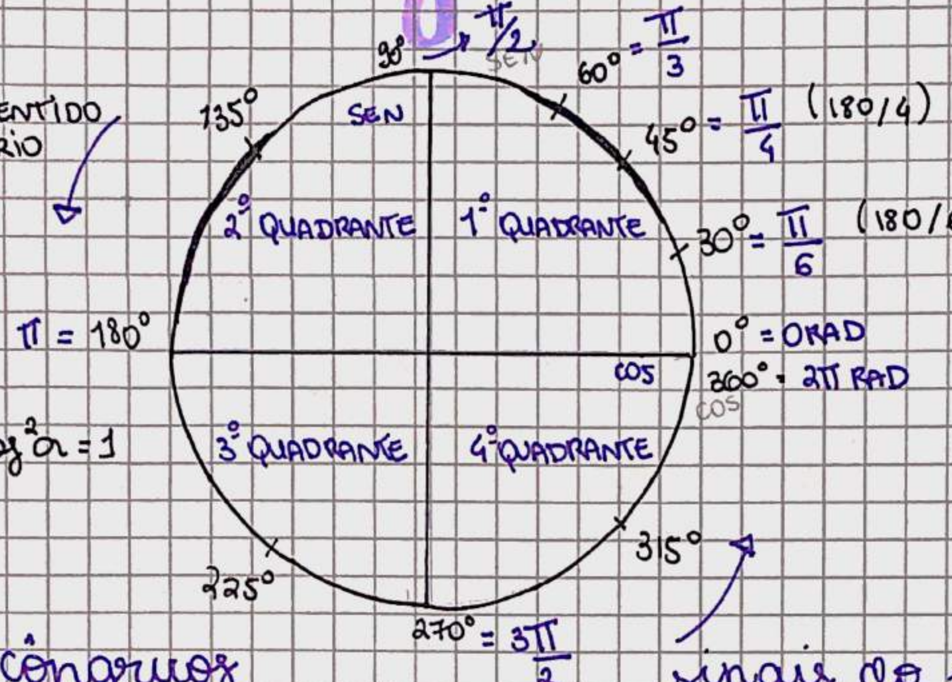
Ciclo trigonométrico

ANDA NO SENTIDO ANTI HORÁRIO



$sen^2 a + cos^2 a = 1$

arcos côngruos

ARCO | 360°
Nº DE VOLTAS

O RESTO ↓
1ª DETERMINAÇÃO POSITIVA
O GRAU QUE VAI ESTÁ

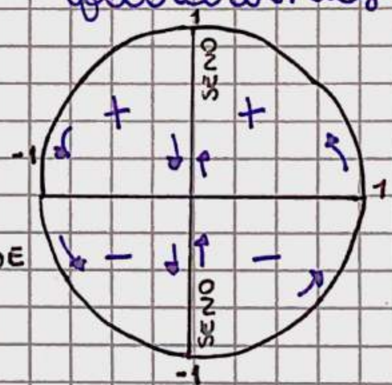
Ex: 1960° | 360
1800   5 VOLTAS
160°
↓
O GRAU CORRESPONDENTE

resumo

$\alpha = 360 . K , K \in \mathbb{Z}$

↓ ANGULO INICIAL
↳ Nº DE VOLTAS.

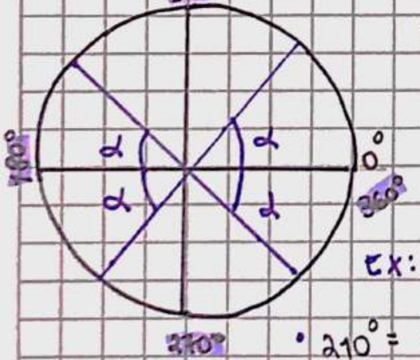
sinais do seno nos quadrantes



SENO É EIXO Y

O SENO VARIA DE 1 A -1

redução ao 1° quadrante



DICAS:
- USAR SMP 180° E 360° COMO REFERÊNCIA
- PROCURAR QUEM ESTÁ MAIS PERTO

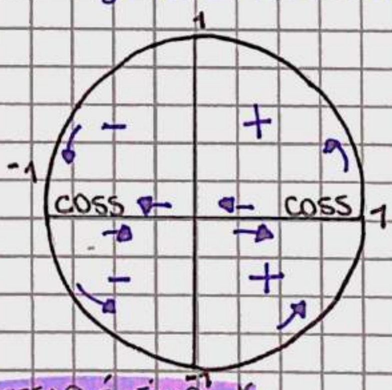
EX: $120° = (180° - 120°) = \boxed{60°}$

- $210° = 210 - 180 = \boxed{30°}$
  ↳ QUANTO PASSOU DE 180°?

- $330° = 360° - 330° = \boxed{30°}$

- $100° = 180 - 100 = \boxed{80°}$

sinais do cosseno nos quadrantes



COSSENO É EIXO X

O COSSENO VARIA DE 1 A -1

estatística

- **rol:** colocar os dados numéricos em ordem crescente ou decrescente
- **Frequência absoluta:** quantidade do que tem de uma mesma coisa. Ex: 10 alunos tiraram 5
  ↳ frequencia
- **Frequência relativa:** é a porcentagem da frequência relativa em relação ao total. ↳ pode tá em formato decimal ou fracionário

Nota dos alunos na prova de Matemática		
Classe Inotal	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
5	2	10%
6	4	20%
7	5	25%
8	5	20%
9	4	20%
	20	100%

* quando os dados estão e intervalos:

Altura dos alunos em uma sala de aula		
Altura (m)	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
1,50 ⊢ 1,60	2	10%
1,60 ⊢ 1,70	5	25%
1,70 ⊢ 1,80	9	45%
1,80 ⊢ 1,90	3	15%
1,90 ⊢ 2,00	1	5%
significa que o 1,90 está na classe mas 2,00 não entra	20	100%

Medidas de tendência central

- **média aritmética** $(\bar{x})$
  ↳ $$\frac{x_1 + x_2 \dots + x_n}{n}$$

(Insper) Para fazer parte do time de basquete de uma escola, é necessário ter, no mínimo, 11 anos. A média das idades dos cinco jogadores titulares desse time é 13 anos, sendo que o mais velho deles tem 17 anos. Dessa forma, determine a idade máxima do segundo mais velho do time titular.

