



MATEMÁTICA

Sumário - Matemática

Questões Seleccionadas	
Conhecimentos Numéricos	3
Conhecimentos Numéricos: Razões e Proporções	14
Conhecimentos Numéricos: Porcentagem e Juros	23
Conhecimentos Geométricos	33
Conhecimentos de Estatística e Probabilidade	52
Conhecimentos Algébricos	64
Conhecimentos Algébricos / Geométricos	76
Gabarito	80

MATEMÁTICA

Questões Seleccionadas

CONHECIMENTOS NUMÉRICOS

01. A mãe de César deu a ele as seguintes instruções para fazer um bolo:

- Se colocar ovos, não coloque creme.
- Se colocar leite, não coloque laranja.
- Se não colocar creme, não coloque leite.

Seguindo essas instruções, César pode fazer um bolo com

- A) ovos e leite, mas sem creme.
B) creme, laranja e leite, mas sem ovos.
C) ovos e creme, mas sem laranja.
D) ovos e laranja, mas sem leite e sem creme.
E) leite e laranja, mas sem creme.

02. Um dos conjuntos numéricos mais intrigantes em Matemática é o conjunto dos números irracionais. Trata-se de números que não podem ser escritos na forma de fração em que o denominador é um número inteiro diferente de zero e o numerador é um número inteiro.

Dos números a seguir, o único que é um número irracional é:

- A) 0,0102030405...
B) 0,123123123...
C) 1,4141414141...
D) 1,7373737373...
E) 3,14

03.

Batimento cardíaco elevado em repouso indica presença de patologias

Um artigo publicado no *Journal of the American Medical Association* indica que as pessoas que apresentam um batimento cardíaco elevado quando estão em estado de repouso podem sofrer ou vir a desenvolver doenças do coração.

Disponível em: <http://noticias.portugalmail.pt/artigo/20111227/batimento-cardiaco-elevado-em-reposo-indica-presenca-de-patologias>.

Acesso em: 9 jan. 2012.

Sabe-se que o coração de um homem adulto bate uma média de 70 vezes por minuto. Então, a ordem de grandeza do número de batidas do coração do homem adulto, no período de um ano, é

- A) 10^9 .
B) 10^8 .
C) 10^7 .
D) 10^6 .
E) 10^5 .

04. Em uma escola, há 200 alunos de Ensino Médio. Sabe-se que, entre todos esses alunos, 140 praticam futebol, 120 praticam vôlei e 80 fazem natação. Podemos afirmar que o maior número possível de alunos do Ensino Médio dessa escola que não pratica nenhum desses três esportes é

- A) 20.
B) 40.
C) 60.
D) 80.
E) 100.

05. Valéria fabrica empadas que são vendidas em caixas com 4, 6, 9 ou 12 unidades. Caio, um de seus vendedores, possui, em seu estoque, 336 empadas, que serão vendidas em caixas de um mesmo tipo. Porém, ele ainda não decidiu qual das quatro embalagens irá utilizar.

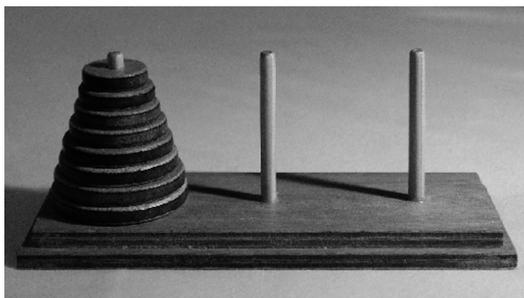
Nessas condições, a menor quantidade de empadas que Valéria deverá acrescentar ao estoque de Caio de modo que, independentemente do tipo de caixa utilizada, não sobre nenhuma empada no estoque é igual a

- A) 12.
B) 16.
C) 20.
D) 24.
E) 28.

06. Gabriela, Letícia e Priscila trabalham juntas em uma mesma escola, são funcionárias muito eficientes e são encarregadas, respectivamente, da cobrança dos simulados, das provas e da assinatura da folha de ponto dos professores dessa escola. Sabe-se que Gabriela cobra os simulados de 12 em 12 dias, que Letícia cobra as provas de 15 em 15 dias e que Priscila cobra a assinatura da folha de ponto de 5 em 5 dias. Sabendo que nessa segunda-feira as três fizeram os seus pedidos para o professor Carlos, então a próxima vez em que ele terá que atender ao pedido das três simultaneamente será em uma

- A) segunda-feira.
B) terça-feira.
C) quarta-feira.
D) quinta-feira.
E) sexta-feira.

- 11.** Um jogo bastante conhecido, desde o final do século XIX, é o Torre de Hanói. Formado por uma base contendo três pinos, em um dos quais são dispostos alguns discos uns sobre os outros, sendo que um disco de maior diâmetro deve sempre ficar abaixo de um disco de menor diâmetro, o objetivo do jogo é transferir todos os discos de um pino para um dos dois pinos vazios, utilizando um deles como auxiliar. O número de discos pode variar de jogo para jogo.



Creative Commons

Após jogar várias vezes o Torre de Hanói, um estudante percebeu que o número mínimo de movimentos necessários para transferir todos os discos obedecia a uma relação matemática. Para mover o primeiro disco da torre original, 1 movimento é gasto. Para mover o segundo disco da torre original, construindo uma torre com os 2 menores discos, são gastos 3 movimentos. Para deslocar o terceiro disco, formando uma nova torre com os três menores discos, são gastos 7 movimentos, e assim sucessivamente. Desse modo, ele concluiu que, para solucionar um jogo Torre de Hanói com 4 e com 7 discos, são necessários 15 e 127 movimentos, respectivamente. Portanto, para solucionar um jogo Torre de Hanói com 10 discos, são necessários, no mínimo,

- A) 4 095 movimentos.
 B) 2 047 movimentos.
 C) 1 023 movimentos.
 D) 511 movimentos.
 E) 255 movimentos.
- 12.** Diofanto foi um matemático que viveu em Alexandria no século III. Foi o primeiro matemático grego a usar simbolismo algébrico e sua obra chegou até nós por meio de fragmentos de seu livro *Aritmética*. Em sua homenagem, chamamos de equações diofantinas as equações cujas soluções devem ser números inteiros. Pouco sabemos sobre sua vida, mas em sua tumba estava escrito o seguinte enigma (aparentemente criado por um amigo, Metrodorus): "Aqui jaz o matemático que passou um sexto da sua vida como menino. Um doze avo da sua vida passou como rapaz. Depois viveu um sétimo da sua vida antes de se casar. Cinco anos após, nasceu seu filho, com quem conviveu metade da sua vida.

Depois da morte de seu filho, sofreu mais 4 anos antes de morrer".

CURIOSIDADES: o epitáfio de Diofanto. *Ensino de Matemática*, 21 fev. 2020. Disponível em: <https://ensinodematematica.blogspot.com/2010/01/curiosidades-23012010.html>.

Acesso em: 19 maio. 2021.

Diante disso, Diofanto viveu

- A) 60 anos. C) 72 anos. E) 84 anos.
 B) 66 anos. D) 78 anos.

- 13.** A deusa Palas Atena foi uma das mais representadas na arte grega e sua simbologia exerceu profunda influência sobre o pensamento grego, em especial nos conceitos relativos à justiça, à sabedoria e à função civilizadora da cultura e das artes, cujos reflexos são perceptíveis até nos dias de hoje em todo o Ocidente.

ATENA. *Wikipédia*. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Atena>. Acesso em: 19 maio 2021.



Fidias

Conta a lenda que a estátua da deusa Palas Atena trazia a inscrição "Eu, Palas, sou feita de ouro mais puro, doado por cinco generosos poetas. Cariseu deu metade; Téspio deu um oitavo. Sólon deu um décimo; Temiso deu um vinte avos. E os nove talentos de ouro restantes foram doados pelo bom Aristódoco".

STEWART, Ian. *Incríveis passatempos*. Rio de Janeiro: Zahar, 2010.

O número de talentos gastos na confecção dessa estátua foi

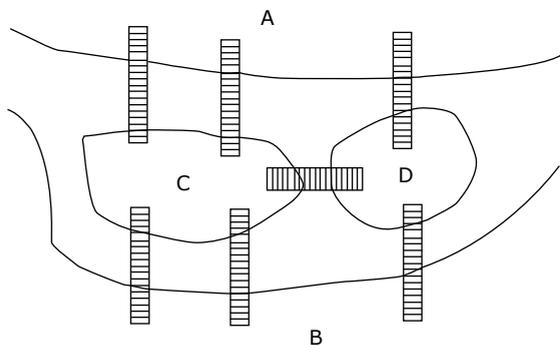
- A) 36. D) 45.
 B) 40. E) 63.
 C) 42.

14. Uma nutricionista receitou para uma criança uma sopa como complementação de sua dieta. Para garantir que a criança não enjoje da alimentação, foi implementado um sistema de rodízio de ingredientes, que alterna os tipos de carne, legume e verdura. A sopa é composta por exatamente dois tipos de legumes, um tipo de carne e um tipo de verdura, sendo que a mãe da criança dispunha de quatro tipos de legumes, cinco tipos de carne e três tipos de verdura para fazer as escolhas. Todos os dias ela prepara uma sopa diferente.

Sabendo que a próxima consulta será após 50 dias e que a mãe prepara uma única sopa por dia, o número de sabores de sopa que a criança deixará de experimentar até a próxima consulta é

- A) 26.
- B) 30.
- C) 34.
- D) 38.
- E) 40.

15. Um dos problemas mais famosos da Matemática é o das Pontes de Konisberg. A cidade de Konisberg, localizada na Rússia, é cortada pelo Rio Prególia. Nessa cidade, existem duas grandes ilhas, que faziam parte do que era chamado de complexo das sete pontes, mostrado na figura a seguir. Discutia-se na época se seria possível uma pessoa atravessar todas as pontes sem repetir nenhuma. O matemático Euler, no entanto, provou que isso era impossível.



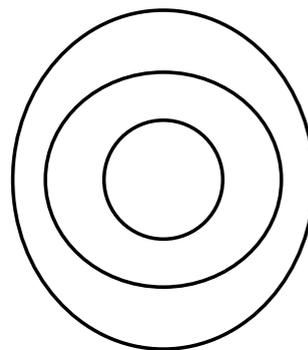
Disponível em: www.professeurs.polymtl.ca.
Acesso em: 6 ago. 2010.

Um visitante pretende sair da margem **A**, visitar as ilhas **C** e **D** e terminar o passeio na margem **B**, passando uma única vez em cada ilha e em cada margem. O número de maneiras distintas de o visitante realizar esse passeio é

- A) 4.
- B) 5.
- C) 6.
- D) 7.
- E) 9.

16. Com as cores primárias, azul, amarelo e vermelho, podemos formar outras cores se combinarmos pelo menos duas delas. Por exemplo, se combinarmos o azul com o amarelo, teremos o verde.

João deseja pintar a figura a seguir para ser a logomarca de sua sociedade empresarial, mas não pode colorir da mesma cor as regiões fronteiriças e, para tal, dispõe de três lápis de cor, um de cada cor primária.



Sendo possível combinar duas cores primárias para formar outra cor, de quantas formas distintas João pode pintar sua logomarca?

- A) 6
- B) 120
- C) 150
- D) 210
- E) 216

17. Considere um tabuleiro quadrado composto de 64 casas distribuídas em 8 linhas e 8 colunas, como um tabuleiro de xadrez. Valdivino quer colocar nesse tabuleiro 8 peças diferentes, de modo que haja uma única peça em cada linha e em cada coluna.

Sendo assim, o número de possibilidades para Valdivino executar essa tarefa é

- A) 64.
- B) 8!.
- C) 8 . 8!.
- D) 64 . 8!.
- E) (8!)².

18. Para estimular seus alunos, o professor Caio prometeu presentear com uma caixa de bombons o primeiro que respondesse corretamente ao desafio a seguir:

“Considere a expressão $\frac{P \times A \times P \times A \times I}{A \times R \times A \times D \times O}$, em que letras diferentes representam dígitos diferentes, e letras iguais representam dígitos iguais. Se esses dígitos são escolhidos entre os algarismos do sistema decimal, então qual é o maior valor possível para essa expressão?”

Se Pedro respondeu corretamente, o valor encontrado por ele foi

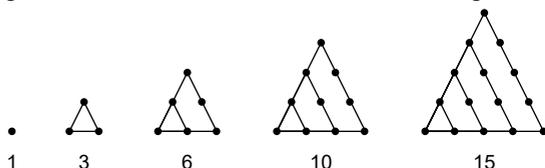
- A) 54.
- B) 96.
- C) 108.
- D) 576.
- E) 624.

19. Os amigos Maurício e Marcus são grandes adeptos das redes sociais e chegam a passar horas conectados. Certo dia, ao acessarem seus perfis no Facebook, Maurício viu que possuía um total de 4 909 amigos, enquanto Marcus possuía 4 115 amigos. Além disso, os dois possuíam 1 990 amigos em comum.

A quantidade de amigos que não é comum aos dois é

- A) 5 044. D) 8 024.
B) 6 034. E) 9 024.
C) 7 034.

20. Os chamados números figurados podem ser representados em determinada configuração geométrica. Seu estudo remonta aos discípulos do matemático Pitágoras, que viveu por volta do século V a.C. A figura a seguir apresenta alguns números conhecidos como números triangulares.



Com base nas propriedades desses números, o próximo número triangular, após o 15, é o

- A) 19. D) 30.
B) 21. E) 33.
C) 26.

- 21.

Com a ajuda da Vale e de bancos, governo arrecada R\$ 112,5 bi, recorde em novembro

Com a ajuda de pagamentos de tributos atrasados da Vale e de bancos, o governo obteve uma super-arrecadação no mês de novembro e manteve as esperanças de fechar as contas do ano.

Segundo os dados divulgados hoje, foram R\$ 112,5 bilhões, uma alta de 27% sobre os 88,5 bilhões de novembro do ano passado, em valores corrigidos pela inflação.

FOLHA de S.Paulo. Dinheiro Público & Cia, 16 dez. 2013. Disponível em: www.dinheiropublico.blogfolha.uol.com.br. Acesso em: 20 mar. 2014.

De acordo com o texto, a alta de 27% corresponde ao valor aproximado em reais igual a

- A) 24 milhões. D) 0,24 bilhões.
B) 240 milhões. E) 240 bilhões.
C) 24 000 milhões.

22. Juliana estava grávida e foi ao obstetra para saber qual a provável data do parto. O obstetra lhe disse que o cálculo era feito da seguinte forma: a provável data do parto calcula-se contando, a partir do primeiro dia da última menstruação, 40 semanas.

Se Juliana informou ao médico que o primeiro dia da última menstruação foi no dia 3 de março, uma segunda-feira, então a provável data do parto calculada pelo médico foi

- A) 3 de outubro. D) 2 de dezembro.
B) 10 de novembro. E) 8 de dezembro.
C) 17 de novembro.

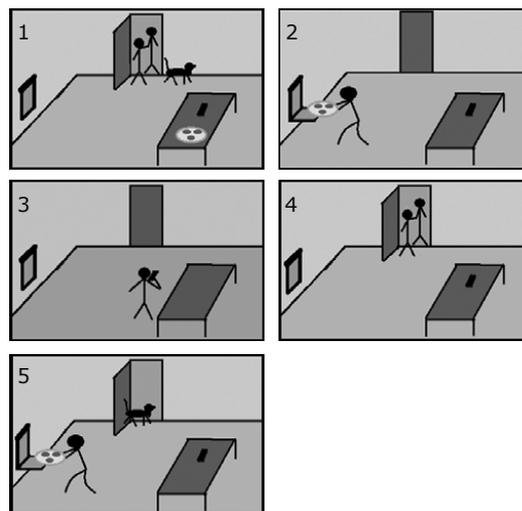
23. A Mega-Sena é a mais popular das modalidades de loteria no Brasil em que são sorteados seis números (chamados de dezenas) dentre os números de 1 a 60. Cada aposta de seis números custa R\$ 2,00, e o apostador pode marcar mais números, pagando o valor equivalente ao número de jogos de seis números correspondente à sua aposta. Por exemplo, um apostador que marca 8 números no cartão deve pagar R\$ 56,00, pois seu cartão corresponde a $C_{8,6} = 28$ apostas simples de 6 números cada.

Assim, o valor desembolsado por um apostador ao marcar 10 números em um cartão de apostas é igual a

- A) R\$ 168,00. D) R\$ 1 848,00.
B) R\$ 420,00. E) R\$ 3 432,00.
C) R\$ 924,00.

24. (Enem-2021) Coloquei uma pizza no forno às 8 h, momento em que o cachorro saiu para o quintal. Após 15 minutos, o telefone tocou, atendi e fiquei 4 minutos conversando. Ah, lembrei que, 5 minutos antes de o telefone tocar, meu vizinho tocou a campainha, eu atendi e ele disse que iria pegar uma encomenda no correio. Eu pedi para que ele pegasse a minha também. Nossa conversa durou 3 minutos e, após 30 minutos, ele voltou com a minha encomenda. Eu abri a porta para atendê-lo, quando o cachorro aproveitou para entrar em casa. Nossa conversa durou apenas 2 minutos, mas a pizza não queimou, porque eu já tinha tirado do forno 15 minutos antes de me despedir do vizinho.

Os quadrinhos, dispostos em ordem aleatória, representam momentos da situação descrita e formam a base do raciocínio usado para determinar o tempo que a pizza ficou no forno.

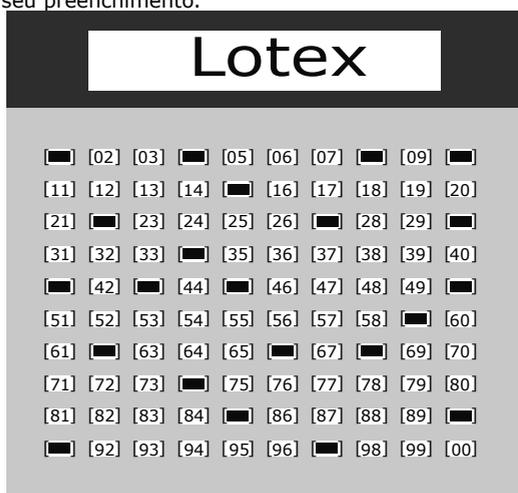


Revisão Enem

A ordem cronológica das ações relatadas no texto, relativas à medição do tempo transcorrido, é representada pela sequência de quadrinhos

- A) 2; 3; 4; 5; 1. D) 5; 4; 3; 1; 2.
 B) 2; 4; 3; 5; 1. E) 5; 4; 3; 2; 1.
 C) 5; 3; 4; 2; 1.

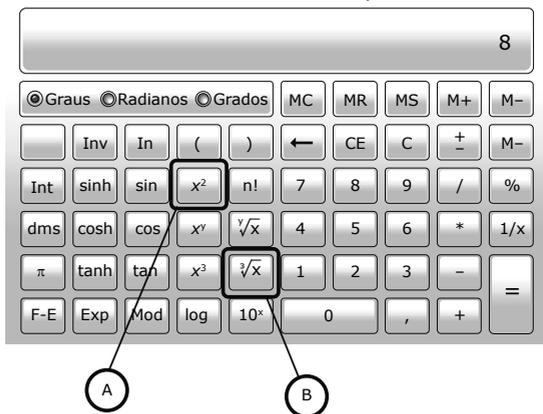
- 25.** (Enem–2021) Na loteria Lotex, cada aposta corresponde à marcação de cinquenta números em um cartão. Caso o apostador marque uma quantidade inferior a cinquenta números, o sistema completará aleatoriamente a sua aposta até integralizar os cinquenta números necessários. Por exemplo, o cartão de aposta retratado representa as escolhas de um jogador antes que o sistema integralize o seu preenchimento.



Com relação ao cartão exibido, o jogador reconhece que o número racional que corresponde ao quociente do número de pontos marcados pelo sistema, em seu jogo, pelo número máximo de pontos para validar a aposta é igual a

- A) $\frac{11}{25}$ C) $\frac{14}{11}$ E) $\frac{25}{11}$
 B) $\frac{14}{25}$ D) $\frac{25}{14}$

- 26.** (Enem–2021) A imagem representa uma calculadora científica com duas teclas destacadas. A tecla A eleva ao quadrado o número que está no visor da calculadora, e a tecla B extrai a raiz cúbica do número apresentado no visor.



Uma pessoa digitou o número 8 na calculadora e em seguida apertou três vezes a tecla A e depois uma vez a tecla B.

A expressão que representa corretamente o cálculo efetuado na calculadora é

- A) $\sqrt[2]{8^{3+3+3}}$ D) $\sqrt[3]{8^2 + 8^2 + 8^2}$
 B) $\sqrt[3]{8^{2 \cdot 2 \cdot 2}}$ E) $\sqrt[3]{8^2 \cdot 8^2 \cdot 8^2}$
 C) $\sqrt[3]{8^3 + 8^3 + 8^3}$

- 27.** (Enem–2020) É comum as cooperativas venderem seus produtos a diversos estabelecimentos. Uma cooperativa láctea destinou 4 m³ de leite, do total produzido, para análise em um laboratório da região, separados igualmente em 4 000 embalagens de mesma capacidade.

Qual o volume de leite, em mililitro, contido em cada embalagem?

- A) 0,1 D) 100,0
 B) 1,0 E) 1 000,0
 C) 10,0

- 28.** (Enem–2020) Os tempos gastos por três alunos para resolver um mesmo exercício de matemática foram: 3,25 minutos; 3,4 minutos e 191 segundos.

O tempo gasto a mais, em segundo, pelo aluno que concluiu por último a resolução do exercício, em relação ao primeiro que o finalizou, foi igual a

- A) 13. D) 21.
 B) 14. E) 29.
 C) 15.

- 29.** (Enem–2020) Um modelo de telefone celular oferece a opção de desbloquear a tela usando um padrão de toques como senha.



Os toques podem ser feitos livremente nas 4 regiões numeradas da tela, sendo que o usuário pode escolher entre 3, 4 ou 5 toques ao todo.

Qual expressão representa o número total de códigos existentes?

- A) $4^5 - 4^4 - 4^3$ D) $(4!)^5$
 B) $4^5 + 4^4 + 4^3$ E) 4^5
 C) $4^5 \cdot 4^4 \cdot 4^3$

30. (Enem-2020) Um jogo pedagógico é formado por cartas nas quais está impressa uma fração em uma de suas faces. Cada jogador recebe quatro cartas e vence aquele que primeiro consegue ordenar crescentemente suas cartas pelas respectivas frações impressas. O vencedor foi o aluno que recebeu as cartas com as frações: $\frac{3}{5}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}$ e $\frac{5}{9}$.

A ordem que esse aluno apresentou foi

- A) $\frac{1}{4}; \frac{5}{9}; \frac{3}{5}; \frac{2}{3}$.
 B) $\frac{1}{4}; \frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{5}{9}$.
 C) $\frac{2}{3}; \frac{1}{4}; \frac{3}{5}; \frac{5}{9}$.
 D) $\frac{5}{9}; \frac{1}{4}; \frac{3}{5}; \frac{2}{3}$.
 E) $\frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{1}{4}; \frac{5}{9}$.

31. (Enem-2020) Eduardo deseja criar um e-mail utilizando um anagrama exclusivamente com as sete letras que compõem o seu nome, antes do símbolo @.

O e-mail terá a forma *****@site.com.br e será de tal modo que as três letras "edu" apareçam sempre juntas e exatamente nessa ordem.

Ele sabe que o e-mail eduardo@site.com.br já foi criado por outro usuário e que qualquer outro agrupamento das letras do seu nome forma um e-mail que ainda não foi cadastrado.

De quantas maneiras Eduardo pode criar um e-mail desejado?

- A) 59 C) 118 E) 120
 B) 60 D) 119

32. (Enem) Nos últimos anos, a corrida de rua cresce no Brasil. Nunca se falou tanto no assunto como hoje, e a quantidade de adeptos aumenta progressivamente, afinal, correr traz inúmeros benefícios para a saúde física e mental, além de ser um esporte que não exige um alto investimento financeiro.

Disponível em: <http://www.webrun.com.br>.
 Acesso em: 28 abr. 2010.

Um corredor estipulou um plano de treinamento diário, correndo 3 quilômetros no primeiro dia e aumentando 500 metros por dia, a partir do segundo. Contudo, seu médico cardiologista autorizou essa atividade até que o corredor atingisse, no máximo, 10 km de corrida em um mesmo dia de treino.

Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado corretamente em dias consecutivos, pode-se afirmar que esse planejamento de treino só poderá ser executado em, exatamente,

- A) 12 dias. D) 15 dias.
 B) 13 dias. E) 16 dias.
 C) 14 dias.

33. (Enem) O trabalho em empresas de festas exige dos profissionais conhecimentos de diferentes áreas. Na semana passada, todos os funcionários de uma dessas empresas estavam envolvidos na tarefa de determinar a quantidade de estrelas que seriam utilizadas na confecção de um painel de Natal.

Um dos funcionários apresentou um esboço das primeiras cinco linhas do painel, que terá, no total, 150 linhas.



Após avaliar o esboço, cada um dos funcionários esboçou sua resposta:

FUNCIONÁRIO I: aproximadamente 200 estrelas.

FUNCIONÁRIO II: aproximadamente 6 000 estrelas.

FUNCIONÁRIO III: aproximadamente 12 000 estrelas.

FUNCIONÁRIO IV: aproximadamente 22 500 estrelas.

FUNCIONÁRIO V: aproximadamente 22 800 estrelas.

Qual funcionário apresentou um resultado mais próximo da quantidade de estrelas necessária?

- A) I D) IV
 B) II E) V
 C) III

34. (Enem) Nosso calendário atual é embasado no antigo calendário romano, que, por sua vez, tinha como base as fases da Lua. Os meses de janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro e dezembro possuem 31 dias, e os demais, com exceção de fevereiro, possuem 30 dias. O dia 31 de março de certo ano ocorreu em uma terça-feira.

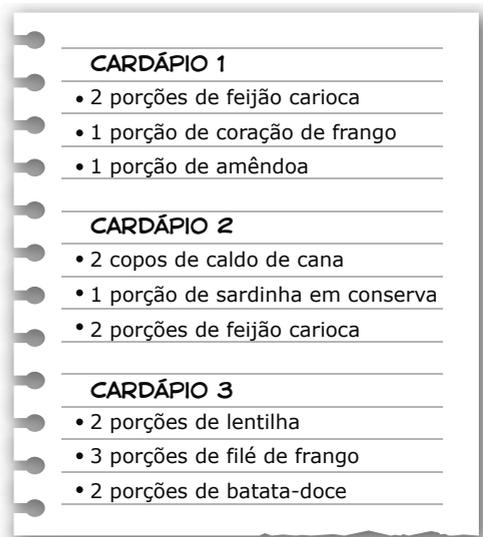
Nesse mesmo ano, qual dia da semana será dia 12 de outubro?

- A) Domingo
 B) Segunda-feira
 C) Terça-feira
 D) Quinta-feira
 E) Sexta-feira

Pesquisadores elaboraram a tabela com alguns alimentos e as suas respectivas quantidades de ferro:

Alimento (100 g)	Ferro (mg)
Coração de frango	6,5
Sardinha em conserva	3,5
Amêndoa	3,1
Caldo de cana	2,3
Lentilha	1,5
Batata-doce	1,5
Feijão carioca	1,3
Filé de frango (peito)	0,3

A diretora de uma escola sabe que deve escolher para o almoço de seus alunos o máximo de cardápios possíveis entre três cardápios existentes, no(s) qual(is) cada porção equivale a 100 g e cada copo a 50 g.



Disponível em: www.rgnutri.com.br.
Acesso em: 2 ago. 2012 (Adaptação).

Para ter certeza de que seus alunos estão ingerindo a quantidade mínima de ferro recomendada, a diretora deve escolher o(s) cardápio(s)

- A) 1.
B) 2.
C) 3.
D) 1 ou 2.
E) 1 ou 3.
- 40.** (Enem) Um estudante se cadastrou numa rede social na Internet que exibe o índice de popularidade do usuário. Esse índice é a razão entre o número de admiradores do usuário e o número de pessoas que visitam seu perfil na rede.

Ao acessar seu perfil hoje, o estudante descobriu que seu índice de popularidade é 0,3121212...

O índice revela que as quantidades relativas de admiradores do estudante e pessoas que visitam seu perfil são

- A) 103 em cada 330.
B) 104 em cada 333.
C) 104 em cada 3 333.
D) 139 em cada 330.
E) 1 039 em cada 3 330.

- 41.** (Enem) Enquanto as lâmpadas comuns têm 8 mil horas de vida útil, as lâmpadas LED têm 50 mil horas.

MetroCuritiba, 18 ago. 2011 (Adaptação).

De acordo com a informação e desprezando possíveis algarismos na parte decimal, a lâmpada LED tem uma durabilidade de

- A) 1 750 dias a mais que a lâmpada comum.
B) 2 000 dias a mais que a lâmpada comum.
C) 2 083 dias a mais que a lâmpada comum.
D) 42 000 dias a mais que a lâmpada comum.
E) 1 008 000 dias a mais que a lâmpada comum.

- 42.** (Enem) Pesquisas indicam que o número de bactérias X é duplicado a cada quarto de hora. Um aluno resolveu fazer uma observação para verificar a veracidade dessa afirmação. Ele usou uma população inicial de 10^5 bactérias X e encerrou a observação ao final de uma hora.

Suponha que a observação do aluno tenha confirmado que o número de bactérias X se duplica a cada quarto de hora. Após uma hora do início do período de observação desse aluno, o número de bactérias X foi de

- A) $2^{-2} \cdot 10^5$ C) $2^2 \cdot 10^5$ E) $2^4 \cdot 10^5$
B) $2^{-1} \cdot 10^5$ D) $2^3 \cdot 10^5$

- 43.** (Enem) Um ciclista participará de uma competição e treinará alguns dias da seguinte maneira: no primeiro dia, pedalará 60 km; no segundo dia, a mesma distância do primeiro mais r km; no terceiro dia, a mesma distância do segundo mais r km; e assim sucessivamente, sempre pedalando a mesma distância do dia anterior mais r km. No último dia, ele deverá percorrer 180 km, completando o treinamento com um total de 1 560 km.

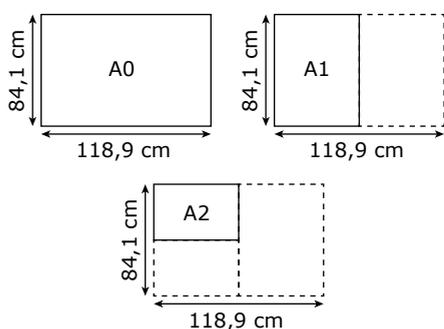
A distância r que o ciclista deverá pedalar a mais a cada dia, em km, é

- A) 3. D) 13.
B) 7. E) 20.
C) 10.

De acordo com a descrição, as faces voltadas para cima no cubo, no octaedro e no dodecaedro, na segunda jogada, foram, respectivamente,

- A) 4, 2 e 9. C) 4, 3 e 10. E) 5, 4 e 9.
 B) 4, 3 e 9. D) 5, 3 e 10.

- 48.** (Enem) O padrão internacional ISO 216 define os tamanhos de papel utilizados em quase todos os países, com exceção dos EUA e Canadá. O formato-base é uma folha retangular de papel, chamada de A0, cujas dimensões são 84,1 cm × 118,9 cm. A partir de então, dobra-se a folha ao meio, sempre no lado maior, obtendo os demais formatos, conforme o número de dobraduras. Observe a figura: A1 tem o formato da folha A0 dobrada ao meio uma vez, A2 tem o formato da folha A0 dobrada ao meio duas vezes, e assim sucessivamente.



Disponível em: <http://pt.wikipedia.org>.
 Acesso em: 4 abr. 2012 (Adaptação).

Quantas folhas de tamanho A8 são obtidas a partir de uma folha A0?

- A) 8 C) 64 E) 256
 B) 16 D) 128

- 49.** (Enem) Em alguns supermercados, é comum a venda de produtos em atacado com preços inferiores aos habituais. Um desses supermercados anunciou a venda de sabonetes em cinco opções de pacotes diferentes. Segue a descrição desses pacotes com as respectivas quantidades e preços.

Pacote I: 3 unidades por R\$ 2,10;

Pacote II: 4 unidades por R\$ 2,60;

Pacote III: 5 unidades por R\$ 3,00;

Pacote IV: 6 unidades por R\$ 3,90;

Pacote V: 12 unidades por R\$ 9,60.

Todos os sabonetes que compõem esses pacotes são idênticos.

Qual desses pacotes oferece o menor preço por sabonete?

- A) I C) III E) V
 B) II D) IV

- 50.** (Enem) Em um torneio interclasses de um colégio, visando estimular o aumento do número de gols nos jogos de futebol, a comissão organizadora estabeleceu a seguinte forma de contagem de pontos para cada partida: uma vitória vale três pontos, um empate com gols vale dois pontos, um empate sem gols vale um ponto e uma derrota vale zero ponto. Após 12 jogos, um dos times obteve como resultados cinco vitórias e sete empates, dos quais, três sem gols. De acordo com esses dados, qual foi o número total de pontos obtidos pelo time citado?

- A) 22 D) 29
 B) 25 E) 36
 C) 26

- 51.** (Enem) Alguns modelos de rádios automotivos estão protegidos por um código de segurança. Para ativar o sistema de áudio, deve-se digitar o código secreto composto por quatro algarismos. No primeiro caso de erro na digitação, a pessoa deve esperar 60 segundos para digitar o código novamente. O tempo de espera duplica, em relação ao tempo de espera anterior, a cada digitação errada. Uma pessoa conseguiu ativar o rádio somente na quarta tentativa, sendo de 30 segundos o tempo gasto para digitação do código secreto a cada tentativa. Nos casos da digitação incorreta, ela iniciou uma nova tentativa imediatamente após a liberação do sistema de espera.

O tempo total, em segundo, gasto por essa pessoa para ativar o rádio foi igual a

- A) 300. D) 660.
 B) 420. E) 1 020.
 C) 540.

