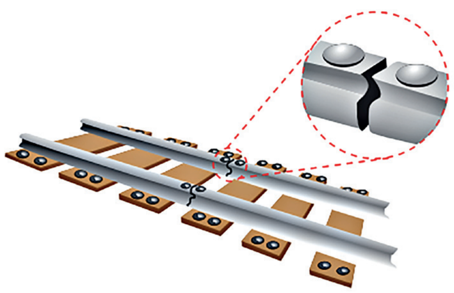
Resumo Teórico

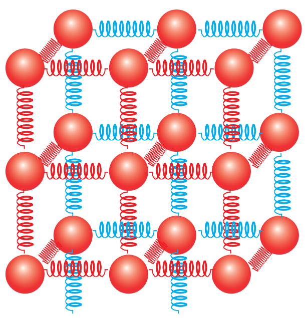
Introdução

Quando um corpo recebe energia, tende a aumentar sua temperatura (alguns sistemas podem receber energia e não variar temperatura, por exemplo, um gás se expandindo isotermicamente). Se a temperatura aumenta, é porque as moléculas estão mais agitadas, tendo, assim, maior energia cinética. Por isso elas tendem a se afastar das outras, aumentando o espaçamento entre elas. Chamamos de dilatação térmica o aumento (ou redução) das dimensões do corpo causado pelo aumento de temperatura.

Alguns exemplos são fáceis de perceber no dia a dia: As estruturas das pontes devem ser projetadas com suportes e juntas especiais para permitir a dilatação dos materiais. Uma garrafa cheia de água e tampada muito firmemente pode quebrar quando for aquecida. O espaço existente entre os trilhos de trens de ferro serve como medida de segurança, pois, caso contrário, o trilho poderia entortar e o trem descarrilar:



Um modelo para tentar visualizar melhor a estrutura da matéria é imaginando as ligações entre átomos como molas:



Cada átomo vibra em torno de uma posição de equilíbrio. Quando a temperatura aumenta, a energia e a amplitude das vibrações também aumentam. Consequentemente, quando a amplitude das vibrações aumenta, a distância média entre as moléculas também aumenta. À medida que os átomos se afastam, todas as dimensões aumentam. Tradicionalmente, é comum classificar a dilatação de sólidos em três tipos:

- Linear (para comprimentos)
- Superficial (para superfícies, áreas)
- Volumétrica (para volume)

Contudo, vale destacar, que a dilatação de um objeto ocorre em todas as dimensões do espaço. O aumento volumétrico de um cubo é consequência dos aumentos das arestas, por exemplo.

Refletindo sobre os fatores que influenciam na dilatação, podemos destacar:

- Ela deve depender do tamanho inicial do objeto, uma vez que, dessa forma, existe um conjunto maior de átomos para se expandirem;
- Deve depender da variação de temperatura, uma vez que isso implica em uma agitação molecular maior;
- Deve depender de alguma propriedade específica do material, uma vez que têm-se interações moleculares diferentes para cada tipo de substância. Tal característica é conhecida como coeficiente de dilatação.

Dilatação Linear

Vamos supor que a temperatura de uma barra delgada de comprimento inicial L_0 seja alterada de θ_0 para θ. Se a variação de temperatura não for muito grande, podemos estabelecer as seguintes relações de proporção:

$$\Delta L \propto \Delta\theta$$
e
$$\Delta L \propto L_0$$

A fim de estabelecer uma igualdade, podemos introduzir a constante de proporcionalidade conhecida como coeficiente de dilatação linear. Assim:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$$

A unidade de α é K^{-1} no Sistema Internacional.

Dessa forma, podemos escrever o comprimento final do objeto como:

$$L = L_0 + \Delta L$$
$$\boxed{L = L_0(1 + \alpha\Delta\theta)}$$

Eq. 1

A rigor, o coeficiente de dilatação sofre pequenas variações com a temperatura do material. Mas iremos considerá-lo constante, a menos que seja dito o contrário.

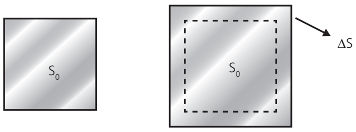
A seguir, lista-se alguns coeficientes de dilatação de acordo com o material.