mais novo

$$MA = 13 \rightarrow \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = 13 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 17 = 65$$

mais velho

segundo mais velho

$$(\overset{11}{x_1} + \overset{11}{x_2} + \overset{11}{x_3}) + x_4 = 48 \rightarrow 33 - x_4 = 48$$

a soma tem que ser mínima então atribui o valor mínimo

$$\boxed{x_4 = 15 \text{ anos}}$$

- **média ponderada**
  ↳ é uma média em que os dados são multiplicados pelos pesos, e divididos pela soma dos pesos
- **moda**
  ↳ é o valor mais frequente de um grupo de valores
- **mediana**
  ↳ colocar os valores na ordem crescente e decrescente e achar o número do meio, que será a mediana

  * ímpar: o número do meio é a mediana

  * par: média dos dois números que estiverem no centro, será a mediana

_/_/

fórmulas

MATEMÁTICA

trigonometria

LEI DOS SENOS

• 2 ÂNGULOS E UM LADO

$$\frac{a}{\operatorname{sen} a} = \frac{b}{\operatorname{sen} b} = \frac{c}{\operatorname{sen} c}$$

LEI DOS COSSENOS

• 2 LADOS E UM ÂNGULO

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos a$$

* $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$

+ E - DE ARCOS

• $(\operatorname{sen} a + \operatorname{sen} b) = \operatorname{sen} a \cos b + \operatorname{sen} b \cos a$

• $\operatorname{sen}(a-b) = \operatorname{sen} a \cos b - \operatorname{sen} b \cos a$

• $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$

• $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$

• $\operatorname{Tg}(a+b) = \dfrac{\operatorname{Tg} a + \operatorname{Tg} b}{1 - \operatorname{Tg} a \cdot \operatorname{Tg} b}$ + −

• $\operatorname{Tg}(a-b) = \dfrac{\operatorname{Tg} a - \operatorname{Tg} b}{1 + \operatorname{Tg} a \cdot \operatorname{Tg} b}$ − +

matriz

MULTIPLICAÇÃO

$$\overbrace{A_{2\times 3} \cdot B_{3\times 3}}^{C_{2\times 3}\ \text{(RESULTANTE)}}$$

$3 = 3$: EXISTE

INVERSÃO DE MATRIZ

$$B^{-1} = \frac{1}{\det(B)} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

INVERTE A D.I E TROCA O SINAL DO RESTO

SISTEMAS HOMOGÊNEOS

• $\det \neq 0 \rightarrow$ SPD $\rightarrow$ SOLUÇÃO SÓ TRIVIAL

• $\det = 0 \rightarrow$ SPI $\rightarrow$ + DE UMA SOLUÇÃO

Geom. plana

ÁREAS

• QUADRADO

$A = \ell^2$

• RETÂNGULO

$A = a \cdot b$

• LOSANGO

$A = \dfrac{D \cdot d}{2}$

• PARALELOGRAMO

$A = b \cdot h$

• TRAPÉZIO

$A = \dfrac{(B+b) \cdot h}{2}$

• HEXÁGONO

$6 \cdot \dfrac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$

• CÍRCULO

$A = \pi R^2$

$C = 2\pi R$

• TRIÂNGULO

$A = \dfrac{b \cdot h}{2}$ EQ: $\dfrac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$

* 2L E 1Â: $\dfrac{a \cdot b \cdot \operatorname{sen}\alpha}{2}$

* 3L: $\sqrt{p \cdot (p-a)(p-b)(p-c)}$

__/__/__

polígonos

polígonos

INSCRITOS		CIRCUNSCRITOS	
l_3 $R\sqrt{3}$	A_3 $\frac{R}{2}$	l_3 $2R\sqrt{3}$	A_3 R
l_4 $R\sqrt{2}$	A_4 $\frac{R\sqrt{2}}{2}$	L_4 $2R$	A_4 R
l_6 R	A_6 $\frac{R\sqrt{3}}{2}$	L_6 $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$	A_6 R

Geom. espacial

figura	área total	volume
PARALELEP.	$2(ab+bc+ac)$	$a \cdot b \cdot c$
CUBO	$6a^2$	a^3
CILINDRO	$2\pi RH + 2\pi R^2$	$\pi R^2 H$
CONE	$\pi Rg + \pi R^2$	$\frac{\pi R^2 H}{3}$
PIRÂM.	$Ab + Al$	$\frac{Ab \cdot H}{3}$
ESFERA	$4\pi R^2$	$\frac{4\pi R^3}{3}$

binômio DE NEWTON

$$T_{p+1} = C_n^p \cdot x^{n-p} \cdot a^p$$

ou

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} \cdot x^{n-p} \cdot a^p$$

probabilidade

$$P(A) = \frac{n^\circ A \text{ (EVENTO)}}{n^\circ S \text{ (ESPAÇO AMOSTRAL)}}$$

$A \cap B = E$ $\quad$ $A \cup B = OU$

$\times$ $\quad$ $+$

combinatória

ARRANJO

REPETIÇÃO → PFC

SEM REPETIÇÃO → --- ou $\frac{n!}{(n-p)!}$

PERMUTAÇÃO

* ANAGRAMAS COM REPETIÇÃO

$$\frac{n!}{P_1!\,P_2!\ldots}$$

* SEM REPETIÇÃO $= n!$

COMBINAÇÃO

$$C_n^p = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

JUNTO

CONSIDERE OS 2 COMO 1 E MULTIPLIQUE PELAS POSSIBILIDADES DE FLEXÕES.

SEPARADO

LEVANTAR TODAS AS POSSIBILIDADES E SUBTRAIR DA CHANCE DE ESTAR JUNTA

função logaritmo

definição

$$\boxed{f(x) = \log_a x \quad \text{com } a > 0 \text{ e } \neq 1}$$

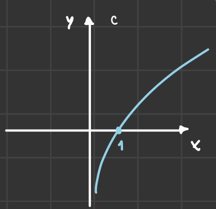
gráfico

$f(x) = \log_2 x$

nesse formato, o gráfico sempre corta x no ponto 1.

