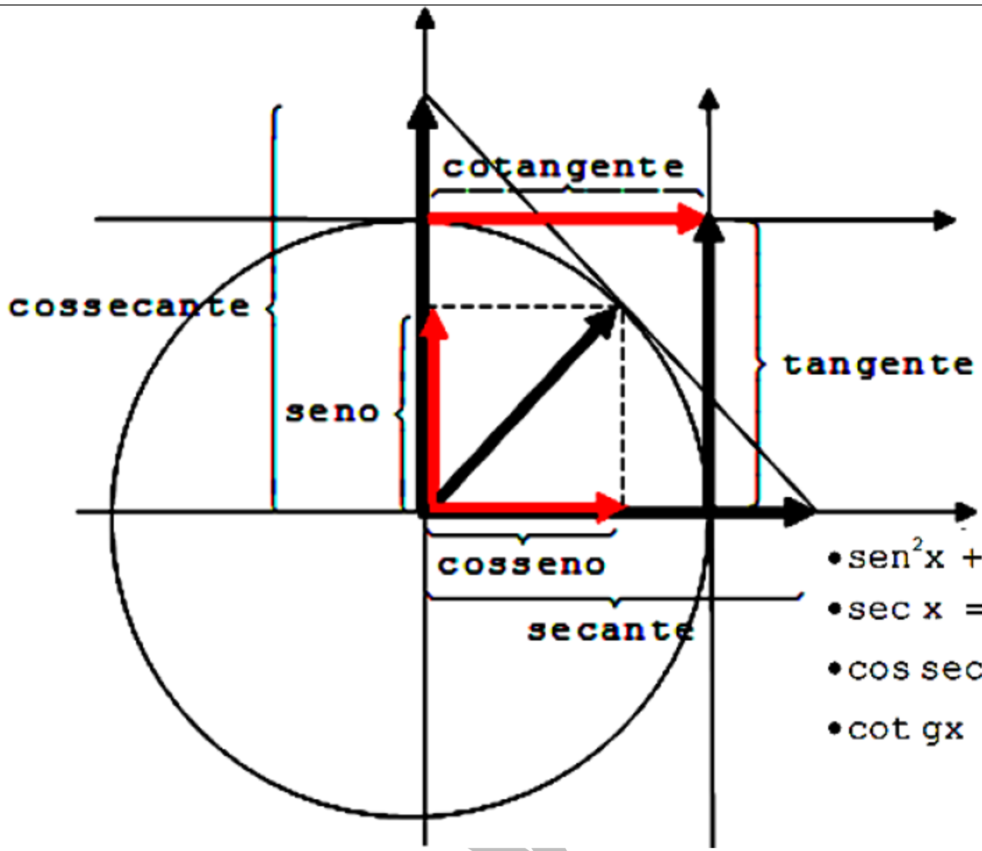
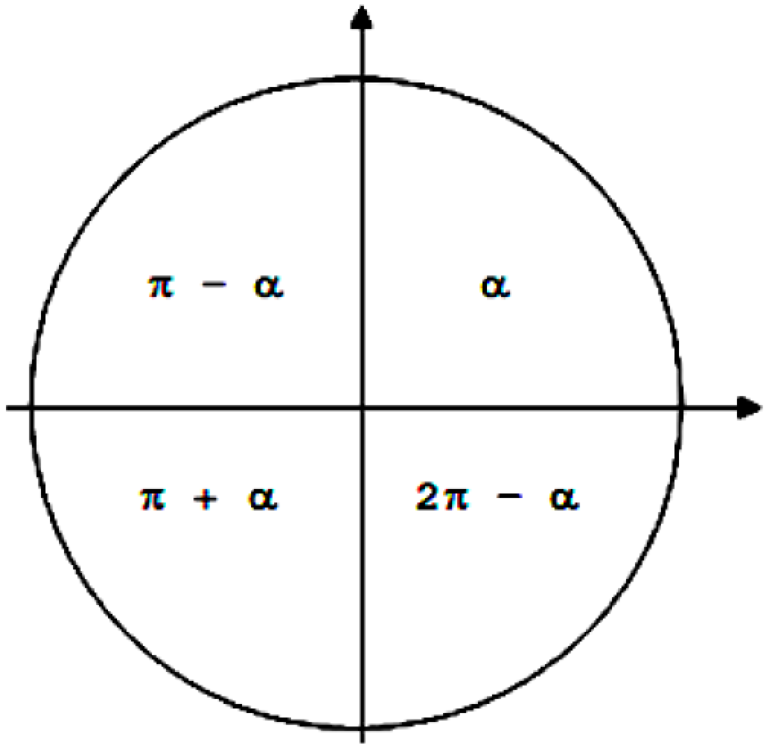
TRIGONOMETRIA

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS



- $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$
- $\sec x = (\cos x)^{-1}$
- $\cos \sec x = (\text{sen} x)^{-1}$
- $\cot g x = (tg x)^{-1}$