Material	$\alpha[K^{-1}$ ou $(°C)^{-1}]$
Alumínio	$2{,}4 \times 10^{-5}$
Latão	$2{,}0 \times 10^{-5}$
Cobre	$1{,}7 \times 10^{-5}$
Vidro	$0{,}4\text{-}0{,}9 \times 10^{-5}$
Invar (liga de ferro-níquel)	$0{,}09 \times 10^{-5}$
Quartzo (fundido)	$0{,}04 \times 10^{-5}$
Aço	$1{,}2 \times 10^{-5}$

Observe que o valor de α costuma ser muito pequeno, de ordem de 10^{-5}. Trata-se de uma característica muito importante, pois, em várias situações, costuma-se fazer aproximações em virtude dessa peculiaridade.

Dilatação Superficial

Utilizando o resultado da secção anterior Eq. 1, podemos deduzir uma expressão para a dilatação superficial. Para calcular a nova área S (a área da figura dilatada em função da área inicial S_0), seguiremos o mesmo raciocínio para uma superfície isotrópica:



$$S = \ell^2 = \ell_0^2\,[1 + \alpha(T - T_0)]^2$$
$$S = S_0\,[1 + 2\alpha\,(T - T_0) + \alpha^2\,(T - T_0)^2]$$
$$S \approx S_0\,[1 + 2\alpha\,(T - T_0)]$$

Assim, ficaremos com a aproximação de primeira ordem:

$$\boxed{S = S_0[1 + \beta(T - T_0)]}$$

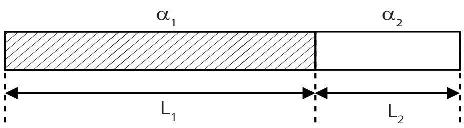
onde $\beta = 2\alpha$. Chamaremos β de coeficiente de dilatação superficial. Se o material não for isotrópico (anisotrópico), determinamos o coeficiente de dilatação superficial da seguinte maneira:

$$\beta = a_x + a_y$$

É fácil demonstrar isso. Deixarei como exercício.

Exercícios

01. Na figura observa-se duas barras de coeficientes de dilatação linear α_1 e α_2 unidas. Qual o coeficiente de dilatação α equivalente a essa associação?



A) $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$

B) $\alpha = \dfrac{\alpha_2 L_1 + \alpha L_2}{L_1 + L_2}$

C) $\alpha = \dfrac{\alpha_2 L_2 + \alpha_1 L_1}{L_1 + L_2}$

D) $\dfrac{1}{\alpha} = \dfrac{1}{\alpha_2} + \dfrac{1}{\alpha_1}$

02. (ITA-SP) Um relógio de pêndulo, construído de um material de coeficiente de dilatação linear α, foi calibrado a uma temperatura de 0 °C para marcar um segundo exato ao pé de uma torre, de altura **h**. Elevando-se o relógio até o alto da torre, observa-se certo atraso, mesmo mantendo-se a temperatura constante. Considerando R o raio da Terra, L o comprimento do pêndulo a 0 °C e que o relógio permaneça ao pé da torre, então a temperatura para a qual se obtém o mesmo atraso é dada pela relação:

A) $\dfrac{2h}{\alpha R}$

B) $\dfrac{h(2R + h)}{\alpha R^2}$

C) $\dfrac{(R + h)^2 - L R}{\alpha L R}$

D) $\dfrac{R(2h + R)}{\alpha (R + h)^2}$

E) $\dfrac{2R + h}{\alpha R}$

03. Como resultado de sofrer um aumento de temperatura $\Delta\theta$, um bastão que apresenta uma rachadura em seu centro curva-se para cima, como é mostrado na figura a seguir. Sendo a distância fixa L_0 e o coeficiente de dilatação linear α, encontre **x** a distância na qual o centro se levanta.