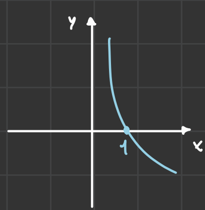
base > 1

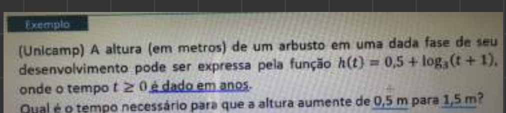
gráfico crescente



base entre 0 e 1

gráfico decrescente




Exemplo

(Unicamp) A altura (em metros) de um arbusto em uma dada fase de seu desenvolvimento pode ser expressa pela função $h(t) = 0{,}5 + \log_3(t+1)$, onde o tempo $t \geq 0$ é dado em anos.

Qual é o tempo necessário para que a altura aumente de 0,5 m para 1,5 m?

- $h(t) = 0{,}5$

$\cancel{0{,}5} = \cancel{0{,}5} + \log_3(t+1) \rightarrow \log_3(t+1) = 0$

$3^0 = t+1$

$1 = t+1 \quad t=0$

- $h(t) = 1{,}5$

$1{,}5 = 0{,}5 + \log_3(t+1) \rightarrow 1 = \log_3(t+1) \rightarrow 3^1 = t+1$

$t = 2$

* 2 anos

inequações logarítmicas

1. tipo A

logaritmo dos dois lados

prestar atenção nas bases

$$\boxed{\log_a f(x) > \log_a g(x)}$$

- Se $a > 1$, então $\log_a f(x) > \log_a g(x) \rightarrow f(x) > g(x)$
- Se $0 < a < 1$, então $\log_a f(x) > \log_a g(x) \rightarrow f(x) < g(x)$

inverte o sinal se á estiver entre 0 e 1.

ex: $\log_2 (2x-1) < \log_2 6$ trabalha só com eles

↳ mantém pois a base (2) é maior que 1

$2x - 1 < 6$

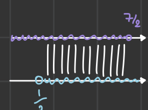
$2x < 7$

$x < \frac{7}{2}$

mas os logaritmandos também têm que ser > 0

$2x - 1 > 0 \qquad x > \frac{1}{2}$

$2x > 1$



$S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}\}$

2. Tipo B

- um lado logaritmo, do outro, um número real qualquer
- $\log_a f(x) > k$

* Se $a > 1$, então $\log_a f(x) > k \rightarrow f(x) > a^k$ mantém

* Se $0 < a < 1$, então $\log_a f(x) > k \rightarrow f(x) < a^k$

↳ inverte

ex: $\log_{\frac{1}{2}} (2x^2 - 3x) > -1$

↳ base entre 0 e 1, inverte o sinal

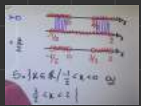
$-1 = -1 \cdot \log_{1/2} {1/2} \rightarrow -1 = \log_{1/2} \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \log_{1/2} 2$

- $\log_{\frac{1}{2}} (2x^2 - 3x) > \log_{\frac{1}{2}} 2 \rightarrow 2x^2 - 3x < 2$

trabalha só com logaritmando

$x' = 2$

$x'' = -\frac{1}{2}$



função exponencial

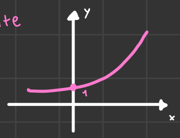
$\boxed{f(x) = a^x \text{ ou } y = a^x \quad \text{com } a > 0 \text{ e } a \neq 1}$

* a entre 0 e 1
* a maior que 1
* o x pode ser qualquer valor

gráfico

crescente

$a > 1$



$\boxed{\text{se tiver esse formato: } f(x) = 2^x \text{, o gráfico sempre vai tocar } y \text{ no } 1}$

situação 2: $f(x) = \frac{1}{2}^x \quad 0 < a < 1$ (quando a está entre 0 e 1)

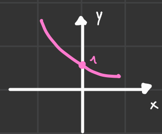
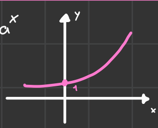
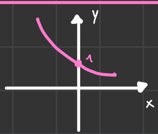


gráfico decrescente

sempre cruza no ponto $y = 1$

$a > 1$	$0 < a < 1$
$f(x) = a^x$ 	

nunca irá tocar o eixo x nesse tipo (a^x)

função do tipo exponencial

Funções do tipo exponencial $f(x$

Exemplo 1

Certa população de insetos cresce de acordo com a função $N(t) = 500 \cdot 2^{\frac{t}{6}}$, sendo t o tempo em meses e N o número de insetos na população após o tempo t. Nesse contexto, determine o número inicial de insetos e o número de insetos daqui a um ano.

a) $N(0) = 500 \cdot 2^{\frac{0}{6}} = 500 \cdot 2^0 = 500 \cdot 1 = 500$ insetos

b) $t = 12 = N(12) = 500 \cdot 2^{\frac{12}{6}} = 500 \cdot 2^2 = 500 \cdot 4 = 2000$ insetos

Exemplo 2

Seja o gráfico da função exponencial f, definida por $f(x) = k \cdot a^x$, esboçado no plano cartesiano abaixo. Determine:

a. Os valores das constantes a e k.

b. $f(0)$ e $f(3)$.

1º: montar um sistema

$P\ (1, 3)$ $\quad Q\ (2, \frac{9}{2})$

$f(1) = ka^1 = 3$

$\boxed{ka = 3}$

$f(2) = k \cdot a^2 = \frac{9}{2}$

$ka \cdot a = \frac{9}{2}$

$3a = \frac{9}{2} \quad a = \frac{3}{2}$

2º substitui e acha k

$k \cdot \frac{3}{2} = 3$

$k = 2$

3º escreve a lei da função: $\boxed{f(x) = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x}$

a) $f(0) = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^0 = 2$

b) $f(3) = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 2 \cdot \frac{27}{8} = \frac{27}{4}$

equação exponencial

- Em algumas, os dois membros podem ser reduzidos a potências de mesma base

E: $5^x = 625 \rightarrow 5^x = 5^4 \Leftrightarrow x = 4$

- quando ñ dá pra igualar as bases, usa log.

