



05. As idades de Ana, Beto e Cris somam 31 anos. Dentro de 3 anos, qual será a soma de suas idades?

- (A) 32      (B) 34      (C) 35      (D) 37      (E) 40

**05. Resposta: alternativa E**

Cada um dos três irá ficar 3 anos mais velho. Portanto, a soma das idades irá aumentar  $3 \times 3 = 9$  anos. A soma será então  $31 + 9 = 40$ .

06. Qual é o algarismo que deve ser escrito em cada quadradinho na igualdade  $\square\square \times \square = 176$ , de modo que o produto do número de dois algarismos pelo número de um algarismo seja correto?

- (A) 4      (B) 6      (C) 7      (D) 8      (E) 9

**06. Resposta: alternativa A**

Como o final do produto é 6 e os dois números multiplicados têm algarismos das unidades iguais, vemos que o algarismo a ser escrito é 4 ou 6. Temos  $44 \times 4 = 176$  e  $66 \times 6 = 396$ . O algarismo é 4.

07. Miguel deve tomar um comprimido a cada 15 minutos. Se ele tomar o primeiro às 11h05min, a que horas ele deverá tomar o quarto comprimido?

- (A) 11h40min      (B) 11h50min      (C) 11h55min      (D) 12h      (E) 12h05min

**07. Resposta: alternativa B**

Miguel toma o primeiro comprimido e começa a contar o tempo. Portanto, vai tomar o quarto comprimido dentro de 45 minutos, ou seja, às 11h 50min.

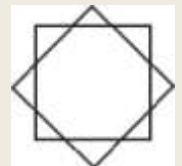
08. Ao desenhar duas circunferências, Tomás obteve a figura ao lado, na qual podemos ver três regiões. Qual é o número máximo de regiões que Tomás poderá obter quando ele desenhar dois quadrados?



- (A) 4      (B) 6      (C) 7      (D) 8      (E) 9

**08. Resposta: alternativa E**

Os lados de cada um dos quadrados podem cortar o outro quadrado em no máximo dois pontos. Desenhando os quadrados de modo que isto aconteça, obtemos o número máximo de regiões, que é 9.

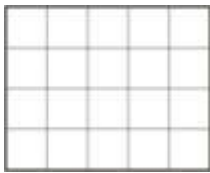


09. O número 36 tem a propriedade de que é divisível pelo algarismo das unidades, já que 36 é divisível por 6. Já o número 38 não tem essa propriedade, pois 38 não é divisível por 8. Quantos números maiores do que 20 e menores do que 30 possuem essa propriedade?

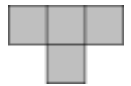
- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6

**09. Resposta: alternativa C**

Números entre 20 e 30 divisíveis pelo algarismo das unidades: 21, 22, 24, 25.



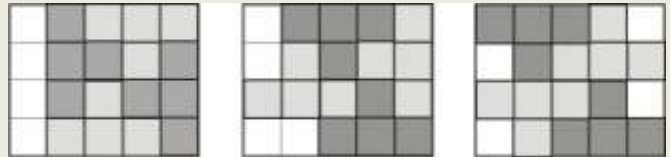
10. Ana tem muitas peças cinzentas, compostas de quatro quadrinhos de lado 1 cm, como na figura à direita. Ela quer colocar essas peças sobre o retângulo de 4 cm de largura por 5 cm de comprimento, à esquerda, coincidindo os quadrados cinzentos com os quadrados do retângulo, sem sobreposição de quadrados cinzentos. Qual é o maior número possível de peças que Ana conseguirá colocar?



- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6

**10. Resposta: alternativa C**

O retângulo tem 20 quadrinhos e cada peça tem 4 quadrinhos, mas é impossível colocar 5 peças. De fato, se pintarmos os quadrinhos do retângulo de preto e branco, em quadriculado, cada peça ocupa três quadrinhos de uma cor e uma da outra. Assim, se fosse possível colocar 5 peças, elas ocupariam quantidades diferentes de quadrinhos de cada cor, o que contradiz o fato de o retângulo ter 10 quadrinhos de cada cor. Colocar 4 peças é possível, conforme exemplos ilustrados.



