EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

Chama-se equação polinomial do 2º grau com uma incógnita a toda equação pode ser escrita na forma abaixo:

$ax^2 + bx + c = 0$ onde a, b e c (termo independente) $\in$ IR, $a \neq 0$.

Classificação das equações do 2º grau

As equações do 2º grau são classificadas em completas ou incompletas.

I)Equações completas – São do tipo:

$ax^2 + bx + c = 0$

Exemplo:

$x^2 + 3x - 5 = 0$

II)Equações incompletas – São dos tipos:

$ax^2 + c = 0 \ \ ou \ \ ax^2 + bx = 0$

Exemplos:

a)$x^2 - \frac{x}{2} = 0$

b) $-x^2 + 3 = 0$

Raízes da equação do 2º grau

Encontrar as raízes da equação do 2º grau é encontrar os valores que substituindo na incógnita fará com que o valor da expressão algébrica apresentada seja igual a zero.

Exemplo:

Verifique se 2 é raiz da equação $-x^2 + 3 = 0$

Vamos substituir a incógnita por 2.

$-(2)^2 + 3 \Rightarrow -4 + 3 \Rightarrow -1$

Realizada a operação encontramos – 1 como resultado e não zero. Logo, 2 não é raiz da equação dada.

Cálculo das raízes da equação do 2º grau

Para encontrarmos as raízes da equação do 2º grau *podemos* utilizar o método de resolução algébrica, método conhecido erroneamente como fórmula de Bhaskara.

Observações importantes:

I)Podemos utilizar o método de resolução algébrico, isto é, não quer dizer que tenha apenas esta maneira, em alguns casos podemos encontrar as raízes por meio de outros recursos. A saber: colocando a incógnita em evidência, fazendo uso de produtos notáveis ou até mesmo pelo produto de Stevin.

II) Segundo historiadores não foi Bhaskara quem desenvolveu este método de resolução e também segundo os mesmo, só no Brasil este método de resolução foi atribuído ao matemático indiano Bhaskara.

FICA A DICA:

Assista ao vídeo Esse tal de Bhaskara produzido pela equipe do ime da UNICAMP. Endereço eletrônico: m3.ime.unicamp.br

Método de resolução algébrica

Ë uma fórmula que permite resolver toda equação de grau 2.

Sendo $ax^2 + bx + c = 0$, temos:

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, onde $\Delta = b^2 - 4ac$.

Exemplos:

Resolver, com U = IR:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

a = 1 b = – 5 c = 6

$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 24 = 1$

$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2}$

$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3$ $x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$

S = { 2,3 }

b) $3x^2 + 8x - 12 = 0$

a = 3 b = 8 c = – 12

$\Delta = b^2 - 4ac = 64 - 144 = -80$

$x = \frac{-8 \pm \sqrt{-80}}{6}$ x_1 e $x_2 \notin$ IR

(x_1 e x_2 são ditas imaginárias ou complexas).

S = ∅.

c) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

a = 4 b = – 12 c = 9

$\Delta = b^2 - 4ac = 144 - 144 = 0$.

$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{0}}{8}$

$x_1 = x_2 = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

S = {3/2}

Discussão das raízes da equação do 2º grau

$$\Delta > 0 \Rightarrow \textit{Duas raízes reais e diferentes}$$
$$\Delta = 0 \Rightarrow \textit{Duas raízes reais e iguais}$$
$$\Delta < 0 \Rightarrow \textit{Raízes imaginárias ou complexas}$$

Relação entre os coeficientes e as raízes

Soma das raízes: $S = \frac{-b}{a}$ ou $x' + x'' = \frac{-b}{a}$

Produto das raízes: $P = \frac{c}{a}$ ou $x' . x'' = \frac{c}{a}$

Obs: Existem outras relações entre os coeficientes e as raízes da equação do 2º grau.

Montagem da equação do 2º grau

Dividindo-se por a ≠ 0 os membros da equação de 2º grau

$ax^2 + bx + c = 0$, obtém-se:

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

Mas como $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ e $P = x_1x_2 = \frac{c}{a}$, vem:

$\mathbf{x^2 - Sx + P = 0}$, o que permite a montagem da equação, conhecidas as raízes:

Exercícios:

1) Determine o conjunto solução das seguintes equações completas do 2º grau, sendo U = IR.

