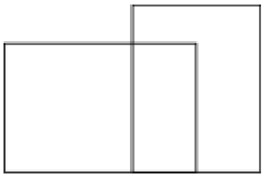
Canguru Brasil 2014 – Nível C - Soluções

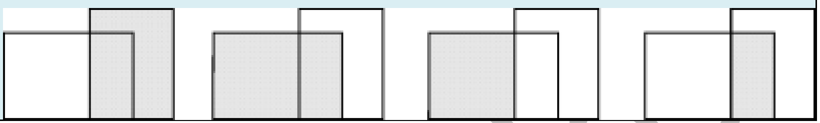
3 pontos

1. Quantos quadriláteros podem ser vistos na figura ao lado?



(A) Nenhum (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 5

1. Alternativa D
Podem ser vistos 4 quadriláteros na figura.

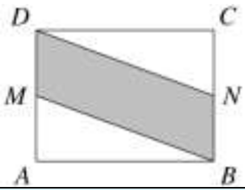


2. Qual é o valor da expressão $2014 \times 2014 \div 2014 - 2014$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2013 (D) 2014 (E) 4028

2. Alternativa A
$2014 \times 2014 \div 2014 - 2014 = 2014 \times 1 - 2014 = 0$.

3. No retângulo *ABCD* de área 10 cm^2, os pontos *M* e *N* são os pontos médios dos lados *AD* e *BC*, respectivamente. Qual é a área do quadrilátero *MBND*?



(A) 0,5 cm^2 (B) 2,5 cm^2 (C) 5 cm^2 (D) 7,5 cm^2 (E) 10 cm^2

3. Alternativa C
O paralelogramo *MBND* tem a mesma altura e metade da base do paralelogramo *ABCD*. Logo, tem a metade da área deste, ou seja, 5 cm^2.
Solução alternativa: os triângulos retângulos congruentes *CND* e *AMB* têm um cateto igual ao comprimento do retângulo *ABCD* e um cateto igual à metade da largura deste retângulo. Os dois juntos formam um retângulo cuja área é a metade do retângulo *ABCD*. Logo, a área da região cinza é igual a $10 - 5 = 5\,\text{cm}^2$.

4. O produto de dois números é 36 e sua soma é 37. Qual é a diferença entre eles?

(A) 1 (B) 4 (C) 10 (D) 26 (E) 35

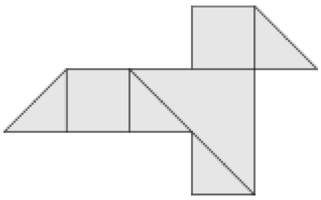
4. Alternativa E
Temos $xy = 36$ e $x + y = 37$. Como $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$, concluímos que
$(x-y)^2 = 37^2 - 4 \cdot 36 \Leftrightarrow (x-y)^2 = 1225 \Leftrightarrow |x-y| = \sqrt{1225} = 35$. A diferença entre os números é 35.

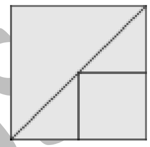
5. A cada ano, o concurso Canguru é realizado na terceira quinta-feira do mês de março. Qual é a possível data mais tardia para o concurso?

(A) 14 de março (B) 15 de março (C) 20 de março (D) 21 de março (E) 22 de março

5. Alternativa D
Para que a terceira quinta-feira de março seja a mais tardia possível, o primeiro dia de março deve ocorrer no dia da semana seguinte, isto é, na sexta-feira. Nesta primeira semana, a quinta-feira ocorrerá no dia 7. A segunda quinta-feira ocorrerá no dia 14 e a terceira quinta-feira, dia do Canguru, ocorrerá no dia 21.

6. Vera tem várias peças quadradas de papel, todas com área 4. Ela corta todas as peças em quadrados e triângulos retângulos, como mostrado na figura à direita. Em seguida, ela monta um "pássaro" com algumas dessas peças, conforme a figura ao lado. Qual é a área desta figura?