*Problemas de 4 pontos*

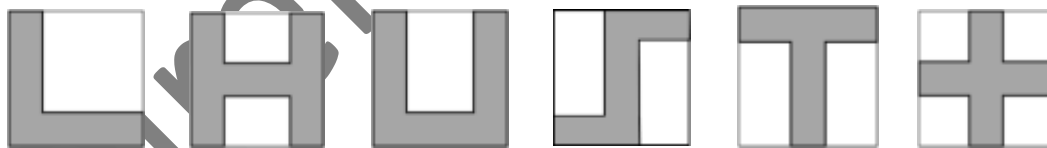
11. Qual das peças a seguir cobre o maior número de bolinhas pretas da tabela ao lado?

- (A)      (B)      (C)      (D)      (E)

**11. Resposta: alternativa C**

Conte as quantidades de bolinhas de cada peça em uma diagonal e na outra. Por exemplo, a peça na alternativa A tem quatro peças em uma diagonal e duas na outra, como mostra a figura ao lado. Deste modo, a peça pode cobrir no máximo 4 bolinhas pretas. Fazendo a mesma contagem para as outras alternativas achamos 4 e 3 para B, 5 e 1 para C, 4 e 4 para D e 3 e 3 para E. Assim, a que cobre mais bolinhas pretas é a peça na alternativa C (5 no total).

12. Maria desenhou várias figuras cinzentas em folhas quadradas iguais. Essas figuras são formadas por linhas paralelas aos lados dos quadrados, conforme observamos abaixo:



Quantas dessas figuras têm o mesmo perímetro que a folha em que foram desenhadas?

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6

**12. Resposta: alternativa C**

Se as linhas que compõem a figura estiverem sobre os lados do quadrado ou puderem ser transladadas até esses lados, completando o quadrado sem sobreposições, então a figura tem o mesmo perímetro da folha. Isto não ocorre com a segunda e a terceira figuras da esquerda para a direita. Logo, com o mesmo perímetro da folha, há 4 figuras.

13. Mateus voltou da pescaria. Se ele tivesse pescado três vezes o número de peixes que ele de fato pescou, ele teria 12 peixes mais do que trouxe. Quantos peixes ele pescou?

- (A) 3      (B) 4      (C) 5      (D) 6      (E) 7

**13. Resposta: alternativa D**

Se  $x$  é o número de peixes que Mateus pescou de fato, então  $3x = x + 12 \Leftrightarrow 3x - x = 12 \Leftrightarrow 2x = 12 \Leftrightarrow x = 6$ .

14. Ana anda de baideta à tarde com velocidade constante. Ela olhou para o seu relógio no início e no fim do passeio, obtendo os tempos indicados no esquema acima. Qual das figuras a seguir mostra o ponteiro dos minutos do relógio no momento em que Ana completa um terço de seu caminho?



- (A) (B) (C) (D) (E)

**14. Resposta: alternativa D**

Ana começou o passeio às 13h30min e o terminou às 15h30min, isto é, andou duas horas ou 120 minutos.

Ana completa um terço do seu percurso em  $\frac{120}{3} = 40$  minutos. No início do passeio, o ponteiro dos minutos está na marca dos 30 minutos e 40 minutos depois, o ponteiro estará na marca dos 10 minutos.

15. Carlos fez uma montagem de várias torres com cubos. O esquema ao lado é uma representação da construção vista de cima, onde o número em cada célula é a quantidade de cubos empilhados naquela célula. Se Carlos olhar de frente para a construção, que forma ele irá observar?

