

001/001

FUVEST 2008

2ª Fase - Matemática (10/01/2008)

BOX 000
000/000**FUVEST**

FUNDAÇÃO UNIVERSITÁRIA PARA O VESTIBULAR

**Leia atentamente as instruções
abaixo**

1. Aguarde a autorização do fiscal para abrir o caderno de questões e iniciar a prova.
2. Verifique se seu nome e seu número de inscrição estão corretos.
3. Duração da prova : **3 horas.**
4. A prova deve ser feita com caneta azul ou preta.
5. A solução de cada questão deve ser feita nos espaços correspondentes.
6. Este caderno de prova contém páginas destinadas a rascunho. O que estiver escrito nessas páginas **NÃO** será considerado na correção da prova.
7. Verifique se este caderno de prova contém 10 (dez) questões e se a impressão está legível.
8. **NÃO escreva no verso desta folha.**

BOA PROVA !

Ciente dessas informações, assino o canhoto abaixo.

Ordem	Inscrição	Prova	Escola/Sala/Fila/Lugar
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Nome do Candidato

MATEMÁTICA

Assinatura do Candidato

Matemática

LOTE

SEQ.

—	<input type="text"/>	—								
	<input type="text"/>	—								
	<input type="text"/>	—								
	<input type="text"/>	—								

Q.01	<input type="text"/>	—				
	0	1	2	3	4	—
Q.02	<input type="text"/>	—				

Q.03	<input type="text"/>	—				
	0	1	2	3	4	—
Q.04	<input type="text"/>	—				

Q.05	<input type="text"/>	—				
	0	1	2	3	4	—
Q.06	<input type="text"/>	—				

Q.07	<input type="text"/>	—				
	0	1	2	3	4	—
Q.08	<input type="text"/>	—				

Q.09	<input type="text"/>	—				
	0	1	2	3	4	—
Q.10	<input type="text"/>	—				

—	<input type="text"/>	—								
	<input type="text"/>	—								
	<input type="text"/>	—								
	<input type="text"/>	—								

**FUVEST 2008**

NÃO
ESCREVA
NESTA
FOLHA



ATENÇÃO

ESTE CADERNO CONTÉM 10 (DEZ) QUESTÕES E RESPECTIVOS ESPAÇOS PARA RESPOSTAS.

DURAÇÃO DA PROVA: 3 (TRÊS) HORAS.

- A correção de cada questão será restrita somente ao que estiver registrado no espaço correspondente, na página de respostas, à direita.
- É indispensável indicar a resolução das questões, não sendo suficiente apenas escrever as respostas.



Q.01

João entrou na lanchonete BOG e pediu 3 hambúrgueres, 1 suco de laranja e 2 cocadas, gastando R\$21,50. Na mesa ao lado, algumas pessoas pediram 8 hambúrgueres, 3 sucos de laranja e 5 cocadas, gastando R\$ 57,00.

Sabendo-se que o preço de um hambúrguer, mais o de um suco de laranja, mais o de uma cocada totaliza R\$ 10,00, calcule o preço de cada um desses itens.

Q.02

No triângulo ABC , tem-se que $AB > AC$, $AC = 4$ e $\cos \hat{C} = \frac{3}{8}$. Sabendo-se que o ponto R pertence ao segmento \overline{BC} e é tal que $AR = AC$ e $\frac{BR}{BC} = \frac{4}{7}$, calcule

- a altura do triângulo ABC relativa ao lado \overline{BC} .
- a área do triângulo ABR .



Q.03

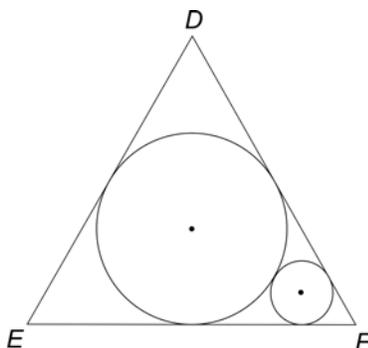
Um polinômio de grau 3 possui três raízes reais que, colocadas em ordem crescente, formam uma progressão aritmética em que a soma dos termos é igual a $\frac{9}{5}$. A diferença entre o quadrado da maior raiz e o quadrado da menor raiz é $\frac{24}{5}$.

