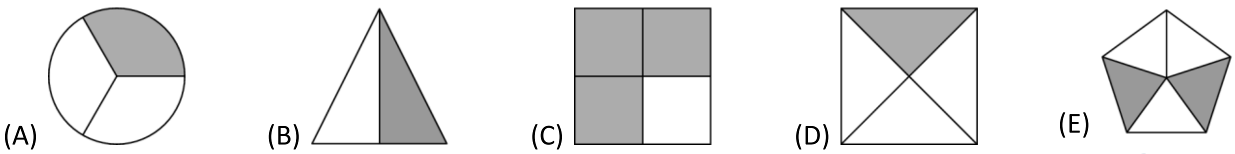
Canguru de Matemática Brasil – 2015 – Nível B - Respostas

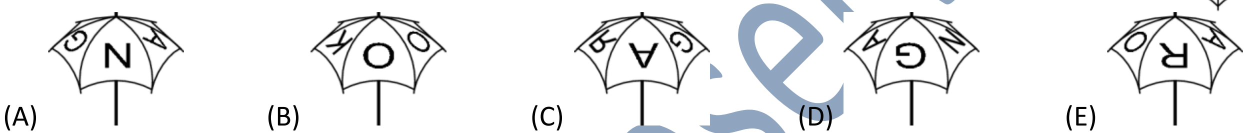
Problemas de 3 pontos

1. Qual das figuras a seguir está pintada pela metade?

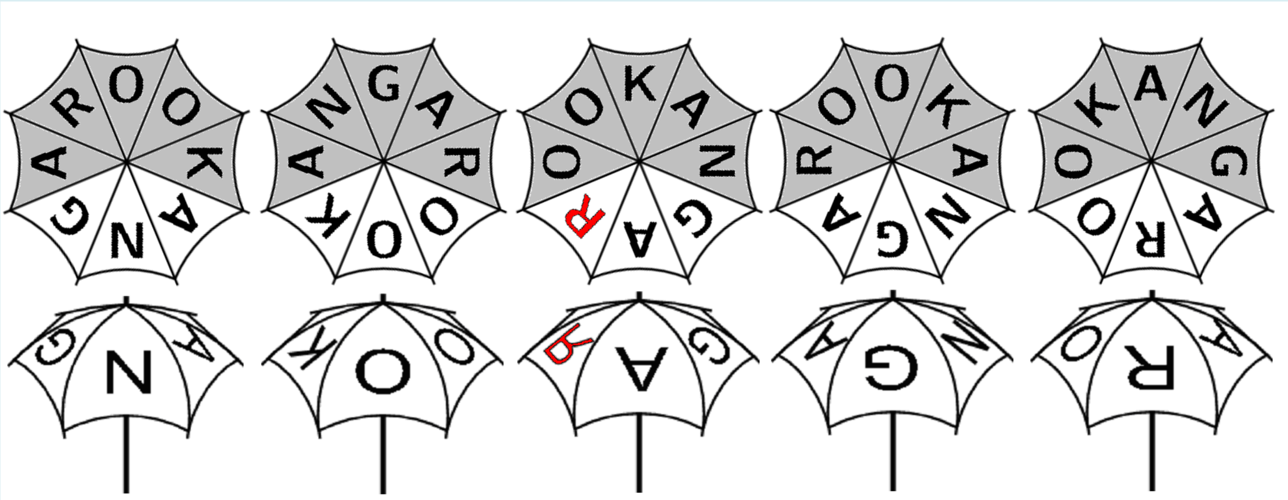


1. Alternativa B
Cada uma das figuras está dividida em partes iguais pelos segmentos, logo nas alternativas de A e E, foram pintados 1/3, 1/2, 3/4, 1/4 e 2/5 da figura, respectivamente .

2. Quando Gabriel esteve na Austrália, comprou um guarda-chuva que, aberto, mostrava a palavra *canguru*, em inglês, conforme figura ao lado. Qual das figuras abaixo não mostra o mesmo guarda-chuva?

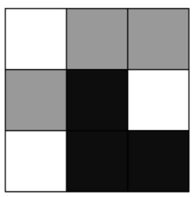


2. Alternativa C



O guarda-chuva da alternativa C tem a letra R invertida. As demais figuras representam o mesmo guarda-chuva .

