

Questão 91

O *Ziziphus joazeiro* é uma árvore de tronco espinhento de porte mediano, que chega a atingir até 10 metros de altura, com cerca de sessenta centímetros de diâmetro, formando grandes copas. As folhas são ovais, serrilhadas, levemente coriáceas. Essa árvore tem a capacidade de permanecer sempre verde, mesmo no período de seca, devido às raízes profundas que exploram quaisquer resquícios de água no subsolo ou solo.

Disponível em: <https://www.agencia.cnptia.embrapa.br>. Acesso em: 20 set. 2021. (adaptado)

Essas características estão relacionadas à adaptação ao bioma

- A** Pampas.
- B** Pantanal.
- C** Caatinga.
- D** Amazônia.
- E** Mata Atlântica.

Resolução

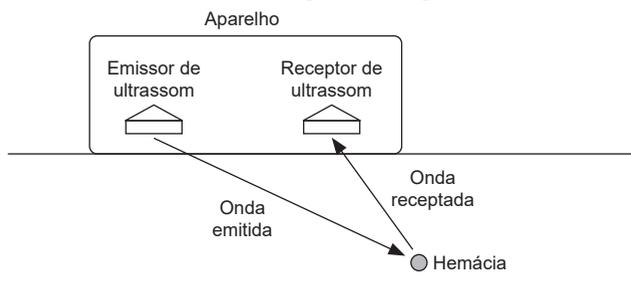
91. Resposta correta: C

C / 8 H / 28

- a)(F) Os Pampas, ou campos sulinos, apresentam vegetação predominante de gramíneas, diferentemente da descrição do texto, que aborda uma árvore (*Ziziphus joazeiro*).
- b)(F) O Pantanal é um bioma caracterizado por planícies inundáveis. O texto descreve uma planta com diversas adaptações para clima seco.
- c)(V) O texto menciona que a árvore (*Ziziphus joazeiro*) apresenta espinhos, folhas coriáceas e raízes profundas, algumas das adaptações para clima seco, o que a caracteriza como uma planta adaptada ao bioma da Caatinga.
- d)(F) A Amazônia é uma floresta úmida de alta pluviosidade, o que diverge das características da planta descrita no texto (*Ziziphus joazeiro*), que apresenta adaptações para clima seco.
- e)(F) A Mata Atlântica corresponde à floresta úmida situada no litoral brasileiro. Desse modo, as adaptações para clima seco, descritas no texto, não são típicas desse bioma.

Questão 92

Uma maneira de se medir a velocidade do fluxo sanguíneo é por meio da utilização de aparelhos que emitem ultrassom, compostos de um emissor e um receptor. De maneira simplificada, esses aparelhos emitem ondas ultrassônicas que são refletidas pelas hemácias no sangue e, em seguida, captadas pelo receptor, como mostra a figura a seguir.



Qual é a relação entre a frequência (f_e) da onda emitida e a frequência (f_r) da onda receptada?

- A** $f_e < f_r$, independentemente do sentido do movimento da hemácia.
- B** $f_e > f_r$, independentemente do sentido do movimento da hemácia.
- C** $f_e = f_r$, independentemente do sentido do movimento da hemácia.
- D** $f_e > f_r$ se a hemácia estiver se afastando do aparelho e $f_e < f_r$ se ela estiver se aproximando dele.
- E** $f_e < f_r$ se a hemácia estiver se afastando do aparelho e $f_e > f_r$ se ela estiver se aproximando dele.

Resolução

92. Resposta correta: D

C 1 H 1

- a)(F) Tem-se $f_e < f_r$ apenas no caso em que a hemácia está se aproximando do aparelho.
- b)(F) Tem-se $f_e > f_r$ apenas no caso em que a hemácia está se afastando do aparelho.
- c)(F) Tem-se $f_e = f_r$ apenas no caso em que a hemácia está parada em relação ao aparelho.
- d)(V) A frequência (f_e) da onda emitida pelo aparelho não depende do movimento da hemácia. Já a frequência (f_r) da onda receptada pode ser alterada devido ao efeito Doppler. Assim, quando há um afastamento entre a hemácia e o aparelho, tem-se uma onda de frequência menor do que a original ($f_e > f_r$). De modo análogo, quando há uma aproximação entre a hemácia e o aparelho, tem-se uma onda de frequência maior do que a original ($f_e < f_r$).
- e)(F) Para o caso de a hemácia estar se afastando do aparelho, tem-se $f_e > f_r$. Já para o caso de a hemácia estar se aproximando do aparelho, tem-se $f_e < f_r$.

Questão 93

A ocorrência de queimadas em uma vasta extensão territorial ocasionou a morte de animais de determinada população, que continha 8000 indivíduos. Apenas 50 indivíduos conseguiram fugir e se isolar, estabelecendo uma nova população em outro local, distante do hábitat original. Com o tempo, as pressões ambientais seletivas levaram ao surgimento de uma nova espécie.

Nessa situação, a deriva genética foi favorecida principalmente pela

- A** alta representatividade da nova população em relação à variabilidade genética da população original.
- B** rápida adaptação dos indivíduos remanescentes ao ambiente, devido à seleção natural.
- C** menor probabilidade de a nova população sofrer processos de extinção.
- D** pequena quantidade de indivíduos provenientes da população original.
- E** redução da ocorrência da endogamia na nova população.

o **Resolução** |

93. Resposta correta: D

C 4 H 16

- a)(F) A nova população corresponde a uma pequena parcela da população original (50 de um total de 8000 indivíduos), o que equivale a uma amostra pouco representativa da variabilidade genética.
- b)(F) A baixa variabilidade genética da nova população reduz sua capacidade de adaptação a novas pressões seletivas, como mudanças climáticas ou uma variação dos recursos disponíveis.
- c)(F) As populações formadas por efeito fundador são pequenas e, portanto, estão mais sujeitas a processos de extinção quando comparadas a populações maiores.
- d)(V) A deriva genética corresponde a um processo de mudança ao acaso das frequências alélicas de uma população. A nova população apresenta uma pequena quantidade de indivíduos, o que propicia a ação da deriva genética.
- e)(F) Na situação apresentada, ocorre aumento da endogamia (cruzamentos consanguíneos) na nova população devido à pequena quantidade de indivíduos remanescentes da população original.

Questão 94

Apesar de brilhar com a intensidade de cinco milhões de sóis, a estrela conhecida mais luminosa da Via Láctea, Eta Carinae, localizada a 7,5 mil anos-luz do Sistema Solar, não é visível a olho nu da Terra.

Disponível em: <https://www.bbc.com>. Acesso em: 29 set. 2021. (adaptado)

Considere que a velocidade da luz no vácuo é de $3 \cdot 10^8$ m/s.

Qual é a ordem de grandeza da distância, em metro, entre a Eta Carinae e o Sistema Solar?

- A** 10^{15}
- B** 10^{16}
- C** 10^{17}
- D** 10^{19}
- E** 10^{20}

Resolução

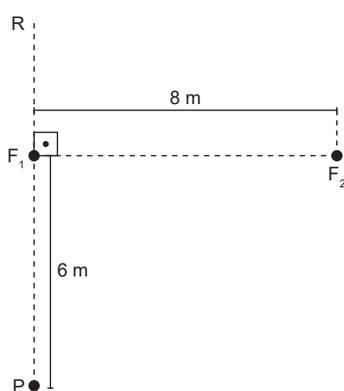
94. Resposta correta: E

C 2 H 6

- a)(F) Possivelmente, o aluno calculou apenas a potência de base 10 da distância, em metro, equivalente a 1 ano-luz (l.y.).
 $1 \text{ l.y.} = 3 \cdot 10^8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600$
 $1 \text{ l.y.} \cong 9,5 \cdot 10^{15} \text{ m} \Rightarrow \text{O.G.} = 10^{15} \text{ m}$
- b)(F) O aluno deve ter calculado a ordem de grandeza da distância, em metro, equivalente a 1 ano-luz.
 $1 \text{ l.y.} = 3 \cdot 10^8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600$
 $1 \text{ l.y.} \cong 9,5 \cdot 10^{15} \text{ m} \Rightarrow \text{O.G.} = 10^{15+1} \text{ m} = 10^{16} \text{ m}$
- c)(F) Possivelmente, após obter o valor, em metro, equivalente a 1 ano-luz, o aluno desconsiderou que a distância dada no texto-base está em milhar.
 $d = 7,5 \cdot 9,5 \cdot 10^{15} \text{ m} \Rightarrow d \cong 7,1 \cdot 10^{16} \Rightarrow \text{O.G.} = 10^{16+1} = 10^{17} \text{ m}$
- d)(F) O aluno deve ter desconsiderado a parte decimal da distância entre a estrela Eta Carinae e o Sistema Solar no cálculo da ordem de grandeza.
 $d \cong 7,1 \cdot 10^{19} \text{ m} \Rightarrow \text{O.G.} = 10^{19} \text{ m}$
- e)(V) Inicialmente, considerando o ano com 365 dias e a velocidade da luz de $3 \cdot 10^8$ m/s, calcula-se a distância equivalente a 1 ano-luz (1 l.y.).
 Então, calcula-se a distância (d), em metro, entre a estrela Eta Carinae e o Sistema Solar.
 $d = 7500 \cdot 9,5 \cdot 10^{15}$
 $d = 71250 \cdot 10^{15}$
 $d \cong 7,1 \cdot 10^{19} \text{ m}$
 Sabendo que 7,1 é maior que 3,14 (aproximação para a raiz quadrada de 10), a ordem de grandeza da distância, em metro, entre a estrela Eta Carinae e o Sistema Solar é $10^{19+1} = 10^{20}$.

Questão 95

Um físico está desenvolvendo um projeto de uma grande piscina de ondas para um parque aquático. Serão utilizadas duas fontes geradoras de ondas idênticas na água, F_1 e F_2 , trabalhando com diferença de fase nula e com uma distância de 8 m entre elas, como mostra a figura a seguir.



No ponto P da linha R, que passa por F_1 e é perpendicular à linha que une as fontes, deverá haver uma pequena boia para diversão dos banhistas. Essa boia ficará presa nessa posição com a ajuda de uma mola, podendo se mover apenas verticalmente. Desconsidere a reflexão das ondas nas bordas da piscina e as perdas de energia mecânica.

Para a amplitude de oscilação vertical da boia ser máxima, o maior comprimento de onda que as ondas de água geradas pelas fontes F_1 e F_2 podem ter é de

- A** 2 m.
- B** 4 m.
- C** 8 m.
- D** 12 m.
- E** 16 m.

◦ **Resolução**

95. Resposta correta: B

C 1 H 1

a)(F) Possivelmente, o aluno concluiu que a condição para interferência construtiva é que a diferença de caminho seja igual a um número par multiplicado pelo comprimento de onda.

$$4 = 2 \cdot \lambda \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m}$$

b)(V) Primeiramente, calcula-se a distância entre F_2 e P.

$$\overline{PF_2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ m}$$

Assim, para que a amplitude seja máxima em P, deve-se haver uma interferência construtiva nesse ponto. Para ondas bidimensionais, isso ocorre se o módulo da diferença de caminho percorrido pelas ondas for um número par (p) multiplicado por meio comprimento de onda. Portanto, tem-se:

$$\overline{PF_2} - \overline{PF_1} = p \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$10 - 6 = p \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{8}{p}$$

Então, para o comprimento de onda ser o maior possível, p deve ser o menor possível, tal que $p > 0$. Como as ondas estão em fases diferentes, $p \neq 1$. Logo, para $p = 2$, tem-se:

$$\lambda = \frac{8}{2} = 4 \text{ m}$$

c)(F) O aluno deve ter utilizado a condição para interferência destrutiva.

$$10 - 6 = i \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 8 \text{ m}$$

d)(F) O aluno deve ter considerado a distância de P a F_1 equivalente à metade do comprimento de onda.

$$6 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 12 \text{ m}$$

e)(F) Possivelmente, o aluno utilizou a distância entre as fontes como condição para interferência e utilizou a expressão para a interferência destrutiva.

$$8 = i \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 16 \text{ m}$$

Questão 96

O fenômeno da supercondutividade foi observado pela primeira vez em 1911, pelo físico holandês Heike Onnes, em metais, como chumbo e mercúrio, submetidos a temperaturas próximas do zero absoluto. A principal característica de materiais supercondutores é a baixíssima resistência à passagem de corrente elétrica, ou seja, quase não há perda de energia na forma de calor devido ao efeito Joule. Os elementos mais utilizados na fabricação desses supercondutores apresentam, como subnível mais energético, o subnível p incompleto e com dois elétrons desemparelhados.

Considerando as características dos elementos mais usados na produção de supercondutores, o diagrama que melhor representa o provável último elétron é:

- A**

↑

- B**

↑		
---	--	--
- C**

		↑
--	--	---
- D**

↓		
---	--	--
- E**

		↓		
--	--	---	--	--

Resolução

96. Resposta correta: D

C / 7 / H / 24

- a)(F) O orbital representado corresponde a um subnível s . Portanto, não condiz com a descrição do elemento mais utilizado como supercondutor.
- b)(F) A representação faz referência a um elemento que possui como subnível mais energético o p^1 . Assim, há um elétron desemparelhado.
- c)(F) A representação faz referência a um elemento que possui como subnível mais energético o p^3 . Assim, há três elétrons desemparelhados.
- d)(V) A representação faz referência a um elemento que possui como subnível mais energético o p^4 . Assim, há dois elétrons desemparelhados, como descrito no texto.
- e)(F) O orbital representado corresponde a um subnível d . Portanto, não condiz com a descrição do elemento mais utilizado como supercondutor.

Questão 97

Em determinada cidade, o órgão regulamentador do trânsito recebeu reclamações sobre um prédio com janelas e paredes planas e espelhadas. Segundo as reclamações, além dos incômodos visuais causados pela reflexão dos raios solares, as imagens geradas de veículos e vias estão confundindo os motoristas. Em uma das declarações, um motorista relatou que estava trafegando a 20 m/s em direção perpendicular à parede espelhada do prédio e, quando chegou a 200 m do edifício, avistou o reflexo do próprio carro. Mas, por imaginar que se tratava de outro veículo na contramão, reduziu a velocidade a uma taxa constante até parar a 100 m do prédio, 10 segundos após o início da frenagem, gerando uma desordem no trânsito local.

O módulo da velocidade do veículo em relação à própria imagem no instante de 3 segundos após o início da frenagem foi de

- A** 14 m/s.
- B** 28 m/s.
- C** 34 m/s.
- D** 40 m/s.
- E** 52 m/s.

Resolução

97. Resposta correta: B

C 1 H 2

a)(F) Possivelmente, o aluno calculou a velocidade do veículo em relação ao prédio.

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v = 20 - 2 \cdot 3$$

$$v = 14 \text{ m/s}$$

b)(V) Como a frenagem é iniciada a 200 m de distância do prédio e termina a 100 m, tem-se uma distância percorrida de $200 - 100 = 100$ m. Então, calcula-se a aceleração do veículo durante a frenagem.

$$\Delta s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$100 = 20 \cdot 10 + \frac{a \cdot 10^2}{2} \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

Em seguida, calcula-se a velocidade do veículo 3 segundos após o início da frenagem.

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v = 20 - 2 \cdot 3$$

$$v = 14 \text{ m/s}$$

Como a velocidade da imagem do veículo tem o mesmo módulo da velocidade do veículo real, mas sentido oposto, a velocidade relativa é dada por $14 - (-14) = 28$ m/s.

c)(F) O aluno deve ter desconsiderado a frenagem da imagem.

$$14 - (-20) = 34 \text{ m/s}$$

d)(F) O aluno deve ter considerado apenas a velocidade que o veículo e a imagem tinham antes do início da frenagem.

$$20 - (-20) = 40 \text{ m/s}$$

e)(F) Possivelmente, o aluno desconsiderou o sinal da aceleração durante a frenagem.

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v = 20 + 2 \cdot 3$$

$$v = 26 \text{ m/s}$$

$$26 - (-26) = 52 \text{ m/s}$$

Questão 98

A lixiviação ácida é uma tecnologia empregada na metalurgia extrativa cujo método consiste na separação do metal de interesse presente no minério por processos envolvendo soluções aquosas. Entretanto, com esse processo, observa-se a geração de quantidades apreciáveis de efluentes líquidos, que merecem atenção especial, pois estão associados a inúmeros impactos ambientais, como o aumento da acidez de solos e águas.

Disponível em: <https://www2.ifrn.edu.br>. Acesso em: 28 set. 2021. (adaptado)

Considere os diferentes efluentes nos quais foram detectados, com a mesma concentração, os ácidos listados na tabela a seguir.

Efluente	Ácido encontrado
I	HCl
II	H ₂ S
III	HNO ₂
IV	H ₃ PO ₄
V	H ₂ CO ₃

Em relação apenas à concentração de H⁺, o efluente que está associado a um maior impacto ambiental é o

- A** I.
- B** II.
- C** III.
- D** IV.
- E** V.

Resolução

98. Resposta correta: A

C / 2 / H / 7

- a) (V) A concentração de íons H⁺ está relacionada ao grau de ionização e à força de um ácido. Quanto maior o grau de ionização, mais forte é o ácido e maior a concentração de H⁺. Assim, dos ácidos listados na tabela, o HCl é o mais forte, já que é um dos três hidrácidos considerados fortes (HCl, HBr e HI). Portanto, o efluente que apresentar HCl na mesma concentração dos demais ácidos causará o maior impacto ambiental.
- b) (F) O H₂S é um hidrácido considerado fraco, logo, se estiver na mesma concentração do HCl, apresentará menor concentração de íons H⁺.
- c) (F) O HNO₂ é um oxiácido fraco, uma vez que a subtração do número de oxigênios pelo de hidrogênios é igual a 1 (2 – 1 = 1).
- d) (F) O H₃PO₄ é um oxiácido fraco, uma vez que a subtração do número de oxigênios pelo de hidrogênios é igual a 1 (4 – 3 = 1).
- e) (F) O H₂CO₃ é um oxiácido fraco, uma vez que a subtração do número de oxigênios pelo de hidrogênios é igual a 1 (3 – 2 = 1).

Questão 99

Um engenheiro está construindo um carro de brinquedo elétrico que funciona com uma bateria não ideal. Para dimensionar seu projeto, ele pretende calcular a potência útil fornecida ao circuito elétrico do motor do brinquedo. Utilizando um multímetro ideal, ele mede a diferença de potencial elétrico entre os terminais da bateria com esta desconectada do circuito, encontrando um valor de 12 V. Em seguida, depois de conectar a bateria ao circuito resistivo do brinquedo, o engenheiro mede a corrente elétrica total nesse circuito e, novamente, a diferença de potencial elétrico entre os terminais da bateria, obtendo, respectivamente, os valores de 1,5 A e 9 V.

A potência útil máxima, em watt, que pode ser fornecida pela bateria ao circuito desse carrinho é de

- A** 6.
- B** 18.
- C** 36.
- D** 54.
- E** 72.

◦ **Resolução** ◦

99. Resposta correta: B

C 2 H 5

a)(F) Possivelmente, o aluno calculou a resistência interna da bateria dividindo a força eletromotriz desta pela corrente elétrica encontrada no segundo experimento.

$$V = R \cdot i$$

$$9 = r \cdot 1,5 \Rightarrow r = 6 \Omega$$

$$V = \varepsilon - r \cdot i$$

$$0 = 12 - 6 \cdot i_{CC} \Rightarrow i_{CC} = 2 \text{ A} \Rightarrow i_{P,m\acute{a}x} = 1 \text{ A}$$

$$P = \varepsilon \cdot i - r \cdot i^2$$

$$P_{m\acute{a}x} = 12 \cdot 1 - 6 \cdot 1^2 \Rightarrow P_{m\acute{a}x} = 6 \text{ W}$$

b)(V) Na primeira medição, com a bateria desconectada do circuito elétrico, o engenheiro encontrou a força eletromotriz da bateria, $\varepsilon = 12 \text{ V}$. Assim, utilizando a corrente e a d.d.p. encontradas na segunda medição, tem-se:

$$V = \varepsilon - r \cdot i$$

$$9 = 12 - r \cdot 1,5 \Rightarrow r = 2 \Omega$$

Então, calcula-se a corrente elétrica de curto-circuito.

$$V = 0 \Rightarrow i = i_{CC}$$

$$V = \varepsilon - r \cdot i$$

$$0 = 12 - 2 \cdot i_{CC} \Rightarrow i_{CC} = 6 \text{ A}$$

Portanto, sabendo que a corrente elétrica na potência útil máxima é metade da corrente elétrica de curto-circuito, tem-se $i_{P,m\acute{a}x} = 3 \text{ A}$. Consequentemente, a potência útil máxima é dada por:

$$P = \varepsilon \cdot i - r \cdot i^2$$

$$P_{m\acute{a}x} = \varepsilon \cdot i_{P,m\acute{a}x} - r \cdot i_{P,m\acute{a}x}^2$$

$$P_{m\acute{a}x} = 12 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2 \Rightarrow P_{m\acute{a}x} = 18 \text{ W}$$

c)(F) Possivelmente, o aluno calculou a potência total fornecida pela bateria e utilizou a corrente elétrica de potência útil máxima.

$$P_T = \varepsilon \cdot i_{P,m\acute{a}x}$$

$$P_T = 12 \cdot 3 = 36 \text{ W}$$

d)(F) O aluno deve ter cometido um equívoco ao definir a equação da potência útil em função da corrente elétrica.

$$P = \varepsilon \cdot i + r \cdot i^2$$

$$P_{m\acute{a}x} = 12 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 = 54 \text{ W}$$

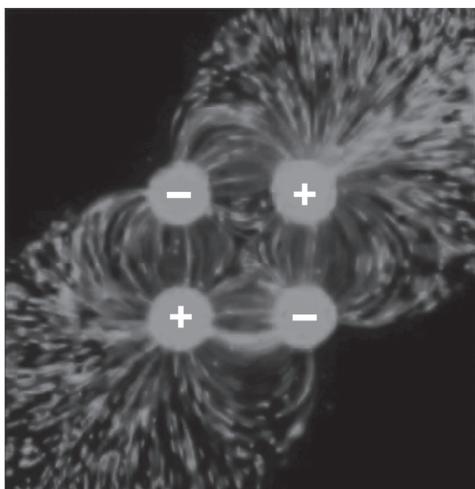
e)(F) Possivelmente, o aluno calculou a potência total fornecida pela bateria e utilizou a corrente elétrica de curto-circuito.

$$P_T = \varepsilon \cdot i_{CC}$$

$$P_T = 12 \cdot 6 = 72 \text{ W}$$

Questão 100

Cientistas criaram um dispositivo microscópico e flutuante que funciona tanto como um soprador quanto como um aspirador de líquidos. Ele poderá ser usado para lidar diretamente com células vivas, sem tocá-las. Tecnicamente, o dispositivo é um quadrupolo em forma de quadrado – o resultado da montagem de quatro objetos idênticos, dois de carga positiva e dois de carga negativa, a fim de criar um campo de força entre eles. O quadrupolo fluídico é formado injetando-se fluidos por dois furos-fonte e aspirando-os de volta por dois furos-ralo. Aqui, gotas fluorescentes foram usadas para traçar a rota do fluxo.



Disponível em: <https://www.inovacaotecnologica.com.br>. Acesso em: 30 nov. 2021. (adaptado)

Nesse dispositivo, se uma célula viva ficar exatamente no meio de um dos lados do quadrado formado pelas cargas, ela estará submetida a um campo elétrico resultante cujo sentido aponta para

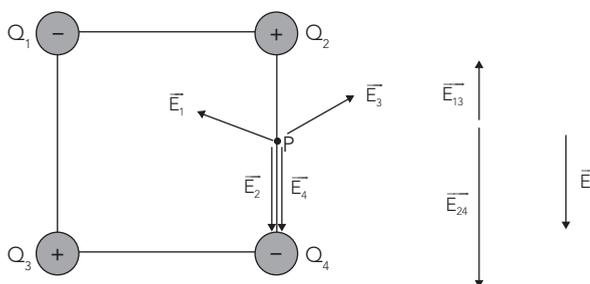
- A** o lado oposto do quadrupolo.
- B** o centro do quadrupolo.
- C** fora do quadrupolo.
- D** uma carga positiva.
- E** uma carga negativa.

Resolução

100. Resposta correta: E

C / 2 / H / 5

- a)(F) O sentido do campo elétrico resultante apontaria para o lado oposto do quadrupolo se a célula estivesse entre duas cargas de mesmo sinal e as cargas do lado oposto fossem ambas negativas.
- b)(F) O sentido do campo elétrico resultante apontaria para o centro do quadrupolo se a célula estivesse entre duas cargas de mesmo sinal e as cargas do lado oposto fossem ambas negativas.
- c)(F) O sentido do campo elétrico resultante apontaria para fora do quadrupolo se as cargas do lado oposto fossem ambas positivas.
- d)(F) O sentido do campo elétrico resultante apontaria para uma carga positiva se a célula estivesse entre cargas elétricas positivas de intensidades diferentes.
- e)(V) Esquemmatizando as forças elétricas que atuam na célula P, tem-se:



Portanto, o campo elétrico resultante aponta para a carga negativa Q_4 .

Questão 101

Um dos principais parâmetros legais de qualidade para o leite bovino é baseado na densidade. Utilizando um densímetro conhecido como termolactodensímetro, infere-se a temperatura e a densidade do leite. Para corrigir a densidade medida pelo aparelho para a densidade correspondente do leite a uma temperatura padrão de 15 °C, faz-se o uso da expressão $d_{15} = d + (T - 15) \cdot K$, em que d_{15} é a densidade a 15 °C; d é a densidade lida no termolactodensímetro; T é a temperatura lida no termolactodensímetro; e K é um fator que varia de acordo com a temperatura da amostra. Utiliza-se $K = 0,2$ para temperaturas até 25 °C e $K = 0,25$ para temperaturas entre 25,1 °C e 30 °C.

De acordo com a legislação, o leite adequado para consumo deve apresentar densidade entre 1028 g/L e 1034 g/L, a uma temperatura de 15 °C. Os valores abaixo do mínimo indicam adição de água, e os valores maiores que o limite máximo podem indicar adição de sais ou açúcares.

Considerando apenas os parâmetros apresentados, uma amostra de leite bovino a 25 °C e com densidade de 1,027 kg/L encontra-se

- A** inadequada para consumo, pois apresenta temperatura acima de 15 °C.
- B** inadequada para consumo, pois apresenta densidade acima de 1034 g/L, a 15 °C.
- C** inadequada para consumo, pois apresenta densidade abaixo de 1028 g/L, a 25 °C.
- D** adequada para consumo, pois apresenta densidade entre 1028 g/L e 1034 g/L, a 15 °C.
- E** adequada para consumo, pois apresenta densidade entre 1028 g/L e 1034 g/L, a 25 °C.

◦ **Resolução** ◦

101. Resposta correta: D

C 2 H 6

- a)(F) O aluno deve ter considerado a temperatura como o parâmetro de qualidade abordado no texto.
- b)(F) O aluno deve ter aplicado a equação de correção da densidade do leite antes de converter a densidade de kg/L para g/L.

$$d_{15} = d + (T - 15) \cdot K$$

$$d_{15} = 1,027 + (25 - 15) \cdot 0,2 = 3,027 \text{ kg/L} = 3027 \text{ g/L}$$
- c)(F) Possivelmente, o aluno desconsiderou que a temperatura deve ser corrigida para 15 °C, concluindo que uma densidade de 1027 g/L é menor que 1028 g/L.
- d)(V) Primeiramente, converte-se a unidade de medida da densidade de kg/L para g/L.

$$1,027 \text{ kg/L} = 1,027 \cdot 1000 \text{ g/L} = 1027 \text{ g/L}$$

Em seguida, aplica-se a equação de correção para calcular a densidade do leite a uma temperatura padrão de 15 °C.

$$d_{15} = d + (T - 15) \cdot K$$

$$d_{15} = 1027 + (25 - 15) \cdot 0,2 = 1029 \text{ g/L}$$

Portanto, como o valor encontrado está entre 1028 g/L e 1034 g/L, a amostra está dentro das especificações da legislação.
- e)(F) O aluno deve ter considerado que o valor de 1029 g/L encontrado corresponde à densidade do leite na temperatura original (25 °C).

Questão 102

A água não é apenas importante, mas indispensável para a vida humana, representando cerca de 60% do peso de um adulto. Ela é o elemento mais importante do corpo, o principal componente das células e um solvente biológico universal, por isso as nossas reações químicas internas dependem dela. A água também é essencial para transportar alimentos, oxigênio e sais minerais, além de estar presente em todas as secreções (como o suor e a lágrima), no plasma sanguíneo, nas articulações, nos sistemas respiratório, digestivo e nervoso, na urina e na pele.

Disponível em: <https://super.abril.com.br>. Acesso em: 5 out. 2021.