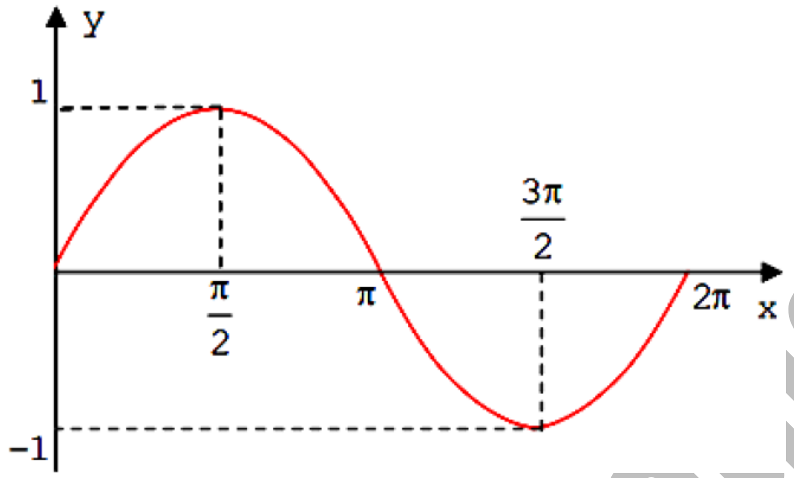
REDUÇÃO DE QUADRANTE



FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

FUNÇÃO SENO

$f(x) = \operatorname{sen} x$



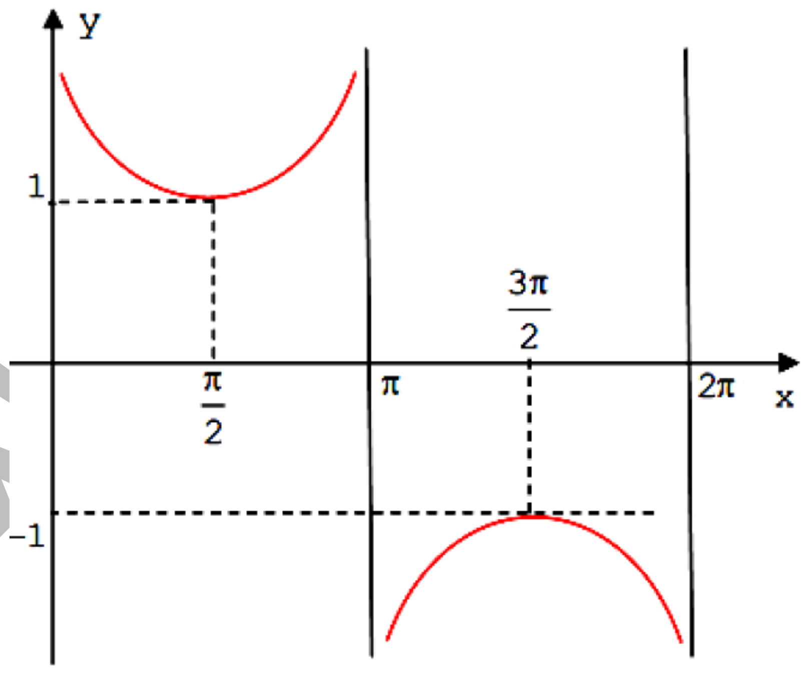
$D(f) = \mathbb{R}$

$I(f) = [-1;1]$

$P(f) = 2\pi$

FUNÇÃO COSSECANTE

$f(x) = \operatorname{cossec} x$



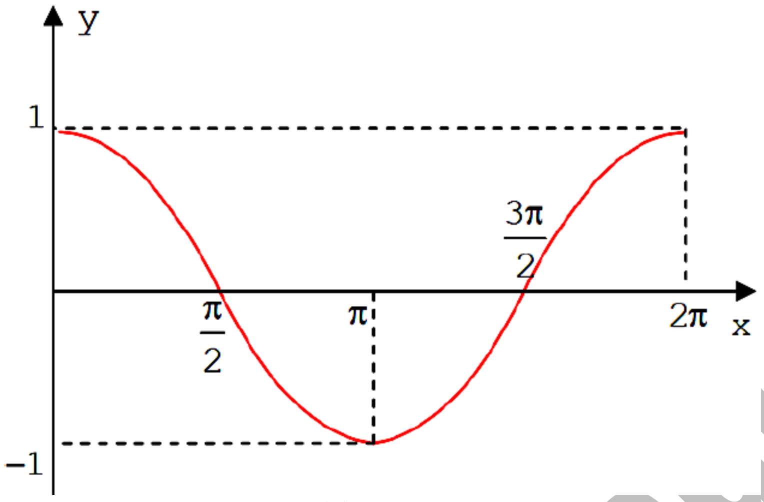
$D(f) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \neq k\pi\}$