- 52.** (Enem) Em um jogo de tabuleiro, a pontuação é marcada com fichas coloridas. Cada ficha vermelha vale um ponto. Três fichas vermelhas podem ser trocadas por uma azul, três fichas azuis podem ser trocadas por uma branca, e três fichas brancas podem ser trocadas por uma verde. Ao final do jogo, os jogadores A, B e C terminaram, cada um, com as quantidades de fichas, conforme a tabela seguinte:

	Fichas verdes	Fichas brancas	Fichas azuis	Fichas vermelhas
Jogador A	3	1	1	4
Jogador B	2	4	0	9
Jogador C	1	5	8	2

Um estudante imagina seu corpo como uma máquina térmica ideal, capaz, portanto, de converter toda a energia da barra de cereal em trabalho, e calcula a energia que ele gastaria para erguer uma pedra de 10 kg a 1 m de altura por meio da fórmula $W = mgh = 10 \cdot 10 \cdot 1 = 100 \text{ J}$. Utilizando $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$, o estudante deve concluir que, com a energia de uma barrinha de cereal, ele pode erguer, aproximadamente,

- A) 3 800 pedras. D) 4 400 pedras.
 B) 4 000 pedras. E) 4 600 pedras.
 C) 4 200 pedras.

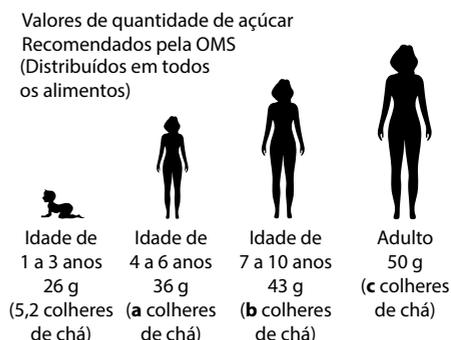
03. Em cima da mesa da casa de Arthur, estão colocadas duas jarras iguais e completamente cheias com misturas de álcool e água na proporção de 3 : 7, na primeira jarra, e 3 : 5, na segunda jarra. Arthur decide juntar os conteúdos das duas jarras, obtendo uma mistura de álcool e água na proporção de

- A) 9 : 35. D) 21 : 35.
 B) 7 : 13. E) 19 : 47.
 C) 27 : 53.

04. Segundo dados da Agência Nacional de Vigilância Sanitária (Anvisa), um copo de 200 mL de refrigerante possui o equivalente a 25 gramas de açúcar, o que representa metade da quantidade diária de açúcar recomendada pela Organização Mundial da Saúde (OMS). Sabe-se, ainda, que 1 L de refrigerante possui 25 colheres de chá de açúcar e que um *milk shake* de 200 mL possui 70 g do mesmo produto. Então, um *milk shake* de 300 mL possui número de colheres de chá de açúcar igual a

- A) 31. D) 23.
 B) 27. E) 21.
 C) 25.

05. Segundo a Organização Mundial da Saúde (OMS), a quantidade de açúcar ingerida pelo ser humano deve ser limitada, pois o excesso desse produto influencia e contribui para várias doenças modernas, como excesso de glicose no sangue e obesidade. Os dados a seguir são os valores indicados pela OMS para determinados grupos etários.



O valor de **c** que corresponde ao índice indicado pela OMS para um adulto é, aproximadamente,

- A) 7. D) 10.
 B) 8. E) 11.
 C) 9.

06. Em uma festa, há 80 homens, dos quais 37 são maiores de idade. Sabe-se, ainda, que $\frac{6}{10}$ das mulheres presentes são menores de idade. Se o número de menores na festa é 103, o número de pessoas que são mulheres ou maiores de idade é

- A) 137. D) 97.
 B) 118. E) 95.
 C) 107.

07. Um produtor rural pretende vender a sua colheita de tomates em uma feira. Para isso, contratou uma transportadora que lhe forneceu o seguinte orçamento:

Tipo de caixote	Capacidade	Preço por caixote (R\$)
I	70 tomates	5,00
II	80 tomates	7,00
III	100 tomates	10,00

Sabe-se que o produtor deve ainda pagar R\$ 80,00 de aluguel do espaço da feira e R\$ 15,00 para a associação de produtores. Ele pretende vender 2 800 tomates na feira, a R\$ 3,00 o quilo. Considerando-se que um quilo de tomate possui, em média, 10 tomates, o lucro máximo que esse produtor pode ter, caso consiga vender toda a sua produção na feira, e após pagar as despesas, é de

- A) R\$ 745,00. D) R\$ 465,00.
 B) R\$ 545,00. E) R\$ 425,00.
 C) R\$ 500,00.

08. Um perfume é vendido em três frascos de diferentes volumes, e seus preços unitários são dados na tabela a seguir:

Recipiente	Volume do recipiente	Preço unitário
R_1	40 mL	R\$ 240,00
R_2	70 mL	R\$ 350,00
R_3	100 mL	R\$ 520,00

Sendo P_1 , P_2 e P_3 os respectivos preços por mL de cada um dos recipientes R_1 , R_2 e R_3 , então a relação entre os preços, por mL, é

- A) $P_1 < P_2 < P_3$. D) $P_1 > P_2 > P_3$.
 B) $P_1 = P_2 = P_3$. E) $P_2 < P_3 < P_1$.
 C) $P_1 = P_2 < P_3$.

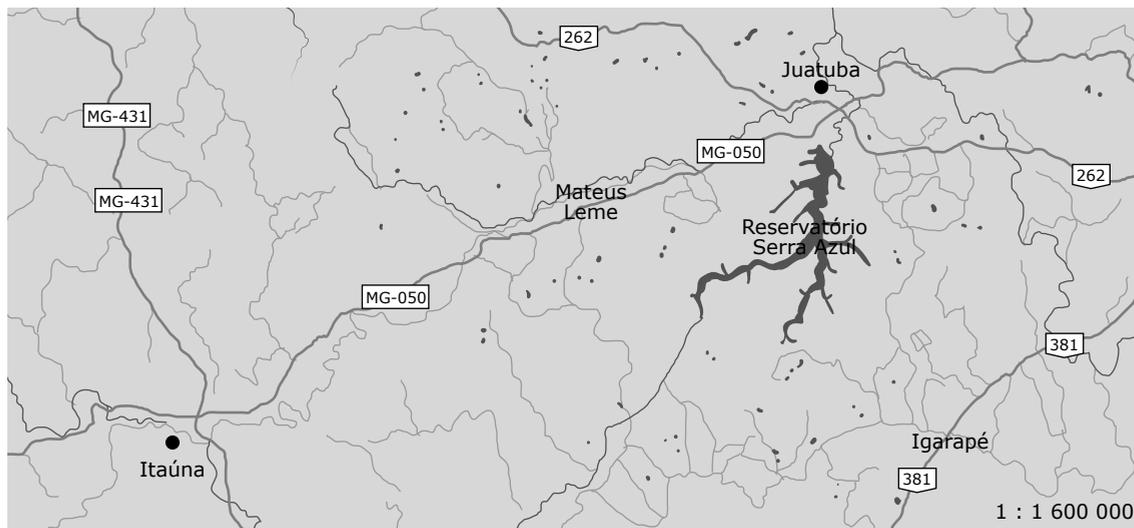
Revisão Enem

- 09.** Após realizar uma viagem pelo mundo, Cris retornou com algumas quantias de dinheiro, sendo 300 dólares, 450 euros, 1 200 coroas dinamarquesas e 14 000 ienes. Ao chegar a uma casa de câmbio, encontrou a tabela a seguir, que mostra o preço de venda de algumas moedas:

Dólar	Euro	Coroa dinamarquesa	Iene
R\$ 2,31	R\$ 3,08	R\$ 0,41	R\$ 0,02

Após efetuar a troca nessa casa de câmbio, Cris adquiriu uma quantia igual a

- A) R\$ 960,00. D) R\$ 3 206,00.
B) R\$ 1 754,00. E) R\$ 4 674,00.
C) R\$ 2 851,00.
- 10.** A osmolaridade (osmol) expressa a concentração da solução em termos do número de partículas, e no osmol usa-se a unidade vinculada em gramas. Define-se que 1 osmol é a massa de 1 soluto osmoticamente ativo, em que 1 osmol de soluto ativo dissolvido em cada quilograma de água é conhecido por osmolaridade de 1 osmol por quilograma.
- Um pesquisador possui 250 osmol de soluto ativo dissolvido em 12,5 quilogramas de água, então a osmolaridade por quilograma de água obtida pelo pesquisador é
- A) 20. D) 30.
B) 22. E) 32.
C) 25.
- 11.** Marcelo e seu pai precisam viajar para Juatuba partindo de Itaúna. Para isso, seu pai solicitou os serviços de um taxista que cobrava um valor fixo de R\$ 30,00 mais R\$ 1,75 pelo quilômetro rodado, taxas essas válidas para viagens intermunicipais. Interessado em saber o valor da viagem, Marcelo decidiu calcular a distância entre as duas cidades, e, para tanto, utilizou o mapa a seguir:



Após observar o mapa, Marcelo percebeu que o trajeto entre as duas cidades se aproxima de um segmento de reta cujo comprimento é igual a 7,5 cm.

Com base nas informações, o valor a ser pago para o taxista será igual a

- A) R\$ 210,00.
B) R\$ 225,00.
C) R\$ 240,00.
D) R\$ 275,00.
E) R\$ 315,00.

Revisão Enem

- 17.** (Enem–2021) Um ciclista faz um treino para uma prova, em um circuito oval, cujo percurso é de 800 m. Nesse treino, realiza 20 voltas. Ele divide seu treino em 3 etapas. Na primeira etapa, inicializa seu cronômetro e realiza as cinco primeiras voltas com velocidade média de 4 m/s. Na segunda etapa, faz mais cinco voltas, mas com velocidade média 25% maior que a da etapa anterior. Na última etapa, finaliza o treino mantendo a velocidade média da primeira etapa.

Ao final do treino, o cronômetro estará marcando, em segundo,

- A) 2 600. B) 2 800. C) 3 000. D) 3 800. E) 4 000.

- 18.** (Enem–2021) Uma loja que vende tintas tem uma máquina que efetua misturas de variadas cores para obter diferentes tonalidades. Um cliente havia comprado 7 litros de tinta de uma tonalidade, proveniente da mistura das cores verde e branco, na proporção de 5 para 2, respectivamente. Tendo sido insuficiente a quantidade de tinta comprada, o cliente retorna à loja para comprar mais 3,5 litros da mesma mistura de tintas, com a mesma tonalidade que havia comprado anteriormente.

A quantidade de tinta verde, em litro, que o funcionário dessa loja deverá empregar na mistura com a tinta branca para conseguir a mesma tonalidade obtida na primeira compra é

- A) 1,4. B) 1,5. C) 1,7. D) 2,3. E) 2,5.

- 19.** (Enem–2021) Um laboratório farmacêutico pretende implementar a entrega própria de seus produtos em uma cidade, dentre as cinco cidades onde hoje esse serviço é terceirizado. Obteve relatórios dos seus entregadores terceirizados destacando: a quantidade (em litro) de combustível gasto em cada dia de entrega, o valor do combustível na respectiva cidade da entrega e os gastos com a limpeza diária do veículo após as entregas realizadas.

Os valores desses itens, em real, estão apresentados no quadro

Cidade	São Paulo	Curitiba	Belo Horizonte	Rio de Janeiro	Brasília
Litros de combustível gastos por dia	7,5	9,5	8,0	14,5	13,0
Preço da limpeza do carro	20,00	15,50	16,50	18,00	15,00
Preço por litro do combustível	2,50	2,40	2,24	2,10	3,00

A diretoria desse laboratório implementará a entrega própria na cidade que apresentar o menor gasto diário desse serviço.

Em qual cidade a implementação do serviço de entrega própria será realizada?

- A) Belo Horizonte. C) Curitiba. E) São Paulo.
B) Brasília. D) Rio de Janeiro.

- 20.** (Enem–2021) Um nutricionista preparou cinco opções de dieta para seus clientes. A quantidade de calorias, em quilocaloria, de cada dieta é apresentada no quadro, em função de três componentes básicos: proteínas, carboidratos e suplementos.

Dieta	Proteínas (kcal)	Carboidratos (kcal)	Suplementos (kcal)
I	66	42	87
II	57	42	105
III	63	39	96
IV	66	48	84
V	69	36	93

Como um de seus clientes apresentou muita redução de massa corporal, o nutricionista recomendou que ele escolhesse uma das cinco dietas do quadro e quadruplicasse a quantidade de proteínas, triplicasse a quantidade de carboidratos e duplicasse a quantidade de suplementos recomendadas pela dieta escolhida.

O cliente seguirá a recomendação do nutricionista, mas deseja escolher a dieta na qual ele consumirá a menor quantidade de calorias dentre as opções disponíveis.

O cliente deverá escolher a dieta

- A) I. D) IV.
B) II. E) V.
C) III.

21. (Enem-2021) Um técnico gráfico constrói uma nova folha a partir das medidas de uma folha A0. As medidas de uma folha A0 são 595 mm de largura e 840 mm de comprimento. A nova folha foi construída do seguinte modo: acrescenta uma polegada na medida da largura e 16 polegadas na medida do comprimento. Esse técnico precisa saber a razão entre as medidas da largura e do comprimento, respectivamente, dessa nova folha.

Considere 2,5 cm como valor aproximado para uma polegada.

Qual é a razão entre as medidas da largura e do comprimento da nova folha?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{620}{1\ 240}$ C) $\frac{596}{856}$ D) $\frac{598}{880}$ E) $\frac{845}{4\ 840}$

22. (Enem-2020) Um agricultor sabe que a colheita da safra de soja será concluída em 120 dias caso utilize, durante 10 horas por dia, 20 máquinas de um modelo antigo, que colhem 2 hectares por hora. Com o objetivo de diminuir o tempo de colheita, esse agricultor optou por utilizar máquinas de um novo modelo, que operam 12 horas por dia e colhem 4 hectares por hora. Quantas máquinas do novo modelo ele necessita adquirir para que consiga efetuar a colheita da safra em 100 dias?

- A) 7 B) 10 C) 15 D) 40 E) 58

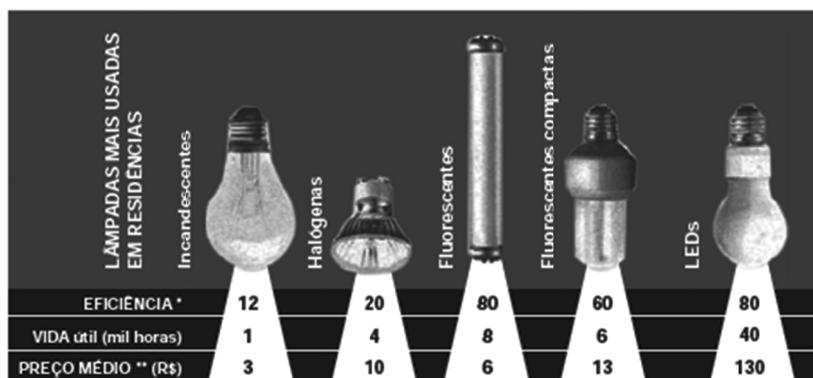
23. (Enem-2020) Com base na Lei Universal da Gravitação, proposta por Isaac Newton, o peso de um objeto na superfície de um planeta aproximadamente esférico é diretamente proporcional à massa do planeta e inversamente proporcional ao quadrado do raio desse planeta. A massa do planeta Mercúrio é, aproximadamente, $\frac{1}{20}$ da massa da Terra e seu raio é, aproximadamente,

$\frac{2}{5}$ do raio da Terra. Considere um objeto que, na superfície da Terra, tenha peso **P**.

O peso desse objeto na superfície de Mercúrio será igual a

- A) $\frac{5P}{16}$. B) $\frac{5P}{2}$. C) $\frac{25P}{4}$. D) $\frac{P}{8}$. E) $\frac{P}{20}$.

24. (Enem) A figura apresenta a eficiência, a vida útil (mil horas) e o preço médio (R\$) dos modelos de lâmpadas mais usados em residências.



* *Lúmens por Watt (o lúmen é uma unidade de medida de fluxo luminoso)*

* *Comparativo de uma incandescente de 60 W, 110 V, em lojas online*

Superinteressante. São Paulo: Abril, jul. 2011 (Adaptação).

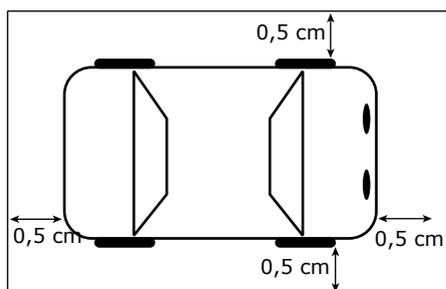
Considere que, para iluminar dois ambientes com a mesma eficiência, é necessário que ambos tenham a mesma quantidade de lúmens por Watt, independentemente da quantidade de lâmpadas. Considere também que a relação custo/benefício de qualquer uma dessas lâmpadas é dada pela razão entre o preço médio (R\$) e a vida útil (mil horas).

Augusto deseja instalar lâmpadas em um dos ambientes de sua casa, de modo a obter uma eficiência de exatamente 240 lúmens por Watt.

Dos modelos de lâmpadas apresentados na figura, o que atende a necessidade de Augusto com a menor relação custo/benefício é

- A) LED. C) fluorescente. E) fluorescente compacta.
 B) halógena. D) incandescente.

- 25.** (Enem) Um jornaleiro irá receber 21 revistas. Cada uma terá um carrinho na escala de 1 : 43 do tamanho real acompanhando-a em caixinha à parte. Os carrinhos são embalados com folga de 0,5 cm nas laterais, como indicado na figura. Assim, o jornaleiro reservou três prateleiras com 95 cm de comprimento por 7 cm de largura, onde as caixas serão acomodadas de forma a caberem inteiramente dentro de cada prateleira. Além disso, sabe-se que os carrinhos são cópias dos modelos reais que possuem 387 cm de comprimento por 172 cm de largura.



Quantos carrinhos, no máximo, cabem em cada uma das prateleiras?

- A) 2 C) 7 E) 10
 B) 3 D) 9
- 26.** (Enem) Pensando em desenvolver atividade física e reduzir gasto com energia elétrica em sua residência, uma pessoa resolveu instalar uma bomba-d'água acoplada a uma bicicleta ergométrica. Após alguns dias de atividade física, ela observou que, pedalando durante uma hora, o volume médio de água bombeada para o seu reservatório era de 500 litros. Esta pessoa observou, ainda, que o consumo diário em sua casa é de 550 litros de água.
- Qual atitude, em relação ao tempo de exercício diário, essa pessoa deve tomar para suprir exatamente o consumo diário de água da sua casa?
- A) Reduzir o seu tempo diário de exercício na bicicleta em 6 minutos.
 B) Reduzir o seu tempo diário de exercício na bicicleta em 10 minutos.
 C) Aumentar o seu tempo diário de exercício na bicicleta em 5 minutos.
 D) Aumentar o seu tempo diário de exercício na bicicleta em 6 minutos.
 E) Aumentar o seu tempo diário de exercício na bicicleta em 10 minutos.
- 27.** (Enem) Um pintor dispõe de 35 litros de tinta vermelha e de 30 litros de tinta branca. Ele deseja misturar essas tintas na proporção de 5 litros de tinta vermelha para cada 3 litros de tinta branca para obter um tom de tinta mais claro.

Para obter o maior volume possível de tinta misturada, ele deverá utilizar toda a tinta disponível de uma das cores e sobrar uma certa quantidade de tinta da outra cor.

Quantos litros de tinta sobrarão sem serem misturados?

- A) 5 C) 12 E) 17
 B) 9 D) 14

- 28.** (Enem) O criador de uma espécie de peixe tem sete tanques, sendo que cada tanque contém 14 600 litros de água. Nesses tanques, existem em média cinco peixes para cada metro cúbico (m^3) de água. Sabe-se que cada peixe consome 1 litro de ração por semana. O criador quer construir um silo que armazenará a ração para alimentar sua criação.

Qual é a capacidade mínima do silo, em litros, para armazenar a quantidade de ração que garantirá a alimentação semanal dos peixes?

- A) 511 D) 511 000
 B) 5 110 E) 5 110 000
 C) 51 100

- 29.** (Enem) Um clube de futebol abriu inscrições para novos jogadores. Inscreveram-se 48 candidatos. Para realizar uma boa seleção, deverão ser escolhidos os que cumpram algumas exigências: os jogadores deverão ter mais de 14 anos, estatura igual ou superior à mínima exigida e bom preparo físico. Entre os candidatos, $\frac{7}{8}$ têm mais de 14 anos e foram pré-selecionados. Dos pré-selecionados, $\frac{1}{2}$ têm estatura igual ou superior à mínima exigida e, destes, $\frac{2}{3}$ têm bom preparo físico.

A quantidade de candidatos selecionados pelo clube de futebol foi

- A) 12. C) 16. E) 42.
 B) 14. D) 32.

- 30.** (Enem) Um confeitiro deseja fazer um bolo cuja receita indica a utilização de açúcar e farinha de trigo em quantidades fornecidas em gramas. Ele sabe que uma determinada xícara utilizada para medir os ingredientes comporta 120 gramas de farinha de trigo e que três dessas xícaras de açúcar correspondem, em gramas, a quatro de farinha de trigo.

Quantos gramas de açúcar cabem em uma dessas xícaras?

- A) 30 C) 90 E) 360
 B) 40 D) 160

Revisão Enem

Para que todo o óleo derramado no Golfo pudesse ter sido retirado dentro do prazo recomendado pelos ambientalistas, qual deveria ter sido a taxa mínima de remoção de óleo, em metro cúbico/dia?

- A) 1 625 B) 2 600 C) 3 508 D) 5 613 E) 8 966

- 36.** (Enem) Um produtor de café contratou uma empresa de consultoria para avaliar as produções de suas diversas fazendas. No relatório entregue consta que a variância das produtividades das fazendas foi igual a $9\,216 \text{ kg}^2/\text{ha}^2$. Esse produtor precisa apresentar essa informação, mas em outra unidade de produtividade: sacas/ha². Ele sabe que a saca de café tem 60 kg, mas tem dúvidas em determinar o valor da variância em sacas²/ha².

A variância das produtividades das fazendas de café expressa em sacas²/ha² é

- A) 153,60. B) 12,39. C) 6,55. D) 2,56. E) 1,60

- 37.** (Enem) O governo de um estado irá priorizar investimentos financeiros, na área de saúde, em uma das cinco cidades apresentadas na tabela.

Cidade	Número total de habitantes	Número total de médicos
M	136 000	340
X	418 000	2 650
Y	210 000	930
Z	530 000	1 983
W	108 000	300
Total	1 402 000	6 203

A cidade a ser contemplada será aquela que apresentar a maior razão entre número de habitantes e quantidade de médicos. Qual dessas cidades deverá ser contemplada?

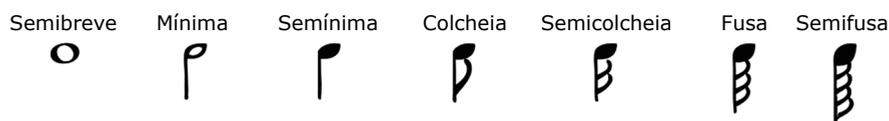
- A) M B) X C) Y D) Z E) W

- 38.** (Enem) Na música, usam-se sinais gráficos chamados figuras de duração para indicar por quanto tempo se deve emitir determinado som.

As figuras de duração usadas atualmente são: semibreve, mínima, semínima, colcheia, semicolcheia, fusa e semifusa.

Essas figuras não possuem um valor (tempo) fixo. Elas são proporcionais entre si. A duração de tempo de uma semibreve é equivalente à de duas mínimas, a duração de uma semínima equivale à de duas colcheias e assim por diante, seguindo a ordem dada.

Considere que a semibreve tem a duração de tempo de uma unidade.



Disponível em: www.portaledumusicalcp2.mus.br. Acesso em: 11 nov. 2013 (Adaptação).

A sequência que indica a duração de tempo de uma mínima, de uma semínima, de uma colcheia, de uma semicolcheia, de uma fusa e de uma semifusa é

- A) 2, 4, 8, 16, 32, 64. C) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}$. E) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}$.
- B) 1, 2, 4, 8, 16, 32. D) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \frac{31}{32}, \frac{63}{64}$.

- 39.** (Enem) Um vaso decorativo quebrou e os donos vão encomendar outro para ser pintado com as mesmas características. Eles enviam uma foto do vaso na escala 1 : 5 (em relação ao objeto original) para um artista. Para ver melhor os detalhes do vaso, o artista solicita uma cópia impressa da foto com dimensões triplicadas em relação às dimensões da foto original. Na cópia impressa, o vaso quebrado tem uma altura de 30 centímetros.

Qual é a altura real, em centímetros, do vaso quebrado?

- A) 2 B) 16 C) 50 D) 60 E) 90

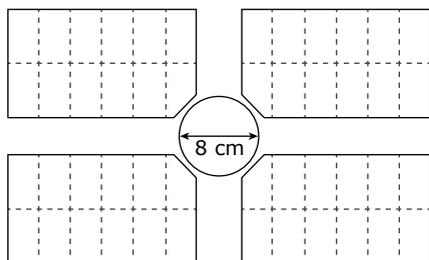
40. (Enem) O presidente de uma empresa, com o objetivo de renovar sua frota de automóveis, solicitou uma pesquisa medindo o consumo de combustível de 5 modelos de carro que usam o mesmo tipo de combustível. O resultado foi:

- Carro I: deslocamento de 195 km consumindo 20 litros de combustível;
- Carro II: deslocamento de 96 km consumindo 12 litros de combustível;
- Carro III: deslocamento de 145 km consumindo 16 litros de combustível;
- Carro IV: deslocamento de 225 km consumindo 24 litros de combustível;
- Carro V: deslocamento de 65 km consumindo 8 litros de combustível.

Para renovar a frota com o modelo mais econômico, em relação à razão quilômetro rodado por litro, devem ser comprados carros do modelo

- A) I.
- B) II.
- C) III.
- D) IV.
- E) V.

41. (Enem) A figura a seguir representa parte da planta de um loteamento, em que foi usada a escala 1 : 1 000. No centro da planta uma área circular, com diâmetro de 8 cm, foi destinada para a construção de uma praça.



O diâmetro real dessa praça, em metro, é:

- A) 1 250
- B) 800
- C) 125
- D) 80
- E) 8

42. (Enem) A Lei da Gravitação, de Isaac Newton, estabelece a intensidade da força entre dois objetos. Ela é dada pela equação $F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$, sendo m_1 e m_2 as massas dos objetos, d a distância entre eles, G a constante universal da gravitação e F a intensidade da força gravitacional que um objeto exerce sobre o outro.

Considere um esquema que represente cinco satélites de mesma massa orbitando a Terra. Denote os satélites por **A**, **B**, **C**, **D** e **E**, sendo esta a ordem decrescente da distância da Terra (**A** o mais distante e **E** o mais próximo da Terra).

De acordo com a Lei da Gravitação Universal, a Terra exerce maior força sobre o satélite

- A) A.
- B) B.
- C) C.
- D) D.
- E) E.

43. (Enem) Usando a capacidade máxima de carga do caminhão de uma loja de materiais de construção, é possível levar 60 sacos de cimento, ou 90 sacos de cal, ou 120 latas de areia. No pedido de um cliente, foi solicitada a entrega de 15 sacos de cimento, 30 sacos de cal e a maior quantidade de latas de areia que fosse possível transportar, atingindo a capacidade máxima de carga do caminhão.

Nessas condições, qual a quantidade máxima de latas de areia que poderão ser enviadas ao cliente?

- A) 30
- B) 40
- C) 50
- D) 80
- E) 90

CONHECIMENTOS NUMÉRICOS: PORCENTAGEM E JUROS

01. Os brasileiros sabem que um grande problema da matriz de transporte do Brasil é a falta de uma malha ferroviária capaz de transportar passageiros e fazer o escoamento da produção até as grandes cidades e portos. O diagrama a seguir mostra a densidade da nossa malha em comparação com a de outros países.

A densidade da malha é precária

(quilômetros de linha para cada 1 000 km² de área, em 2009)

Alemanha	130,3
França	59,9
Índia	21,4
EUA	21,3
China	9,2
Canadá	7
Rússia	5,1
BRASIL	3,5

ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS TRANSPORTES FERROVIÁRIOS (ANTF). *Veja*, 29 dez. p. 176.

Como o território do nosso país é quase 25 vezes maior que o da Alemanha, o comprimento total das ferrovias do Brasil representa, aproximadamente, que fração do total das ferrovias alemãs?

- A) 12%
- B) 36%
- C) 54%
- D) 67%
- E) 89%

- 02.** A usina hidrelétrica de Itaipu foi construída entre 1975 e 1982. Localizada no Rio Paraná, na fronteira entre Brasil e Paraguai, trata-se da maior usina geradora de energia do mundo.



Creative Commons

Disponível em: http://www.bohnen.com.br/fck_upload/image/5_itaipu.jpg. Acesso em: 2 mar. 2011.

Em 2006, a usina de Itaipu atingiu uma das maiores produções de energia da sua história, cerca de 92,6 gigawatts-hora (GWh). Nesse mesmo ano, esse valor foi suficiente para suprir por cerca de 81 dias o consumo de energia elétrica de todo o Brasil. Do consumo total de energia gasto pelo país, a região Sudeste é responsável por 54,6%. Assim, o consumo diário de energia elétrica da região Sudeste é, aproximadamente, de

- A) 0,62 GWh. B) 0,54 GWh. C) 0,35 GWh. D) 0,28 GWh. E) 0,14 GWh.

- 03.**



CORREIO BRASILIENSE.

Considere que o valor do salário mínimo, sem o suposto aumento, mencionado no texto anterior, é de R\$ 112,00. O valor do aumento percentual é um número no intervalo

- A) (6, 7).
 B) (7, 8).
 C) (8, 9).
 D) (9, 10).
 E) (10, 11).

- 04.** Pelo quarto ano consecutivo, o Brasil bateu o seu próprio recorde de reciclagem de latas de alumínio, mantendo-se entre os líderes mundiais do setor. Em 1999, foram coletadas e recicladas no Brasil 86 409 toneladas de latas de alumínio vazias, num total de 5,8 bilhões de unidades.

A tabela a seguir apresenta, nos anos indicados, a taxa nacional de reciclagem de latas de alumínio, em porcentagem, em relação ao total fabricado.

Ano	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
%	37	39	50	56	63	61	64	65	73

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DO ALUMÍNIO (ABAL).

De acordo com esses dados, o número de toneladas de latas de alumínio fabricadas no Brasil em 1999 foi de, aproximadamente,

- A) 137 157. C) 118 368. E) 63 079.
 B) 135 014. D) 84 480.

10.

Presos rebelados em SE entregam armas e libertam 49 pessoas

Os cerca de 400 presos rebelados desde a tarde de ontem [15 abr. 2012] no Complexo Penitenciário Advogado Antônio Jacinto Filho, em Aracaju (SE), entregaram as armas, por volta das 14h30min de hoje e libertaram mais parentes que estavam sendo mantidos no complexo. Com isso, subiu para 49 o número de pessoas libertadas.

Segundo a Secretaria de Segurança Pública, as negociações ainda acontecem para a libertação das cerca de 70 pessoas que permanecem mantidas reféns no local, entre elas, dois agentes penitenciários. A entrega de armas e a libertação das pessoas ocorreram em troca da retomada do abastecimento de água, informou a Secretaria.

PRESOS rebelados em SE entregam armas e libertam 49 pessoas. *Folha de S.Paulo*, 16 abr. 2012. Disponível em: <https://m.folha.uol.com.br/cotidiano/2012/04/1076783-presos-rebelados-em-se-entregam-armas-e-libertam-49-pessoas.shtml>. Acesso em: 19 maio 2021.

De acordo com o texto, o número de pessoas libertadas em relação ao total de pessoas que, inicialmente, estavam sendo mantidas no complexo pelos presos rebelados, corresponde a, aproximadamente,

- A) 25%.
- B) 39%.
- C) 41%.
- D) 57%.
- E) 70%.

11. Uma loja oferece a seguinte promoção:

Na compra de três camisas de R\$ 100,00, você paga a primeira normalmente, tem 10% de desconto no preço da segunda camisa e dois descontos sucessivos de 10% no preço da terceira camisa.

Um cliente fez uma compra de acordo com a promoção anunciada e recebeu um desconto total, em relação ao preço das três camisas, de, aproximadamente,

- A) 30%.
- B) 29%.
- C) 10%.
- D) 9,7%.
- E) 8,9%.

12. Antônio possui uma dívida, que irá vencer daqui a um mês, de R\$ 3 120,00 com uma financeira. Porém, ao receber um adiantamento salarial na firma onde trabalha, João decidiu quitar a dívida imediatamente. Para isso, dirigiu-se à financeira e solicitou a retirada dos juros correspondentes ao mês antecipado. Após fazer os cálculos para a retirada dos juros, o funcionário da financeira informou a Antônio que o valor a ser pago era igual a R\$ 3 000,00.

Portanto, a taxa mensal de juros que seria cobrada pela financeira, caso Antônio não tivesse antecipado o pagamento, corresponde a

- A) 3,84%.
- B) 4,00%.
- C) 6,00%.
- D) 7,34%.
- E) 8,00%.

13. A taxa básica de juros do Brasil é definida pela chamada taxa SELIC, que é fixada pelo Banco Central por meio do COPOM – Comitê de Política Monetária – em reuniões mensais. A SELIC estabelece uma referência para as taxas utilizadas no mercado financeiro, influenciando a oferta de crédito e o montante da dívida pública. A taxa SELIC é calculada em termos anuais, considerando-se 252 dias úteis por ano. A taxa equivalente por dia útil é dada pela seguinte expressão:

$$SELIC_{DU} = \sqrt[DU]{1 + SELIC_{a.a.}} - 1$$

em que:

$SELIC_{DU}$ → Taxa por dia útil

$SELIC_{a.a.}$ → Taxa ao ano

DU → Número de dias úteis

Considere que a taxa SELIC anual divulgada pelo Banco Central seja igual a 18%. Nesse caso, a taxa SELIC equivalente por dia útil é aproximadamente igual a (Considere $(1,18)^{\frac{1}{252}} = 1,00066$.)

- A) 6,6%.
- B) 0,66%.
- C) 0,066%.
- D) 0,0066%.
- E) 0,00066%.

14. O valor do frete para uma empresa pode representar até 15% no preço da compra. As empresas devem buscar redirecionar suas compras de insumos para um raio de até 100 quilômetros do ponto de entrega, pois o valor do frete depende da distância entre os pontos de coleta e entrega.