3. Simão pintou nove quadrados, alguns de branco, outros de cinza e outros de preto, conforme figura ao lado. Pelo menos quantos quadrados deverá pintar novamente, para evitar quadrados vizinhos (quadrados com um lado comum) de mesma cor?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

3. Alternativa A
Inicialmente há dois quadrados cinzas e três pretos vizinhos. Pintando o terceiro quadrinho da primeira linha de preto e o segundo quadradinho da terceira linha de cinza, os quadrados citados não terão mais a mesma cor e não haverá novos quadrados vizinhos de mesma cor.

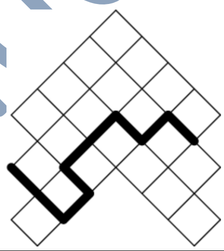
4. Dona Júlia tem dez galinhas, das quais cinco botam um ovo todo dia e as restantes botam um ovo a cada dois dias. Quantos ovos essas dez galinhas botam em dez dias?

(A) 10 (B) 25 (C) 50 (D) 60 (E) 75

4. Alternativa E
As cinco galinhas que botam um ovo por dia, em dez dias botam 10 x 5 = 50 ovos. As galinhas que botam ovo a cada dois dias, nesses dez dias botam 5 x 5 = 25 ovos. Todas elas juntas botam 50 + 25 = 75 ovos.

5. A figura ao lado é formada por quadradinhos com 4 cm^2 de área cada um. Qual é o comprimento da linha destacada nessa figura?

(A) 16 cm (B) 18 cm (C) 20 cm (D) 21 cm (E) 23 cm



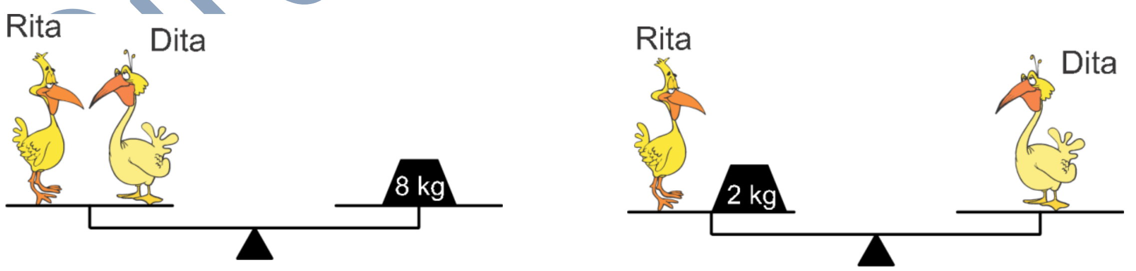
5. Alternativa B
Se a área dos quadradinhos é 4 cm^2, seus lados medem $\sqrt{4}=2$ cm. O comprimento da linha destacada corresponde ao comprimento de 9 lados, ou seja, 9 x 2 = 18 cm.

6. Qual das frações a seguir tem valor menor do que 2?

(A) $\frac{19}{8}$ (B) $\frac{20}{9}$ (C) $\frac{21}{10}$ (D) $\frac{22}{11}$ (E) $\frac{23}{12}$

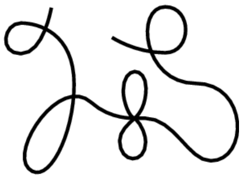
6. Alternativa E
Dobrando o valor do denominador, devemos obter um número maior do que o numerador. É o caso da fração $\frac{23}{12}$, pois 12 x 2 > 23.

7. Qual é o peso de Dita?



(A) 2 kg (B) 3 kg (C) 4 kg (D) 5 kg (E) 6 kg

7. Alternativa D
Dita pesa 2 kg mais do que Rita, logo podemos trocar Dita por Rita mais um peso de 2 kg na primeira balança. Se o peso de Rita for R, então $R+(R+2)=8 \Leftrightarrow R=3$ kg. Portanto, Dita pesa $3+2=5$ kg.