FUNDO			
4	2	3	2
3	3	1	2
2	1	3	1
1	2	1	2
FRENTE			

- (A) (B) (C) (D) (E)

**15. Resposta: alternativa E**

Olhando de frente, Carlos vê à sua esquerda a torre mais alta, de altura 4. No meio vê as duas torres de altura 3 e, à direita, vê a torre de altura 2.

dir. 

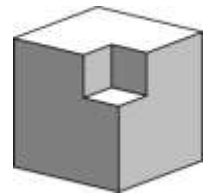
4	3	3	2
---	---	---	---

 esq.

FUNDO			
4	2	3	2
3	3	1	2
2	1	3	1
1	2	1	2
FRENTE			

16. Numa eleição, todos os cinco candidatos tiveram votações diferentes, num total de 36 votos. O vencedor recebeu 12 votos e o último colocado recebeu 4 votos. Quantos votos recebeu o segundo colocado na eleição?

- (A) 8      (B) 8 ou 9      (C) 9      (D) 9 ou 10      (E) 10



**16. Resposta: alternativa B**

A soma do número de votos dos três candidatos intermediários é  $36 - 12 - 4 = 20$ . Desses três, o menos votado não pode ter recebido 6 votos, pois se isto tivesse ocorrido, os outros dois juntos devem receber pelo menos  $7 + 8 = 15$ , e os três receberiam pelo menos 21 votos, o que não é possível. Logo, o quarto colocado recebeu 5 votos, restando para o terceiro e segundo 15 votos. Com  $15 = 7 + 8 = 6 + 9$ , concluímos que o segundo colocado recebeu 8 ou 9 votos.

17. De um cubo de aresta 3 cm, retiramos de um dos cantos um cubo menor, de aresta 1 cm, conforme indicado na figura. Qual será o número de faces do sólido obtido ao se retirar também dos demais cantos do cubo maior um cubo menor?

- (A) 16      (B) 20      (C) 24      (D) 30      (E) 36

**17. Resposta: alternativa D**

O cubo original tem seis faces e oito vértices. Ao tirar um cubinho de um vértice, surgem três novas faces. Portanto, se retirarmos oito cubinhos, o número total de faces será  $6 + 8 \times 3 = 30$ .

18. Qual é a quantidade de conjuntos de dois números naturais de dois algarismos cuja diferença é 50? Por exemplo,  $\{25, 75\} = \{75, 25\}$  é um desses conjuntos.

- (A) 10      (B) 30      (C) 40      (D) 50      (E) 60

**18. Resposta: alternativa C**

Temos  $60 - 10 = 61 - 11 = 62 - 12 = 99 - 49$ . Assim, o minuendo varia de 60 a 99, o que dá um total de  $99 - 60 + 1 = 40$  números naturais (a quantidade de subtraendos é a mesma). Portanto, o número de conjuntos diferentes com a propriedade destacada é 40.

19. No final de um campeonato de futebol regional, houve muitos gols. Já no primeiro tempo, seis gols haviam sido marcados, com o time visitante à frente do marcador. No segundo tempo, o time da casa marcou três gols e acabou vencendo o jogo. Quantos gols o time da casa fez nesta partida?

- (A) 3      (B) 4      (C) 5      (D) 6      (E) 7

**19. Resposta: alternativa C**

A tabela ao lado mostra as possibilidades no primeiro tempo e no segundo tempo. A única combinação que satisfaz às características do jogo é aquela em que o time visitante faz 4 gols e o da casa 2, no primeiro tempo, e o visitante não marca no segundo tempo e o da casa marca 3. Portanto, o time da casa fez 5 gols no total.

1º tempo		2º tempo	
Visitante	Casa	Visitante	Casa
6	0	2	3
5	1	1	3
4	2	0	3

20. Foram escritos números em uma tabela  $4 \times 4$  de tal forma que a diferença entre números escritos em casas vizinhas (casas com lados comuns) diferem de uma unidade. Os números 3 e 9 aparecem na tabela, com o 3 na posição indicada na figura. Quantos números diferentes devem aparecer nesta tabela?