Considerando as funções biológicas da água abordadas no texto, casos graves de desidratação podem resultar na ocorrência de

- A** hematúria, devido à morte de células nervosas.
- B** hipervolemia, graças ao acúmulo de líquido no sangue.
- C** hipertensão, em razão do aumento da frequência cardíaca.
- D** convulsão, em virtude do desequilíbrio na concentração de eletrólitos.
- E** choque anafilático, por motivo de disfunções nos órgãos respiratórios.

◦ **Resolução** ◦

102. Resposta correta: D

C 4 H 14

- a)(F) Hematúria é a eliminação anormal de células do sangue (hemácias) na urina. Esse tipo de sintoma pode ocorrer em casos de desidratação severa, mas não é decorrente da morte de células nervosas, e sim de células do sistema urinário.
- b)(F) Hipervolemia é o aumento da parte líquida do sangue (plasma), que leva ao aumento do volume sanguíneo. Em situações de desidratação grave, ocorre hipovolemia, e não hipervolemia.
- c)(F) Em situação de desidratação severa, há queda na pressão arterial (hipotensão) devido à hipovolemia, resultando na redução da frequência cardíaca.
- d)(V) A água atua como um solvente, sendo essencial para a ocorrência de reações químicas no organismo. Assim, encontram-se dissolvidos na água sais minerais, que formam eletrólitos (ânions e cátions). Os eletrólitos atuam na geração de impulsos elétricos no corpo, como nas células musculares e nervosas. A convulsão é a contração involuntária da musculatura corporal, provocando movimentos desordenados e perda de consciência. Esse sintoma pode ocorrer em caso de desidratação severa, pois a falta de água ocasiona o desequilíbrio na concentração de eletrólitos.
- e)(F) O choque anafilático é uma reação alérgica grave que surge poucos segundos ou minutos após se estar em contato com um alérgeno. Essa condição não está diretamente relacionada a casos de desidratação.

Questão 103

O plantio de árvores da família das leguminosas em áreas degradadas na Amazônia pode ajudar os pequenos agricultores da região a recuperarem terras abandonadas e com solo enfraquecido para novos cultivos. Estudos da Embrapa Roraima no município de Cantá (RR) avaliaram sete espécies arbóreas de leguminosas de rápido crescimento e demonstraram que a utilização dessas árvores em terrenos alterados promove melhoria da fertilidade do solo.

Disponível em: <https://cienciahoje.org.br>. Acesso em: 20 set. 2021. (adaptado)

A melhoria na fertilidade do solo pelo plantio dessas árvores está relacionada à

- A** redução da atividade das bactérias.
- B** fixação de compostos nitrogenados.
- C** liberação de gás nitrogênio assimilável.
- D** diminuição da demanda de agrotóxicos.
- E** desaceleração da taxa de decomposição.

Resolução

103. Resposta correta: B

C 3 H 9

- a)(F) As plantas leguminosas estabelecem uma relação mutualística com as bactérias do gênero *Rhizobium*, que realizam a fixação do nitrogênio no solo. Assim, o plantio dessas árvores aumenta a atividade bacteriana.
- b)(V) A fixação de nitrogênio no solo é realizada por bactérias do gênero *Rhizobium*. Essas bactérias se associam às raízes de plantas leguminosas. Assim, o plantio dessas árvores aumenta o teor de compostos nitrogenados no solo.
- c)(F) O gás nitrogênio está presente na composição atmosférica, porém não é assimilável por plantas e animais. Assim, é necessário que ele seja fixado no solo na forma de compostos, como amônia, nitrato e nitrito, no ciclo do nitrogênio.
- d)(F) Os agrotóxicos são substâncias empregadas no controle defensivo de pragas agrícolas. As leguminosas não afetam esse processo, pois se relacionam com a disponibilidade de nitrogênio no solo, o que reduz a demanda de um outro insumo agrícola: os fertilizantes.
- e)(F) As plantas leguminosas abrigam as bactérias do gênero *Rhizobium*, que atuam na fixação do nitrogênio. Assim, sua relação é com a demanda de nitrogênio, e não com a decomposição de matéria orgânica.

Questão 104

A Lei nº 10.203/01 estabelece que a porcentagem do volume de etanol na gasolina comum (mistura de gasolina pura e etanol) pode variar de 20% a 24%. Então, o setor administrativo de determinado posto de gasolina decidiu utilizar uma gasolina comum com 20% de etanol quando ela está em temperatura ambiente. Mas, durante o transporte dessa gasolina comum para outro reservatório, houve um equívoco operacional que gerou um aumento de 40 °C na temperatura do combustível, sem mudança de fase. Considere que os coeficientes de dilatação térmica do etanol e da gasolina pura são, respectivamente, $10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e $10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Durante esse transporte, o percentual volumétrico de etanol na gasolina comum foi de, aproximadamente,

- A** 16%.
- B** 19%.
- C** 21%.
- D** 23%.
- E** 24%.

Resolução

104. Resposta correta: B

C 2 H 7

a)(F) O aluno deve ter considerado uma proporção de 1 L de gasolina pura para 200 mL de etanol.

$$V_f = V_0 \cdot (1 + \gamma_g \cdot \Delta T)$$

$$V_{fg} = 1000 \cdot (1 + 10^{-3} \cdot 40) = 1040 \text{ mL}$$

$$V_{fe} = 200 \cdot (1 + 10^{-4} \cdot 40) = 200,8 \text{ mL}$$

$$\frac{200,8}{1240,8} \cong 16\%$$

b)(V) Primeiramente, considerando uma amostra de 1 litro de gasolina comum, tem-se 800 mL de gasolina pura e 200 mL de etanol. Então, calcula-se o volume final da gasolina pura (V_{fg}) e o volume final do etanol (V_{fe}) após o aumento da temperatura.

$$V_f = V_0 \cdot (1 + \gamma_g \cdot \Delta T)$$

$$V_{fg} = 800 \cdot (1 + 10^{-3} \cdot 40) = 832 \text{ mL}$$

$$V_{fe} = 200 \cdot (1 + 10^{-4} \cdot 40) = 200,8 \text{ mL}$$

Em seguida, sabendo que o volume final da amostra é de $832 + 200,8 = 1032,8 \text{ mL}$, calcula-se a porcentagem de etanol.

$$\frac{200,8}{1032,8} \cong 19\%$$

c)(F) O aluno deve ter trocado os valores dos coeficientes de dilatação do etanol e da gasolina pura.

$$V_f = V_0 \cdot (1 + \gamma_g \cdot \Delta T)$$

$$V_{fg} = 800 \cdot (1 + 10^{-4} \cdot 40) = 803,2 \text{ mL}$$

$$V_{fe} = 200 \cdot (1 + 10^{-3} \cdot 40) = 208 \text{ mL}$$

$$\frac{208}{1011,2} \cong 21\%$$

d)(F) Possivelmente, o aluno considerou que a porcentagem inicial de etanol na gasolina é de 24%.

$$V_f = V_0 \cdot (1 + \gamma_g \cdot \Delta T)$$

$$V_{fg} = 760 \cdot (1 + 10^{-3} \cdot 40) = 790,4 \text{ mL}$$

$$V_{fe} = 240 \cdot (1 + 10^{-4} \cdot 40) = 240,96 \text{ mL}$$

$$\frac{240,96}{1031,36} \cong 23\%$$

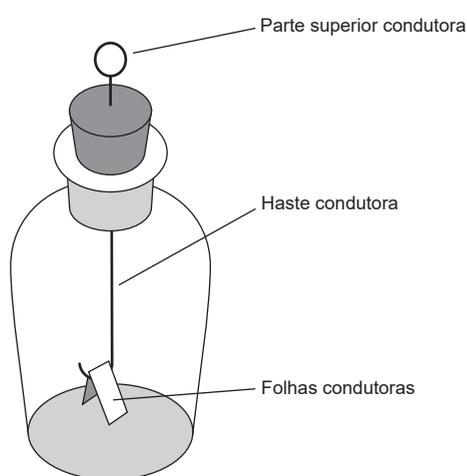
e)(F) O aluno deve ter calculado o percentual do volume de etanol em relação ao volume de gasolina pura, e não ao volume total (gasolina comum).

$$\frac{200,8}{832} \cong 24\%$$

Questão 105

No final do século XIX e início do século XX, juntamente com a descoberta de elementos radioativos, havia a suposição de que o planeta Terra era constantemente bombardeado por radiação cósmica. Atualmente, sabe-se que esses raios cósmicos podem causar diversas interferências, como alterações em *microchips*, afetando cálculos de sistemas eletrônicos. Isso pode ocorrer porque os raios cósmicos interagem com a matéria, principalmente metais, arrancando alguns elétrons de suas camadas mais externas. Uma maneira de comprovar a existência desses raios é a utilização de eletroscópios de folhas.

Suponha que um eletroscópio de folhas como o da imagem a seguir será utilizado em um balão meteorológico como detector de raios cósmicos.



Se um objeto positivamente eletrificado for aproximado da parte superior condutora no instante em que o eletroscópio for exposto aos raios cósmicos, as folhas condutoras irão se

- A** aproximar uma da outra e, conforme o tempo passar, irão se afastar.
- B** afastar uma da outra e, conforme o tempo passar, irão se aproximar.
- C** afastar uma da outra e, conforme o tempo passar, irão se afastar ainda mais.
- D** aproximar uma da outra e, conforme o tempo passar, irão se aproximar ainda mais.
- E** aproximar uma da outra e, conforme o tempo passar, irão permanecer com a proximidade inicial.

Resolução

105. Resposta correta: C

C 5 H 19

- a)(F) Devido ao acúmulo de cargas positivas nas folhas provocado pela aproximação entre o objeto positivamente eletrificado e a parte superior condutora, as folhas irão se afastar ao invés de se aproximar.
- b)(F) Devido à ação dos raios cósmicos, as folhas se afastarão ainda mais conforme o tempo passa.
- c)(V) A aproximação de um objeto positivamente carregado provoca o acúmulo de cargas elétricas negativas na parte superior condutora do eletroscópio e de cargas positivas nas folhas, que irão se afastar uma da outra. Além disso, os raios cósmicos arrancarão elétrons dos materiais condutores do eletroscópio, aumentando sua carga positiva, o que acentua o afastamento entre as folhas.
- d)(F) As folhas se afastarão inicialmente com a aproximação do objeto e se afastarão ainda mais com a atuação dos raios cósmicos.
- e)(F) Com o acúmulo de cargas positivas nas folhas provocado pela aproximação entre o objeto positivamente eletrificado e a parte superior condutora, as folhas irão se afastar ao invés de se aproximar. Além disso, conforme o tempo passa, as folhas irão se afastar ainda mais.

Questão 106

Desde a Pré-História, o homem faz cruzamentos direcionados com o objetivo de obter plantas e animais melhores para utilização e consumo. O melhoramento tradicional de diferentes espécies de gramíneas levou ao desenvolvimento, ao longo do tempo, do milho a partir de seu ancestral, teosinto. Já o trigo usado para fazer pão foi criado pelo cruzamento, ao longo do tempo, de pelo menos 11 espécies diferentes.

Disponível em: <https://croplifebrasil.org>. Acesso em: 15 set. 2021. (adaptado)

Uma vantagem do uso da tecnologia do DNA recombinante na agricultura em relação à técnica de melhoramento genético abordada no texto é a

- A** menor potencialidade para gerar impactos ambientais imprevisíveis ou negativos.
- B** maior rapidez na seleção e transmissão das características de interesse.
- C** capacidade de produzir indivíduos que geram sementes híbridas.
- D** conservação do material genético original das espécies vegetais.
- E** garantia de maior segurança alimentar para a saúde humana.

Resolução**106. Resposta correta: B****C / 3 H / 11**

- a)(F) As novas técnicas de manipulação do DNA, como a tecnologia do DNA recombinante, podem gerar impactos ambientais imprevisíveis ou negativos. Por isso, as consequências da utilização dessas técnicas precisam ser bem estudadas e avaliadas.
- b)(V) O melhoramento genético convencional é feito pelo cruzamento entre seres vivos que apresentam características de interesse, com o objetivo de que essas sejam fixadas nas próximas gerações ou de que estas apresentem características ainda mais vantajosas. Já a tecnologia do DNA recombinante possibilita cortar os fragmentos correspondentes aos genes de interesse de um ser vivo e inseri-los no material genético da espécie em que se quer expressá-los. Portanto, não depende de cruzamentos e não precisa de um longo tempo para que as características desejadas sejam transmitidas.
- c)(F) Sementes híbridas são aquelas geradas a partir do cruzamento intencional entre duas plantas puras. Portanto, a partir da tecnologia do DNA recombinante, obtêm-se plantas transgênicas, que não geram sementes híbridas.
- d)(F) A tecnologia do DNA recombinante possibilita a manipulação genética, o que pode acarretar a perda das características genéticas originais das espécies ao longo das gerações.
- e)(F) A técnica tradicional ou convencional de melhoramento genético, que foi abordada no texto, não apresenta riscos à saúde humana. Porém, novas técnicas, como a tecnologia do DNA recombinante, podem trazer impactos imprevisíveis. Assim, não é possível garantir que não provocarão algum tipo de problema relacionado à saúde alimentar.

Questão 107

A biomagnificação resulta na acumulação de substâncias geralmente tóxicas para os organismos. Para esse processo ocorrer, as substâncias devem ser lipossolúveis (ou seja, podem ser dissolvidas em gorduras) e, dessa maneira, devem fixar-se nos tecidos dos seres vivos. As substâncias bioacumuladas geralmente não são biodegradáveis ou não são metabolizadas pelos organismos, de maneira que a sua taxa de absorção e de armazenamento é maior que a de excreção.

Disponível em: <https://www.io.usp.br>. Acesso em: 20 set. 2021. (adaptado)

Ao se analisar uma cadeia alimentar, um fator que permite inferir o teor dessas substâncias nos organismos é o(a)

- A** tempo de vida.
- B** posição trófica.
- C** tamanho corpóreo.
- D** velocidade da digestão.
- E** biomassa do organismo.

Resolução**107. Resposta correta: B****C 3 H 10**

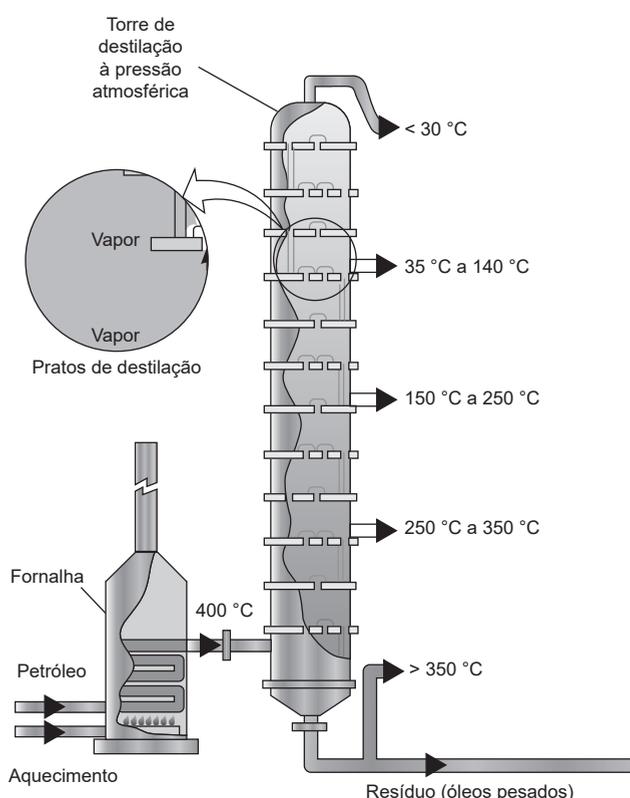
- a)(F) Independentemente do tempo de vida de um organismo, o teor de poluentes será influenciado pelo nível trófico ocupado, ou seja, predadores do topo da cadeia terão maior teor de poluentes ainda que tenham um ciclo de vida mais curto que os organismos dos demais níveis.
- b)(V) No processo de biomagnificação ou magnificação trófica, poluentes lipossolúveis se acumulam ao longo da cadeia alimentar de modo que o teor aumenta a cada nível trófico, sendo a concentração maior nos predadores de topo.
- c)(F) O tamanho corpóreo não afeta diretamente o teor de poluentes. Assim, consumidores finais, mesmo que sejam menores do que suas presas, terão maior teor de poluentes, pois essas substâncias tendem a se acumular ao longo da cadeia alimentar.
- d)(F) Na biomagnificação, a velocidade da digestão não é um fator relevante, pois um herbívoro que digere os alimentos mais lentamente ainda terá menor teor de poluentes em relação a um carnívoro, visto que as substâncias se acumulam a cada nível trófico.
- e)(F) A biomassa não tem influência na biomagnificação. Sabendo que os poluentes lipossolúveis se acumulam ao longo da cadeia alimentar, um organismo na base da cadeia, ainda que tenha grande biomassa, terá menor teor de poluentes em relação ao consumidor final.

Questão 108

A tabela a seguir mostra a quantidade média de carbonos dos hidrocarbonetos que constituem os compostos obtidos do petróleo.

Composto	Composição média (nº de carbonos)
Óleos combustíveis	18 a 25
Óleo diesel	13 a 17
Querosene	11 a 12
Gasolina	6 a 10
Gás liquefeito de petróleo	1 a 5

Mediante o processo de destilação fracionada do petróleo, é retirado apenas um desses compostos de cada saída da torre de destilação, de acordo com as faixas de temperatura do esquema a seguir.



Considerando o esquema, o óleo diesel deve ser retirado da coluna de fracionamento a uma temperatura

- A** menor que 30 °C.
- B** de 35 °C a 140 °C.
- C** de 150 °C a 250 °C.
- D** de 250 °C a 350 °C.
- E** maior que 350 °C.

Resolução

108. Resposta correta: D

C / 3 H / 8

- a)(F) A posição relacionada a uma temperatura menor que 30 °C se refere ao composto mais volátil, que é o gás liquefeito de petróleo.
- b)(F) A posição relacionada a uma temperatura de 35 °C a 140 °C se refere à gasolina, que é um composto com menor ponto de ebulição do que o diesel, mas menos volátil que o gás liquefeito de petróleo.
- c)(F) A posição relacionada a uma temperatura de 150 °C a 250 °C se refere ao querosene, que é um composto com menor ponto de ebulição do que o do diesel, mas com maior ponto de ebulição do que o da gasolina.
- d)(V) Na destilação fracionada, o petróleo é aquecido, os componentes com menor ponto de ebulição são coletados no topo da coluna, e os que apresentam maior ponto de ebulição são retirados no fundo da coluna de fracionamento. Para os hidrocarbonetos, quanto maior a cadeia carbônica (número de carbonos), maior o ponto de ebulição. Dessa forma, sabendo que cada composto da tabela é retirado por uma das posições, tem-se a relação: gás liquefeito de petróleo (< 30°); gasolina (35 °C a 140 °C); querosene (150 °C a 250 °C); óleo diesel (250 °C a 350 °C) e óleos combustíveis (> 350 °C).
- e)(F) A posição relacionada a uma temperatura maior que 350 °C se refere aos óleos combustíveis, que apresentam ponto de ebulição maior do que o do diesel.

Questão 109

O alumínio não é encontrado diretamente em estado metálico na crosta terrestre, sendo obtido a partir da bauxita, um minério encontrado em três principais grupos climáticos: mediterrâneo, tropical e subtropical. Mas, para que essa produção seja economicamente viável, a bauxita deve apresentar, no mínimo, 30% de óxido de alumínio (Al_2O_3) aproveitável.

Disponível em: <http://abal.org.br>. Acesso em: 27 set. 2021. (adaptado)

No processo descrito, utiliza-se como matéria-prima uma

- A** mistura para obtenção de uma substância pura simples.
- B** mistura para obtenção de uma substância pura composta.
- C** substância pura simples para obtenção de uma mistura.
- D** substância pura composta para obtenção de uma substância pura simples.
- E** substância pura simples para obtenção de uma substância pura composta.

Resolução**109. Resposta correta: A****C 7 H 26**

- a)(V) Para produção do alumínio metálico (Al), que é uma substância pura simples (formada por apenas um elemento), utiliza-se, como matéria-prima, a bauxita, que é uma rocha formada pela mistura de minerais.
- b)(F) O produto obtido é o alumínio metálico, que é uma substância simples, e não composta.
- c)(F) A matéria-prima utilizada (bauxita) é uma mistura, e não uma substância pura. Além disso, o produto obtido é o alumínio metálico, que é uma substância simples, e não uma mistura.
- d)(F) A matéria-prima utilizada (bauxita) é uma rocha formada por uma mistura, portanto não é uma substância pura.
- e)(F) A matéria-prima utilizada (bauxita) é uma rocha formada por uma mistura, portanto não é uma substância pura. Além disso, o produto obtido é o alumínio metálico, que é uma substância simples, e não composta.

Questão 110

Um tratamento de câncer bem-sucedido e amplamente utilizado é a cirurgia. Enquanto a remoção física de um tumor é ótima, muitas vezes é difícil para um cirurgião remover todas as células tumorais. Dessa forma, outras abordagens são tomadas para tratar ou curar o câncer, e estas normalmente têm como alvo o ciclo celular. Assim, os médicos utilizam combinações de terapias que atacam o ciclo celular em diferentes pontos.

SADAVA, David *et al.* *Vida: A Ciência da Biologia*. Porto Alegre: Artmed, 2020. (adaptado)

Algumas das terapias mencionadas no texto têm como objetivo

- A** intensificar a taxa de divisão celular, favorecendo a produção de células saudáveis.
- B** inativar as proteínas oncogênicas, de modo que a divisão celular seja acelerada.
- C** aumentar a taxa de apoptose, de modo que a população de células cancerosas diminua.
- D** desativar as proteínas supressoras de tumor, impedindo a formação de tumores malignos.
- E** amplificar a atividade da enzima telomerase, para ocorrer a morte das células tumorais.

o **Resolução** |

110. Resposta correta: C

C 4 H 14

- a)(F) As terapias contra o câncer têm como alvo as células cancerosas, atuando em diferentes pontos do ciclo celular, com o objetivo de diminuir a taxa de divisão celular.
- b)(F) As proteínas oncogênicas são reguladores positivos nas células cancerosas; embora inativá-las seja considerado um mecanismo para inibir o crescimento do câncer, a consequência disso seria a diminuição da taxa de divisão celular, e não a aceleração desse processo.
- c)(V) As terapias para tratamento do câncer visam diminuir a taxa de divisão celular e aumentar a taxa de apoptose, ou seja, a morte celular programada. Um exemplo dessa terapia é a radiação, que promove danos ao DNA, ocasionando apoptose nos pontos de verificação S e G₂.
- d)(F) As proteínas supressoras de tumor funcionam como reguladores negativos das células cancerosas. Assim, inativar essas proteínas teria um efeito contrário ao proposto pelas terapias para o tratamento do câncer. Elas precisam estar ativas, e não inativas, para impedir o avanço do câncer.
- e)(F) A enzima telomerase ajuda a impedir o encolhimento dos telômeros no processo de divisão celular, sendo ativa nas células cancerosas. As terapias contra o câncer têm buscado inibi-la para suspender a divisão descontrolada das células cancerosas.

Questão 111

Um casal gerou um filho que foi diagnosticado pelos médicos como portador da doença hemolítica denominada eritroblastose fetal. Os médicos realizaram exames para determinação do grupo sanguíneo, concluindo que o sangue da mãe é do tipo A⁻ enquanto o do bebê é do tipo O⁺.

O diagnóstico apresentado ocorreu, provavelmente, porque o(a)

- A** bebê apresenta tipo sanguíneo ABO diferente do da mãe.
- B** bebê produziu anticorpos que destroem suas próprias células.
- C** mãe produziu anticorpos que destruíram as plaquetas do bebê.
- D** mãe pode ter recebido, no passado, uma transfusão de sangue O⁻.
- E** mãe pode ter gerado, anteriormente, um feto de Rh⁺.

◦ **Resolução**

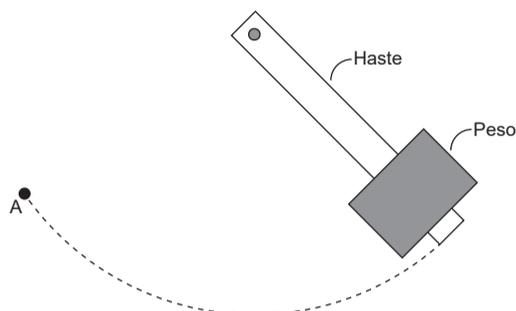
111. Resposta correta: E

C 4 H 13

- a)(F) O bebê apresenta o tipo sanguíneo ABO diferente do tipo da mãe, porém esse fato não é condicionante para a manifestação da doença, que poderá ocorrer se a mãe apresentar o fator Rh⁻ e o filho apresentar o fator Rh⁺.
- b)(F) Embora existam algumas doenças autoimunes em que anticorpos são produzidos contra as próprias células, não é o caso da eritroblastose fetal, que se caracteriza pela produção de anticorpos pela mãe Rh⁻ contra as hemácias do filho Rh⁺.
- c)(F) Na eritroblastose fetal, a mãe produz anticorpos que podem destruir as hemácias (eritrócitos) do seu filho, e não as plaquetas.
- d)(F) O fato de a mãe ter recebido uma doação de sangue do tipo O⁻ está em conformidade com as regras do sistema ABO e Rh, já que a pessoa A⁻ pode receber doação de sangue de A⁻ e O⁻. O problema seria se a mãe tivesse recebido anteriormente uma transfusão sanguínea errada, do tipo O⁺.
- e)(V) A eritroblastose fetal é uma doença hemolítica que acontece por incompatibilidade do fator Rh, quando a mãe é Rh⁻ e o filho é Rh⁺. De modo geral, a condição se manifesta na segunda gravidez de um filho(a) com sangue Rh⁺, uma vez que é necessário que a mãe tenha sofrido exposição prévia aos antígenos do primeiro feto. Assim, na segunda gestação, a mãe irá produzir anticorpos anti-Rh, que irão atacar as hemácias do segundo filho após o parto, provocando a doença no recém-nascido.

Questão 112

Na ausência de um metrônomo eletrônico, um músico construiu um marcador de tempo utilizando uma haste rígida de massa desprezível e um peso. A parte superior da haste foi fixada em um único ponto, podendo balançar como um pêndulo simples e livre de atrito, enquanto o peso pode ser fixado em qualquer altura da haste a fim de alterar a frequência da oscilação. Assim, o intervalo de tempo em que o peso parte de um ponto A e retorna a esse mesmo ponto foi considerado como um batimento, como ilustrado na figura a seguir.



Considere que esse marcador realiza apenas pequenas oscilações, que não há perdas de energia mecânica no sistema, que a aceleração gravitacional no local é de $9,8 \text{ m/s}^2$ e que π^2 é igual a $9,8$.

Para aumentar o ritmo do marcador de 60 batimentos por minuto para 90 batimentos por minuto, o músico deve

- A** subir o peso, aproximadamente, 14 cm.
- B** subir o peso, aproximadamente, 31 cm.
- C** subir o peso, aproximadamente, 36 cm.
- D** descer o peso, aproximadamente, 11 cm.
- E** descer o peso, aproximadamente, 75 cm.