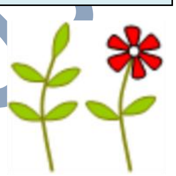


8. Com uma lente de aumento, Pedro examina o pedaço de fio à direita. Qual das figuras abaixo não irá aparecer na lente?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

8. Alternativa E

Os pontos nos quais o fio se cruza, indo da ponta esquerda para a ponta direita, são , , , . Portanto, não irá aparecer na lente a figura 



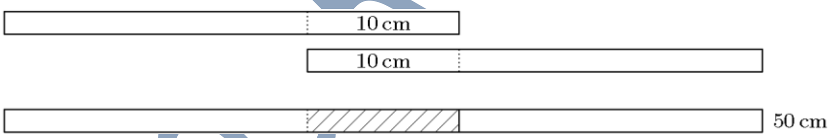
9. As plantas no jardim de dona Aurora têm ou cinco folhas ou então duas folhas e uma flor. No total, há seis flores e 32 folhas. Quantas plantas há?

(A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 15 (E) 16

9. Alternativa A

Como há seis flores, há seis plantas com duas folhas, totalizando 6 x 2 = 12 folhas. Como há 32 folhas, temos 32 – 12 = 20 e 20:5 = 4. Portanto, há 6 + 4 = 10 plantas no jardim de dona Aurora.

10. Alice tem quatro tiras de papel de mesmo comprimento. Ela cola duas tiras como na figura, com 10 cm de sobreposição e obtém uma tira de 50 cm de comprimento. Se ela quiser colar as outras duas tiras da mesma maneira, para obter uma tira de 56 cm, de quanto deve ser a sobreposição?



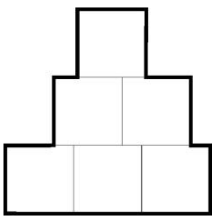
(A) 4 cm (B) 6 cm (C) 8 cm (D) 10 cm (E) 12 cm

10. Alternativa A

Na tira de 50 cm, como há 10 cm de sobreposição, sobram 50 – 10 = 40 cm sem sobreposição. Como as duas partes livres são iguais, cada uma delas tem 40 : 2 = 20 cm. Logo, cada tira original tem 20 + 10 = 30 cm.

Para colar duas dessas tiras e obter uma de 56 cm, a sobreposição deve ser de (30 + 30) – 56 = 4 cm.

Problemas de 4 pontos



11. Teca usou seis quadrados de lado 1 cm para desenhar a figura ao lado. Qual é o perímetro (contorno em linha mais grossa) dessa figura?

(A) 9 cm (B) 10 cm (C) 11 cm (D) 12 cm (E) 13 cm

11. Alternativa D
O perímetro de cada quadrado é de 4 cm. A soma dos perímetros dos seis quadrados é 6 x 4 = 24 cm. Ao juntar os quadrados como na figura, desaparecem 6 lados comuns dos quadrados, equivalendo a um comprimento total de 6 x 2 = 12 cm (cada junção corresponde a dois lados). Portanto, a diferença 24 – 12 = 12 cm é o perímetro do contorno da figura.

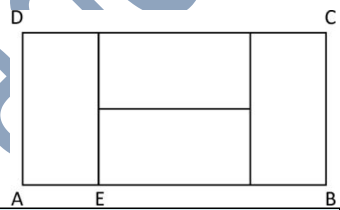
12. Todo dia Maria escreve a data e calcula a soma dos algarismos escritos. Por exemplo, no dia 19 de março ela escreve 19/3 e calcula 1 + 9 + 3 = 13. Ao longo deste ano, qual é a maior soma que ela irá achar?

(A) 7 (B) 13 (C) 15 (D) 19 (E) 20

12. Alternativa E
O maior algarismo da dezena dos dias dos meses é 2 e o maior das unidades é 9. O mês com maior soma dos algarismos é o mês 9. A maior soma é 2 + 9 + 9 = 20.

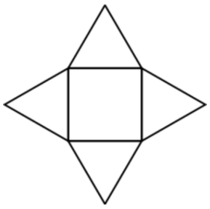
13. O retângulo ABCD é formado por quatro retângulos iguais. Se o segmento AE mede 1 cm, qual é o comprimento do segmento AD?

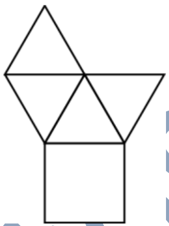
(A) 0,5 cm (B) 1 cm (C) 2 cm (D) 3 cm (E) 4 cm

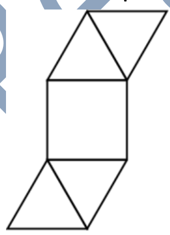


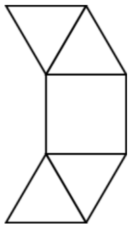
13. Alternativa C
Os retângulos são iguais e sua largura é 1 cm. A figura mostra que o comprimento equivale a duas larguras, ou seja, AD = 1 + 1 = 2cm.