exemplos

a) $3^x = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = 3^x = \sqrt[3]{\frac{1}{3^3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{3^3}} = \sqrt[\cancel{3}]{3^{\cancel{-3}}} = 3^{-1}$

b) $0{,}5^x = \frac{1}{8}$

$\frac{1}{2}^x = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \rightarrow x = 3$

c) $7^{x+2} \cdot 7^1 = 1$

$7^{x+2+1} = 7^0 \rightarrow x + 2 + 1 = 0 \quad x = -3$

d) $2^{x^2+4} = 32$

$2^{x^2+4} = 2^5 \rightarrow x^2 + 4 = 5 \quad x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$

USO DE UMA VARIÁVEL AUXILIAR

$4^x - 5.2^x + 4 = 0$

$(2^2)^x - 5.2^x + 4 = 0$

$(2^x)^2 - 5.2^x + 4 = 0$

$y^2 - 5y + 4 = 0$

$y_1 = 1$ ou $y_2 = 4$

$2^x = y$

$2^x = 1$	$2^x = 4$
$2^x = 2^0$	$2^x = 2^2$
$x_1 = 0$	$x_2 = 2$

inequação

exponencial

método da redução a uma base comum

caso 1: se a base $a > 1$: $a^b > a^c \rightarrow b > c$

mantém o sinal para base maior que 1 — mantém

caso 2: quando a base $0 < a < 1$: $a^b > a^c \rightarrow b < c$

inverte o sinal para base entre 0 e 1

exemplos

a) $27^{x+2} > 9^{x+5}$

$(3^3)^{x+2} > (3^2)^{x+5}$

$3^{3x+6} > 3^{2x+10}$

base > 1 mantém o sinal

$3x + 6 > 2x + 10 \quad \boxed{x > 4}$

b) $0{,}5^{4x+3} \leq 0{,}25^{x+5}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+3} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{x+5}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+3} \leq \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^{x+5}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+3} \leq \frac{1}{2}^{2x+10}$

base entre 0 e 1, inverte o sinal

$4x + 3 \geq 2x + 10$

$\boxed{x \geq \frac{7}{2}}$

c) $(\sqrt{2})^{3x-1} \leq \sqrt[4]{8}$

$\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{3x-1} \leq 2^{\frac{3}{4}}$

$2^{\frac{3x-1}{2}} \leq 2^{\frac{3}{4}}$

$\frac{3x-1}{2} \leq \frac{3}{4}$

$\boxed{x \leq \frac{5}{6}}$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} > 3^{x+2}$

$(3^{-1})^{2x-1} > 3^{x+2}$

$3^{-2x+1} > 3^{x+2}$

$-2x + 1 > x + 2$

$-3x > 1 \quad (\cdot -1)$

$\boxed{x < -\frac{1}{3}}$

e) $3^{x+1} + 2 \cdot 3^{x-1} \geq 11$

$3^x \cdot 3^1 + 2 \cdot \frac{3^x}{3^1} \geq 11$

$3^x = a$

$3a + \frac{2 \cdot a}{3} \geq 11 \quad (\cdot 3)$

$9a + 2a \geq 33 \quad \boxed{a \geq 3}$

$3^x \geq 3^1 \rightarrow \boxed{x \geq 1}$

juros SIMPLES

C = capital

t = tempo } devem concordar

i = taxa → sempre incide no capital

m = montante (C + J)

J = juros

$$\boxed{J = C \cdot i \cdot t}$$

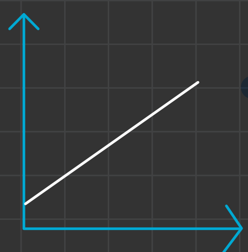
- incide apenas sobre o capital inicial

obs taxa de 5% = 0,05 (tem que dividir por 100)

$\hookrightarrow \frac{5}{100}$

- a taxa e o tempo devem ter as mesmas unidades

gráfico



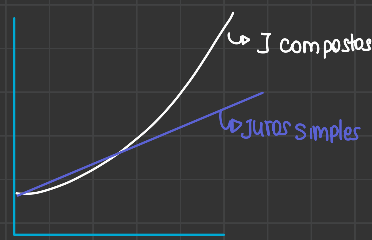
Função do 1º grau

juros COMPOSTOS

- a taxa incide sobre o valor atual

$$\boxed{M = C\,(1+i)^t}$$

- Gráfico



logaritmo

- $\log^{10} = 1$ * quando não aparece número, a base é 10
- $\log^{1} = 0$

$$\boxed{\log_a^{b} = x \longrightarrow a^x = b \quad \text{com } a \neq 1}$$

logaritmo neperiano

$\log_e^{b} = \ln b$

- $e = 2{,}7182818\ldots$

exemplos

a) $\log_3^{81} \rightarrow x \qquad 3^x = 81 \rightarrow 3^x = 3^4$

$\underline{x = 4}$

b) $\log_{\frac{1}{2}}^{8} = x \qquad \left(\frac{1}{2}\right)^x = 8 \rightarrow \left(2^{-1}\right)^x = 2^3$

$2^{-x} = 2^3 \qquad \underline{x = 3}$

c) $\log_{\sqrt{5}}^{5} = x$

$\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^x = 5$

$5^{\frac{x}{2}} = 5^1$

$\frac{x}{2} = 1 \qquad \underline{x = 2}$

mudança de base

$$\boxed{\log_a^{b} = \frac{\log_c^{b}}{\log_c^{a}}}$$

ex: $\log_3^{5} = \dfrac{\log_2^{5}}{\log_2^{3}}$

ex: $\log_{13}^{27} \quad \log_{13}^{3^3} \rightarrow \dfrac{\log^{3^3}}{\log^{13}} \rightarrow \dfrac{3.\log^{3}}{\log^{13}} = \dfrac{3.0{,}48}{1{,}11} = 1{,}29$

ex: $\log_{11}^{\frac{11}{13}} \rightarrow \dfrac{\log^{\frac{11}{13}}}{\log^{11}} \rightarrow \dfrac{\log^{11} - \log^{13}}{\log^{11}} = \dfrac{-0{,}07}{1{,}04} = 0{,}067$

propriedades

- logaritmo de um produto

$\log_a^{(b.c)} = \log_a^{b} + \log_a^{c}$

$$\boxed{\text{obs: } \log_a^{(b+c)} \neq \log_a^{b} \cdot \log_a^{c}}$$

ex: $\log^{15} \rightarrow \log^{3.5} = \log^{3} + \log^{5} \rightarrow 0{,}48 + 0{,}7 = 1{,}18$