Resolução

112. Resposta correta: A

C 2 H 6

a)(V) Sabendo que 60 batimentos por minuto equivalem a 1 oscilação por segundo (1 Hz) e que 90 batimentos por minuto equivalem a 1,5 oscilação por segundo (1,5 Hz), aplica-se a equação da frequência de um pêndulo em função da aceleração da gravidade e do comprimento da haste.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9,8}{L}}$$

$$f^2 = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{9,8}{L}$$

$$f^2 = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{9,8}{L}$$

$$f^2 = \frac{1}{4L} \Rightarrow \begin{cases} 1^2 = \frac{1}{4 \cdot L_{60}} \Rightarrow L_{60} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm} \\ 1,5^2 = \frac{1}{4 \cdot L_{90}} \Rightarrow L_{90} = \frac{1}{9} \cong 0,11 \text{ m} = 11 \text{ cm} \end{cases}$$

Portanto, o músico deve subir o peso, aproximadamente, $25 - 11 = 14 \text{ cm}$.

b)(F) O aluno deve ter confundido os conceitos de frequência e de período.

$$f = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$f^2 = (2\pi)^2 \cdot \frac{L}{g}$$

$$f^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{L}{9,8}$$

$$f^2 = 4L \Rightarrow \begin{cases} 1^2 = 4 \cdot L_{60} \Rightarrow L_{60} = 0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm} \\ 1,5^2 = 4 \cdot L_{90} \Rightarrow L_{90} \cong 0,56 \text{ m} = 56 \text{ cm} \end{cases}$$

$$56 - 25 = 31 \text{ cm}$$

c)(F) Possivelmente, o aluno apenas calculou a soma entre os comprimentos da haste ao invés da diferença.

$$25 + 11 = 36 \text{ cm}$$

d)(F) O aluno deve ter deduzido que o novo comprimento da haste deve corresponder à soma dos comprimentos encontrados.

$$25 + 11 = 36 \text{ cm} \Rightarrow 36 - 25 = 11 \text{ cm}$$

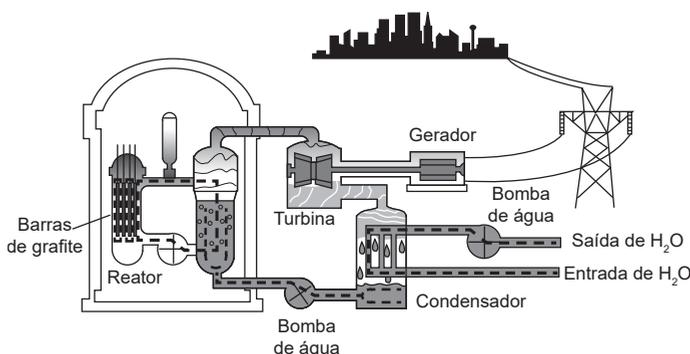
e)(F) Possivelmente, o aluno deduziu que o novo comprimento da haste deve corresponder ao comprimento de um pêndulo de $90 - 60 = 30$ batimentos por minuto, que correspondem a $0,5 \text{ Hz}$.

$$0,5^2 = \frac{1}{4 \cdot L_{30}} \Rightarrow L_{30} = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$100 - 25 = 75 \text{ cm}$$

Questão 113

A energia nuclear é a opção mais eficiente a ser empregada na produção de energia elétrica em países cujos recursos naturais são limitados, pois apresenta uma boa relação custo-benefício quanto à eficiência energética: pode-se produzir uma grande quantidade de energia elétrica a partir de uma pequena massa de material radioativo. A ilustração a seguir representa o esquema estrutural de uma usina nuclear.



Esse processo de produção de energia elétrica procede das reações de

- A** oxirredução, em que ocorre transferência de elétrons dos átomos radioativos para os átomos de carbono grafite, gerando a corrente elétrica.
- B** fissão nuclear, em que átomos leves são fissionados por neutrinos, produzindo átomos menores e liberando elétrons que produzirão a corrente elétrica.
- C** fusão nuclear, em que átomos de hidrogênio provenientes da decomposição da água se fundem emitindo elétrons que formarão uma corrente elétrica.
- D** fusão nuclear, em que átomos leves se fundem liberando grande quantidade de energia em forma de calor, que será convertido em eletricidade por meio de turbinas.
- E** fissão nuclear, em que átomos pesados são fissionados por nêutrons, liberando grande quantidade de energia, que será convertida em eletricidade por meio de turbinas.

Resolução

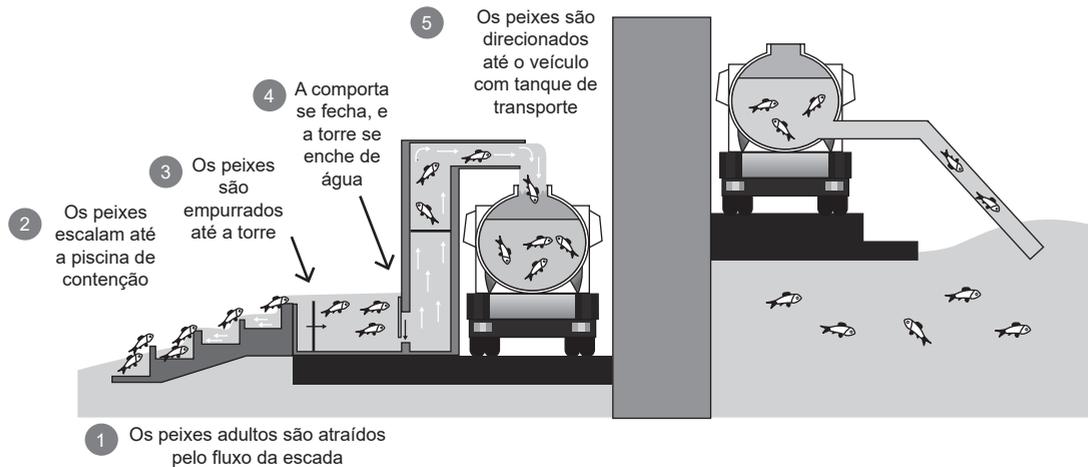
113. Resposta correta: E

C 5 H 18

- a)(F) As reações de oxirredução são comuns em pilhas e baterias, mas não alteram a estrutura do núcleo dos átomos. Portanto, não são caracterizadas como energia de fonte nuclear.
- b)(F) As reações de fissão nuclear que ocorrem nas usinas nucleares funcionam por meio da fissão de núcleos de átomos pesados. Além disso, as partículas utilizadas para realizar essa quebra são os nêutrons, pois os neutrinos são muito leves e interagem pouco com os átomos.
- c)(F) Mesmo que uma usina nuclear atual utilizasse o processo de fusão, a energia liberada não seria usada diretamente na geração de corrente elétrica. Antes disso, essa energia seria usada para esquentar a água de sistema de turbinas, e estas converteriam a energia mecânica do fluxo de água em energia elétrica.
- d)(F) As reações de fusão nuclear ocorrem em estrelas, por meio da junção de núcleos de átomos leves, liberando uma quantidade de energia. Porém, mesmo com a tecnologia atual, o ser humano ainda não conseguiu construir usinas de fusão nuclear eficientes.
- e)(V) Nas usinas nucleares, ocorre reação de fissão nuclear, em que átomos radioativos pesados, como urânio e plutônio, são fissionados por meio de um bombardeamento de nêutrons. Após a fissão do núcleo atômico, são formados átomos menores, e liberados três novos nêutrons, que irão fissionar outros núcleos atômicos, formando uma reação em cadeia e liberando uma grande quantidade de energia na forma de calor. Esse calor, por sua vez, é usado para aquecer o circuito de água primário, que aquece um circuito de água secundário, utilizado para movimentar uma turbina, gerando energia elétrica.

Questão 114

A imagem a seguir descreve o funcionamento de um tipo de sistema de transposição de peixes.



Esse tipo de sistema visa garantir o(a)

- A** piracema em rios represados por hidrelétricas.
- B** dissipação dos poluentes que afetam a cadeia trófica.
- C** controle da invasão de espécies exóticas em represas.
- D** distribuição de nutrientes no ecossistema da barragem.
- E** dinâmica do fluxo da água para a oxigenação do ecossistema.

Resolução

114. Resposta correta: A

C 1 H 4

- a)(V) Na piracema, ocorre a migração dos peixes rio acima para reprodução e desova. Porém, o represamento dos rios para construção de hidrelétricas impede essa migração. Assim, sistemas de transposição como o descrito no texto visam garantir a passagem dos peixes para concluir a piracema.
- b)(F) O esquema demonstra um sistema de transposição de peixes sobre uma barragem; nele, não há aparatos relacionados à dinâmica de poluentes.
- c)(F) O sistema serve para facilitar a passagem de peixes em sua migração; desse modo, não atuaria no controle da passagem de espécies exóticas.
- d)(F) O mecanismo apresentado visa garantir a passagem de peixes adultos pela barragem, não havendo menção a nutrientes. Desse modo, o objetivo é garantir a migração dos peixes.
- e)(F) O sistema apresentado busca garantir o fluxo dos peixes pela represa, e não a oxigenação do ecossistema.

Questão 115

O ovo de galinha é um produto de baixo custo e largamente consumido pela maioria da população brasileira. A industrialização desse produto gera vantagens econômicas, porém, no Brasil, produz cerca de 172 000 toneladas de resíduo em forma de casca, por ano. Tendo em vista as necessidades ambientais e econômicas requeridas pelo mercado industrial e ambiental, realizou-se a síntese de gesso proveniente da reação entre a solução de ácido sulfúrico e os resíduos da casca de ovo de galinha, composta principalmente de carbonato de cálcio.

MIRANDA, I. S. *et al.* Síntese de gesso proveniente do resíduo da casca de ovo de galinha. Disponível em: <http://www.abq.org.br>. Acesso em: 23 set. 2021. (adaptado)

A equação balanceada que representa a reação descrita no texto é:

- A** $\text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{CaSO}_4 + \text{H}_2\text{CO}_3$
- B** $\text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{SO}_3 \rightarrow \text{CaSO}_3 + \text{H}_2\text{CO}_3$
- C** $\text{Ca}_2\text{CO}_3 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{Ca}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{CO}_3$
- D** $\text{Ca}(\text{CO}_3)_2 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{CaSO}_4 + 2 \text{HCO}_3$
- E** $\text{Ca}(\text{CO}_3)_2 + \text{H}_2\text{SO}_3 \rightarrow \text{CaSO}_3 + 2 \text{HCO}_3$

Resolução

115. Resposta correta: A

C 7 H 24

- a)(V) O sal formado na reação de dupla troca entre o carbonato de cálcio (CaCO_3) e o ácido sulfúrico (H_2SO_4) é o sulfato de cálcio (CaSO_4), que é o principal constituinte do gesso. Portanto, a equação balanceada dessa reação é:

$$\text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{CaSO}_4 + \text{H}_2\text{CO}_3$$
- b)(F) A equação $\text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{SO}_3 \rightarrow \text{CaSO}_3 + \text{H}_2\text{CO}_3$ representa a reação entre o carbonato de cálcio (CaCO_3) e o ácido sulfuroso (H_2SO_3) em vez de ácido sulfúrico (H_2SO_4), formando sulfito de cálcio (CaSO_3) em vez de sulfato de cálcio (CaSO_4).
- c)(F) Na equação $\text{Ca}_2\text{CO}_3 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{Ca}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{CO}_3$, a fórmula do carbonato de cálcio (CaCO_3) e a do sulfato de cálcio (CaSO_4) estão representadas incorretamente.
- d)(F) Na equação $\text{Ca}(\text{CO}_3)_2 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{CaSO}_4 + 2 \text{HCO}_3$, a fórmula do carbonato de cálcio (CaCO_3) e a do ácido carbônico (H_2CO_3) estão representadas incorretamente.
- e)(F) Na equação $\text{Ca}(\text{CO}_3)_2 + \text{H}_2\text{SO}_3 \rightarrow \text{CaSO}_3 + 2 \text{HCO}_3$, a fórmula do carbonato de cálcio (CaCO_3) e a do ácido carbônico (H_2CO_3) estão representadas incorretamente. Além disso, a reação mostra, como reagente, ácido sulfuroso (H_2SO_3) em vez de ácido sulfúrico (H_2SO_4) e sulfito de cálcio (CaSO_3) em vez de sulfato de cálcio (CaSO_4).

Questão 116

João é o filho primogênito de um casal que teve mais outros três filhos. Analisando os tipos sanguíneos do sistema ABO em sua família, João descobriu que é do tipo B e que seus três irmãos apresentam tipos sanguíneos distintos, sendo um A, outro AB e o outro O. Apesar de não saber o resultado da tipagem sanguínea de seus pais, foi informado que qualquer transfusão de sangue entre ele e sua mãe é plenamente compatível.

Com base nesses dados, João pode concluir que o genótipo de seu pai é

- A) $I^A i$.
- B) $I^A I^A$.
- C) $I^B i$.
- D) $I^B I^B$.
- E) $I^A I^B$.

Resolução

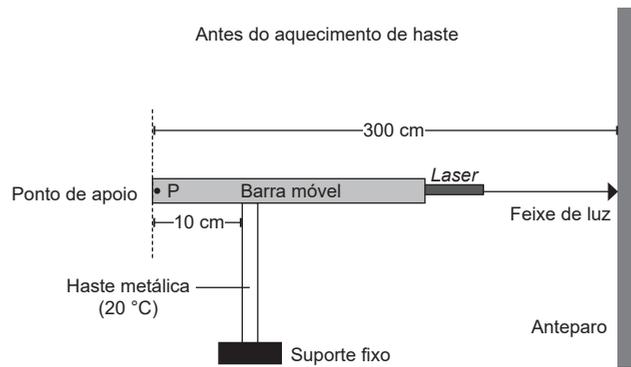
116. Resposta correta: A

C 4 H 15

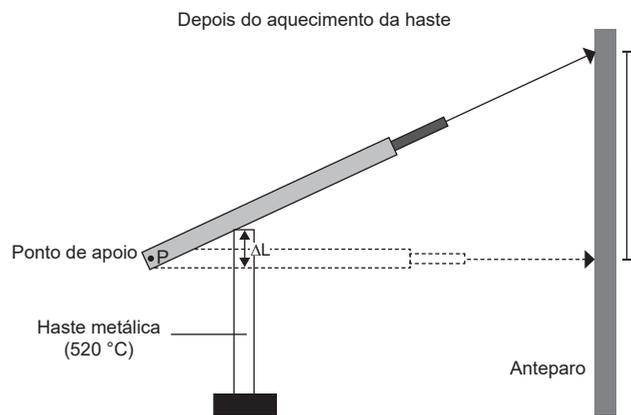
- a)(V) Considerando que João tem um irmão do tipo O (ii), deduz-se que ambos os genitores possuem o alelo i . Sabendo que há um irmão do tipo AB ($I^A I^B$), pode-se deduzir que um genitor deverá ser $I^A i$ e o outro, $I^B i$. A partir da informação de que João e sua mãe são compatíveis, conclui-se que ela tem o genótipo $I^B i$, pois ambos seriam do tipo B; logo, o seu pai tem genótipo $I^A i$.
- b)(F) O pai de João não poderia ser $I^A I^A$ porque todos os seus descendentes deveriam receber o alelo I^A , não podendo apresentar o tipo B ou o tipo O, como acontece com João e um de seus irmãos.
- c)(F) Como um genitor tem o genótipo $I^A i$ e o outro, $I^B i$, a informação de que João e sua mãe são compatíveis indica que ela tem o genótipo $I^B i$, pois ambos são do tipo B.
- d)(F) Se o pai de João fosse homocigoto $I^B I^B$, todos os seus descendentes teriam herdado o alelo I^B , não havendo possibilidade de ter filhos O e A, como os irmãos de João mencionados no texto.
- e)(F) Se o pai de João fosse $I^A I^B$, ele não poderia ter filhos do tipo sanguíneo O (ii), como é o caso de um dos irmãos de João, já que ele não teria o alelo i para transmitir aos seus descendentes.

Questão 117

O coeficiente de dilatação linear de uma haste de 100 cm de comprimento e espessura desprezível foi obtido de maneira experimental utilizando o dilatômetro linear ilustrado na figura a seguir.



Depois de ser colocada no dispositivo, a haste foi aquecida uniformemente. Assim, o aumento ΔL do comprimento dela provocou a rotação da barra móvel, que estava inicialmente em posição horizontal, em torno do ponto P. Dessa forma, o ponto de incidência do feixe de luz do laser passou a atingir o anteparo a 36 cm de distância (d) do ponto inicial, como mostra a figura a seguir.



O coeficiente de dilatação linear do material da haste é de

- A** $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.
- B** $2,4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.
- C** $7,2 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.
- D** $6,0 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.
- E** $8,0 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Resolução

C 6 H 22

117. Resposta correta: B

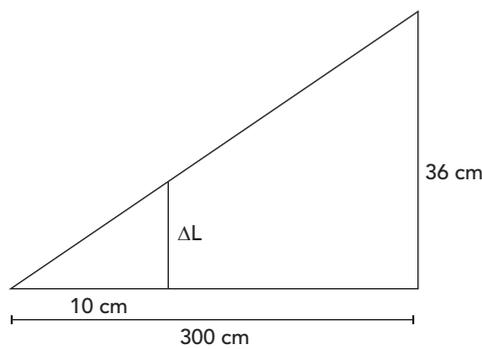
a)(F) O aluno deve ter utilizado a equação da dilatação térmica superficial em vez da linear.

$$\Delta L = L_0 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$$

$$1,2 = 100 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot (520 - 20)$$

$$\alpha = \frac{1,2}{100 \cdot 000} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

b)(V) Primeiramente, observa-se que as posições final e inicial da barra móvel e o feixe de luz do laser, juntos ao anteparo, formam um triângulo retângulo. Portanto, utilizando semelhança de triângulos, tem-se:



$$\frac{\Delta L}{10} = \frac{36}{300} \Rightarrow \Delta L = 1,2 \text{ cm}$$

Então, aplica-se a equação da dilatação térmica linear.

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$$

$$1,2 = 100 \cdot \alpha \cdot (520 - 20)$$

$$1,2 = 100 \cdot \alpha \cdot 500$$

$$\alpha = \frac{1,2}{50 \cdot 000} = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

c)(F) O aluno deve ter considerado a distância de 36 cm como sendo a dilatação da haste.

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$$

$$36 = 100 \cdot \alpha \cdot (520 - 20)$$

$$\alpha = \frac{36}{50 \cdot 000} = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

d)(F) Possivelmente, o aluno utilizou a temperatura inicial em vez da variação de temperatura.

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$$

$$1,2 = 100 \cdot \alpha \cdot 20$$

$$\alpha = \frac{1,2}{2 \cdot 000} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

e)(F) O aluno deve ter aplicado a equação da dilatação térmica volumétrica em vez da linear.

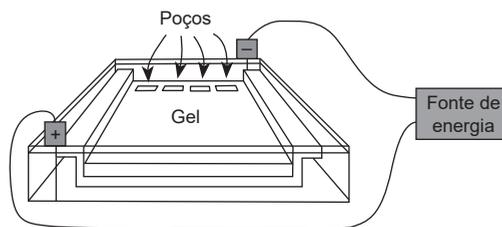
$$\Delta L = L_0 \cdot 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$$

$$1,2 = 100 \cdot 3 \cdot \alpha \cdot (520 - 20)$$

$$\alpha = \frac{1,2}{150 \cdot 000} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

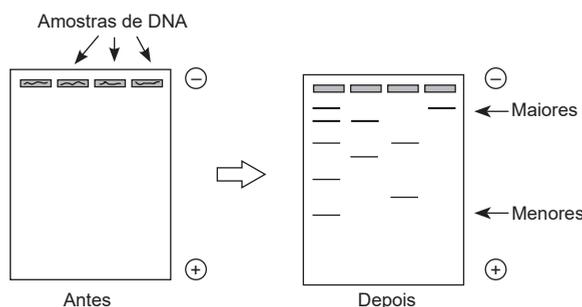
Questão 118

O exame de DNA normalmente é realizado com a finalidade de verificar o grau de parentesco entre indivíduos. Nesse tipo de exame, primeiramente, são coletadas amostras de saliva ou de sangue desses indivíduos. Em seguida, o DNA da amostra é isolado e fragmentado em tamanhos diferentes. Então, esses fragmentos são submetidos a uma corrente elétrica em um recipiente denominado caixa de gel, como mostra o esquema a seguir.



Etapas envolvidas na eletroforese em gel

- I. Adiciona-se um polissacarídeo gelatinoso denominado agarose.
- II. Em seguida, os fragmentos de DNA são depositados em cavidades (poços) próximas ao eletrodo negativo.
- III. Aplica-se a corrente elétrica no gel.



- IV. Os fragmentos de DNA apresentam cargas elétricas negativas e são deslocados em direção ao eletrodo positivo.
- V. Os fragmentos menores e mais leves percorrem grandes distâncias ao longo da caixa de gel, enquanto os maiores não deslocam muito, formando bandas.
- VI. O teste é realizado em cada participante. Se o padrão de bandas for semelhante, há possibilidade de os indivíduos apresentarem grau de parentesco.

Disponível em: <https://pt.khanacademy.org>. Acesso em: 19 out. 2021. (adaptado)

O fenômeno caracterizado pelo deslocamento dos fragmentos de DNA descrito na etapa IV do processo é denominado

- A** ionização.
- B** anaforese.
- C** cataforese.
- D** efeito Tyndall.
- E** movimento browniano.

Resolução

118. Resposta correta: B

C 5 H 17

- a)(F) A ionização é o fenômeno químico caracterizado por uma reação entre moléculas de uma substância e a água em que são produzidos os íons (cátions e ânions). Portanto, apesar de os fragmentos apresentarem cargas elétricas negativas, a ionização não descreve o deslocamento citado na etapa IV do exame de DNA.
- b)(V) Na etapa IV do exame de DNA ocorre a anaforese, fenômeno em que partículas coloidais eletricamente negativas são atraídas pelo eletrodo positivo.
- c)(F) A cataforese é o fenômeno que ocorre quando as partículas coloidais carregadas positivamente são atraídas pelo eletrodo negativo (cátodo).
- d)(F) O efeito Tyndall é causado pela interação entre um feixe de luz e partículas coloidais, o que torna possível observar o trajeto da luz na dispersão. Esse efeito não está relacionado ao deslocamento dos fragmentos de DNA em direção ao eletrodo positivo.
- e)(F) O movimento browniano consiste no movimento aleatório das partículas coloidais resultante das colisões entre elas e as moléculas de água. Já o deslocamento descrito na etapa IV não é aleatório, pois ocorre no sentido do eletrodo positivo.

Questão 119

A água usada para consumo humano deve obedecer aos critérios físico-químicos e biológicos estipulados pela Agência Nacional de Água e Saneamento Básico (ANA). Por isso, uma análise prévia das características da água ajuda a avaliar quais métodos de separação de mistura devem ser utilizados no tratamento da água para torná-la potável.

Considere as quatro amostras listadas na tabela a seguir, que foram coletadas de diferentes corpos de água e analisadas em laboratório.

Amostra	Presença de partículas sólidas visíveis a olho nu antes da filtração por ultrafiltro	Presença de partículas sólidas retidas após filtração por ultrafiltro
A	Não	Não
B	Sim	Sim
C	Não	Sim
D	Não	Não

Sabendo que nenhuma das amostras é de água pura, a análise dos dados contidos na tabela anterior indica que, nas amostras

- A A e D, as misturas são classificadas como solução verdadeira.
- B B e C, as misturas são classificadas como dispersão homogênea.
- C A e D, o tamanho médio das partículas do disperso é maior que 1 mm.
- D B e C, é possível observar o trajeto de um feixe de luz caso um laser atravesse o líquido.
- E A e D, é possível observar o movimento browniano das partículas sólidas por meio de um microscópio.

Resolução

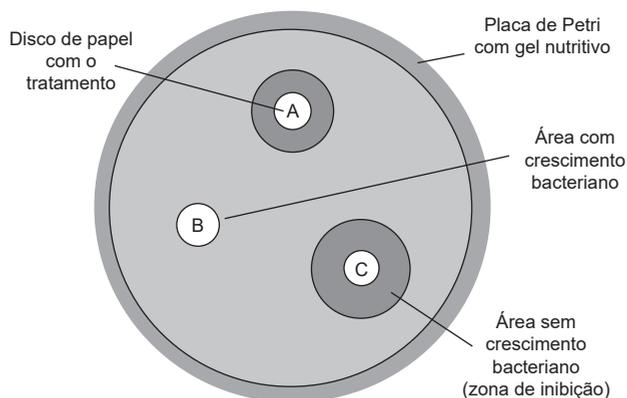
119. Resposta correta: A

C 3 H 10

- a)(V) As amostras A e D podem ser consideradas soluções verdadeiras, pois não há partículas sólidas retidas por um ultrafiltro.
- b)(F) Como as amostras B e C possuem partículas filtráveis por ultrafiltro, não podem ser classificadas como dispersão homogênea.
- c)(F) As amostras A e D podem ser consideradas soluções verdadeiras. As partículas do disperso devem possuir um tamanho inferior a 1 mm. Dessa forma, qualquer partícula maior que 1 mm também seria retida pelo ultrafiltro.
- d)(F) A amostra C é classificada como dispersão coloidal, pois suas partículas sólidas não são visíveis a olho nu, mas podem ser retidas por um ultrafiltro. Já a amostra B possui partículas visíveis a olho nu, o que poderia caracterizá-la como uma mistura heterogênea. Portanto, constata-se que o efeito Tyndall ocorre na amostra C, mas pode não ocorrer na amostra B, pois o meio desse tipo de mistura pode ser opaco.
- e)(F) As amostras A e D podem ser consideradas soluções verdadeiras, pois suas partículas sólidas não podem ser retidas em ultrafiltro. Assim, não será observado o movimento browniano de partículas.

Questão 120

A representação esquemática a seguir mostra um teste de sensibilidade para avaliar a atividade de um extrato vegetal com potencial antibacteriano.



Nesse teste, um gel nutritivo é colocado em uma placa de Petri para cultivo de bactérias sobre o qual são dispostos discos de papel que receberam as soluções contendo as substâncias do teste. Após as bactérias serem semeadas sobre o gel, é feita a observação da área de inibição do crescimento microbiano em volta dos discos de papel.

Foram utilizados três discos de papel: o disco A recebeu o extrato vegetal com potencial antimicrobiano; o disco B recebeu solução salina isotônica; e o disco C recebeu um antibiótico padrão, empregado no controle das bactérias.

A utilização do disco B tem como objetivo verificar se o(a)

- A extrato vegetal bloqueia a ação do antibiótico padrão.
- B antibiótico padrão é potencializado pela solução salina.
- C solução isotônica afeta o crescimento das células bacterianas.
- D agente bacteriano depende de sais para crescer no meio de cultura.
- E resultado do disco A é decorrente de fatores externos ao extrato testado.

Resolução

120. Resposta correta: E

C 5 H 17

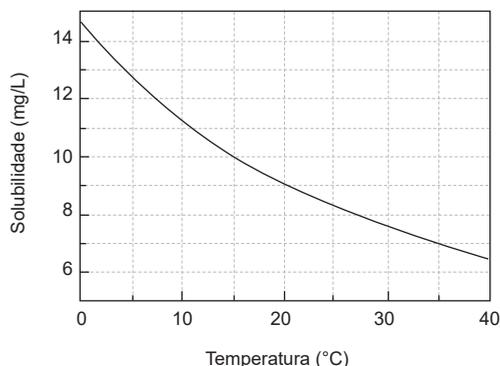
- a)(F) O disco B é o grupo controle negativo do experimento, que serve como base de comparação para o grupo que recebe o tratamento. O teste busca avaliar a eficiência antimicrobiana do extrato do disco A, e não a ação de bloqueio do antibiótico do disco C.
- b)(F) O disco B é um grupo controle negativo, e o disco C é um grupo controle positivo. Eles são utilizados para comparar os resultados do teste do extrato vegetal do disco B.
- c)(F) O objetivo do teste é verificar a atividade antimicrobiana do extrato vegetal do disco A. O disco B é utilizado como grupo controle para fazer a comparação de resultados, pois se espera que não apresente resultado inibitório.
- d)(F) O teste visa avaliar a atividade do extrato vegetal, de modo que o disco B é o grupo controle negativo. No teste, o gel nutritivo possibilita o crescimento das bactérias no meio de cultura. As substâncias dos discos são utilizadas para comparar a ação antimicrobiana do extrato.
- e)(V) No método científico, é importante que um experimento tenha um grupo controle negativo, ou seja, uma repetição do teste, porém sem o parâmetro testado (no caso, o extrato vegetal). O objetivo do disco B é expor o meio de cultura a uma substância inerte (a solução salina isotônica), que demonstrou haver crescimento bacteriano, indicando que o resultado inibitório obtido pelo disco A é resultante da presença do extrato vegetal, e não de um fator externo, que poderia estar agindo tanto no disco A quanto no disco B.

Questão 121

Uma fábrica de papel despeja água residual a uma temperatura média de 40 °C em um rio que é hábitat natural de uma espécie de truta, a qual sobrevive em ambientes aquáticos cujo oxigênio dissolvido seja de, no mínimo, 8 mg/L. Para analisar o impacto ambiental provocado pela fábrica, um analista de meio ambiente verificou a temperatura da água nos pontos 1, 2, 3, 4 e 5, nessa ordem, ao longo do curso do rio, a partir da fábrica de papel, e construiu a tabela a seguir.

Ponto do rio	Distância da fábrica	Temperatura da água do rio (°C)
1	80 m	36,4
2	150 m	32,5
3	225 m	29,8
4	290 m	26,1
5	315 m	24,7

Para analisar os dados listados, foi utilizado o gráfico a seguir, que mostra a solubilidade de gás oxigênio na água em relação à temperatura desta.



Considerando apenas a solubilidade de gás oxigênio na água, o primeiro ponto a partir do qual o analista deve constatar a possibilidade de sobrevivência dessas trutas é o

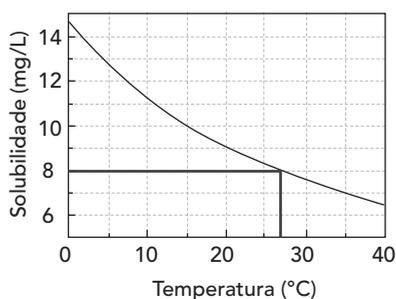
- A** 1.
- B** 2.
- C** 3.
- D** 4.
- E** 5.

