## Exercícios Dissertativos

1. (2001) A hipotenusa de um triângulo retângulo está contida na reta $r : y = 5x - 13$, e um de seus catetos está contido na reta $s : y = x - 1$. Se o vértice onde está o ângulo reto é um ponto da forma $(k, 5)$ sobre a reta $s$, determine

   **a)** todos os vértices do triângulo;

   **b)** a área do triângulo.

---

2. (2002) Sejam A= $(0, 0)$, B= $(8, 0)$ e C= $(-1, 3)$ os vértices de um triângulo e D= $(u, v)$ um ponto do segmento $\overline{\text{BC}}$. Sejam E o ponto de intersecção de $\overline{\text{AC}}$ com a reta que passa por D e é paralela ao eixo dos y e F o ponto de intersecção de AC com a reta que passa por D e é paralela ao eixo dos x.

   **a)** Determine, em função de $u$, a área do quadrilátero AEDF.

   **b)** Determine o valor de $u$ para o qual a área do quadrilátero AEDF é máxima.

---

3. (2003)

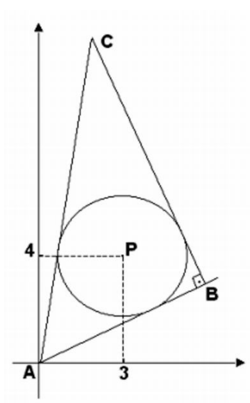
   **a)** A reta r passa pela origem do plano cartesiano e tem coeficiente angular m>0 . A circunferência C passa pelos pontos (1,0) e (3,0) e tem centro no eixo $x$. Para qual valor de m a reta r é tangente a C?

   **b)** Suponha agora que o valor de m seja menor que aquele determinado no item anterior. Calcule a área do triângulo determinado pelo centro de C e pelos pontos de intersecção de r com C.

---

4. (2004)

   Na figura ao lado, os pontos A, B e C são vértices de um triângulo retângulo, sendo $\widehat{\text{B}}$ o ângulo reto. Sabendo-se que A=(0,0), B pertence à reta $x - 2y = 0$ e P=(3,4) é o centro da circunferência inscrita no triângulo ABC, determinar as coordenadas




   **a)** do vértice B.

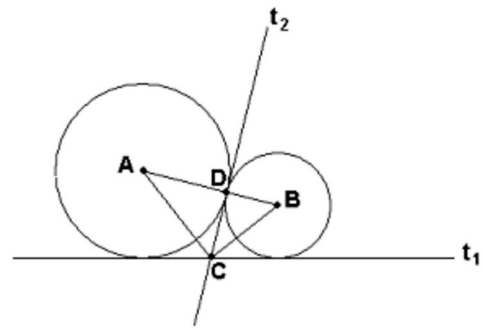
   **b)** do vértice C.

5. (2005)

A figura representa duas circunferências de raios $R$ e $r$ com centros nos pontos A e B, respectivamente, tangenciando-se externamente no ponto D. Suponha que:

**a)** As retas $t_1$ e $t_2$ são tangentes a ambas as circunferências e interceptam-se no ponto C.

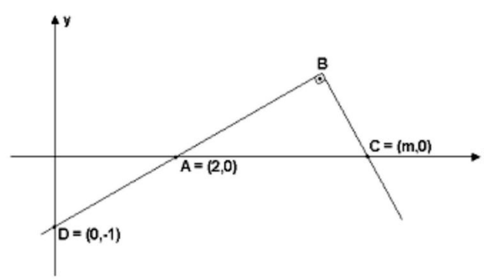
**b)** A reta $t_2$ é tangente às circunferências no ponto D. Calcule a área do triângulo ABC, em função dos raios $R$ e $r$.




---

6. (2005)

Na figura abaixo A, B e D são colineares e o valor da abscissa m do ponto C é positivo. Sabendo-se que a área do triângulo retângulo ABC é $\frac{5}{2}$, determine o valor de m.




---

7. (2006) A reta s passa pela origem O e pelo ponto A do primeiro quadrante. A reta r é perpendicular à reta s, no ponto A, e intercepta o eixo x no ponto B e o eixo y no ponto C. Determine o coeficiente angular de s se a área do triângulo OBC for o triplo da área do triângulo OAB.

---

8. (2006)

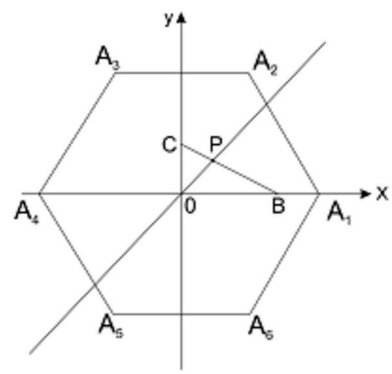
**a)** Determine os pontos A e B do plano cartesiano nos quais os gráficos de $y = \frac{12}{x} - 1$ e $x + y - 6 = 0$ se interceptam.