Considere que uma indústria utiliza, em sua linha de produção, insumos que tenham o valor percentual do frete em relação ao preço de compra dado por $V = \frac{3}{80} \cdot k$, sendo **V** dado em porcentagem e **k** a distância entre o ponto de coleta e entrega de até 400 quilômetros. Para distâncias superiores, o valor do frete está limitado a 15% do preço de compra. A tabela a seguir representa o valor das distâncias entre o ponto de coleta e entrega, em quilômetros, para alguns insumos.

Insumo	Distância (km)	Fornecedor	Preço de compra (R\$)
I ₁	320	F ₁	1 000
I ₂	240	F ₂	800
I ₃	240	F ₃	2 000

Considerando que os três insumos da tabela serão comprados, o valor do frete pago, em reais, pela indústria será de

- A) 252.
- B) 272.
- C) 292.
- D) 352.
- E) 372.

15.

Ingressos mais baratos da Copa se esgotam em 3 horas de venda

Os ingressos mais baratos da Copa de Mundo de 2014, referentes à categoria 4 e destinados exclusivamente a torcedores brasileiros, se esgotaram em três horas de venda nesta segunda-feira no site da FIFA.

A entidade máxima do futebol reabriu a venda de entradas às 9h (de Brasília), somente por meio de seu site (www.fifa.com/ingresso). Nesta fase são disponibilizados bilhetes para 57 dos 64 confrontos.

Folha de S.Paulo. Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/esporte/folhanacopa/2013/11/1369720-ingressos-mais-baratos-da-copa-se-esgotam-em-3-horas-de-venda.shtml>. Acesso em: 5 dez. 2013.

De acordo com o texto, do total de partidas da Copa, aquelas que não tiveram bilhetes disponibilizados nessa fase de vendas correspondem a, aproximadamente,

- A) 9%. C) 11%. E) 13%.
B) 10%. D) 12%.

16. A Loteca é a loteria ideal para os amantes do futebol, pois ela permite que o jogador dê palpites sobre os resultados de 14 jogos do concurso. A seguir, temos os resultados do concurso 587, de dezembro de 2013, da Loteca:

▼ Loteca		
Concurso n. 587		
Jogo 1	Flamengo	1 x 1 Cruzeiro
Jogo 2	Atlético	2 x 2 Vitória
Jogo 3	Atlético – PR	5 x 1 Vasco
Jogo 4	Botafogo	3 x 0 Criciúma
Jogo 5	Águia – PA	5 x 2 Time Negro
Jogo 6	Independente	0 x 2 Gavião – PA
Jogo 7	Tuna Luso	1 x 1 Castanhal
Jogo 8	São Raimundo	2 x 1 Parauapebas
Jogo 9	Internacional	0 x 0 Ponte Preta
Jogo 10	Bahia	1 x 2 Fluminense
Jogo 11	Portuguesa	0 x 0 Grêmio
Jogo 12	Náutico	1 x 0 Corinthians
Jogo 13	Goiás	0 x 3 Santos
Jogo 14	São Paulo	0 x 1 Coritiba

Com base nos resultados fornecidos, os jogos que acabaram empatados correspondem, em relação ao total de jogos da Loteca, a, aproximadamente,

- A) 30%. C) 36%. E) 42%.
B) 33%. D) 39%.

17. A desidratação dos alimentos é uma técnica que visa principalmente aumentar a sua durabilidade. O princípio baseia-se na remoção da água via aquecimento, o que resulta em uma diminuição no volume total do alimento.

Por exemplo, sabe-se que 320 gramas de abobrinha *in natura* são reduzidos a apenas 20 gramas após um processo de desidratação.

Com base nas informações, a redução da massa dessa abobrinha foi de

- A) 93,75%. C) 78,54%. E) 50,87%.
B) 89,25%. D) 65,08%.

18. Uma das principais atividades agrícolas do estado de São Paulo é o cultivo da cana-de-açúcar. A região nordeste paulista compreende 125 municípios e cerca de 52 000 km². Um agricultor dessa região que cultiva a cana-de-açúcar paga de imposto (entre direto, indireto e induzido) um total de R\$ 680,00 ao ano por hectare (ha) plantado.

EMBRAPA MONITORAMENTO POR SATÉLITE.

O hectare (ha) é uma medida agrária, sendo que 1 ha equivale a 10 000 m². Um latifúndio dessa região tem parte de suas terras plantada com cana-de-açúcar e, por causa de débitos anteriores, o imposto em relação à área plantada com cana-de-açúcar veio nesse ano com um reajuste de 10%, gerando, assim, um valor anual de R\$ 44 880,00.

A área plantada nesse latifúndio com cana-de-açúcar, em quilômetros quadrados, é igual a

- A) 0,06. C) 0,60. E) 6,0.
B) 0,45. D) 4,5.

19. Atualmente, para atrair seus clientes, as lojas costumam vender seus produtos em várias prestações. Entretanto, no início do processo de estabilização da moeda brasileira, os prazos para compras a prazo ainda eram relativamente curtos, e o crédito escasso. A figura a seguir mostra um anúncio dessa época:

PROMOÇÃO

-MICRO SYSTEM-

(CD – AM/FM)

À VISTA: R\$ 80,00

A PRAZO: DUAS
PRESTAÇÕES DE R\$ 50,00
(ENTRADA + 30 DIAS)

A taxa mensal de juros cobrada para o consumidor que decidiu efetuar a compra a prazo é, aproximadamente, igual a

- A) 20%. D) 50%.
B) 25%. E) 67%.
C) 40%.

Revisão Enem

- 27.** (Enem–2021) Um casal decidiu aplicar em um fundo de investimentos que tem uma taxa de rendimento de 0,8% ao mês, num regime de capitalização composta.

O valor final F a ser resgatado, depois de n meses, a uma taxa de rendimento mensal x , é dado pela expressão algébrica $F = C(1 + x)^n$, em que C representa o capital inicial aplicado.

O casal planeja manter a aplicação pelo tempo necessário para que o capital inicial de R\$ 100 000,00 duplique, sem outros depósitos ou retiradas.

Fazendo uso da tabela, o casal pode determinar esse número de meses.

Y	Log Y
1,008	0,003
1,08	0,03
1,8	0,20
2	0,30
3	0,47

Para atender ao seu planejamento, o número de meses determinado pelo casal é

- A) 156. C) 100. E) 1,5.
B) 125. D) 10.
- 28.** (Enem–2021) Um professor tem uma despesa mensal de 10% do seu salário com transporte e 30% com alimentação. No próximo mês, os valores desses gastos sofrerão aumentos de 10% e 20%, respectivamente, mas o seu salário não terá reajuste. Com esses aumentos, suas despesas com transporte e alimentação aumentarão em R\$ 252,00.

O salário mensal desse professor é de

- A) R\$ 840,00.
B) R\$ 1 680,00.
C) R\$ 2 100,00.
D) R\$ 3 600,00.
E) R\$ 5 200,00.
- 29.** (Enem–2021) Uma rede de supermercados vende latas de sucos em *packs* (pacotes) com 12 latas. A venda é feita da seguinte forma:
- um *pack* é vendido por R\$ 21,60;
 - na compra de dois *packs*, o segundo tem 40% de desconto sobre o seu valor.

Entretanto, essa rede de supermercados costuma disponibilizar também o valor unitário do produto em cada uma das situações de compra. Para obter esse valor, basta dividir o total gasto pela quantidade de latas adquiridas.

Em determinado dia, nos cinco supermercados da rede que vendem os *packs* da forma descrita, os registros do valor unitário da lata de suco para o cliente que comprava dois *packs* eram diferentes entre si, conforme os dados:

- Loja I: R\$ 1,08;
Loja II: R\$ 1,40;
Loja III: R\$ 1,44;
Loja IV: R\$ 1,76;
Loja V: R\$ 1,78.

Em um dos supermercados, o valor unitário está correto, de acordo com o costume da rede ao vender dois *packs*.

Esse supermercado corresponde à loja

- A) I. D) IV.
B) II. E) V.
C) III.

- 30.** (Enem–2021) Em determinado mês, o consumo de energia elétrica da residência de uma família foi de 400 kWh. Achando que o valor da conta estava alto, os membros da família decidiram diminuí-lo e estabeleceram a meta de reduzir o consumo em 40%. Começaram trocando a geladeira, de consumo mensal igual a 90 kWh, por outra, de consumo mensal igual a 54 kWh, e realizaram algumas mudanças na rotina de casa:

- reduzir o tempo de banho dos moradores, economizando 30 kWh por mês;
- reduzir o tempo em que o ferro de passar roupas fica ligado, economizando 14 kWh por mês;
- diminuir a quantidade de lâmpadas acesas no período da noite, conseguindo uma redução de 10 kWh mensais.

No entanto, observaram que, mesmo assim, não atingiriam a meta estabelecida e precisariam decidir outras maneiras para diminuir o consumo de energia.

De modo a atingir essa meta, o consumo mensal de energia, em quilowatt-hora, ainda precisa diminuir

- A) 250. D) 90.
B) 150. E) 70.
C) 126.
- 31.** (Enem) No dia 12 de janeiro de 2010, o governo da Venezuela adotou um plano de racionamento de energia que previa cortes no fornecimento em todo o país.

O ministro da Energia afirmou que uma das formas mais eficazes de se economizar energia nos domicílios seria o uso de lâmpadas que consomem 20% menos da energia consumida por lâmpadas normais.

Disponível em: <http://www.bbc.co.uk>.
Acesso em: 23 abr. 2010 (Adaptação).

Em uma residência, o consumo mensal de energia proveniente do uso de lâmpadas comuns é de 63 kWh.

Se todas as lâmpadas dessa residência forem trocadas pelas lâmpadas econômicas, esse consumo passará a ser de, aproximadamente,

- A) 9 kWh. C) 22 kWh. E) 50 kWh.
 B) 11 kWh. D) 35 kWh.

- 32.** (Enem) Uma bióloga conduziu uma série de experimentos demonstrando que a cana-de-açúcar mantida em um ambiente com o dobro da concentração atual de CO₂ realiza 30% mais de fotossíntese e produz 30% mais de açúcar do que a que cresce sob a concentração normal de CO₂. Das câmaras que mantinham esse ar rico em gás carbônico, saíram plantas também mais altas e mais encorpadas, com 40% mais de biomassa.

Disponível em: <http://revistapesquisa.fapesp.br>.
 Acesso em: 26 set. 2008.

Os resultados indicam que se pode obter a mesma produtividade de cana numa menor área cultivada. Nas condições apresentadas de utilizar o dobro da concentração de CO₂ no cultivo para dobrar a produção da biomassa da cana-de-açúcar, a porcentagem da área cultivada hoje deveria ser, aproximadamente,

- A) 80%. C) 140%. E) 200%.
 B) 100%. D) 160%.

- 33.** (Enem) Um dos estádios mais bonitos da Copa do Mundo na África do Sul é o Green Point, situado na Cidade do Cabo, com capacidade para 68 000.

CENTAURO, ano 2, 8. ed., mar. / abr. 2010.

Em certa partida, o estádio estava com 95% de sua capacidade, sendo que 487 pessoas não pagaram o ingresso que custava 150 dólares cada.

A expressão que representa o valor arrecadado nesse jogo, em dólares, é:

- A) $0,95 \cdot 68\ 000 \cdot 150 - 487$
 B) $0,95 \cdot (68\ 000 - 487) \cdot 150$
 C) $(0,95 \cdot 68\ 000 - 487) \cdot 150$
 D) $95 \cdot (68\ 000 - 487) \cdot 150$
 E) $(95 \cdot 68\ 000 - 487) \cdot 150$

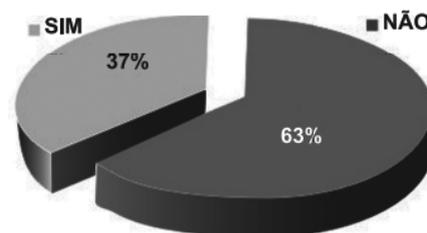
- 34.** (Enem) O Brasil é um dos maiores produtores de leite do mundo. Em 2010 para a produção de 30,7 bilhões de litros de leite foram ordenhadas 22,9 milhões de vacas leiteiras em todo o país, sendo que essa quantidade de vacas ordenhadas representa 10,9% do rebanho brasileiro de bovinos.

Disponível em: www.ibge.gov.br.
 Acesso em: 15 nov. 2011 (Adaptação).

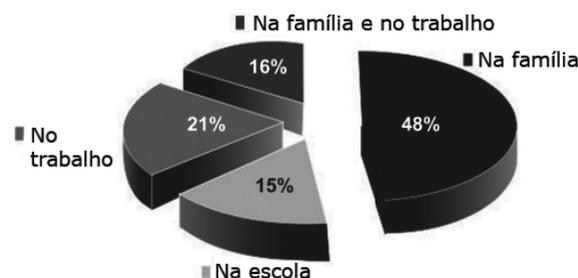
Nessas condições, o número que mais se aproxima da quantidade de bovinos no Brasil em 2010, em milhões de unidades, é

- A) 25,40. C) 187,19. E) 281,65.
 B) 33,80. D) 210,09.

- 35.** (Enem) Uma pesquisa foi realizada com a intenção de conhecer o que as pessoas sabem sobre o diabetes. Nela, utilizou-se um questionário com 16 perguntas, respondidas pelas pessoas na entrada de estações do metrô de São Paulo. Os gráficos a seguir mostram, respectivamente, os percentuais de respostas dadas às seguintes perguntas do questionário: "Você conhece alguém com diabetes?" e "Caso conheça, indique onde."



Disponível em: www.diabetes.org.br
 (Adaptação).



O percentual do número de entrevistados que conhecem pessoas diabéticas na escola é mais aproximado por

- A) 6%. C) 37%. E) 52%.
 B) 15%. D) 41%.

- 36.** (Enem) Uma loja resolveu fazer uma promoção de um determinado produto que custava R\$ 100,00 em fevereiro, da seguinte maneira: em março, ela deu um desconto de 10% sobre o preço do produto em fevereiro; em abril, deu mais 10% de desconto sobre o preço do produto em março. Tendo obtido uma venda substancial, a loja resolveu aumentar o preço do produto da seguinte maneira: em maio, a loja aumentou em 10% o preço de abril e, em junho, a loja aumentou em mais 10% o preço de maio.

Desta forma, o preço deste produto, no final de junho, era

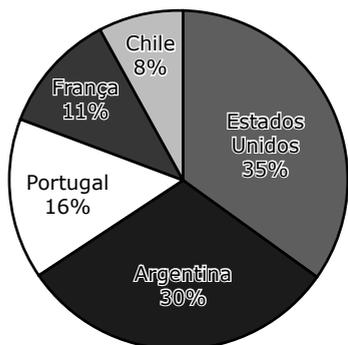
- A) R\$ 100,00. D) R\$ 97,20.
 B) R\$ 99,00. E) R\$ 96,00.
 C) R\$ 98,01.

37. (Enem) Uma concessionária de automóveis revende atualmente três marcas de veículos, **A, B e C**, que são responsáveis por 50%, 30% e 20%, respectivamente, de sua arrecadação. Atualmente, o faturamento médio mensal dessa empresa é de R\$ 150 000,00. A direção dessa empresa estima que, após uma campanha publicitária a ser realizada, ocorrerá uma elevação de 20%, 30% e 10% na arrecadação com as marcas **A, B e C**, respectivamente.

Se os resultados estimados na arrecadação forem alcançados, o faturamento médio mensal da empresa passará a ser de

- A) R\$ 180 000,00.
- B) R\$ 181 500,00.
- C) R\$ 187 500,00.
- D) R\$ 240 000,00.
- E) R\$ 257 400,00.

38. (Enem) Em 2010, cerca de 3,24 milhões de passageiros foram transportados entre os Estados Unidos e o Brasil, de acordo com dados divulgados pela Agência Nacional de Aviação Civil (Anac). O gráfico mostra a distribuição relativa do número de passageiros transportados entre o Brasil e os cinco destinos mais procurados, dos quais apenas dois países são europeus: França e Portugal.



De acordo com esses dados, o valor mais aproximado para a quantidade total de passageiros transportados em 2010 entre o Brasil e os países europeus mostrados no gráfico é

- A) 874 800.
- B) 1 018 285.
- C) 1 481 142.
- D) 2 499 428.
- E) 3 240 000.

39. (Enem) O Brasil desenvolveu técnicas próprias de plantio e colheita de cana-de-açúcar, tornando-se o maior produtor mundial. Cultivando novas variedades, foram produzidas, na safra 2010 / 2011, 624 milhões de toneladas em 8,1 milhões de hectares. Houve um substancial ganho de produtividade (em toneladas por hectare) quando se compara com a de décadas atrás, como a da safra 1974 / 1975, que foi de 47 toneladas por hectare.

Disponível em: www2.cead.ufv.br.
Acesso em: 27 fev. 2011 (Adaptação).

De acordo com dados apresentados, qual foi o valor mais aproximado da taxa de crescimento da produtividade de cana-de-açúcar, por hectare no Brasil, da safra 1974/1975 para a safra 2010/2011?

- A) 13%
- B) 30%
- C) 64%
- D) 77%
- E) 164%

40. (Enem) O Brasil é o quarto produtor mundial de alimentos, mas aproximadamente 64 toneladas de cada 100 toneladas que se produz são perdidas ao longo da cadeia produtiva. Em relação ao total de alimentos produzidos, a perda de alimentos é distribuída da seguinte forma: 20 toneladas na colheita, 8 toneladas no transporte e armazenamento, 15 toneladas na indústria de processamento, 1 tonelada no varejo e 20 toneladas no processamento culinário e hábitos alimentares.

Disponível em: www.bancodealimentos.org.br.
Acesso em: 26 out. 2011 (Adaptação).

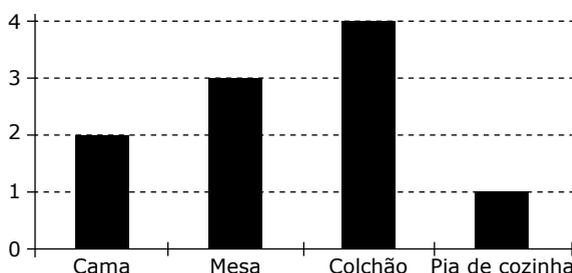
De acordo com os dados apresentados, os alimentos que são perdidos no processamento culinário e nos hábitos alimentares representam qual porcentagem em relação ao total de alimentos que são perdidos no país?

- A) 12,28%
- B) 20,00%
- C) 31,25%
- D) 36,00%
- E) 44,00%

41. (Enem) Para atrair uma maior clientela, uma loja de móveis fez uma promoção oferecendo um desconto de 20% em alguns de seus produtos.

No gráfico, estão relacionadas as quantidades vendidas de cada um dos produtos, em um dia de promoção.

Quantidade vendida de cada produto



No quadro constam os preços de cada produto vendido já com o desconto de 20% oferecido pela loja.

Móvel	Preço (R\$)
Cama	450,00
Mesa	300,00
Colchão	350,00
Pia de cozinha	400,00

Qual foi o valor de desconto, em reais, concedido pela loja com a venda desses produtos durante esse dia de promoção?

- A) 300,00
- B) 375,00
- C) 720,00
- D) 900,00
- E) 1 125,00

- 42.** (Enem) Um rapaz possui um carro usado e deseja utilizá-lo como parte do pagamento na compra de um carro novo. Ele sabe que, mesmo assim, terá que financiar parte do valor da compra.

Depois de escolher o modelo desejado, o rapaz faz uma pesquisa sobre as condições de compra em três lojas diferentes. Em cada uma, é informado sobre o valor que a loja pagaria por seu carro usado, no caso de a compra ser feita na própria loja. Nas três lojas são cobrados juros simples sobre o valor a ser financiado, e a duração do financiamento é de um ano. O rapaz escolherá a loja em que o total, em real, a ser desembolsado será menor. O quadro resume o resultante da pesquisa.

Loja	Valor oferecido pelo carro usado (R\$)	Valor do carro novo (R\$)	Percentual de juros (%)
A	13 500,00	28 500,00	18 ao ano
B	13 000,00	27 000,00	20 ao ano
C	12 000,00	26 500,00	19 ao ano

A quantia a ser desembolsada pelo rapaz, em real, será

- A) 14 000. C) 16 800. E) 17 700.
 B) 15 000. D) 17 255.
- 43.** (Enem) Um comerciante abrirá um supermercado, no mês de outubro, e precisa distribuir 5 produtos de limpeza em uma gôndola de cinco prateleiras que estão dispostas uma acima da outra (um tipo de produto por prateleira). Ele sabe que a terceira prateleira oferece uma melhor visibilidade dos produtos aos clientes. Ele fez uma pesquisa sobre o número de vendas desses produtos, nos meses de agosto e setembro, em uma loja da concorrência (mostrada a seguir), e pretende incrementar suas vendas, em relação a seu concorrente, colocando na terceira prateleira de seu supermercado o produto que teve o maior índice de aumento nas vendas no mês de setembro em relação ao mês de agosto, na loja concorrente.

Produto	Número de unidades vendidas em agosto	Número de unidades vendidas em setembro
I	400	450
II	210	295
III	200	220
IV	300	390
V	180	240

O comerciante deve colocar na terceira prateleira o produto número

- A) I. C) III. E) V.
 B) II. D) IV.

- 44.** (Enem) Para pintar um automóvel, cuja cor é personalizada, a oficina encarregada de fazer o serviço terá de, por meio de uma mistura adequada de tintas, compor tons de azul e de branco. O tom azul representa 40% dessa mistura. Sabe-se, ainda, que a oficina deverá adquirir somente a tinta de tom azul, pois já possui, em seus estoques, 6 litros da tinta de tom branco, que serão totalmente utilizados na referida composição.

A quantidade, em litro, de tinta de tom azul que a oficina deverá adquirir para compor essa mistura, sem que haja sobras, é

- A) 2,4. D) 9,0.
 B) 3,6. E) 10,0.
 C) 4,0.

- 45.** (Enem) Um torrefador comprou uma saca de 60 kg de café especial cru (antes de torrar) por R\$ 400,00. Devido à perda de umidade durante o processo de torrefação, são perdidos 10 kg de café por saca.

O torrefador irá vender o café torrado em embalagens de um quilograma e tem por objetivo obter um lucro de 200%, em relação ao valor pago, por unidade vendida.

Que preço de venda, por unidade, este torrefador deverá estabelecer para atingir o seu objetivo?

- A) R\$ 32,00 D) R\$ 16,00
 B) R\$ 24,00 E) R\$ 8,00
 C) R\$ 20,00

CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS

Instrução: Texto para a questão 01.

Um engenheiro precisava determinar a diferença de nível entre dois pontos **A** e **B** num terreno. Sabe-se que essa diferença pode ser calculada através da subtração entre as cotas desses pontos, conforme mostra a figura.

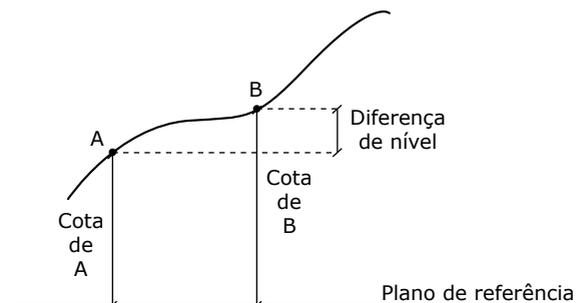


Figura 1

Para medir as cotas, o engenheiro dispunha de um equipamento chamado nível, que faz leituras horizontais de alta precisão em estacas graduadas, chamadas miras.

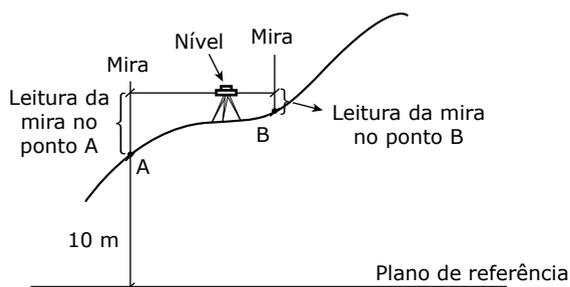
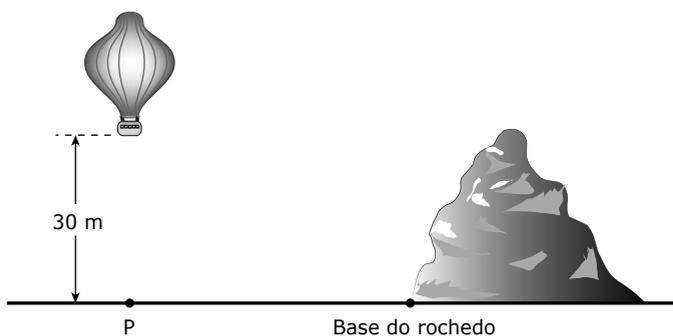


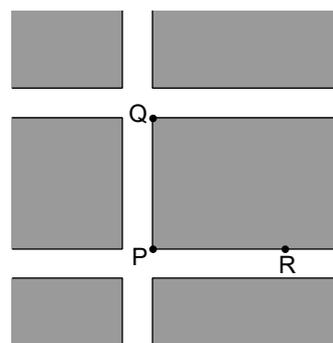
Figura 2

- 01.** Se, na figura 2, a altura do nível é de 1,5 m, a cota do ponto **A** vale 10 m, e as leituras das miras feitas pelo nível nos pontos **A** e **B** foram 2,381 m e 0,732 m, respectivamente, a diferença de nível entre os pontos **A** e **B** é de
- A) 3,149 m.
 B) 1,649 m.
 C) 1,648 m.
 D) 1,613 m.
 E) 0,149 m.
- 02.** Um balão se encontra a 30 m de altura do solo. O ponto do qual ele partiu se encontra a uma distância de $\frac{3\ 999\pi}{314}$ m da base de um rochedo, como indica a figura a seguir:



A que distância, aproximadamente, o piloto do balão visualiza a base do rochedo?

- A) 45 m
 B) 50 m
 C) 55 m
 D) 60 m
 E) 65 m
- 03.** Paula se encontra num ponto **P** de uma cidade. Como está perdida, caminha até o ponto **Q**, volta ao ponto **P**, caminha até o ponto **R**, perfazendo um percurso total de 150 m. Paula observa, então, que a distância de **R** até **P** é a mesma de **P** até **Q**.

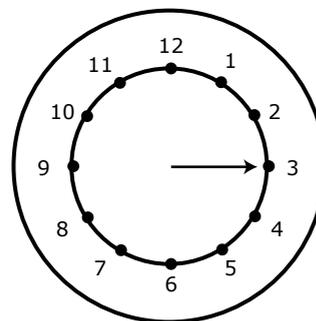


Suponha que seja possível caminhar, diretamente, de **R** até **Q**. Assim, a distância entre esses pontos é de, aproximadamente,

- A) 50 m.
 B) 60 m.
 C) 70 m.
 D) 80 m.
 E) 85 m.
- 04.** Para abrir o cofre da sua residência, Gabriel inventou um dispositivo de segurança, que está representado na figura a seguir. A posição inicial da seta, quando o cofre está fechado, é a indicada. Para abrir esse cofre, são necessárias quatro operações, girando o dispositivo de modo que a seta seja deslocada de acordo com a seguinte sequência:

$$+\frac{4\pi}{3} \rightarrow -\frac{3\pi}{2} \rightarrow +\frac{3\pi}{4} \rightarrow -\frac{5\pi}{6}$$

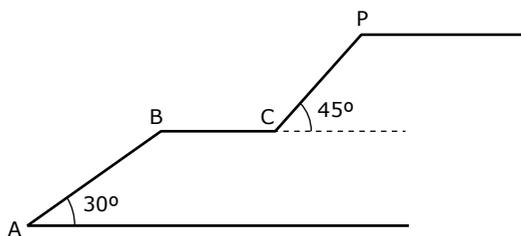
O sinal + indica o sentido anti-horário e o sinal - indica o sentido horário.



Pode-se, então, afirmar que o cofre estará aberto quando a seta estiver indicando

- A) o ponto médio entre 10 e 11.
 B) algum ponto entre 8 e 9.
 C) o ponto médio entre 4 e 5.
 D) o ponto médio entre 2 e 3.
 E) algum ponto entre 6 e 7.
- 05.** Para sair de um estacionamento, uma pessoa deve passar por uma rampa conjugada que começa no ponto **A** e termina no ponto **P**. No trecho **AB**, a rampa forma um ângulo de 30° com a horizontal.

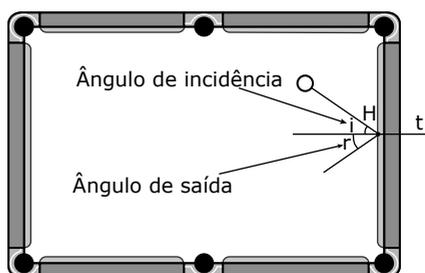
O trecho BC é horizontal, e o trecho CP forma um ângulo de 45° com a horizontal, conforme mostra a figura.



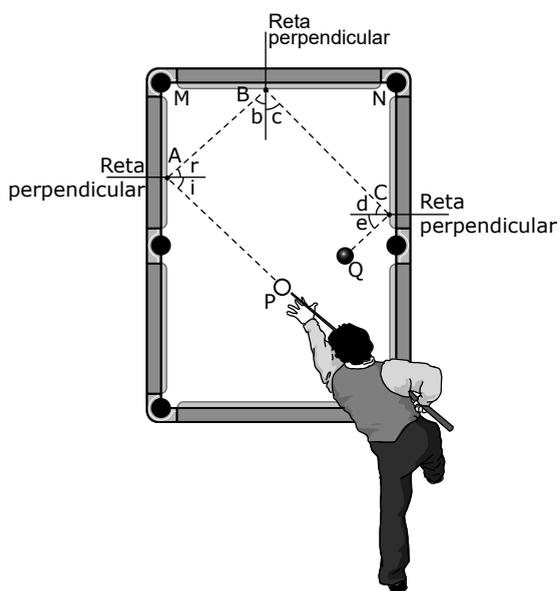
Se os trechos AB, BC e CP medem, respectivamente, 6 m, 4 m e $2\sqrt{2}$ m, o valor da altura do ponto P em relação à linha horizontal que passa por A é

- A) 4 m.
- B) $4\sqrt{2}$ m.
- C) 5 m.
- D) $5\sqrt{2}$ m.
- E) 6 m.

- 06.** No jogo de bilhar, se uma bola interceptar o lado da mesa retangular em um ponto H, a mesa altera o movimento da bola, de modo que o ângulo i formado pela trajetória e a reta t , perpendicular ao lado da mesa, é igual ao ângulo r formado pela nova trajetória da bola e à reta t , como mostrado na figura a seguir:



José precisa mover a bola preta Q usando a bola branca P. Para isso, ele irá calcular o trajeto indicado na figura a seguir:



Sabendo que José percebeu que o triângulo AMB é isósceles, o valor calculado por ele para o ângulo e foi de

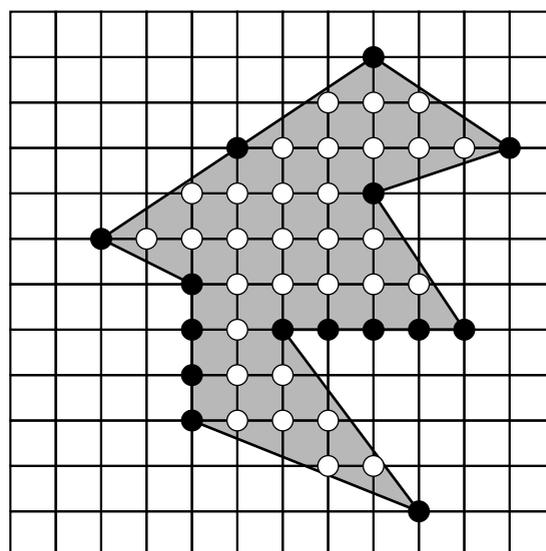
- A) 25° .
- B) 30° .
- C) 40° .
- D) 45° .
- E) 60° .

- 07.** Em determinado dia, na cidade de São Lourenço, em Minas Gerais, choveu com precipitação de 10 mm de água. Isso significa que cada metro quadrado dessa região recebeu 10 litros de água da chuva.

Uma caixa-d'água, inicialmente vazia, de 1,5 m de altura, 8 dm de largura e 140 cm de comprimento, com uma abertura na face superior na forma de um quadrado com 40 cm de lado, recebeu água diretamente de uma chuva com precipitação de 70 mm. Admitindo-se que a caixa-d'água só tenha recebido água da chuva, o nível da água nessa caixa atingiu uma altura de

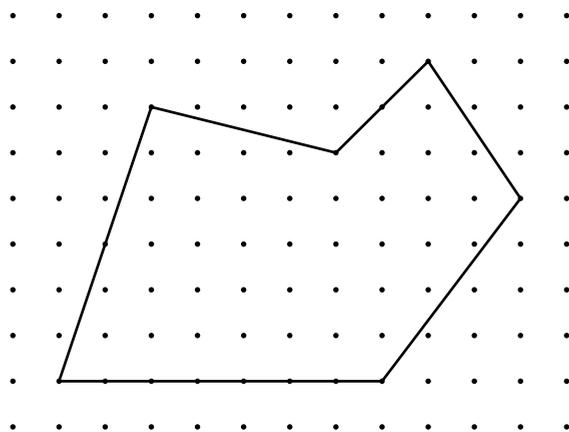
- A) 0,6 cm.
- B) 0,8 cm.
- C) 1,0 cm.
- D) 1,2 cm.
- E) 2,0 cm.

- 08.** O Teorema de Pick é uma interessante maneira de calcular a área de um polígono reticulado, ou seja, um polígono cujos vértices se situam nos pontos de um reticulado quadrado, em que pontos estão separados por uma unidade. Como exemplo, tomemos a figura a seguir:



Disponível em: <http://tiopetrus.blogia.com>.
Acesso em: 27 jun. 2011.

A área **A** desse polígono pode ser calculada pela fórmula $A = \frac{F}{2} + I - 1$, em que **F** é o número de pontos de fronteira (pontos pretos) e **I** é o número de pontos interiores (pontos brancos). No exemplo, temos $F = 15$ e $I = 31$, ou seja, $A = 7,5 + 31 - 1 = 37,5$ unidades quadradas. Considerando-se esses dados, pode-se dizer que a área da figura a seguir, em unidades quadradas, é igual a



- A) 38. B) 45. C) 54. D) 68. E) 70.