- logaritmo do quociente

$\log_a^{\left(\frac{b}{c}\right)} = \log_a^{b} - \log_a^{c}$

ex: $\log^{2,5} \rightarrow \log^{\frac{25}{10}} = \log^{25} - \cancel{\log^{10}}^{\,1} = 2.\log^{5} - 1 = 1{,}4 - 1 = 0{,}4$

- logaritmo da potência

$\log_a^{b^n} = n.\log_a^{b}$

ex: $\log^{360} \rightarrow \log^{(2^3.3^2.5)} \rightarrow \log^{2^3} + \log^{3^2} + \log^{5} \rightarrow 3\log^{2} + 2\log^{3} + \log^{5}$

$3.0{,}9 + 2.0{,}48 + 0{,}7 = 2{,}56$

$$\boxed{\text{obs: } \left(\log_a^{b}\right)^c \neq c.\log_a^{b}}$$

equações logarítmicas

$$\boxed{\log_a^{b} = \log_a^{c} \longleftrightarrow b = c}$$

lembre-se sempre de verificar as condições de existência do logaritmo.

$\log_a^{b} \rightarrow a > 0,\ b > 0,\ a \neq 1$

ex: $\log_8^{4x} = \log_8^{(3x+1)} \rightarrow 4x = 3x + 1 \qquad \underline{x = 1}$ pega o valor e substitui para verificar a condição de existência

ex: $\log_{x-1}^{(5x+1)} = 2 \longrightarrow (x-1)^2 = 5x + 1 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 5x+1$

$x^2 - 7x = 0 \rightarrow x(x-7) = 0$

$x = 0$ X $\rightarrow \log_{-1} \notin$

$x = 7$ ✓

ex: $f(x) = |x+2|$

Faz o gráfico da função afim e depois conserta

ex: $g(x) = x+2$

essa parte não pode ser negativa

ex: $f(x) = |x+1| + 2$

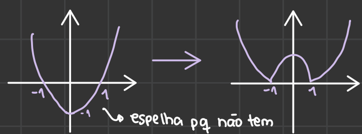
Faz o gráfico da função afim, conserta e translada p/ cima

$g(x) = x+1$

ex: $f(x) = |x^2 - 1|$

$g(x) = x^2 - 1$

$x^2 - 1 = 0$
$x^2 = 1$
$x = \pm 1$



espelha pq não tem parte negativa

equações

exemplo: $|2x - 1| = 3$

pode ser 3 ou -3

- $2x - 1 = 3$
  $x = 2$
- $2x - 1 = -3$
  $x = -1$

$S = \{-1, 2\}$

exemplo 2: $|3x - 1| = |2x + 3|$

* propriedade

$|a| = |b|$

$a = b$ ou $a = -b$

- $3x - 1 = 2x + 3 \rightarrow x = 4$
- $3x - 1 = -2x - 3 \rightarrow x = -2/5$

$S = \{-2/5, 4\}$

exemplo 3: $|x|^2 + 2|x| - 15 = 0$

mudança de variável

* $|x| = y$

- $y^2 + 2y - 15$

$y' = 3$ $\quad y'' = -5$

$|x| = 3 \begin{cases} 3 \\ -3 \end{cases}$

$|x| = -5 \rightarrow \emptyset$

$S = \{-3, 3\}$

exemplo: $||x+3| - 2| = 4$

$|x+3| - 2 = 4 \rightarrow |x+3| = 6 \begin{cases} x + 3 = 6 \rightarrow x = 3 \\ x + 3 = -6 \rightarrow x = -9 \end{cases}$

ou

$|x+3| - 2 = -4 \rightarrow |x+3| = -2$ não pode $\rightarrow \emptyset$

$S = \{-9, 3\}$

módulo função

- definição

└ |x|, é o módulo do número real não negativo tal que

$$|x| \begin{cases} x, \text{ se } x \geq 0 \\ -x \text{ se } x < 0 \end{cases}$$

1. O módulo de um número real não negativo (≥ 0) é o próprio número

2. O módulo de um número real negativo (< 0) é o oposto desse número

ex: $|x-4| \begin{cases} x-4, \text{ se } x \geq 4 \\ 4-x, \text{ se } x < 4 \end{cases}$

resolver como o estudo do sinal de uma função

$f(x) = x - 4$

ex: $\underbrace{|x-3|}_{<0} + \underbrace{|x-8|}_{<0}$ com $x < 3$

↳ então inverte

$-x+3 + (-x) + 8 \longrightarrow x = 2$

propriedades

- $|x| \geq 0$ (sempre)
- $|x| = 0 \longleftrightarrow x = 0$
  ↓ se somente se
- $|x| \times |y| = |xy|$
- $|x|^2 = |x^2| = x^2$
- $|x| = |-x|$
- $x \leq |x|$
- $|x+y| \leq |x| + |y|$
- $\sqrt{x^2} = |x|$

- $f(x) = |x| \begin{cases} x, \text{ se } x \geq 0 \\ -x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$

gráfico

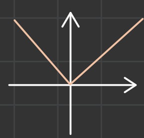
se $f(x) = x$

↳ mas é módulo, não pode ter valor negativo

Se $f(x) = -x$

pois só pode ser se $x < 0$

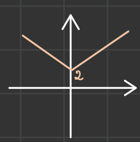
- logo, a $f(x) = |x|$



gráficos que envolvem a função modular

- utilizamos as translações

ex: $f(x) = |x| + 2$ ↳ gráfico transladado 2 unidades p/ cima

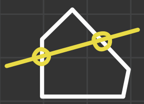


ex: $f(x) = |x| - 1$ ↳ translada 1 unidade p/ baixo

polígonos

definição: figura plana com lados, no qual nº de lados = número de ângulos

* **polígono convexo:** se passar uma reta, pode cortar até 2 pontos



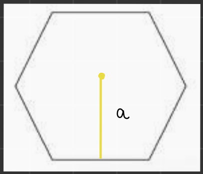
Ex: triângulo, quadrilátero, pentágono, hexágono, etc.