**b)** Sendo O a origem, determine o ponto C no quarto quadrante que satisfaz $A\widehat{O}B = A\widehat{C}B$ e que pertence à reta $x = 2$.

9. (2007)

Na figura ao lado, os pontos $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$, $A_5$, $A_6$ são vértices de um hexágono regular de lado 3 com centro na origem O de um sistema de coordenadas no plano. Os vértices $A_1$ e $A_4$ pertencem ao eixo x. São dados também os pontos B=(2,0) e C=(0,1).

Considere a reta que passa pela origem O e intersecta o segmento BC no ponto P, de modo que os triângulos OPB e OPC tenham a mesma área. Nessas condições, determine




**a)** a equação da reta OP.

**b)** os pontos de interseção da reta OP com o hexágono.

---

10. (2008) São dados, no plano cartesiano de origem O, a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 5$, o ponto P=$(1,\sqrt{3})$ e a reta s que passa por P e é paralela ao eixo y. Seja E o ponto de ordenada positiva em que a reta s intercepta a circunferência. Assim sendo, determine

**a)** a reta tangente à circunferência no ponto E.

**b)** o ponto de encontro das alturas do triângulo OPE.

---

11. (2009) No plano cartesiano $Oxy$, a circunferência **C** tem centro no ponto $A = (-5, 1)$ e é tangente à reta $t$ de equação $4x - 3y - 2 = 0$ em um ponto $P$. Seja ainda $Q$ o ponto de intersecção da reta $t$ com o eixo $Ox$. Assim:

**a)** Determine as coordenadas do ponto $P$.

**b)** Escreva uma equação para a circunferência **C**.

**c)** Calcule a área do triângulo $APQ$.

---

12. (2010)

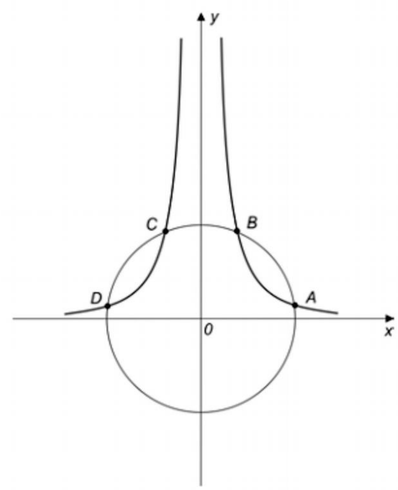
No sistema ortogonal de coordenadas cartesianas $Oxy$ da figura, estão representados a circunferência de centro na origem e raio 3, bem como o gráfico da função

$$y = \frac{\sqrt{8}}{|x|}$$

Nessas condições, determine

**a)** as coordenadas dos pontos $A, B, C, D$ de interseção da circunferência com o gráfico da função.

**b)** a área do pentágono $OABCD$.




---

13. (2014) Considere a circunferência $\lambda$ de equação cartesiana $x^2 + y^2 - 4y = 0$ e a parábola $\alpha$ de equação $y = 4 - x^2$.

**(a)** Determine os pontos pertencentes à interseção de $\lambda$ com $\alpha$.

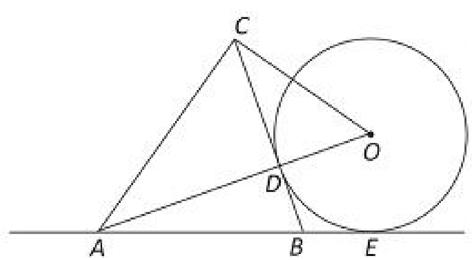
**(b)** Desenhe, no par de eixos dado na página de respostas, a circunferência $\lambda$ e a parábola $\alpha$. Indique, no seu desenho, o conjunto dos pontos (x,y) que satisfazem, simultaneamente, as inequações $x^2 + y^2 - 4y \leq 0$ e $y \geq 4 - x^2$.

---

14. (2015) Na figura, na página de respostas, a circunferência de centro em $O$ e raio $r$ tangencia o lado $\overline{BC}$ do triângulo $ABC$ no ponto $D$ e tangencia a reta $\overline{AB}$ no ponto $E$. Os pontos $A$, $D$ e $O$ são colineares, $AD = 2r$ e o ângulo $\widehat{ACO}$ é reto. Determine, em função de ,$r$

**(a)** a medida do lado $\overline{AB}$ do triângulo $ABC$;

**(b)** a medida do segmento $\overline{CO}$.



15. (2016) No plano cartesiano Oxy, a circunferência $C$ tem centro no ponto $P = (2, 1)$, e a reta $t$ é tangente a $C$ no ponto $Q = (-1, 5)$.

    **a)** Determine o raio da circunferência $C$.

    **b)** Encontre uma equação para a reta $t$.

    **c)** Calcule a área do triângulo $PQR$, sendo $R$ o ponto de interseção de $t$ com o eixo Ox.