(A) 3 (B) 4 (C) 4,5 (D) 5,5 (E) 6

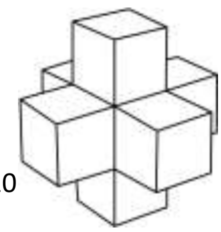
6. Alternativa E
Há três tipos de peças: triângulos de área igual à metade da área da folha, ou seja, 2, triângulos menores de área igual a um oitavo da área da folha, ou seja, 0,5 e quadrados de área igual a um quarto da área da folha, isto é, 1. Logo, o "pássaro" tem área igual a $4 \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 1 + 2 = 6$.

7. Uma lata estava com água pela metade. Joana despejou mais dois litros de água na lata, que passou a ter três quartos de sua capacidade contendo água. Qual é a capacidade da lata, em litros?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

7. Alternativa D
O aumento de dois litros corresponde a uma diferença no volume da lata igual a $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ da capacidade da lata que é, portanto, igual a $4 \times 2 = 8$ litros.

8. Jorge montou uma peça com sete cubinhos de aresta 1, mostrada ao lado. Quantos cubinhos mais ele terá que adicionar, de modo a obter um cubo de aresta 3?



(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20

8. Alternativa E
Um cubo de aresta três é composto de $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubinhos de aresta 1. A peça de Jorge tem 7 cubinhos. Logo, para completar o cubo, Jorge terá que adicionar 27 – 7 = 20 cubinhos.

9. Qual das seguintes multiplicações fornece o maior produto?

(A) 44×777 (B) 55×666 (C) 77×444 (D) 88×333 (E) 99×222

9. Alternativa B

$44\times777=4\times11\times7\times111=28\times11\times111$; analogamente,

$55\times666=30\times11\times111$

$77\times444=28\times11\times111$

$88\times333=24\times11\times111$

$99\times222=18\times11\times111$.

O maior produto é dado por 55×666.

4 pontos

10. O colar abaixo tem contas brancas e contas cinza-escuro. Ana quer separar somente cinco dessas contas escuras do colar tirando-as pelas extremidades do fio. Qual é o maior número de contas brancas que ela também poderá tirar?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

10. Alternativa E

Tirando a primeira preta à direita ela tira também duas brancas. A próxima preta a ser tirada poderá ser da direita ou da esquerda, pois em qualquer ponta sobrará uma branca. A esquerda é preferível, já que depois, ao ser tirada a terceira preta, poderão ser retiradas três brancas. Continuando à esquerda, são retiradas as duas últimas pretas mais duas brancas. Pela direita, somente uma branca seria retirada. Portanto, o maior número de contas brancas que podem ser retiradas é 2 + 1 + 3 + 2 = 8.

11. José tem aula de piano duas vezes por semana e Ana tem aula de piano a cada duas semanas, num curso de iniciação. Nesse curso, José teve 15 aulas mais do que Ana. Quantas semanas o curso de iniciação durou?

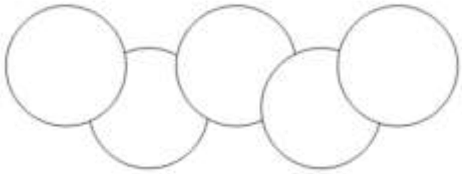
(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30

11. Alternativa A

Se x é o número de semanas do curso, então José teve $2x$ aulas e Ana, $\frac{x}{2}$ aulas. Logo,

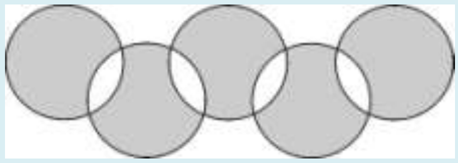
$2x-\frac{x}{2}=15 \Leftrightarrow 4x-x=30 \Leftrightarrow 3x=30 \Leftrightarrow x=10$. O curso teve duração de 10 semanas.