- 09.** Um agricultor possuía um terreno retangular de 250 dm de comprimento por 20 m de largura. Nesse terreno, 25% da área foram utilizados para o plantio de soja, enquanto o restante foi utilizado para o plantio de milho. Sabendo-se que a cada 3 m² de área foram produzidos 2 kg de milho, então a quantidade de milho produzida nesse terreno, em kg, foi de
- A) 350. B) 300. C) 250. D) 200. E) 150.

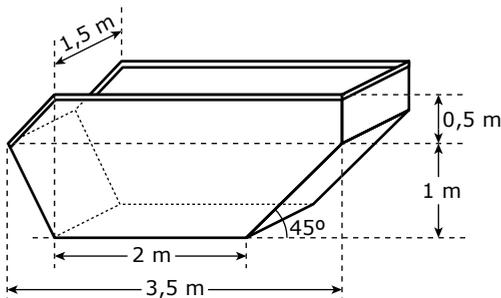
- 10.** A confecção de produtos no processo industrial depende das especificações e quantidades utilizadas na fabricação. A matéria-prima é calculada para mensuração do preço de venda e do custo de produção. Em uma fábrica de contêiner de entulho, por exemplo, desenvolveu-se o modelo representado pelas figuras a seguir:

Figura 1

Vista lateral

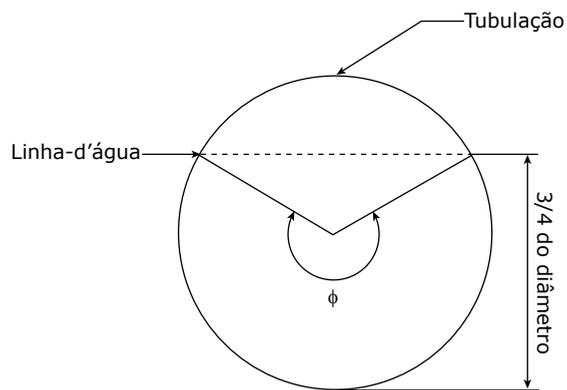


Figura 2



Considere que o preço de um contêiner varia conforme sua capacidade e que seu valor é calculado multiplicando-se seu volume, em m³, por R\$ 800,00. Assim, o custo do modelo apresentado, em reais, é

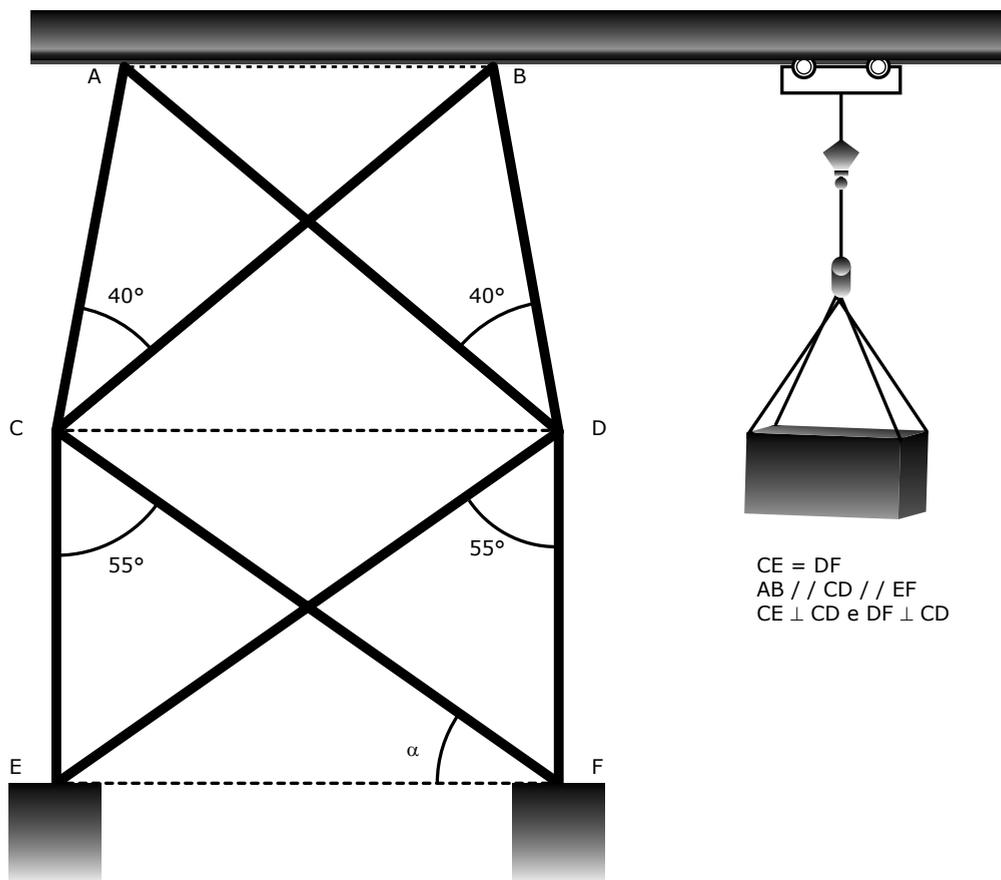
- A) 3 250. C) 5 250. E) 6 800.
 B) 4 250. D) 6 250.



Nessas condições, calcula-se que o valor do ângulo ϕ é

- A) 180° .
- B) 220° .
- C) 240° .
- D) 260° .
- E) 270° .

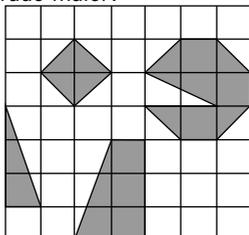
14. Na sustentação de estruturas, são usadas as chamadas armações metálicas ou treliças. No dimensionamento das hastes, os engenheiros devem calcular as medidas dos ângulos internos envolvidos para garantir a maior resistência e o menor custo de construção possíveis. Observe a treliça usada para a sustentação da estrutura do guindaste representado na figura a seguir:



No guindaste representado na figura anterior, o engenheiro responsável pelo projeto encontrou o valor de α , em graus, de

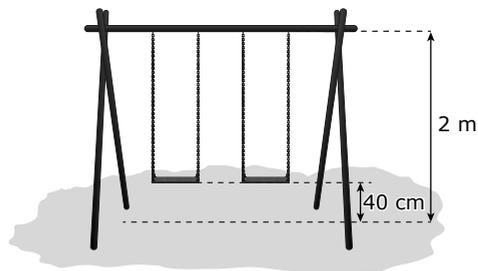
- A) 20.
- B) 25.
- C) 30.
- D) 35.
- E) 40.

15. Juca pegou uma folha quadrada e dividiu-a em quadrados menores, cujos lados medem 1 cm. Depois disso, ele coloriu com sua canetinha cinza as seguintes figuras dentro do quadrado maior:



- A área colorida por Juca, em cm^2 , é igual a
- A) 12. C) 14. E) 16.
 B) 13. D) 15.

16. A figura a seguir representa um balanço de madeira cuja altura é de 2 metros. Sabe-se que cada cadeira deste balanço está a 40 centímetros do chão.

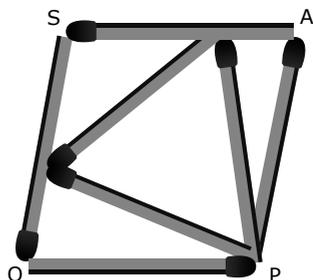


Ao começar a balançar em uma dessas cadeiras, Fabíola descreve o maior arco de circunferência possível, cuja medida é igual a 3,2 metros.

Considerando $\pi = 3$, o ângulo central associado a esse maior arco de circunferência descrito por Fabíola, em graus, é igual a

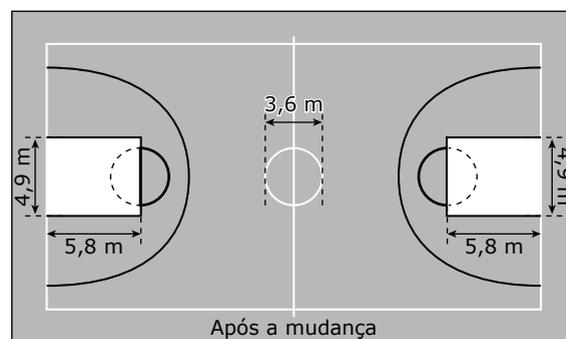
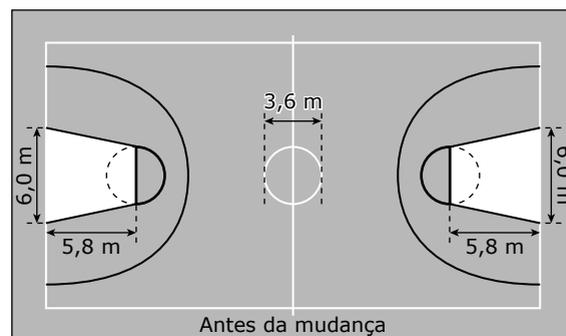
- A) 90° . C) 110° . E) 130° .
 B) 100° . D) 120° .
17. Um professor de Matemática, ao perceber a dificuldade de seus alunos do 9º ano do Ensino Fundamental em Geometria Plana, decidiu utilizar palitos de fósforo para a construção de figuras geométricas e, dessa maneira, facilitar a compreensão de seus alunos.

Utilizando 7 palitos de fósforo idênticos, Bruna construiu, sobre uma mesa plana, a figura geométrica que está representada a seguir:



Utilizando seus conhecimentos geométricos, Bruna fez alguns cálculos e descobriu que é possível calcular o valor do ângulo $\hat{A}\hat{S}\hat{O}$. Após os cálculos, o valor encontrado por ela, em graus, foi

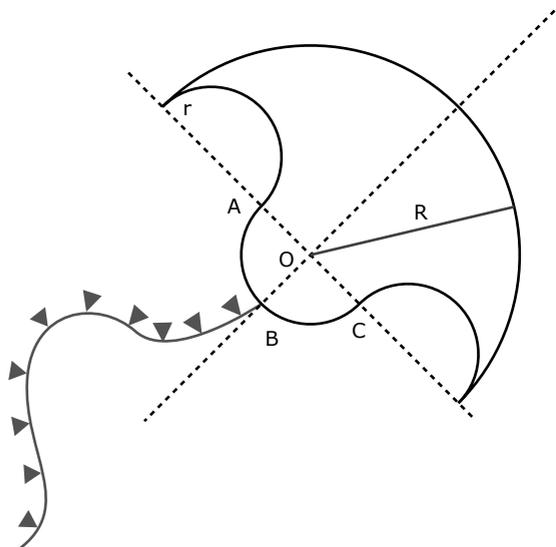
- A) 150.
 B) 120.
 C) 110.
 D) 100.
 E) 90.
18. Em outubro de 2010, entraram em vigor as novas alterações feitas pela Federação Internacional de Basquete (Fiba), que deixou o basquetebol brasileiro mais parecido com a principal liga de basquete do mundo, a NBA. Uma das novas regras foi a mudança da forma do garrafão – nome dado à área restritiva, que de trapezoidal passou a ser retangular. Procurando se adequar às novas regras, um colégio que possuía uma quadra de basquete de medidas não oficiais procurou fazer as alterações, como é mostrado nas figuras a seguir:



Considerando as mudanças efetuadas e que os três círculos da quadra possuem o mesmo raio, a área restritiva foi aumentada em, aproximadamente,

- A) 1%.
 B) 2%.
 C) 3%.
 D) 4%.
 E) 5%.

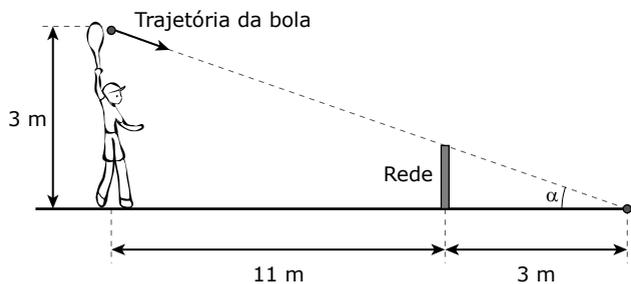
- 19.** Pipa, ou papagaio de papel, é um brinquedo que voa com a ajuda do vento e é controlado por uma linha. É um dos brinquedos mais utilizados por crianças, adolescentes e até adultos em todas as partes do mundo. A figura a seguir representa um dos inúmeros modelos de pipa:



Esse modelo de pipa foi construído utilizando-se semicírculos, sendo um de raio igual a 90 cm e três outros semicírculos idênticos, cada um com raio igual a 30 cm. O contorno da pipa foi construído com um material flexível cujo metro linear custa R\$ 2,00.

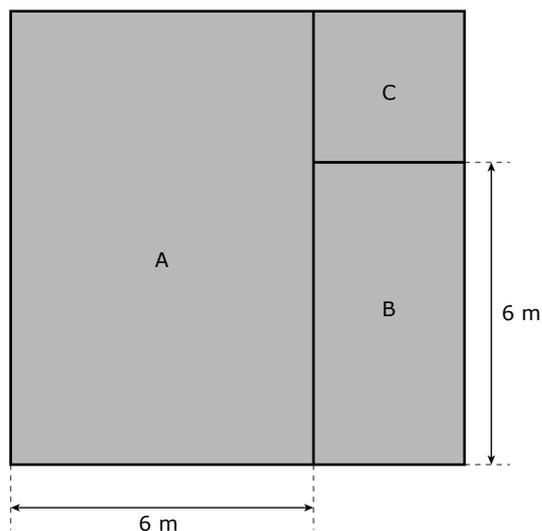
Com base nas informações e considerando $\pi = 3,14$, a quantia gasta no perímetro da pipa foi, aproximadamente, igual a

- A) R\$ 10,30.
 - B) R\$ 10,80.
 - C) R\$ 11,30.
 - D) R\$ 11,80.
 - E) R\$ 12,30.
- 20.** O saque é o primeiro ataque em uma partida de tênis e, para obter êxito nesse fundamento, é necessário bastante treino. A figura a seguir ilustra um jogador efetuando um saque em uma quadra de tênis.



Com base nos dados fornecidos e considerando a trajetória retilínea da bola, a altura da rede é, em centímetros, aproximadamente, igual a

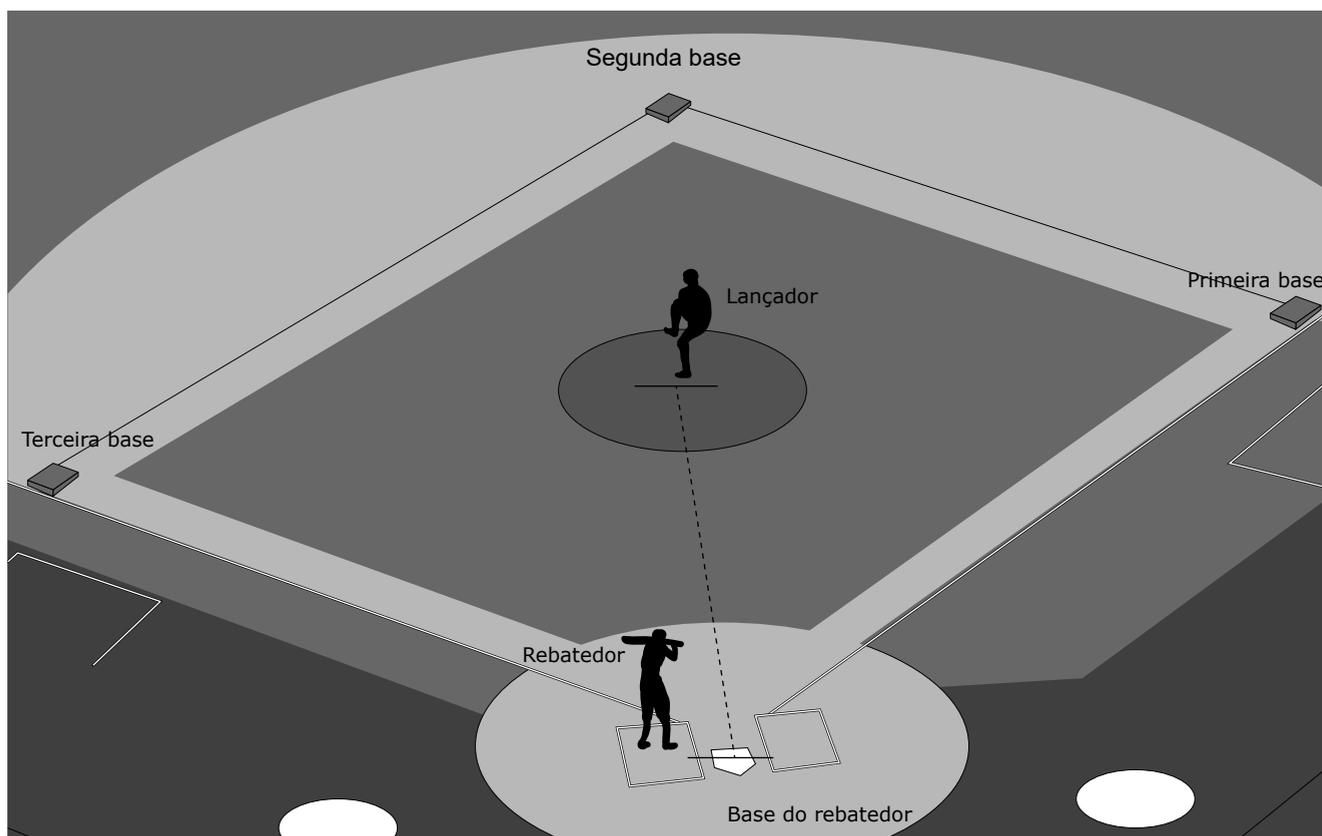
- A) 45.
 - B) 55.
 - C) 65.
 - D) 75.
 - E) 85.
- 21.** Fernanda tem uma empresa de decoração e seu mais recente projeto será executado em uma sala quadrada de lado igual a 6,4 m, representada na figura a seguir:



Para decorar o piso da sala, ela decidiu usar azulejos retangulares de 60 cm x 20 cm, dispendo-os na região **A** horizontalmente (maior dimensão do azulejo paralela ao eixo **x**), verticalmente na região **B** e deixando a região **C** sem azulejos.

Assim, para a concretização desse projeto, será necessário um número de azulejos igual a

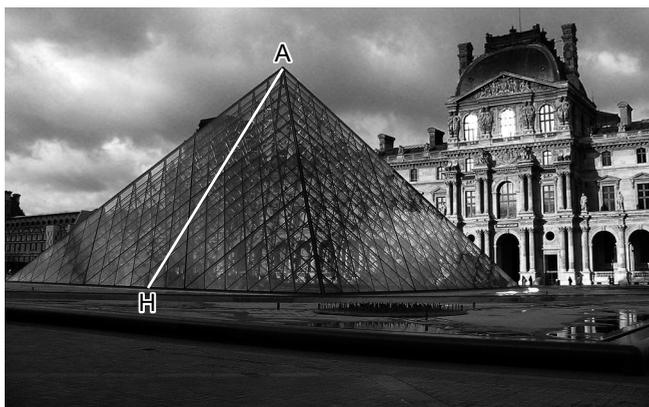
- A) 120.
 - B) 121.
 - C) 340.
 - D) 400.
 - E) 401.
- 22.** O beisebol é um esporte muito popular na América do Norte, principalmente nos Estados Unidos. Ele é praticado por duas equipes de nove jogadores, que alternadamente ocupam as posições de ataque e defesa. O objetivo é pontuar batendo com um bastão em uma bola lançada e depois correr pelas quatro bases do campo, retornando à base inicial, jogada esta que recebe o nome de *Home run*. A figura a seguir representa um campo de beisebol com o lançador posicionado em seu centro.



O campo representado é quadrado e a distância entre o lançador e o rebatedor é de, aproximadamente, 16 metros. Para que seja feito um *Home run*, após rebater a bola, o rebatedor deverá percorrer, em metros, uma distância aproximadamente igual a

- A) 32.
- B) $32\sqrt{2}$.
- C) 64.
- D) $48\sqrt{2}$.
- E) $64\sqrt{2}$.

- 23.** Em 1989, foi inaugurada a Pirâmide do Louvre, uma estrutura construída em vidro e metal, localizada no pátio principal do Museu do Palácio do Louvre, em Paris.



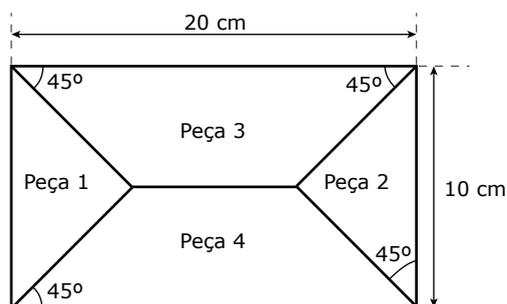
Disponível em: <http://2.bp.blogspot.com/-G2bRVW1wTmw/TsVBAXK8oQI/AAAAAAAAAKNY/NoGMOhQgwg8/s1600/piramide+del+louvre+3.jpg>. Acesso em: 3 jun. 2014 (Adaptação).

A pirâmide é regular e sua apótema representada pelo segmento AH mede aproximadamente 27 metros, além de sua base ser um quadrado com lado igual a 36 metros.

Com base nas informações, a altura da pirâmide, em metros, é de, aproximadamente,

- A) 15. C) 20. E) 30.
- B) 18. D) 25.

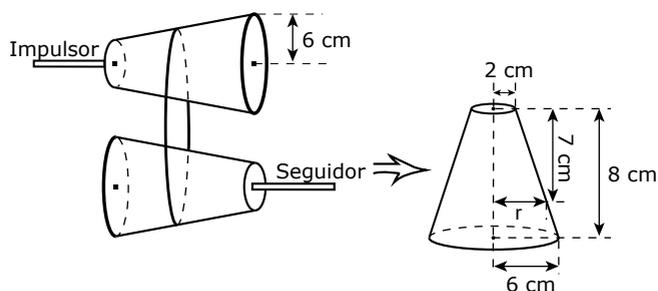
- 24.** Os brinquedos infantis de encaixe são dimensionados para evitar sobras ou faltas na montagem e os projetistas criam vários modelos que envolvem elementos variados da Matemática para a confecção do projeto. A figura a seguir mostra um quebra-cabeça infantil formado por quatro peças que se encaixam.



O retângulo formado possui dimensões de 20 cm x 10 cm. A área da peça 3, em centímetros quadrados, é igual a

- A) 60. C) 70. E) 80.
- B) 65. D) 75.

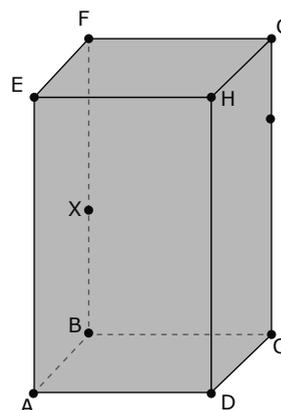
- 25.** Os carros modernos utilizam um sistema de transmissão manual composto por duas peças em forma de tronco de cone e uma correia dentada, como mostra a figura a seguir:



Com base nas informações, a medida de r , em centímetros, é igual a

- A) 4,0. C) 5,0. E) 6,0.
- B) 4,5. D) 5,5.

- 26.** (Enem-2021) Um inseto percorreu sobre a superfície de um objeto, em formato de um prisma reto ABCDEFGH, com base retangular, uma trajetória poligonal, com vértices nos pontos: A - X - Y - G - F - E - X - G - E, na ordem em que foram apresentados.



É necessário representar a projeção ortogonal do trajeto percorrido pelo inseto sobre o plano determinado pela base do prisma.

A representação da projeção ortogonal do trajeto percorrido pelo inseto é

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

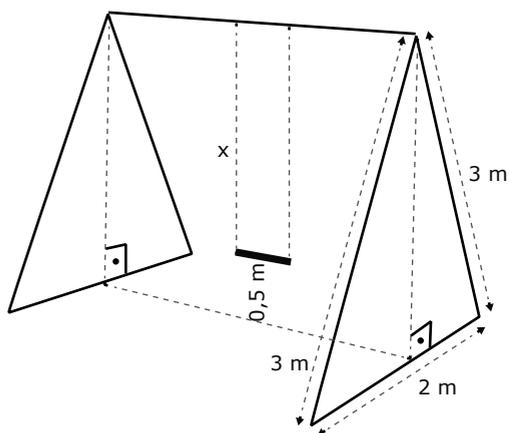
27. (Enem–2021) Um agricultor utilizava toda a área de uma região plana, em formato retangular, com 50 m de largura e 240 m de comprimento, para o plantio de mudas. Seguindo recomendações técnicas, cada muda é plantada no centro de uma pequena região retangular de 10 cm de largura por 20 cm de comprimento.

Esse agricultor decidiu ampliar a área destinada ao plantio de mudas, utilizando agora um terreno, também plano, em formato retangular, com 100 m de comprimento por 200 m de largura. As mudas deverão ser plantadas respeitando-se as mesmas recomendações técnicas.

Com o aumento da área destinada ao plantio, a quantidade máxima de mudas que poderão ser plantadas a mais é

- A) 100 000.
- B) 400 000.
- C) 600 000.
- D) 1 000 000.
- E) 1 600 000.

28. (Enem–2021) Um brinquedo muito comum em parques de diversões é o balanço. O assento de um balanço fica a uma altura de meio metro do chão, quando não está em uso. Cada uma das correntes que o sustenta tem medida do comprimento, em metro, indicada por x . A estrutura do balanço é feita com barras de ferro, nas dimensões, em metro, conforme a figura.

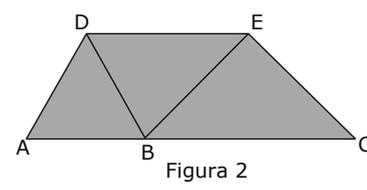
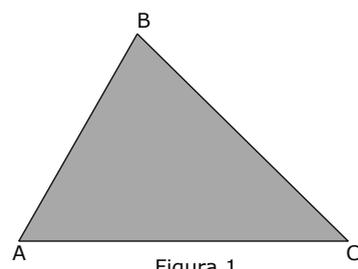


Nessas condições, o valor, em metro, de x é igual a

- A) $\sqrt{2} - 0,5$.
- B) 1,5.
- C) $\sqrt{8} - 0,5$.
- D) $\sqrt{10} - 0,5$.
- E) $\sqrt{8}$.

29. (Enem–2021) Uma indústria recortou uma placa de metal no formato triangular ABC , conforme Figura 1, com lados 18, 14 e 12 cm.

Posteriormente, a peça triangular ABC foi dobrada, de tal maneira que o vértice B ficou sobre o segmento \overline{AC} , e o segmento \overline{DE} ficou paralelo ao lado \overline{AC} , conforme Figura 2.

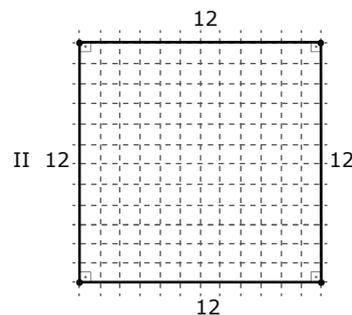
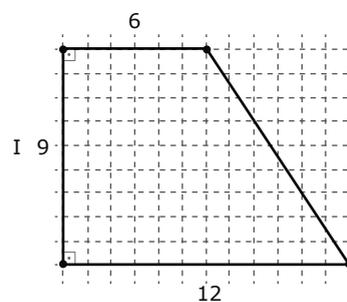


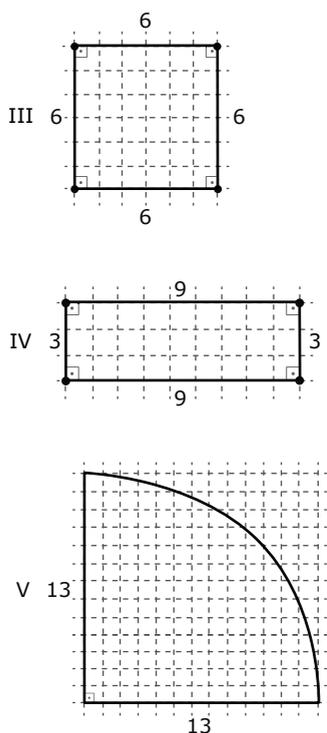
Sabe-se que, na Figura 1, o ângulo \widehat{ACB} é menor que o ângulo \widehat{CAB} e este é menor que o ângulo \widehat{ABC} , e que os cortes e dobraduras foram executados corretamente pelas máquinas.

Nessas condições, qual é o valor da soma dos comprimentos, em centímetro, dos segmentos \overline{DB} , \overline{BE} e \overline{EC} ?

- A) 19
- B) 20
- C) 21
- D) 23
- E) 24

30. (Enem–2021) Um suporte será instalado no box de um banheiro para serem colocados recipientes de xampu, condicionador e sabonete líquido, sendo que o recipiente de cada produto tem a forma de um cilindro circular reto de medida do raio igual a 3 cm. Para maior conforto no interior do box, a proprietária do apartamento decidiu comprar o suporte que tiver a base de menor área, desde que a base de cada recipiente ficasse inteiramente sobre o suporte. Nas figuras, vemos as bases desses suportes, nas quais todas as medidas indicadas estão em centímetro.





Utilize 3,14 como aproximação para π .

Para atender à sua decisão, qual tipo de suporte a proprietária comprou?

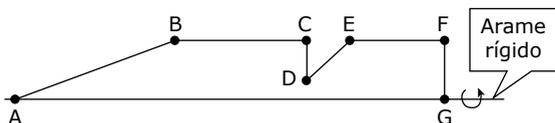
- A) I C) III E) V
 B) II D) IV

31. (Enem-2021) Uma empresa produz painéis solares de energia elétrica, com a forma de retângulo, que geram 5 MWh (megawatts-hora) por metro quadrado. Cada painel tem 3 m de largura e 6 m de comprimento. O selo verde de eficiência é obtido se cada painel solar gerar, no mínimo, 150 MWh de energia solar. Para obter o selo verde, a empresa decide alterar apenas a largura dos seus painéis solares.

O número mínimo, em metro, que a empresa deve aumentar na largura dos seus painéis solares é

- A) 2. D) 10.
 B) 4. E) 12.
 C) 5.

32. (Enem) Numa feira de artesanato, uma pessoa constrói formas geométricas de aviões, bicicletas, carros e outros engenhos com arame inextensível. Em certo momento, ele construiu uma forma tendo como eixo de apoio outro arame retilíneo e rígido, cuja aparência é mostrada na figura seguinte:

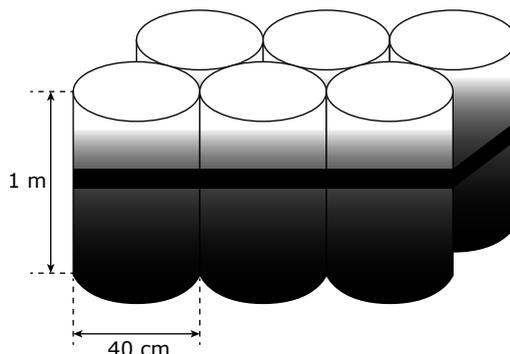


Ao girar tal forma torno do eixo, formou-se a imagem de um foguete, que pode ser pensado como composição, por justaposição, de diversos sólidos básicos de revolução.

Sabendo que, na figura, os pontos **B**, **C**, **E** e **F** são colineares, $AB = 4FG$, $BC = 3FG$, $EF = 2FG$, e utilizando-se daquela forma de pensar o foguete, a decomposição deste, no sentido da ponta para a cauda, é formada pela seguinte sequência de sólidos:

- A) Pirâmide, cilindro reto, cone reto, cilindro reto.
 B) Cilindro reto, tronco de cone, cilindro reto, cone equilátero.
 C) Cone reto, cilindro reto, tronco de cone e cilindro equilátero.
 D) Cone equilátero, cilindro reto, pirâmide, cilindro.
 E) Cone, cilindro equilátero, tronco de pirâmide, cilindro.

33. (Enem) O administrador de uma cidade, implantando uma política de reutilização de materiais descartados, aproveitou milhares de tambores cilíndricos dispensados por empresas da região e montou kits com seis tambores para o abastecimento de água em casas de famílias de baixa renda, conforme a figura seguinte. Além disso, cada família envolvida com o programa irá pagar somente R\$ 2,50 por metro cúbico utilizado.



Uma família que utilizar 12 vezes a capacidade total do kit em um mês pagará a quantia de

Dado: $\pi \cong 3$

- A) R\$ 86,40. D) R\$ 7,20.
 B) R\$ 21,60. E) R\$ 1,80.
 C) R\$ 8,64.

34. (Enem) Certa marca de suco é vendida no mercado em embalagens tradicionais de forma cilíndrica. Relançando a marca, o fabricante pôs à venda embalagens menores, reduzindo a embalagem tradicional à terça parte de sua capacidade.

Por questões operacionais, a fábrica que fornece as embalagens manteve a mesma forma, porém reduziu à metade o valor do raio da base da embalagem tradicional na construção da nova embalagem. Para atender à solicitação de redução da capacidade, após a redução no raio, foi necessário determinar a altura da nova embalagem.

Que expressão relaciona a medida da altura da nova embalagem de suco (a) com a altura da embalagem tradicional (h)?

- A) $a = \frac{h}{12}$ C) $a = \frac{2h}{3}$ E) $a = \frac{4h}{9}$
 B) $a = \frac{h}{6}$ D) $a = \frac{4h}{3}$

- 35.** (Enem) Em um terreno, deseja-se instalar uma piscina com formato de um bloco retangular de altura 1 m e base de dimensões 20 m x 10 m. Nas faces laterais e no fundo desta piscina será aplicado um líquido para a impermeabilização. Esse líquido deve ser aplicado na razão de 1 L para cada 1 m² de área a ser impermeabilizada. O fornecedor **A** vende cada lata de impermeabilizante de 10 L por R\$ 100,00, e o **B** vende cada lata de 15 L por R\$ 145,00.

Determine a quantidade de latas de impermeabilizante que deve ser comprada e o fornecedor a ser escolhido, de modo a se obter o menor custo.

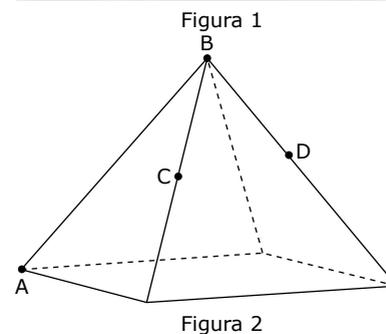
- A) Fabricante A, 26 latas. D) Fabricante B, 18 latas.
 B) Fabricante A, 46 latas. E) Fabricante B, 31 latas.
 C) Fabricante B, 17 latas.

