqrt{3}}$
e) $\frac{1}{2}$

03. (EFOMM) Num triângulo ABC as bissetrizes dos ângulos externos do vértice B e C formam um ângulo de medida 50°. Calcule o ângulo interno do vértice A.
a) 110°
b) 90°
c) 80°
d) 50°
e) 20°

04. (EFOMM) Qual é a área da circunferência inscrita em um triângulo equilátero, sabendo-se que esse triângulo está inscrito em uma circunferência de comprimento igual a 10π cm?

a) $\frac{75\pi}{4}$

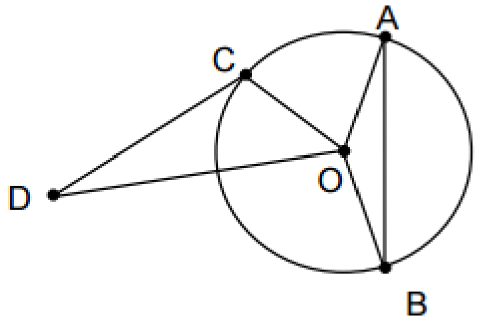
b) $\frac{25\pi}{4}$

c) $\frac{5\pi}{2}$

d) $\frac{25\pi}{16}$

e) $\frac{5\pi}{4}$

05. (EFOMM) Determine o comprimento do menor arco AB na circunferência de centro O, representada na figura a seguir, sabendo que o segmento OD mede 12 cm, os ângulos $C\hat{O}D = 30°$ e $O\hat{A}B = 15°$ e que a área do triângulo CDO é igual a 18 cm^2.



a) 5π cm
b) 12 cm
c) 5 cm
d) 12π cm
e) 10π cm

06. (EFOMM) Num quadrado de lado **a**, inscreve–se um círculo; nesse círculo se inscreve um novo quadrado e nele um novo círculo. Repetindo a operação indefinidamente, tem-se que a soma dos raios de todos os círculos é:

a) $\frac{a\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{2}-1\right)$

b) $a\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)$

c) $\frac{a\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{2}+1\right)$

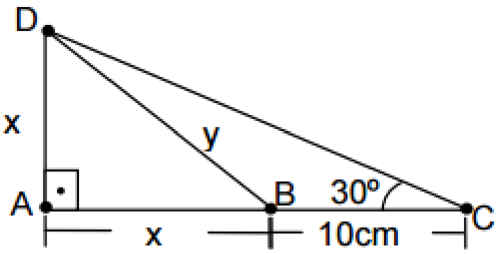
d) $a\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)$

e) $2a\left(\sqrt{2}-1\right)$

07. (EFOMM) Seja um quadrado de lado 2. Unindo os pontos médios de cada lado, temos um segundo quadrado. Unindo os pontos médios do segundo quadrado, temos um terceiro quadrado, e assim sucessivamente. O produto das áreas dos dez primeiros quadrados é

a) $2^{-\frac{9}{2}}$
b) $2^{-\frac{25}{2}}$
c) $2^{-\frac{45}{2}}$
d) 2^{-45}
e) 2^{-25}

08. (EFOMM) Determine o perímetro do triângulo ABD, em cm, representado na figura abaixo:



a) $5\sqrt{3}+5$
b) $5\left(2+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+1\right)$
c) $20+4\sqrt{5}$
d) 45
e) 50

09. (EFOMM) Seja uma esfera de raio R e um cubo de aresta a, ambos com a mesma área de superfície. A razão entre o volume do cubo e o volume da esfera é igual a

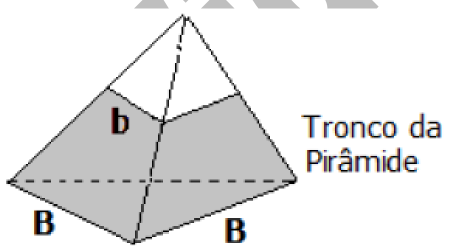
a) $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$
b) $\sqrt{\frac{\pi}{12}}$
c) $\sqrt{\frac{2\pi}{3}}$
d) $\sqrt{\frac{\pi}{3}}$
e) $\sqrt{\frac{\pi}{6}}$

10. (EFOMM) Um tanque em forma de cone circular de altura h encontra-se com vértice para baixo e com eixo na vertical. Esse tanque, quando completamente cheio, comporta 6000 litros de água. O volume de água, quando o nível está a $\frac{1}{4}$ da altura, é igual a

a) 1500 litros.
b) 3500 litros.
c) 3375 litros.
d) 3000 litros.
e) 1250 litros.

