

MÓDULO 13

1. EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

1º TIPO)
 $a^x = a^y \rightarrow x = y$

Exemplo1: $4^{3x+2} = 16$

Devemos deixar as bases iguais e depois igualarmos os expoentes

$$(2^2)^{3x+2} = 2^4$$

$$2^{6x+4} = 2^4 \Rightarrow 6x + 4 = 4 \Rightarrow 6x = 4 - 4 \Rightarrow 6x = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{0}{6} = 0$$

Exemplo2: $(10^x)^{x-1} = \frac{1}{10^6}$

$$(10^x)^{x-1} = \frac{1}{10^6} \Rightarrow 10^{x^2-x} = 10^{-6} \Rightarrow x^2 - x = -6 \Rightarrow x^2 - x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1-24}}{2} \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{-23}}{2}$$

$$\Rightarrow \nexists x \in \mathbb{R} \therefore S = \emptyset$$

Exemplo3: $8^{x-2} = 4^{\frac{x}{2}}$

$$8^{x-2} = 4^{\frac{x}{2}} \Rightarrow (2^3)^{x-2} = (2^2)^{\frac{x}{2}} \Rightarrow 2^{3x-6} = 2^x \Rightarrow 3x - 6 = x$$

$$\Rightarrow 3x - x = 6 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \therefore S = \{3\}$$

Exemplo4: $(4^x)^{x-1} = 16$

$$(4^x)^{x-1} = 16 \Rightarrow 4^{x^2-x} = 4^2 \Rightarrow x^2 - x = 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} \Rightarrow x = \frac{1 \pm 3}{2} \Rightarrow x_1 = 2 \text{ e } x_2 = -1 \therefore S = \{-1, 2\}$$

Exemplos: $\sqrt[3]{16^{x+1}} = 32^{x-3}$

$$\sqrt[3]{16^{x+1}} = 32^{x-3} \Rightarrow (16^{\frac{x+1}{3}})^{\frac{1}{3}} = 32^{x-3} \Rightarrow 16^{\frac{x+1}{9}} = 32^{x-3}$$

$$\Rightarrow (2^4)^{\frac{x+1}{9}} = (2^5)^{x-3} \Rightarrow (2)^{\frac{4x+4}{9}} = (2)^{5x-15}$$

$$\Rightarrow \frac{4x+4}{9} = 5x-15 \Rightarrow 4x+4 = 5x^2-15x$$

$$\Rightarrow 5x^2-4x-15x-4 = 0 \Rightarrow 5x^2-19x-4 = 0$$

$$= 0 \Rightarrow x = \frac{19 \pm \sqrt{361+80}}{10} \Rightarrow x = \frac{19 \pm 21}{10}$$

$$\Rightarrow x_1 = 4 \text{ e } x_2 = -\frac{1}{5} \therefore S = \left\{-\frac{1}{5}, 4\right\}$$

2. EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

2º TIPO) Troca de Variável
 $a^x = y \rightarrow a^{2x} = y^2$

Exemplo1:

$$4^x - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$$

$$2^x = y \rightarrow 4^x = y^2 \rightarrow 2^{2x} = y^2$$

$$4^x - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$$

$$y^2 - 12y + 32 = 0$$

Onde: $a = 1, b = -12 \text{ e } c = 32$

$$\text{Soma} = -\frac{b}{a} = -\frac{-12}{1} = 12$$

$$\text{Produto} = \frac{c}{a} = \frac{32}{1} = 32$$

$$y = 4 \quad \text{ou} \quad y = 8$$

$$2^x = 4 \quad \quad \quad 2^x = 8$$

$$2^x = 2^2 \quad \quad \quad 2^x = 2^3$$

$$x = 2 \quad \quad \quad \text{ou} \quad x = 3$$

Exemplo2:

$$2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 120$$

$$2^x = y \quad 2^{x+1} = 2^x \cdot 2^1 = 2y$$

$$2^{x+2} = 2^x \cdot 2^2 = 4y$$

$$2^{x+3} = 2^x \cdot 2^3 = 8y$$

Logo

$$2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 120$$

$$y + 2y + 4y + 8y = 120$$

$$15y = 120$$

$$y = 8$$

$$2^x = 8$$

$$2^x = 2^3$$

$$x = 3$$

Exemplo3:

$$3^x - 3^{2-x} = 8$$

$$3^x - 3^{2-x} = 8 \Rightarrow 3^x - 3^2 \cdot 3^{-x} = 8 \Rightarrow 3^x - \frac{9}{3^x} = 8$$

$$3^x = y$$

$$y - \frac{9}{y} = 8 \Rightarrow \frac{y^2 - 9}{y} = 8 \Rightarrow y^2 - 9 = 8y \Rightarrow y^2 - 8y - 9 = 0 \Rightarrow y = \frac{8 \pm \sqrt{64+36}}{2} \Rightarrow y = \frac{8 \pm 10}{2} \Rightarrow y' = 9 \text{ e } y'' = -1$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{64+36}}{2} \Rightarrow y = \frac{8 \pm 10}{2} \Rightarrow$$

$$y' = 9 \text{ e } y'' = -1$$

3. EXERCÍCIOS

1) (ESA 2016)

Identifique a equação exponencial.

a) $2 \cdot X = 4$

b) $2 + X = 4$

c) $X^2 = 4$

d) $\log_x 4 = 2$

e) $2^X = 4$

2) (EEAR 2019)

Se $3^x - \frac{1}{3^{x+y}} = 0$, então $x + y$ é igual a:

a) 0

b) 1

c) 3

d) -3

3) (EEAR 2019)

Sabe-se que $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 4^x$. Dessa forma, $x + 2$ é igual a:

a) 5

b) 4

c) 3

d) 2

4) (EEAR)

Resolvendo a equação $(0,0625)^{x-2} = 0,25$, obtemos x igual a:

- a) $\frac{2}{9}$
- b) $\frac{2}{5}$
- c) $\frac{5}{2}$
- d) $\frac{9}{2}$

5) (EEAR)

Se x e y são números reais que tornam simultaneamente verdadeiras as sentenças $2^{x+y} - 2 = 30$ e $2^{x-y} - 2 = 0$, então x^y é igual a:

- a) 9
- b) 8
- c) $\frac{1}{8}$
- d) $\frac{1}{9}$

6) (EEAR)

Resolvendo a equação $2^{2^{2x+1}} = 256$, concluímos que ela:

- a) não admite soluções reais
- b) admite $\sqrt{\frac{3}{2}}$ como raiz
- c) admite duas soluções reais positivas
- d) admite duas soluções cuja soma é zero

4) (EEAR 2018)

Na função $f(x) = 27^{\frac{x+2}{x}}$, tal que $x \neq 0$, o valor de x para que $f(x) = 3^6$, é um número:

- a) divisível por 2
- b) divisível por 3
- c) divisível por 5
- d) divisível por 7

8) (EEAR 2012)

No conjunto dos números reais, a equação $(3^x)^x = 9^8$ tem por raízes:

- a) Um número positivo e um negativo;
- b) Um número negativo e o zero;
- c) Dois números negativos;
- d) Dois números positivos.

9) (EEAR 2009)

Se x é a raiz da equação $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 2,25$, então o valor de x é:

- a) 5
- b) 3
- c) -2
- d) -4

10) (EEAR 2019)

A raiz da equação $2^{2x} - 15 \cdot 2^x - 16 = 0$ é:

- a) 12
- b) 10
- c) 8
- d) 4

11) (EEAR 2018)

O valor real que satisfaz a equação $4^x - 2^x - 2 = 0$ é um número:

- a) entre -2 e 2
- b) entre 2 e 4
- c) maior que 4
- d) menor que -2

12) (ESA 2013)

O conjunto solução da equação exponencial

$$4^x - 2^x = 56 \text{ é}$$

- a) {-7,8}
- b) {3,8}
- c) {3}
- d) {2,3}
- e) {8}

4. GABARITO

- 1) E
- 2) D
- 3) D
- 4) C
- 5) A
- 6) D
- 7) A
- 8) A
- 9) C
- 10) D
- 11) A
- 12) C

5. ANOTAÇÕES
