FUNÇÃO AFIM

Agora, vamos direcionar nossos estudos a funções muito parecidas com as funções lineares, as chamadas funções afins.

Chamamos de função afim a toda função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ *da forma* $f(x) = ax + b$, com $b \neq 0$.

Olhando para a definição acima, podemos concluir que uma função linear nada mais é do que um caso particular de função do primeiro grau, que ocorre quando $b = 0$. Dessa forma, a diferença da função afim para a função linear é que a primeira o b é diferente de zero e a segunda o b é igual a zero. Além disso, se tivermos $a = 0$, temos uma função constante da forma $f(x) = b$.

FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU

Chamamos de função polinomial de primeiro grau a toda função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ da forma $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$.

Em funções do primeiro grau, uma variação em x gera uma variação em y parecida com a que vimos no caso de funções lineares. A seguir, temos um exemplo dessa situação:

Exemplo: $f(x) = 3x + 2$

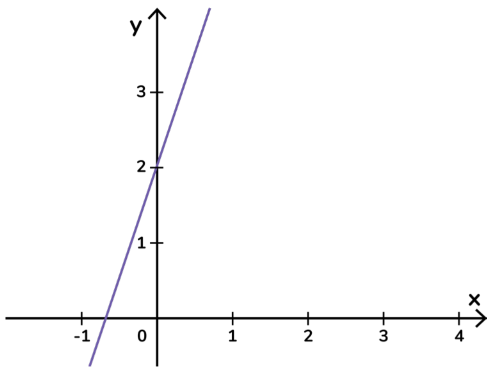
Vamos considerar três valores de x, cada qual obtido adicionando uma unidade no anterior. Analisemos como se comportam os valores de y. O caso $x = 0$ é especialmente interessante, pois ilustra o papel de b na lei de formação de uma função do primeiro grau.

Para $x = 0$, temos $y = 3 \cdot 0 + 2 = 2$

Para $x = 1$, temos $y = 3 \cdot 1 + 2 = 5$

Para $x = 2$, temos $y = 3 \cdot 2 + 2 = 8$

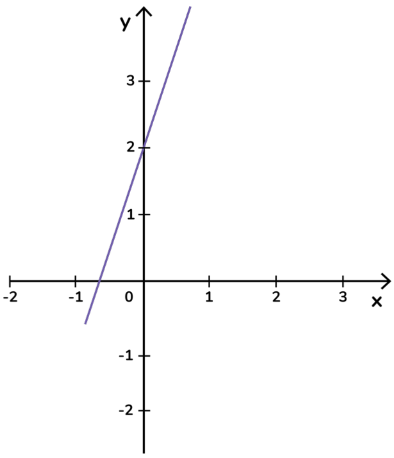
Assim como no caso de funções lineares, o gráfico de uma função afim é uma **reta**, que pode ser caracterizada a partir dos coeficientes a e b. O gráfico da função no exemplo acima está representado:



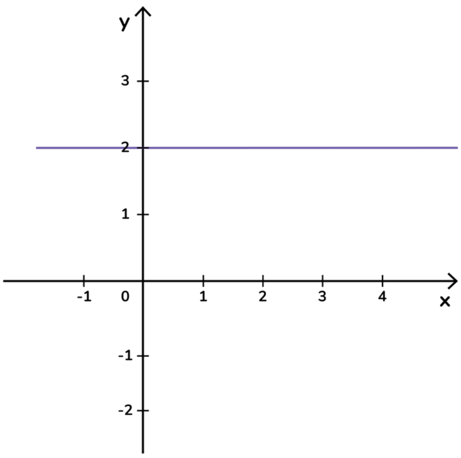
COEFICIENTES

Vamos agora estudar quais os efeitos dos sinais de a e b na reta que representa $f(x)$. Por desempenharem um papel muito importante na caracterização do gráfico da função, os coeficientes a e b recebem nomes especiais: a é chamado de **coeficiente angular** da reta e b é chamado de **coeficiente linear**.

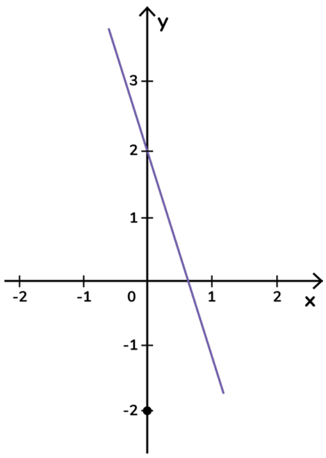
O valor de a nos informa a tangente do ângulo que a reta forma com o eixo x. Se $a > 0$ temos uma reta crescente, se $a = 0$ temos uma reta horizontal e, se $a < 0$, temos uma reta decrescente:



$a > 0$

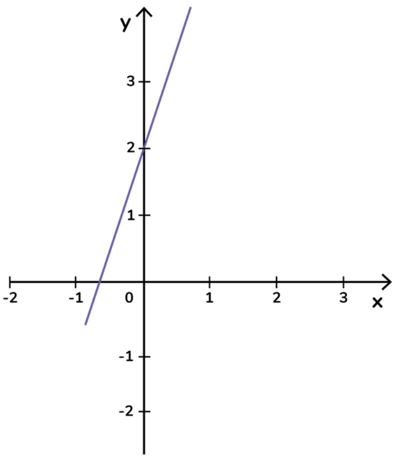


$a = 0$

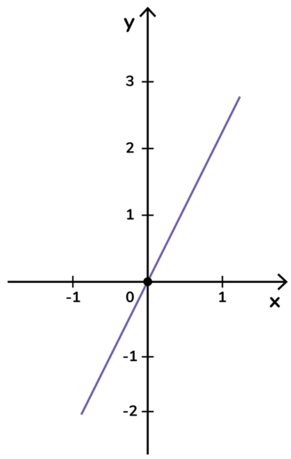


$a < 0$

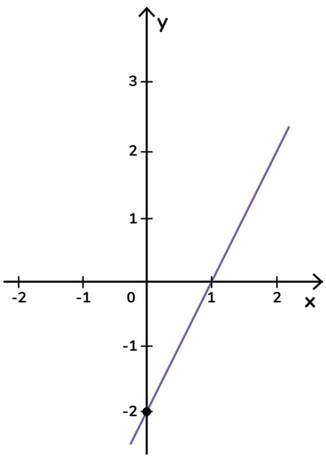
O sinal de b, por sua vez, nos diz onde a reta cruza o eixo y. Dessa forma, temos que se $b > 0$, a reta cruza o eixo y acima da origem, se $b = 0$ ela o cruza na origem e, se $b < 0$ o cruzamento ocorre abaixo da origem.



$b > 0$



$b = 0$



$b < 0$

RAIZ DE UMA FUNÇÃO

> A raiz de uma função é o conjunto dos valores de x que fazem com que $f(x) = 0$.

A raiz de uma função é justamente o ponto em que a reta corta o eixo x. A raiz de uma função também é chamada de **zero da função**.

LEI DE FORMAÇÃO A PARTIR DO GRÁFICO

Assim como podemos usar a lei de formação de uma função para obter informações sobre seu gráfico, também podemos fazer o caminho inverso: a partir do gráfico de uma função $f(x)$, podemos encontrar sua lei de formação.

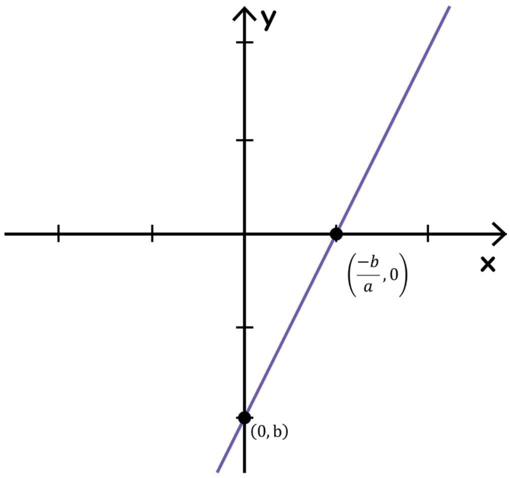
Para conhecer a equação que determina uma reta, devemos conhecer dois pontos pertencentes a ela. No caso de uma função afim, é vantajoso considerar esses dois pontos como sendo aqueles em que a reta cruza o eixo x e o eixo y.

Já vimos que a reta cruza o eixo y no ponto $(b, 0)$. Além disso, sabemos que a reta irá cruzar o eixo x quando $y = 0$, isto é,

$$0 = ax + b \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$$

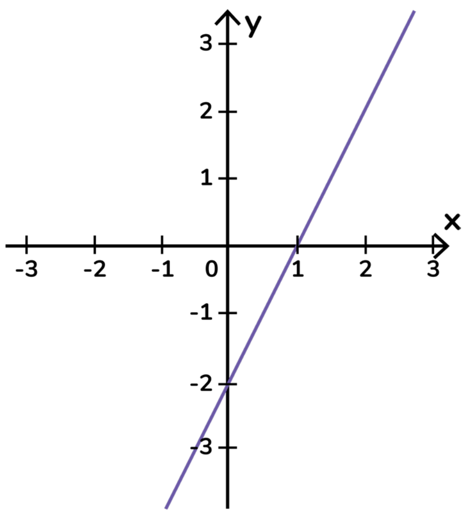
Assim, a reta irá cruzar o eixo x no ponto $\left(\frac{-b}{a}, 0\right)$.