3			

- (A) 4                      (B) 5                      (C) 6                      (D) 7                      (E) 8

**20. Resposta: alternativa D**

É possível fazer os valores crescerem de 2 unidades numa diagonal. Com isso completamos o tabuleiro, conforme mostrado na figura. Aparecem os números inteiros de 3 a 9, num total de 7 números.

3	4	5	6
4	5	6	7
5	6	7	8
6	7	8	9

*Problemas de 5 pontos*

21. Arnaldo, Bruno e Carlos sempre mentem. Cada um deles possui uma bola vermelha ou uma bola verde. Arnaldo diz: “Minha bola é da mesma cor que a bola de Bruno”, Bruno diz: “Minha bola é da mesma cor que a bola de Carlos” e Carlos fala: “Exatamente dois de nós temos bolas vermelhas”. Qual das afirmações a seguir é verdadeira?

- (A) A bola de Arnaldo é verde.  
 (B) A bola de Bruno é verde.  
 (C) A bola de Carlos é vermelha.  
 (D) Arnaldo e Carlos têm bolas de cores diferentes.  
 (E) Nenhuma das sentenças anteriores é verdadeira.

**21. Resposta: alternativa A**

Como Arnaldo é mentiroso, a sua bola tem cor diferente da bola de Bruno. Bruno também é mentiroso, logo sua bola tem cor diferente da bola de Carlos. Carlos mente, logo não é verdade que dois deles tenham bolas vermelhas. Logo, Bruno tem bola de cor diferente das bolas dos outros dois e pelo menos dois deles tem bolas verdes. Portanto, Arnaldo tem bola verde, Bruno tem bola vermelha e Carlos tem bola verde.

22. Inscreveram-se 66 gatas para o concurso Miss Gata 2013. Depois do primeiro teste, 21 gatas foram eliminadas, pois falharam na caça ao rato. Das gatas que restaram, 27 tinham listras e 32 tinham uma orelha preta. Todas as gatas listradas e com uma orelha preta chegaram ao final do concurso. Qual foi o número mínimo de finalistas?

- (A) 5                      (B) 7                      (C) 13                      (D) 14                      (E) 27

**22. Resposta: alternativa D**

Depois da eliminação sobraram  $66 - 21 = 45$  gatas. Restaram 27 listradas e 32 com orelha preta, mas como  $27 + 32 = 59$ , concluímos que pelo menos  $59 - 45 = 14$  tinham ambas as características. Logo, o número de finalistas foi pelo menos 14.

23. De mãos dadas, 40 meninos e 28 meninas formam um círculo, olhando para o centro do mesmo. Exatamente 18 meninos dão a sua mão direita para uma menina. Quantos meninos dão a sua mão esquerda para uma menina?

- (A) 9                      (B) 14                      (C) 18                      (D) 20                      (E) 28

**23. Resposta: alternativa C**

Se exatamente 18 meninos dão a mão direita para uma menina, então os demais  $40 - 18 = 22$  dão a mão direita para um menino. Isso quer dizer que exatamente 22 meninos dão a mão esquerda para um menino, e logo os outros  $40 - 22 = 18$  meninos dão a mão esquerda para uma menina.

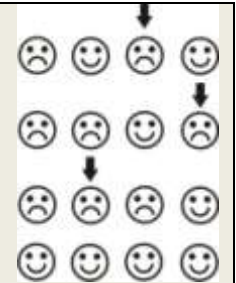
24. Num videogame infantil, há uma fila de quatro botões com carinhas, representada ao lado. Duas das carinhas são alegres e duas são tristes. Quando Aninha toca um desses botões, a carinha muda de expressão, isto é, se era triste fica alegre e vice-versa. Além disso, os botões vizinhos também mudam de expressão. Se as carinhas se apresentam inicialmente como na figura, no mínimo quantos toques Aninha deve dar para que todas as carinhas se mostrem alegres?