$I(f) = \{y \in \mathbb{R} \,/\, y \leq -1 \text{ ou } y \geq 1\}$

$P(f) = 2\pi$

FUNÇÃO COSSENO

$f(x) = \cos x$



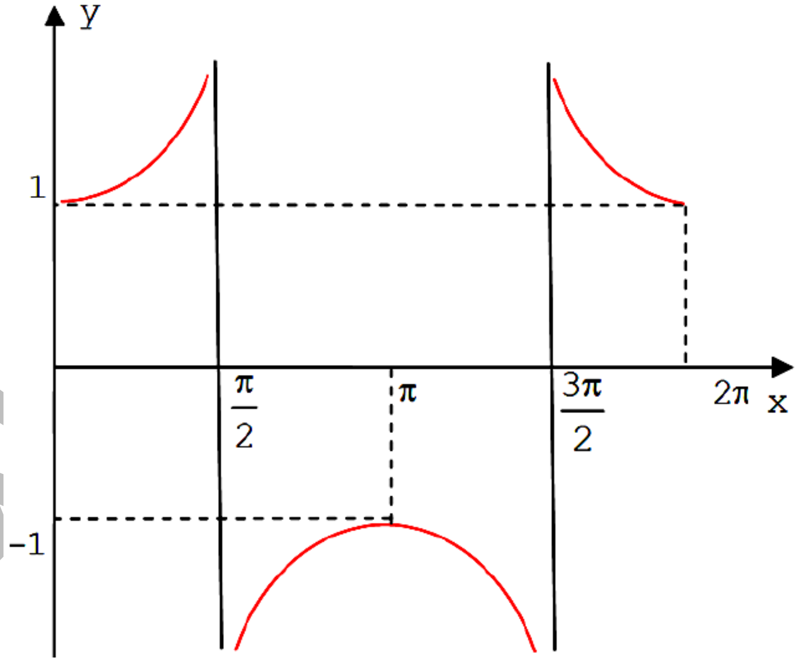
$D(f) = \mathbb{R}$

$I(f) = [-1;1]$

$P(f) = 2\pi$

FUNÇÃO SECANTE

$f(x) = \sec x$



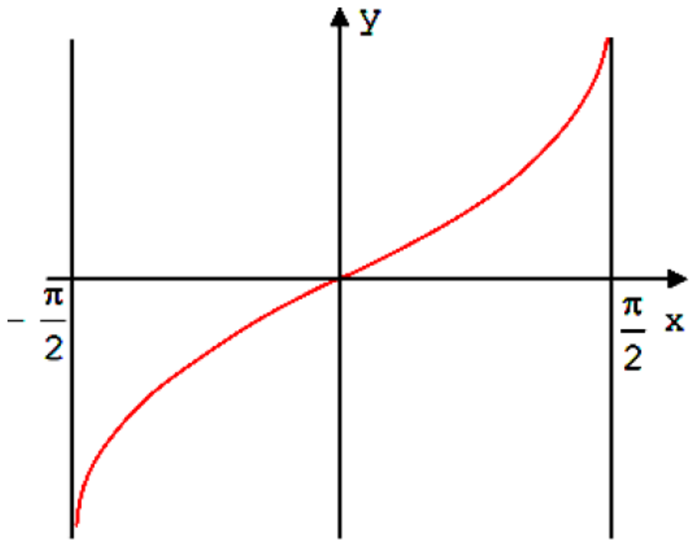
$D(f) = \left\{ x \in \mathbb{R} \,/\, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$

$I(f) = \{ y \in \mathbb{R} \,/\, y \leq -1 \text{ ou } y \geq 1 \}$

$P(f) = 2\pi$

FUNÇÃO TANGENTE

$f(x) = \text{tg}x$



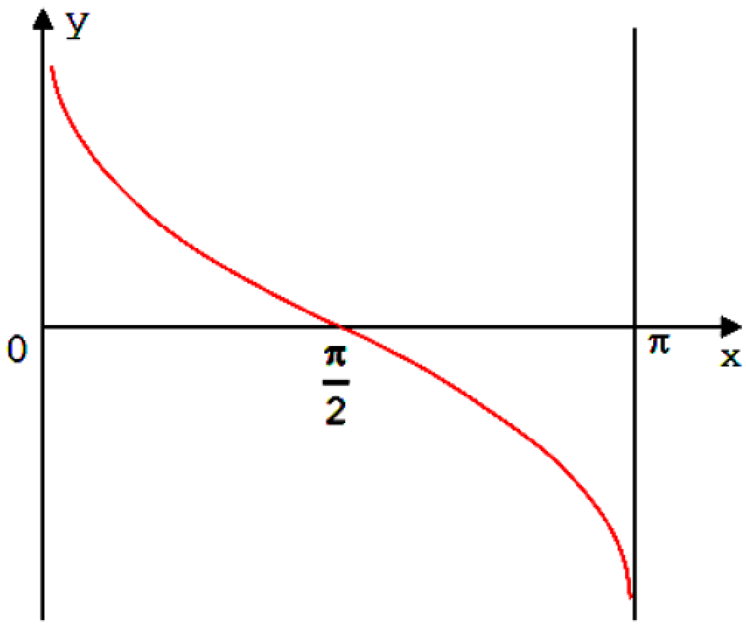
$D(f) = \left\{x \in \mathbb{R} \,/\, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$

$I(f) = \mathbb{R}$

$P(f) = \pi$

FUNÇÃO COTANGENTE

$f(x) = \cot gx$



$D(f) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \neq k\pi\}$

$I(f) = \mathbb{R}$

$P(f) = \pi$

FÓRMULAS DE SOMA

- $\text{sen}(a \pm b) = \text{sen}a \cdot \cos b \pm \text{sen}b \cdot \cos a$
- $\cos(a \pm b) = \cos a \cdot \cos b \mp \text{sen}a \cdot \text{sen}b$
- $\text{tg}(a \pm b) = \dfrac{\text{tg}a \pm \text{tg}b}{1 \mp \text{tg}a \cdot \text{tg}b}$

FÓRMULAS DE MULTIPLICAÇÃO

- $\text{sen}2a = 2\text{sen}a \cdot \cos a$
- $\cos 2a = \cos^2 a - \text{sen}^2 a$
- $\text{tg}2a = \dfrac{2\text{tg}a}{1 - \text{tg}^2 a}$

FÓRMULA DA DIVISÃO

- $\text{sen}\dfrac{a}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1 - \cos a}{2}}$
- $\cos\dfrac{a}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1 + \cos a}{2}}$
- $\text{tg}\dfrac{a}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1 - \cos a}{1 + \cos a}}$

FÓRMULAS DE WERNER

- $\text{sen}p \pm \text{sen}q = 2\text{sen}\dfrac{p \pm q}{2} \cdot \cos\dfrac{p \mp q}{2}$
- $\cos p + \cos q = 2\cos\dfrac{p + q}{2} \cdot \cos\dfrac{p - q}{2}$
- $\cos p - \cos q = -2\text{sen}\dfrac{p + q}{2} \cdot \text{sen}\dfrac{p - q}{2}$
- $\text{tg}p \pm \text{tg}q = \dfrac{\text{sen}(p \pm q)}{\cos p \cdot \cos q}$

EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS

- $\text{sen}\alpha = \text{sen}\beta \therefore \begin{cases} \alpha = \beta + 2k\pi \\ \text{ou} \\ \alpha = \pi - \beta + 2k\pi \end{cases}$
- $\cos\alpha = \cos\beta \therefore \alpha = \pm\beta + 2k\pi$
- $\text{tg}\alpha = \text{tg}\beta \therefore \alpha = \beta + k\pi$

CÁLCULO DO PERÍODO

- $f = A + Bg(Cx + D) \therefore P(f) = \dfrac{P(g)}{|C|}$
- $f = g + h$ ou $f = g \cdot h$ sendo $P(g) \neq P(h)$

$$\frac{P(g)}{P(h)} = \frac{m}{n}(\text{m e n primos entre si}) \therefore P(f) = n \cdot P(g) = m \cdot P(h)$$