12. Na figura ao lado, cada círculo tem área de 1 cm^2. A área comum a cada dois círculos que se sobrepõem é de $\frac{1}{8}$ cm^2. Qual é a área da região coberta pela figura?



(A) 4 cm^2 (B) $\frac{9}{2}$ cm^2 (C) $\frac{35}{8}$ cm^2 (D) $\frac{39}{8}$ cm^2 (E) $\frac{19}{4}$ cm^2

12. Alternativa B



Há 5 círculos e 4 sobreposições, nas quais a região é coberta duas vezes pelos círculos. Portanto, a área total da região coberta é igual a $5\times1-4\times\frac{1}{8}=5-\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$ cm^2.

13. Neste ano, uma vovó, sua filha e sua neta têm 100 anos como soma de suas idades. A idade de cada uma delas é uma potência de dois. Quantos anos tem a neta?

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 16

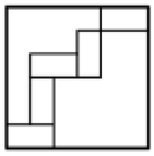
13. Alternativa C

As idades são potências de 2, diferentes. Um valor razoável para a idade da avó é a potência $2^6=64$ e metade disso para a filha, ou seja, 32. Como a soma desses dois valores é 96, resta para a neta a idade de 4 anos. Note que o próximo valor maior para a idade da avó é 128 e o menor é 32, impossíveis. Logo, a neta tem 4 anos.

Solução alternativa:

Todo número inteiro positivo pode ser representado de forma única como soma de potências de dois, distintas, dada pela base binária. Assim, $100_{10}=1100100_2=1000000_2+100000_2+100_2=2^6+2^5+2^2$.

14. Cinco retângulos iguais são colocados dentro de um quadrado de lado 24 cm, conforme ilustrado no desenho. Qual é a área de cada um desses cinco retângulos?



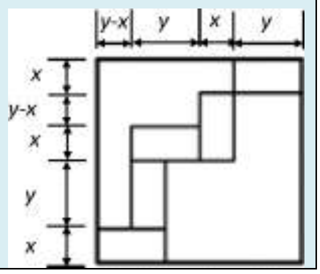
(A) 32 cm^2 (B) 24 cm^2 (C) 18 cm^2 (D) 16 cm^2 (E) 12 cm^2

14. Alternativa A

Os cinco retângulos iguais têm *x* cm de comprimento e *y* cm de largura. Considerando a direção horizontal, temos:

$(y-x)+y+x+y=24 \Leftrightarrow 3y=24 \Leftrightarrow y=8$. Na direção vertical, temos:

$x+(y-x)+x+y+x=24 \Leftrightarrow 2x+2y=24 \Leftrightarrow x+y=12$. Como *y* = 8, temos *x* = 12 – 8 = 4. Logo, a área de cada retângulo é $8\times4=32$ cm^2.

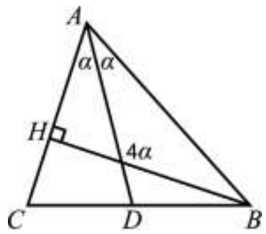


15. O coração e a flecha encontram-se inicialmente na situação indicada na figura ao lado. Eles começam a movimentar-se ao mesmo tempo: a flecha anda três posições no sentido horário e o coração anda quatro posições no sentido anti-horário e então param. Eles continuam a repetir essa mesma rotina muitas vezes. Depois de quantas rotinas o coração e a flecha se encontrarão pela primeira vez dentro de um mesmo triângulo?