Resolução

121. Resposta correta: D

C 5 H 18

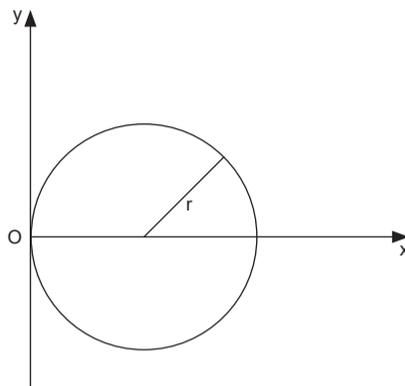
- a)(F) No ponto 1, a quantidade de oxigênio dissolvido está entre 6 mg/L e 7 mg/L. Portanto, as trutas não podem sobreviver nesse local.
- b)(F) No ponto 2, a quantidade de oxigênio dissolvido é próxima de 7 mg/L. Portanto, as trutas não podem sobreviver nesse local.
- c)(F) No ponto 3, a quantidade de oxigênio dissolvido está entre 7 mg/L e 8 mg/L. Portanto, as trutas não podem sobreviver nesse local.
- d)(V) De acordo com o gráfico, a solubilidade do gás oxigênio em água é igual ou superior a 8 mg/L para temperaturas menores do que, aproximadamente, 27 °C. Portanto, as trutas podem sobreviver a partir do ponto 4.



- e)(F) No ponto 5, a quantidade de oxigênio dissolvido está entre 8 mg/L e 9 mg/L, o que significa que as trutas podem sobreviver nesse local. No entanto, elas já podem sobreviver a partir do ponto 4.

Questão 122

O esquema a seguir foi elaborado para analisar o movimento de um carro em uma rotatória de raio $r = 25 \text{ m}$. O veículo parte do ponto O no instante $t = 0$ e realiza um movimento circular uniforme no sentido horário, completando uma volta a cada 60 segundos.



Qual é o módulo do vetor velocidade média do carro entre os instantes $t_1 = 7,5 \text{ s}$ e $t_2 = 22,5 \text{ s}$?

- A $\frac{5}{2} \text{ m/s}$
- B $\frac{10}{3} \text{ m/s}$
- C $\frac{5\sqrt{2}}{3} \text{ m/s}$
- D $\frac{5\sqrt{2}}{6} \text{ m/s}$
- E $\frac{3\sqrt{2}}{10} \text{ m/s}$

Resolução

C 6 H 20

122. Resposta correta: C

a)(F) O aluno pode ter considerado que a raiz quadrada de 2 equivale a 1,5.

$$|\vec{v}| = \frac{25\sqrt{2}}{22,5 - 7,5} = \frac{25 \cdot 1,5}{15} = \frac{5}{2} \text{ m/s}$$

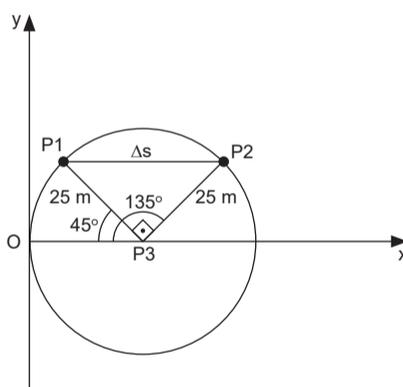
b)(F) Possivelmente, o aluno cometeu um equívoco durante a aplicação do Teorema de Pitágoras.

$$\begin{aligned} \Delta S^2 &= 25^2 + 25^2 \\ \Delta S^2 &= 2 \cdot 25^2 \\ \Delta S &= 2 \cdot 25 = 50 \text{ m} \\ |\vec{v}| &= \frac{50}{22,5 - 7,5} = \frac{10}{3} \text{ m/s} \end{aligned}$$

c)(V) Sabendo que, em 60 segundos, o carro percorre uma volta completa (360°), calculam-se os ângulos correspondentes às posições do veículo nos instantes t_1 e t_2 .

$$\begin{aligned} 60 \text{ s} &\text{ ————— } 360^\circ \\ 7,5 \text{ s} &\text{ ————— } x \Rightarrow x = \frac{7,5 \cdot 360^\circ}{60} = 45^\circ \\ \\ 60 \text{ s} &\text{ ————— } 360^\circ \\ 22,5 \text{ s} &\text{ ————— } y \Rightarrow y = \frac{22,5 \cdot 360^\circ}{60} = 135^\circ \end{aligned}$$

Assim, ao final dos instantes dados, tem-se as posições P1 e P2, respectivamente, representadas a seguir.



Portanto, observando que é formado um triângulo retângulo, em que a hipotenusa é o vetor deslocamento resultante, aplica-se o Teorema de Pitágoras.

$$\begin{aligned} \Delta S^2 &= 25^2 + 25^2 \\ \Delta S^2 &= 2 \cdot 25^2 \\ \Delta S &= 25\sqrt{2} \text{ m} \end{aligned}$$

Em seguida, calcula-se o módulo do vetor velocidade média entre os instantes t_1 e t_2 .

$$|\vec{v}| = \frac{25\sqrt{2}}{22,5 - 7,5} = \frac{5\sqrt{2}}{3} \text{ m/s}$$

d)(F) O aluno pode ter somado o tempo de cada instante ao invés de subtrair.

$$|\vec{v}| = \frac{25\sqrt{2}}{22,5 + 7,5} = \frac{5\sqrt{2}}{6} \text{ m/s}$$

e)(F) O aluno pode ter invertido a razão entre a variação do espaço e a do tempo.

$$|\vec{v}| = \frac{22,5 - 7,5}{25\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{10} \text{ m/s}$$

Questão 123

O transplante de medula óssea é um tipo de tratamento proposto para algumas doenças que afetam as células do sangue, como as leucemias e os linfomas, e consiste na substituição de uma medula óssea doente ou deficitária por células normais de medula óssea, com o objetivo de reconstituição de uma medula saudável.

Disponível em: <http://redome.inca.gov.br>. Acesso em: 15 set. 2021.

Para a realização desse procedimento, é imprescindível coletar de um doador saudável amostras de

- A** fatores de coagulação sanguínea.
- B** células-tronco hematopoiéticas.
- C** células do tecido adiposo.
- D** glóbulos vermelhos.
- E** glóbulos brancos.

Resolução

123. Resposta correta: B

C 1 H 2

- a)(F) Os fatores de coagulação sanguínea são proteínas presentes no sangue e não são responsáveis pela produção das células sanguíneas.
- b)(V) A medula óssea está localizada no interior dos ossos e pode ser do tipo amarela ou vermelha. A medula óssea vermelha é rica em células-tronco hematopoiéticas, responsáveis pela geração e renovação de todas as células do sangue (glóbulos vermelhos, glóbulos brancos e plaquetas). Quando se fala em transplante de medula, refere-se à substituição das células-tronco hematopoiéticas de um paciente doente pelas de um doador saudável, de modo a viabilizar a reconstituição de uma medula saudável.
- c)(F) A medula óssea amarela é rica em adipócitos. Porém, o transplante de medula óssea citado no texto se refere à coleta de células-tronco hematopoiéticas para a reconstituição de uma medula óssea vermelha saudável.
- d)(F) Os glóbulos vermelhos podem ser coletados, mas o objetivo do transplante é a coleta de células-tronco hematopoiéticas, pois elas são capazes de originar diversos tipos celulares do sangue.
- e)(F) Embora os glóbulos brancos possam ser coletados durante o procedimento, o objetivo do transplante de medula óssea é a coleta de células-tronco hematopoiéticas, que possuem a capacidade de originar outras células sanguíneas.

Questão 124

As vacinas podem ser classificadas de acordo com o princípio ativo, insumo farmacêutico ativo (IFA), usado na fabricação. As vacinas atenuadas são produzidas com microrganismos que são enfraquecidos e incapazes de causar a doença. As vacinas inativadas são fabricadas com o agente inerte, incapaz de fazer o ciclo infeccioso, mas capaz de estimular o sistema imune. As vacinas de subunidades são produzidas com pequenos pedaços sintéticos ou purificados a partir do próprio microrganismo. A vacina de toxoide é especificamente fabricada com a toxina inativada. Com o avanço tecnológico, novas estratégias estão sendo utilizadas; como as vacinas utilizando vetores – bactérias ou vírus clonados com fragmentos específicos de material genético responsável pela produção dos antígenos.

ALMEIDA, Carla França Wolanski de; RAMIREZ, Caroline Moura; SANTOS, Wania Renata dos. Vacinação: histórico e importância. *Ciência Hoje*. Disponível em: <https://cienciahoje.org.br>. Acesso em: 20 set. 2021. (adaptado)

De acordo com essas definições, a vacina dupla bacteriana (dT), que contém substâncias derivadas das produzidas pelas bactérias causadoras do tétano e da difteria, deve ser classificada como uma vacina de

- A** vetor.
- B** toxoide.
- C** subunidade.
- D** agente inativado.
- E** agente atenuado.

◦ **Resolução**

124. Resposta correta: B

C 8 H 29

- a)(F) As vacinas de vetor empregam organismos contendo parte do material genético do agente causador da doença, estimulando a produção de anticorpos contra esse agente.
- b)(V) A vacina dT contém substâncias derivadas das produzidas pelas bactérias causadoras do tétano e da difteria. Então, trata-se de uma vacina de toxoide, pois contém as toxinas inativadas para estimular no corpo a produção de anticorpos contra as toxinas produzidas pelas bactérias.
- c)(F) O texto descreve que as vacinas de subunidade contêm partes do microrganismo causador da doença, o que diverge do caso da vacina dT, que não contém pedaços das bactérias, mas toxoides para produção de anticorpos contra as toxinas que as bactérias liberam.
- d)(F) De acordo com o texto, as vacinas inativadas contêm o agente infeccioso incapaz de se proliferar no organismo; porém, a vacina dT contém as toxinas das bactérias, e não esses organismos em si.
- e)(F) O texto menciona que as vacinas atenuadas consistem em microrganismos enfraquecidos, o que não condiz com a vacina dT, que não contém os organismos, e sim os toxoides (toxinas inativadas) para produção de anticorpos contra as toxinas das bactérias.

Questão 125

Em um experimento, uma porção de uma palha de aço foi encostada em um bico de Bunsen, o que deu imediato início a uma reação. Rapidamente, conduziu-se a palha para o interior de um béquer de forma alta. Em seguida, soprou-se ar sobre a massa reacional. Cessada a reação, aguardou-se o resfriamento total do conjunto. O material foi, então, transferido para uma folha de papel liso, em que o FeO resultante foi pesado.

Disponível em: <http://qnesc.sbq.org.br>. Acesso em: 25 set. 2021. (adaptado)

Esse experimento foi realizado duas vezes, cada uma com uma quantidade diferente de palha de aço. Dessa forma, construiu-se a tabela a seguir com os resultados obtidos dos reagentes e do produto, na qual m_{Fe}/m_O é a relação entre a massa de ferro e a de gás oxigênio.

Experimento	Massa de ferro (g)	Massa de gás oxigênio (g)	Massa de FeO (g)	m_{Fe}/m_O
1	10,5	x	13,5	3,5
2	14,0	4,0	y	z

Os valores de x, y e z são, respectivamente,

- A 3,0, 3,5 e 18,0.
- B 3,0, 18,0 e 3,5.
- C 10,0, 10,0 e 3,5.
- D 24,0, 10,0 e 18,0.
- E 24,0, 18,0 e 10,0.

Resolução

125. Resposta correta: B

C 7 H 25

- a)(F) Possivelmente, o aluno inverteu os valores de **y** e **z** ($y = 3,5$ e $z = 14,0 + 4,0 = 18,0$).
- b)(V) A equação que representa a reação entre o ferro da palha de aço e o oxigênio do ar é $2 Fe + O_2 \rightarrow 2 FeO$. Então, de acordo com a Lei de Lavoisier, a soma das massas de ferro e gás oxigênio é igual à massa de óxido de ferro II formada ($10,5 + x = 13,5 \Rightarrow x = 3,0$). Já o valor de **y** corresponde à massa de FeO formada a partir de 14,0 g de Fe e 4,0 g de O_2 , ou seja, $y = 14,0 + 4,0 = 18,0$. Assim, o valor de **z** é a relação entre a massa de ferro e a de gás oxigênio, que será a mesma do experimento 1, já que a reação é a mesma e a proporção entre os reagentes não se altera ($z = 3,5$).
- c)(F) O aluno deve ter considerado o valor de **x** como a subtração entre os valores de m_{Fe} e m_{Fe}/m_O no experimento 1 ($x = 13,5 - 3,5 = 10,0$). Já o valor de **y** pode ter sido obtido pela subtração entre m_{Fe} e m_O no experimento 2 ($y = 14,0 - 4,0 = 10,0$).
- d)(F) Possivelmente, o aluno considerou o valor de **x** como sendo a soma entre m_{Fe} e m_{FeO} no experimento 1 ($x = 10,5 + 13,5 = 24,0$). Já o valor de **y** pode ter sido obtido pela subtração entre m_{Fe} e m_O ($y = 14,0 - 4,0 = 10,0$). E, por fim, o valor de **z** pode ter sido obtido pela soma entre m_{Fe} e m_O no experimento 2 ($z = 14,0 + 4,0 = 18,0$).
- e)(F) O aluno deve ter considerado o valor de **x** como a soma entre m_{Fe} e m_{FeO} no experimento 1 ($x = 10,5 + 13,5 = 24,0$). Já o valor de **z** pode ter sido obtido pela subtração entre m_{Fe} e m_O no experimento 2 ($z = 14,0 - 4,0 = 10,0$).

Questão 126

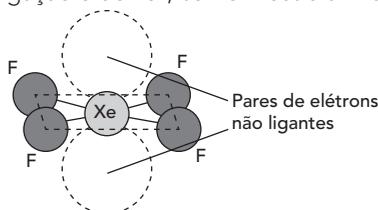
Apesar de ser produzido a partir de duas substâncias gasosas, xenônio (Xe) e flúor (F_2), o tetrafluoreto de xenônio (XeF_4) é um sólido à temperatura ambiente. Esse composto é considerado um bom agente oxidante e é bastante reativo, podendo ser utilizado como explosivo. Sua reação com a água pode causar queimaduras graves, pois um dos produtos formados é o fluoreto de hidrogênio (HF), composto gasoso que, em solução, é bastante corrosivo. Considere que o xenônio tem camada de valência $5s^25p^6$ e o flúor, $5s^22p^5$.

A geometria molecular do composto sólido citado no texto é

- A** linear.
- B** piramidal.
- C** tetraédrica.
- D** trigonal plana.
- E** quadrática plana.

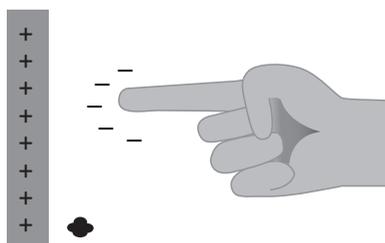
Resolução
126. Resposta correta: E
C 5 H 17

- a)(F) A geometria linear ocorre quando todos os átomos da molécula estão alinhados, o que não é o caso do tetrafluoreto de xenônio (XeF_4).
- b)(F) A geometria piramidal ocorre em moléculas com apenas um par de elétrons não ligantes no átomo central. No entanto, a molécula do tetrafluoreto de xenônio (XeF_4) possui dois pares de elétrons não ligantes.
- c)(F) A geometria tetraédrica ocorre em moléculas pentatômicas sem elétrons não ligantes no átomo central. Dessa forma, apesar de ser pentatômica, a molécula de tetrafluoreto de xenônio (XeF_4) possui dois pares de elétrons não ligantes, sendo, portanto, não tetraédrica.
- d)(F) A geometria trigonal plana ocorre em moléculas tetratômicas, que possuem um átomo central ligado a outros três átomos, de modo que não sobram pares de elétrons não ligantes. No entanto, a molécula do tetrafluoreto de xenônio (XeF_4) é pentatômica.
- e)(V) De acordo com a teoria da repulsão dos pares de elétrons não ligantes, a disposição dos átomos de flúor em relação ao átomo central (xenônio) é chamada de geometria quadrática plana, ou seja, todos os átomos se encontram no mesmo plano, e o ângulo formado entre cada ligação é de 90° , como mostra a imagem a seguir.



Questão 127

Desobedecendo as atuais normas de procedimentos médicos, um cirurgião utilizou a tela de um monitor com a mão enluvada, fazendo a ponta do dedo da luva ficar com uma carga de $-5 \cdot 10^{-9}$ C. Dessa maneira, uma partícula de poeira que possuía carga de $1,6 \cdot 10^{-9}$ C e estava a $2 \cdot 10^{-2}$ m da ponta carregada da luva passou a ser atraída por esta, como mostra a imagem a seguir.



Considere que a constante eletrostática do ar na sala de cirurgia é de $10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$, despreze as ações gravitacionais que atuam na partícula e adote os objetos carregados como puntiformes.

Inicialmente, o módulo da força elétrica com a qual o dedo do médico atrai a partícula de poeira é de

- A** $1,2 \cdot 10^4$ N.
- B** $4,0 \cdot 10^3$ N.
- C** $2,0 \cdot 10^{-4}$ N.
- D** $4,0 \cdot 10^{-6}$ N.
- E** $8,0 \cdot 10^{-8}$ N.

Resolução

127. Resposta correta: C

C 6 H 21

a)(F) Possivelmente, o aluno calculou o módulo do campo elétrico que atua sobre a carga e considerou que o valor encontrado corresponde a uma força.

$$E = \frac{K \cdot |Q|}{d^2} = \frac{10^{10} \cdot |-5 \cdot 10^{-9}|}{(2 \cdot 10^{-2})^2} \cong 1,2 \cdot 10^4 \text{ N}$$

b)(F) Possivelmente, o aluno calculou o módulo do campo elétrico que a carga aplica na ponta carregada da luva e considerou que o valor encontrado corresponde a uma força.

$$E = \frac{K \cdot |Q|}{d^2} = \frac{10^{10} \cdot |1,6 \cdot 10^{-9}|}{(2 \cdot 10^{-2})^2} = 4 \cdot 10^3 \text{ N}$$

c)(V) Considerando a carga da ponta da luva e a da partícula de poeira como puntiformes, aplica-se a equação da Lei de Coulomb.

$$F = \frac{K \cdot |Q \cdot q|}{d^2}$$

$$F = \frac{10^{10} \cdot |1,6 \cdot 10^{-9} \cdot (-5 \cdot 10^{-9})|}{(2 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$F = \frac{8 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 10^{-4}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

d)(F) O aluno não deve ter elevado a distância ao quadrado ao aplicar a Lei de Coulomb.

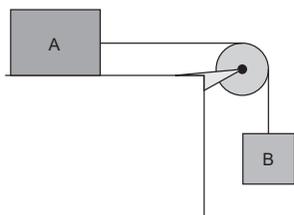
$$F = \frac{K \cdot |Q \cdot q|}{d} = \frac{10^{10} \cdot |1,6 \cdot 10^{-9} \cdot (-5 \cdot 10^{-9})|}{2 \cdot 10^{-2}} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

e)(F) O aluno não deve ter utilizado a distância entre as cargas ao aplicar a Lei de Coulomb.

$$F = K \cdot |Q \cdot q| = 10^{10} \cdot |1,6 \cdot 10^{-9} \cdot (-5 \cdot 10^{-9})| = 8 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

Questão 128

A fim de determinar o coeficiente de atrito estático entre duas superfícies de um dado material, montou-se o dispositivo esquematizado a seguir, em que o bloco A, que tem massa de 5 kg, e a superfície horizontal são compostos desse mesmo material.



Durante a utilização do dispositivo, percebe-se que, se o bloco B tiver massa de até 0,5 kg, o sistema permanece em repouso; porém, se o bloco B tiver massa superior a 0,5 kg, o sistema formado pelos corpos apresenta um movimento acelerado.

O coeficiente de atrito estático máximo entre o bloco A e a superfície horizontal é igual a

- A 0,01.
- B 0,09.
- C 0,1.
- D 0,9.
- E 1,1.

Resolução

128. Resposta correta: C

C 6 H 20

a)(F) O aluno deve ter confundido o peso do bloco B com a massa deste e supôs que o valor da aceleração da gravidade é 10 m/s^2 .

$$P_B = F_{at}$$

$$m_B = \mu_e \cdot m_A \cdot g$$

$$0,5 = \mu_e \cdot 5 \cdot 10 \Rightarrow \mu_e = 0,01$$

b)(F) Possivelmente, o aluno considerou que o bloco B também sofre efeito do atrito com a superfície.

$$P_B = F_{at}$$

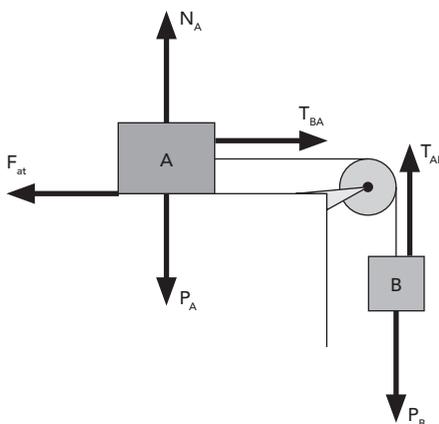
$$m_B \cdot g = \mu_e \cdot (N_A + N_B)$$

$$m_B \cdot g = \mu_e \cdot (m_A + m_B) \cdot g$$

$$m_B = \mu_e \cdot (m_A + m_B)$$

$$0,5 = \mu_e \cdot 5,5 \Rightarrow \mu_e \cong 0,09$$

c)(V) Primeiramente, indicam-se as forças que atuam nos blocos A e B.



Assim, é possível calcular o coeficiente de atrito estático máximo (μ_e) utilizando a maior massa possível do bloco B com a qual o sistema ainda permanece em repouso. Portanto, para a massa de B igual a 0,5 kg, tem-se:

$$P_B = F_{at}$$

$$m_B \cdot g = \mu_e \cdot N_A$$

$$m_B \cdot g = \mu_e \cdot m_A \cdot g$$

$$m_B = \mu_e \cdot m_A$$

$$0,5 = \mu_e \cdot 5 \Rightarrow \mu_e = 0,1$$

d)(F) O aluno deve ter concluído que os pesos têm sentidos opostos.

$$P_A - P_B = F_{at}$$

$$(m_A - m_B) \cdot g = \mu_e \cdot m_A \cdot g$$

$$m_A - m_B = \mu_e \cdot m_A$$

$$5 - 0,5 = \mu_e \cdot 5 \Rightarrow \mu_e = 0,9$$

e)(F) Possivelmente, o aluno somou os pesos por observar que ambos têm sentido para baixo.

$$P_A + P_B = F_{at}$$

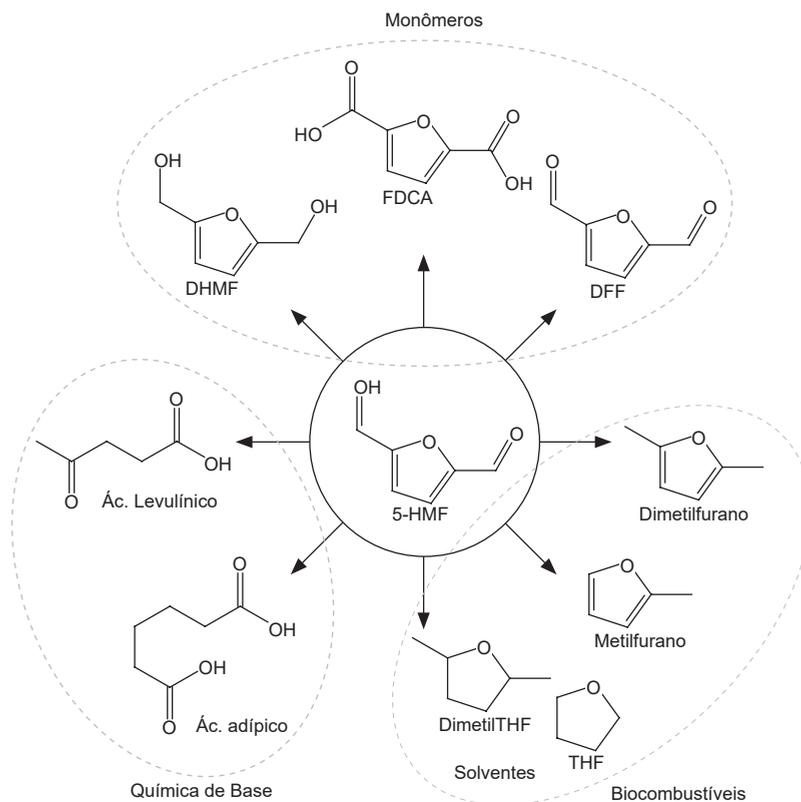
$$(m_A + m_B) \cdot g = \mu_e \cdot m_A \cdot g$$

$$m_A + m_B = \mu_e \cdot m_A$$

$$5 + 0,5 = \mu_e \cdot 5 \Rightarrow \mu_e = 1,1$$

Questão 129

A produção de furfural e seus derivados, como o 5-(hidroximetil)furfural (5-HMF), tem sido objeto de estudo de diversos grupos de pesquisa devido ao seu potencial em fornecer matéria-prima para síntese de compostos de química de base, polímeros, solventes e combustíveis, como mostra a figura a seguir.



GALAVERNA, R.; PASTRE, J. C. Produção de 5-(hidroximetil)furfural a partir de biomassa: desafios sintéticos e aplicações como bloco de construção na produção de polímeros e combustíveis líquidos. *Rev. Virtual Quím.*, 2017, 9 (1), 248-273. Disponível em: <http://static.sites.s bq.org.br>. Acesso em: 26 set. 2021. (adaptado)

Os compostos de química de base obtidos a partir do 5-HMF apresentam cadeia carbônica

- A** aberta, homogênea, saturada e normal.
- B** aberta, heterogênea, insaturada e normal.
- C** aberta, homogênea, insaturada e ramificada.
- D** fechada, homogênea, saturada e ramificada.
- E** fechada, heterogênea, insaturada e ramificada.

Resolução

129. Resposta correta: A

C 7 H 25

- a)(V) Os compostos de química de base obtidos a partir do 5-HMF são o ácido levulínico e o ácido adípico, que apresentam cadeia carbônica aberta (não apresenta ciclos), homogênea (não apresenta heteroátomo entre carbonos), saturada (apresenta apenas ligação simples entre carbonos) e normal (não ramificada).
- b)(F) Apesar de os compostos de química de base apresentarem cadeia carbônica aberta e normal, ela não é considerada heterogênea – pois os átomos de oxigênio não estão entre carbonos – nem insaturada – pois a insaturação não está entre átomos de carbono.
- c)(F) Apesar de os compostos de química de base apresentarem cadeia carbônica aberta e homogênea, ela não é insaturada – pois não apresenta ligação dupla ou tripla entre carbonos – nem ramificada – pois não apresenta carbonos terciários.
- d)(F) Apesar de as cadeias carbônicas do ácido levulínico e do ácido adípico serem consideradas homogêneas e saturadas, não são fechadas – pois não apresentam ciclos – nem ramificadas – pois não apresentam carbonos terciários.
- e)(F) A cadeia carbônica dos compostos de química de base não apresenta ciclos, heteroátomos, insaturação entre carbonos nem carbono terciário. Portanto, não pode ser classificada como fechada, heterogênea, insaturada e ramificada.

Questão 130

Plâncton bioluminescente cria espetáculo de luz no mar

Fotógrafos e amantes da natureza têm observado plânctons bioluminescentes na costa do País de Gales. A bioluminescência é a capacidade que alguns animais – como vaga-lumes e águas-vivas – e plantas têm de emitir luz fria e visível. No verão, por causa das temperaturas mais elevadas, o fenômeno é mais forte.

Disponível em: <https://www.bbc.com>. Acesso em: 20 out. 2021. (adaptado)

Em escala atômica, o fenômeno descrito na reportagem pode ser explicado com base no modelo atômico de

- A** Dalton, pois a comprovação da existência dos átomos é suficiente para justificar a emissão de luz pela triboluminescência causada pelo atrito entre os átomos que compõem os seres bioluminescentes.
- B** Thomson, pois a descoberta do elétron é suficiente para justificar a bioluminescência que ocorre quando alguns seres vivos emitem elétrons na atmosfera e colidem com moléculas de gás oxigênio.
- C** Rutherford, pois a comprovação da existência do núcleo atômico e de suas partículas nucleares é suficiente para justificar a produção de luz causada pela emissão radioativa de átomos instáveis.
- D** Bohr, pois a descoberta dos níveis quânticos na eletrosfera é suficiente para justificar a emissão de radiação luminosa que ocorre quando elétrons mudam de um nível quântico maior para um menor.
- E** Schrödinger, pois a descoberta dos orbitais atômicos é suficiente para justificar a produção de luz que acontece quando prótons de um mesmo orbital colidem entre si devido à diferença de *spins*.