Soma dos ângulos internos: $\boxed{S_i = 180^\circ \cdot (n-2)}$ n = nº de lados

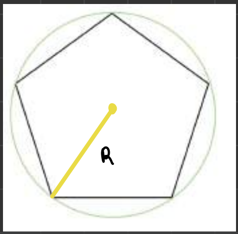
Soma dos ângulos externos: a soma sempre será 360°

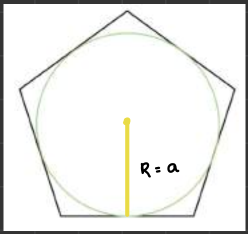
polígono regular: todos os ângulos internos iguais e lados de mesmo comprimento

apótema: é o segmento com uma extremidade no centro e outra no ponto médio de um lado



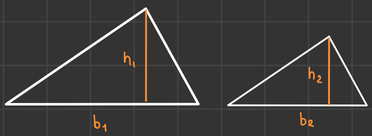
notas: todo polígono regular é inscritível e circunscritível em uma circunferência





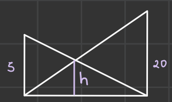
razão entre áreas de dois Δ semelhantes

- A razão entre áreas de dois triangulos semelhantes, é igual ao quadrado da razão de semelhança



$$\boxed{\frac{A_1}{A_2} = k^2}$$

macete



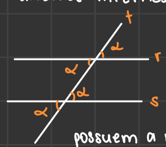
$$h = \frac{5 \cdot 20}{5+20}$$

Triângulos

propriedades

1. Soma dos ângulos internos

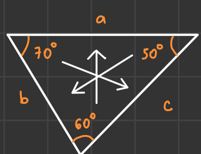
✱ alternos internos



possuem a mesma medida

$S_{i\Delta} = 180°$

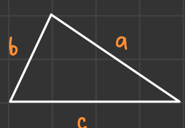
2. Ao maior ângulo, opõe-se o maior lado



$c > a > b$

3. Desigualdade triangular

• Em todo triângulo, cada lado é menor que a soma dos outros dois.

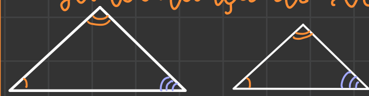


- $a < b + c$
- $b < a + c$
- $c < a + b$

área

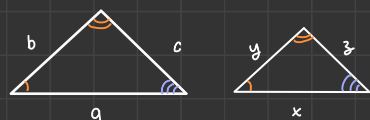
$$A_{\Delta} = \frac{b \cdot h}{2}$$

Semelhança de triângulos



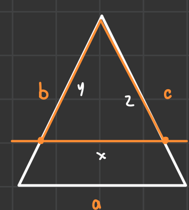
• 2 triângulos serão semelhantes se possuírem os três ângulos congruentes e os lados homólogos proporcionais.

↳ lados entre os mesmos ângulos



$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = k \text{ (razão de semelhança)}$$

Teorema fundamental



$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$$

nota

Com base na semelhança de triângulos, se a razão de semelhança é k, então:

- A razão entre os lados homólogos é k
- A razão entre os perímetros é k
- A razão entre as alturas homólogas é k

...

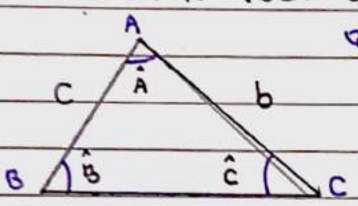
! tudo é semelhante na mesma proporção !

trigonometria

↳ ESTUDA AS RELAÇÕES ENTRE OS LADOS E OS ÂNGULOS DOS TRIÂNGULOS.

lei dos senos

USAMOS NOS TRIÂNGULOS ACUTÂNGULOS (ÂNGULOS INTERNOS < 90° (AGUDOS)) E NOS OBTUSÂNGULOS (ÂNGULOS INTERNOS > 90° (OBTUSOS))



QUANDO USAR:

QUANDO A QUESTÃO TE DÁ: 2 ÂNGULOS E UM LADO

fórmula

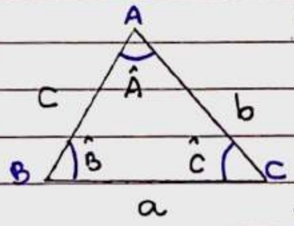
$$\frac{a}{\text{SEN}\,\hat{A}} = \frac{b}{\text{SEN}\,\hat{B}} = \frac{c}{\text{SEN}\,\hat{C}}$$

LEI DOS SENOS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO:

$$\text{SEN} = \frac{\text{CATETO OPOSTO}}{\text{HIPOTENUSA}}$$

lei dos cossenos

USADO NOS MESMOS TRIÂNGULOS DA LEI DO SENO



QUANDO USAR:

QUANDO A QUESTÃO TE DÁ: 2 LADOS E UM ÂNGULO

fórmulas

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos a$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos b$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos c$

LEI DOS ~~SENOS~~ COS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO:

$$\text{COSSENO} = \frac{\text{CATETO ADJASCENTE}}{\text{HIPOTENUSA}}$$

lembrando que:

$\text{SEN}^2 x + \cos^2 x = 1 \;/\; \text{SEN}^2 x = 1 - \cos^2 x \;/\; \cos^2 x = 1 - \text{SEN}^2 x$

relações trigonométricas

COTAGENTE (COTG X) $\frac{1}{\text{Tg}\,x} = \frac{\cos x}{\text{SEN}\,x}$

COSSECANTE: (COSSEC X) $\frac{1}{\text{SEN}\,x} = \text{SEN}\,x^{-1}$

SECANTE (SEC X) $\frac{1}{\cos x} = \cos x^{-1}$

• $\text{SEN}\,x \cdot \overset{\text{SEC}}{\frac{1}{\cos x}} = \frac{\text{SEN}\,x}{\cos x} = \text{Tg}\,x$

• $\text{SEN}^2 + \cos^2 = 1$ • $\text{SEN}^2 = 1 - \cos^2$ • $\cos^2 = 1 - \text{SEN}^2$

fórmulas de adição e subtração de arcos

• $\text{SEN}(a+b) = \text{SEN}\,a \cos b + \text{SEN}\,b \cos a$

• $\text{SEN}(a-b) = \text{SEN}\,a \cos b - \text{SEN}\,b \cos a$

• $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \text{SEN}\,a\,\text{SEN}\,b$