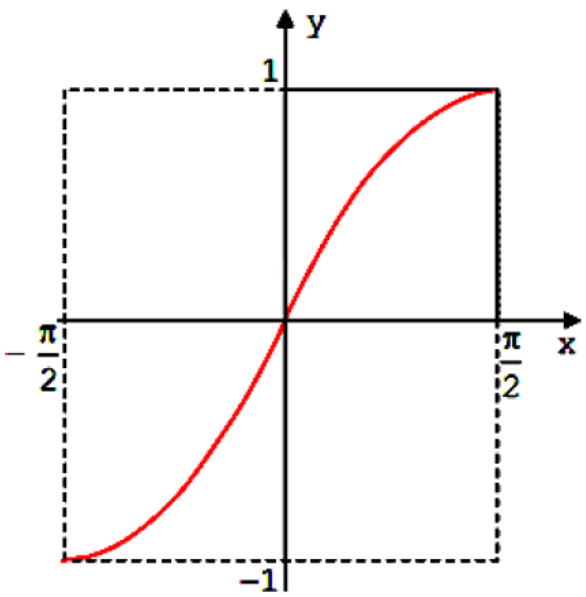
- $P(\text{sen}x) = P(\cos x) = P(\sec x) = P(\text{cossec}\, x) = 2\pi$
  $P(\text{tg}x) = P(\text{cotg}x) = \pi$

PARIDADE

- $\cos(-x) = \cos x \therefore$ função par
- $\sec(-x) = \sec x \therefore$ função par
- $\text{sen}(-x) = -\text{sen}x \therefore$ função ímpar
- $\text{cossec}(-x) = -\text{cossec}\, x \therefore$ função ímpar
- $\text{tg}(-x) = -\text{tg}x \therefore$ função ímpar
- $\text{cotg}(-x) = -\text{cotg}x \therefore$ função ímpar