Resolução

130. Resposta correta: D**C 1 H 3**

- a)(F) O modelo atômico de Dalton não contemplava os conceitos de núcleo, elétrons, eletrosfera e níveis quânticos. Portanto, não é suficiente para explicar o fenômeno da bioluminescência.
- b)(F) O modelo atômico de Thomson não considerava a existência da eletrosfera e dos níveis energéticos. Portanto, não é suficiente para explicar o fenômeno da bioluminescência.
- c)(F) O modelo atômico de Rutherford considerava a existência da eletrosfera, no entanto não previa a existência de níveis de energia. Assim, não é suficiente para explicar o fenômeno da bioluminescência.
- d)(V) A bioluminescência só pôde ser compreendida a partir do modelo atômico de Bohr, o qual considerava que a eletrosfera é dividida em sete níveis energéticos. Cada nível suporta certa quantidade de elétrons, e, enquanto orbitam em torno do núcleo em um desses níveis, eles não recebem nem emitem energia, podendo, porém, receber energia de origem externa ao átomo e saltar para níveis maiores. Quando os elétrons excitados retornam para seu nível de origem, liberam a energia na forma de radiação luminosa.
- e)(F) O modelo de Schrödinger é posterior ao modelo atômico de Bohr e pode ser usado para explicar o fenômeno da bioluminescência, porém não são os prótons que colidem entre si em um mesmo orbital do átomo, mas sim os elétrons.

Questão 131

A anemia falciforme é uma doença determinada por um alelo recessivo s . Por ser uma doença grave, seria esperado que o alelo s fosse raro na população. Entretanto, em algumas regiões da África, eles ocorrem com uma frequência muito maior que a esperada, pois há uma pressão seletiva que favorece o genótipo Ss , visto que este confere maior resistência à malária.

Disponível em: <https://www.infoescola.com>. Acesso em: 16 set. 2021. (adaptado)

Esse é um caso de seleção natural do tipo

- A** direcional, pois a frequência do genótipo heterozigoto é favorecida.
- B** estabilizadora, pois atua contra os fenótipos extremos e favorece os intermediários.
- C** disruptiva, pois a pressão seletiva interrompe o perfil genético esperado na população.
- D** convergente, pois provoca a adaptação de diferentes indivíduos a uma mesma pressão ambiental.
- E** divergente, pois favorece a adaptação diferencial de alguns indivíduos perante outros da mesma população.

Resolução

131. Resposta correta: B

C 4 H 14

- a)(F) A seleção natural direcional ocorre quando um fenótipo extremo é favorecido e tem sua frequência aumentada na população, o que não acontece no caso abordado no texto.
- b)(V) A seleção natural estabilizadora ocorre quando organismos com fenótipo intermediário têm sua frequência aumentada na população. No caso abordado no texto, a seleção natural favoreceu a permanência do genótipo heterozigoto (**Ss**), diminuindo a frequência dos genótipos homozigotos (**SS** e **ss**).
- c)(F) A seleção natural disruptiva ocorre quando fenótipos extremos são favorecidos e fenótipos intermediários são eliminados, o contrário do que ocorreu no exemplo apresentado no texto-base.
- d)(F) Não existe seleção natural do tipo convergente. Em evolução, fala-se em convergência evolutiva ou evolução convergente quando se observam características semelhantes em organismos com origens diferentes. Esse conceito não se aplica ao exemplo do texto-base.
- e)(F) Não existe seleção natural do tipo divergente. Quando duas ou mais características com mesma origem evolutiva divergem ao longo da história, fala-se em divergência evolutiva ou evolução divergente, o que não se relaciona ao processo de seleção natural apresentado.

Questão 132

A fibrose cística (FC) é uma doença genética, autossômica e recessiva que afeta pulmões, fígado, pâncreas, rins e aparelho digestivo. A pessoa com essa doença pode apresentar tosse crônica, pneumonia de repetição e sinusite frequente. Considere dois genitores heterozigotos para a FC que pretendem gerar duas crianças.

Qual é a probabilidade de as duas crianças desse casal terem fibrose cística?

- A $\frac{9}{16}$
- B $\frac{1}{2}$
- C $\frac{3}{8}$
- D $\frac{1}{4}$
- E $\frac{1}{16}$

Resolução

132. Resposta correta: E

C 4 H 13

a)(F) Possivelmente, o aluno associou a fibrose cística ao alelo dominante e supôs que a probabilidade de cada criança ter fibrose cística é de $\frac{3}{4}$.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

b)(F) O aluno pode ter feito uma soma entre as probabilidades de nascerem duas crianças com fibrose cística em vez de uma multiplicação.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

c)(F) O aluno pode ter considerado que a chance de uma criança nascer com fibrose cística é de $\frac{3}{4}$ e dividiu esse número por 2 ao considerar duas crianças.

$$\frac{\left(\frac{3}{4}\right)}{2} = \frac{3}{8}$$

d)(F) Ao observar que cada genitor tinha um alelo dominante e um recessivo, o aluno pode ter concluído que a probabilidade de cada criança ter fibrose cística é de $\frac{1}{2}$.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

e)(V) Sabendo que os dois genitores são heterozigotos (**Aa** × **Aa**), a probabilidade de a criança nascer com fibrose cística (**aa**) é de $\frac{1}{4}$ e de a criança nascer sem a doença (**AA** e **Aa**) é de $\frac{3}{4}$. Assim, calcula-se a probabilidade de que as duas crianças tenham fibrose cística pela regra do “e”, multiplicando a probabilidade dos dois eventos ocorrerem independentemente.

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

Questão 133

Alguns metais pesados são substâncias altamente tóxicas e não são compatíveis com a maioria dos tratamentos biológicos de efluentes existentes. Dessa forma, efluentes contendo esses metais não devem ser descartados na rede pública para tratamento em conjunto com o esgoto doméstico. As principais fontes de poluição por metais pesados são provenientes dos efluentes industriais, de mineração e das lavouras. Mesmo em concentrações reduzidas, os cátions dos metais pesados, uma vez lançados em um corpo receptor, como rios, mares e lagoas, ao atingirem as águas de um estuário, sofrem o efeito denominado amplificação biológica. Esse efeito ocorre em virtude desses compostos não integrarem o ciclo metabólico dos organismos vivos, sendo armazenados neles, e, em consequência, sua concentração é extraordinariamente ampliada nos tecidos dos seres vivos que integram a cadeia alimentar do ecossistema.

AGUIAR, M. R. M. P. de; NOVAES, A. C.; GUARINO, A. W. S.
Remoção de metais pesados de efluentes industriais por aluminossilicatos.
Química Nova, [S. l.], v. 25, n. 6, p. 1145-1154, dez. 2002. (adaptado)

Uma das principais formas de tratar esses efluentes ocorre por meio da

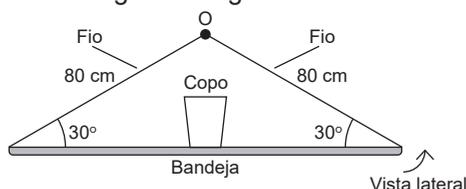
- A** filtração.
- B** decantação.
- C** radiação ultravioleta.
- D** precipitação química.
- E** separação magnética.

Resolução**133. Resposta correta: D****C 3 H 12**

- a)(F) A filtração é um método de separação de misturas sólido-líquido ou sólido-gás e não é capaz de separar íons de metais pesados presentes na água.
- b)(F) Como os cátions dos metais pesados estão solubilizados na água, não é possível separá-los por decantação, que é um método usado para separar misturas sólido-líquido ou de líquidos imiscíveis.
- c)(F) A radiação ultravioleta é uma forma de remoção de microrganismos da água. Portanto, não é viável a separação de metais pesados por esse método.
- d)(V) A precipitação química é um método de separação no qual compostos químicos interagem com os cátions dos metais, formando compostos insolúveis em água, que podem ser separados dela com mais facilidade do que os cátions.
- e)(F) A separação magnética é utilizada para separar compostos com propriedades magnéticas. Como os íons de metais pesados dispersos na água não possuem propriedades magnéticas, eles não podem ser atraídos por um ímã.

Questão 134

Em um show de equilibristas, uma bandeja retangular com um copo de água em seu centro está presa a dois fios de 80 cm e girando verticalmente em torno do ponto, como mostra a imagem a seguir.



Ao girar em torno do ponto O, o copo executa um movimento circular com período constante em um plano vertical. Considere que o copo e a bebida em seu interior se comportem como um objeto puntiforme sobre a bandeja, que π é igual a 3 e que a aceleração gravitacional no local é de 10 m/s^2 .

O maior tempo possível para o copo completar uma volta sem cair é de

- A** 0,6 s.
- B** 0,8 s.
- C** 1,2 s.
- D** 1,7 s.
- E** 3,0 s.

Resolução

134. Resposta correta: C

C 6 H 20

a)(F) O aluno deve ter cometido um equívoco ao definir a equação da força centrípeta.

$$\frac{m \cdot v}{R} = m \cdot g \Rightarrow \frac{v}{R} = g \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} \Rightarrow 4 = \frac{2 \cdot 3 \cdot 0,4}{T} \Rightarrow T = 0,6 \text{ s}$$

b)(F) Possivelmente, o aluno confundiu os conceitos de período e de frequência.

$$v = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot T \Rightarrow 2 = 2 \cdot 3 \cdot 0,4 \cdot T \Rightarrow T \cong 0,8 \text{ s}$$

c)(V) Primeiramente, calcula-se o raio (R) da trajetória do copo.

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\frac{R}{80} = \frac{1}{2} \Rightarrow R = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}$$

Em seguida, considerando que o copo gira com velocidade angular constante, quanto menor for essa velocidade, maior será o tempo de uma volta completa, e menor será a força normal que a bandeja faz no copo na parte mais alta da trajetória. Portanto, para o maior tempo de rotação possível, tem-se força normal nula, ou seja, o copo fica na iminência de cair. Nesse caso, a resultante centrípeta é igual à força peso.

$$F_{CP} = P$$

$$\frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot g$$

$$\frac{v^2}{R} = g$$

$$\frac{v^2}{0,4} = 10 \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

Assim, calcula-se o maior período de rotação possível utilizando a menor velocidade com a qual o copo pode girar sem cair.

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}$$

$$2 = \frac{2 \cdot 3 \cdot 0,4}{T} \Rightarrow T = 1,2 \text{ s}$$

d)(F) O aluno deve ter considerado 80 cm como sendo o raio da trajetória.

$$\frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot g \Rightarrow \frac{v^2}{R} = g \Rightarrow \frac{v^2}{0,8} = 10 \Rightarrow v \cong 2,8 \text{ m/s}$$

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} \Rightarrow 2,8 = \frac{2 \cdot 3 \cdot 0,8}{T} \Rightarrow T \cong 1,7 \text{ s}$$

e)(F) Possivelmente, o aluno utilizou a equação da velocidade angular em vez da equação da velocidade linear.

$$v = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2 = \frac{2 \cdot 3}{T} \Rightarrow T = 3 \text{ s}$$

Questão 135

Como um espirro pode lançar germes a uma distância de quase dois metros

Cientista de dinâmica de fluidos do MIT, Lydia Bourouiba passou os últimos anos utilizando câmeras de alta velocidade e iluminação para revelar como as excreções expelidas pelo corpo humano podem transmitir patógenos. Com a velocidade reduzida a dois mil quadros por segundo, o vídeo e as imagens realizadas em seu laboratório mostram que uma fina névoa de muco e saliva pode ser lançada da boca de uma pessoa a quase 160 quilômetros por hora e percorrer até oito metros.



Disponível em: <https://www.nationalgeographicbrasil.com>. Acesso em: 29 set. 2021. (adaptado)

Após serem lançadas da boca da pessoa, as gotículas de muco e saliva têm sua energia mecânica total

- A** reduzida, pois existem forças de resistência atuando sobre as partículas.
- B** aumentada, pois existem forças que impulsionam as partículas durante o lançamento.
- C** reduzida, pois há aumento da energia cinética e da energia potencial gravitacional.
- D** aumentada, pois há aumento da energia cinética e da energia potencial gravitacional.
- E** reduzida, pois o módulo da redução da energia potencial gravitacional é igual ao do aumento da energia cinética.

Resolução

135. Resposta correta: A

C 6 H 23

- a)(V) Logo após entrar em contato com ar no exterior da boca, as gotículas de muco e saliva começam a sofrer uma força de resistência, contrária ao movimento. Assim, se tiverem sido lançadas com sentido ascendente, parte da energia cinética é convertida em energia potencial, e parte é perdida gradualmente para o ar atmosférico. Porém, se tiverem sido lançadas horizontalmente ou com sentido descendente, parte da energia gravitacional é convertida em energia cinética, e parte desta última é perdida para o ar atmosférico. Em todos os casos, há perda de energia mecânica causada pela resistência do ar.
- b)(F) O lançamento começa a partir do momento em que as partículas saem da boca da pessoa e deixam de sofrer a pressão do ar que as impulsiona para fora. Com isso, as forças que passam a atuar nas gotículas são a força peso e as forças de resistência.
- c)(F) A energia cinética e a energia potencial gravitacional são tipos de energia mecânica. No caso descrito, a variação (redução ou aumento) da energia cinética e da energia potencial gravitacional depende da direção e do sentido do lançamento das gotículas.
- d)(F) No dado contexto, pode haver aumento da energia cinética, no caso das gotículas lançadas com sentido descendente, ou aumento da energia potencial gravitacional, no caso das gotículas lançadas com sentido ascendente; mas não pode ocorrer ganho dos dois tipos de energia simultaneamente, o que indica que não há aumento da energia mecânica total.
- e)(F) Na situação descrita, se o módulo da redução de energia potencial gravitacional fosse igual ao do aumento de energia cinética, a energia mecânica total da partícula permaneceria constante.

$$E_{T1} = E_p + E_C$$

$$E_{T2} = (E_p - \Delta E) + (E_C + \Delta E)$$

$$E_{T1} = E_{T2}$$

Questão 136

Uma fábrica de calçados realizará uma campanha de divulgação de cinco novos modelos de sapatos em *outdoors*, a fim de torná-los públicos e favorecer as vendas. Três desses novos modelos fazem parte da coleção primavera-verão da fábrica, e essa será a temática da campanha. A proposta de *marketing* para a produção dos *outdoors* consiste em colocar os modelos de sapatos alinhados e trocá-los de posição em cada *outdoor*, mantendo o padrão visual e de modo que os modelos da coleção primavera-verão fiquem sempre juntos.

Nessas condições, quantos *outdoors* diferentes poderão ser produzidos de acordo com a proposta de *marketing* descrita?

- A** 6
- B** 10
- C** 20
- D** 36
- E** 120

Resolução

136. Resposta correta: D**C 1 H 3**

- a)(F) Possivelmente, o aluno considerou que os modelos de sapatos da coleção primavera-verão deveriam ficar sempre juntos, mas não contabilizou as permutações que poderiam ocorrer entre eles, obtendo apenas $3! = 6$ *outdoors* diferentes.
- b)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou com a restrição dada e calculou uma combinação de 5 elementos tomados 3 a 3, obtendo $C_{5,3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}2!} = \frac{20}{2} = 10$ *outdoors* diferentes.
- c)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou com a restrição dada e calculou uma permutação de 5 elementos com repetição de 3, obtendo $P_{5,3} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$ *outdoors* diferentes.
- d)(V) Considere M_1, M_2, M_3, M_4 e M_5 os cinco novos modelos de sapatos da fábrica, sendo M_1, M_2 e M_3 os modelos que fazem parte da coleção primavera-verão. Como os *outdoors* serão produzidos de modo que os modelos de sapatos da coleção primavera-verão fiquem sempre juntos, pode-se entender o bloco (M_1, M_2, M_3) como um único elemento. Assim, a quantidade de permutações dos elementos do conjunto $\{(M_1, M_2, M_3), M_4, M_5\}$ é $P_3 = 3! = 6$. No entanto, pode-se permutar os três modelos da coleção primavera-verão dentro do bloco (M_1, M_2, M_3) de $P_3 = 3! = 6$ formas distintas. Dessa forma, a quantidade de *outdoors* diferentes que poderão ser produzidos de acordo com a proposta de *marketing* é:
- $$P_3 \cdot P_3 = 6 \cdot 6 = 36$$
- e)(F) Possivelmente, o aluno desconsiderou a restrição de que os modelos de sapatos da coleção primavera-verão deveriam ficar sempre juntos e, assim, calculou uma permutação simples de 5 elementos, obtendo $5! = 120$ *outdoors* diferentes.

Questão 137

Em uma feira de Ciências, um grupo de alunos apresentou o funcionamento de uma cisterna por meio de uma maquete que demonstrava como a água da chuva coletada pelas calhas é levada ao filtro, que remove os resíduos sólidos, e é armazenada no reservatório que compõe a cisterna. A cisterna construída pelos alunos na maquete possuía formato cilíndrico de 10 cm de diâmetro por 12,8 cm de altura e buscava representar, em escala, uma cisterna comunitária de mesmo formato com capacidade para 960 000 L.

Utilize 3 como aproximação para π .

Dessa forma, a escala utilizada para a construção da cisterna na maquete foi

- A** 1 : 10.
- B** 1 : 100.
- C** 1 : 1 000.
- D** 1 : 100 000.
- E** 1 : 1 000 000.

o **Resolução**

137. Resposta correta: B

C 3 H 12

a)(F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente o volume da cisterna na maquete (960 cm^3), no entanto não realizou as conversões necessárias para se obter a escala, encontrando:

$$E = \sqrt[3]{\frac{V_{\text{maquete}}}{V_{\text{real}}}} = \sqrt[3]{\frac{960 \text{ cm}^3}{960\,000 \text{ L}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{1000}} = \frac{1}{10}$$

b)(V) O volume da cisterna construída pelos alunos na maquete é de $V_{\text{maquete}} = 3 \cdot 5^2 \cdot 12,8 = 960 \text{ cm}^3$. Pelo texto, sabe-se que o volume real da cisterna é de $960\,000 \text{ L}$. Como 1 L equivale a 1 dm^3 e 1 dm^3 corresponde a 1000 cm^3 , conclui-se que o volume real da cisterna, em cm^3 , é $960\,000\,000$. Calculando a razão entre o volume da cisterna na maquete e o volume

real da cisterna, obtém-se $\frac{V_{\text{maquete}}}{V_{\text{real}}} = \frac{960 \text{ cm}^3}{960\,000\,000 \text{ cm}^3} = \frac{1}{1\,000\,000}$. Assim, como se trata de volume, conclui-se que a escala

(E) utilizada para a construção da cisterna na maquete equivale à raiz cúbica da razão obtida, ou seja, $E = \sqrt[3]{\frac{1}{1\,000\,000}} = \frac{1}{100}$.

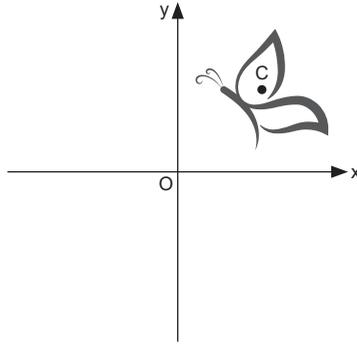
c)(F) Possivelmente, o aluno apenas calculou a razão entre o volume da cisterna na maquete e o volume real da cisterna. Além disso, não realizou as conversões necessárias, obtendo $E = \frac{960 \text{ cm}^3}{960\,000 \text{ L}} = \frac{1}{1000}$.

d)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou ao converter a capacidade real da cisterna de L para cm^3 , encontrando $960\,000 \text{ L} = 960\,000\,000 \text{ cm}^3$. Além disso, calculou a escala (E) como sendo a razão entre o volume da cisterna na maquete e o volume real da cisterna, esquecendo de extrair a raiz cúbica e obtendo $E = \frac{960 \text{ cm}^3}{960\,000\,000 \text{ cm}^3} = \frac{1}{100\,000}$.

e)(F) Possivelmente, o aluno apenas calculou a razão entre o volume da cisterna na maquete e o volume real da cisterna para obter a escala (E), encontrando $E = \frac{V_{\text{maquete}}}{V_{\text{real}}} = \frac{960 \text{ cm}^3}{960\,000\,000 \text{ cm}^3} = \frac{1}{1\,000\,000}$.

Questão 138

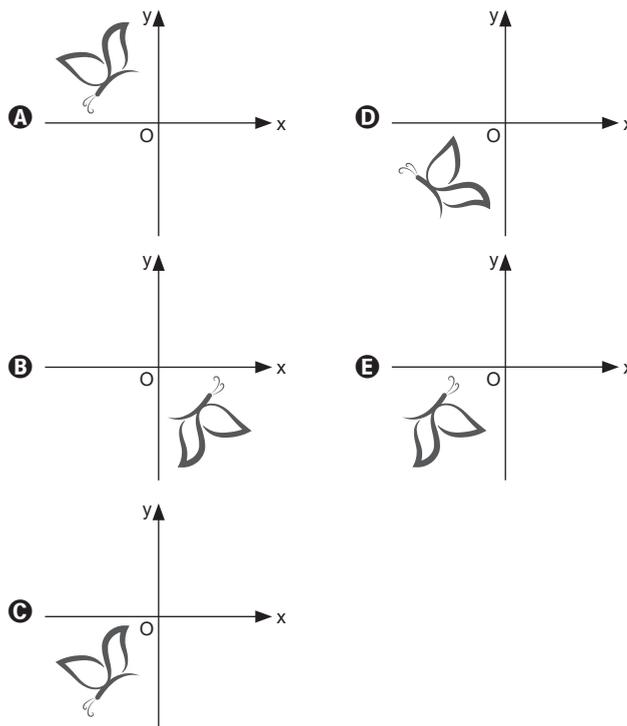
A figura a seguir representa uma borboleta, que é a logomarca de uma loja, sobre um plano com dois eixos perpendiculares, x e y .



A figura da borboleta tem centro no ponto C e sofrerá uma série de transformações isométricas sucessivas, sendo elas:

1. Reflexão em torno do eixo horizontal (x);
2. Reflexão em torno do eixo vertical (y);
3. Rotação de 90° no sentido anti-horário, com centro de rotação no ponto C' (centro da figura da borboleta após as transformações 1 e 2).

A imagem que representa a posição final da borboleta após essa série de transformações é:

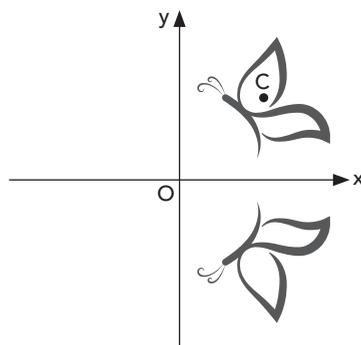


Resolução

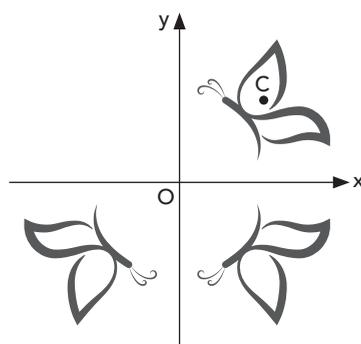
138. Resposta correta: E

C 2 H 6

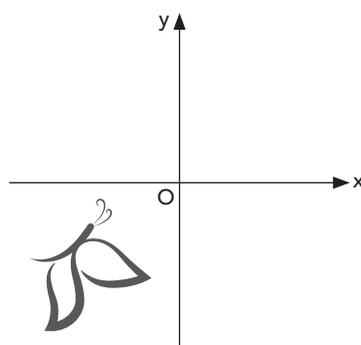
- a)(F) Possivelmente, o aluno realizou as duas reflexões corretamente, porém considerou uma rotação de 90° em torno do ponto O (interseção dos eixos), além de confundir sentido anti-horário com sentido horário na transformação 3.
- b)(F) Possivelmente, o aluno realizou as duas reflexões corretamente, porém considerou uma rotação de 90° no sentido anti-horário em torno do ponto O (interseção dos eixos) na transformação 3.
- c)(F) Possivelmente, o aluno realizou as duas reflexões corretamente, porém confundiu sentido anti-horário com sentido horário na transformação 3.
- d)(F) Possivelmente, o aluno realizou as duas reflexões corretamente, porém considerou uma rotação de 180° na transformação 3.
- e)(V) Após a primeira transformação (reflexão em torno do eixo x), tem-se:



Em seguida, após a segunda transformação (reflexão em torno do eixo y), encontra-se:



Por fim, fazendo uma rotação de 90° da última figura (na parte inferior e à esquerda), no sentido anti-horário e em torno de seu próprio centro, tem-se:



Questão 139

Após organizar as suas finanças, uma pessoa percebeu que as suas despesas mensais estão distribuídas em quatro categorias: moradia, alimentação, educação e lazer. Sabe-se que os gastos com moradia têm um custo fixo de R\$ 1200,00 mensais, que as despesas com lazer correspondem a três quartos dos gastos com alimentação e que os custos com educação correspondem à terça parte das despesas com lazer.

Com base nessas informações, a expressão que relaciona as despesas com lazer (X) com a despesa mensal total (Y) dessa pessoa é

- A $5X - 3Y + 3600 = 0$
- B $8X - 3Y + 3600 = 0$
- C $16X - 3Y + 3600 = 0$
- D $19X - 4Y + 4800 = 0$
- E $25X - 12Y + 14400 = 0$

Resolução

139. Resposta correta: B

C 5 H 19

a)(F) Possivelmente, o aluno encontrou corretamente a relação $Y = 1200 + \frac{4}{3} \cdot X + \frac{1}{3} \cdot X + X$, no entanto se equivocou ao reduzir os termos semelhantes, obtendo $Y = 1200 + \frac{5}{3} \cdot X \Rightarrow 3Y = 3600 + 5X \Rightarrow 5X - 3Y + 3600 = 0$.

b)(V) Considere A e E os gastos com alimentação e com educação, respectivamente. Sendo X as despesas com lazer, pelas informações dadas no texto, tem-se:

$$(I) \quad X = \frac{3}{4} \cdot A \Rightarrow A = \frac{4}{3} \cdot X$$

$$(II) \quad E = \frac{1}{3} \cdot X$$

Como a despesa mensal total (Y) da pessoa é dada por $Y = 1200 + A + E + X$, obtém-se:

$$Y = 1200 + \frac{4}{3} \cdot X + \frac{1}{3} \cdot X + X$$

$$Y = 1200 + \frac{8}{3} \cdot X$$

$$3Y = 3600 + 8X$$

$$8X - 3Y + 3600 = 0$$

Portanto, a expressão solicitada é $8X - 3Y + 3600 = 0$.

c)(F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que os custos com educação correspondem ao triplo dos gastos com lazer, obtendo a relação $Y = 1200 + \frac{4}{3} \cdot X + 3X + X \Rightarrow Y = 1200 + \frac{16}{3} \cdot X \Rightarrow 3Y = 3600 + 16X \Rightarrow 16X - 3Y + 3600 = 0$.

d)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que os gastos com alimentação e com educação eram, respectivamente, $A = \frac{3}{4} \cdot X$ e $E = 3X$. Com isso, obteve a relação:

$$Y = 1200 + \frac{3}{4} \cdot X + 3X + X \Rightarrow Y = 1200 + \frac{19}{4} \cdot X \Rightarrow 4Y = 4800 + 19X \Rightarrow 19X - 4Y + 4800 = 0$$

e)(F) Possivelmente, o aluno considerou equivocadamente $A = \frac{3}{4} \cdot X$ e, assim, obteve a relação:

$$Y = 1200 + \frac{3}{4} \cdot X + \frac{1}{3} \cdot X + X \Rightarrow Y = 1200 + \frac{25}{12} \cdot X \Rightarrow 12Y = 14400 + 25X \Rightarrow 25X - 12Y + 14400 = 0$$

Questão 140

Uma empresa de prestação de serviço estabeleceu uma meta de R\$ 100000,00 para o lucro líquido de certo mês. A empresa possui 20 funcionários, que recebem um salário mensal de R\$ 1250,00 cada um. Durante uma análise, identificou-se que o lucro líquido mensal (L) da empresa pode ser obtido pela expressão $L(p) = 50^{p-1} - S$, em que p representa a quantidade mensal de contratos fechados por funcionário e S , a folha de pagamento mensal da empresa. A fim de atingir a meta de lucro estabelecida, foram propostas cinco metas de captação, conforme indicado a seguir.

Meta I – Fechamento de dois contratos mensais por funcionário.

Meta II – Fechamento de três contratos mensais por funcionário.

Meta III – Fechamento de quatro contratos mensais por funcionário.

Meta IV – Fechamento de cinco contratos mensais por funcionário.

Meta V – Fechamento de seis contratos mensais por funcionário.

A princípio, a empresa decidiu escolher a meta de captação que garante o atingimento da meta de lucro sem superá-la.

Nessas condições, qual foi a meta de captação escolhida pela empresa?