• $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \text{SEN}\,a\,\text{SEN}\,b$

• $\text{Tg}(a+b) = \frac{\text{Tg}\,a + \text{Tg}\,b}{1 - \text{Tg}\,a \cdot \text{Tg}\,b}$ ⊕ ⊖

• $\text{Tg}(a-b) \; \frac{\text{Tg}\,a - \text{Tg}\,b}{1 + \text{Tg}\,a \cdot \text{Tg}\,b}$ ⊖ ⊕

razão e proporção

proporção

- igualdade entre duas ou mais razões

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{x}{y} = k$$

↳ constante de proporcionalidade

$k = 3$ = número de vezes que os numeradores são maiores que os numeradores

- $k = 1/2$ = nº de vezes que os denominadores são maiores que os nºdores

propriedades

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\quad a \cdot d = b \cdot c$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\quad \frac{a+c}{b+d}$

grandezas diretamente proporcionais

a e b são diretamente proporcionais se $\frac{a}{b} = k$

ex roberta 6000
beatriz 9000
andreia 12000
lucro 540 000

↳ quanto cada uma deve receber? de forma proporcional ao investimento

diretamente	inversamente
$\frac{a}{b} = k$	$a \cdot b = k$
divisão	multiplicação

diretamente → divide

valor que vão receber

$$\frac{\boxed{R}}{600} = \frac{\boxed{b}}{9000} = \frac{\boxed{c}}{12000} = \frac{R+B+C}{27000} = \frac{540}{27000} = 20 = k$$

$\frac{R}{600} = 20$ $\quad R = 120\,000$ $\quad \frac{C}{12000} = 20$ $\quad C = 240\,000$

$\frac{b}{9000} = 20$ $\quad b = 180\,000$

macete

$R + B + A = 540\,000$

$600k + 9000k + 12000k$

↳ $27\,000k = 5400$ $\quad k = 20$

grandezas inversamente proporcionais

a e b são proporcionais se uma delas é proporcional ao inverso da outra. Ou seja, $a \cdot b = k$

ex prêmio 3000 Dividir de modo i.p a idade das filhas
A = 20, B = 15, C = 12 Quanto cada uma recebe?

$$\frac{a}{\frac{1}{20}} = \frac{b}{\frac{1}{15}} = \frac{c}{\frac{1}{12}} \rightarrow \frac{A+B+C}{\frac{1}{20}+\frac{1}{15}+\frac{1}{12}} \rightarrow \frac{3000}{\frac{3+4+5}{60}} \rightarrow 15000 = k$$

$20A = 15B = 12C = 15000$ $\quad$ inve

$20A = 15000$ $\quad A = 750$

$b = 1000$ $\quad c = 1200$

macete

$A + B + C = 3000$

$\frac{k}{20} + \frac{k}{15} + \frac{k}{12} = 3000$

$\frac{3k + 4k + 5k}{60} = 3000$

$12k = 180\,000$ $\quad k = 1500$ $\quad$ A = 750, B = 1000, C = 1250

função afim

$$\boxed{f(x) = ax + b}$$

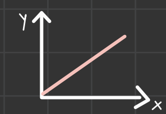
a = coeficiente angular, inclinação

b = coeficiente linear, corta y

com $a \neq 0$, pois, se $a = 0$, a função é constante

gráfico

→ é uma reta



taxa de variação

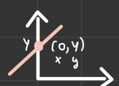
$$\boxed{\frac{\Delta y}{\Delta x} = a}$$

coeficientes

relacionados ao crescimento e decrescimento da função

relacionados ao lugar que o eixo y é interceptado

obs o gráfico de qualquer função cruza o eixo y quando $x = 0$



$f(x) = ax + b$

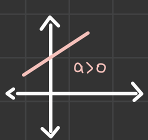
b → coeficiente linear, corta y

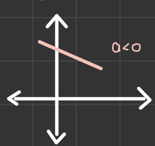
a → coeficiente angular

- a>0 reta crescente
- a<0 reta decrescente

coeficiente angular | tangente de α → angulo que a reta faz com eixo x

reta crescente × reta decrescente





zero da função afim

todo valor de x tal que $f(x) = 0$

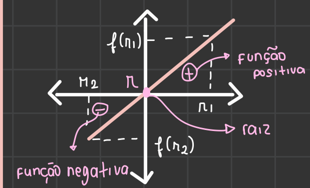
$ax + b = 0$ } só igualar a 0

é a raiz da função

é onde o gráfico corta o eixo x

estudo do sinal da função afim

1 $a > 0$ → função crescente



$f(x) = 0$ se $x = r$

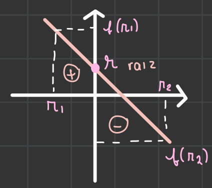
$f(x) > 0$ se $x > r$

tá pra direita

$f(x) < 0$ se $x < r$

tá pra esquerda

2 $a < 0$ → função decrescente



$f(x) = 0$ se $x = r$

$f(x) > 0$ se $x < r$

$f(x) < 0$ se $x > r$

função linear

- toda função afim do tipo

$$\boxed{f(x) = ax}$$

- nesse caso, o $b = 0$

a reta sempre passa na origem

função

quadrática

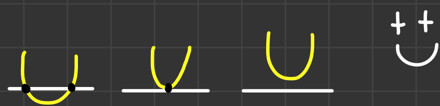
$\boxed{F(x) = ax^2 + bx + c}$

com $a \neq 0$, se não, seria uma função afim

gráfico

é uma parábola

$a > 0$ concavidade pra cima



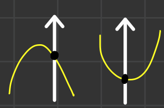
concavidade pra baixo, $a < 0$

coeficiente b

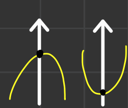
indica se a parábola intercepta o eixo y em seu ramo crescente ou decrescente