Desta forma, temos a seguinte situação:



Agora, para encontrar a equação da reta em questão, que é também a lei de formação, basta resolver um sistema de equações de duas equações e duas variáveis. Este procedimento está ilustrado no exemplo a seguir.

Exemplo: Considere a reta ilustrada na imagem:



Nesse caso, a reta cruza o eixo x no ponto $(1{,}0)$ e cruza o eixo y no ponto $(0,-2)$. Assim, podemos montar o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} a\cdot 0+b=-2 \\ a\cdot 1+b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=-2 \\ a=2 \end{cases}$$

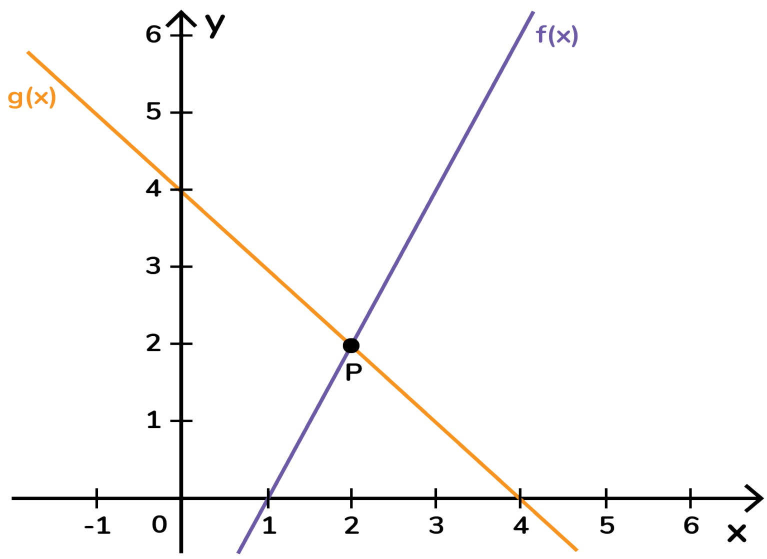
Logo, a equação da reta em questão é $y=2x-2$.

Observação: Sempre que conhecermos quaisquer 2 pontos da reta, podemos utilizar esse método para encontrar a lei de formação da função.

Nota: veja mais formas de encontrar a equação da reta em geometria analítica.

PONTOS DE INTERSECÇÃO DE GRÁFICOS

Agora, vamos aprender a encontrar pontos de intersecção de funções. Considere a seguinte situação:



As funções $f(x)$ e $g(x)$ coincidem em um ponto, que chamamos de P. Para encontrar as coordenadas $(x{,}y)$ de P, basta igualarmos as leis de formação das funções, ou seja, basta fazermos $f(x)=g(x)$.

Exemplo: Vamos encontrar o ponto em que as funções $f(x)=2x-2$ e $g(x)=-x+4$ coincidem.

Para isto, igualamos as duas leis de formação: $2x-2=-x+4 \Rightarrow x=2$.

Conhecendo então o valor de x, substituindo em qualquer uma das duas leis de formação, encontramos o valor de $y=2$. Logo, os gráficos de $f(x)$ e $g(x)$ se cruzam em $P=(2{,}2)$.

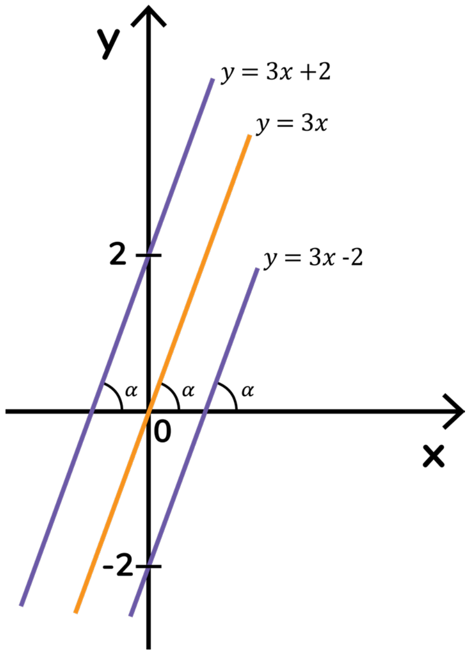
PROPRIEDADE DAS FUNÇÕES AFINS QUE TÊM A MESMA TAXA DE VARIAÇÃO

Para concluirmos nosso estudo a respeito das funções afins, vamos analisar a seguinte propriedade:

Se duas funções afins têm a mesma taxa de variação, então as retas que as representam são paralelas.

Esta propriedade nos diz que funções afins que possuem a mesma taxa de variação diferem apenas pelo valor de b em sua lei de formação.

Exemplo: As funções da imagem a seguir possuem a mesma taxa de variação, isto é, possuem o mesmo valor de a, de forma que as retas podem ser obtidas uma a partir da outra por meio de uma translação.



ANOTAÇÕES