(A) nunca (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

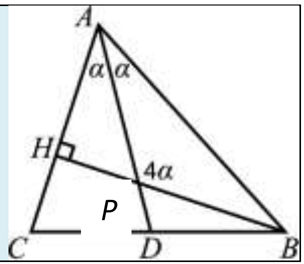
15. Alternativa A
Vamos tomar a posição do coração como referência. Então a posição da flecha é igual à posição do coração menos 3 posições no sentido horário. Podemos simbolizar esta situação por $pf_0 = pc_0 - 3$. Para cada rotina a flecha anda 3 posições no sentido horário e o coração anda 4 posições no sentido oposto. Na *k*-ésima rotina, a flecha terá andado 3*k* posições e o coração terá andado $-4k$ posições (o sinal negativo indica o sentido contrário do movimento do coração) e queremos que ambos fiquem na mesma posição, isto é, $pf_n = pc_n \Leftrightarrow pf_0 + 3k = pc_0 - 4k \Leftrightarrow pc_0 - 3 + 3k = pc_0 - 4k \Leftrightarrow k = \frac{3}{7}$. Como *k* é o número de rotinas, *k* é um inteiro positivo. Logo, é impossível que as duas figuras se encontrem numa mesma posição.

16. No triângulo *ABC* da figura, *BH* é altura relativa ao lado *AC* e *AD* é bissetriz do ângulo de vértice *A*. A medida do ângulo maior entre a altura e a bissetriz é quatro vezes a medida do ângulo *DÂB*, conforme indicado. Qual é a medida do ângulo *CÂB*?



(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75° (E) 90°

16. Alternativa C
O triângulo *AHB* é retângulo em *H*. Portanto, o ângulo $A\hat{P}H$ mede $90^\circ - \alpha$.
Logo, $4\alpha + 90^\circ - \alpha = 180^\circ \Leftrightarrow 3\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow \alpha = 30^\circ$. Assim, $m\left(C\hat{A}B\right) = 2\alpha = 60^\circ$.



17. Seis amigas dividem um apartamento com dois banheiros, que elas usam todas as manhãs a partir das 7 horas. Cada banheiro é usado apenas por uma garota de cada vez e os tempos que elas levam usando um banheiro são de 8, 10, 12, 17, 21 e 22 minutos, respectivamente. Se elas quiserem terminar de usar os banheiros o mais rapidamente possível, a que horas isto deve acontecer?

(A) 7h 45min (B) 7h 46min (C) 7h 47min (D) 7h 48min (E) 7h 50min

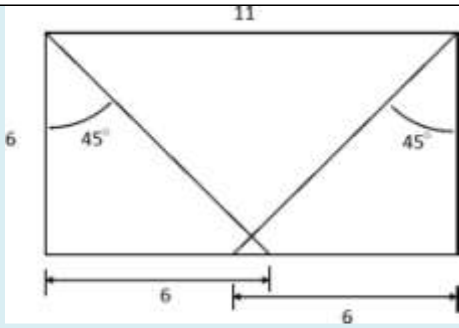
17. Alternativa B
A soma dos tempos utilizados é $8 + 10 + 12 + 17 + 21 + 22 = 90$ minutos. Portanto, um dos banheiros será usado durante pelo menos $90 : 2 = 45$ minutos. Com os números dados, três não podem somar 45, mas podem somar 46, já que $8 + 17 + 21 = 46$. As outras três garotas levarão 10 + 12 + 22 = 44 minutos. Assim, elas terminarão de usar os banheiros em pelo menos 46 minutos, ou seja, às 7h 46min.

18. Um retângulo tem lados de comprimento 6 cm e 11 cm. As bissetrizes dos ângulos com vértices nas extremidades de um dos lados maiores dividem o lado oposto em três segmentos. Quais são as respectivas medidas desses segmentos, em centímetros?

(A) 5,1,5 (B) 2,7,2 (C) 3,5,3 (D) 4,3,4 (E) 1,9,1

18. Alternativa A

Cada bissetriz traçada a partir das extremidades do lado maior superior forma 45^{o} com os lados do retângulo, determinando triângulos retângulos isósceles de catetos 6 cm, conforme figura. O segmento menor determinado sobre o lado inferior tem comprimento *x*, de modo que $6-x+6=11 \Leftrightarrow x=1$. Os dois segmentos maiores têm comprimento $6-x=6-1=5$. Portanto, os comprimentos dos segmentos são, da esquerda para a direita, 5, 1 e 5 cm.