- 36.** (Enem) Uma prefeitura possui modelos de lixeira de forma cilíndrica, sem tampa, com raio medindo 10 cm e altura de 50 cm. Para fazer uma compra adicional, solicita à empresa fabricante um orçamento de novas lixeiras, com a mesma forma e outras dimensões. A prefeitura só irá adquirir as novas lixeiras se a capacidade de cada uma for no mínimo dez vezes maior que o modelo atual e seu custo unitário não ultrapassar R\$ 20,00. O custo de cada lixeira é proporcional à sua área total e o preço do material utilizado na sua fabricação é de R\$ 0,20 para cada 100 cm². A empresa apresenta um orçamento discriminando o custo unitário e as dimensões, com o raio sendo o triplo do anterior e a altura aumentada em 10 cm. (Aproxime π para 3.)

O orçamento dessa empresa é rejeitado pela prefeitura, pois

- A) o custo de cada lixeira ficou em R\$ 21,60.
 B) o custo de cada lixeira ficou em R\$ 27,00.
 C) o custo de cada lixeira ficou em R\$ 32,40.
 D) a capacidade de cada lixeira ficou 3 vezes maior.
 E) capacidade de cada lixeira ficou 9 vezes maior.

- 37.** (Enem) O Museu do Louvre, localizado em Paris, na França, é um dos museus mais visitados do mundo. Uma de suas atrações é a Pirâmide de Vidro, construída no final da década de 1980. A seguir tem-se, na figura 1, uma foto da Pirâmide de Vidro do Louvre e, na figura 2, uma pirâmide reta de base quadrada que a ilustra.



Considere os pontos **A**, **B**, **C**, **D** como na figura 2. Suponha que alguns reparos devem ser efetuados na pirâmide. Para isso, uma pessoa fará o seguinte deslocamento: 1) partir do ponto **A** e ir até o ponto **B**, deslocando-se pela aresta AB; 2) ir de **B** até **C**, deslocando-se pela aresta que contém esses dois pontos; 3) ir de **C** até **D**, pelo caminho de menor comprimento; 4) deslocar-se de **D** até **B** pela aresta que contém esses dois pontos.

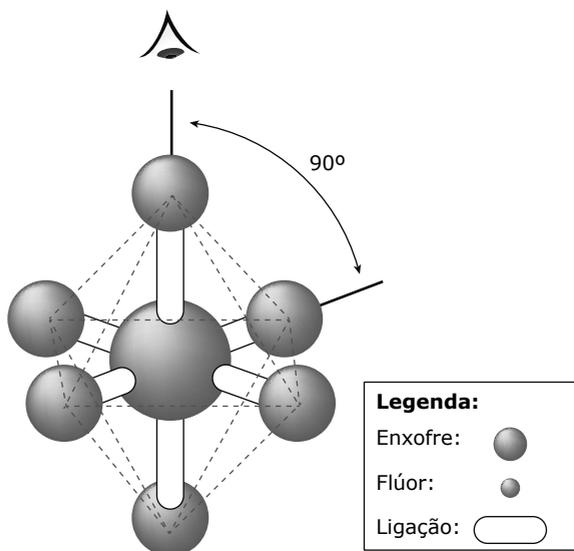
Disponível em: <http://viagenslacoste.blogspot.com>.
 Acesso em: 29 fev. 2012.

A projeção do trajeto da pessoa no plano da base da pirâmide é melhor representada por:

- A) D)
 B) E)
 C)

- 38.** (Enem) A figura é uma representação tridimensional da molécula do hexafluoreto de enxofre, que tem a forma bipiramidal quadrada, na qual o átomo central de enxofre está cercado por seis átomos de flúor, situados nos seis vértices de um octaedro.

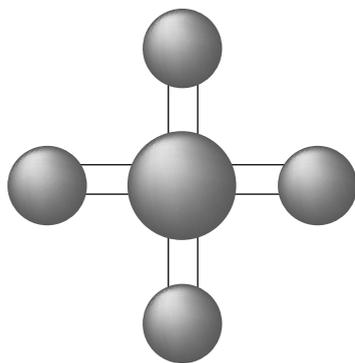
O ângulo entre qualquer par de ligações enxofre-flúor adjacentes mede 90° .



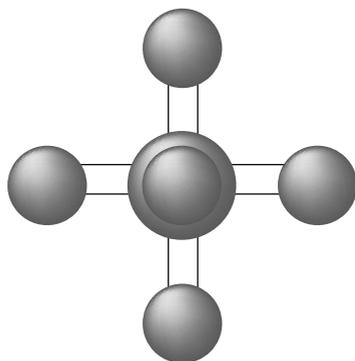
Disponível em: www.portalsaofrancisco.com.br.
 Acesso em: 2 mar. 2013 (Adaptação).

A vista superior da molécula, como representada na figura, é:

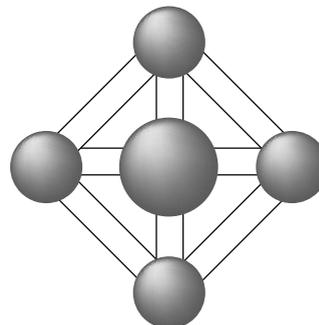
A)



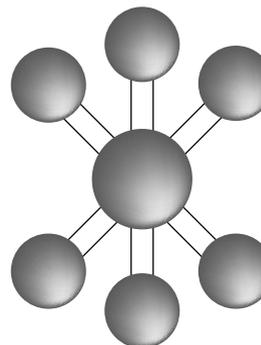
B)



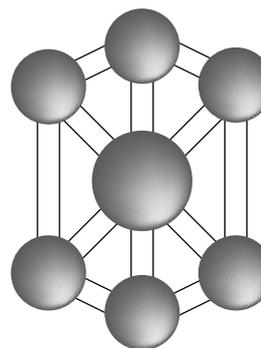
C)



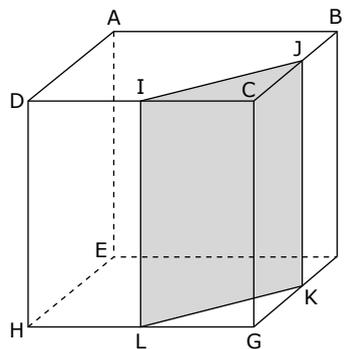
D)



E)

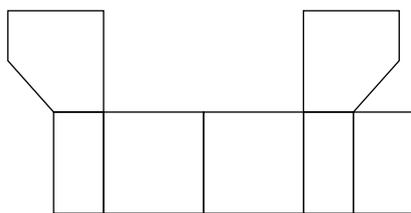


39. (Enem) Corta-se um cubo ABCDEFGH por um plano ortogonal às faces ABCD e EFGH que contém os pontos médios **I** e **J** das arestas CD e BC e elimina-se, em seguida, o prisma IJCLKG, obtendo-se o prisma ABJIDEFKLH.

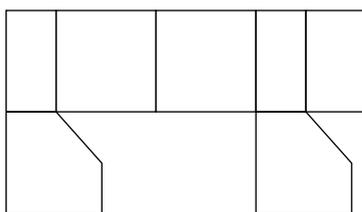


A planificação da superfície do prisma resultante ABJIDEFKLH corresponde à figura:

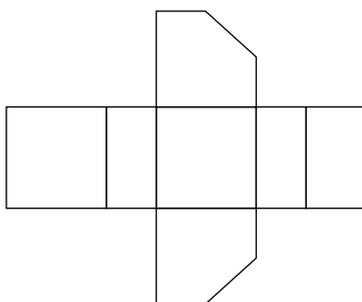
A)



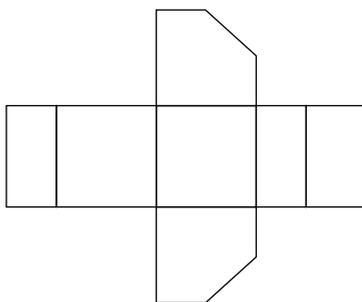
B)



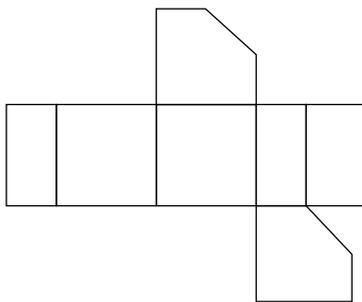
C)



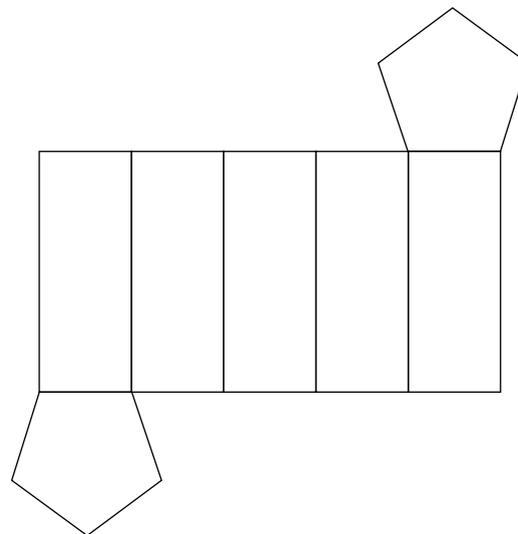
D)



E)



40. (Enem) Um lojista adquiriu novas embalagens para presentes que serão distribuídas aos seus clientes. As embalagens foram entregues para serem montadas e têm forma dada pela figura.



Após montadas, as embalagens formarão um sólido com quantas arestas?

- A) 10
- B) 12
- C) 14
- D) 15
- E) 16

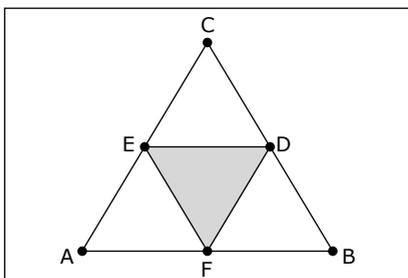
41. (Enem) Um agricultor possui em sua fazenda um silo para armazenar sua produção de milho. O silo, que na época da colheita é utilizado em sua capacidade máxima, tem a forma de um paralelepípedo retângulo reto, com os lados da base medindo L metros e altura igual a h metros. O agricultor deseja duplicar a sua produção para o próximo ano e, para isso, irá comprar um novo silo, no mesmo formato e com o dobro da capacidade do atual. O fornecedor de silos enviou uma lista com os tipos disponíveis e cujas dimensões são apresentadas na tabela:

Tipo de silo	Lado (em metros)	Altura (em metros)
I	L	$2h$
II	$2L$	h
III	$2L$	$2h$
IV	$4L$	h
V	L	$4h$

Para atender às suas necessidades, o agricultor deverá escolher o silo de tipo

- A) I.
- B) II.
- C) III.
- D) IV.
- E) V.

- 42.** (Enem) Um artista deseja pintar em um quadro uma figura na forma de triângulo equilátero ABC de lado 1 metro. Com o objetivo de dar um efeito diferente em sua obra, o artista traça segmentos que unem os pontos médios **D**, **E** e **F** dos lados BC, AC e AB, respectivamente, colorindo um dos quatro triângulos menores, como mostra a figura.



Qual é a medida da área pintada, em metros quadrados, do triângulo DEF?

- A) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
 B) $\frac{\sqrt{3}}{16}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{8}$
- 43.** (Enem) A caixa-d'água de uma casa tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo e possui dimensões externas (comprimento, largura e altura) de, respectivamente, 4,0 m, 3,0 m e 2,5 m. É necessária a impermeabilização de todas as faces externas dessa caixa, incluindo a tampa. O fornecedor do impermeabilizante informou ao dono da casa que seu produto é fornecido em galões, de capacidade igual a 4,0 litros. Informou, ainda, que cada litro impermeabiliza uma área de 17 700 cm² e são necessárias 3 demãos de produto para garantir um bom resultado.
- Com essas informações, para obter um bom resultado no trabalho de impermeabilização, o dono da casa precisará comprar um número mínimo de galões para a execução desse serviço igual a
- A) 9.
 B) 13.
 C) 19.
 D) 25.
 E) 45.
- 44.** (Enem) Uma pessoa comprou um aquário em forma de um paralelepípedo retângulo reto, com 40 cm de comprimento, 15 cm de largura e 20 cm de altura. Chegando em casa, colocou no aquário uma quantidade de água igual à metade de sua capacidade. A seguir, para enfeitá-lo, irá colocar pedrinhas coloridas, de volume igual a 50 cm³ cada, que ficarão totalmente submersas no aquário.

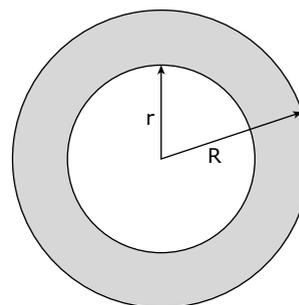
Após a colocação das pedrinhas, o nível da água deverá ficar a 6 cm do topo do aquário.

O número de pedrinhas a serem colocadas deve ser igual a

A) 48. C) 84. E) 168.
 B) 72. D) 120.

- 45.** (Enem) A prefeitura de uma cidade detectou que as galerias pluviais, que possuem seção transversal na forma de um quadrado de lado 2 m, são insuficientes para comportar o escoamento da água em caso de enchentes. Por essa razão, essas galerias foram reformadas e passaram a ter seções quadradas de lado igual ao dobro das anteriores, permitindo uma vazão de 400 m³/s. O cálculo da vazão **V** (em m³/s) é dado pelo produto entre a área por onde passa a água (em m²) e a velocidade da água (em m/s).
- Supondo que a velocidade da água não se alterou, qual era a vazão máxima nas galerias antes das reformas?
- A) 25 m³/s C) 100 m³/s E) 300 m³/s
 B) 50 m³/s D) 200 m³/s

- 46.** (Enem) No projeto de arborização de uma praça está prevista a construção de um canteiro circular. Esse canteiro será constituído de uma área central e de uma faixa circular ao seu redor, conforme ilustra a figura.



Deseja-se que a área central seja igual à área da faixa circular sombreada.

A relação entre os raios do canteiro (R) e da área central (r) deverá ser:

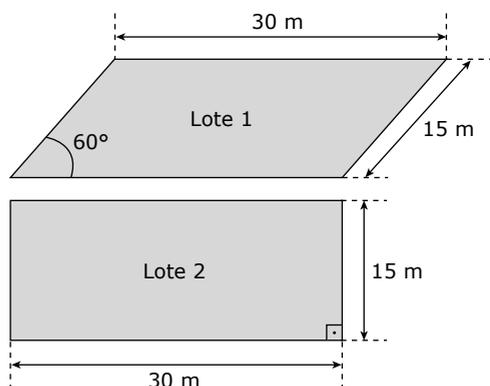
- A) $R = 2r$ D) $R = r^2 + 2r$
 B) $R = r\sqrt{2}$ E) $R = \frac{3}{2}r$
 C) $R = \frac{r^2 + 2r}{2}$
- 47.** (Enem) Tradicionalmente uma pizza média de formato circular tem diâmetro de 30 cm e é dividida em 8 fatias iguais (mesma área). Uma família, ao se reunir para o jantar, fará uma pizza de formato circular e pretende dividi-la em 10 fatias também iguais. Entretanto, eles desejam que cada fatia dessa pizza tenha o mesmo tamanho (mesma área) de cada fatia da pizza média quando dividida em 8 fatias iguais.

Qual o valor mais próximo do raio com que deve ser feita a pizza, em centímetro, para que eles consigam dividi-la da forma pretendida?

Use 2,2 como aproximação para $\sqrt{5}$.

- A) 15,00 C) 18,75 E) 37,50
 B) 16,50 D) 33,00

48. (Enem) Um casal e seus dois filhos saíram, com um corretor de imóveis, com a intenção de comprar um lote onde futuramente construiriam sua residência. No projeto da casa que esta família tem em mente, irão necessitar de uma área de pelo menos 400 m². Após algumas avaliações, ficaram de decidir entre os lotes 1 e 2 da figura, em forma de paralelogramos, cujos preços são R\$ 100 000,00 e R\$ 150 000,00, respectivamente.



Use $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{1}{2}$ e 1,7 como aproximações, respectivamente, para $\sin(60^\circ)$, $\cos(60^\circ)$ e $\sqrt{3}$.

Para colaborar na decisão, os envolvidos fizeram as seguintes argumentações:

Pai: Devemos comprar o lote 1, pois como uma de suas diagonais é maior do que as diagonais do lote 2, o lote 1 também terá maior área;

Mãe: Se desconsideramos os preços, poderemos comprar qualquer lote para executar nosso projeto, pois tendo ambos o mesmo perímetro, terão também a mesma área;

Filho 1: Devemos comprar o lote 2, pois é o único que tem área suficiente para a execução do projeto;

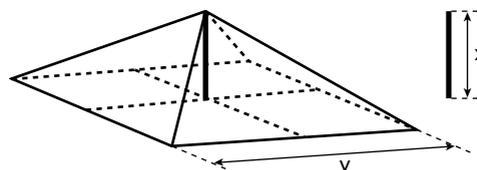
Filho 2: Devemos comprar o lote 1, pois como os dois lotes possuem lados de mesma medida, terão também a mesma área, porém o lote 1 é mais barato;

Corretor: Vocês devem comprar o lote 2, pois é o que tem menor custo por metro quadrado.

A pessoa que argumentou corretamente para a compra do terreno foi o(a)

- A) pai. C) filho 1. E) corretor.
 B) mãe. D) filho 2.

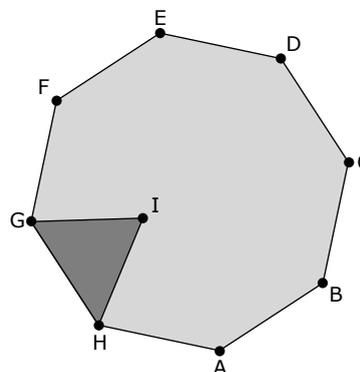
49. (Enem) A cobertura de uma tenda de lona tem formato de uma pirâmide de base quadrada e é formada usando quatro triângulos isósceles de base y . A sustentação da cobertura é feita por uma haste de medida x . Para saber quanto de lona deve ser comprado, deve-se calcular a área da superfície da cobertura da tenda.



A área da superfície da cobertura da tenda, em função de y e x , é dada pela expressão:

- A) $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$ D) $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$
 B) $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$ E) $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$
 C) $4y\sqrt{x^2 + y^2}$

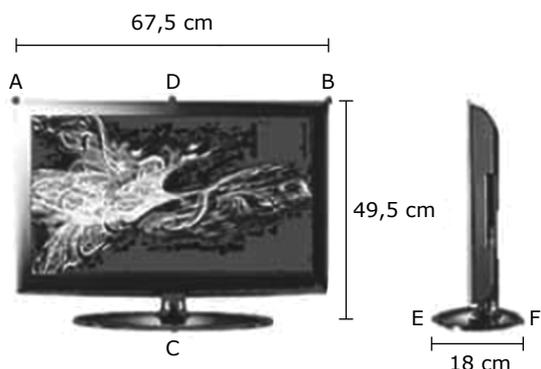
50. (Enem) As Artes Marciais Mistas, tradução do inglês: MMA – *Mixed Martial Arts*, são realizadas num octógono regular. De acordo com a figura, em certo momento os dois lutadores estão respectivamente nas posições **G** e **F**, e o juiz está na posição **I**. O triângulo **IGH** é equilátero e **GÎF** é o ângulo formado pelas semirretas com origem na posição do juiz, respectivamente passando pelas posições de cada um dos lutadores.



A medida do ângulo **GÎF** é

- A) 120°. D) 60°.
 B) 75°. E) 52,5°.
 C) 67,5°.

51. (Enem) Uma empresa especializada em embalagem de papelão recebeu uma encomenda para fabricar caixas para um determinado modelo de televisor, como o da figura.



A embalagem deve deixar uma folga de 5 cm em cada uma das dimensões. Esta folga será utilizada para proteger a televisão com isopor. O papelão utilizado na confecção das caixas possui uma espessura de 0,5 cm.

A empresa possui 5 protótipos de caixa de papelão, na forma de um paralelepípedo reto-retângulo, cujas medidas externas: comprimento, altura e largura, em centímetro, são respectivamente iguais a:

Caixa 1: $68,0 \times 50,0 \times 18,5$

Caixa 2: $68,5 \times 50,5 \times 19,0$

Caixa 3: $72,5 \times 54,5 \times 23,0$

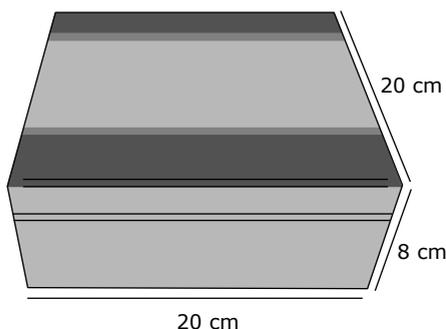
Caixa 4: $73,0 \times 55,0 \times 23,5$

Caixa 5: $73,5 \times 55,5 \times 24,0$

O modelo de caixa de papelão que atende exatamente as medidas das dimensões especificadas é a

- A) caixa 1.
- B) caixa 2.
- C) caixa 3.
- D) caixa 4.
- E) caixa 5.

52. (Enem) Uma fábrica comercializa chocolates em uma caixa de madeira, como na figura.

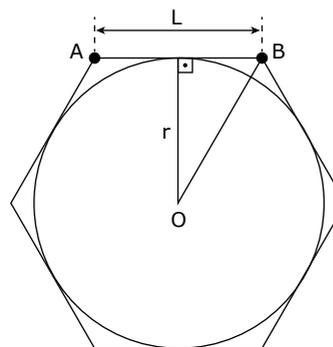


A caixa de madeira tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo cujas dimensões externas, em centímetro, estão indicadas na figura. Sabe-se também que a espessura da madeira, em todas as suas faces, é de 0,5 cm.

Qual é o volume de madeira utilizado, em centímetro cúbico, na construção de uma caixa de madeira como a descrita para embalar os chocolates?

- A) 654
- B) 666
- C) 673
- D) 681
- E) 693

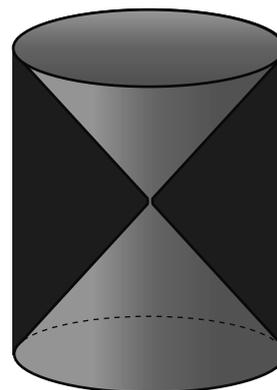
53. (Enem) Um brinquedo chamado pula-pula, quando visto de cima, consiste de uma cama elástica com contorno em formato de um hexágono regular.



Se a área do círculo inscrito no hexágono é 3π metros quadrados, então a área do hexágono, em metro quadrado, é

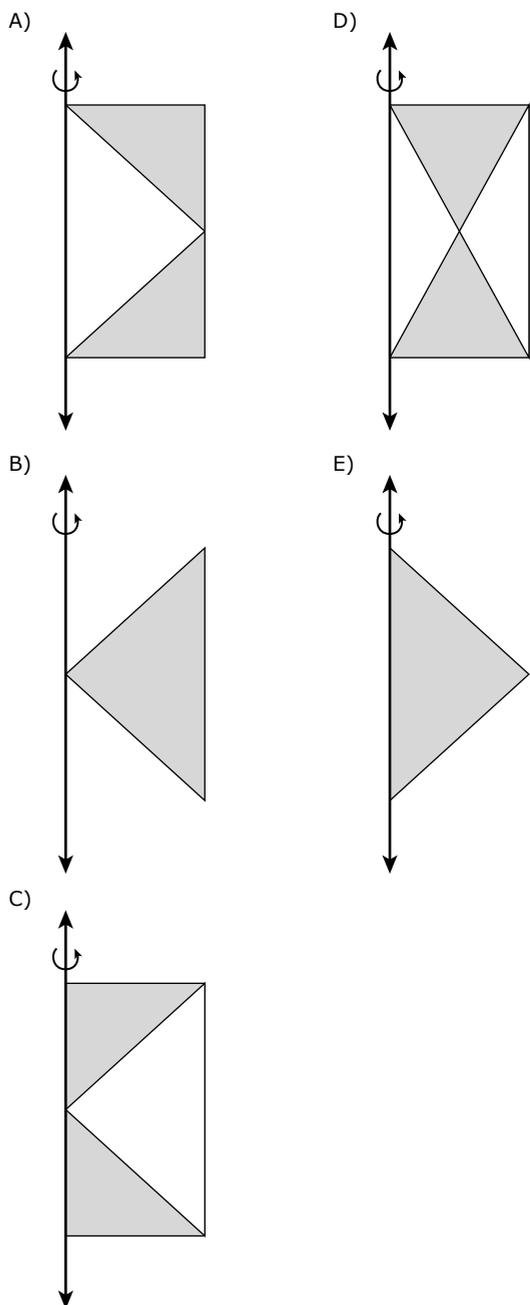
- A) 9.
- B) $6\sqrt{3}$.
- C) $9\sqrt{2}$.
- D) 12.
- E) $12\sqrt{3}$.

54. (Enem) A figura mostra uma anticlepsidra, que é um sólido geométrico obtido ao se retirar dois cones opostos pelos vértices de um cilindro equilátero, cujas bases coincidam com as bases desse cilindro. A anticlepsidra pode ser considerada, também, como o sólido resultante da rotação de uma figura plana em torno de um eixo.

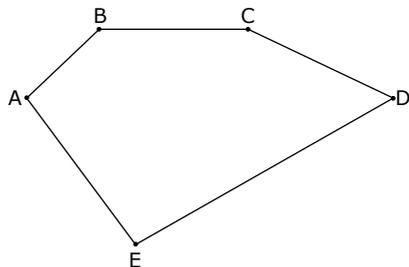


Disponível em: www.klickeducacao.com.br. Acesso em: 12 dez. 2012 (Adaptação).

A figura plana cuja rotação em torno do eixo indicado gera uma anticlepsidra como a da figura anterior é:



55. (Enem) Uma pessoa possui um terreno em forma de um pentágono, como ilustrado na figura.



Sabe-se que a diagonal AD mede 50 m e é paralela ao lado BC, que mede 29 m. A distância do ponto B a AD é de 8 m e a distância do ponto E a AD é de 20 m.

A área, em metro quadrado, deste terreno é igual a

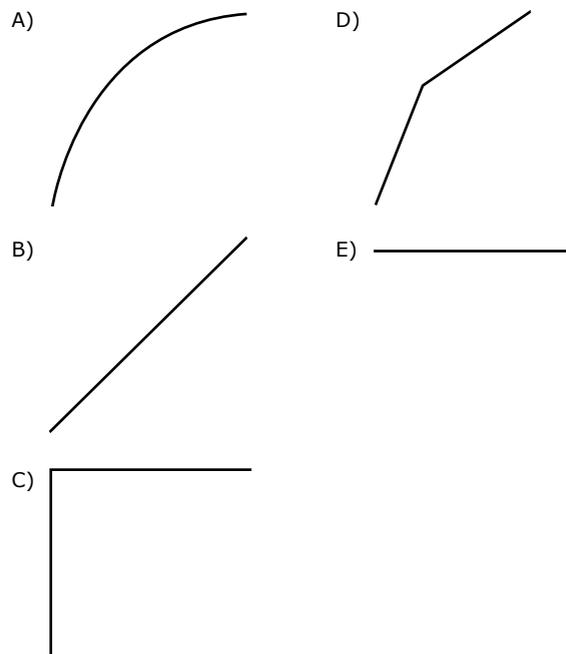
- A) 658.
- B) 700.
- C) 816.
- D) 1 132.
- E) 1 632.

56. (Enem) Uma torneira do tipo $\frac{1}{4}$ de volta é mais econômica, já que seu registro abre e fecha bem mais rapidamente do que o de uma torneira comum. A figura de uma torneira do tipo $\frac{1}{4}$ de volta tem um ponto preto marcado na extremidade da haste de seu registro, que se encontra na posição fechado, e, para abri-lo completamente, é necessário girar a haste $\frac{1}{4}$ de volta no sentido anti-horário. Considere que a haste esteja paralela ao plano da parede.



Disponível em: www.furkin.com.br. Acesso em: 13 nov. 2014.

Qual das imagens representa a projeção ortogonal, na parede, da trajetória traçada pelo ponto preto quando o registro é aberto completamente?



CONHECIMENTOS DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

01. O Conselho Nacional de Trânsito (CONTRAN), vinculado ao DENATRAN e ao Ministério das Cidades, publicou em 2007 uma nova versão do *Manual brasileiro de sinalização de trânsito*. Nesse documento, encontra-se a regulamentação da sinalização vertical a ser adotada em todo o território nacional. Um dos objetivos do manual é definir os procedimentos para regulamentar a redução da velocidade de um veículo em um determinado trecho, chamado trecho crítico, em relação ao trecho anterior. Um dos parâmetros utilizados é a chamada distância D_p , distância entre a última placa que regulamenta a velocidade inicial e a placa com a velocidade final. A distância D_p deve ser tal que permita um tempo de percepção e reação ao condutor e um tempo de frenagem suficientes para garantir a velocidade desejada no trecho crítico. A figura a seguir mostra uma tabela da distância D_p , em metros, além de um esquema com a metodologia adotada:

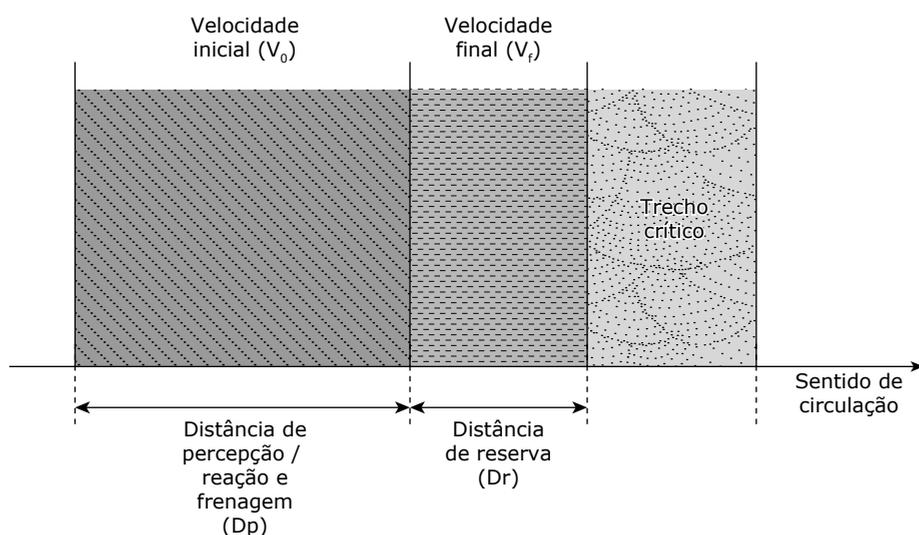


Tabela (D_p) – Distância de percepção / reação e de frenagem

$v_0 \backslash v_f$	110	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
120	115	144	170	194	215	233	248	260	270	277	281	283
110		105	132	155	176	194	209	222	231	238	242	244
100			96	119	140	158	173	186	195	202	206	208
90				86	107	125	140	152	162	169	173	175
80					76	94	109	122	132	139	143	144
70						67	82	94	104	111	115	116
60							57	69	79	86	90	91
50								47	57	64	68	69
40									37	44	49	50
30										28	32	33
20											18	19
10												8

CONTRAN. *Manual brasileiro de sinalização de trânsito: sinalização vertical de regulamentação*. 2. ed. Brasília: Contran, 2007. v. 1. Disponível em: https://www.gov.br/infraestrutura/pt-br/assuntos/transito/arquivos-denatran/educacao/publicacoes/manual_vol_i_2.pdf. Acesso em: 19 maio 2021.

Considere que uma rodovia possua 5 trechos críticos, sendo que em cada um deles a velocidade inicial é igual a 110 km/h e a velocidade final é igual a 80 km/h. A soma das distâncias D_p para esses 5 trechos é igual a

- A) 855 m.
- B) 775 m.
- C) 605 m.
- D) 575 m.
- E) 465 m.

- 02.** A tabela a seguir mostra os valores pagos por um funcionário de determinada empresa devido ao seu plano de saúde e ao de seus dependentes, pagando as taxas de adesão por cada inscrito acrescidas dos valores tabelados, já retirada a sua coparticipação.

Coparticipação 30%	
0 a 18 anos	R\$ 88,49
19 a 23 anos	R\$ 101,36
24 a 28 anos	R\$ 112,22
29 a 33 anos	R\$ 124,26
34 a 38 anos	R\$ 138,85
39 a 43 anos	R\$ 152,46
44 a 48 anos	R\$ 168,94
49 a 53 anos	R\$ 185,56
54 a 58 anos	R\$ 205,67
Acima de 59 anos	R\$ 307,15
Adesão – R\$ 21,60 por pessoa 2ª via de cartão – R\$ 8,50	

Se uma pessoa de 32 anos de idade optar por usar esse plano e incluir no plano seu cônjuge, de 27 anos de idade, o valor inicial a ser pago será

- A) R\$ 236,48. C) R\$ 279,68. E) R\$ 296,68.
B) R\$ 258,08. D) R\$ 288,18.
- 03.** O número de autorizações para trabalhadores estrangeiros no Brasil cresceu. Segundo o Ministério do Trabalho, no primeiro semestre de 2011, por exemplo, houve aumento de 19,6% em relação ao mesmo período de 2010 – as autorizações passaram de 22 188 para 26 545, como mostra quadro a seguir:

Imigração

Movimento de entrada de trabalhadores estrangeiros no Brasil

Registros nos conselhos federais		26 545
2010	2011*	Total de autorizações concedidas no 1º semestre 2011.
Direito	**	155
Enfermagem	2 916	**
Engenharia	243	198
Fisioterapia	0	5
Nutrição	3	3
Medicina	372	283
Veterinária	0	0

19,6%
Alta de registros nos seis primeiros meses de 2011, em relação ao mesmo período de 2010.

Autorizações concedidas pelo Ministério do Trabalho No 1º semestre de 2011	
EUA	4 312
Filipinas	2 294
Reino Unido	2 079
Índia	1 364
Alemanha	1 286

* Dados até outubro ** Não divulgado

CONSELHOS FEDERAIS E MTE (MINISTÉRIO DO TRABALHO E EMPREGO). Disponível em: http://www.boliviacultural.com.br/ver_noticias.php?id=835. Acesso em: 9 maio 2012.

