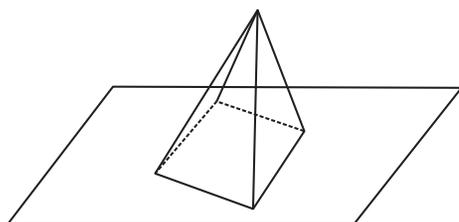


## Pirâmides

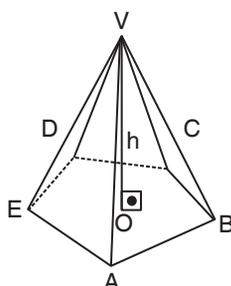
### 1 - Pirâmides

#### 1.1 - Definição

Se tomarmos um polígono convexo qualquer  $P$  em um plano  $\alpha$  e tomarmos um ponto  $V$ , fora de  $\alpha$  ( $V \notin \alpha$ ), a figura geométrica obtida pelos segmentos que têm uma extremidade em  $V$  e outra nos vértices do polígono  $P$  é chamada **pirâmide**.



#### 1.2 - Elementos da Pirâmide



**Vértice:**  $V$

**Base:**  $ABCDE$

**Faces laterais:** triângulos  $ABV$ ,  $BCV$ ,  $CDV$ ,  $DEV$ ,  $AEV$ .

**Arestas da base:** os lados do polígono da base.

**Arestas laterais:** são os segmentos  $AV, BV, CV, DV, EV$

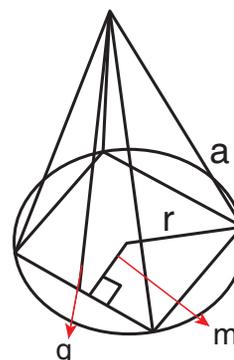
**Altura:** ( $h$ ) distância entre o vértice  $V$  e o plano que contém a base.

#### 1.3 - Classificação

As pirâmides podem ser classificadas de acordo com o polígono da base. Assim, pirâmides triangulares são aquelas cuja base é um triângulo, as quadrangulares são as que têm base quadrangular, e assim por diante. Quando a base da pirâmide

é um polígono regular, e, portanto, pode ser inscrito em uma circunferência e a projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro da base, essa pirâmide é chamada **regular**.

Em uma pirâmide regular, é importante destacar alguns elementos.



São eles:

- Raio da base ( $r$ ): raio da circunferência circunscritível ao polígono da base.
- $m$ : medida do apótema da base (segmento com extremos no centro da base e no ponto médio de uma das arestas da base).
- $g$ : apótema da pirâmide (segmento que liga o vértice ao ponto médio de uma das arestas da base) ou seja, é a altura do  $\Delta$  da face lateral.

É importante lembrar também que, como todas as arestas laterais ( $a$ ) de uma pirâmide regular são congruentes, suas faces laterais são triângulos isósceles.

Uma pirâmide, na qual todas as faces são triângulos equiláteros, é chamada **tetraedro regular**.

#### 1.4 - Área da Superfície Total de uma Pirâmide

Assim como em um prisma, a área total de uma pirâmide é dada pela soma das áreas de todas as suas faces laterais mais a área de sua base. Ou seja,

$$A_T = A_b + A_L$$

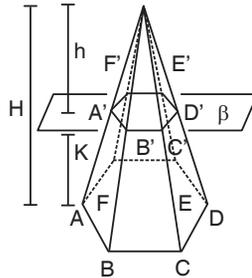
## 1.5 - Volume da Pirâmide

O volume de uma pirâmide corresponde a  $\frac{1}{3}$  do produto da área da base pela altura.

$$v = \frac{1}{3} A_b \cdot h$$

## 1.6 - Tronco de Pirâmide

Quando um plano  $p$  paralelo à base de uma pirâmide a intersecta, ele determina um polígono chamado de **secção transversal da pirâmide**.



O plano  $\beta$  divide a pirâmide em dois sólidos, uma pirâmide  $VA'B'C'D'E'F'$  e outro  $A'B'C'D'E'F'ABCDEF$  denominado **tronco de pirâmide**.

## 1.7 - Elementos do Tronco de Pirâmide

Base maior do tronco, de área  $B$ .