FUNÇÕES INVERSAS

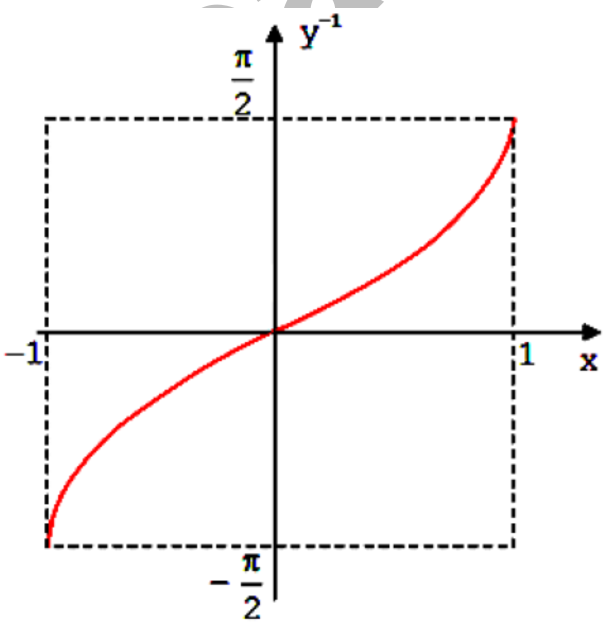
FUNÇÃO ARCO-SENO



$f(x) = \text{sen}x$

$D(f) = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

$CD(f) = I(f) = [-1;1]$

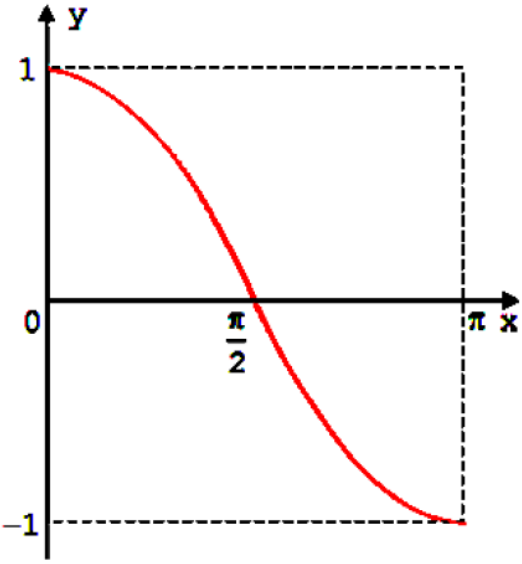


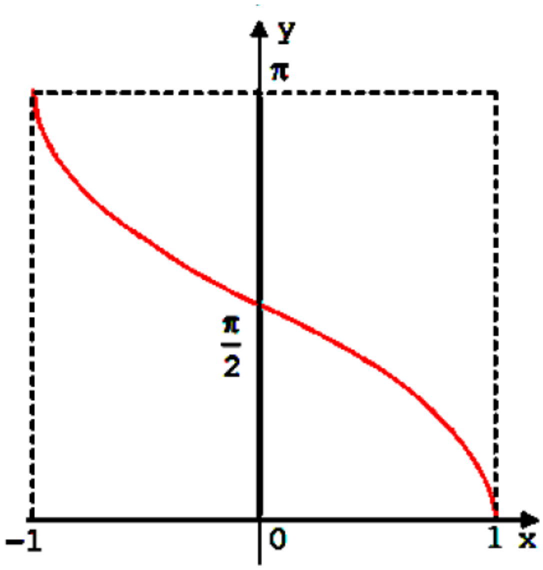
$f^{-1}(x) = \text{arcsen}x$

$D(f^{-1}) = [-1;1]$

$CD(f^{-1}) = I(f^{-1}) = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

FUNÇÃO ARCO-COSSENO





$f(x) = \cos x$

$D(f) = [0; \pi]$

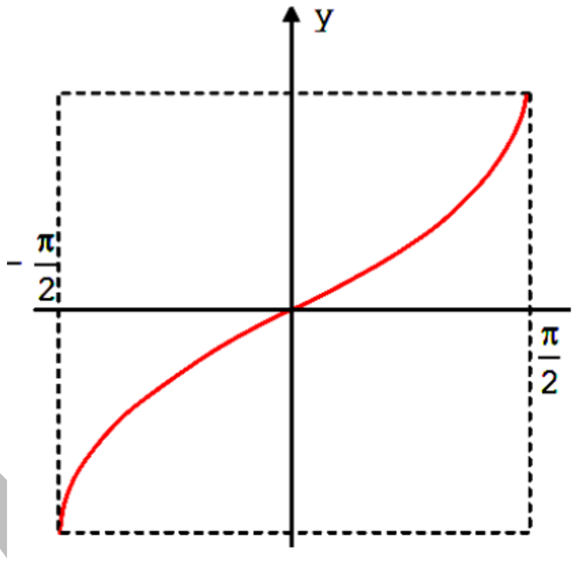
$CD(f) = I(f) = [-1; 1]$

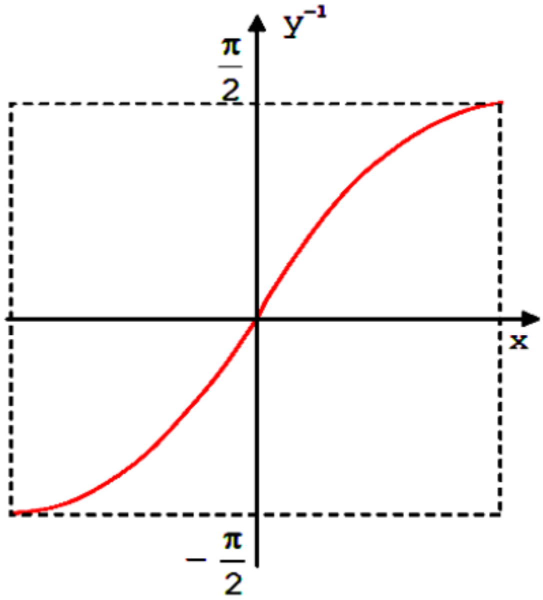
$f^{-1}(x) = \arccos x$

$D(f^{-1}) = [-1; 1]$

$CD(f^{-1}) = I(f^{-1}) = [0; \pi]$

FUNÇÃO ARCO-TANGENTE





$f(x) = \text{tg}x$

$D(f) = \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$

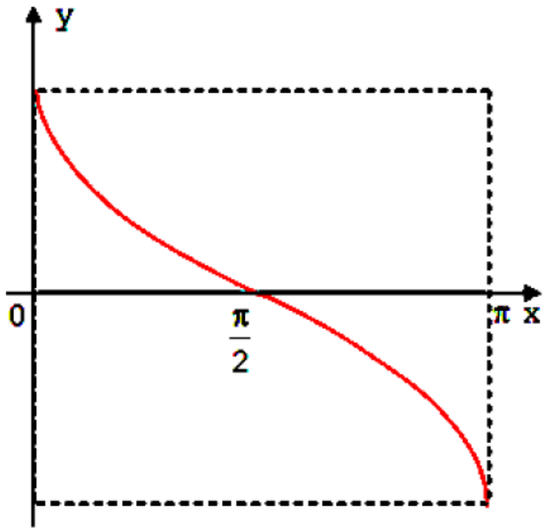
$CD(f) = I(f) = \mathbb{R}$

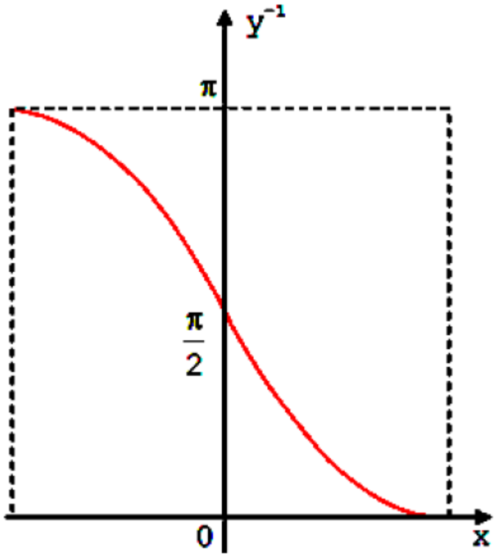
$f^{-1}(x) = \text{arctg}x$

$D(f^{-1}) = \mathbb{R}$

$CD(f^{-1}) = I(f^{-1}) = \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$