- A I
- B II
- C III
- D IV
- E V

Resolução

140. Resposta correta: C

C 5 H 23

- a)(F) Possivelmente, o aluno obteve a equação $p - 1 = 3$, no entanto se equivocou e encontrou $p = 3 - 1 = 2$. Assim, concluiu que a meta de captação escolhida pela empresa foi a I.
- b)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e calculou o valor de $p - 1$ em vez de calcular o valor de p , obtendo $p - 1 = 3$. Assim, concluiu que a meta de captação escolhida pela empresa foi a II.
- c)(V) De acordo com o texto, a expressão do lucro é $L(p) = 50^{p-1} - S$, em que p representa a quantidade mensal de contratos fechados por funcionário e S , a folha de pagamento mensal da empresa. Como há 20 funcionários e cada um deles recebe R\$ 1250,00 de salário, conclui-se que a folha de pagamento dessa empresa vale $S = 20 \cdot \text{R\$ } 1250,00 = \text{R\$ } 25000,00$. Assim, tem-se $L(p) = 50^{p-1} - 25000$. Para que o lucro da empresa seja de R\$ 100000,00, deve-se ter $L(p) = 100000$, ou seja:
- $$50^{p-1} - 25000 = 100000$$
- $$50^{p-1} = 100000 + 25000$$
- $$50^{p-1} = 125000$$
- $$50^{p-1} = 50^3$$
- $$p - 1 = 3$$
- $$p = 3 + 1 = 4$$
- Dessa forma, conclui-se que a meta de captação que garante o atingimento da meta de lucro sem superá-la é a III e, portanto, essa foi a meta escolhida pela empresa.
- d)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e considerou que 125000 equivale a 50^4 , obtendo:
- $$p - 1 = 4$$
- $$p = 4 + 1 = 5$$
- Assim, concluiu que a meta de captação escolhida pela empresa foi a IV.
- e)(F) Possivelmente, o aluno identificou que essa é a maior meta de captação e que, portanto, é a que oferece o maior lucro para a empresa. Desse modo, concluiu que a meta de captação V foi a escolhida, desconsiderando que a empresa decidiu escolher aquela que garante o atingimento da meta de lucro sem superá-la.

Questão 141

Em um concurso para o cargo de professor de uma rede de ensino municipal, inscreveram-se 40 candidatos para a área de Matemática. A primeira fase desse concurso consistia em uma prova escrita com questões de Língua Portuguesa, Legislação e Conhecimentos Específicos. Para um candidato passar para a segunda fase do concurso, ele deveria ser aprovado em cada um dos três componentes da prova. Sabe-se que, dos 40 candidatos inscritos, 7 foram aprovados apenas em Língua Portuguesa; 5, apenas em Conhecimentos Específicos; 12, em Língua Portuguesa e Conhecimentos Específicos; 20, em Legislação; e 5 não foram aprovados em nenhum dos três componentes.

Com base nessas informações, quantos candidatos foram aprovados para a segunda fase do concurso?

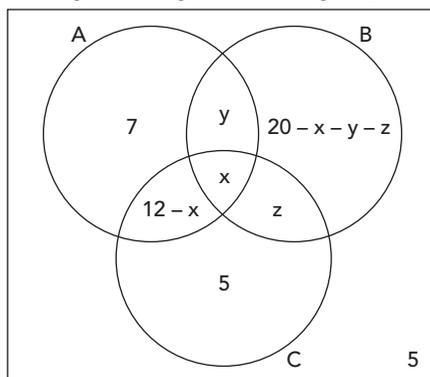
- A** 2
- B** 4
- C** 5
- D** 7
- E** 9

o **Resolução**

141. Resposta correta: E

C 1 H 3

- a)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e apenas subtraiu o número de candidatos aprovados somente em Conhecimentos Específicos do número de candidatos aprovados somente em Língua Portuguesa, obtendo $7 - 5 = 2$ candidatos.
- b)(F) Possivelmente, o aluno se esqueceu de subtrair do total de candidatos inscritos os 5 candidatos que não foram aprovados em nenhum dos três componentes da prova, obtendo:
- $$7 + (12 - x) + 5 + x + y + z + (20 - x - y - z) = 40$$
- $$44 - x = 40$$
- $$x = 44 - 40$$
- $$x = 4$$
- c)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e apenas subtraiu o número de candidatos aprovados somente em Língua Portuguesa do número de candidatos aprovados em Língua Portuguesa e Conhecimentos Específicos, obtendo $12 - 7 = 5$ candidatos.
- d)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e apenas subtraiu o número de candidatos aprovados somente em Conhecimentos Específicos do número de candidatos aprovados em Língua Portuguesa e Conhecimentos Específicos, obtendo $12 - 5 = 7$ candidatos.
- e)(V) A situação descrita pode ser representada pelo seguinte diagrama, em que A, B e C representam, respectivamente, os conjuntos dos candidatos aprovados em Língua Portuguesa, em Legislação e em Conhecimentos Específicos.



Como inscreveram-se 40 candidatos para a área de Matemática e 5 deles não foram aprovados em nenhum dos três componentes, tem-se:

$$7 + (12 - x) + 5 + x + y + z + (20 - x - y - z) = 40 - 5$$

$$44 - x = 35$$

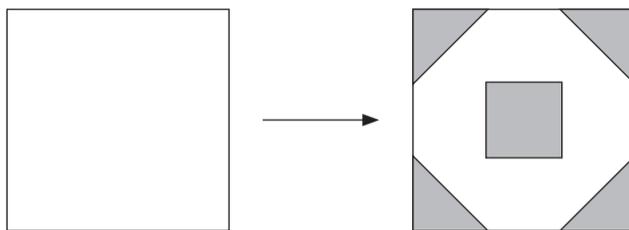
$$x = 44 - 35$$

$$x = 9$$

Portanto, 9 candidatos foram aprovados nos três componentes da prova e, conseqüentemente, para a segunda fase do concurso.

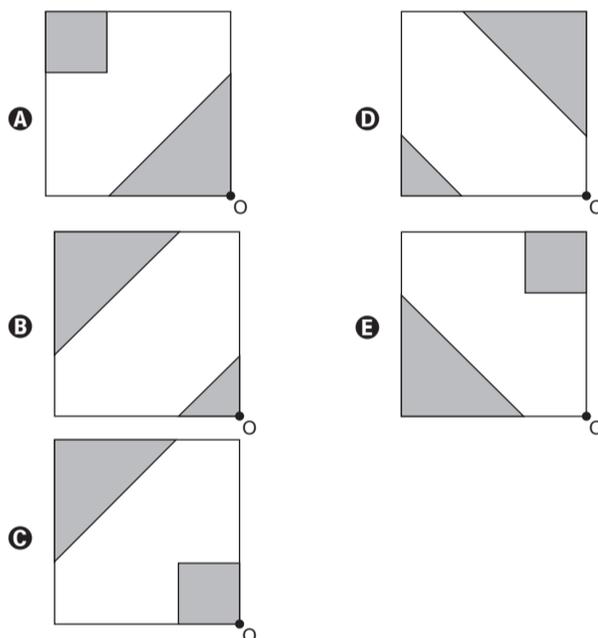
Questão 142

Para a decoração de uma festa de aniversário, algumas folhas quadrangulares serão cortadas em um formato específico. A figura a seguir apresenta, em cinza, as partes que serão retiradas das folhas, de modo que os destaques das pontas são triângulos congruentes entre si e o destaque central é um quadrado. A parte que restar de cada folha, após os cortes, será utilizada na decoração.



Como esse processo de corte deverá ser feito em muitas folhas, a equipe de organização da festa percebeu que precisará de uma maneira mais rápida de realizá-lo. Usando a simetria da figura obtida, a equipe identificou que conseguirá obtê-la dobrando cada folha em quatro partes iguais – dobrando-a ao meio duas vezes – e retirando duas partes.

Considerando o ponto O como o centro de cada folha, a figura que melhor representa a solução encontrada pela equipe de organização para agilizar o processo de corte é

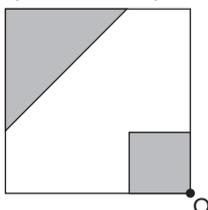


Resolução

142. Resposta correta: C

C 2 H 6

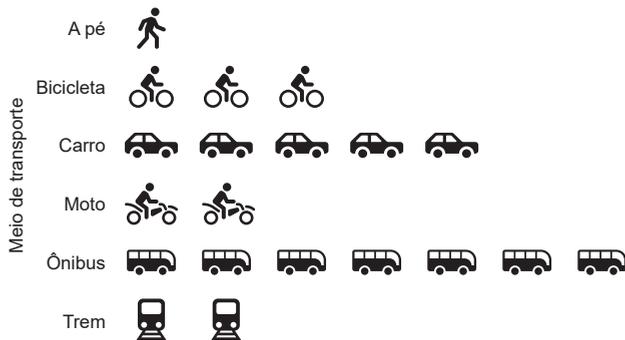
- a)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e trocou a posição do destaque central com a posição dos destaques das pontas.
- b)(F) Possivelmente, o aluno não se atentou ao formato do destaque central, desconsiderando que este deveria ter o formato de um quadrado.
- c)(V) Como as folhas têm formato quadrangular e são centradas no ponto O, conclui-se que, após a dobradura delas, a figura obtida terá a forma de um quadrado com um dos vértices no ponto O. Dessa forma, para se retirar o destaque central, deve-se cortar um quadrado com um dos vértices no ponto O. Como os destaques das pontas têm a forma de triângulos congruentes entre si, constata-se que, para retirá-los, devem-se cortar triângulos do vértice oposto ao vértice O. A figura a seguir ilustra o processo descrito e, portanto, é a que melhor representa a solução encontrada pela equipe de organização.



- d)(F) Possivelmente, o aluno não se atentou ao formato do destaque central e, além disso, desconsiderou que o ponto O deveria ser o centro da folha e, conseqüentemente, do destaque central.
- e)(F) Possivelmente, o aluno desconsiderou que o ponto O deveria ser o centro da folha e, conseqüentemente, do destaque central.

Questão 143

Uma empresa realizou uma pesquisa com os seus 200 funcionários acerca do meio de transporte utilizado por eles para ir trabalhar. O objetivo da pesquisa era obter insumos sobre a necessidade de ampliação do número de vagas para veículos na garagem da empresa, considerando a situação em que cada um dos funcionários que utilizam a garagem precisaria de uma vaga. O gráfico a seguir mostra o resultado obtido nessa pesquisa, em que cada figura representa a mesma quantidade de funcionários.



A empresa disponibiliza atualmente 40 vagas para carros, 30 para motos e 20 para bicicletas.

Com base nos dados dessa pesquisa, haverá necessidade de ampliação apenas do número de vagas para

- A** carros.
- B** bicicletas.
- C** carros e motos.
- D** bicicletas e motos.
- E** bicicletas e carros.

Resolução

143. Resposta correta: E

C 6 H 25

- a)(F) Possivelmente, o aluno identificou que o número atual de vagas de carro (40) é menor que o número de funcionários que indicou que vai ao trabalho de carro (50), no entanto concluiu que haverá necessidade de ampliação apenas do número de vagas para carros, desconsiderando a necessidade de ampliação do número de vagas para bicicletas.
- b)(F) Possivelmente, o aluno identificou que o número atual de vagas para bicicletas (20) é menor que o número de funcionários que indicou que vai ao trabalho de bicicleta (30), no entanto concluiu que haverá necessidade de ampliação apenas do número de vagas para bicicletas, desconsiderando a necessidade de ampliação do número de vagas para carros.
- c)(F) Possivelmente, o aluno identificou que o número atual de vagas para carros (40) é menor que o número de funcionários que indicou que vai ao trabalho de carro (50), entretanto se confundiu e considerou o número atual de vagas para motos como sendo o número de funcionários que indicou que vai ao trabalho de moto e vice-versa. Dessa forma, concluiu que haverá necessidade de ampliação do número de vagas para carros e motos.
- d)(F) Possivelmente, o aluno identificou que o número atual de vagas de bicicleta (20) é menor que o número de funcionários que indicou que vai ao trabalho de bicicleta (30), entretanto se confundiu e considerou o número atual de vagas para motos como sendo o número de funcionários que indicou que vai ao trabalho de moto e vice-versa. Dessa forma, concluiu que haverá necessidade de ampliação do número de vagas para bicicletas e motos.
- e)(V) De acordo com o texto, a pesquisa foi realizada com 200 funcionários. De acordo com o gráfico, $\frac{3}{20}$ desses funcionários vão ao trabalho de bicicleta, $\frac{5}{20}$ vão ao trabalho de carro, e $\frac{2}{20}$ vão ao trabalho de moto. Dessa forma, constata-se que $\frac{3}{20} \cdot 200 = 3 \cdot 10 = 30$ funcionários vão ao trabalho de bicicleta, que $\frac{5}{20} \cdot 200 = 5 \cdot 10 = 50$ funcionários vão ao trabalho de carro e que $\frac{2}{20} \cdot 200 = 2 \cdot 10 = 20$ funcionários vão ao trabalho de moto. Como a empresa disponibiliza atualmente 40 vagas para carros, 30 vagas para motos e 20 vagas para bicicletas, conclui-se que haverá necessidade de ampliação do número de vagas para bicicletas e carros.

Questão 144

Eis uma comprovação de como a matemática está em toda parte. Você sabia que existem fórmulas para calcular o número do calçado e que estas variam de acordo com o lugar? Na Europa, por exemplo, a fórmula utilizada é $S_E = \frac{5P + 36}{4}$, em que P é o comprimento do pé, em cm, e S é o número do calçado. Já no Brasil, a fórmula é $S_B = \frac{5P + 28}{4}$.

Disponível em: <http://correiodosacores.pt>. Acesso em: 5 out. 2021. (adaptado)

Supondo que as fórmulas valem para todo tipo de calçado, na Europa, o número do calçado de uma criança que, no Brasil, calça o número 28 é

- A** 17.
- B** 26.
- C** 30.
- D** 42.
- E** 44.

Resolução

144. Resposta correta: C

C 5 H 21

a)(F) Possivelmente, o aluno compreendeu o enunciado e substituiu S_B por 28, obtendo $28 = \frac{5P + 28}{4} \Rightarrow 5P = 84 \Rightarrow P = 16,8 \cong 17$.

No entanto, equivocou-se e considerou que o valor obtido corresponderia ao número solicitado.

b)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que a criança calça o número 28 na Europa. Assim, substituiu S_E por 28, obtendo $28 = \frac{5P + 36}{4} \Rightarrow 5P = 76 \Rightarrow P = 15,2$. Em seguida, substituiu P por 15,2 na fórmula utilizada no Brasil, encontrando

$$S_B = \frac{5 \cdot 15,2 + 28}{4} = 26. \text{ Por fim, considerou que o valor obtido corresponderia ao número solicitado.}$$

c)(V) A expressão que relaciona o número do calçado no Brasil ao número correspondente do calçado na Europa é:

$$S_E = \frac{5P + 36}{4} = \frac{(5P + 28) + 8}{4} = \frac{(5P + 28)}{4} + 2 \Rightarrow S_E = S_B + 2$$

Portanto, uma criança que calça o número 28 no Brasil calça o número $S_E = 28 + 2 = 30$ na Europa.

d)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que o pé da criança mede 28 cm. Além disso, substituiu P por 28 na fórmula utilizada no Brasil em vez de substituir na fórmula da Europa, encontrando $S_B = \frac{5 \cdot 28 + 28}{4} = 42$.

e)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que o pé da criança mede 28 cm. Assim, substituiu P por 28 na fórmula utilizada na Europa, encontrando $S_E = \frac{5 \cdot 28 + 36}{4} = 44$.

Questão 145

Uma livraria faz o cadastro de todos os seus clientes e oferece brindes e promoções exclusivas a eles. Um desses brindes é dado quando o cliente atinge R\$ 2000,00 em compras desde a sua primeira aquisição. Quando isso ocorre, há a disponibilização de um botão que permite o sorteio de um livro da lista de desejos do cliente.

Um dos clientes dessa livraria atingiu o valor estipulado, e, assim, o botão para o sorteio ficou disponível em sua página de cadastro. No momento da disponibilização, a lista de desejos desse cliente possuía 50 livros divididos por gênero e por idioma, conforme indica a tabela a seguir.

	Ficção	Romance	Fantasia	Biografia
Português	7	7	12	4
Inglês	5	8	4	3

O cliente clicou no botão imediatamente após a disponibilização, mas, devido a um problema de conexão, a página do sorteio não carregou completamente, impossibilitando a exibição do título sorteado. Com o trecho da página que foi carregado, o cliente apenas conseguiu identificar que ganharia um livro escrito em inglês.

Nessas condições, qual era a probabilidade de ele ganhar um livro do gênero fantasia?

- A 20%
- B 25%
- C 32%
- D 40%
- E 80%

Resolução

145. Resposta correta: A

C 7 H 28

a)(V) Como foi possível identificar que o idioma do livro seria inglês, conclui-se que a probabilidade de o livro sorteado ser do gênero fantasia deve ser tomada apenas sob os títulos escritos em inglês. Como há $5 + 8 + 4 + 3 = 20$ livros na lista de desejos do cliente escritos em inglês, dos quais 4 são do gênero fantasia, constata-se que a probabilidade solicitada vale:

$$\frac{4}{20} = 0,2 = 20\%$$

b)(F) Possivelmente, o aluno confundiu a probabilidade condicional, calculando a probabilidade de o livro ser escrito em inglês dado que ele é do gênero fantasia, obtendo $\frac{4}{16} = 0,25 = 25\%$.

c)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e calculou a probabilidade de se obter um livro de fantasia de qualquer um dos dois idiomas, desconsiderando a restrição de o livro ser escrito em inglês e obtendo $\frac{16}{50} = 0,32 = 32\%$.

d)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e calculou a probabilidade de o cliente ganhar um livro do gênero fantasia dado que ele está escrito em português, obtendo $\frac{12}{30} = 0,4 = 40\%$.

e)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e calculou a probabilidade de o cliente ganhar um livro do gênero fantasia escrito em inglês, obtendo $\frac{4}{50} = 0,08$. Além disso, considerou equivocadamente que 0,08 equivale a 80%.

Questão 146

Uma empresa que fabrica caixas organizadoras avaliou o custo de produção de certo modelo do produto e a possibilidade de substituí-lo por um modelo mais econômico. Cinco modelos foram selecionados, sendo o modelo 1 o fabricado atualmente e os demais os novos modelos propostos. Por uma questão de otimização de espaço, tanto o modelo atual quanto todos os novos modelos têm formato de paralelepípedo reto-retângulo. As medidas de comprimento, altura e largura de cada um dos modelos aparecem, nessa ordem, a seguir.

- **Modelo 1:** 8 cm × 9 cm × 3 cm.
- **Modelo 2:** 7 cm × 9 cm × 3 cm.
- **Modelo 3:** 6 cm × 12 cm × 3 cm.
- **Modelo 4:** 6 cm × 9 cm × 4 cm.
- **Modelo 5:** 6 cm × 6 cm × 6 cm.

A fim de manter a capacidade de armazenamento, a empresa deseja escolher o modelo de caixa que possui o mesmo volume do modelo atual, mas que possui a menor área superficial, com o intuito de economizar na matéria-prima de sua produção.

Nessas condições, o modelo de caixa que deverá ser escolhido pela empresa é o de número

- A** 1.
- B** 2.
- C** 3.
- D** 4.
- E** 5.

◦ **Resolução**

146. Resposta correta: E

C 2 H 9

- a)(F) Possivelmente, o aluno não compreendeu o texto e, assim, concluiu que a opção mais econômica seria continuar com o modelo de caixa atual.
- b)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que o modelo a ser escolhido pela empresa seria aquele cujo volume é o menor, obtendo o modelo 2.
- c)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que o modelo a ser escolhido pela empresa seria aquele cuja área superficial é a maior, obtendo o modelo 3.
- d)(F) Possivelmente, após identificar os modelos que possuem o mesmo volume do modelo 1 (modelos 3, 4 e 5), o aluno calculou a área superficial do modelo 5 corretamente, obtendo 216 cm²; no entanto, calculou a área dos demais apenas pelo produto dois a dois de suas dimensões, esquecendo-se de multiplicar o resultado encontrado por 2 e obtendo:

$$A_{\text{modelo 1}} = 8 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} + 8 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} + 9 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 123 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{modelo 3}} = 6 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} + 6 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} + 12 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 126 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{modelo 4}} = 6 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} + 6 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} + 9 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 114 \text{ cm}^2$$

Assim, concluiu que o modelo de caixa escolhido pela empresa seria o de número 4, pois seria o que possui o mesmo volume do modelo atual e a menor área superficial.

- e)(V) O volume do modelo atual de caixa vale $V_{\text{modelo 1}} = 8 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 216 \text{ cm}^3$. Calculando o volume dos novos modelos propostos, obtém-se:

$$V_{\text{modelo 2}} = 7 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 189 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{modelo 3}} = 6 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 216 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{modelo 4}} = 6 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 216 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{modelo 5}} = 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 216 \text{ cm}^3$$

Portanto, entre os novos modelos propostos, apenas os modelos 3, 4 e 5 possuem o mesmo volume do modelo atual. Assim, para identificar qual deverá ser o modelo escolhido pela empresa, calcula-se a área superficial de cada um deles.

$$A_{\text{modelo 1}} = 2 \cdot (8 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} + 8 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} + 9 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}) = 2 \cdot 123 = 246 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{modelo 3}} = 2 \cdot (6 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} + 6 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} + 12 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}) = 2 \cdot 126 = 252 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{modelo 4}} = 2 \cdot (6 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} + 6 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} + 9 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}) = 2 \cdot 114 = 228 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{modelo 5}} = 2 \cdot (6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm}) = 2 \cdot 108 = 216 \text{ cm}^2$$

Logo, como o modelo 5 possui o mesmo volume do modelo atual e a menor área superficial, conclui-se que esse será o modelo de caixa escolhido pela empresa.

Questão 147

A tabela a seguir apresenta o número de medalhas conquistadas pelo Brasil nos Jogos Olímpicos de Verão, no período de 2000 a 2020.

Ano	Cidade-sede	Medalhas do Brasil
2000	Sydney	12
2004	Atenas	10
2008	Pequim	17
2012	Londres	17
2016	Rio de Janeiro	19
2020	Tóquio	21

Nesse período, a moda, a média e a mediana do número de medalhas conquistadas pelo Brasil são, respectivamente,

- A** 16, 17, 17.
- B** 17, 16, 16.
- C** 17, 16, 17.
- D** 17, 18, 19.
- E** 17, 17, 16.

Resolução

147. Resposta correta: C

C 7 H 27

- a)(F) Possivelmente, o aluno não se atentou à ordem de apresentação das medidas e, ao obter a média (16), considerou que a alternativa correta seria aquela cujo primeiro valor fosse 16.
- b)(F) Possivelmente, o aluno calculou a moda corretamente, obtendo 17; entretanto, equivocou-se e considerou que a média e a mediana seriam iguais entre si pelo fato de o conjunto de dados possuir uma quantidade par de elementos. Assim, calculou a média, obtendo 16, e concluiu que a mediana também seria 16.
- c)(V) A moda de um conjunto de dados é o elemento de maior recorrência, nesse caso $M_o = 17$. A média, por sua vez, é a razão entre a soma de todos os elementos do conjunto e a quantidade desses elementos, ou seja:

$$M_e = \frac{12+10+17+17+19+21}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

Por fim, a mediana de um conjunto de dados é o elemento central. Como se tem um conjunto de dados com uma quantidade par de elementos, a mediana é dada pela média entre os dois elementos centrais, obtidos após a organização em rol, ou seja, $M_d = \frac{17+17}{2} = \frac{2 \cdot 17}{2} = 17$.

- d)(F) Possivelmente, o aluno considerou equivocadamente que a moda, a média e a mediana formam, nessa ordem, uma sequência crescente. Dessa forma, ao obter a moda igual a 17, concluiu que a alternativa correta seria aquela cujo primeiro valor fosse 17 e cujos valores seguintes fossem maiores que 17.
- e)(F) Possivelmente, o aluno calculou as medidas corretamente, no entanto trocou a ordem entre os valores da média (16) e da mediana (17).

Questão 148

Uma pessoa cuida de um cachorro de pequeno porte que consome, em média, 10 kg de ração a cada quatro meses, considerando um mês de 30 dias. Essa pessoa sempre compra um saco de ração de 10 kg do sabor carne, pois esse é o sabor preferido de seu cachorro. Contudo, quando foi comprar ração novamente, após a ração que possuía ter acabado, foi informada de que não havia ração daquele sabor e que teria que comprar de um outro sabor disponível. Com receio de o cachorro não gostar do novo sabor de ração, a pessoa comprou apenas um saco de 4 kg, e, para a sua surpresa, o cachorro se adaptou facilmente.

Considerando que a quantidade de ração diária consumida pelo cachorro é constante, em quantos dias essa pessoa precisará comprar ração novamente?

- A** 12
- B** 16
- C** 30
- D** 36
- E** 48

o **Resolução**

148. Resposta correta: E

C 4 H 16

a)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e considerou que o cachorro consome 10 kg de ração em 30 dias. Assim, obteve a seguinte regra de três.

$$\begin{array}{ccc} \text{Quant. de ração} & & \text{Tempo de duração} \\ 10 \text{ kg} & \text{_____} & 30 \text{ dias} \\ 4 \text{ kg} & \text{_____} & d \end{array} \Rightarrow d = \frac{4 \cdot 30}{10} = 12 \text{ dias}$$

Desse modo, concluiu que a pessoa precisaria comprar ração novamente em 12 dias.

b)(F) Possivelmente, o aluno montou a regra de três considerando o tempo de duração da ração em mês, obtendo:

$$\begin{array}{ccc} \text{Quant. de ração} & & \text{Tempo de duração} \\ 10 \text{ kg} & \text{_____} & 4 \text{ meses} \\ 4 \text{ kg} & \text{_____} & d \end{array} \Rightarrow d = \frac{4 \cdot 4}{10} = 1,6 \text{ mês}$$

No entanto, equivocou-se e considerou que 1,6 mês equivale a 16 dias. Desse modo, concluiu que a pessoa precisaria comprar ração novamente em 16 dias.

c)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e calculou a quantidade de dias de duração da ração como sendo $\frac{120}{4} = 30$ dias.

d)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e considerou que o cachorro consome 10 kg de ração em 3 meses, ou seja, 90 dias. Assim, obteve a seguinte regra de três.

$$\begin{array}{ccc} \text{Quant. de ração} & & \text{Tempo de duração} \\ 10 \text{ kg} & \text{_____} & 90 \text{ dias} \\ 4 \text{ kg} & \text{_____} & d \end{array} \Rightarrow d = \frac{4 \cdot 90}{10} = 36 \text{ dias}$$

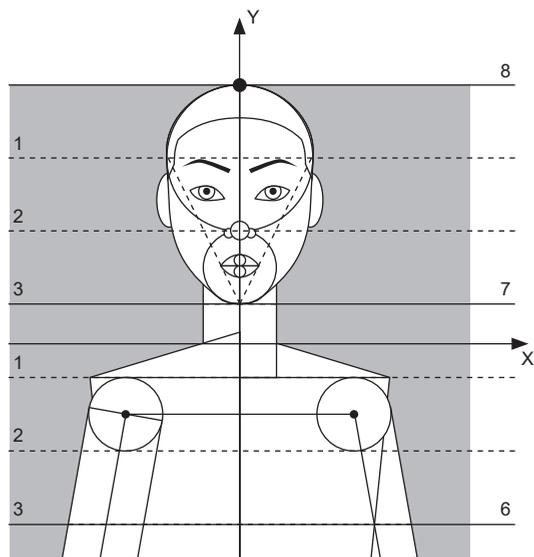
Desse modo, concluiu que a pessoa precisaria comprar ração novamente em 36 dias.

e)(V) Considere **d** o tempo, em dia, que a quantidade do novo sabor de ração irá durar. Como o cachorro consome 10 kg de ração em 4 meses, ou seja, 120 dias, e o consumo diário dele é constante, tem-se a seguinte regra de três.

$$\begin{array}{ccc} \text{Quant. de ração} & & \text{Tempo de duração} \\ 10 \text{ kg} & \text{_____} & 120 \text{ dias} \\ 4 \text{ kg} & \text{_____} & d \end{array} \Rightarrow d = \frac{4 \cdot 120}{10} = 48 \text{ dias}$$

Questão 149

O desenho de moda é a representação final de uma peça de roupa. Para desenvolvê-lo, pode-se utilizar o método Cânones Estruturais, em que a cabeça é a unidade básica de medida. Nesse método, o rascunho do corpo humano é dividido em 8 partes iguais, cada uma de altura correspondente a uma cabeça. Essas partes, por sua vez, são subdivididas em três retângulos congruentes, para uma melhor disposição dos detalhes, conforme a figura a seguir.