Fig. 1

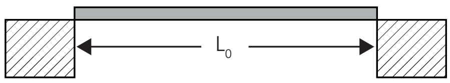
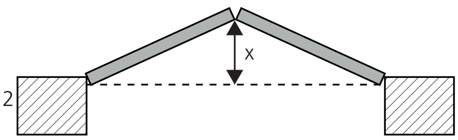


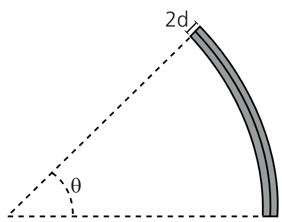
Fig. 2



04. (OBF – Modificada) Uma tira bimetálica é formada soldando-se duas tiras finais de metais distintos, cada uma delas com largura **d**. Na temperatura de referência T_0, as duas tiras têm o mesmo comprimento L_0. Quando a temperatura se eleva de ΔT, as tiras se encurvam como mostra a figura a seguir. Sejam α_1 e α_2 os coeficientes de dilatação linear de cada metal, determine o

A) ângulo de encurvamento.

B) raio de curvatura R (do centro até a junção).



05. A figura a seguir ilustra dois fios de comprimentos iguais a l_0 presos a um teto, mas de coeficientes de dilatação diferentes, sendo α_1 e α_2 e $\alpha_2 > \alpha_1$. Em um dado momento, eles sofrem um aquecimento fazendo suas temperaturas variarem $\Delta\theta$, gerando um pequeno desnível na barra que os conecta. Nesse instante, uma bolinha é abandonada em cima da barra que liga os fios também de comprimento l_0. Calcule a aceleração adquirida pela bola.

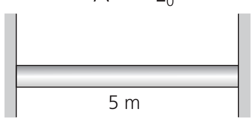
Considere que a barra se dilate de tal maneira que mantenha os fios na mesma vertical antes de sofrerem o aquecimento. Despreze o efeito do aquecimento na bolinha e atritos do sistema e use, se necessário, sen $\theta \cong$ tg θ para θ pequeno. Considere a gravidade local igual a **g**.

06. Um relógio pendular é constituído de uma barra isolante de coeficiente de dilatação linear $\alpha = 10^{-4}$ °C^{-1}, comprimento L = 1 m de massa desprezível e uma pequena esfera de massa 1 kg. Sabe-se que, quando submetido a uma temperatura de 10 °C nas proximidades da superfície terrestre, onde a gravidade vale **g**, seu período vale T. Situação na qual o relógio funciona normalmente.Diante do exposto responda aos itens a seguir.
A) O que ocorrerá com tal relógio se ele for utilizado em uma região mais quente? Ele se adiantará ou atrasará?
B) Qual será a variação percentual do período se o dispositivo for submetido a uma temperatura de 110 °C?

07. Utilizando a forma diferencial $\alpha = \dfrac{1}{L}\dfrac{dL}{d\theta}$, escreva o comprimento final L_f, a uma temperatura θ_f, para uma barra de coeficiente linear α e de comprimento inicial L_i, a uma temperatura θ_i.

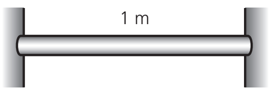
08. (ITA)Uma barra de cobre de 1,000 m de comprimento, à temperatura de 24 °C, tem para coeficiente de dilatação linear $1{,}7 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}. Então, a temperatura em que a barra terá um milímetro a menos de comprimento será
A) –31°F.
B) –59 °F.
C) 95 °F.
D) 162,5 °F.
E) Nenhuma das respostas anteriores.

09. A figura a seguir mostra uma viga de aço de 5 m de comprimento e área transversal de $6 \cdot 10^{-3}$ m² a 20 °C. Se a sua temperatura sobe para 40 °C, qual é a força exercida pela viga na parede, se $\gamma = 2 \cdot 10^{11}$ N/m, onde $\dfrac{F}{A} = \dfrac{\gamma \cdot \Delta L}{L_0}$ e $\alpha_{viga} = \dfrac{29}{24} 10^{-4}$ °C^{-1}?