19. O capitão Sparrow e sua turma desenterraram numa ilha um baú com muitas moedas de ouro, que eles dividiram igualmente entre si. Se houvesse quatro piratas menos, cada um ficaria com 10 moedas mais e se houvesse 50 moedas menos, cada um receberia 5 moedas menos. Quantas moedas havia no baú?

(A) 80 (B) 100 (C) 120 (D) 150 (E) 250

19. Alternativa D

Sendo *x* o número de moedas no baú e *n*, o número de piratas, concluímos que cada pirata recebe $\dfrac{x}{n}$ moedas. Logo, de acordo com o enunciado,

$$\left|\begin{array}{l}\dfrac{x}{n-4}=\dfrac{x}{n}+10\\[2mm] \dfrac{x-50}{n}=\dfrac{x}{n}-5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l}\dfrac{x}{n-4}=\dfrac{x}{n}+10\\[2mm] \dfrac{x-50}{n}-\dfrac{x}{n}=-5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l}\dfrac{x}{n-4}=\dfrac{x}{n}+10\\[2mm] \dfrac{-50}{n}=-5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l}\dfrac{x}{10-4}=\dfrac{x}{10}+10\\[2mm] n=10\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \frac{x}{6}-\frac{x}{10}=10 \Leftrightarrow \frac{5x-3x}{30}=10 \Leftrightarrow \frac{x}{15}=10 \Leftrightarrow x=150 \text{ moedas.}$$

20. A média aritmética de dois números é 30% menor que um dos números. De quantos por cento esta média é maior do que o outro número?

(A) 20% (B) 25% (C) 30% (D) 70% (E) 75%

20. Alternativa E

Sejam *a* e *b* os números. Sua média aritmética é $\dfrac{a+b}{2}$. Podemos afirmar que $\dfrac{a+b}{2}<a-30\%a=0,7a$.

Logo,

$$\frac{a+b}{2}<0,7a \Leftrightarrow a+b<1,4a \Leftrightarrow 1,4a-a>b \Leftrightarrow 0,4a>b \Leftrightarrow a>\frac{b}{0,4} \Leftrightarrow$$

$$a+b>\frac{b}{0,4}+b=\frac{1,4b}{0,4} \Leftrightarrow \frac{a+b}{2}>\frac{1,4b}{0,8}=1,75b=b+75\%b$$

Ou seja, a média aritmética é maior do que 75% do outro número.

5 pontos

21. Nice escreveu os números de 1 a 9 nas casas de um tabuleiro 3×3, sendo que quatro deles estão mostrados na figura. Dois números são vizinhos quando suas casas têm um lado comum. Nice notou que, para o número 9, a soma dos números vizinhos é 15. Qual é a soma dos números vizinhos ao número 8?

1		3
2		4

(A) 12 (B) 18 (C) 20 (D) 26 (E) 27

21. Alternativa E

O número 9 não está no centro, pois neste caso a soma de seus vizinhos seria $5 + 6 + 7 + 8 > 15$. Então tem que estar em uma das outras casas restantes. Vemos então que 9 só pode ser escrito na segunda linha e terceira coluna, conforme desenho. Portanto, o número 8 deverá estar no centro e seus vizinhos serão os números 9, 7, 6 e 5, cuja soma é 27.

1		3
	8	9
2		4

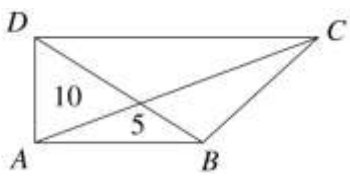
22. Uma balança antiga está defeituosa. Se quisermos pesar um objeto com menos de 1000 g, a balança funcionará perfeitamente. Caso contrário, a balança irá informar que seu peso é um número qualquer acima de 1000. Temos 5 objetos com massas respectivas *A*, *B*, *C*, *D* e *E*, menores do que 1000 g. Quando pesados em pares, a balança mostra os resultados: $B+D=1200$, $C+E=2100$, $B+E=800$, $B+C=900$ e $A+E=700$. Qual dos objetos é o mais pesado?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