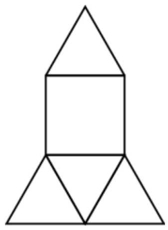
14. Qual dos desenhos abaixo não é a planificação de uma pirâmide?


(A)

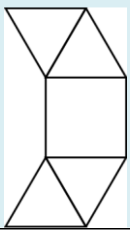

(B)


(C)


(D)


(E)

14. Alternativa D
Na figura ao lado, os dois triângulos à esquerda irão sobrepor-se, quando as dobras para a montagem da pirâmide forem feitas. Além disso, ficará um buraco triangular no lugar da face lateral direita.



15. Na Rua do Pulo, há somente nove casas, uma ao lado da outra. Em cada casa vive pelo menos uma pessoa. Em duas casas vizinhas vivem no máximo seis pessoas nas duas casas. Qual é o maior número possível de pessoas que moram na Rua do Pulo?

(A) 23 (B) 25 (C) 27 (D) 29 (E) 31

15. Alternativa D
Se agruparmos as oito primeiras casas em quatro pares, temos que no máximo $6 \times 4 = 24$ pessoas vivem nestas oito casas. Falta saber quantas pessoas podem morar na nona casa.
A oitava e nona casa juntas têm no máximo seis pessoas. Como a oitava casa não pode ficar vazia, então há no máximo cinco pessoas morando na nona casa e no total há no máximo $24 + 5 = 29$ pessoas morando na Rua do Pulo. O exemplo a seguir mostra como distribuir essas 29 pessoas entre as nove casas.

5	1	5	1	5	1	5	1	5

16. Lúcia e sua mãe nasceram ambas em janeiro. Hoje, dia 19 de março de 2015, Lúcia soma o ano de seu nascimento com o ano do nascimento de sua mãe e também com sua idade e com a idade de sua mãe. Qual é o resultado dessa soma?

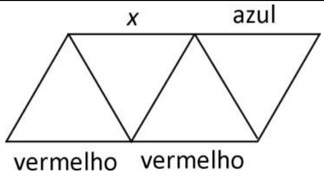
(A) 4028 (B) 4029 (C) 4030 (D) 4031 (E) 4032

16. Alternativa C
A idade de uma pessoa em anos, depois de seu aniversário, é igual à diferença entre o ano de seu último aniversário e o ano do seu nascimento. Assim, a idade de Lúcia é igual a 2015 – x e a idade de sua mãe é 2015 – y, sendo x e y os anos em que nasceram, respectivamente. Portanto, 2015 – x + 2015 – y + x + y = 4030.

17. A área de um retângulo é 12 cm^2 e as medidas dos seus lados são números naturais. Qual das medidas a seguir pode ser o perímetro desse retângulo?

(A) 20 cm (B) 26 cm (C) 28 cm (D) 32 cm (E) 48 cm

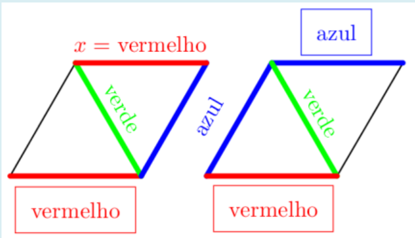
17. Alternativa B
A área do retângulo é igual ao produto das medidas dos seus lados. Se a área é 12 e as medidas são números naturais, então essas medidas são os fatores dos produtos 12 x 1, 2 x 6 e 3 x 4. Logo, os perímetros correspondentes a essas medidas são 2 x (12 + 1) = 26, 2 x (2 + 6) = 16 e 2 x (3 + 4) = 14.



18. Cada um dos nove segmentos da figura pode ser pintado de azul, verde ou vermelho, desde que cada triângulo tenha seus lados com três cores diferentes. Alguns segmentos já foram pintados, conforme a figura. Qual cor pode ser usada para pintar o segmento indicado com x?