- (A) 2            (B) 3            (C) 4            (D) 5            (E) 6

**24. Resposta: alternativa B**

Com três toques é possível fazer todas as carinhas se mostrarem alegres: da esquerda para a direita, 1º toque: 3ª carinha, 2º toque, 4ª carinha e 3º toque, 2ª carinha. Com apenas dois toques não é possível fazer a transformação pedida, porque a penúltima configuração deve ter apenas duas carinhas tristes em um canto ou exatamente três carinhas tristes juntas e isto não pode ser conseguido depois de um único toque.



25. Um cubo pode ser construído com 4 cubos brancos e 4 cubos pretos, todos de mesmo tamanho. Quantos cubos diferentes podem ser construídos? Atenção: se ao girar um cubo ele ficar igual a outro cubo, então os cubos são iguais.

- (A) 6            (B) 7            (C) 8            (D) 12            (E) 16

**25. Resposta: alternativa B**

Diremos que dois cubinhos são *vizinhos* quando se tocarem em uma face. Como podemos girar o cubo, podemos supor que o cubinho no canto inferior esquerdo à frente é preto. Podemos também supor que esse cubinho C é o que tem mais vizinhos pretos. Vamos pensar nas possibilidades de posições dos três outros cubinhos.

- a) Os três outros cubinhos pretos podem ser vizinhos a ele: só há uma possibilidade.
- b) Ele tem exatamente dois vizinhos pretos: há quatro possibilidades para a posição do quarto cubinho preto (todos exceto vizinho a C).
- c) Ele tem exatamente um vizinho preto: como C tem a maior quantidade de vizinhos pretos, todo outro cubinho tem no máximo um vizinho preto. Isso quer dizer que todos os outros vizinhos desse par de cubinhos pretos vizinhos são brancos. Como são quatro vizinhos, já determinamos as posições de todos os cubinhos, e só há uma possibilidade.
- d) Ele não tem vizinhos pretos: então nenhum cubinho preto tem vizinhos pretos, e a única possibilidade é um cubo quadriculado.

Com isso, o total de possibilidades é  $1 + 4 + 1 + 1 = 7$ .

26. Quantos números inteiros de três algarismos são tais que, ao serem subtraídos de 297, transformam-se num número com os mesmos três algarismos na ordem inversa?

- (A) 6            (B) 7            (C) 10            (D) 60            (E) 70

**26. Resposta: alternativa D**

Seja  $ABC$  o número de três algarismos, temos  $ABC - 297 = CBA \Leftrightarrow 100A + 10B + C - 297 = 100C + 10B + A \Leftrightarrow A = C + 3$ . Como  $A$  é um algarismo, é no máximo 9, e  $C$  é no máximo 6. Assim,  $C$  pode ser igual a 1, 2, 3, 4, 5 ou 6,  $A$  é  $C + 3$  e  $B$  pode ser qualquer algarismo, incluindo 0, nos dando  $6 \times 10 = 60$  possibilidades.

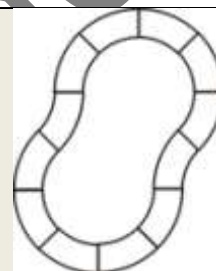
27. Carlinhos e seu pai resolveram brincar com uma antiga ferrovia de brinquedo. Carlinhos rapidamente montou um círculo com 8 peças iguais de trilhos, enquanto seu pai resolveu montar um outro caminho fechado, começando com 2 dessas mesmas peças colocadas de acordo com a figura ao lado. No mínimo, quantas peças irá precisar para fazer o seu circuito?



- (A) 6      (B) 7      (C) 8      (D) 12      (E) 16

**27. Resposta: alternativa D**

Cada uma das peças é um oitavo de uma coroa circular. Para ele fechar o circuito, deve colocar as peças numa das pontas de modo a formar um arco de círculo e na outra ponta uma peça de concavidade contrária para começar a formar outro arco de círculo. No final, uma peça conecta esses dois arcos, conforme mostrado na figura. O circuito será composto de 12 peças.