A) $2 \cdot 10^4$ N
B) $29 \cdot 10^4$ N
C) 10^4 N
D) $35 \cdot 10^4$ N
E) $29 \cdot 10^5$ N

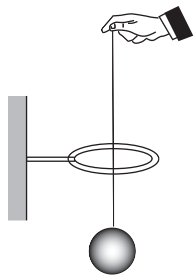
10. A figura a seguir ilustra uma barra metálica de constante elástica K = 1000 N/cm encostada em duas paredes verticais rígidas. Se a barra sofre um aquecimento de 50 °C, qual será o incremento de força a qual a barra será submetida?
Dado: $\alpha = 2 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}



A) 0,5 kN
B) 0,75 kN
C) 1 kN
D) 1,25 kN
E) 1,5 kN

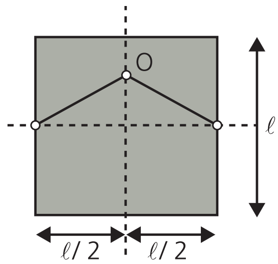
11. Um cubo de aresta **a**, densidade ρ_0 e coeficiente de dilatação linear α está em repouso sobre uma mesa. Sabendo que sua temperatura inicial vale T_0, qual deve ser a pressão que o cubo realiza sobre a superfície da mesa em função da temperatura do corpo T em um instante qualquer? A gravidade no local é **g**.
A) $\rho_0(1 - \alpha\Delta T)$
B) $\rho_0(1 + 2\alpha\Delta T)$
C) $\rho_0(1 - 2\alpha\Delta T)$
D) $\rho_0(1 + \alpha\Delta T)$

12. A figura a seguir mostra uma esfera e um anel a uma temperatura inicial T_0, situação na qual possuem o mesmo diâmetro. Em determinado momento a esfera é aquecida em 20 °C. Determine qual a variação de temperatura mínima a que o anel deve ser submetido para que a esfera volte a atravessá-lo. Sabe-se que $\alpha_{anel} = 2\alpha_{metal}$.



A) 5 °C
B) 10 °C
C) 15 °C
D) 20 °C
E) 12 °C

13. (ITA) Um quadro quadrado de lado ℓ e massa **m**, feito de um material de coeficiente de dilatação superficial β, e pendurado no pino O por uma corda inextensível, de massa desprezível, com as extremidades fixadas no meio das arestas laterais do quadro, conforme a figura. A força de tração máxima que a corda pode suportar é F. A seguir, o quadro é submetido a uma variação de temperatura ΔT, dilatando. Considerando desprezível a variação no comprimento da corda devido à dilatação, podemos afirmar que o comprimento mínimo da corda, para que o quadro possa ser pendurado com segurança, é dado por



A) $\dfrac{2\ell F\sqrt{\beta\Delta T}}{mg}$
B) $\dfrac{2\ell F(1+\beta\Delta T)}{mg}$
C) $\dfrac{2\ell F(1+\beta\Delta T)}{\sqrt{4F^2 - m^2g^2)}}$
D) $\dfrac{2\ell F\sqrt{(1+\beta\Delta T)}}{(2F - mg)}$
E) $2\ell F\sqrt{\dfrac{(1+\beta\Delta T)}{(4F^2 - m^2g^2)}}$

14. Para pintar uma parede de A m² de área e coeficiente de dilatação linear α, no inverno a uma temperatura T_0, são necessários **x** litros de tinta. Determine a quantidade adicional de tinta necessária para pintar o mesmo ambiente no verão a uma temperatura T. Desconsidere a dilatação da tinta.

15. Considere um disco girando em torno de seu eixo central de tal forma que os da periferia possuem velocidade de 5 m/s. Em quanto aumentará a velocidade desses pontos quando o objeto for submetido a um incremento de 200 °C? Considere que a velocidade angular permanece constante e que o coeficiente de dilatação superficial do metal vale $22 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}.
A) 6 m/s
B) 4 m/s
C) 3 m/s
D) 2 m/s
E) 1 m/s

Gabarito

01	02	03	04	05
C	B	–	B	–
06	**07**	**08**	**09**	**10**
–	–	A	E	C
11	**12**	**13**	**14**	**15**
C	B	C	–	E

– Demonstração.

Anotações

SUPERVISOR/DIRETOR: MARCELO PENA – AUTOR: KEN AIKAWA – DIG.: Aníbal – REV.: Allana