22. Alternativa D

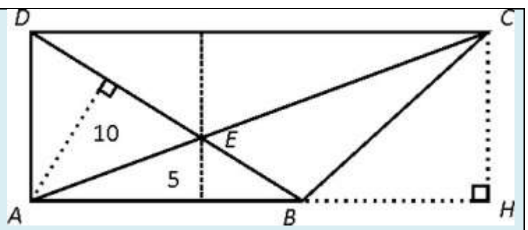
Sendo $A+E=700$ e $B+E=800$ temos $B>A$ (1).
Sendo $B+E=800$ e $B+C=900$, concluímos que $C>E$ (2).
Temos, também, $B+D=1200 \Rightarrow B+D\geq 1000$ logo $B+D>B+C \Leftrightarrow D>C$ (3).
Como $C+E=2100 \Rightarrow C+E\geq 1000$ temos $C+E>B+E \Leftrightarrow C>B$ (4).
As desigualdades (1), (2), (3) e (4) nos levam à conclusão de que o objeto mais pesado é o *D*.

23. Na figura, o quadrilátero *ABCD* tem ângulos retos apenas nos vértices *A* e *D*. Os números indicam a área do triângulo em que se encontram. Qual é a área do quadrilátero *ABCD*?



(A) 30 (B) 35 (C) 40 (D) 45 (E) 60

23. Alternativa D



Como os triângulos *ADE* e *AEB* têm a mesma altura relativa às suas bases *DE* e *EB*, concluímos que a razão entre essas bases é igual à razão entre as áreas, ou seja, $\frac{DE}{EB}=\frac{10}{5}=\frac{1}{2}$.
De forma análoga, isto ocorre com as áreas dos triângulos *CDE* e *CBE*. Assim, se *X* é a área do triângulo *CBE*, então 2*X* é a área do triângulo *CDE*. Portanto, a área do trapézio *ABCD* é igual a $5+10+X+2X=3X+15$. Por outro lado, a área do triângulo retângulo *ACD* é igual a $\frac{CD\cdot AD}{2}=10+2X$ e a área do triângulo *ABC* é igual a $\frac{AB\cdot CH}{2}=\frac{AB\cdot AD}{2}=15$. A soma das áreas desses dois triângulos é a área do trapézio, logo $3X+15=10+2x+15 \Leftrightarrow X=10$. Portanto, a área do trapézio é igual a $3\cdot10+15=45$.

24. Laís e Élio fazem uma competição de resolução de problemas. Cada um deles tem a mesma lista de 100 problemas para resolver. Para um mesmo problema, o primeiro a resolver ganha quatro pontos e o segundo ganha um ponto. Laís resolveu 60 problemas e Élio também resolveu 60 problemas. A pontuação dos dois juntos foi de 312 pontos. Quantos problemas iguais eles resolveram?

(A) 53 (B) 54 (C) 55 (D) 56 (E) 57

24. Alternativa D
Seja *x* o número de problemas que Laís resolveu antes e *y*, o número de problemas que Élio resolveu antes. Temos $4\cdot x+1\cdot(60-x)+4\cdot y+1\cdot(60-y)=312 \Leftrightarrow 3x+3y=192 \Leftrightarrow x+y=64$. Como esses problemas valem 4 pontos cada um, totalizam $4\times 64=256$, restando 56 pontos. Esses pontos correspondem a problemas de 1 ponto cada, ou seja, problemas que já foram resolvidos por um dos dois. Logo, 56 problemas foram resolvidos pelos dois.