FUNÇÃO ARCO-COTANGENTE





$f(x) = \cot g x$

$D(f) =]0; \pi[$

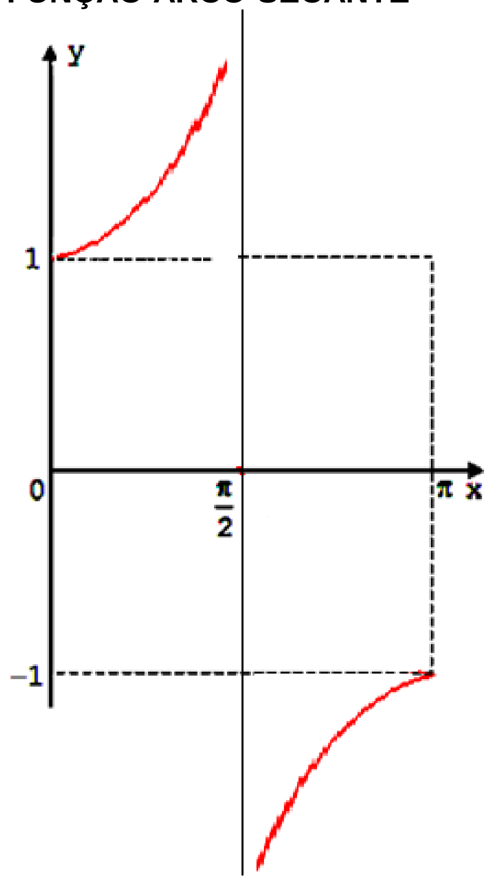
$CD(f) = I(f) = \mathbb{R}$

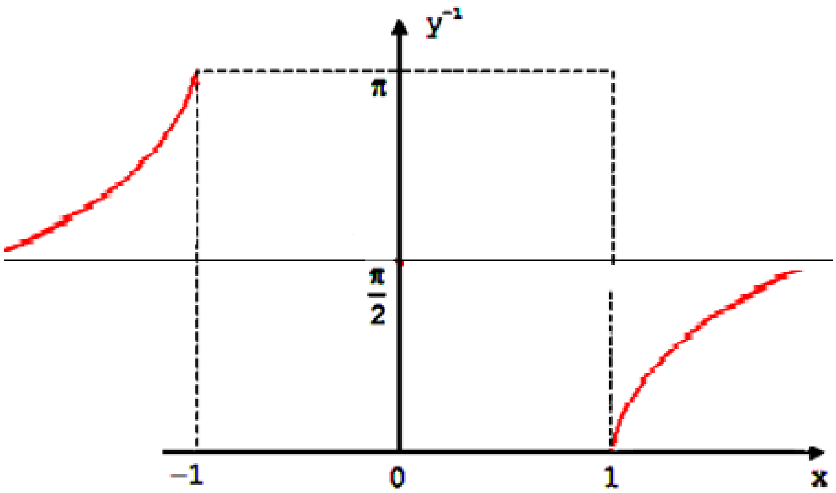
$f(x) = \operatorname{arc} \cot g x$

$D(f) = \mathbb{R}$

$CD(f) = I(f) =]0; \pi[$

FUNÇÃO ARCO-SECANTE





$f^{-1}(x) = \operatorname{arc} \sec x$

$D(f^{-1}) = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

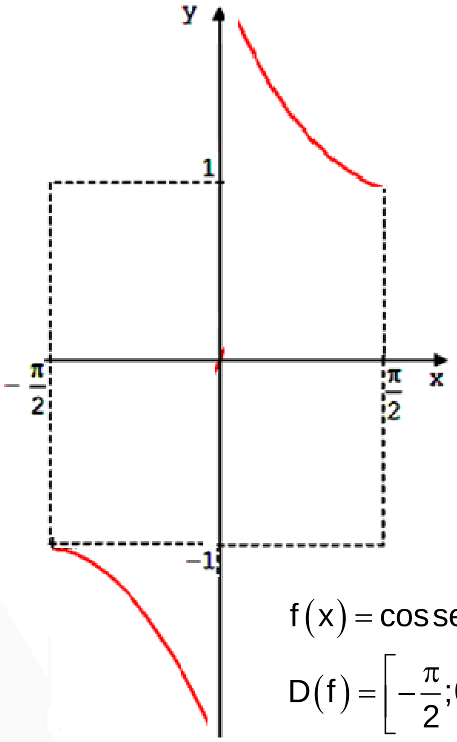
$CD(f^{-1}) = (f^{-1}) = \left[0; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

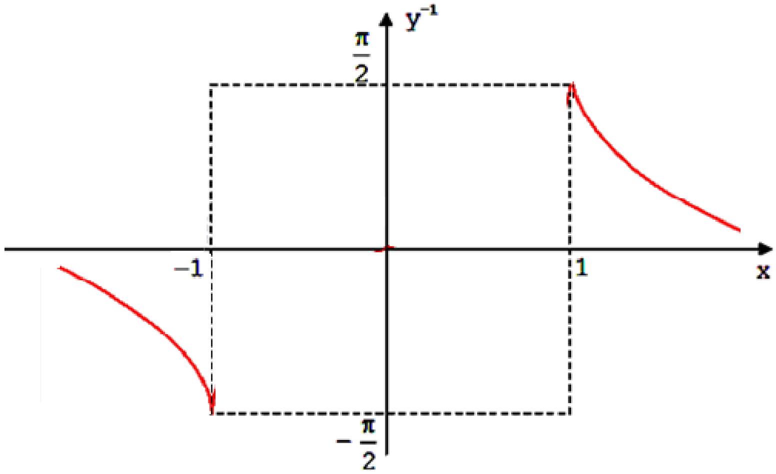
$f(x) = \sec x$

$D(f) = \left[0; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

$CD(f) = I(f) = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

FUNÇÃO ARCO-COSSECANTE





$f(x) = \text{cossec}\, x$

$D(f) = \left[-\frac{\pi}{2};0\right) \cup \left(0;\frac{\pi}{2}\right]$

$CD(f) = I(f) = (-\infty;-1] \cup [1;+\infty)$

$f^{-1}(x) = \text{arc cossec}\, x$

$D(f^{-1}) = (-\infty;-1] \cup [1;+\infty)$

$CD(f^{-1}) = I(f^{-1}) = \left[-\frac{\pi}{2};0\right) \cup \left(0;\frac{\pi}{2}\right]$

Testes de fixação

01. (EFOMM) Seja $x \in [0;2\pi]$ tal que $\operatorname{sen}x \cdot \cos x = \frac{1}{5}$. Então, o produto P e a soma S de todos os possíveis valores da $\operatorname{tg}x$ são, aproximadamente,

a) P = 1 e S = 0
b) P = 1 e S = 5
c) P = -1 e S = 0
d) P = -1 e S = 5
e) P = 1 e S = -5