$b > 0$ corta o y subindo

$b < 0$ corta o y descendo



$b = 0$ corta y subindo e descendo



coeficiente c

termo independente

é o ponto em que corta o eixo y

zero da função quadrática

são as raízes, acontece quando

$ax^2 + bx + c = 0$

representam os valores onde corta o eixo X

como resolver

$\Delta = 0$ 2 raízes iguais

$\Delta < 0$ não há raiz

$\Delta > 0$ 2 raízes diferentes

$\Delta = b^2 - 4ac$

1 Por Bhaskara

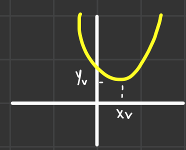
$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

2 Soma e produto

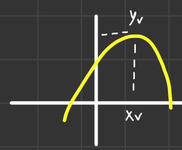
$x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a}$

$x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$

valor mínimo



valor máximo



vértices da parábola

$X_v = \dfrac{-b}{2a}$

$Y_v = \dfrac{-\Delta}{4a}$

forma fatorada

$\boxed{Fx = a(x - x_1)(x - x_2)}$

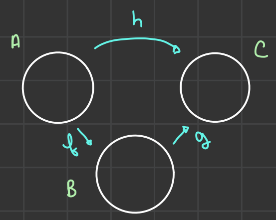
ex $(x+10)\ (x-2)$ } raízes implícitas

$x + 10 = 0$ $\quad x - 2 = 0$

$x_1 = -10$ $\quad x_2 = 2$

função composta

(1) $f: A \to B$, tal que $f(x) = x + 2$ e $g: B \to C$, tal que $g(x) = 2x - 1$. Determine a função composta $h: A \to C$



$(f \circ g)(x)$ significa $f(g(x))$

- só fazer o caminho contrário

$$h(x) = g(f(x))$$

↳ ou seja, na função g, no lugar de "x", vamos colocar f(x)

$g(x) = 2x - 1$ — $f(x) = x + 2$

$g(f(x)) = 2 \cdot f(x) - 1$

$g(f(x)) = 2 \cdot (x+2) - 1 = 2x + 3$

$h(x) = 2x + 3$

exemplos

- $f(x) = 2x^2 + 1$ e $g(x) = x - 2$. Determine

a) $f(g(2))$

1°: calcula quanto vale g(2)

$g(2) = 2 - 2 = 0$

2° calcula $f(g(2))$

$f(0) = 2 \cdot 0^2 + 1 = 1$

b) $g(f(2))$

1°: $f(2) = 2 \cdot 2^2 + 1 = 9$

2° $g(9) = 9 - 2 = 7$

c) $g(f(x))$

$g(f(x)) = f(x) - 2 \to 2x^2 + 1 - 2$

$g(f(x)) = 2x^2 - 1$

função inversa

- Só função bijetora tem função inversa

regra prática

- 1°: trocar x por y e y por x
- 2°: isolar y

exemplo 1: Função inversa de $f(x) = 2x + 3$

$y = 2x + 3$

1°: $x = 2y - 3$

2°: $2y = x + 3 \to \boxed{y = \frac{x+3}{2}}$

$$\boxed{f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}}$$

exemplo 2: se $f(x) = \frac{x+1}{4}$, determine $f^{-1}(3)$.

$$\boxed{\begin{array}{l} f(a) = b \\ f^{-1}(b) = a \end{array}}$$

ou seja, o que era x vira y

maneira 1

$f(x) = 3$

$3 = \frac{x+1}{4}$

$\boxed{x = 11}$

maneira 2: descobrir f^{-1}

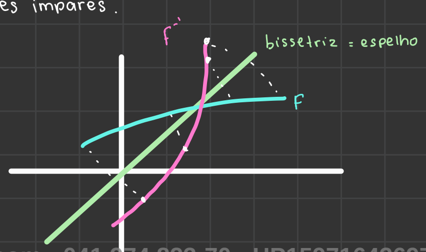
$y = \frac{x+1}{4} \to x = \frac{y+1}{4}$

$4x = y + 1$ $\quad \boxed{y = 4x - 1}$

$f^{-1}(3) = 4 \cdot 3 - 1 = 12 - 1 = \boxed{11}$

gráfico da função inversa

f e f^{-1} são simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares.



estatística

- **rol:** colocar os dados numéricos em ordem crescente ou decrescente
- **Frequência absoluta:** quantidade do que tem de uma mesma coisa. Ex: 10 alunos tiraram 5
  ↳ frequencia
- **Frequência relativa:** é a porcentagem da frequência relativa em relação ao total. ↳ pode tá em formato decimal ou fracionário

Nota dos alunos na prova de Matemática		
Classe (nota)	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
5	2	10%
6	4	20%
7	5	25%
8	5	20%
9	4	20%
	20	100%

* quando os dados estão e intervalos:

Altura dos alunos em uma sala de aula		
Altura (m)	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
1,50 ⊢ 1,60	2	10%
1,60 ⊢ 1,70	5	25%
1,70 ⊢ 1,80	9	45%
1,80 ⊢ 1,90	3	15%
1,90 ⊢ 2,00	1	5%
significa que o 1,90 está na classe mas 2,00 não entra	20	100%

Medidas de tendência central

- **média aritmética** $(\bar{x})$
  ↳ $\dfrac{x_1 + x_2 \dots + x_n}{n}$

(Insper) Para fazer parte do time de basquete de uma escola, é necessário ter, no mínimo, 11 anos. A média das idades dos cinco jogadores titulares desse time é 13 anos, sendo que o mais velho deles tem 17 anos. Dessa forma, determine a idade máxima do segundo mais velho do time titular.

mais novo

$$MA = 13 \rightarrow \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = 13 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 17 = 65$$

mais velho

segundo mais velho

$$(\overset{11}{x_1} + \overset{11}{x_2} + \overset{11}{x_3}) + x_4 = 48 \rightarrow 33 + x_4 = 48$$

a soma tem que ser mínima então atribui o valor mínimo

$$\boxed{x_4 = 15 \text{ anos}}$$

- **média ponderada**
  ↳ é uma média em que os dados são multiplicados pelos pesos, e divididos pela soma dos pesos
- **moda**
  ↳ é o valor mais frequente de um grupo de valores
- **mediana**
  ↳ colocar os valores na ordem crescente e decrescente e achar o número do meio, que será a mediana
  - * ímpar: o número do meio é a mediana
  - * par: média dos dois números que estiverem no centro, será a mediana