Analisando o quadro anterior, conclui-se que, no Brasil, no primeiro semestre de 2011, o número de autorizações de trabalhadores

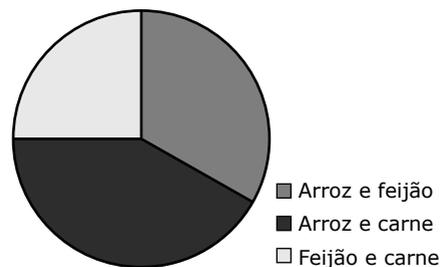
- A) alemães corresponde a mais de 5% do total de autorizações.
B) americanos corresponde a mais de 20% do total de autorizações.
C) europeus é menor do que para trabalhadores americanos em 947 autorizações.
D) europeus é bem maior do que o número de autorizações para trabalhadores asiáticos.
E) indianos supera a dos alemães em apenas 88 autorizações.
- 04.** O número de filhos das famílias brasileiras tem diminuído, o que tem sido retratado a cada Censo realizado, embora a população absoluta tenha aumentado. Considere o número de filhos de 100 famílias recenseadas em certo município brasileiro, como descrito na tabela a seguir:

Número de filhos	Número de famílias
0	30
1	50
2	15
3	5
Total	100

A média, a mediana e a moda da distribuição desses dados são, respectivamente,

- A) 0,95; 1 e 0. D) 1; 1 e 1.
B) 0,95; 1 e 1. E) 1; 1,5 e 1.
C) 0,95; 1,5 e 1.

- 05.** Observe o gráfico a seguir, referente a uma pesquisa feita com 1 800 famílias de uma cidade sobre a preferência dos seus hábitos alimentares em relação apenas aos produtos apresentados:



No gráfico, os ângulos centrais, de acordo com a ordem da legenda, são respectivamente iguais a 120°, 150° e 90°.

Analisando-os, calcula-se que o número de famílias que

- A) consomem feijão é 750.
B) consomem arroz é 1 050.
C) consomem carne é 1 350.
D) não consomem arroz é 450.
E) não consomem feijão é 600.

06. Observe a tabela a seguir referente à faixa salarial de um grupo de 20 funcionários:

Número de funcionários	Faixa salarial
4	R\$ 400,00 a R\$ 600,00
7	R\$ 600,01 a R\$ 1 000,00
3	R\$ 1 000,01 a R\$ 1 200,00
6	R\$ 1 200,01 a R\$ 1 600,00

De acordo com a tabela, o salário médio desse grupo de funcionários é igual a

- A) R\$ 945,00.
 B) R\$ 955,00.
 C) R\$ 965,00.
 D) R\$ 975,00.
 E) R\$ 985,00.
07. O RPG (*Role-Playing Game*) é um jogo em que cada participante representa um personagem. Nesse jogo, são jogados dados especiais, com número de faces diferente do número de faces de um dado cúbico convencional.

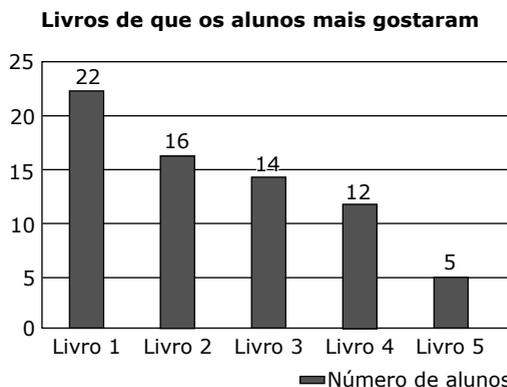
Exemplos de dados utilizados no RPG



Considere que, em uma partida, sejam utilizados um dado com 6 faces numeradas de 1 a 6 e um outro dado com 8 faces numeradas de 1 a 8. De acordo com as regras dessa partida, um jogador deve lançar primeiramente o dado com 6 faces e, em seguida, lançar o dado com 8 faces. Nesse caso, a probabilidade de que a soma das faces obtidas nos dois dados seja 10 é de

- A) $\frac{7}{96}$.
 B) $\frac{5}{48}$.
 C) $\frac{5}{24}$.
 D) $\frac{9}{37}$.
 E) $\frac{3}{4}$.

08. O gráfico a seguir mostra a preferência dos alunos de uma turma que se prepara para o Enem 2012 com relação à utilização de cinco livros distintos com exercícios de Matemática.



Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/introducao-ao-estudo-graficos-556512.shtml>. Acesso em: 30 maio 2012.

Escolhendo dois alunos dessa turma ao acaso, a probabilidade de ambos gostarem mais do livro 3 é de, aproximadamente,

- A) 2%.
 B) 4%.
 C) 6%.
 D) 8%.
 E) 10%.
09. A tabela a seguir mostra a quantidade de gols marcados pelos principais artilheiros do Campeonato Brasileiro de Futebol de 2013.

PRINCIPAIS ARTILHEIROS
21 GOLS Éderson (Atlético-PR)
16 GOLS Dinei (Vitória); Hernane (Flamengo)
15 GOLS Fernandão (Bahia); Cícero (Santos)
14 GOLS William (Ponte Preta); Gilberto (Portuguesa)
13 GOLS Walter (Goiás)

Estado de Minas, 9 dez. 2013.

- O total de gols marcados por esses artilheiros foi igual a
- A) 79.
 B) 87.
 C) 95.
 D) 110.
 E) 124.

10. Sessenta e quatro corredores compõem uma equipe de elite de atletismo do Exército que está se preparando para uma maratona. Na planilha de treinos estipulada, cada um deles, em determinado dia, correu 5 000 km, 7 500 km, 8 500 km ou 10 000 km, tanto de manhã quanto à tarde. A tabela a seguir mostra a relação entre o número de corredores e as distâncias percorridas nos turnos da manhã e da tarde. Por exemplo, o número 7 que aparece na tabela indica que sete corredores percorreram, pela manhã, 7 500 km e, pela tarde, 8 500 km.

Manhã \ Tarde	Tarde			
	5 000 km	7 500 km	8 500 km	10 000 km
5 000 km	1	8	0	3
7 500 km	6	2	7	5
8 500 km	3	3	0	5
10 000 km	2	9	9	1

O número de corredores que correram distâncias diferentes pela manhã e pela tarde nesse dia foi

- A) 58. B) 59. C) 60. D) 61. E) 62.
11. Alguns ex-alunos do curso de Matemática se encontraram para comemorar os 25 anos de sua formatura e decidiram premiar aquele cuja idade fosse a mediana das idades de todos os 15 alunos. Para a distribuição do brinde, foram anotadas as idades de cada um. Idades = {52, 50, 55, 53, 62, 52, 52, 59, 55, 54, 54, 52, 50, 51, 60}
- Com base nas informações, a idade do premiado é de
- A) 52 anos. B) 53 anos. C) 54 anos. D) 55 anos. E) 59 anos.
12. (Enem) Uma escola da periferia de São Paulo está com um projeto em parceria com as universidades públicas. Nesse projeto piloto, cada turma encaminhará um aluno que esteja apresentando dificuldades de aprendizagem para um acompanhamento especializado. Para isso, em cada turma, foram aplicadas 7 avaliações diagnósticas. Os resultados obtidos em determinada turma foram os seguintes:

	Aluno 1	Aluno 2	Aluno 3	Aluno 4	Aluno 5
Avaliação 1	4,2	8	8	9	6
Avaliação 2	4,2	2,5	5	3,5	8
Avaliação 3	3,2	1	0,5	5	4
Avaliação 4	3,2	4	3	8,5	7
Avaliação 5	3,5	3	2,5	3,5	9
Avaliação 6	4,2	4	4,6	7	7
Avaliação 7	3,2	8	8,6	6	6

Sabendo que o projeto visa atender o aluno que apresentar a menor média nas avaliações, deverá ser encaminhado o aluno

- A) 1. B) 2. C) 3. D) 4. E) 5.
13. (Enem–2021) Até a Copa de 2010, apenas sete jogadores haviam conseguido o feito de marcar 8 ou mais gols em uma mesma edição da Copa do Mundo. O quadro apresenta os anos das edições da Copa nas quais ocorreram esses feitos, quais foram os jogadores que os realizaram e os respectivos números de gols marcados por cada um deles.

Ano	Nome do jogador	Número de gols marcados
1930	Guillermo Stábile	8
1950	Ademir de Menezes	9
1954	Sandor Kocsis	11
1958	Just Fontaine	13
1966	Eusébio	9
1970	Gerd Müller	10
2002	Ronaldo Nazário	8

Para facilitar a análise sobre a quantidade de gols marcados por esses artilheiros nas referidas Copas, foi calculada a mediana da distribuição dos números de gols marcados por eles nas sete Copas especificadas no quadro.

A mediana dessa distribuição é igual a

- A) 9,0. B) 9,7. C) 10,0. D) 10,2. E) 13,0.

- 14.** (Enem–2021) A qualidade de sementes é verificada, entre outros fatores, pelo índice de germinação. Uma grande empresa afirma que o índice de germinação de suas sementes é de 90%. Essa empresa e dez pequenos produtores que formam uma cooperativa estão concorrendo a um auxílio financeiro que permitirá aumentar os negócios. Os cooperados querem preparar um documento técnico comparando a qualidade de suas sementes com as da empresa. Eles discutiram a possibilidade de colocar nesse documento frases como:

- I– A média de germinação de nossas sementes é superior ao índice de germinação anunciado pela empresa.
- II– A mediana de germinação de nossas sementes é superior ao índice de germinação anunciado pela empresa.
- III– A média de germinação de nossas sementes é igual ao índice de germinação anunciado pela empresa.
- IV– A moda de germinação de nossas sementes é igual ao índice de germinação anunciado pela empresa.
- V– A mediana de germinação de nossas sementes é igual ao índice de germinação anunciado pela empresa.

Eles decidiram anotar a porcentagem de germinação das sementes de cada cooperado, analisar as frases e decidir qual era a correta para, então, colocá-la no documento.

As porcentagens anotadas foram 90%, 65%, 70%, 75%, 95%, 95%, 90%, 80%, 80% e 90%.

A frase a ser colocada no documento é a de número

- A) I. D) IV.
- B) II. E) V.
- C) III.

- 15.** (Enem–2021) Em uma fábrica de circuitos elétricos, há diversas linhas de produção e montagem. De acordo com o controle de qualidade da fábrica, as peças produzidas devem seguir um padrão. Em um processo produtivo, nem todas as peças produzidas são totalmente aproveitáveis, ou seja, há um percentual de peças defeituosas que são descartadas. Em uma linha de produção dessa fábrica, trabalham três máquinas, M_1 , M_2 e M_3 , dia e noite. A máquina M_1 produz 25% das peças, a máquina M_2 produz 30% e a máquina M_3 produz 45%. O percentual de peças defeituosas da máquina M_1 é de 2%, da máquina M_2 é de 3% e da máquina M_3 é igual a 4%.

A probabilidade de uma peça defeituosa ter sido produzida pela máquina M_2 é mais próxima de

- A) 15,6% D) 56,2%
- B) 28,1% E) 71,8%
- C) 43,7%

- 16.** (Enem–2021) A senha de um cofre é uma sequência formada por oito dígitos, que são algarismos escolhidos de 0 a 9. Ao inseri-la, o usuário se esqueceu dos dois últimos dígitos que formam essa senha, lembrando somente que esses dígitos são distintos.

Digitando ao acaso os dois dígitos esquecidos, a probabilidade de que o usuário acerte a senha na primeira tentativa é

- A) $\frac{2}{8}$ D) $\frac{1}{100}$
- B) $\frac{1}{90}$ E) $\frac{2}{100}$
- C) $\frac{2}{90}$

- 17.** (Enem–2021)

O presidente de um time de futebol contratou, para a temporada de 2016, um atacante e um meio-campista. Para isso, ele recebeu do departamento de futebol dois quadros.

O primeiro quadro contém o número de gols marcados por três candidatos a atacantes, nas três temporadas anteriores.

Atacantes	2013 (número de gols)	2014 (número de gols)	2015 (número de gols)
I	13	13	24
II	13	16	22
III	17	11	20

O segundo quadro contém o número de assistências que resultaram em gol, feitas por dois candidatos a meios-campistas, nas três temporadas anteriores.

Meios-campistas	2013 (número de assistências)	2014 (número de assistências)	2015 (número de assistências)
IV	11	17	20
V	7	16	23

Após fazer uma análise das médias de gols de cada atacante e das médias de assistências de cada meio-campista nas últimas três temporadas, o presidente contratou o atacante e o meio-campista com maior média de gols e assistências, respectivamente, nessas três temporadas.

O atacante e o meio-campista escolhidos por esse presidente foram, respectivamente,

- A) I e IV.
- B) I e V.
- C) II e IV.
- D) II e V.
- E) III e IV.

18. (Enem–2021) Cinco atletas que participarão de uma maratona treinam frequentemente. As distâncias percorridas por eles no último treino estão registradas, em quilômetro, no quadro.

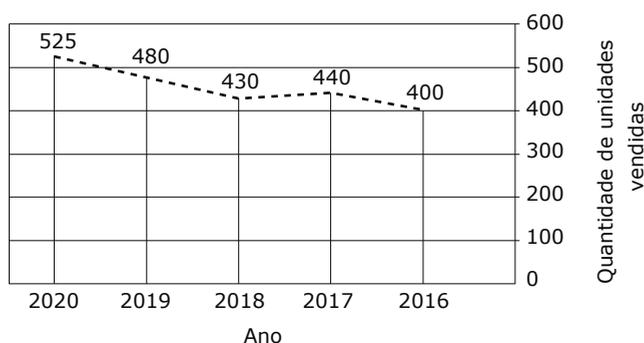
42,8	41,6	41,8	43,4	43,4
------	------	------	------	------

Um sexto atleta, que também participará da maratona, pretende realizar um treino percorrendo uma distância igual à média das distâncias percorridas pelos cinco atletas no último treino por eles realizado.

A distância, em quilômetro, que esse sexto atleta deverá percorrer em seu treino é

- A) 41,8.
 - B) 42,4.
 - C) 42,6.
 - D) 42,8.
 - E) 43,4.
19. (Enem–2021) *Black Friday* é uma tradição norte-americana que consiste numa queda de preços de uma grande variedade de produtos disponíveis para venda na última sexta-feira do mês de novembro. No Brasil, em muitas lojas, essa prática se estende por todo esse mês. Para esse período, o gerente de uma loja de produtos eletrônicos que tem 5 vendedores estabelece uma meta de vendas de computadores para um total mínimo de 605 unidades. Ele considera que a média de vendas de computadores dos 5 vendedores juntos neste ano se manterá igual à dos últimos 5 anos, conforme apresentada no gráfico. Considere que a participação de cada vendedor na obtenção da meta seja igual.

Vendas de computadores nos últimos 5 anos

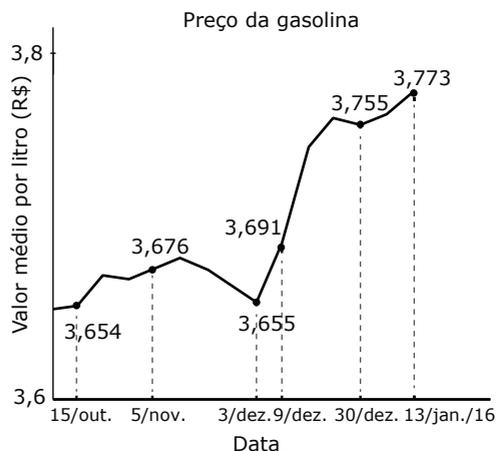


Para que a meta da loja seja atingida, o gerente deverá estipular, para cada vendedor, um aumento na média de vendas de, no mínimo, quantas unidades?

- A) 150
- B) 121
- C) 91
- D) 35
- E) 30

Revisão Enem

- 20.** (Enem-2021) Os preços médios da gasolina, etanol e diesel sofreram variações que foram registradas pela Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP), para a gasolina, em seis datas compreendidas no período entre 15 de outubro de 2015 e 13 de janeiro de 2016, conforme o gráfico.



Disponível em: www.sistemasaltograndense.com. Acesso em: 30 nov. 2017 (Adaptação).

Considerando-se os intervalos do período com valores informados no gráfico, o maior aumento, em valor absoluto do preço da gasolina, ocorreu no intervalo de

- A) 15/out. a 5/nov.
 B) 5/nov. a 3/dez.
 C) 3/dez. a 9/dez.
 D) 9/dez. a 30/dez.
 E) 30/dez. a 13/jan./16.
- 21.** (Enem) O IGP-M é um índice da Fundação Getúlio Vargas, obtido por meio da variação dos preços de alguns setores da economia, do dia vinte e um do mês anterior ao dia vinte do mês de referência. Ele é calculado a partir do Índice de Preços por Atacado (IPA-M), que tem peso de 60% do índice, do Índice de Preços ao Consumidor (IPC-M), que tem peso de 30%, e do Índice Nacional de Custo de Construção (INCC), representando 10%. Atualmente, o IGP-M é o índice para a correção de contratos de aluguel e o indexador de algumas tarifas, como energia elétrica.

INCC

Mês / ano	Índice do mês (em %)
Mar / 2010	0,45
Fev / 2010	0,35
Jan / 2010	0,52

IPC-M

Mês / ano	Índice do mês (em %)
Mar / 2010	0,83
Fev / 2010	0,88
Jan / 2010	1,00

IPA-M

Mês / ano	Índice do mês (em %)
Mar / 2010	1,07
Fev / 2010	1,42
Jan / 2010	0,51

A partir das informações, é possível determinar o maior IGP-M mensal desse primeiro trimestre, cujo valor é igual a

- A) 7,03%. C) 2,65%. E) 0,66%.
 B) 3,00%. D) 1,15%.
- 22.** (Enem) Os estilos musicais preferidos pelos jovens brasileiros são o samba, o rock e a MPB. O quadro a seguir registra o resultado de uma pesquisa relativa à preferência musical de um grupo de 1 000 alunos de uma escola. Alguns alunos disseram não ter preferência por nenhum desses três estilos.

Preferência musical	Rock	Samba	MPB	Rock e samba
Número de alunos	200	180	200	70

Preferência musical	Rock e MPB	Samba e MPB	Rock, samba e MPB
Número de alunos	60	50	20

Se for selecionado ao acaso um estudante no grupo pesquisado, qual é a probabilidade de ele preferir somente MPB?

- A) 2% C) 6% E) 20%
 B) 5% D) 11%
- 23.** (Enem) Para verificar e analisar o grau de eficiência de um teste que poderia ajudar no retrocesso de uma doença numa comunidade, uma equipe de biólogos aplicou-o em um grupo de 500 ratos, para detectar a presença dessa doença. Porém, o teste não é totalmente eficaz, podendo existir ratos saudáveis com resultado positivo e ratos doentes com resultado negativo. Sabe-se, ainda, que 100 ratos possuem a doença, 20 ratos são saudáveis com resultado positivo e 40 ratos são doentes com resultado negativo.
- Um rato foi escolhido ao acaso, e verificou-se que o seu resultado deu negativo. A probabilidade de esse rato ser saudável é
- A) $\frac{1}{5}$. C) $\frac{19}{21}$. E) $\frac{21}{25}$.
 B) $\frac{4}{5}$. D) $\frac{19}{25}$.

24. (Enem) Acidentes banais como escorregões, quedas e tropeços se tornaram a segunda maior causa de morte na humanidade. A tabela a seguir mostra alguns tipos de acidentes e sua incidência, em milhares, no ano de 2009 nos EUA.

Tipos de acidentes	Machucados em 2009
Andando a cavalo	80
Andando de bicicleta	400
Acidentes na cama	500
Acidentes na piscina	160
Acidentes no banheiro	400
Jogando futebol	200

SOLEIRO, R. *et al.* Os novos jeitos de morrer. *Superinteressante*, dez. 2011 (Adaptação).

Considerando os dados apresentados, a média de machucados em 2009, em milhares, nos EUA, foi igual a

- A) 200. B) 268. C) 290. D) 300. E) 330.
25. (Enem) Uma coleta de dados em mais de 5 mil *sites* da Internet apresentou os conteúdos de interesse de cada faixa etária. Na tabela a seguir estão os dados obtidos para a faixa etária de 0 a 17 anos.

Preferências	Porcentagem
Música	22,5
Blogs	15,0
Serviços web*	10,2
Games	10,0
Horóscopo	9,0
Games online	7,4
Educação**	6,5
Teen	4,0
Compras	3,4
Outras	12,0

* *Serviços web*: aplicativos online, emoticons, mensagens para redes sociais, entre outros. ** *Sites sobre vestibular, ENEM, páginas com material de pesquisa escolar.*

Considere que esses dados refletem os interesses dos brasileiros desta faixa etária.

Disponível em: www.navegg.com. Acesso em: 12 nov. 2011 (Adaptação).

Selecione, ao acaso, uma pessoa desta faixa etária, a probabilidade de que ela não tenha preferência por horóscopo é

- A) 0,09. B) 0,10. C) 0,11. D) 0,79. E) 0,91.
26. (Enem) Uma aluna registrou as notas de Matemática obtidas nos 3 primeiros bimestres do ano letivo e seus respectivos pesos no quadro a seguir:

Bimestre	Nota	Peso
1	2,5	1
2	5,8	2
3	7,4	3

Ela ainda não sabe qual será sua nota de Matemática no quarto bimestre, mas sabe que o peso dessa nota na média final é 4. As notas variam de zero a dez, sendo permitida apenas uma casa na parte decimal (caso contrário a nota será arredondada, usando como critério "se o algarismo da segunda casa decimal é maior ou igual a 5, então o algarismo na primeira casa decimal será acrescido de uma unidade"). A média final mínima para aprovação na escola dessa aluna é 7. Se ela obtiver média final inferior a 7, precisará realizar uma outra prova que substitua a menor das notas bimestrais, de modo a alcançar a média 7 (mantidos os mesmos pesos anteriores).

Revisão Enem

Se essa aluna precisar realizar uma prova para substituir a nota que obteve no primeiro bimestre, e tal nota precisar ser igual a 4,8, é porque a nota que ela obteve no quarto bimestre foi

- A) 2,3.
- B) 7,3.
- C) 7,9.
- D) 9,2.
- E) 10,0.

27. (Enem) Em uma escola, cinco atletas disputam a medalha de ouro em uma competição de salto em distância. Segundo o regulamento dessa competição, a medalha de ouro será dada ao atleta mais regular em uma série de três saltos.

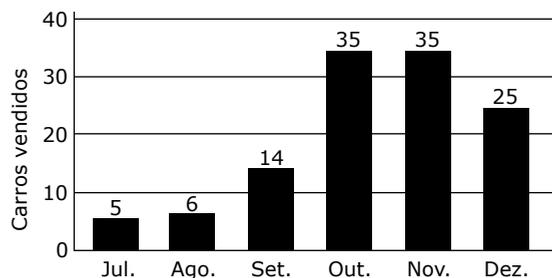
Os resultados e as informações dos saltos desses cinco atletas estão no quadro.

Atleta	1º salto	2º salto	3º salto	Média	Mediana	Desvio padrão
I	2,9	3,4	3,1	3,1	3,1	0,25
II	3,3	2,8	3,6	3,2	3,3	0,40
III	3,6	3,3	3,3	3,4	3,3	0,17
IV	2,3	3,3	3,4	3,0	3,3	0,60
V	3,7	3,5	2,2	3,1	3,5	0,81

A medalha de ouro foi conquistada pelo atleta número

- A) I.
- B) II.
- C) III.
- D) IV.
- E) V.

28. (Enem) Após encerrar o período de vendas de 2012, uma concessionária fez um levantamento das vendas de carros novos no último semestre desse ano. Os dados estão expressos no gráfico:



Ao fazer a apresentação dos dados aos funcionários, o gerente estipulou como meta para o mês de janeiro de 2013 um volume de vendas 20% superior à média mensal de vendas do semestre anterior.

Para atingir essa meta, a quantidade mínima de carros que deveriam ser vendidos em janeiro de 2013 seria

- A) 17.
- B) 20.
- C) 21.
- D) 24.
- E) 30.

29. (Enem) A probabilidade de um empregado permanecer em uma dada empresa particular por 10 anos ou mais é de $\frac{1}{6}$. Um homem e uma mulher começam a trabalhar nessa companhia no mesmo dia. Suponha que não haja nenhuma relação entre o trabalho dele e o dela, de modo que seus tempos de permanência na firma são independentes entre si.

A probabilidade de ambos, homem e mulher, permanecerem nessa empresa por menos de 10 anos é de

- A) $\frac{60}{36}$.
- B) $\frac{25}{36}$.
- C) $\frac{24}{36}$.
- D) $\frac{12}{36}$.
- E) $\frac{1}{36}$.

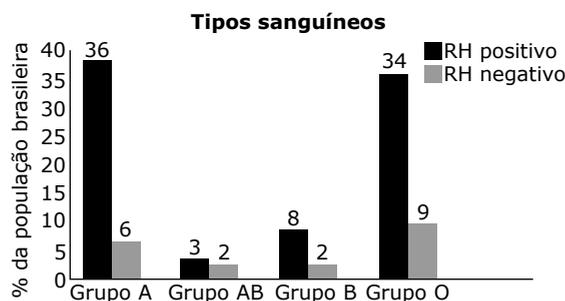
30. (Enem) A tabela apresenta uma estimativa da evolução da população brasileira por faixa etária, em milhões de pessoas, para 2020, 2030 e 2045.

Faixa etária	Ano		
	2020	2030	2045
Até 14 anos	49	48	48
De 15 a 49 anos	111	112	110
De 50 anos ou mais	50	63	78
Total	210	223	236

STEFANO, F. Mais velho e mais rico: os ganhos da maturidade. *Exame*, 1 003. ed., ano 45, n. 21, 02 nov. 2011 (Adaptação).

Com base na tabela, o valor que mais se aproxima da média dos percentuais da população brasileira na faixa etária até 14 anos, nos anos de 2020, 2030 e 2045, é

- A) 21,5. B) 21,7. C) 48,0. D) 48,3. E) 48,5.
31. (Enem) Uma revista publicará os dados, apresentados no gráfico, sobre como os tipos sanguíneos estão distribuídos entre a população brasileira. Contudo, o editor dessa revista solicitou que esse gráfico seja publicado na forma de setores, em que cada grupo esteja representado por um setor circular.



O ângulo do maior desses setores medirá, em graus,

- A) 108,0. B) 122,4. C) 129,6. D) 151,2. E) 154,8.
32. (Enem) Os salários, em reais, dos funcionários de uma empresa são distribuídos conforme o quadro:

Valor do salário (R\$)	622,00	1 244,00	3 110,00	6 220,00
Número de funcionários	24	1	20	3

A mediana dos valores dos salários dessa empresa é, em reais,

- A) 622,00. B) 933,00. C) 1 244,00. D) 2 021,50. E) 2 799,00.
33. (Enem) Para as pessoas que não gostam de correr grandes riscos no mercado financeiro, a aplicação em caderneta de poupança é indicada, pois, conforme a tabela (período 2005 até 2011), a rentabilidade apresentou pequena variação.

Ano	Rentabilidade (%)
2005	7,0
2006	4,9
2007	6,4
2008	6,2
2009	7,2
2010	6,8
2011	7,0

Com base nos dados da tabela, a mediana dos percentuais de rentabilidade, no período observado, é igual a

- A) 6,2. B) 6,5. C) 6,6. D) 6,8. E) 7,0.

Revisão Enem

34. (Enem) O número de frutos de uma determinada espécie de planta se distribui de acordo com as probabilidades apresentadas no quadro.

Número de frutos	Probabilidade
0	0,65
1	0,15
2	0,13
3	0,03
4	0,03
5 ou mais	0,01

A probabilidade de que, em tal planta, existam, pelo menos, dois frutos é igual a

- A) 3%. B) 7%. C) 13%. D) 16%. E) 20%.
35. (Enem) Uma partida de voleibol entre Brasil e Itália foi decidida em cinco sets. As pontuações do jogo estão descritas na tabela.

	1° set	2° set	3° set	4° set	5° set
Brasil	25	25	24	25	18
Itália	16	20	26	27	16

Nessa partida, a mediana dos pontos obtidos por set pelo time da Itália foi igual a

- A) 16. B) 20. C) 21. D) 23. E) 26.
36. (Enem) O presidente de um time de futebol quer contratar um atacante para seu elenco e um empresário lhe ofereceu cinco jogadores. Ele deseja contratar o jogador que obteve a maior média de gols nos anos de 2010 a 2013.

O quadro apresenta o número de gols marcados nos anos de 2010 a 2013 por cada um dos cinco jogadores: I, II, III, IV e V.

Jogador	Número de gols em 2010	Número de gols em 2011	Número de gols em 2012	Número de gols em 2013
I	21	21	24	21
II	20	21	22	22
III	26	21	20	21
IV	23	23	19	18
V	16	21	26	16

O presidente do time deve contratar o jogador

- A) I. B) II. C) III. D) IV. E) V.
37. (Enem) Em um campeonato de futebol, a vitória vale 3 pontos, o empate 1 ponto e a derrota zero ponto. Ganha o campeonato o time que tiver maior número de pontos. Em caso de empate no total de pontos, os times são declarados vencedores. Os times **R** e **S** são os únicos com chance de ganhar o campeonato, pois ambos possuem 68 pontos e estão muito à frente dos outros times. No entanto, **R** e **S** não se enfrentarão na rodada final.

Os especialistas em futebol arriscam as seguintes probabilidades para os jogos da última rodada:

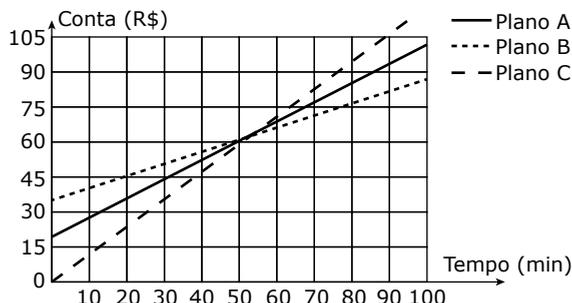
- **R** tem 80% de chance de ganhar e 15% de empatar;
- **S** tem 40% de chance de ganhar e 20% de empatar.

Segundo informações dos especialistas em futebol, qual é a probabilidade de o time **R** ser o único vencedor do campeonato?

- A) 32% B) 38% C) 48% D) 54% E) 57%
38. (Enem) Uma senhora acaba de fazer uma ultrassonografia e descobre que está grávida de quadrigêmeos. Qual é a probabilidade de nascerem dois meninos e duas meninas?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{1}{2}$

- 42.** (Enem) Na intenção de ampliar suas fatias de mercado, as operadoras de telefonia apresentam diferentes planos e promoções. Uma operadora oferece três diferentes planos baseados na quantidade de minutos utilizados mensalmente, apresentados no gráfico. Um casal foi à loja dessa operadora para comprar dois celulares, um para a esposa e outro para o marido. Ela utiliza o telefone, em média, 30 minutos por mês, enquanto ele, em média, utiliza 90 minutos por mês.



Com base nas informações do gráfico, qual é o plano de menor custo mensal para cada um deles?

- A) O plano A para ambos.
 - B) O plano B para ambos.
 - C) O plano C para ambos.
 - D) O plano B para a esposa e o plano C para o marido.
 - E) O plano C para a esposa e o plano B para o marido.
- 43.** (Enem) No quadro, estão representadas as quantidades de certos tipos de vinho vendidos durante um ano e o lucro por unidade vendida de cada um desses tipos. Para repor seu estoque, o proprietário escolherá apenas os tipos de vinho em que o lucro total com sua venda foi maior do que média entre os lucros obtidos com a venda de todos os tipos.

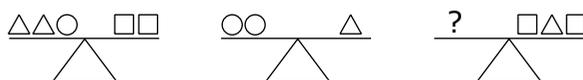
Tipo de vinho	I	II	III	IV	V	VI
Unidades vendidas	120	50	71	47	70	90
Lucro por unidade (R\$)	6,00	12,00	10,00	20,00	5,00	12,00

Conforme condições estabelecidas, os tipos de vinhos escolhidos serão

- A) I e VI.
- B) IV e VI.
- C) I, IV e VI.
- D) II, IV e VI.
- E) II, III, IV e VI.

CONHECIMENTOS ALGÉBRICOS

- 01.** As balanças a seguir estão em perfeito equilíbrio. O ponto de interrogação, na última balança, poderá ser substituído, mantendo-se o equilíbrio, por:



- A) $\triangle\triangle\circ$
- B) $\circ\circ\circ\circ\circ$
- C) $\circ\circ\circ\circ\circ\triangle$
- D) $\triangle\triangle\triangle\triangle$
- E) $\circ\triangle\triangle\triangle\circ$

- 02.** Mister Cálculo é um mágico que usa a Matemática para descobrir o pensamento de seus clientes. Certo dia ele disse a seu cliente, Roberto, que poderia tentar descobrir em qual país ele iria pensar se seguisse as seguintes regras na ordem estabelecida:
1. pense em um número natural de 2 a 9;
 2. multiplique esse número pensado por 9;
 3. some os algarismos do número encontrado após a multiplicação por 9;
 4. acrescente 7 ao número encontrado;

A função $f(t) = 0,08t^2 - 3,06t + 74,80$ descreve, aproximadamente, a frequência cardíaca de um indivíduo sadio e em repouso.

O intervalo da temperatura ideal em que o número de batimentos por minuto é mínimo é

- A)]19; 19,5[. D)]20,5; 21[.
 B)]19,5; 20[. E)]21; 22[.
 C)]20; 20,5[.

07. Vários são os elementos que influenciam o valor das edificações, tais como os materiais e as características estruturais (elementos objetivos ou concretos empregados no processo construtivo). Entretanto, existem outros elementos indiretos que também influenciam esse valor, como a localização do imóvel, a vista obtida na área externa e até mesmo a simples oferta e procura. Nas cidades turísticas, o preço sofre uma influência marcante da distância e da vista obtida pela janela ou sacada. O preço em construções beira-mar, por exemplo, sofrem alterações muitas vezes de 30% a 40% em seu valor venal.

Sabe-se que a distância d , em metros, de visibilidade em um dia com claridade normal pode ser determinada pela relação empírica $d = 1\,066,6\sqrt{h}$, em que h representa a altura, em metros, na qual o observador se encontra. A seguir, ilustram-se dois dos prédios mais altos do planeta – *Burj Khalifa*, com 163 andares, e o *Taipei 101*, com 106 andares, cada andar possuindo uma altura média, respectivamente, iguais a 5,08 m e 4,80 m.