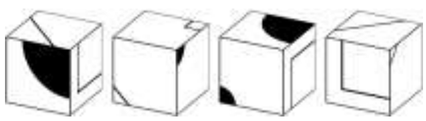
25. Davi anda de bicicleta da escola para sua casa. Ele pretendia chegar às 15 horas, mas levou $\frac{2}{3}$ do tempo previsto para percorrer toda a distância andando $\frac{3}{4}$ da mesma. Então ele diminuiu a velocidade, de modo a chegar no horário previsto. Qual é a razão entre a velocidade na primeira parte do percurso e a velocidade na segunda parte, admitindo que elas sejam constantes nessas duas partes?

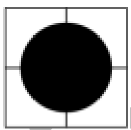
(A) 5:4 (B) 4:3 (C) 3:2 (D) 2:1 (E) 3:1

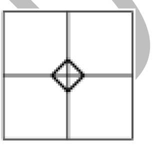
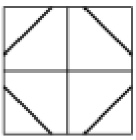
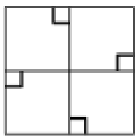
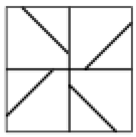
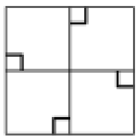
25. Alternativa C
Se *t* é o tempo previsto por Davi, v_1 e v_2 as velocidades inicial e final, respectivamente e *d*, a distância total, temos:

$$\left|\begin{array}{l} v_1\cdot\frac{2}{3}t=\frac{3}{4}d \\ v_2\cdot\frac{1}{3}t=\frac{1}{4}d \end{array}\right. \Rightarrow \frac{v_1\cdot\frac{2}{3}t}{v_2\cdot\frac{1}{3}t}=\frac{\frac{3}{4}d}{\frac{1}{4}d} \Leftrightarrow \frac{2v_1}{v_2}=3 \Leftrightarrow \frac{v_1}{v_2}=\frac{3}{2}.$$

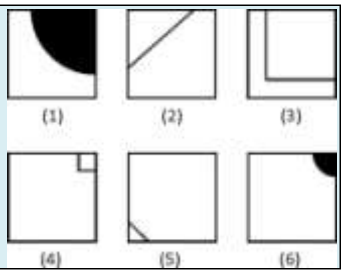
26. Júlia tem quatro cubos iguais, mostrados na figura ao lado. Com esses cubos, ela montou um bloco, visto de frente na figura à esquerda. Qual das figuras a seguir representa a vista da face oposta deste bloco?





(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

26. Alternativa A
A partir da primeira vista, concluímos que a face (1) é vizinha às faces (2) e (3). A partir da última vista, concluímos que as faces (2) e (3) são vizinhas à face (5). Logo, a face (1) é oposta à face (5). Ao juntar os cubos de modo a formar um bloco com o desenho de um grande círculo na frente, atrás será formada uma figura com quatro pequenos segmentos. A única alternativa com esta opção é a (A).



27. Numa nave espacial há alienígenas de três espécies: arcs, ercs e ircs. Cada arc sempre diz a verdade, cada erc sempre mente e cada irc alterna entre dizer a verdade e mentir. Ao chegar à Terra, 17 responderam *sim* à pergunta ``Você é um arc?´´, 8 responderam *sim* à pergunta ''Você é um erc?'' e 12 responderam *sim* à pergunta''Você é um irc?''. Quantos arcs havia na nave?

(A) 4 (B) 5 (C) 9 (D) 13 (E) 17

27. Alternativa B

Os arcs só dizem a verdade, os ercs só mentem e os ircs, quando primeiro dizem a verdade, em seguida mentem e depois dizem a verdade ou, então, primeiro mentem, depois dizem a verdade e, em seguida, mentem. Entre os que disseram *sim* à pergunta P1, somente os arcs não responderam *sim* à pergunta P3. Logo, o número de arcs é 17 – 12 = 5. Note que a informação sobre a pergunta P2 é desnecessária.

	P1	P2	P3
arc	sim	não	não
erc	sim	não	sim
irc	sim	não	sim
irc	não	sim	não
	17	8	12

28. Dentre vários inteiros positivos e distintos, exatamente dois são divisíveis por 2 e exatamente 13 são divisíveis por 13. Sendo *M* o maior desses números, qual é o menor valor possível de *M*?