28. Havia 2013 habitantes numa ilha, alguns dos quais honestos, que sempre diziam a verdade e o restante, trapaceiros, que somente diziam mentiras. Todo dia um habitante da ilha dizia: “Depois de minha partida, o número de honestos na ilha será igual ao número de trapaceiros” e, em seguida, ia embora da ilha. Exatamente 2013 dias após esse evento diário, a ilha ficou desabitada. Quantos trapaceiros havia no começo?

- (A) 1 006      (B) 1 007      (C) 1 013      (D) 2 012      (E) 2 013

**28. Resposta: alternativa A**

O último a deixar a ilha só podia ser honesto, porque sobrou zero habitante e aí se pode dizer que o número de honestos é igual ao número de trapaceiros (se o último fosse trapaceiro, não seria verdade que esse número fosse igual). O penúltimo tinha que ser trapaceiro, pois após sua partida sobrou somente uma pessoa, que era honesta. O antepenúltimo tinha que ser honesto, pois ao sair sobrou um honesto e um trapaceiro. Vemos então que os manifestantes se alternaram, desde o primeiro que começou a falar. Este era honesto, pois ao sair da ilha sobraram 2012 habitantes, dos quais 1006 honestos e 1006 trapaceiros. Portanto, no início havia 1006 trapaceiros.



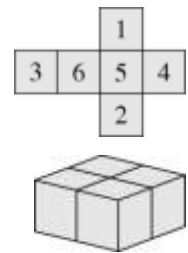
29. Começando com um conjunto de três números, a operação *muda-soma* cria um novo conjunto de três números iguais às somas de dois números do conjunto anterior. Por exemplo, aplicando a muda-soma ao conjunto  $\{3,4,6\}$  obtém-se o conjunto  $\{7,9,10\}$ . Se começarmos com o conjunto  $\{1,3,20\}$ , qual será a maior diferença entre dois elementos do conjunto obtido após 2013 aplicações sucessivas do muda-soma?

- (A) 1      (B) 2      (C) 17      (D) 19      (E) 2013

**29. Resposta: alternativa D**

No conjunto inicial  $\{1,3,20\}$  a maior diferença entre dois elementos é  $20 - 1 = 19$ . Aplicando a operação muda-soma nesse conjunto, obtemos  $\{4,21,23\}$  e a maior diferença entre dois elementos do conjunto obtido é  $23 - 4 = 19$  novamente. De fato, dado um conjunto qualquer  $\{x,y,z\}$  no qual  $x < y < z$ , a maior diferença entre dois elementos é  $z - x$ . Aplicando a operação muda-soma nesse conjunto obtemos o conjunto  $\{x+y, x+z, y+z\}$  no qual  $x+y < x+z < y+z$ , de modo que a maior diferença entre dois elementos deste conjunto é  $y+z - (x+y) = z - x$ . Em outras palavras, a maior diferença será a mesma nos dois conjuntos. Portanto, após a aplicação de 2013 operações muda-soma no conjunto  $\{1,3,20\}$ , a maior diferença entre dois elementos continuará sendo 19.

30. Alice constrói 4 cubos idênticos pintando números em suas faces de acordo com o modelo planificado ao lado. Em seguida, ela cola os cubos formando o bloco mostrado na figura inferior, tomando o cuidado de juntar faces com o mesmo número. Qual é o maior número que Alice pode obter, ao somar todos os números que aparecem em todas as faces?



- (A) 66      (B) 68      (C) 72      (D) 74      (E) 76

**30. Resposta: alternativa B**

Nos cubos, os pares de faces opostas são 1 e 2, 3 e 5 e 4 e 6. Para cada cubo, duas faces são ocultas. Elas podem ser as faces contendo 1 e 3, pois estas são vizinhas. Assim, as faces visíveis dos cubos apresentarão os números 2, 4, 5 e 6 e a soma deles é  $4 \times (2+4+5+6) = 68$ .