Disponível em: <http://www.criardesenharmodelar.com.br>. Acesso em: 12 out. 2021. (adaptado)

A fração do rascunho do corpo humano correspondente à região das sobrancelhas ao queixo é

- A $\frac{1}{24}$
- B $\frac{1}{12}$
- C $\frac{1}{8}$
- D $\frac{1}{4}$
- E $\frac{2}{3}$

Resolução

149. Resposta correta: B

C 1 H 3

- a)(F) Possivelmente, o aluno identificou que cada retângulo representa $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{8}$ do rascunho, ou seja, $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$. No entanto, esqueceu-se de multiplicar essa fração por 2 para obter a fração correspondente aos dois retângulos nos quais está compreendida a região que vai das sobrancelhas ao queixo.
- b)(V) Pelo texto, a região na qual está compreendida a cabeça corresponde a $\frac{1}{8}$ do rascunho do corpo humano. Como essa região está dividida em três retângulos congruentes, conclui-se que cada um desses retângulos representa $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{8}$ do rascunho, isto é, $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$. Assim, como a região que vai das sobrancelhas ao queixo equivale a dois desses retângulos, constata-se que ela corresponde a $2 \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{12}$ do rascunho do corpo humano.
- c)(F) Possivelmente, o aluno calculou a fração do rascunho correspondente à região na qual está compreendida a cabeça, obtendo $\frac{1}{8}$.
- d)(F) Possivelmente, ao perceber que a região desejada corresponde a dois retângulos congruentes e que o rascunho foi dividido em oito partes iguais, o aluno considerou equivocadamente que a região que vai das sobrancelhas ao queixo representaria $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ do rascunho.
- e)(F) Possivelmente, o aluno calculou a fração da região da cabeça correspondente à região que vai das sobrancelhas ao queixo, obtendo $\frac{2}{3}$.

Questão 150

Uma empresa realizou uma enquete com seus funcionários acerca do modelo de trabalho preferido por eles. As opções de resposta presentes na enquete eram: modelo presencial, para aqueles funcionários que preferem que o cumprimento da carga horária ocorra na empresa; modelo *home office*, para os que preferem que o cumprimento da carga horária ocorra em casa; e neutro, para os funcionários que não têm preferência por qualquer das duas opções anteriores. A opção de modelo híbrido, em que parte da carga horária é cumprida em modelo *home office* e outra parte em modelo presencial, deveria ter ficado disponível na enquete, mas não ficou, por um erro não identificado. Assim, os funcionários que tivessem essa preferência foram orientados a marcar as opções de modelos presencial e *home office*, simultaneamente.

Analisando-se o resultado da enquete, verificou-se que, das 500 respostas recebidas, 280 delas indicavam a opção de modelo presencial; 390, a opção de modelo *home office*; e 20, a opção neutro.

Dessa forma, dos funcionários que foram submetidos à enquete, quantos têm preferência pelo modelo híbrido?

- A 110
- B 130
- C 150
- D 170
- E 190

Resolução

150. Resposta correta: E

C / 1 H / 3

- a)(F) Possivelmente, o aluno considerou equivocadamente que a quantidade de funcionários que preferem o modelo híbrido equivale a $390 - 280 = 110$.
- b)(F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que a quantidade de funcionários que preferem o modelo híbrido equivale a $390 - 280 + 20 = 130$.
- c)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e somou ao total de respostas recebidas aquelas que indicavam a opção neutro ao invés de subtrair, obtendo:

$$(280 - x) + x + (390 - x) = 500 + 20$$

$$670 - x = 520$$

$$x = 670 - 520$$

$$x = 150$$

Assim, concluiu que 150 funcionários preferem o modelo híbrido.

- d)(F) Possivelmente, o aluno se esqueceu de descontar, do total de respostas recebidas, aquelas que indicavam a opção neutro, obtendo:

$$(280 - x) + x + (390 - x) = 500$$

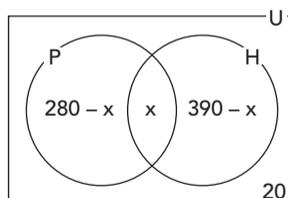
$$670 - x = 500$$

$$x = 670 - 500$$

$$x = 170$$

Assim, concluiu que 170 funcionários preferem o modelo híbrido.

- e)(V) Com as informações fornecidas, pode-se montar o seguinte Diagrama de Venn, em que P e H representam, respectivamente, os conjuntos dos funcionários que preferem o modelo presencial e dos que preferem o *home office*.



Pelo diagrama montado, conclui-se:

$$(280 - x) + x + (390 - x) = 500 - 20$$

$$670 - x = 480$$

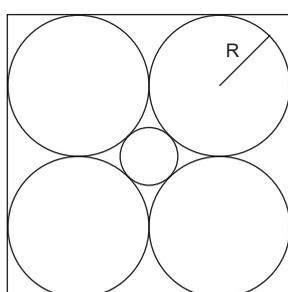
$$x = 670 - 480$$

$$x = 190$$

Assim, constata-se que 190 funcionários marcaram as opções de modelos presencial e *home office*, simultaneamente, o que indica que 190 funcionários preferem o modelo híbrido.

Questão 151

Um fabricante de tubulações precisa enviar quatro canos feitos sob medida para um de seus clientes. Os canos têm a forma de um cilindro de raio externo R e serão acomodados em uma caixa de forma que cada um deles tangencie outros dois e as paredes da caixa. Para evitar danos no transporte, um cano menor será inserido entre os demais canos, tangenciando-os, conforme indicado na figura a seguir.



Nessas condições, o comprimento da circunferência do cano menor em função de R deve ser igual a

- A $4\pi R \cdot (\sqrt{2} - 1)$
- B $2\pi R \cdot (\sqrt{2} + 2)$
- C $2\pi R \cdot (\sqrt{2} + 1)$
- D $2\pi R \cdot (\sqrt{2} - 1)$
- E $2\pi R \cdot (\sqrt{2} - 2)$

Resolução

151. Resposta correta: D

C 2 H 8

a)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou $C_1C_3 = 2R + r$. Assim, aplicando o Teorema de Pitágoras, obteve:

$$\begin{aligned} (C_1C_3)^2 &= (C_1C_2)^2 + (C_2C_3)^2 \\ (2R + r)^2 &= (2R)^2 + (2R)^2 \\ (2R + r)^2 &= 2 \cdot (2R)^2 \\ (2R + r)^2 &= 8R^2 \\ 2R + r &= 2R\sqrt{2} \\ r &= 2R\sqrt{2} - 2R \\ r &= 2R \cdot (\sqrt{2} - 1) \end{aligned}$$

Desse modo, concluiu que o comprimento da circunferência do cano menor em função de R é:

$$C = 2\pi r = 2\pi \cdot [2R \cdot (\sqrt{2} - 1)] = 4\pi R \cdot (\sqrt{2} - 1)$$

b)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou $C_1C_3 = 2R + r$ e $C_1C_2 = C_2C_3 = R$. Além disso, equivocou-se no desenvolvimento da equação oriunda da aplicação do Teorema de Pitágoras, obtendo:

$$\begin{aligned} (C_1C_3)^2 &= (C_1C_2)^2 + (C_2C_3)^2 \\ (2R + r)^2 &= R^2 + R^2 \\ (2R + r)^2 &= 2R^2 \\ 2R + r &= R\sqrt{2} \\ r &= R\sqrt{2} - 2R \\ r &= R \cdot (\sqrt{2} - 2) \end{aligned}$$

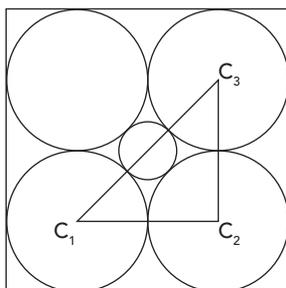
Assim, concluiu que o comprimento da circunferência do cano menor em função de R é $C = 2\pi r = 2\pi R \cdot (\sqrt{2} - 2)$.

c)(F) Possivelmente, o aluno considerou corretamente $C_1C_3 = 2R + 2r$ e $C_1C_2 = C_2C_3 = 2R$, no entanto se equivocou no desenvolvimento da equação oriunda da aplicação do Teorema de Pitágoras, obtendo:

$$\begin{aligned} (C_1C_3)^2 &= (C_1C_2)^2 + (C_2C_3)^2 \\ (2R + 2r)^2 &= (2R)^2 + (2R)^2 \\ (2R + 2r)^2 &= 2 \cdot (2R)^2 \\ (2R + 2r)^2 &= 8R^2 \\ 2R + 2r &= 2R\sqrt{2} \\ 2r &= 2R\sqrt{2} - 2R \\ r &= R \cdot (\sqrt{2} - 1) \end{aligned}$$

Assim, concluiu que o comprimento da circunferência do cano menor em função de R é $C = 2\pi r = 2\pi R \cdot (\sqrt{2} - 1)$.

d)(V) Traçando-se os segmentos C_1C_2 , C_1C_3 e C_2C_3 que ligam os centros C_1 , C_2 e C_3 de três dos quatro canos, tem-se a figura:



Como o segmento C_1C_3 passa pelo centro da circunferência menor, conclui-se que $C_1C_3 = 2R + 2r$, em que r é o raio da circunferência menor. Além disso, pode-se escrever $C_1C_2 = C_2C_3 = 2R$. O triângulo de vértices C_1 , C_2 e C_3 é retângulo, e, portanto, pode-se aplicar o Teorema de Pitágoras.

$$\begin{aligned} (C_1C_3)^2 &= (C_1C_2)^2 + (C_2C_3)^2 \\ (2R + 2r)^2 &= (2R)^2 + (2R)^2 \\ (2R + 2r)^2 &= 2 \cdot (2R)^2 \\ (2R + 2r)^2 &= 8R^2 \\ 2R + 2r &= 2R\sqrt{2} \\ 2r &= 2R\sqrt{2} - 2R \\ r &= R \cdot (\sqrt{2} - 1) \end{aligned}$$

Como se deseja encontrar o comprimento da circunferência do cano menor, de raio r , calcula-se:

$$C = 2\pi r = 2\pi R \cdot (\sqrt{2} - 1)$$

Portanto, o comprimento da circunferência do cano menor em função de R é $C = 2\pi r = 2\pi R \cdot (\sqrt{2} - 1)$.

e)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou $C_1C_3 = 2R + r$ e $C_1C_2 = C_2C_3 = R$. Assim, aplicando o Teorema de Pitágoras, encontrou:

$$\begin{aligned} (C_1C_3)^2 &= (C_1C_2)^2 + (C_2C_3)^2 \\ (2R + r)^2 &= R^2 + R^2 \\ (2R + r)^2 &= 2R^2 \\ 2R + r &= R\sqrt{2} \\ r &= R\sqrt{2} - 2R \\ r &= R \cdot (\sqrt{2} - 2) \end{aligned}$$

Desse modo, concluiu que o comprimento da circunferência do cano menor em função de R é $C = 2\pi r = 2\pi R \cdot (\sqrt{2} - 2)$.

Questão 152

O escalímetro é uma régua triangular de três faces e seis escalas diferentes utilizada para medir e fazer representações gráficas ampliadas ou reduzidas, mantendo a proporcionalidade. Os escalímetros podem ser encontrados em 3 diferentes formatos.

- Nº 1, que possui as escalas 1 : 20, 1 : 25, 1 : 50, 1 : 75, 1 : 100 e 1 : 125.
- Nº 2, que possui as escalas 1 : 100, 1 : 200, 1 : 250, 1 : 300, 1 : 400 e 1 : 500.
- Nº 3, que possui as escalas 1 : 20, 1 : 25, 1 : 33, 1 : 50, 1 : 75 e 1 : 100.

Disponível em: <https://www.escolaengenharia.com.br>. Acesso em: 12 out. 2021. (adaptado)

Uma arquiteta precisa utilizar escalímetros para desenhar dois projetos. No primeiro projeto, cada metro da construção deverá ser representado por 0,20 cm no desenho, enquanto no segundo cada metro da construção deverá ser representado por 0,25 cm no desenho.

Dessa forma, os números dos escalímetros que devem ser escolhidos para a representação adequada do primeiro e do segundo projeto são, respectivamente,

- A** 1 e 1.
- B** 2 e 2.
- C** 3 e 3.
- D** 2 e 3.
- E** 3 e 2.

Resolução**152. Resposta correta: B****C 3 H 13**

- a)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou 1 : 20 e 1 : 25 como sendo as escalas corretas para a representação do primeiro e do segundo projeto, nessa ordem. Assim, concluiu que o escalímetro mais adequado para ambos os projetos é o nº 1, desconsiderando que o escalímetro nº 3 também possui as duas escalas consideradas.
- b)(V) A escala a ser adotada no primeiro projeto deverá ser de $0,20 \text{ cm} : 100 \text{ cm} = 1 : 500$. Já no segundo projeto a escala a ser adotada deverá ser de $0,25 \text{ cm} : 100 \text{ cm} = 1 : 400$. Desse modo, constata-se que, tanto para o primeiro quanto para o segundo projeto, o escalímetro mais adequado é o nº 2.
- c)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou 1 : 20 e 1 : 25 como sendo as escalas corretas para a representação do primeiro e do segundo projeto, nessa ordem. Assim, concluiu que o escalímetro mais adequado para ambos os projetos é o nº 3, sem considerar que o escalímetro nº 1 também possui as duas escalas consideradas.
- d)(F) Possivelmente, o aluno identificou corretamente a escala a ser utilizada no primeiro projeto (1 : 500), no entanto se equivocou e considerou 1 : 25 como sendo a escala a ser adotada no segundo. Desse modo, concluiu que os escalímetros mais adequados para o primeiro e para o segundo projeto, nessa ordem, são os nº 2 e nº 3, desconsiderando que o escalímetro nº 1 também possui a escala 1 : 25.
- e)(F) Possivelmente, o aluno identificou corretamente a escala a ser utilizada no segundo projeto (1 : 400), no entanto se equivocou e considerou 1 : 20 como sendo a escala a ser adotada no primeiro. Desse modo, concluiu que os escalímetros mais adequados para o primeiro e para o segundo projeto, nessa ordem, são os nº 3 e nº 2, desconsiderando que o escalímetro nº 1 também possui a escala 1 : 20.

Questão 153

Vinte e uma medalhas, o maior número já obtido pelo Brasil em Jogos Olímpicos. Foi esse o saldo dos jogos de Tóquio. Das 21 medalhas dessa edição dos Jogos Olímpicos, sete foram de ouro, seis de prata e oito de bronze, o que garantiu ao Brasil a 12ª colocação no *ranking* de países. Elas foram alcançadas em 13 modalidades. Nos jogos anteriores, no Rio 2016, o Brasil somou 19 medalhas e ficou na 13ª colocação.

Disponível em: <https://www.gov.br>. Acesso em: 12 out. 2021.

Suponha que o aumento no quadro de medalhas brasileiro se mantenha constante nos próximos Jogos Olímpicos de Verão, que ocorrem a cada 4 anos.

De quantas formas distintas poderão ser distribuídas as medalhas em 2024, sendo, no mínimo, 5 de ouro, 4 de prata e 4 de bronze?

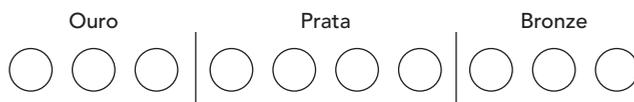
- A** 3
- B** 66
- C** 120
- D** 300
- E** 1771

Resolução

153. Resposta correta: B

C 1 H 3

- a)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que as 10 medalhas deveriam ser alocadas em apenas uma classe (ou 10 de ouro, ou 10 de prata, ou 10 de bronze). Nesse caso, contabilizou apenas 3 formas distintas.
- b)(V) O aumento no quadro de medalhas brasileiro entre os Jogos Olímpicos de Verão de 2016 e de 2020 foi de $21 - 19 = 2$ medalhas. Considerando que esse aumento se manterá constante, o saldo brasileiro nos Jogos Olímpicos de Verão de 2024 será de $21 + 2 = 23$ medalhas. Estabelecendo que, entre essas medalhas, no mínimo 5 sejam de ouro, 4 sejam de prata e 4 sejam de bronze, há uma liberdade para a escolha das $23 - 5 - 4 - 4 = 10$ medalhas restantes. Como há três classificações (ouro, prata e bronze), tem-se o seguinte esquema como uma distribuição possível para essas 10 medalhas.



Nota-se que todas as distribuições de medalhas podem ser representadas utilizando esquemas com exatamente 10 bolinhas e 2 tracinhos. Dessa forma, o número de distribuições possíveis é equivalente ao número de modos distintos como se pode organizar 10 bolinhas e 2 tracinhos, que corresponde a uma permutação de 12 elementos com repetição de 2 (10 bolinhas e 2 tracinhos), ou seja:

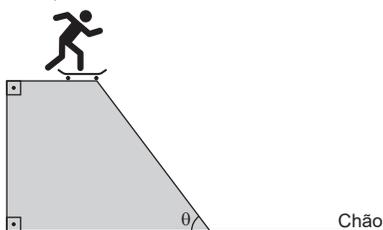
$$P_{12}^{10,2} = \frac{12!}{10!2!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10!}{10!2!} = 6 \cdot 11 = 66$$

Portanto, há 66 formas distintas de as 23 medalhas serem distribuídas, sendo no mínimo 5 de ouro, 4 de prata e 4 de bronze.

- c)(F) Possivelmente, o aluno calculou uma combinação de 10 elementos tomados 3 a 3 ao identificar que são 10 medalhas a serem distribuídas em 3 classes e obteve $C_{10,3} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{3!7!} = 5 \cdot 3 \cdot 8 = 120$.
- d)(F) Possivelmente, o aluno identificou que deveria calcular uma permutação com elementos repetidos, entretanto se equivocou e calculou $P_{25}^{23,2} = \frac{25!}{23!2!} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23!}{23!2!} = 25 \cdot 12 = 300$, desconsiderando que, entre as 23 medalhas, no mínimo 5 devem ser de ouro, 4 devem ser de prata e 4 devem ser de bronze.
- e)(F) Possivelmente, o aluno calculou uma combinação de 23 elementos tomados 3 a 3 ao identificar que são 23 medalhas a serem distribuídas em 3 classes e obteve $C_{23,3} = \frac{23!}{3!20!} = \frac{23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20!}{3!20!} = 23 \cdot 11 \cdot 7 = 1771$.

Questão 154

Um esquetista se prepara para descer uma rampa. A parte inclinada da rampa tem 10 metros de comprimento, e seu ângulo de inclinação em relação ao chão (θ) tem cosseno igual a 0,6.



No momento em que o esquetista tiver percorrido exatamente metade do comprimento da rampa, a altura dele em relação ao chão será de

- A** 2 m.
- B** 3 m.
- C** 4 m.
- D** 5 m.
- E** 6 m.

Resolução

154. Resposta correta: C

C 2 H 8

a)(F) Possivelmente, o aluno aplicou a Relação Fundamental da Trigonometria de forma equivocada, calculando:

$$\text{sen } \theta + \text{cos } \theta = 1$$

$$\text{sen } \theta + 0,6 = 1$$

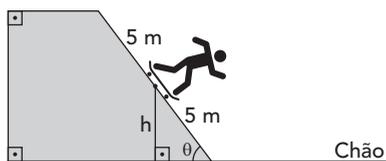
$$\text{sen } \theta = 1 - 0,6 = 0,4$$

Assim, concluiu que a altura procurada seria $h = 5 \cdot \text{sen } \theta = 5 \cdot 0,4 = 2$ m.

b)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou em relação à razão trigonométrica que deveria aplicar, obtendo:

$$h = 5 \cdot \text{cos } \theta = 5 \cdot 0,6 = 3$$
 m

c)(V) A figura a seguir ilustra o momento em que o esquetista se encontra na posição correspondente à metade do comprimento da rampa ($\frac{10}{2} = 5$ m).



Observando o triângulo retângulo formado, tem-se:

$$\text{sen } \theta = \frac{h}{5} \Rightarrow h = 5 \cdot \text{sen } \theta$$

Dado que $\text{cos } \theta = 0,6$, pela Relação Fundamental da Trigonometria, obtém-se o valor do $\text{sen } \theta$.

$$\text{sen}^2 \theta + \text{cos}^2 \theta = 1$$

$$\text{sen}^2 \theta + (0,6)^2 = 1$$

$$\text{sen}^2 \theta + 0,36 = 1$$

$$\text{sen}^2 \theta = 1 - 0,36 = 0,64$$

$$\text{sen } \theta = \sqrt{0,64} = 0,8$$

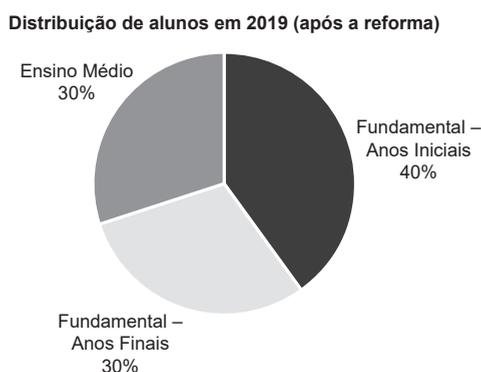
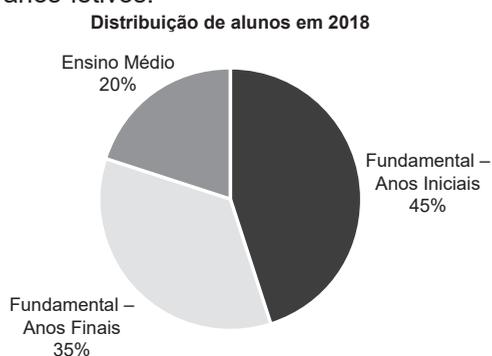
Conclui-se, portanto, que a altura procurada é $h = 5 \cdot \text{sen } \theta = 5 \cdot 0,8 = 4$ m.

d)(F) Possivelmente, o aluno interpretou o problema de forma equivocada, considerando que, como a rampa tem 10 m, o esquetista, ao percorrer metade desse comprimento (5 m), também estaria a uma altura de 5 m do chão.

e)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou em relação à razão trigonométrica que deveria aplicar e, além disso, utilizou o comprimento total da rampa (10 m), obtendo $h = 10 \cdot \text{cos } \theta = 10 \cdot 0,6 = 6$ m.

Questão 155

Em 2018, uma escola possuía 760 alunos, distribuídos em Ensino Fundamental – Anos Iniciais; Ensino Fundamental – Anos Finais; e Ensino Médio. Com o intuito de atrair mais alunos para o ano letivo de 2019, a escola realizou uma reforma em seus laboratórios e, com isso, passou a ter 440 alunos a mais nesse ano quando comparado ao ano anterior. Os gráficos a seguir mostram os percentuais de alunos em cada nível escolar, nos dois anos letivos.



De 2018 para 2019, o aumento do número de alunos matriculados no Ensino Médio foi de

- A** 120.
- B** 132.
- C** 208.
- D** 228.
- E** 360.

Resolução

155. Resposta correta: C

C 6 H 25

- a)(F) Possivelmente, o aluno considerou equivocadamente que o aumento do número de alunos matriculados no Ensino Médio foi de $30\% - 20\% = 10\%$. Assim, calculou 10% de $760 + 440 = 1200$, obtendo $0,1 \cdot 1200 = 120$.
- b)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e apenas calculou 30% de 440 , obtendo $0,3 \cdot 440 = 132$.
- c)(V) Sabe-se que, em 2018, a escola possuía 760 alunos e que 20% deles estavam matriculados no Ensino Médio, o que corresponde a $0,2 \cdot 760 = 152$ alunos. Em 2019, após a reforma, a escola passou a ter $760 + 440 = 1200$ alunos, dos quais 30% estavam matriculados no Ensino Médio, o que equivale a $0,3 \cdot 1200 = 360$ alunos. Portanto, de 2018 para 2019, o aumento do número de alunos matriculados no Ensino Médio foi de $360 - 152 = 208$.
- d)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e apenas calculou 30% de 760 , obtendo $0,3 \cdot 760 = 228$.
- e)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e apenas calculou 30% de 1200 , obtendo $0,3 \cdot 1200 = 360$.

Questão 156

Há alguns anos, um garoto coleciona cartas de seu jogo favorito. Ele sempre as organiza em montes com a mesma quantidade de cartas em cada um. Certo dia, porém, ele resolveu organizar as cartas de maneiras diferentes, mas ainda com a mesma quantidade de cartas em cada monte. Nas três primeiras tentativas, o garoto não conseguiu organizar suas cartas da maneira desejada, pois:

- na 1ª, tentando formar montes de 9 cartas, o último ficou incompleto, com apenas 8 cartas.
- na 2ª, tentando formar montes de 7 cartas, o último ficou incompleto, com apenas 6 cartas.
- na 3ª, tentando formar montes de 5 cartas, o último ficou incompleto, com apenas 4 cartas.

Finalmente, na 4ª tentativa, quando o garoto tentou formar montes de 4 cartas, todos eles ficaram completos, com a mesma quantidade de cartas em cada um.

Sabendo que o garoto possui menos de mil cartas, a quantidade de cartas que ele tem corresponde a um número entre

- A** 300 e 315.
- B** 315 e 330.
- C** 330 e 350.
- D** 600 e 650.
- E** 900 e 950.

Resolução**156. Resposta correta: E****C 1 H 4**

- a)(F) Possivelmente, o aluno obteve o menor valor possível para N (314) e considerou esse número como resposta, sem verificar que N deve ser múltiplo de 4.
- b)(F) Possivelmente, o aluno calculou o m.m.c. entre 9, 7 e 5, obtendo 315. Então, tendo em vista que N deve ser múltiplo de 4, considerou como resposta o múltiplo de 4 mais próximo de 315, que é 316.
- c)(F) Possivelmente, o aluno calculou o m.m.c. entre 9, 7 e 5, obtendo 315, e adicionou os restos das divisões citados no texto, fazendo $315 + 8 + 6 + 4 = 333$. Então, considerou como resposta o múltiplo de 4 mais próximo de 333, que é 332.
- d)(F) Possivelmente, o aluno calculou o m.m.c. entre 9, 7 e 5, obtendo 315, e observou que, entre os múltiplos de 315 menores que 1000, apenas o 630 é par, considerando esse número como resposta.
- e)(V) Considere N o número de cartas que o garoto possui. Deve-se notar que, se ele tivesse uma carta a mais, teria conseguido formar os montes de 9 cartas, de 7 cartas e de 5 cartas da forma desejada (completos e com a mesma quantidade de cartas em cada um). Isso significa que $N + 1$ é, simultaneamente, múltiplo de 9, de 7 e de 5, ou seja, múltiplo do m.m.c.(9, 7, 5) = 315. Como só existem três múltiplos de 315 menores que 1000, só há três possibilidades para o valor de $N + 1$.
- $N + 1 = 315 \Rightarrow N = 314$
 - $N + 1 = 630 \Rightarrow N = 629$
 - $N + 1 = 945 \Rightarrow N = 944$

Quando o garoto tentou formar montes com 4 cartas cada um, todos eles ficaram completos e com a mesma quantidade de cartas; isso significa que N é múltiplo de 4. Entre os três possíveis valores encontrados, somente 944 é múltiplo de 4. Portanto, $N = 944$. Assim, a quantidade de cartas que o garoto possui é um número que está entre 900 e 950.

Questão 157

Uma empresa de veículo conta com 15 carros do mesmo modelo movidos a gasolina e 7 caminhões iguais movidos a óleo diesel. Sabe-se que 120 L de gasolina abastecem completamente 2 carros e que 390 L de óleo diesel abastecem de forma integral 3 caminhões. Considere que a gasolina e o óleo diesel custam, respectivamente, R\$ 6,00 e R\$ 5,00 por litro.

O custo para abastecer a frota dessa empresa é de

- A** R\$ 2670,00.
- B** R\$ 2805,00.
- C** R\$ 9950,00.
- D** R\$ 9955,00.
- E** R\$ 9960,00.