(A) 169 (B) 260 (C) 273 (D) 299 (E) 325

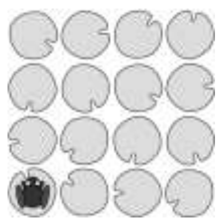
28. Resposta: alternativa C

Os treze primeiros números inteiros positivos divisíveis por 13 são 13, 26, 39, 52,..., 156,169, dos quais seis são pares: 26, 52,..., 156. Devemos eliminar quatro desses números, sobrando apenas dois pares. Os números substitutos devem ser ímpares e divisíveis por treze e os menores possíveis, a saber: 195, 221,247 e 273. Portanto, o maior número desta lista é 273.

Solução alternativa

Um número positivo divisível por 13 pode ser da forma $26k$ ou $26k-13$,com $k>0$. Como há no máximo dois números pares nesse conjunto, deduzimos que há pelo menos 11 números da forma $26k-13$, já que os números da forma $26k$ são sempre pares. Logo, o maior elemento desse conjunto é o número $26\cdot 11-13=273$. Satisfazendo as condições apresentadas, um possível conjunto é $\{13,26,39,52,65,91,117,143,169,195,221,247,273\}$.

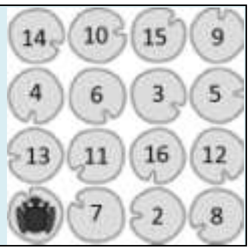
29. Numa lagoa há 16 folhas de lírio aquático, dispostas como na figura. Um sapo está na folha indicada. Ele pula de uma folha para outra horizontalmente ou verticalmente apenas. Ele nunca pula para a folha vizinha e nunca volta para a mesma folha. Qual é maior número de folhas, incluindo a de partida, que o sapo pode alcançar?



(A) 8 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 16

29. Resposta: alternativa E

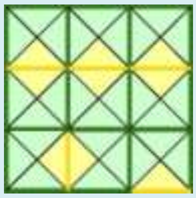
O diagrama ao lado mostra um possível percurso do sapo, mostrando que ele pode alcançar as 16 folhas: ele pula de 1 para 2, depois para 3, para 4, etc.



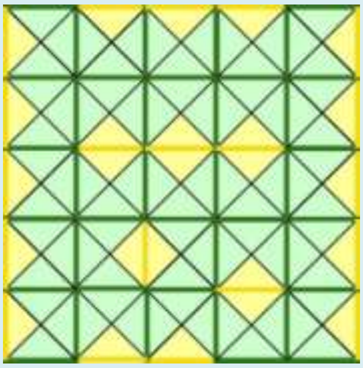
30. Um quadrado 5×5 é coberto com ladrilhos 1×1 iguais ao da figura, de forma que dois ladrilhos adjacentes têm a mesma cor ao longo do lado comum. O contorno do quadrado maior será formado por segmentos claros e escuros. Qual é o menor número possível de segmentos escuros nesse contorno?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

30. Resposta: alternativa B



Devemos começar a preencher o quadrado 3 x 3 no interior do quadrado, porque isso afeta o preenchimento das bordas do quadrado 5 x 5. Devemos deixar na borda do quadrado 3 x 3 o menor número possível de segmentos claros, pois eles deverão combinar com os segmentos claros da borda do quadrado maior. Esse mínimo é um, conforme figura à direita, pois não é possível que todos os segmentos das bordas do quadrado 3 x 3 sejam escuros. Isto ocorre porque todo contato entre dois segmentos claros envolve dois quadradinhos e o quadrado 3 x 3 é formado por um número ímpar de quadradinhos (são nove quadradinhos).



Em cada canto do quadrado 5 x 5 forçosamente sobrará um lado de cor escura e deverá sobrar mais um exatamente porque o quadrado 3 x 3 interno foi preenchido da maneira ilustrada. Teremos então um possível preenchimento com o menor número de segmentos escuros na borda, a saber, 5.