02. (EFOMM) Se $\det\begin{vmatrix} \cos x & \operatorname{sen}x \\ \operatorname{sen}y & \cos y \end{vmatrix} = -\frac{1}{3}$, estão o valor de $3\operatorname{sen}(x+y)+\operatorname{tg}(x+y)-\sec(x+y)$, para $\frac{\pi}{2} \le x+y \le \pi$, é igual a:

a) 0
b) 1/3
c) 2
d) 3
e) 1/2

03. (EFOMM) Se $\operatorname{tg}x + \sec x = \frac{3}{2}$, o valor de $\operatorname{sen}x + \cos x$ vale

a) -7/13
b) 5/13
c) 12/13
d) 15/13
e) 17/13

04. (EFOMM) O gráfico da função $f(x) = \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{sen}x}{\cos x}\right) - \frac{\pi}{5}\right] \cdot \left[-x - \frac{\pi}{7}\right]$ intercepta o eixo x nos pontos de coordenadas:

a) $\left(-\frac{\pi}{7};0\right)$ e $\left(\frac{\pi}{5};0\right)$
b) $\left(-\frac{\pi}{7};0\right)$ e $\left(-\frac{\pi}{5};0\right)$
c) $\left(\frac{\pi}{7};0\right)$ e $\left(-\frac{\pi}{5};0\right)$
d) $\left(0;-\frac{\pi}{7}\right)$ e $\left(0;\frac{\pi}{5}\right)$
e) $\left(0;-\frac{\pi}{7}\right)$ e $\left(0;-\frac{\pi}{5}\right)$

05. (EFOMM) Sejam x, y e z números reais positivos onde $x+y=1-z$, e sabendo-se que existem ângulos α e β onde $x=\cos^2\alpha\cdot\cos^2\beta$ e $y=\cos^2\alpha\cdot\text{sen}^2\beta$, é correto afirmar que o valor mínimo da expressão $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{3}{z}-2\sqrt{2}\frac{z}{x+y}$ é:

a) 6
b) $6+2\sqrt{2}$
c) 12
d) $9+2\sqrt{2}$
e) $12+2\sqrt{2}$

06. (EFOMM) O valor numérico da expressão $\dfrac{\cos\frac{44\pi}{3}-\sec 2400^o+\text{tg}\left(-\frac{33\pi}{4}\right)}{\text{cossec}^2\left(-780^o\right)}$ é igual a

a) 1
b) -3/4
c) 4/3
d) 1/2
e) 3/8

07. (EFOMM) A equação $2^{-x}+\cos(\pi-x)=0$ tem quantas raízes no intervalo $[0;2\pi]$?

a) zero
b) uma
c) duas
d) três
e) quatro

08. (EFOMM) Considerando-se a função $f(x)=\text{arcsen}x$ e sua inversa $g(x)=f^{-1}(x)$, é correto afirmar que os gráficos de fog e gof são

a) iguais.
b) diferentes, mas o de fog está contido no de gof.
c) diferentes, mas o de gof está contido no de fog.
d) diferentes e de intersecção com um número finito de pontos.
e) diferentes e de intersecção vazia.

09. (EFOMM) Até o final do século XVI, o desenvolvimento da Astronomia esbarrava em cálculos longos e tediosos. Nessa época, os astrônomos passaram a usar as fórmulas de Prostaféreses, que transformam a multiplicação em adição ou subtração. Afinal, adicionar ou subtrair é geralmente mais rápido do que multiplicar, porém existem casos que nos provam o contrário.
Portanto, qual o valor do produto sen12º . cos8º ? O resultado encontrado foi
(dado: sen 20º = 0,342, sen 8º = 0,139, cos 12º = 0,978)

a) maior que sen 30º.
b) maior que sen 60º.
c) menor que tg 30º.
d) maior que cos 30º.
e) igual ao quociente do sen 30º pelo cos 60º.

10. (EFOMM) Se sen2x = senx e $0 < x < \pi$, então x é

a) $\pi/6$
b) $\pi/4$
c) $\pi/3$
d) $\pi/2$
e) $2\pi/3$

11. (EFOMM) O valor de $\cos\left[\frac{29\pi}{4}\right]+\text{tg}\left[-\frac{16\pi}{3}\right]$ é

a) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$
b) $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{6}$
c) $\frac{-3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{6}$
d) $\frac{-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$
e) $-\left[\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

12. (EFOMM) Sejam α um arco do 1º quadrante e β um arco do 2º quadrante, tais que $\cos\alpha = 0{,}8$ e $\text{sen}\alpha = 0{,}6$. O valor de $\text{sen}(\alpha+\beta)$ é

a) 1,00
b) 0,96
c) 0,70
d) 0,48
e) 0,00

13. (EFOMM) O período e o conjunto imagem da função $f(x) = 2-\frac{1}{2}\cos\left(-\frac{\pi}{2}+x\right)$ são, respectivamente:

a) $\frac{\pi}{2};[1{,}5;2{,}5]$
b) $\pi;[-0{,}5;2]$
c) $2\pi;[-0{,}5;2]$
d) $\frac{\pi}{2};[-0{,}5;0{,}5]$
e) $2\pi;[1{,}5;2{,}5]$

14. (EFOMM) A menor determinação positiva do ângulo $\frac{-14\pi}{3}$ mede

a) 60º
b) 120º
c) 240º
d) 270º
e) 300º

15. (EFOMM) A soma das raízes da equação $\text{sen}^2x - \text{sen}x = 0$, para $0 \le x \le \pi$, é igual a:

a) $\frac{\pi}{2}$

b) π

c) $\frac{2\pi}{3}$

d) $\frac{3\pi}{2}$

e) $\frac{5\pi}{3}$

16. (EFOMM) Para todo x real, o valor da expressão $\frac{1}{1+\text{tg}^2x} + \frac{1}{1+\cot g^2x}$ é igual a:

a) 1
b) 2
c) $2 + \text{tg}^2x + \cot g^2x$
d) $\sec^2 x + \cos\sec^2 x$
e) $\frac{1}{\sec^2 x + \cos\sec^2 x}$

17. (EFOMM) Sabendo-se que $\text{tg}\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$ calcule $\frac{\text{tg}22^o30'}{\sqrt{2}}$

a) $1+\frac{\sqrt{2}}{2}$

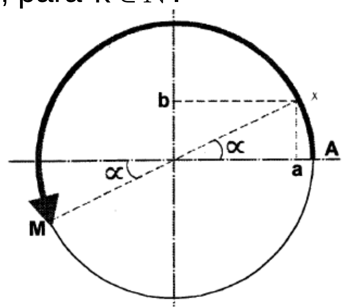
b) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

c) $\sqrt{2}+1$

d) $\sqrt{2}-1$

e) $\sqrt{2}+2$

18. (EFOMM) Considerando as especificações constantes no ciclo trigonométrico do desenho abaixo, a expressão geral para as medidas dos arcos côngruos a AM e os valores de seus seno e cosseno são, respectivamente, para $k \in \mathbb{N}$.