(A) somente azul (B) somente verde (C) somente vermelho
(D) azul ou vermelho (E) nenhuma delas, pois não é possível pintar conforme o enunciado

18. Alternativa C
O lado comum aos dois triângulos à direita só pode ser pintado de verde. Desses dois, aquele cuja base já estava pintada de vermelho, só pode ter o lado esquerdo pintado de azul. Nos dois triângulos da esquerda, o lado comum só pode ser pintado de verde. Portanto, o lado marcado com x pode ser pintado somente de vermelho.

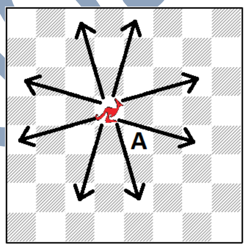


19. Numa sacola há três goiabas verdes, cinco goiabas amarelas, sete peras verdes e duas peras amarelas. Simão vai tirar uma fruta depois da outra, sem olhar para dentro da sacola. Simão irá parar de tirar frutas quando tiver em mãos uma goiaba e uma pera de mesma cor. Pelo menos quantas frutas ele deverá estar preparado para retirar?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

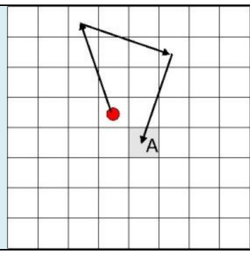
19. Alternativa E
No pior caso, Simão tirará da sacola todas as goiabas de uma cor e todas as peras da outra cor, antes de retirar uma goiaba ou pera da mesma cor das anteriores. Como as goiabas amarelas e as peras verdes estão em maior número (5 e 7, respectivamente), então Simão deve estar preparado para retirar não mais que 5 + 7 + 1 = 13 frutas.

20. Num novo tipo de jogo de xadrez, a peça canguru só pode ser movimentada três quadrados verticalmente e um horizontalmente ou então, três quadrados horizontalmente e um verticalmente, como na figura. Qual é o número mínimo de movimentos desta peça para ir da sua atual posição na figura, até o quadrado com a letra A?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

20. Alternativa B
Certamente dois movimentos não bastam (desenhe todas as flechas que chegam até A e verifique que suas origens não coincidem com nenhuma das pontas das flechas que saem do Canguru). Portanto, os três movimentos mostrados na figura são o mínimo.



Problemas de 5 pontos

21. Na adição ao lado, letras iguais representam o mesmo algarismo e letras diferentes representam algarismos diferentes. Qual é o algarismo representado pela letra X ?

$$\begin{array}{r} X \\ +\quad X \\ YY \\ \hline ZZZ \end{array}$$

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

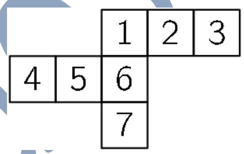
21. Alternativa E
Temos $X+X+Y\leq 9+9+8=26$ e $Y+2\leq 9+2=11$, assim na soma das unidades temos no máximo um "vai 2" e na soma das dezenas temos no máximo um "vai 1". Como $Z\neq 0$, então Z só pode ser 1. Como X + X é menor do que 20 e é par, YY é um número ímpar e maior do que 111 – 20 = 91, logo Y = 9. Assim, 2X = 111 – 99 = 12, ou seja, X = 6.

22. Gina comprou três brinquedos. Pelo primeiro ela pagou metade do que tinha mais um real. Pelo segundo, ela pagou metade do que sobrou mais dois reais. Pelo terceiro, ela pagou metade do resto do seu dinheiro, mais três reais. Ela gastou todo seu dinheiro na compra desses três brinquedos. Quanto Gina tinha?

(A) R$ 34,00 (B) R$ 36,00 (C) R$ 45,00 (D) R$ 65, 00 (E) R$ 100,00

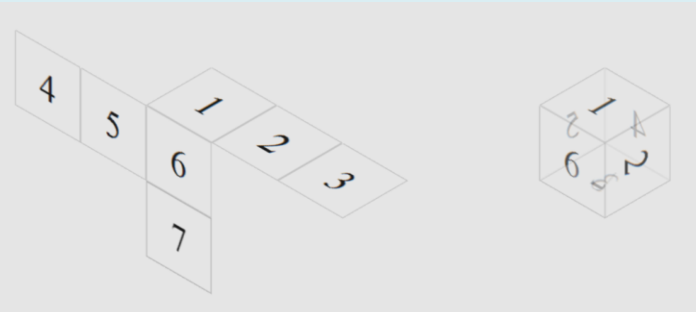
22. Alternativa A
Sejam x, y, z as quantias que Gina tinha antes de comprar o primeiro, segundo e terceiro brinquedos, respectivamente. Como Gina gastou todo o seu dinheiro, então após comprar o terceiro brinquedo, ela gastou tudo o que tinha (z reais). Assim, $\frac{z}{2}+3=z \Leftrightarrow z=6$ reais.
Após comprar o segundo brinquedo, ela fica com metade do que tinha antes menos 2 reais, logo $\frac{y}{2}-2=6 \Leftrightarrow y=16$ reais. E após comprar o primeiro brinquedo, ela fica com metade do que tinha inicialmente menos 1 real, logo $\frac{x}{2}-1=16 \Leftrightarrow x=34$ reais.