$a)\ x^2 - 5x + 6 = 0$
$b)\ x^2 + x - 20 = 0$
$c)\ x^2 - 7x + 12 = 0$
$d)\ x^2 - 11x + 30 = 0$
$e)\ x^2 - 13x + 40 = 0$
$f)\ x^2 + x - 2 = 0$
$g)\ x^2 - x - 2 = 0$
$h)\ x^2 - 3x - 10 = 0$
$i)\ x^2 + 4x + 4 = 0$
$j)\ x^2 - 4x + 4 = 0$
$k)\ 9x^2 + 21x + 10 = 0$
$l)\ 16x^2 + 16x + 3 = 0$
$m)\ 35x^2 - 29x + 6 = 0$
$n)\ 40x^2 - 59x + 21 = 0$
$o)\ 12x^2 - 5x - 3 = 0$
$p) 15\,x^2 + 2x - 8 = 0$

2) Para quais valores de K a equação $3x^2 + 5x + k = 0$ apresentam duas raízes reais e distintas?

3) Para quais valores de K a equação $x^2 + kx + k + 3 = 0$ apresentam duas raízes reais iguais?

4) Para quais valores de K a equação $kx^2 + 6x - 1 = 0$ não apresentam raízes reais ?

5) Sejam x_1 e x_2 as raízes da equação $10x^2 + 33x - 7=0$. O número inteiro mais próximo do número $5x_1x_2 + 2(x_1 + x_2)$ é:

a) -33 b) -10 c) -7
d) 10

6) Se m e n são raízes da equação $x^2 + x + 1 = 0$ o valor de

$m^{-2} + n^{-2}$ é:

a) -2 b) -1 c) 1 d) 2

7)Certa quantia é dividida em partes iguais, entre determinado número de pessoas. Se aumentarmos de 6, o número de pessoas, cada um receberá R\$3,00 a menos, e se, do contrário, o número de pessoas diminui de 2, cada um terá R\$2,00 a mais. Achar o número de pessoas e a cota de cada uma?

a) 10 e R\$8,00 b) 10 e R\$11,00
c) 9 e R\$8,00 d) 8 e R\$13,00

8) Uma costureira foi contratada para confeccionar 160 camisas da turma do 1 ano CPCAR 2015. Nos dois primeiros dias, ela confeccionou $\frac{1}{x};\left(x \in \mathbb{N}^*\right)$ do total de camisas. Ela percebeu que se tivesse confeccionado 8 camisas a menos, nesses dois dias, o número de camisas confeccionadas seriam $\frac{1}{x+1}$ do total.

Com base nessas informações, marque a alternativa INCORRETA.

a) Se a costureira mantiver o ritmo de trabalho dos dois dias, ela gastará menos de 7dias para confeccionar todas as camisas.

b) Após os dois dias de trabalho, ainda faltava confeccionar mais de 100 camisas.

c) Nos dois dias de trabalho, a costureira confeccionou um quantidade de camisas que representa um número par.

d) A razão entre o número de camisas confeccionadas nos dois dias e o número de camisas que ainda faltou confeccionar, nessa ordem, é igual a $\frac{1}{3}$

9) Uma professora de Matemática pediu que seus alunos resolvessem uma equação do segundo grau da forma $x^2 + bx + c = 0$ em que b e c $\in \mathbb{R}$. Mariana copiou o coeficiente "c" errado, obtendo -1/2 e 4 como raízes. Maria Clara copiou errado o coeficiente "b" e encontrou as raízes 1 e -3/2. Sobre a equação proposta pela professora, é correto afirmar que

a) uma das raízes é menor que - 1.
b) possui duas raízes inteiras e distintas.
c) uma das raízes é maior que 3.
d) não possui raízes reais.

10) Três pessoas, X, Y e Z, tinham a mesma quantia em reais. X, de início, gastou 99 reais. Y deu uma parte de sua quantia para Z, e o dobro dessa parte, para X. Com essas novas quantias em reais, as três pessoas saíram para as compras e X gastou o quadrado da diferença entre 4 reais e o que Y havia dado para Z. Y e Z gastaram, cada uma, a diferença entre o quadrado do que Y havia dado a Z e 4 reais. Após esses gastos, a soma das quantias de X e Z era igual ao dobro da de Y. É correto afirmar que X gastou no total, em reais.

a) 90 b) 99 c) 108 d) 118

11) Para que o polinômio do segundo grau $A(x) = 3x^2 - bx + c$, com $c > 0$ seja o quadrado do polinômio $B(x) = mx + n$,é necessário que

a) $b^2 = 4c$ b) $b^2 =12c$ c) $b^2 =12$
d) $b^2 = 36c$ e) $b^2 = 36$