a) $\alpha + (1+2k)\pi$, b e a

b) $\alpha + 2k\pi$, b e a

c) $\alpha + (1+k)\pi$, b e a

d) $\alpha + (1+k)\pi$, –b e –a

e) $\alpha + (1+2k)\pi$, –b e –a

19. (EFOMM) O resultado da simplificação da expressão $\sec^2 x - \frac{tgx \cdot \cot gx}{\cos\sec^2 x - 1}$ é:

a) senx
b) cosx
c) -1
d) 1
e) 0

20. (EFOMM) Determine o domínio da função $y = \arccos(2x - 5)$.

a) $\left\{x \in \mathbb{R} \,/ -\frac{1}{2} \leq x \leq 1\right\}$
b) $\left\{x \in \mathbb{R} \,/ \frac{1}{2} \leq x \leq 1\right\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} \,/\, 2 \leq x \leq 3\}$
d) $\{x \in \mathbb{R} \,/\, 0 \leq x \leq 2\}$
e) $\{x \in \mathbb{R} \,/\, 1 \leq x \leq 4\}$

21. (EFOMM) O conjunto solução da equação $\operatorname{sen}x + \cos x = 1$ é:
a) $\{x \in \mathbb{R} \,/\, x = \pi + 2h\pi,\ h \in \mathbb{Z}\}$
b) $\{x \in \mathbb{R} \,/\, x = h\pi \text{ ou } x = \pi + 2h\pi,\ h \in \mathbb{Z}\}$
c) $\left\{x \in \mathbb{R} \,/\, x = h2\pi \text{ ou } x = \frac{\pi}{2} + 2h\pi,\ h \in \mathbb{Z}\right\}$
d) $\{x \in \mathbb{R} \,/\, x = h2\pi,\ h \in \mathbb{Z}\}$
e) $\left\{x \in \mathbb{R} \,/\, x = \frac{3\pi}{2} + 2h\pi,\ h \in \mathbb{Z}\right\}$

22. (EFOMM) A solução da equação $\cos(2\arccos x) = 0$ é:
a) $S = \varnothing$
b) $S = \left\{-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$
c) $S = \left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$
d) $S = \left\{\frac{-\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$
e) $S = \left\{\frac{-1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$

23. (EFOMM) O valor numérico de $y = \text{sen}\dfrac{13\pi}{12} \cdot \cos\dfrac{11\pi}{12}$ é:

a) $\frac{1}{8}\left(1+\sqrt{3}\right)\left(1-\sqrt{3}\right)$

b) $\frac{1}{8}\left(-1+\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)$

c) $\frac{1}{8}\left(-1+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right)$

d) $\text{tg}^2\frac{\pi}{11}$

e) $\frac{\pi}{12}$

24. (EFOMM) O valor de $x \in [0;2\pi]$ tal que $2\text{sen}x = 1$

a) $\left\{\frac{\pi}{5};-\frac{\pi}{6}\right\}$

b) $\left\{\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{6}\right\}$

c) $\left\{\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{6}\right\}$

d) $\left\{\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right\}$

e) $\left\{\frac{\pi}{5};-\frac{5\pi}{6}\right\}$

25. (EFOMM) A soma das raízes da equação valor de $4\cos^2\theta = 1$ tal que $0 < \theta < \pi$

a) π

b) $\frac{3\pi}{2}$

c) $\frac{\pi}{4}$

d) $\frac{\pi}{7}$

e) $\frac{\pi}{2}$

26. (EFOMM) Uma das soluções da equação $4\text{sen}x\cos x + \sqrt{3} = 0$ é:

a) $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$

b) $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

c) $x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

d) $x = \frac{4\pi}{3} + k\pi$

e) $x = \frac{3\pi}{2} + k\pi$

27. (EFOMM) Sabendo-se que $\theta = 67^o 30'$ o valor de $\text{sen}^4\left(\frac{\theta}{3}\right) + \cos^4\left(\frac{\theta}{3}\right)$ é:

a) $5\sqrt{2}$
b) $3/4$
c) $2\sqrt{2}/3$
d) $4/3$
e) $3\sqrt{2}/4$

28. (EFOMM) Se $x \in [0;2\pi]$, o número de soluções da equação $2\text{sen}^3 x - \text{sen} x + 1 = \cos 2x$ é igual a:

a) 1
b) 3
c) 6
d) 5
e) 7

29. (EFOMM) Se $\text{sen}2a = x$ e $\text{sen}2b = y$, então $\text{sen}(a+b)\cos(a-b)$ é igual a:

a) $x+y$
b) $x^2 - y^2$
c) $2(x+y)$
d) $\dfrac{x+y}{2}$
e) $x-y$

30. (EFOMM) Os arcos cuja tangente vale $\sqrt{3}$ podem estar no
a) 1^o e 2^o quadrantes
b) 3^o e 4^o quadrantes
c) 1^o e 3^o quadrantes
d) 2^o e 4^o quadrantes
e) Não existe arco com tangente igual a $\sqrt{3}$.

31. (EFOMM) Sendo $0 < x < \pi/2$ e $\text{sen}x = 3\text{sen}2x$, então $\text{tg}x$ vale:
a) 0
b) $\sqrt{6}$
c) 1
d) $\sqrt{35}$
e) π

GABARITO

01. b	02. d	03. e	04. a	05. e	06. e	07. d	08. a	09. c	10. c	11. e	12. e
13. e	14. c	15. d	16. a	17. b	18. e	19. d	20. c	21. c	22. c	23. b	24. d
25. a	26. a	27. b	28. d	29. d	30. c	31. d					