23. Luísa quer montar um cubo a partir de sua planificação em uma folha de papel. Por engano, ela desenhou em sua folha de planificação sete quadrados em vez de seis quadrados, conforme indicado na figura. Qual desses quadrados ela deve retirar, de modo que a figura continue uma única peça que possa ser dobrada para formar um cubo?



(A) somente o 4 (B) somente o 7 (C) somente 3 ou 4 (D) somente 3 ou 7 (E) somente 3, 4 ou 7

23. Alternativa D
Inicialmente, note que apenas as faces 3, 4 e 7 podem ser removidas antes de remontar o cubo. Tentando remontá-los com todas as faces, percebemos que apenas as faces 3 e 7 se sobrepõem, sendo as outras 5 necessárias para montar o cubo. Assim, podemos remover apenas uma das faces 3 ou 7.



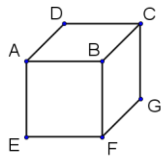
24. Multiplica-se o número 100 por 2 ou por 3. Em seguida, o resultado é aumentado de 1 ou de 2. Finalmente, o novo resultado é dividido por 3 ou por 4. Se o resultado final é um número natural, qual é este número?
(A) 50 (B) 51 (C) 67 (D) 74 (E) 101

24. Alternativa C
100 x 2 = 200 e 100 x 3 = 300; 200 + 1 = 201, 200 + 2 = 202, 300 + 1 = 301 e 300 + 2 = 302. Desses quatro números, nenhum é divisível por 4 e apenas 201 é divisível por 3. Temos 201 : 3 = 67.

25. No número de quatro algarismos *ABCD*, os algarismos *A*, *B*, *C* e *D* estão em ordem crescente da esquerda para a direita. Qual é a maior diferença possível $BD-AC$ entre os números de dois algarismos *BD* e *AC*?
(A) 16 (B) 50 (C) 56 (D) 61 (E) 86

25. Alternativa D
Para que $BD-AC$ seja o maior número possível, devemos primeiro obter o maior *B* possível e o menor *A* possível, que no caso será $A=1$ e $B=7$. Com isso, temos $C=8$, $D=9$ (pois $A>B>C>D$) e o maior valor para $BD-AC$ é $79-18=61$.

26. Maria escreve um número em cada face de um cubo. Depois, escreve em cada vértice a soma dos números das faces que têm este vértice comum. Por exemplo, para o vértice B ela soma os números das faces BCDA, BAEF e BFGC. Maria obtém para os vértices *C*, *D* e *E* as somas 14, 16 e 24, respectivamente. Qual número ela irá obter para o vértice *F*?



(A) 15 (B) 19 (C) 22 (D) 24 (E) 26

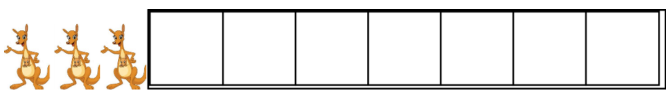
26. Alternativa C
Os vértices *C* e *D* têm duas faces comuns: a face de cima e a face de trás. Portanto, a diferença entre suas somas é a diferença entre o número escrito na face lateral esquerda e o número escrito na face lateral direita, igual a 16 – 14 = 2. Os vértices *E* e *F* têm duas faces comuns também: a face da frente e a face de baixo. Logo, a diferença entre suas somas é igual à diferença entre o número escrito na face lateral esquerda e o número escrito na face lateral direita. Assim, se *x* é o número escrito no vértice *F* e 24 é o número escrito no vértice *E*, então $24 - x = 2 \Leftrightarrow x = 22$.