Sabendo-se que o coeficiente do termo de maior grau do polinômio é 5, determine

- a progressão aritmética.
- o coeficiente do termo de grau 1 desse polinômio.

Q.04

O círculo C , de raio R , está inscrito no triângulo equilátero DEF . Um círculo de raio r está no interior do triângulo DEF e é tangente externamente a C e a dois lados do triângulo, conforme a figura.



Assim, determine

- a razão entre R e r .
- a área do triângulo DEF em função de r .



Q.05

A medida x , em radianos, de um ângulo satisfaz $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ e verifica a equação $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$.

Assim,

- a) determine x .
- b) calcule $\cos x + \cos 2x + \cos 3x$.

Q.06

São dados, no plano cartesiano de origem O , a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 5$, o ponto $P = (1, \sqrt{3})$ e a reta s que passa por P e é paralela ao eixo y . Seja E o ponto de ordenada positiva em que a reta s intercepta a circunferência.

Assim sendo, determine

- a) a reta tangente à circunferência no ponto E .
- b) o ponto de encontro das alturas do triângulo OPE .



Q.07

Em um jogo entre Pedro e José, cada um deles lança, em cada rodada, um mesmo dado honesto uma única vez. O dado é cúbico, e cada uma de suas 6 faces estampa um único algarismo de maneira que todos os algarismos de 1 a 6 estejam representados nas faces do dado.

Um participante vence, em uma certa rodada, se a diferença entre seus pontos e os pontos de seu adversário for, no mínimo, de duas unidades. Se nenhum dos participantes vencer, passa-se a uma nova rodada.

Dessa forma, determine a probabilidade de

- a) Pedro vencer na primeira rodada.
- b) nenhum dos dois participantes vencer na primeira rodada.
- c) um dos participantes vencer até a quarta rodada.

Q.08

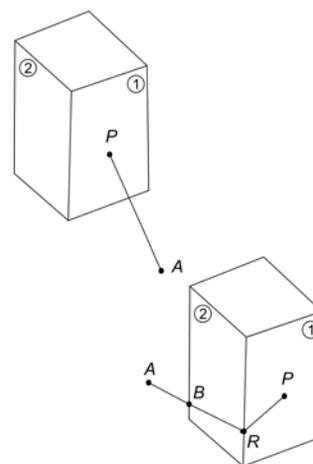
Um poste vertical tem base quadrada de lado 2.

Uma corda de comprimento 5 está esticada e presa a um ponto P do poste, situado à altura 3 do solo e distando 1 da aresta lateral. A extremidade livre A da corda está no solo, conforme indicado na figura.

A corda é então enrolada ao longo das faces ① e ②, mantendo-se esticada e com a extremidade A no solo, até que a corda toque duas arestas da face ② em pontos R e B , conforme a figura.

Nessas condições,

- a) calcule PR .
- b) calcule AB .





Q.09

A figura na página de respostas representa o número $\omega = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ no plano complexo, sendo $i = \sqrt{-1}$ a unidade imaginária. Nessas condições,

- determine as partes real e imaginária de $\frac{1}{\omega}$ e de ω^3 .
- represente $\frac{1}{\omega}$ e ω^3 na figura ao lado.
- determine as raízes complexas da equação $z^3 - 1 = 0$.

Q.10

Pedrinho, brincando com seu cubo mágico, colocou-o sobre um copo, de maneira que

- apenas um vértice do cubo ficasse no interior do copo, conforme ilustra a foto;
- os pontos comuns ao cubo e ao copo determinassem um triângulo equilátero.

Sabendo-se que o bordo do copo é uma circunferência de raio $2\sqrt{3}$ cm, determine o volume da parte do cubo que ficou no interior do copo.





FUVEST 2008
2ª Fase - Matemática (10/01/2008)

001/001

BOX 000
000/000