Base menor do tronco, de área  $b$ .

Altura do tronco (distância entre as bases), expressa por

$$K = H - h$$

É importante destacar que, no tronco de pirâmide regular, as bases são polígonos regulares e semelhantes e que as faces são trapézios isósceles e congruentes.

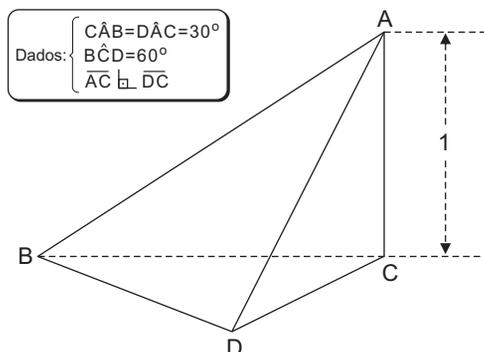
## 1.8 - Volume do Tronco de Pirâmide

Uma maneira prática é completarmos a pirâmide e fazermos o volume da pirâmide grande menos a pequena, mas também podemos usar direto a fórmula:

$$v = \frac{K}{3} (B + \sqrt{Bb} + b), \text{ em que } B \text{ e } b \text{ são as áreas das bases maior e menor, respectivamente.}$$

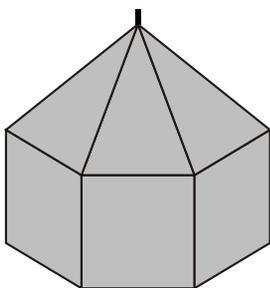
### QUESTÕES DE PIRÂMIDES

1. (MACKENZIE-1996) O volume do sólido da figura a seguir é



- A)  $\frac{\sqrt{3}}{12}$       B)  $\frac{\sqrt{3}}{18}$   
 C)  $\frac{\sqrt{3}}{20}$       D)  $\frac{\sqrt{3}}{24}$   
 E)  $\frac{\sqrt{3}}{36}$

2. (INSPER-2014) Uma empresa fabrica porta-joias com a forma de prisma hexagonal regular, com uma tampa no formato de pirâmide regular, como mostrado na figura.

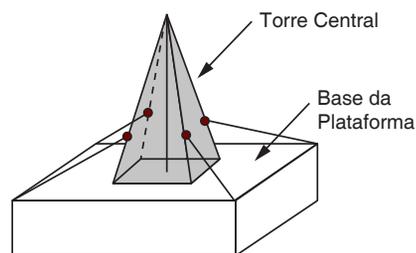


As faces laterais do porta-joias são quadrados de lado medindo 6 cm e a altura da tampa também vale 6 cm. A parte externa das faces laterais do porta-joias e de sua tampa são revestidas com um adesivo especial, sendo necessário determinar a área total revestida para calcular o

custo de fabricação do produto. A área da parte revestida, em  $\text{cm}^2$ , é igual a

- A)  $72(3 + \sqrt{3})$   
 B)  $36(6 + \sqrt{5})$   
 C)  $108(2 + \sqrt{5})$   
 D)  $27(8 + \sqrt{7})$   
 E)  $54(4 + \sqrt{7})$

3. (ENEM-2010) Devido aos fortes ventos, uma empresa exploradora de petróleo resolveu reforçar a segurança de suas plataformas marítimas, colocando cabos de aço para melhor afixar a torre central. Considere que os cabos ficarão perfeitamente esticados e terão uma extremidade no ponto médio das arestas laterais da torre central (pirâmide quadrangular regular) e a outra no vértice da base da plataforma (que é um quadrado de lados paralelos aos lados da base da torre central e centro coincidente com o centro da base da pirâmide), como sugere a ilustração.



Se a altura e a aresta da base da torre central medem, respectivamente, 24 m e  $\frac{6}{2}$  m e o lado da base da plataforma mede  $\frac{19}{2}$  m, então, a medida, em metros, de cada cabo será igual a

- A)  $\sqrt{288}$       B)  $\sqrt{313}$       C)  $\sqrt{328}$   
 D)  $\sqrt{400}$       E)  $\sqrt{505}$