11. (EFOMM) Um astronauta, em sua nave espacial, consegue observar em certo momento exatamente $\frac{1}{6}$ da superfície de um planeta. Determine a que distância ele está da superfície desse planeta. Considere o raio do planeta igual a 12800 km.
a) 1300 km.
b) 1500 km.
c) 1600 km.
d) 3200 km.
e) 6400 km

12. (EFOMM) A área lateral de um tronco de pirâmide triangular regular cujas bases tem áreas $25\sqrt{3}\ cm^2$ e $4\sqrt{3}\ cm^2$ e altura 4cm é, em cm^2 ,



a) $19\sqrt{3}$.
b) $25\sqrt{3}$.
c) $15\sqrt{19}$
d) $21\sqrt{19}$
e) $25\sqrt{15}$

13. (EFOMM) Considere um triângulo retângulo de catetos 9 cm e 12 cm. A bissetriz interna relativa à hipotenusa desse triângulo mede:
a) $\frac{36}{7}\sqrt{2}$
b) $\frac{25}{7}\sqrt{2}$
c) $\frac{4}{15}\sqrt{2}$
d) $\frac{7}{5}\sqrt{2}$
e) $\frac{3}{5}\sqrt{2}$

14. (EFOMM) Considere a equação de incógnita real x:

$$2\cos^4 x - 2\cos^2 x + 1 = \cos 4x$$

Se $x_0 \in (0;\pi)$ é uma das soluções e x_0 centímetros é a medida da diagonal de um cubo, então área da superfície total desse cubo, em cm^2, é igual a

a) $3\pi^2 / 8$
b) $\pi^2 / 2$
c) 6
d) $27\pi^2 / 8$
e) $6\pi^2$

15. (EFOMM) Os números que exprimem o cateto, a hipotenusa e a área de um triângulo retângulo isósceles estão em progressão aritmética, nessa ordem. O cateto do triângulo, em unidades de comprimento, vale:

a) $2\sqrt{2}-1$
b) $2\sqrt{2}-2$
c) $4\sqrt{2}-2$
d) $4\sqrt{2}-4$
e) $4\sqrt{2}-1$

16. (EFOMM) Um triângulo obtusângulo ABC tem 18 cm de perímetro e as medidas de seus lados formam uma progressão aritmética crescente (AB,AC,BC). Os raios das circunferências inscrita e circunscrita a esse triângulo ABC medem, respectivamente, **r** e **R**. Se $\text{sen}\hat{A} = \frac{\sqrt{15}}{4}$ e $\text{sen}\hat{B} = \frac{3\sqrt{15}}{16}$, então o produto **r.R**, em cm², é igual a:

a) 35/9
b) $6\sqrt{6}$
c) $3\sqrt{15}$
d) 16/3
e) 1

17. (EFOMM) As medidas dos lados AC, BC e AB de um triângulo ABC formam, nesta ordem, uma progressão aritmética crescente. Os ângulos internos $\hat{A}, \hat{B}$ e $\hat{C}$ desse triângulo possuem a seguinte propriedade:

$$\text{sen}^2\hat{A} + \text{sen}^2\hat{B} - \text{sen}^2\hat{C} - 2\text{sen}\hat{A}\cdot\text{sen}\hat{B}\cdot\cos\hat{C} = \cos^2\hat{C}$$

Se o perímetro do triângulo ABC mede $3\sqrt{3}\,m$, sua área, em m², é igual a:

a) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$
b) 3/4
c) 9/8
d) 2
e) 4

18. (EFOMM) Seja um quadrado de lado 2. Unindo os pontos médios de cada lado, temos um segundo quadrado. Unindo os pontos médios do segundo quadrado, temos um terceiro quadrado, e assim sucessivamente. O produto das áreas dos dez primeiros quadrados é:

a) $2^{-\frac{9}{2}}$
b) $2^{-\frac{25}{2}}$
c) $2^{-\frac{45}{2}}$
d) 2^{-45}
e) 2^{-25}

19. (EFOMM) O conjunto de todos os números reais $q > 1$, para os quais $a_1, a_2, \cdots, a_n$ formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão q, com primeiro termo 2 e representam as medidas dos lados de um triângulo, é:

a) $\left]-1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right[$
b) $\left]1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right[$
c) $\left]1, \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\right[$
d) $\left]1, \frac{1+\sqrt{5}}{4}\right[$
e) $\left]1, 1+\sqrt{5}\right[$

20. (EFOMM) Num quadrado de lado a, inscreve–se um círculo; nesse círculo se inscreve um novo quadrado e nele um novo círculo. Repetindo a operação indefinidamente, tem-se que a soma dos raios de todos os círculos é:

a) $\frac{a\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{2}-1\right)$
b) $a\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)$
c) $\frac{a\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{2}+1\right)$
d) $a\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)$
e) $2a\left(\sqrt{2}+1\right)$

21. (EFOMM) Considere a função f, definida por $f(x) = -\frac{2}{x}$ e duas circunferências C_1 e C_2, centradas na origem. Sabe-se que C_1 tangencia o gráfico de f, e que um ponto de abscissa $-\frac{1}{2}$ pertence a C_2 e ao gráfico de f. Nessas condições, a área da coroa circular, definida por C_1 e C_2, é igual a:

a) $\frac{65}{4}\pi$

b) $\frac{49}{4}\pi$

c) $\frac{25}{4}\pi$

d) $\frac{9}{4}\pi$

e) $\frac{1}{4}\pi$

GABARITO

01. e	02. b	03. c	04. b	05. a	06. c	07. e	08. b	09. e	10. x	11. e	12. d
13. a	14. b	15. c	16. d	17. c	18. e	19. b	20. c	21. b			