Burj Khalifa



Taipei 101

Dessa forma, o módulo da diferença entre as distâncias de visibilidade, em metros, em um dia com claridade normal para os dois edifícios é, aproximadamente,

- A) 2 418,25. D) 12 345,28.
 B) 6 633,28. E) 18 234,25.
 C) 10 543,28.

08. Uma empresa de turismo programou uma série de atividades para um grupo de 96 turistas que visitavam a cidade de Paris. Entre as atividades de um dos dias, estavam previstas as visitas ao museu do Louvre e à Torre Eiffel. Ao final do dia, o funcionário da agência responsável pela agenda de atividades percebeu que:

- um quarto das pessoas que visitaram o museu do Louvre visitaram também a Torre Eiffel;
- um quinto das pessoas que visitaram a Torre Eiffel visitaram também o museu do Louvre;
- todos os participantes do grupo participaram de pelo menos uma das duas visitas.

Com base nessas informações, o número de pessoas que visitaram os dois lugares é um

- A) múltiplo de 5.
 B) número quadrado perfeito.
 C) número primo.
 D) divisor de 84.
 E) número ímpar.

09. Uma partícula descreve uma trajetória, em função do tempo t , definida pela expressão $d(t) = 20 \cdot \text{sen} \left(\frac{t\pi}{12} \right)$, em que t é dado em minutos e $d(t)$ é o deslocamento vertical

dessa partícula, em metros. Considerando que ela saiu da origem de um sistema cartesiano ortogonal no início de seu movimento, então, o deslocamento vertical em

- A) 2 minutos era de 12 m.
 B) 6 minutos era de 10 m.
 C) 10 minutos era de 10 m.
 D) 12 minutos era de 20 m.
 E) 18 minutos era de 12 m.

10. Com os problemas entre os planos de saúde e os médicos, é comum que os procedimentos cirúrgicos sejam realizados por profissionais que não aceitam os valores cobertos pelas seguradoras e efetivam o procedimento fora da cobertura do plano. Uma pessoa que precisou fazer uma cirurgia teve um gasto de R\$ 3 600,00, incluindo uma quantia fixa paga ao médico no valor de R\$ 1 200,00.

Considerando que a diária no hospital custou R\$ 300,00 e que não existiram outros gastos para o procedimento cirúrgico, o número de dias que o paciente ficou no hospital foi

- A) 6. C) 10. E) 12.
 B) 8. D) 11.

11. Uma empresa especializada em limpeza de salas comerciais foi contratada para higienizar todas as salas de um prédio. Ao planejar a realização do serviço para o prazo combinado, o gerente verificou que, se 26 salas fossem higienizadas por dia, o contrato não seria cumprido, pois 10 salas não seriam higienizadas.



Disponível em: <http://revista.pensecarros.com.br>. Acesso em: 24 abr. 2015 (Adaptação).

O valor de D é dado pela expressão

- A) $D = \frac{500 \cdot k \cdot x}{\pi \cdot L}$
- B) $D = \frac{1\,000 \cdot k \cdot x}{\pi \cdot L}$
- C) $D = \frac{1\,000 \cdot k \cdot x}{L}$
- D) $D = \frac{1\,000 \cdot k \cdot x}{\pi \cdot L^2}$
- E) $D = \frac{4\,000 \cdot k \cdot x}{\pi \cdot L^2}$

20. (Enem–2021) Uma operadora de telefonia oferece cinco planos de serviços. Em cada plano, para cada mês, o cliente paga um valor V que lhe dá direito a telefonar por M minutos para clientes da mesma operadora. Quando a duração total das chamadas para clientes da mesma operadora excede M minutos, é cobrada uma tarifa $T1$ por cada minuto excedente nesse tipo de chamada. Além disso, é cobrado um valor $T2$, por minuto, nas chamadas para clientes de outras operadoras, independentemente do fato de os M minutos terem ou não sido usados. A tabela apresenta o valor de V , M , $T1$ e $T2$ para cada um dos cinco planos.

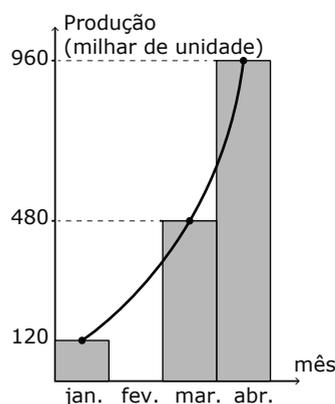
	V	M	T1	T2
Plano A	R\$ 25,00	20 min	R\$ 1,50/min	R\$ 2,00/min
Plano B	R\$ 60,00	65 min	R\$ 1,00/min	R\$ 1,20/min
Plano C	R\$ 60,00	75 min	R\$ 1,00/min	R\$ 1,50/min
Plano D	R\$ 120,00	160 min	R\$ 0,80/min	R\$ 0,90/min
Plano E	R\$ 120,00	180 min	R\$ 0,80/min	R\$ 1,20/min

Se um cliente dessa operadora planeja telefonar durante 75 minutos para amigos da mesma operadora e 50 minutos para amigos de outras operadoras, o plano que ele deverá escolher, a fim de pagar menos, é o

- A) Plano A.
- B) Plano B.
- C) Plano C.
- D) Plano D.
- E) Plano E.

25. (Enem-2021) Um diretor esportivo organiza um campeonato no qual haverá disputa de times em turno e retorno, isto é, cada time jogará duas vezes com todos os outros, totalizando 380 partidas a serem disputadas. A quantidade de times (x) que faz parte desse campeonato pode ser calculada pela equação
- A) $x = 380 - x^2$
 - B) $x^2 - x = 380$
 - C) $x^2 = 380$
 - D) $2x - x = 380$
 - E) $2x = 380$

26. (Enem-2021) O gráfico informa a produção registrada por uma indústria nos meses de janeiro, março e abril.



Por problemas logísticos, não foi feito o levantamento sobre a produção no mês de fevereiro. Entretanto, as informações dos outros três meses sugerem que a produção nesse quadrimestre cresceu exponencialmente, conforme aponta a curva de tendência traçada no gráfico.

Assumindo a premissa de que o crescimento nesse período foi exponencial, pode-se inferir que a produção dessa indústria no mês de fevereiro, em milhar de unidade, foi

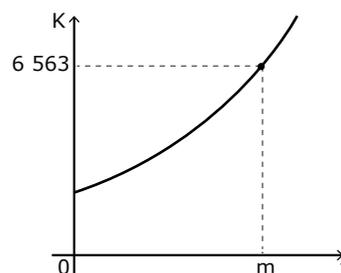
- A) 0.
 - B) 120.
 - C) 240.
 - D) 300.
 - E) 400.
27. (Enem-2021) O preço médio cobrado por um pintor para executar um serviço consiste em uma taxa fixa de R\$ 25,00 mais uma quantia proporcional à área pintada. O quadro apresenta os valores cobrados por ele em trabalhos recentes.

Área pintada (m ²)	Total a pagar (R\$)
5	35,00
10	45,00
20	65,00
40	105,00
80	185,00

Qual o preço cobrado para realizar um serviço de pintura de uma área de 150 m²?

- A) R\$ 300,00
- B) R\$ 325,00
- C) R\$ 400,00
- D) R\$ 1 050,00
- E) R\$ 3 750,00

28. (Enem-2021) O crescimento de uma população de microrganismos é descrito pela expressão $K(t) = 81 \cdot 3^{\frac{1}{3}t} + 2$, em que $K(t)$ indica a quantidade de microrganismos em um meio de cultura em função do tempo t . O gráfico representa a evolução de K em relação ao tempo t .



Com base nos dados, o valor de m é

- A) $\frac{4}{3}$
- B) $\frac{7}{5}$
- C) $\frac{24}{5}$
- D) 12
- E) 81

29. (Enem-2021) Um fabricante produz cinco tipos de enfeites de Natal. Para saber o lucro líquido correspondente a cada tipo de enfeite, criou um quadro com os valores de custo (matéria-prima e mão de obra) e de venda por unidade, em real, além da quantidade vendida para cada tipo de enfeite.

Tipo	Matéria-prima (R\$)	Mão de obra (R\$)	Valor de venda (R\$)	Quantidade vendida
I	1,30	1,50	5,00	5 000
II	1,00	2,00	5,50	4 800
III	1,10	1,40	5,00	4 750
IV	1,50	2,00	7,00	4 600
V	1,20	2,50	7,50	4 200

Qual tipo de enfeite de Natal gera maior lucro líquido para o fabricante?

- A) I
- B) II
- C) III
- D) IV
- E) V

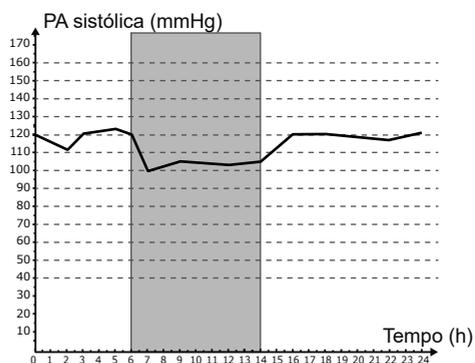
30. (Enem–2021) Descenso noturno fisiológico é definido como uma redução maior ou igual a 10% da medida da pressão arterial (PA) sistólica registrada entre o período de vigília e o período de sono. O exame para avaliar se um indivíduo apresenta ou não descenso fisiológico é chamado de MAPA e consiste no monitoramento da evolução da PA sistólica do indivíduo ao longo de 24 horas. O resultado desse exame consiste em um gráfico no qual a região correspondente ao período de sono está hachurada em cinza.

Cinco pacientes foram submetidos a esse exame, e os resultados mostram que apenas um paciente apresentou ausência de descenso noturno.

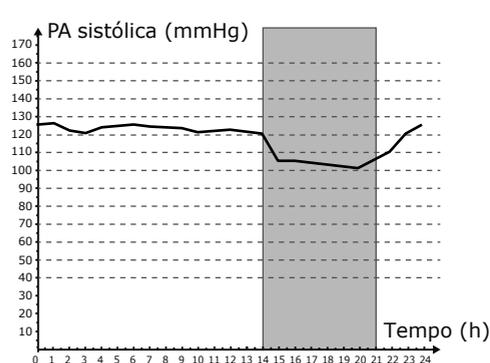
MELO, R. O. V. *et al.* Ausência de descenso noturno se associa a acidente vascular cerebral e infarto do miocárdio. *Arq. Bras. Cardiol.*, n. 94, 2010.

O gráfico que indica o resultado do exame do paciente que apresentou ausência de descenso noturno é

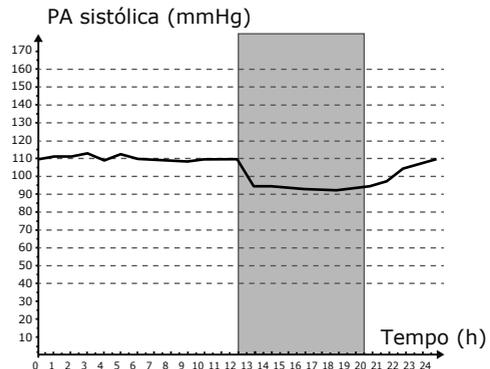
A)



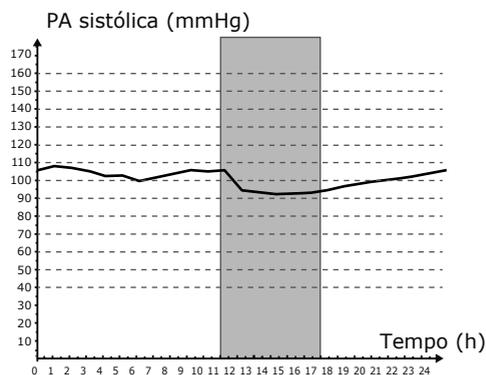
B)



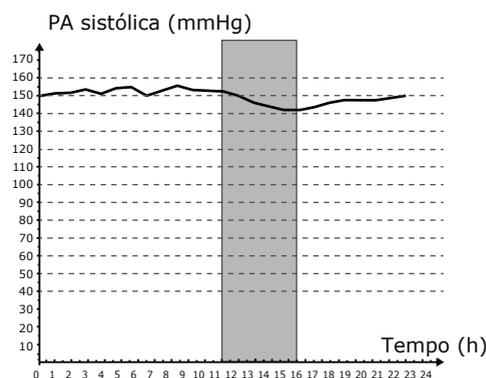
C)



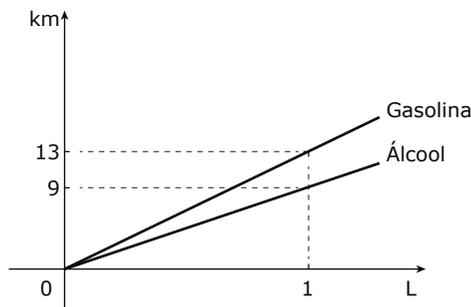
D)



E)



31. (Enem–2021) O rendimento de um carro bicomcombustível (abastecido com álcool ou gasolina), popularmente conhecido como carro flex, quando abastecido com álcool é menor do que quando abastecido com gasolina, conforme o gráfico, que apresenta o rendimento médio dos carros populares.



Suponha que um cidadão fez uma viagem, cujo percurso foi de 1 009 km, em um carro popular flex, tendo abastecido o carro nos primeiros 559 km com gasolina e, no restante do percurso, com álcool. Considere que no momento do abastecimento não havia mais combustível no tanque.

Qual o valor mais próximo do rendimento médio do carro ao concluir todo o percurso de 1 009 km?

- A) 9,90 km/L
- B) 10,43 km/L
- C) 10,84 km/L
- D) 11,00 km/L
- E) 12,11 km/L

32. (Enem-2021) Considere que o modelo matemático utilizado no estudo da velocidade V , de uma partícula de um fluido escoando em um tubo, seja diretamente proporcional à diferença dos quadrados do raio R da secção transversal do tubo e da distância x da partícula ao centro da secção que a contém. Isto é, $V(x) = K^2(R^2 - x^2)$, em que K é uma constante positiva.

O valor de x , em função de R , para que a velocidade de escoamento de uma partícula seja máxima é de

- A) 0.
- B) R .
- C) $2R$.
- D) KR .
- E) K^2R^2 .

33. (Enem-2021) A massa de um tanque de combustível depende:

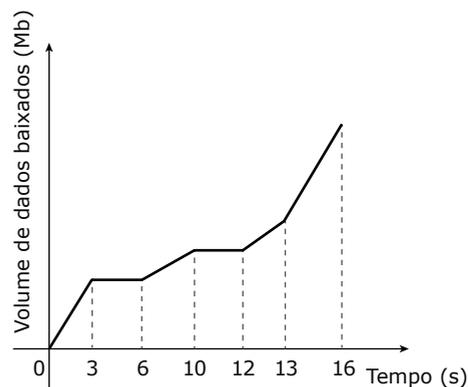
- I. da quantidade de combustível nesse tanque;
- II. do tipo de combustível que se utiliza no momento;
- III. da massa do tanque quando está vazio.

Sabe-se que um tanque tem massa igual a 33 kg quando está cheio de gasolina, 37 kg quando está cheio de etanol e que a densidade da gasolina é sete oitavos da densidade do etanol.

Qual é a massa, em quilograma, do tanque vazio?

- A) 1,0
- B) 3,5
- C) 4,0
- D) 5,0
- E) 9,0

34. (Enem-2021) Utiliza-se o termo *download* para designar o processo pelo qual um arquivo é transferido de algum sítio da internet para o dispositivo do usuário (computador, *tablet*, celular). Quando a transferência é interrompida, diz-se que o *download* travou. O esboço do gráfico representa a evolução do *download* de um arquivo que demorou 16 segundos para ser concluído.

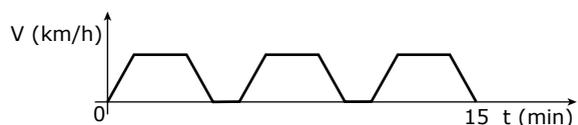


Por quanto tempo, em segundo, esse *download* ficou travado?

- A) 9
- B) 5
- C) 3
- D) 2
- E) 0

35. (Enem) Um semáforo é composto, geralmente, de três círculos de luzes coloridas (vermelho, amarelo e verde). A cor vermelha indica que o veículo deve estar parado e permanecer assim até que a cor verde volte a acender.

O gráfico apresenta a variação de velocidade de um carro ao longo de um percurso de 15 minutos de duração, da residência de uma pessoa até seu local de trabalho. Durante esse percurso, o carro parou somente nos semáforos existentes ao longo de seu trajeto.

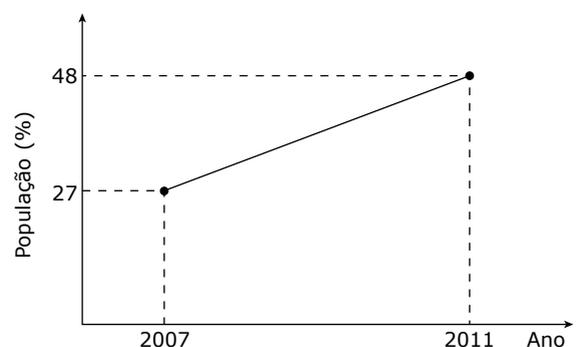


Em quantos semáforos ele parou?

- A) 2
- B) 4
- C) 5
- D) 6
- E) 7

36. (Enem) O percentual da população brasileira conectada à Internet aumentou nos anos de 2007 a 2011. Conforme dados do Grupo Ipsos, essa tendência de crescimento é mostrada no gráfico.

Brasileiros conectados à Internet

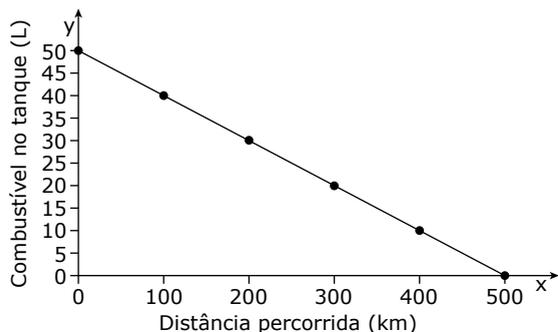


Suponha que foi mantida, para os anos seguintes, a mesma taxa de crescimento registrada no período 2007-2011.

A estimativa para o percentual de brasileiros conectados à Internet em 2013 era igual a

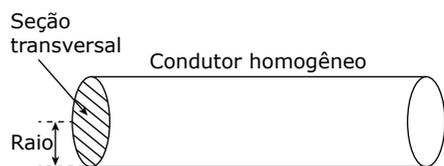
- A) 56,40%
- B) 58,50%
- C) 60,60%
- D) 63,75%
- E) 72,00%

- 37.** (Enem) Uma indústria automobilística está testando um novo modelo de carro. Cinquenta litros de combustível são colocados no tanque desse carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo o combustível tenha sido consumido. O segmento de reta no gráfico mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustível no tanque é indicada no eixo **y** (vertical), e a distância percorrida pelo automóvel é indicada no eixo **x** (horizontal).



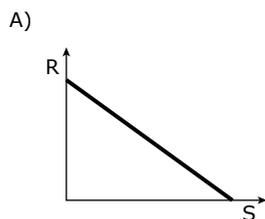
A expressão algébrica que relaciona a quantidade de combustível no tanque e a distância percorrida pelo automóvel é:

- A) $y = -10 + 500$
 B) $y = \frac{-x}{10} + 50$
 C) $y = \frac{-x}{10} + 500$
 D) $y = \frac{x}{10} + 50$
 E) $y = \frac{x}{10} + 500$
- 38.** (Enem) A resistência elétrica **R** de um condutor homogêneo é inversamente proporcional à área **S** de sua seção transversal.



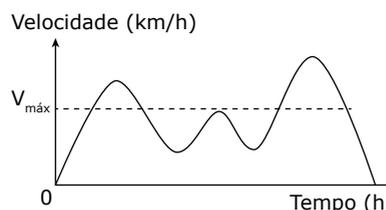
Disponível em: <http://efisica.if.usp.br>. Acesso em: 2 ago. 2012.

O gráfico que representa a variação da resistência **R** do condutor em função da área **S** de sua seção transversal é:



- B)
- C)
- D)
- E)

- 39.** (Enem) Para garantir segurança ao dirigir, alguns motoristas instalam dispositivos em seus carros que alertam quando uma certa velocidade máxima ($v_{m\acute{a}x}$), pré-programada pelo usuário de acordo com a velocidade máxima da via de tráfego, é ultrapassada. O gráfico exibido pelo dispositivo no painel do carro após o final de uma viagem fornece a velocidade (km/h) do carro em função do tempo (h).



De acordo com o gráfico, quantas vezes o dispositivo alertou o motorista no percurso da viagem?

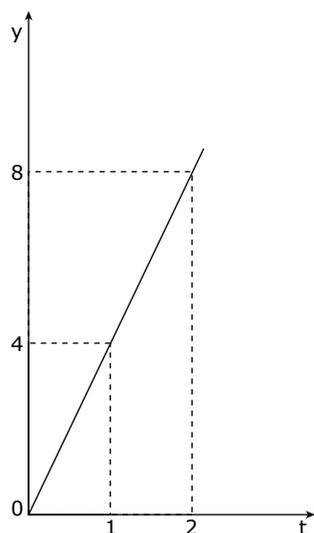
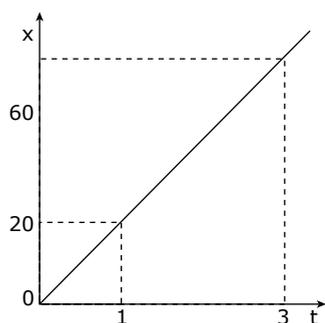
- A) 1 C) 3 E) 5
 B) 2 D) 4
- 40.** (Enem) Visando atingir metas econômicas previamente estabelecidas, é comum no final do mês algumas lojas colocarem certos produtos em promoção. Uma determinada loja de departamentos colocou em oferta os seguintes produtos: televisão, sofá e estante. Na compra da televisão mais o sofá, o cliente pagaria R\$ 3 800,00.

Se ele levasse o sofá mais a estante, pagaria R\$ 3 400,00. A televisão mais a estante sairiam por R\$ 4 200,00. Um cliente resolveu levar duas televisões e um sofá que estavam na promoção, conseguindo ainda mais 5% de desconto pelo pagamento à vista.

O valor total, em real, pago pelo cliente foi de

- A) 3 610,00. C) 5 415,00. E) 6 100,00.
 B) 5 035,00. D) 5 795,00.

41. (Enem) A quantidade x de peças, em milhar, produzidas e o faturamento y , em milhar de real, de uma empresa estão representados nos gráficos, ambos em função do número t de horas trabalhadas por seus funcionários.



O número de peças que devem ser produzidas para se obter um faturamento de R\$ 10 000,00 é

- A) 2 000. C) 40 000. E) 200 000.
 B) 2 500. D) 50 000.

42. (Enem) Uma pessoa tem massa corporal de 167 kg. Sob orientação de um nutricionista, submeteu-se a um regime alimentar, em que se projeta que a perda de quilos mensais seja inferior a 5 kg. Após iniciar o regime, observou-se, nos três primeiros meses, uma perda de 4 kg por mês, e nos quatro meses seguintes,

uma perda mensal de 3 kg. Daí em diante, segundo as recomendações do nutricionista, deveria haver uma perda mensal fixa em cada um dos meses subsequentes, objetivando alcançar a massa corporal de 71 kg ao final do regime.

Segundo as projeções e recomendações do nutricionista, para alcançar seu objetivo, a duração mínima, em mês, que essa pessoa deverá manter o seu regime será de

- A) 15. D) 22.
 B) 20. E) 25.
 C) 21.

43. (Enem) A água comercializada em garrafões pode ser classificada como muito ácida, ácida, neutra, alcalina ou muito alcalina, dependendo de seu pH , dado pela expressão $\text{pH} = \log_{10} \frac{1}{H}$, em que H é a concentração de íons de hidrogênio, em mol por decímetro cúbico. A classificação da água de acordo com seu pH é mostrada no quadro.

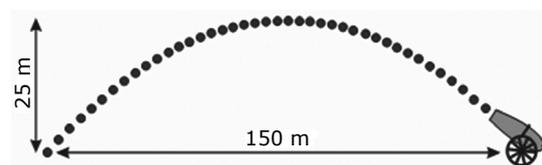
pH	Classificação
$\text{pH} \geq 9$	Muito alcalina
$7,5 \leq \text{pH} < 9$	Alcalina
$6 \leq \text{pH} < 7,5$	Neutra
$3,5 \leq \text{pH} < 6$	Ácida
$\text{pH} < 3,5$	Muito ácida

Para o cálculo da concentração H , uma distribuidora mede dois parâmetros A e B , em cada fonte, e adota H como sendo o quociente de A por B . Em análise realizada em uma fonte, obteve $A = 10^{-7}$ e a água dessa fonte foi classificada como neutra.

O parâmetro B , então, encontrava-se no intervalo:

- A) $(-10^{14,5}, -10^{13})$
 B) $[10^{\frac{6}{7}}, 10^{-1})$
 C) $[10^{-1}, 10^{\frac{1}{2}})$
 D) $[10^{13}, 10^{14,5})$
 E) $[10^{6 \cdot 10^7}, 10^{7,5 \cdot 10^7})$

44. (Enem) Um projétil é lançado por um canhão e atinge o solo a uma distância de 150 metros do ponto de partida. Ele percorre uma trajetória parabólica, e a altura máxima que atinge em relação ao solo é de 25 metros.



Admita um sistema de coordenadas xy em que no eixo vertical y está representada a altura e no eixo horizontal x está representada a distância, ambas em metro. Considere que o canhão está no ponto $(150; 0)$ e que o projétil atinge o solo no ponto $(0; 0)$ do plano xy .

A equação da parábola que representa a trajetória descrita pelo projétil é:

- A) $y = 150x - x^2$
- B) $y = 3750x - 25x^2$
- C) $75y = 300x - 2x^2$
- D) $125y = 450x - 3x^2$
- E) $225y = 150x - x^2$

45. (Enem) Em certa página de um livro foi anotada uma senha. Para se descobrir qual é a página, dispõe-se da informação de que a soma dos quadrados dos três números correspondentes à página da senha, à página anterior e à página posterior é igual a um certo número k que será informado posteriormente.

Denotando por n o número da página da senha, qual é a expressão que relaciona n e k ?

- A) $3n^2 - 4n = k - 2$
- B) $3n^2 + 4n = k - 2$
- C) $3n^2 = k + 2$
- D) $3n^2 = k - 2$
- E) $3n^2 = k$

46. (Enem) Um automóvel pode ser abastecido com os combustíveis **A** ou **B** e tem capacidade para armazenar **T** litro. O quadro indica os preços e mostra o rendimento desse automóvel, por litro, quando abastecido com esses combustíveis.

Combustível	Preço (R\$)	Rendimento
A	P_A	18 km/L
B	P_B	12 km/L

O dono desse automóvel estabelece duas estratégias de viagem. Em ambas ele irá abastecer duas vezes. O primeiro abastecimento é feito a partir do tanque vazio e o reabastecimento é feito quando o tanque esvaziar novamente.

1ª estratégia de viagem: abastecer meio tanque com o combustível **A** e depois abastecer um quarto de tanque com o combustível **B**.

2ª estratégia de viagem: abastecer meio tanque com o combustível **B** e depois abastecer um quarto de tanque com o combustível **A**.

O custo (C) da estratégia que possibilita percorrer a maior distância é:

- A) $C = \left(\frac{T}{2}\right) \cdot P_A + \left(\frac{T}{4}\right) \cdot P_B$
- B) $C = \left(\frac{T}{2}\right) \cdot P_A + 18 + \left(\frac{T}{4}\right) \cdot P_B \cdot 12$
- C) $C = \left(\frac{T}{2}\right) \cdot P_A + 15 + \left(\frac{T}{4}\right) \cdot P_B \cdot 15$
- D) $C = \left(\frac{T}{2}\right) \cdot P_B + \left(\frac{T}{4}\right) \cdot P_B$
- E) $C = \left(\frac{T}{2}\right) \cdot P_B \cdot 12 + \left(\frac{T}{4}\right) \cdot P_A \cdot 18$

47. (Enem) Em março de 2011, um terremoto de 9,0 graus de magnitude na escala Richter atingiu o Japão matando milhares de pessoas e causando grande destruição. Em janeiro daquele ano, um terremoto de 7,0 graus na escala Richter atingiu a cidade de Santiago Del Estero, na Argentina. A magnitude de um terremoto, medida pela escala Richter, é $R = \log\left(\frac{A}{A_0}\right)$, em que **A** é a amplitude do movimento vertical do solo, informado em um sismógrafo, A_0 é uma amplitude de referência e \log representa o logaritmo na base 10.

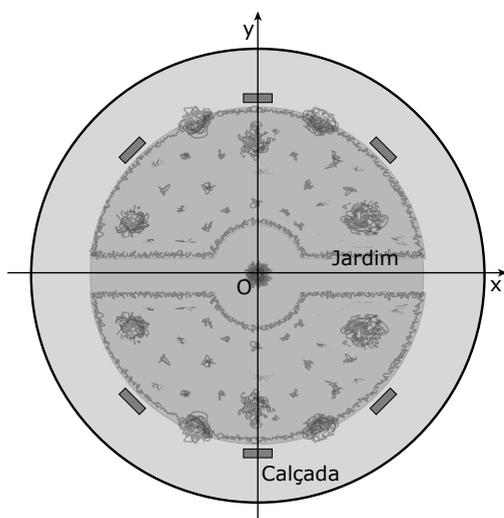
Disponível em: <http://earthquake.usgs.gov>. Acesso em: 28 fev. 2012 (Adaptação).

A razão entre as amplitudes dos movimentos verticais dos terremotos do Japão e da Argentina é:

- A) 1,28
- B) 2,0
- C) $10^{\frac{9}{7}}$
- D) 100
- E) $10^9 - 10^7$

CONHECIMENTOS ALGÉBRICOS / GEOMÉTRICOS

01. A calçada em torno de um jardim central de uma praça circular, representada pela figura a seguir, pode ser representada em um sistema cartesiano pelas seguintes inequações:

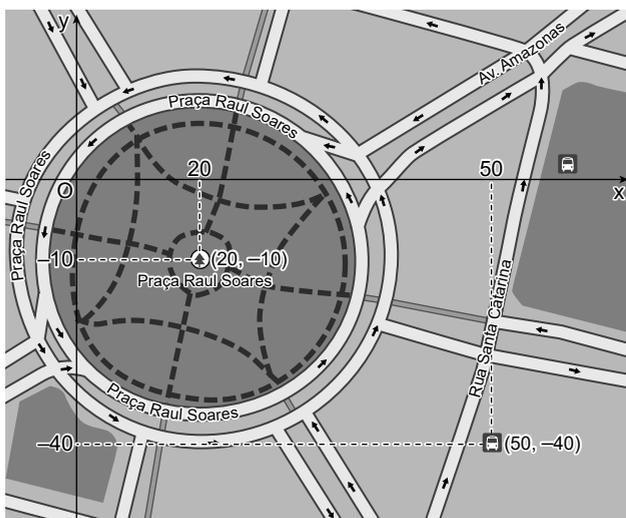


$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 36 \\ x^2 + y^2 \geq 16 \end{cases}$$

De acordo com essas inequações, sabe-se que a área da calçada é

- A) 16π u.a. C) 25π u.a. E) 36π u.a.
 B) 20π u.a. D) 26π u.a.

02. A figura a seguir representa o mapa cartesiano de uma região do centro de Belo Horizonte (MG), onde fica localizada a Praça Raul Soares

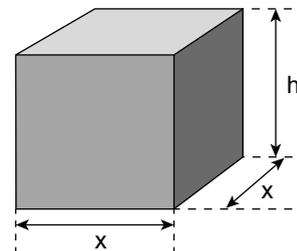


Pedro estava localizado no centro da praça, cuja coordenada é $(20, -10)$, e precisava pegar seu ônibus, localizado no ponto de coordenada $(50, -40)$.

Considerando $\sqrt{2} = 1,4$ e o metro como unidade de medida, a distância percorrida por Pedro em linha reta até seu ponto de ônibus foi igual a

- A) 18. C) 34. E) 50
 B) 26. D) 42.

03. Uma empresa fabrica caixas especiais com base quadrada de cobre, laterais e tampa de madeira. A seguir, encontra-se o modelo de uma das caixas, sendo as dimensões representadas em metros.



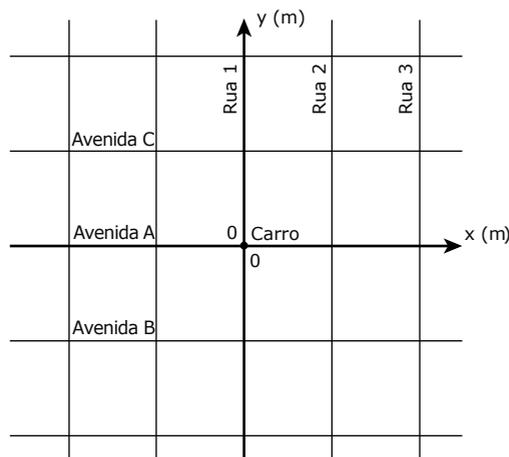
O cobre possui custo de R\$ 450,00 por metro quadrado e a madeira possui um custo de R\$ 45,00 por metro quadrado.

Com base nas informações, a expressão que descreve o custo, em reais, de fabricação da caixa com essas especificações é dada por:

- A) $450x^2 + 45xh$
 B) $450x^2 + 180xh$
 C) $495x^2 + 180xh$
 D) $495x^2 + 190xh$
 E) $550x^2 + 180xh$

04. (Enem-2021) Uma moça estacionou seu carro na interseção da Rua 1 com a Avenida A. Ela está hospedada em um hotel na Rua 3, posicionado a exatos 40 metros de distância da Avenida A, contados a partir da Avenida A em direção à Avenida B.

No mapa está representado um plano cartesiano cujo eixo das abscissas coincide com a Avenida A e o das ordenadas, com a Rua 1, sendo a origem $(0, 0)$ o local onde se encontra estacionado o veículo. Os quarteirões formados pelos cruzamentos dessas vias formam quadrados de lados medindo 100 m.