27. Um trem tem 12 vagões de passageiros. Os vagões têm o mesmo número de cabines. Miguel está viajando no terceiro vagão e na 18ª cabine a partir da locomotiva. Júlia está acomodada no 7º vagão e na 50ª cabine a partir da locomotiva. Quantas cabines há em cada vagão?

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

27. Alternativa B
Seja *x* o número de cabines por vagão. Se Miguel está no terceiro vagão, ele pode estar na primeira cabine, que teria o número 2x + 1 ou na última cabine, que tem o número 3x. Como ele está na cabine de número 18, podemos afirmar que $2x + 1 \le 18 \le 3x \Leftrightarrow 2x + 1 \le 18$ e $18 \le 3x \Leftrightarrow 6 \le x \le 8,5$. Assim, *x* = 6 ou *x* = 7 ou *x* = 8. Mas Júlia está no sétimo vagão, na cabine de número 50. Logo,
$6x + 1 \le 50 \le 7x \Leftrightarrow 6x + 1 \le 50$ e $50 \le 7x \Leftrightarrow \frac{50}{7} = 7,14\ldots \le x \le \frac{49}{6} = 8,17\ldots$. Logo, *x* = 8. Das duas desigualdades, concluímos que o número de cabines por vagão é 8.

28. De quantas maneiras diferentes você pode alojar os três cangurus em três células diferentes, de modo que não fiquem em células vizinhas?



(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

28. Alternativa D
Vamos calcular inicialmente de quantas maneiras podemos colocar 3 cangurus nas casas, sem nenhuma restrição: para o primeiro há 7 possibilidades, para o segundo 6 e para o terceiro 5. Como podemos permutar a posição dos cangurus, já que são indistinguíveis, tal número é igual a $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2} = 35$. Supondo agora que 2 cangurus estejam vizinhos e separados do terceiro, há dois casos a considerar: a) os 2 juntos estão em uma extremidade da fila: para cada extremidade o terceiro canguru tem uma de 4 casas para ser colocado. Portanto, há 2 x 4 = 8 possibilidades de serem alojados; b) os 2 juntos não estão nas extremidades: neste caso o terceiro canguru pode ficar em uma de 3 casas. Neste caso, há 4 x 3 = 12 possibilidades.
Se os três cangurus estiverem juntos, poderão ser alojados de 5 formas diferentes. Assim, o número total de maneiras em que os cangurus podem ser alojados, sem serem vizinhos é 35 – 8 – 12 – 5 = 10.

29. As distâncias entre todos os pares de pontos escolhidos dentre quatro pontos diferentes em uma reta, em ordem crescente, são: $2, 3, k, 11, 12, 14$. Qual é valor de k?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

29. Alternativa E

Há dois pontos vizinhos de distância 2 (pois é a menor das distâncias) e a distância entre o primeiro e o quarto ponto é 14 (a maior das distâncias). Se a distância 3 não for entre pontos vizinhos, então deveria haver dois pontos com distância $3-2=1$, absurdo. Portanto, há um segmento de medida $14-2-3=9$, pois dentro do segmento de medida 14, há 3 segmentos menores e já determinamos a medida de dois deles (2 e 3), logo $k=9$. A seguir, há um exemplo, em que todas as distâncias entre os pontos são, em ordem crescente, 2, 3, 9, 11, 12 e 14:

30. Breno usou cubinhos de lado 1 para construir um cubo de lado 4. Em seguida, pintou de vermelho três faces e de azul as demais faces do cubo maior, de modo a não haver nenhum cubinho com três faces vermelhas. Quantos cubinhos têm faces de cor azul e também de cor vermelha?

(A) nenhum (B) 8 (C)12 (D) 24 (E) 32

30. Alternativa D

Para não haver cubinhos com três faces vermelhas, as três faces do cubo que foram pintadas de vermelho não possuem um vértice comum, conforme indicado na figura. Os cubinhos que têm faces de duas cores estão sobre as arestas de encontro entre faces vermelhas e azuis. Na figura vemos que 8 das 12 arestas do cubo são encontro de uma face vermelha com uma azul. Como cada aresta tem 4 cubinhos e os 8 cubinhos sobre os vértices estão sobre 2 das 8 arestas citadas, temos que o total de cubinhos com faces azuis e vermelhas são $4 \cdot 8 - 8 = 24$.