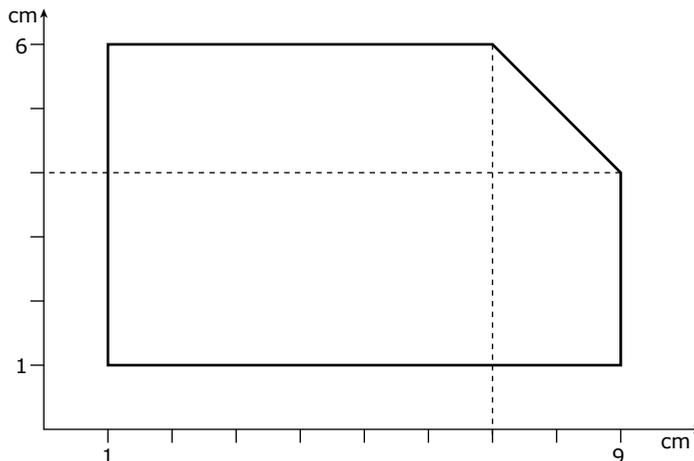


Revisão Enem

A ordenada do ponto que representa a localização do hotel é

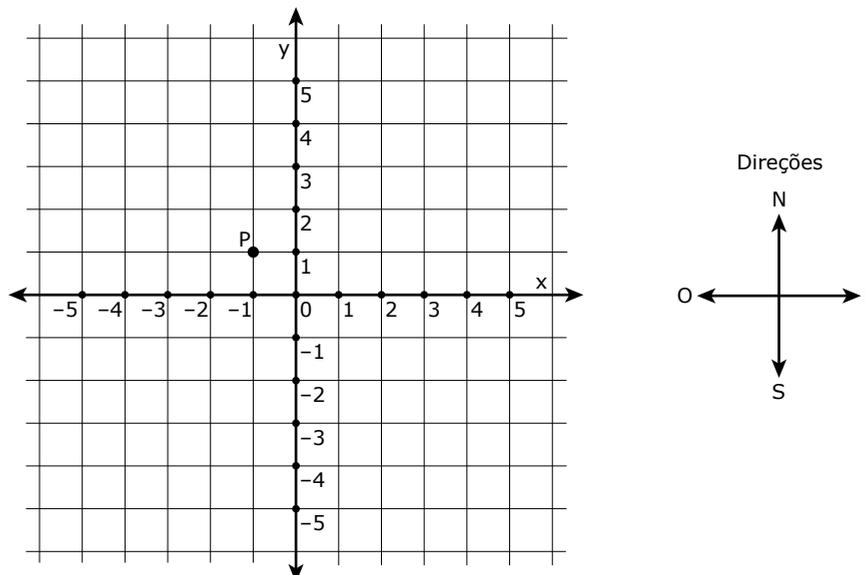
- A) -60.
- B) -40.
- C) 0.
- D) 40.
- E) 60.

- 05.** (Enem) Um construtor pretende murar um terreno e, para isso, precisa calcular o seu perímetro. O terreno está representado no plano cartesiano, conforme a figura, no qual foi usada a escala 1 : 500. Use 2,8 como aproximação para $\sqrt{8}$.



De acordo com essas informações, o perímetro do terreno, em metros, é

- A) 110.
 - B) 120.
 - C) 124.
 - D) 130.
 - E) 144.
- 06.** (Enem) Alunos de um curso de engenharia desenvolveram um robô "anfíbio" que executa saltos somente nas direções norte, sul, leste e oeste. Um dos alunos representou a posição inicial desse robô, no plano cartesiano, pela letra **P**, na ilustração.



A direção norte-sul é a mesma do eixo **y**, sendo que o sentido norte é o sentido de crescimento de **y**, e a direção leste-oeste é a mesma do eixo **x**, sendo que o sentido leste é o sentido de crescimento de **x**.

Em seguida, esse aluno deu os seguintes comandos de movimentação para o robô: 4 norte, 2 leste e 3 sul, nos quais os coeficientes numéricos representam de saltos do robô nas direções correspondentes, e cada salto corresponde a uma unidade do plano cartesiano.

Depois de realizar os comandos dados pelo aluno, a posição do robô, no plano cartesiano, será

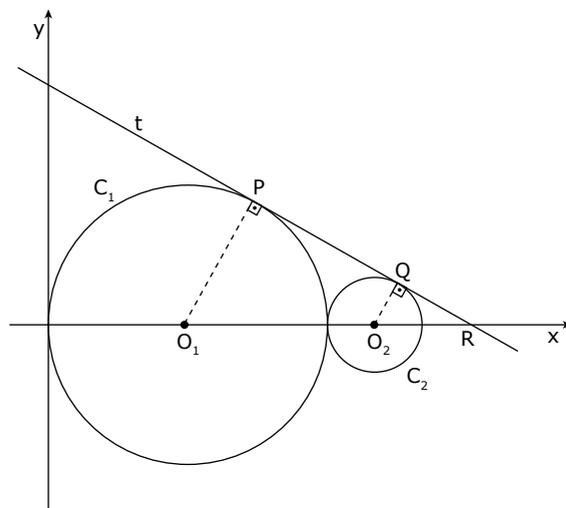
- A) (0; 2).
- B) (0; 3).
- C) (1; 2).
- D) (1; 4).
- E) (2; 1).

07. (Enem) Observou-se que todas as formigas de um formigueiro trabalham de maneira ordeira e organizada. Foi feito um experimento com duas formigas e os resultados obtidos foram esboçados em um plano cartesiano no qual os eixos estão graduados em quilômetros. As duas formigas partiram juntas do ponto **O**, origem do plano cartesiano xOy . Uma delas caminhou horizontalmente para o lado direito, a uma velocidade de 4 km/h. A outra caminhou verticalmente para cima, à velocidade de 3 km/h.

Após 2 horas de movimento, quais as coordenadas cartesianas das posições de cada formiga?

- A) (8; 0) e (0; 6).
- B) (4; 0) e (0; 6).
- C) (4; 0) e (0; 3).
- D) (0; 8) e (6; 0).
- E) (0; 4) e (3; 0).

08. (Enem) Na figura estão representadas, em um plano cartesiano, duas circunferências: C_1 (de raio 3 e centro O_1) e C_2 (de raio 1 e centro O_2), tangentes entre si, e uma reta **t** tangente às duas circunferências nos pontos **P** e **Q**.

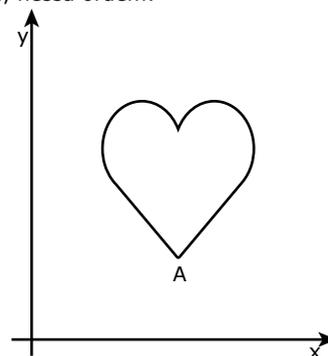


Nessas condições, a equação da reta **t** é:

- A) $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$
- B) $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 3\sqrt{3}$

- C) $y = -x + 4$
- D) $y = -\frac{2}{3}x + 4$
- E) $y = -\frac{4}{5}x + 4$

09. (Enem) Isometria é uma transformação geométrica que, aplicada a uma figura, mantém as distâncias entre pontos. Duas das transformações isométricas são a reflexão e a rotação. A reflexão ocorre por meio de uma reta chamada eixo. Esse eixo funciona como um espelho, a imagem refletida é o resultado da transformação. A rotação é o "giro" de uma figura ao redor de um ponto chamado centro de rotação. A figura sofreu cinco transformações isométricas, nessa ordem:



- 1ª) Reflexão no eixo **x**;
- 2ª) Rotação de 90 graus no sentido anti-horário, com centro de rotação no ponto **A**;
- 3ª) Reflexão no eixo **y**;
- 4ª) Rotação de 45 graus no sentido horário, com centro de rotação no ponto **A**;
- 5ª) Reflexão no eixo **x**.

Disponível em: www.pucsp.br. Acesso em: 2 ago. 2012.

Qual a posição final da figura?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

GABARITO

Conhecimentos Numéricos

01. D	29. B
02. A	30. A
03. C	31. D
04. C	32. D
05. D	33. C
06. E	34. B
07. B	35. B
08. B	36. B
09. D	37. C
10. E	38. C
11. C	39. D
12. E	40. A
13. B	41. A
14. E	42. E
15. A	43. C
16. C	44. A
17. E	45. D
18. C	46. E
19. A	47. A
20. B	48. E
21. C	49. C
22. E	50. C
23. B	51. C
24. E	52. D
25. B	53. E
26. B	54. E
27. E	55. B
28. A	

Conhecimentos Numéricos: Razões e Proporções

01. B	23. A
02. B	24. C
03. C	25. D
04. E	26. D
05. D	27. B
06. A	28. A
07. B	29. B
08. E	30. D
09. C	31. E
10. A	32. D
11. C	33. B
12. B	34. E
13. B	35. B
14. B	36. D
15. E	37. A
16. B	38. E
17. D	39. C
18. E	40. A
19. A	41. D
20. C	42. E
21. B	43. C
22. B	

Conhecimentos Numéricos: Porcentagem e Juros

- | | |
|-------|-------|
| 01. D | 24. B |
| 02. A | 25. D |
| 03. B | 26. A |
| 04. C | 27. C |
| 05. D | 28. D |
| 06. B | 29. C |
| 07. B | 30. E |
| 08. D | 31. E |
| 09. B | 32. C |
| 10. C | 33. C |
| 11. D | 34. D |
| 12. B | 35. A |
| 13. C | 36. C |
| 14. E | 37. B |
| 15. C | 38. D |
| 16. C | 39. C |
| 17. A | 40. C |
| 18. C | 41. D |
| 19. E | 42. C |
| 20. D | 43. B |
| 21. E | 44. C |
| 22. B | 45. B |
| 23. B | |

Conhecimentos Geométricos

- | | |
|-------|-------|
| 01. B | 29. B |
| 02. B | 30. E |
| 03. C | 31. A |
| 04. C | 32. C |
| 05. C | 33. B |
| 06. D | 34. D |
| 07. C | 35. A |
| 08. B | 36. B |
| 09. C | 37. C |
| 10. C | 38. B |
| 11. C | 39. E |
| 12. B | 40. D |
| 13. C | 41. A |
| 14. D | 42. B |
| 15. C | 43. D |
| 16. D | 44. A |
| 17. D | 45. C |
| 18. B | 46. B |
| 19. C | 47. B |
| 20. C | 48. C |
| 21. C | 49. A |
| 22. E | 50. E |
| 23. C | 51. E |
| 24. D | 52. C |
| 25. D | 53. B |
| 26. D | 54. B |
| 27. B | 55. C |
| 28. C | 56. A |

Conhecimentos de Estatística e Probabilidade

- | | |
|-------|-------|
| 01. B | 23. C |
| 02. C | 24. C |
| 03. C | 25. E |
| 04. B | 26. C |
| 05. D | 27. C |
| 06. C | 28. D |
| 07. B | 29. B |
| 08. B | 30. B |
| 09. E | 31. E |
| 10. C | 32. B |
| 11. B | 33. D |
| 12. A | 34. E |
| 13. A | 35. B |
| 14. D | 36. C |
| 15. B | 37. D |
| 16. B | 38. D |
| 17. C | 39. A |
| 18. C | 40. B |
| 19. E | 41. B |
| 20. D | 42. E |
| 21. D | 43. B |
| 22. D | |

Conhecimentos Algébricos

- | | |
|-------|-------|
| 01. C | 09. C |
| 02. D | 10. B |
| 03. C | 11. E |
| 04. C | 12. A |
| 05. A | 13. B |
| 06. A | 14. A |
| 07. B | 15. C |
| 08. D | 16. E |

- | | |
|-------|-------|
| 17. C | 33. D |
| 18. E | 34. B |
| 19. B | 35. A |
| 20. B | 36. B |
| 21. A | 37. B |
| 22. B | 38. C |
| 23. D | 39. B |
| 24. B | 40. D |
| 25. B | 41. D |
| 26. C | 42. D |
| 27. B | 43. C |
| 28. D | 44. E |
| 29. D | 45. D |
| 30. E | 46. A |
| 31. C | 47. D |
| 32. A | |

Conhecimentos Algébricos / Geométricos

- | | |
|-------|-------|
| 01. B | 06. C |
| 02. D | 07. A |
| 03. C | 08. B |
| 04. B | 09. C |
| 05. C | |

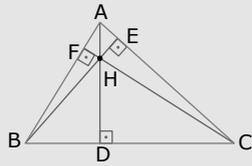
RESOLUÇÕES



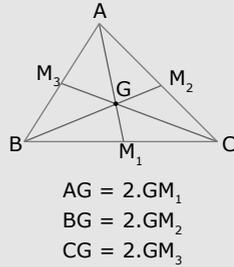
MATEMÁTICA BÁSICA

Pontos de encontro

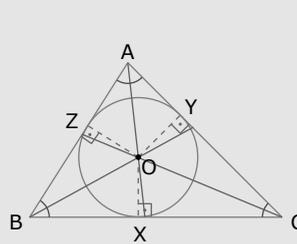
Ortocentro – Alturas



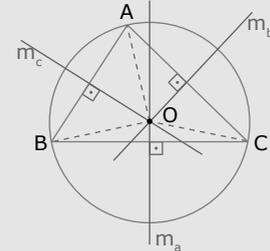
Baricentro – Medianas



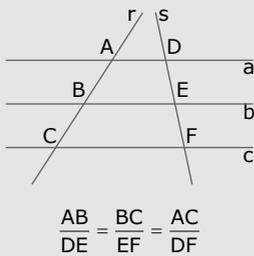
Incentro – Bissetrizes



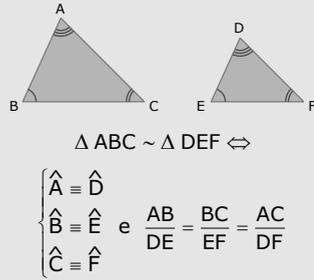
Circuncentro – Mediatrizes



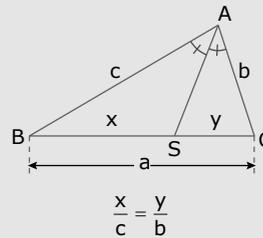
Teorema de Tales



Semelhança de triângulos



Teorema da Bissetriz Interna



Comprimento da circunferência

$C = 2\pi r$

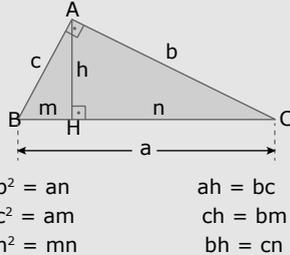
Soma dos ângulos internos de um polígono convexo

$S_i = (n - 2)180^\circ$

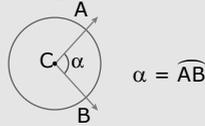
Diagonais de um polígono convexo

$d = \frac{n(n-3)}{2}$

Relações métricas do triângulo retângulo



Ângulo central



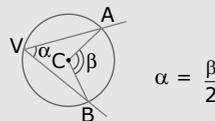
Ângulo central

$a_c = \frac{360^\circ}{n}$

Ângulo interno

$a_i = \frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$

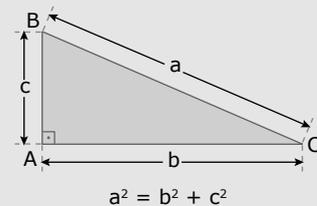
Ângulo inscrito



Ângulo externo

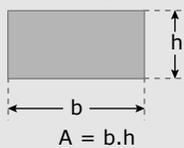
$a_e = \frac{S_e}{n} = \frac{360^\circ}{n}$

Teorema de Pitágoras

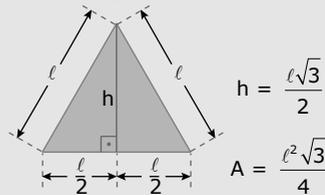


ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

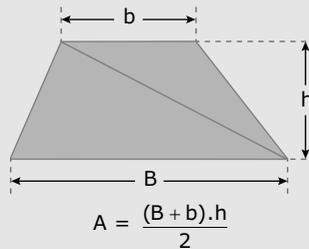
Retângulo:



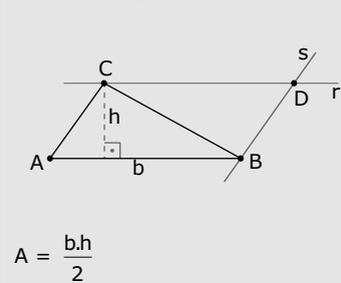
Triângulo equilátero:



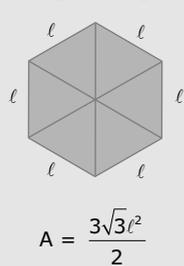
Trapézio:



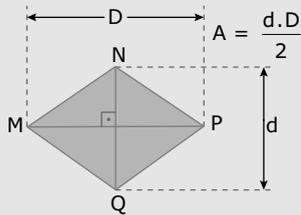
Triângulo qualquer:



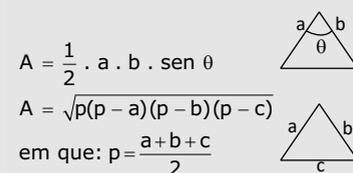
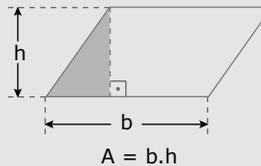
Hexágono regular



Losango:



Paralelogramo:



GEOMETRIA ESPACIAL

Soma dos ângulos de todas as faces de um poliedro convexo

$$S = (V - 2) \cdot 360^\circ$$

Relação de Euler

$$V - A + F = 2$$

Prismas

$A_T = A_\ell + 2 \cdot A_B$
 $V = A_B \cdot h$

Cubo

$A_T = 6a^2$
 $V = A^3$
 $d = a\sqrt{3}$

Cilindros

$A_\ell = 2\pi r h$
 $A_T = 2\pi r (h + r)$
 $V = \pi r^2 h$

Paralelepípedo

$A_T = 2(ab + ac + bc)$
 $V = a \cdot b \cdot c$
 $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Tronco de pirâmide

$\frac{H}{h} = \frac{L}{\ell} = k$ $\frac{A_B}{a_b} = k^2$ $\frac{V}{v} = k^3$ $V_T = \frac{h}{3} [A_B + \sqrt{A_B \cdot a_b} + a_b]$

Pirâmide

$A_T = A_\ell + A_B$
 $V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h$
 $a_p^2 = h^2 + a_b^2$
 $L^2 = h^2 + R^2$

Esfera

$A = 4\pi R^2$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Raio da seção da esfera

$$r^2 = R^2 - d^2$$

Cone

$A_\ell = \pi \cdot r \cdot g$ $A_T = \pi r (g + r)$
 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $g^2 = h^2 + r^2$
 $\theta = \frac{2\pi r}{g}$ rad ou $\theta = \frac{360r}{g}$ graus

Tronco de um cone

$\frac{H}{h} = \frac{R}{r} = k$
 $\frac{A_B}{a_b} = k^2$
 $\frac{V}{v} = k^3$
 $V_T = \frac{\pi h}{3} [R^2 + Rr + r^2]$

Volume da cunha esférica

$$V_{\text{Cunha}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (\alpha \text{ em graus}) \quad \text{ou} \quad V_{\text{Cunha}} = \frac{\alpha 2R^3}{3} \quad (\alpha \text{ em radianos})$$

Área do fuso de uma esfera

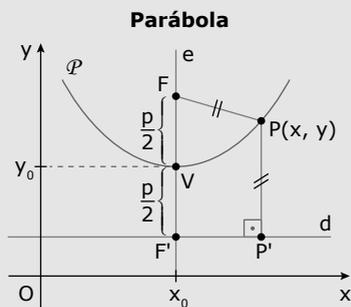
$$A_{\text{FUSO}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 4\pi R^2 \quad (\alpha \text{ em graus})$$

ou

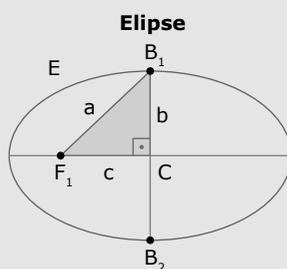
$$A_{\text{FUSO}} = \alpha \cdot 2R^2 \quad (\alpha \text{ em radianos})$$

MATEMÁTICA

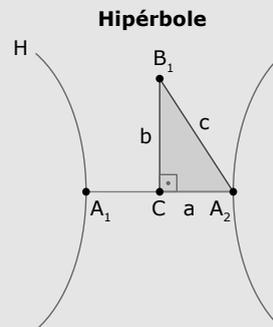
CÔNICAS



Equação reduzida
 $(x - x_0)^2 = -2p(y - y_0)$



Excentricidade $e = \frac{c}{a}$ ($0 < e < 1$) **Equação reduzida**
 $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$



Excentricidade $e = \frac{c}{a}$ ($e > 1$) **Equação reduzida**
 $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

GEOMETRIA ANALÍTICA

Coefficiente angular

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Condição de perpendicularidade

$$r \perp s \Leftrightarrow m_r \cdot m_s = -1 \Leftrightarrow m_r = -\frac{1}{m_s}$$

Equação da reta

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

ou

$$\begin{vmatrix} x_a & y_a & 1 \\ x_b & y_b & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Equação da circunferência de centro (a, b) e raio r

Reduzida:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Normal:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

Área de um triângulo de vértices A, B e C

$$S = \frac{1}{2} |D|$$

em que, $D = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$

Distância de um ponto (x_0, y_0) à reta ax + by + c = 0

$$d(P, r) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Tg do ângulo entre duas retas

$$\text{tg } \varphi = \left| \frac{m_r - m_s}{1 + m_r \cdot m_s} \right|$$

Condição de paralelismo

$$r \parallel s \Leftrightarrow m_r = m_s$$

MATEMÁTICA FINANCEIRA E ESTATÍSTICA

Juros simples

$$J = C \cdot i \cdot t$$

Juros Compostos

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

Variância

$$\frac{d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2}{n}$$

Desvio padrão

$$\sigma = \sqrt{V}$$

PROGRESSÕES

Dada uma P.A.
(..., a, b, c, ...), então
$$b = \frac{a+c}{2}$$

Razão de uma P.A.
$$r = a_{n+1} - a_n$$

P.A. com 3 termos
(a - r, a, a + r)

Soma dos termos de uma P.A.
$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

Dada uma P.G.
(..., a, b, c, ...), então
$$b^2 = ac$$

Termo geral de uma P.A.
$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

P.G. com 3 termos
$$\left(\frac{a}{q}, a, a \cdot q\right)$$

Soma de infinitos termos de uma P.G.
$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q},$$

para $-1 < q < 1$

Razão de uma P.G.
$$q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

Termo geral de uma P.G.
$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Soma dos n termos de uma P.G.
$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

Produtos de n termos de uma P.G.
$$P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}}$$

COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE

Fatorial:
$$n! = n(n - 1)(n - 2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$0! = 1$$

Arranjo simples:
$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Permutação simples:
$$P_n = n!$$

Probabilidade de um evento complementar:
$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

Probabilidade de um evento:
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)}$$

Combinação simples:
$$C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)! \cdot p!}, n \geq p$$

Permutação circular:
$$PC_n = (n - 1)!$$

Multiplicação de probabilidades:
$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

Probabilidade de k resultados favoráveis em n ensaios:
$$P = C_{n,k} \cdot (P_f)^k \cdot (1 - P_f)^{n-k}$$

Permutação com repetição:
$$P_{n(a_1, a_2, \dots, a_k)} = \frac{n!}{\alpha_1! \alpha_2! \dots \alpha_k!}$$

Combinação com repetição:
$$C_{n,r} = \binom{n+r-1}{r}$$

Adição de probabilidades:
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Probabilidade condicional:
$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

<p>Binômio de Newton</p> $(x + a)^n = \binom{n}{0} \cdot x^n \cdot a^0 + \binom{n}{1} \cdot x^{n-1} \cdot a^1 + \binom{n}{2} \cdot x^{n-2} \cdot a^2 + \dots$ $+ \binom{n}{n-1} \cdot x^1 \cdot a^{n-1} + \binom{n}{n} \cdot x^0 \cdot a^n$ <p>Que pode ser escrito na forma: $(x + a)^n = \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} \cdot x^{n-p} \cdot a^p$</p>	<p>Termo geral do binômio (x+a)ⁿ</p> $T_{p+1} = \binom{n}{p} \cdot x^{n-p} \cdot a^p$	<p>Número binomial</p> $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$
<p>Relação de Stiffel</p> $\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}, \text{ em que } n \geq p.$		

EXPONENCIAL E LOGARITMO

<p>Equação Exponencial</p> <p>Se $a^x = a^y$, então $x = y$ $0 < a \neq 1$</p>	<p>Cologaritmo</p> $\text{colog}_a b = -\log_a b = \log_a \left(\frac{1}{b}\right)$	<p>Definição de logaritmo</p> $\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x, \text{ com } a, b > 0 \text{ e } a \neq 1$
<p>Mudança de base</p> $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a},$ <p>sendo $\log_c a \neq 0$</p>	<p>Conseqüências da definição</p> $\log_a a = 1$ $\log_a 1 = 0$ $\log_a a^k = k$ $a^{\log_a b} = b$	<p>Propriedades dos logaritmos</p> $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c;$ $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c;$ $\log_a b^\alpha = \alpha \cdot \log_a b, \text{ com } \alpha \in \mathbb{R};$

MATRIZES E DETERMINANTES

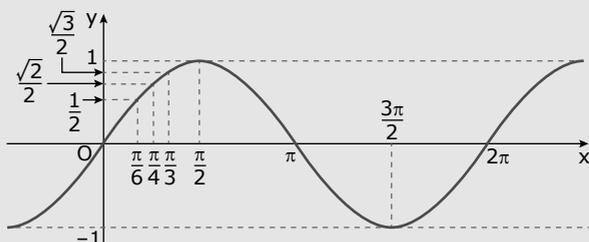
<p>Propriedades da matriz transposta</p> <p>i) $(A + B)^t = A^t + B^t$</p> <p>ii) $(\alpha \cdot A)^t = \alpha \cdot A^t$</p> <p>iii) $(A^t)^t = A$</p> <p>iv) $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$</p>	<p>Propriedades de multiplicação de matrizes</p> <p>i) Associativa $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$</p> <p>ii) Distributiva à esquerda $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$</p> <p>iii) Distributiva à direita $(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$</p>	<p>Propriedades da matriz inversa</p> <p>i) $(A^{-1})^{-1} = A$</p> <p>ii) $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$</p> <p>iii) $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$</p>
<p>Definição de marizes inversas</p> $A_{n \times n} \cdot A^{-1}_{n \times n} = A^{-1}_{n \times n} \cdot A_{n \times n} = I_{n \times n}$	<p>Cofator ou complemento algébrico</p> $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot D_{ij}$	

<p>Determinantes</p> <p>Matriz 1 x 1:</p> $\det A = a_{11}$ <p>Matriz 2 x 2:</p> $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}$	<p>Regra de Sarrus</p> <p>Matrix 3 x 3:</p> $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ $D = (a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32}) - (a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} + a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11} + a_{33} \cdot a_{21} \cdot a_{12})$	<p>Propriedades dos determinantes</p> $\det A = \det A^t$ $\det (k \cdot A) = k^n \cdot \det (A),$ <p>$n = n^\circ$ de linhas</p> $\det (I_n) = 1$ $\det (A \cdot B) = \det A \cdot \det B$ $\det A^{-1} = \frac{1}{\det A}$ <p>Se $D \neq 0$, então SPD.</p> <p>Se $D = 0$, então SPI ou SI.</p>
<p>Regra de Cramer</p> $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ Sejam: } D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ $D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} \text{ e } D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \text{ então, } x = \frac{D_x}{D} \text{ e } y = \frac{D_y}{D}$		

TRIGONOMETRIA

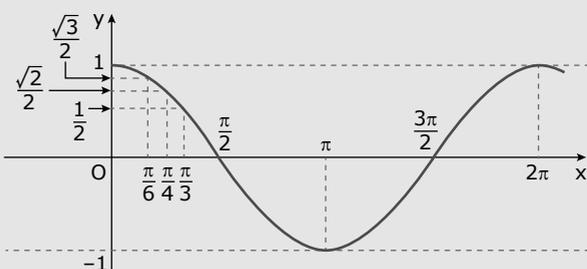
Função Seno

sen α = ordenada de P
 sen $(\alpha + 2k\pi) = \text{sen } \alpha, k \in \mathbb{Z}$



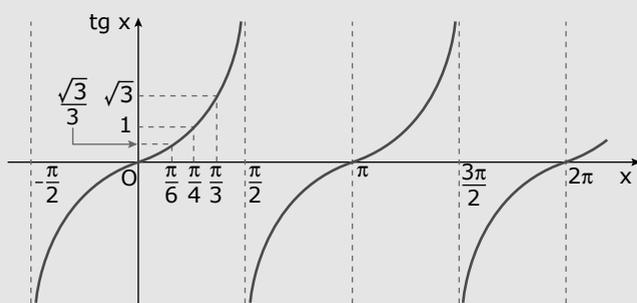
Função Cosseno

cos α = abscissa de P
 cos $(\alpha + 2k\pi) = \text{cos } \alpha, k \in \mathbb{Z}$



Função tangente

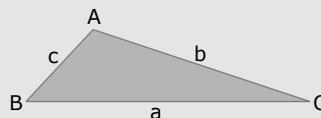
$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha}$$



Tg (a + b) e tg (a - b) e tg 2x

$$\text{tg}(a + b) = \frac{\text{tg } a + \text{tg } b}{1 - \text{tg } a \cdot \text{tg } b} \quad \text{tg}(a - b) = \frac{\text{tg } a - \text{tg } b}{1 + \text{tg } a \cdot \text{tg } b} \quad \text{tg } 2x = \frac{2 \cdot \text{tg } x}{1 - \text{tg}^2 x}$$

Lei dos cossenos



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \hat{C}$$

Relações trigonométricas

$$\text{sen} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = \text{cos } x$$

$$\text{cos} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = \text{sen } x$$

$$\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$$

$$1 + \text{tg}^2 \alpha = \text{sec}^2 \alpha$$

$$1 + \text{cotg}^2 \alpha = \text{cossec}^2 \alpha$$

Senos e cossenos da soma e da diferença entre dois arcos

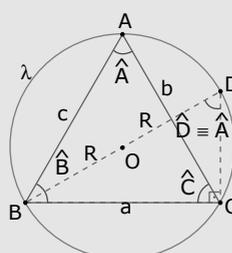
$$\text{sen}(a + b) = \text{sen } a \cdot \text{cos } b + \text{sen } b \cdot \text{cos } a$$

$$\text{sen}(a - b) = \text{sen } a \cdot \text{cos } b - \text{sen } b \cdot \text{cos } a$$

$$\text{cos}(a + b) = \text{cos } a \cdot \text{cos } b - \text{sen } a \cdot \text{sen } b$$

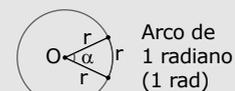
$$\text{cos}(a - b) = \text{cos } a \cdot \text{cos } b + \text{sen } a \cdot \text{sen } b$$

Lei dos senos



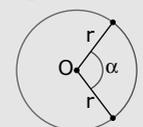
$$\frac{a}{\text{sen } \hat{A}} = \frac{b}{\text{sen } \hat{B}} = \frac{c}{\text{sen } \hat{C}} = 2R$$

Radiano



$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} \approx 57,32^\circ$$

Ângulos e arcos



$$2\pi R = 2\pi \text{Rad}$$

$$\ell = \alpha r$$

$$\alpha = \frac{\ell}{r} \text{ rad}$$

NÚMEROS COMPLEXOS

Propriedade fundamental

$$i^2 = -1$$

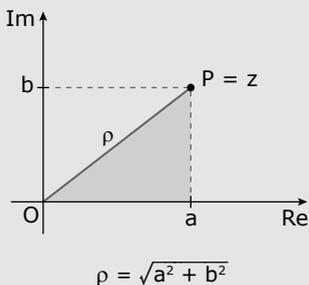
Potências de i

$$\begin{aligned} i^0 &= 1 \\ i^1 &= i \\ i^2 &= i \cdot i = -1 \\ i^3 &= i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i \\ i^4 &= (i^2)^2 = (-1)^2 = 1 \end{aligned}$$

Igualdade

$$a + bi = c + di \Leftrightarrow a = c \text{ e } b = d$$

Módulo de um número complexo



Divisão na forma trigonométrica

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \cdot \text{sen}(\varphi_1 - \varphi_2)]$$

Multiplicação na forma trigonométrica

$$z_1 \cdot z_2 = \rho_1 \cdot \rho_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \cdot \text{sen}(\varphi_1 + \varphi_2)]$$

Radiciação (2ª Fórmula de De Moivre)

$$z_k = \sqrt[n]{\rho} \left(\cos\left(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) \right), k \in \mathbb{Z}$$

Conjugado de z

$$z = a + bi \Leftrightarrow \bar{z} = a - bi$$

Adição

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

Subtração

$$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$$

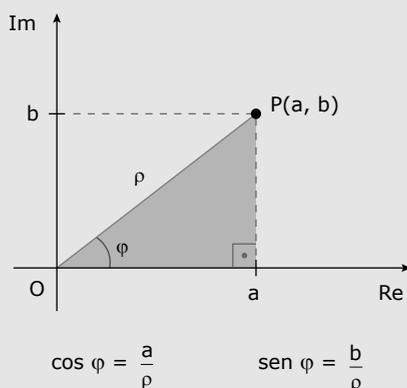
Multiplicação

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

Divisão

$$z = \frac{a + bi}{c + di} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{(bc - ad)}{c^2 + d^2}i$$

Argumento de um número complexo



Propriedades dos complexos conjugados

- i) $\bar{\bar{z}} = z$
- ii) $\bar{z} = z \Leftrightarrow z \in \mathbb{R}$
- iii) $z + \bar{z} = 2 \text{Re}(z)$
- iv) $z - \bar{z} = 2i \text{Im}(z)$
- v) $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$
- vi) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$
- vii) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}, (z_2 \neq 0)$
- viii) $\overline{(z^n)} = (\bar{z})^n, n \in \mathbb{N}$

Propriedade dos módulos de números complexos

- i) $|z| \geq 0, \forall z \in \mathbb{C}$
- ii) $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0 + 0i$
- iii) $z \cdot \bar{z} = |z|^2$
- iv) $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$
- v) $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}, (z_2 \neq 0)$
- vi) $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

Forma trigonométrica de um número complexo

$$z = \rho(\cos \varphi + i \cdot \text{sen } \varphi) \text{ ou } |z|(\cos \varphi + i \cdot \text{sen } \varphi)$$

Potenciação (1ª Fórmula de De Moivre)

$$z^n = \rho^n [\cos(n\varphi) + i \cdot \text{sen}(n\varphi)]$$