Resolução**157. Resposta correta: C****C 4 H 16**

- a)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e calculou o custo para o abastecimento de 120 L de gasolina e 390 L de óleo diesel, obtendo $120 \cdot \text{R\$ } 6,00 + 390 \cdot \text{R\$ } 5,00 = \text{R\$ } 720,00 + \text{R\$ } 1950,00 = \text{R\$ } 2670,00$.
- b)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e calculou o custo para o abastecimento de $120 + 390 = 510$ L de combustível, utilizando R\$ 5,50 (média entre os preços do litro da gasolina e do litro do óleo diesel) como o preço de cada litro de combustível e obtendo $510 \cdot \text{R\$ } 5,50 = \text{R\$ } 2805,00$.
- c)(V) Como os carros são do mesmo modelo, constata-se que todos têm um tanque de mesma capacidade. Assim, como 120 L de gasolina abastecem completamente 2 carros, conclui-se que cada carro é abastecido com $\frac{120}{2} = 60$ L de gasolina. Analogamente, como os caminhões são iguais, conclui-se que cada caminhão é abastecido com $\frac{390}{3} = 130$ L de óleo diesel. Desse modo, para abastecer 15 carros e 7 caminhões, são necessários $15 \cdot 60 = 900$ L de gasolina e $7 \cdot 130 = 910$ L de óleo diesel. Logo, o custo para abastecer a frota da empresa é de:
 $900 \cdot \text{R\$ } 6,00 + 910 \cdot \text{R\$ } 5,00 = \text{R\$ } 5400,00 + \text{R\$ } 4550,00 = \text{R\$ } 9950,00$
- d)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e calculou o custo para o abastecimento de $900 + 910 = 1810$ L de combustível, utilizando R\$ 5,50 (média entre os preços do litro da gasolina e do litro do óleo diesel) como o preço de cada litro de combustível e obtendo $1810 \cdot \text{R\$ } 5,50 = \text{R\$ } 9955,00$.
- e)(F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente o volume necessário de cada tipo de combustível, no entanto se confundiu e trocou os preços do litro da gasolina e do óleo diesel, obtendo:
 $900 \cdot \text{R\$ } 5,00 + 910 \cdot \text{R\$ } 6,00 = \text{R\$ } 4500,00 + \text{R\$ } 5460,00 = \text{R\$ } 9960,00$

Questão 158

Cinco amigos estavam criando uma *playlist* de músicas para um evento. Em certo momento da criação, a *playlist* possuía 6 músicas, das quais 2 eram do mesmo artista e as demais de artistas diferentes. Nesse momento, os amigos começaram a discutir sobre quantos dias, no mínimo, seriam necessários para uma pessoa esgotar todas as sequências aleatórias formadas pelas 6 músicas inseridas na *playlist*, de modo que as músicas do mesmo artista tocassem seguidamente, considerando que essa pessoa escutaria uma sequência por dia. A tabela a seguir traz as quantidades indicadas por cada amigo.

Amigo	Quantidade de dias
I	720
II	360
III	240
IV	120
V	15

O amigo que indicou corretamente a quantidade de dias foi o

- A** I.
- B** II.
- C** III.
- D** IV.
- E** V.

Resolução

158. Resposta correta: C

C / 1 / H / 4

- a)(F) Possivelmente, o aluno considerou corretamente que a quantidade mínima de dias seria equivalente à quantidade de sequências aleatórias; no entanto, equivocou-se e calculou esta como uma permutação simples de 6 elementos, desconsiderando a restrição dada e obtendo $6! = 720$ sequências e, conseqüentemente, 720 dias. Assim, concluiu que o amigo que indicou corretamente a quantidade de dias foi o I.
- b)(F) Possivelmente, o aluno considerou corretamente que a quantidade mínima de dias seria equivalente à quantidade de sequências aleatórias; no entanto, equivocou-se e calculou esta como uma permutação de 6 elementos com repetição de 2, obtendo $P_{6,2} = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!} = 360$ sequências e, por consequência, 360 dias. Assim, concluiu que o amigo que indicou a quantidade correta de dias foi o II.
- c)(V) Como as duas músicas do mesmo artista devem vir seguidas, pode-se entendê-las como um único elemento. Assim, a quantidade de sequências aleatórias é dada por $2! \cdot 5! = 2 \cdot 120 = 240$. Como a pessoa irá ouvir uma sequência por dia, a quantidade mínima de dias equivale à quantidade de sequências, que é 240. Portanto, conclui-se que o amigo que indicou corretamente a quantidade de dias foi o III.
- d)(F) Possivelmente, o aluno considerou corretamente que a quantidade mínima de dias seria equivalente à quantidade de sequências aleatórias; no entanto, confundiu-se e calculou esta como uma permutação simples de 5 elementos, considerando as músicas do mesmo artista como um único elemento e obtendo $5! = 120$ sequências e, conseqüentemente, 120 dias. Assim, concluiu que o amigo que indicou corretamente a quantidade de dias foi o IV.
- e)(F) Possivelmente, o aluno considerou corretamente que a quantidade mínima de dias seria equivalente à quantidade de sequências aleatórias; no entanto, confundiu-se e calculou esta como uma combinação de 6 elementos tomados 2 a 2, obtendo $C_{6,2} = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2!4!} = \frac{30}{2} = 15$ sequências e, por consequência, 15 dias. Assim, concluiu que o amigo que indicou a quantidade correta de dias foi o V.

Questão 159

Em um *show* de mágica e ilusionismo, um mágico prometeu à plateia que colocaria 16 bolas em uma urna, todas iguais em forma e tamanho, diferenciadas apenas pela cor, e que retiraria duas bolas seguidamente e sem reposição de cor vermelha. O mágico colocou bolas azuis, pretas, verdes e vermelhas em mesma quantidade na urna e apresentou o truque à plateia com base no acaso; no entanto, a urna utilizada por ele apresentava divisões, de modo que as bolas de mesma cor ficavam juntas e não se separavam ao balançar a urna, o que possibilitava o sucesso da “mágica”.

Caso o mágico utilizasse uma urna honesta, sem divisões, qual seria a probabilidade de realizar a “mágica” e obter sucesso?

- A $\frac{3}{64}$
 B $\frac{1}{20}$
 C $\frac{6}{16}$
 D $\frac{7}{16}$
 E $\frac{9}{20}$

Resolução

159. Resposta correta: B

C 7 H 28

- a)(F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente a probabilidade de sair uma bola vermelha na primeira retirada $\left(\frac{1}{4}\right)$, no entanto, para a segunda retirada, não descontou a bola vermelha já removida do total de bolas, descontou apenas da quantidade de bolas vermelhas, obtendo a probabilidade de $\frac{3}{16}$. Assim, concluiu que a probabilidade solicitada seria de $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{16} = \frac{3}{64}$.
- b)(V) Em uma urna honesta, o mágico teria, para a primeira retirada, uma probabilidade de sucesso, ou seja, de retirar uma bola vermelha de $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$, já que a urna possuiria 16 bolas, das quais 4 seriam vermelhas. Já para a segunda retirada, o mágico teria uma probabilidade de sucesso, ou seja, de retirar novamente uma bola vermelha de $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$, já que a urna agora teria apenas 15 bolas, das quais 3 seriam vermelhas. Dessa forma, a probabilidade de realizar a “mágica” e obter sucesso seria de $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$.
- c)(F) Possivelmente, o aluno considerou equivocadamente que o mágico retiraria as duas bolas vermelhas ao mesmo tempo e, assim, calculou o número de formas de se escolher 2 bolas vermelhas entre as 4 existentes, que é $C_{4,2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$. Além disso, concluiu que a probabilidade solicitada seria de $\frac{6}{16}$.
- d)(F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente a probabilidade de sair uma bola vermelha na primeira retirada $\left(\frac{1}{4}\right)$, no entanto, para a segunda retirada, não descontou a bola vermelha já removida do total de bolas, descontou apenas da quantidade de bolas vermelhas, obtendo a probabilidade de $\frac{3}{16}$. Além disso, somou as probabilidades encontradas em vez de multiplicar, obtendo $\frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{4+3}{16} = \frac{7}{16}$.
- e)(F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente as probabilidades de sair uma bola vermelha em cada uma das duas retiradas, no entanto somou-as em vez de multiplicar, obtendo $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{5+4}{20} = \frac{9}{20}$.

Questão 160

Os moradores de uma zona rural solicitaram, por meio do envio de um projeto, a instalação de iluminação pública em uma estrada de 850 m que dá acesso à igreja da região. Após a solicitação, a Secretaria Municipal de Serviços Públicos enviou o projeto para análise e aprovação. O projeto proposto pelos moradores previa a instalação de 25 postes de iluminação igualmente espaçados e fixados do mesmo lado da estrada onde se encontra a igreja, sendo o primeiro poste instalado a 10 m da igreja e o último a 850 m dela. Sabe-se que um dos critérios para a aprovação de um projeto de iluminação pública é que a distância entre dois postes consecutivos seja de, no mínimo, 35 m e de, no máximo, 40 m.

Considerando apenas o critério descrito, o projeto enviado pelos moradores será

- A** reprovado, pois a distância entre dois postes consecutivos é de 32 m.
B reprovado, pois a distância entre dois postes consecutivos é de 33 m.
C reprovado, pois a distância entre dois postes consecutivos é de 34 m.
D aprovado, pois a distância entre dois postes consecutivos é de 35 m.
E aprovado, pois a distância entre dois postes consecutivos é de 36 m.

Resolução

160. Resposta correta: D

C 1 H 4

a)(F) Possivelmente, o aluno identificou que a sequência formada pelas distâncias dos postes à igreja é uma progressão aritmética, no entanto se confundiu quanto à fórmula do termo geral, obtendo:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n + 1) \cdot r \\ 850 &= 10 + (25 + 1) \cdot r \\ 850 &= 10 + 26r \\ 26r &= 840 \\ r &= \frac{840}{26} \cong 32 \end{aligned}$$

Assim, concluiu que o projeto enviado pelos moradores será reprovado, já que a distância entre dois postes consecutivos é menor que a mínima requerida.

b)(F) Possivelmente, o aluno identificou que a sequência formada pelas distâncias dos postes à igreja é uma progressão aritmética, no entanto se equivocou quanto à fórmula do termo geral e ao resolver a equação obtida a partir dela, encontrando:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n + 1) \cdot r \\ 850 &= 10 + (25 + 1) \cdot r \\ 850 &= 10 + 26r \\ 26r &= 860 \\ r &= \frac{860}{26} \cong 33 \end{aligned}$$

Assim, concluiu que o projeto enviado pelos moradores será reprovado, já que a distância entre dois postes consecutivos é menor que a mínima requerida.

c)(F) Possivelmente, o aluno considerou equivocadamente que a distância prevista no projeto entre dois postes consecutivos seria de $\frac{850}{25} = 34$ m. Assim, concluiu que o projeto enviado pelos moradores será reprovado, já que a distância é menor que a mínima requerida.

d)(V) Como o projeto proposto pelos moradores prevê a instalação de 25 postes de iluminação igualmente espaçados e fixados do mesmo lado da estrada onde se encontra a igreja, sendo o primeiro poste instalado a 10 m da igreja e o último a 850 m dela, pode-se considerar que a sequência formada pelas distâncias dos postes à igreja é uma progressão aritmética de primeiro termo $a_1 = 10$, de último termo $a_{25} = 850$ e de razão r correspondente à distância entre dois postes consecutivos. Desse modo, pela fórmula do termo geral, tem-se:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot r \\ 850 &= 10 + (25 - 1) \cdot r \\ 850 &= 10 + 24r \\ 24r &= 840 \\ r &= \frac{840}{24} = 35 \end{aligned}$$

Portanto, o projeto prevê que a distância entre dois postes de iluminação consecutivos seja de 35 m e, dessa forma, conclui-se que o projeto será aprovado, já que a distância está dentro do intervalo requerido.

e)(F) Possivelmente, o aluno identificou que a sequência formada pelas distâncias dos postes à igreja é uma progressão aritmética, no entanto se equivocou ao resolver a equação oriunda da fórmula do termo geral, obtendo:

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot r \\ 850 &= 10 + (25 - 1) \cdot r \\ 850 &= 10 + 24r \\ 24r &= 860 \\ r &= \frac{860}{24} \cong 36 \end{aligned}$$

Assim, concluiu que o projeto enviado pelos moradores será aprovado, já que a distância entre dois postes consecutivos está dentro do intervalo requerido.

Questão 161

Ao contratar novos funcionários, uma empresa solicita a eles que preencham um formulário informando sobre a adesão (ou não) ao plano odontológico e ao plano de saúde oferecidos. As opções de adesão disponibilizadas pela empresa estão mostradas na tabela a seguir.

Opção de adesão	Plano de saúde	Plano odontológico
Tipo I	Não	Não
Tipo II	Não	Sim
Tipo III	Sim	Não
Tipo IV	Sim	Sim

Em determinado mês, essa empresa contratou 120 funcionários, dos quais 36 escolheram a opção de adesão do tipo I, 64 aderiram ao plano de saúde e 52 aderiram ao plano odontológico.

A quantidade de funcionários que escolheram a opção de adesão do tipo IV foi

- A** 16.
- B** 32.
- C** 42.
- D** 58.
- E** 80.

Resolução

161. Resposta correta: B

C 1 H 3

a)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu ao escrever a equação correspondente ao número de funcionários que optaram por ao menos um dos planos, fazendo:

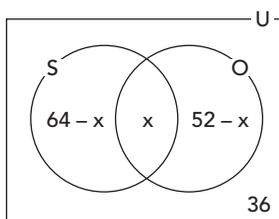
$$(64 - x) + (52 - x) = 84$$

$$116 - 2x = 84$$

$$2x = 32$$

$$x = 16$$

b)(V) Considere x a quantidade de funcionários que escolheram a opção de adesão do tipo IV (plano de saúde e plano odontológico). De acordo com os dados do texto, tem-se o diagrama a seguir, em que S e O representam, respectivamente, os conjuntos dos funcionários que aderiram ao plano de saúde e dos funcionários que aderiram ao plano odontológico.



O número de funcionários que optaram por pelo menos um dos planos foi $120 - 36 = 84$. Assim, tem-se:

$$(64 - x) + x + (52 - x) = 84$$

$$116 - x = 84$$

$$x = 116 - 84$$

$$x = 32$$

Portanto, 32 funcionários escolheram a opção de adesão do tipo IV.

c)(F) Possivelmente, o aluno apenas calculou o número de funcionários que aderiram a pelo menos um dos planos (84) e dividiu por 2 o resultado obtido, por serem duas opções de plano, encontrando $\frac{84}{2} = 42$.

d)(F) Possivelmente, o aluno considerou equivocadamente que o número de funcionários que aderiram a ambos os planos seria a média entre as quantidades de funcionários que optaram por pelo menos um dos planos, obtendo $\frac{64 + 52}{2} = 58$.

e)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e somou as quantidades de funcionários que optaram por algum plano ($64 + 52 = 116$) e, em seguida, subtraiu a quantidade correspondente aos que optaram por não aderir a plano algum, obtendo $116 - 36 = 80$.

Questão 162

Para a escolha de um filtro de água que será instalado em uma indústria, um técnico avalia cinco opções de filtro que têm os desempenhos descritos a seguir.

- Filtro R: consegue filtrar 30 m^3 de água em 1 hora e 30 minutos;
- Filtro S: consegue filtrar 75 m^3 de água em 5 horas;
- Filtro T: consegue filtrar 25 m^3 de água em 2 horas e 30 minutos;
- Filtro V: consegue filtrar 90 m^3 de água em 4 horas;
- Filtro W: consegue filtrar 50 m^3 de água em 2 horas.

Se o critério de escolha do técnico for o melhor desempenho, em relação à capacidade de filtragem de água por hora, ele deverá optar pelo filtro

- A** R.
- B** S.
- C** T.
- D** V.
- E** W.

Resolução

162. Resposta correta: E

C 3 H 14

- a)(F) Possivelmente, o aluno associou o melhor desempenho ao menor tempo gasto (1,5 h), sem considerar a relação dessa medida com a quantidade de água filtrada.
- b)(F) Possivelmente, o aluno relacionou as grandezas de forma equivocada e considerou o produto entre a quantidade de água filtrada e o tempo gasto. Assim, concluiu que o filtro S teria a maior capacidade de filtragem por hora.
- c)(F) Possivelmente, o aluno inverteu a ordem das grandezas ao calcular a razão, concluindo que o filtro T teria a maior capacidade de filtragem por hora.
- d)(F) Possivelmente, o aluno associou o melhor desempenho apenas à maior quantidade de água filtrada (90 m^3), sem considerar a relação dessa medida com o tempo gasto.
- e)(V) Para cada filtro, calcula-se a capacidade de filtragem de água por hora como a razão entre a quantidade de água filtrada (em m^3) e o tempo gasto (em hora). Assim, tem-se:

■ Filtro R: $\frac{30 \text{ m}^3}{1,5 \text{ h}} = 20 \text{ m}^3/\text{h}$

■ Filtro S: $\frac{75 \text{ m}^3}{5 \text{ h}} = 15 \text{ m}^3/\text{h}$

■ Filtro T: $\frac{25 \text{ m}^3}{2,5 \text{ h}} = 10 \text{ m}^3/\text{h}$

■ Filtro V: $\frac{90 \text{ m}^3}{4 \text{ h}} = 22,5 \text{ m}^3/\text{h}$

■ Filtro W: $\frac{50 \text{ m}^3}{2 \text{ h}} = 25 \text{ m}^3/\text{h}$

Entre as cinco opções, o filtro W apresenta o melhor desempenho, pois tem a maior capacidade de filtragem de água por hora. Dessa forma, o filtro W deve ser o escolhido pelo técnico.

Questão 163

Pesquisadores das Universidades de Washington e Princeton, ambas nos EUA, desenvolveram uma nova câmera ultracompacta que tem o tamanho de um grão de sal grosso. Câmeras digitais comuns usam vários pedaços de vidros curvos ou plásticos para formar as lentes que direcionam a luz para o processador. Essa nova microcâmera utiliza uma metassuperfície de apenas meio milímetro.

Disponível em: <https://canaltech.com.br>. Acesso em: 7 dez. 2021.

Em notação científica, a medida da metassuperfície utilizada nessa câmera, em cm, vale cerca de

- A $5 \cdot 10^{-1}$
- B $5 \cdot 10^{-2}$
- C $5 \cdot 10^{-3}$
- D $5 \cdot 10^{-4}$
- E $5 \cdot 10^{-5}$

Resolução

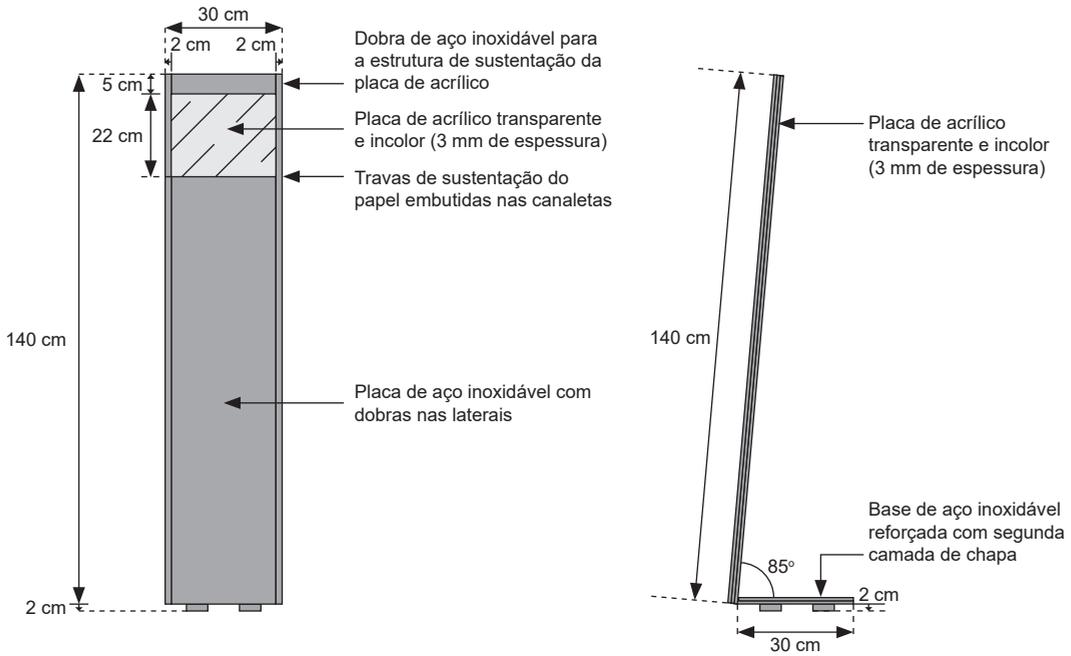
163. Resposta correta: B

C 3 H 12

- a)(F) Possivelmente, o aluno considerou equivocadamente que apenas deveria representar a medida informada no texto em notação científica, obtendo $0,5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-1} \text{ mm}$.
- b)(V) Sabendo que 1 cm equivale a 10 mm, divide-se 0,5 por 10 para realizar a conversão de mm para cm, de modo a obter:
 $0,5 \text{ mm} = 0,05 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$
- c)(F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que 1 cm equivale a 100 mm, obtendo:
 $0,5 \text{ mm} = 0,005 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$
- d)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que 1 cm equivale a 1 000 mm, obtendo:
 $0,5 \text{ mm} = 0,0005 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$
- e)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e considerou que 1 cm equivale a 10 000 mm, obtendo:
 $0,5 \text{ mm} = 0,00005 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$

Questão 164

Entre os vários objetos utilizados na sinalização interna, os totens são usados para conter informações temporárias e se destinam a locais onde não há possibilidade de fixação de placas de sinalização ou de porta-avisos. Os totens, confeccionados em chapa de aço inoxidável, com acabamento escovado e ranhuras no sentido horizontal, medem 30 cm de largura por 140 cm de comprimento, conforme indica a figura a seguir.



Disponível em: <https://www.bcb.gov.br>. Acesso em: 12 out. 2021. (adaptado)

Utilize 0,99 como aproximação para $\cos(5^\circ)$.

Considerando as especificações indicadas, o valor que mais se aproxima da altura, em metro, desses totens em relação ao piso é

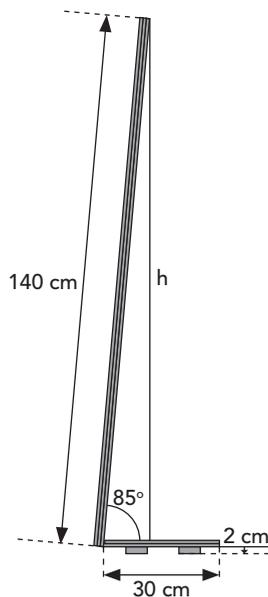
- A 1,38.
- B 1,39.
- C 1,40.
- D 1,41.
- E 1,42.

Resolução

164. Resposta correta: D

C 2 H 8

- a)(F) Possivelmente, o aluno calculou apenas a altura do totem em relação à base de aço inoxidável, obtendo $h = 1,386$ m. Além disso, equivocou-se ao aproximar esse valor para duas casas decimais, considerando 1,38 m como a aproximação.
- b)(F) Possivelmente, o aluno apenas calculou a altura do totem em relação à base de aço inoxidável, obtendo:
 $h = 1,386 \text{ m} \cong 1,39 \text{ m}$
- c)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que 1,40 m corresponde à altura do totem em relação ao piso.
- d)(V) Considerando o corte lateral e baixando o segmento perpendicular de comprimento h , que corresponde à altura do totem em relação à base de aço inoxidável, tem-se um triângulo retângulo de ângulos internos 90° , 85° e 5° .



Aplicando a definição de cosseno ao triângulo retângulo obtido, encontra-se:

$$\cos(5^\circ) = \frac{h}{140} \Rightarrow h = 140 \cdot \cos(5^\circ) = 140 \cdot 0,99 \Rightarrow h = 138,6 \text{ cm} = 1,386 \text{ m}$$

Como se deseja encontrar a altura em relação ao piso, deve-se acrescentar $2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$ ao valor encontrado. Assim, a altura do totem em relação ao piso é $1,386 \text{ m} + 0,02 \text{ m} = 1,406 \text{ m}$. Entre os valores apresentados, o que mais se aproxima desse valor é 1,41.

- e)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que 1,40 m corresponde à altura do totem em relação à base de aço inoxidável. Assim, para encontrar a altura do totem em relação ao piso, adicionou $2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$ a esse valor, obtendo:
 $1,40 \text{ m} + 0,02 \text{ m} = 1,42 \text{ m}$

Questão 165

Uma empresária trabalha com a revenda de determinado tipo de peça de vestuário. Visando ampliar seu negócio, ela negocia a compra das peças com duas empresas fabricantes, A e B, que apresentam as seguintes propostas para o preço de produção.

Empresa A – Valor fixo de R\$ 150,00, com acréscimo de R\$ 4,00 por peça produzida;

Empresa B – Valor fixo de R\$ 60,00, com acréscimo de R\$ 6,00 por peça produzida.

A empresária optará por fazer o pedido de compra das peças na empresa em que for mais vantajoso, tendo em vista o preço de produção.

Nesse caso, ela deverá realizar o pedido de compra na empresa

- Ⓐ A se, e somente se, a quantidade de peças a serem produzidas for maior que 45.
- Ⓑ B se, e somente se, a quantidade de peças a serem produzidas for maior que 45.
- Ⓒ B se, e somente se, a quantidade de peças a serem produzidas for maior que 21.
- Ⓓ A, independentemente da quantidade de peças a serem produzidas.
- Ⓔ B, independentemente da quantidade de peças a serem produzidas.

Resolução

165. Resposta correta: A

C 5 H 22

a)(V) Sejam $P_A(x)$ e $P_B(x)$ os preços de produção de x peças nas empresas A e B, respectivamente. De acordo com o texto, tem-se:

$$\blacksquare P_A(x) = 150 + 4x \text{ (valor fixo de R\$ 150,00 mais R\$ 4,00 por peça produzida)}$$

$$\blacksquare P_B(x) = 60 + 6x \text{ (valor fixo de R\$ 60,00 mais R\$ 6,00 por peça produzida)}$$

Será mais vantajoso realizar a compra na empresa A se $P_A(x) < P_B(x)$. Assim, calcula-se:

$$P_A(x) < P_B(x) \Leftrightarrow 150 + 4x < 60 + 6x \Leftrightarrow 4x - 6x < 60 - 150 \Leftrightarrow -2x < -90 \Leftrightarrow 2x > 90 \Leftrightarrow x > 45$$

Portanto, será mais vantajoso fazer o pedido na empresa A se, e somente se, a quantidade de peças a serem produzidas for maior que 45 (ou, reciprocamente, será mais vantajoso realizar a compra na empresa B se, e somente se, a quantidade de peças a serem produzidas for menor que 45).

b)(F) Possivelmente, o aluno inverteu o sentido da desigualdade ao avaliar a situação, considerando que seria mais vantajoso fazer o pedido na empresa B se, e somente se, $P_B(x) > P_A(x)$. Assim, fez:

$$P_B(x) > P_A(x) \Leftrightarrow 60 + 6x > 150 + 4x \Leftrightarrow 2x > 90 \Leftrightarrow x > 45$$

c)(F) Possivelmente, o aluno inverteu o sentido da desigualdade ao avaliar a situação, considerando que seria mais vantajoso fazer o pedido na empresa B se, e somente se, $P_B(x) > P_A(x)$. Além disso, resolveu a inequação de forma equivocada, fazendo:

$$P_B(x) > P_A(x) \Leftrightarrow 60 + 6x > 150 + 4x \Leftrightarrow 10x > 210 \Leftrightarrow x > 21$$

d)(F) Possivelmente, o aluno considerou que seria mais vantajoso realizar o pedido na empresa A, independentemente da quantidade de peças a serem produzidas, porque o acréscimo por peça na empresa A (R\$ 4,00) é menor que o acréscimo por peça na empresa B (R\$ 6,00).

e)(F) Possivelmente, o aluno considerou que seria mais vantajoso realizar o pedido em B, independentemente da quantidade de peças a serem produzidas, porque o valor fixo na empresa B (R\$ 60,00) é menor que o valor fixo na empresa A (R\$ 150,00).

Questão 166

Em uma empresa, há um programa de bonificação, em que o setor que atingir certa meta recebe um bônus correspondente ao produto entre o número de funcionários do setor e o salário médio recebido por eles. O bônus deve ser dividido entre os funcionários do setor de forma diretamente proporcional ao tempo de serviço e inversamente proporcional à quantidade de bônus recebidos no ano.

Considere que certo setor dessa empresa, composto por apenas 2 funcionários, cujo salário médio vale R\$ 1650,00, atingiu a meta estabelecida. Sabe-se que os tempos de serviço dos funcionários desse setor são de 2 e 4 anos, que o funcionário com menos tempo de serviço recebeu 3 bônus no ano e que aquele com mais tempo recebeu 5 bônus.

Nessas condições, qual foi o valor que coube ao funcionário com mais tempo de serviço?

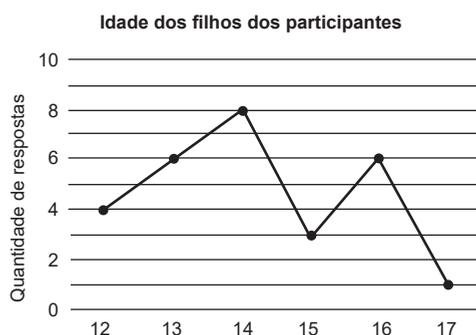
- A** R\$ 1500,00
- B** R\$ 1800,00
- C** R\$ 2250,00
- D** R\$ 2812,50
- E** R\$ 3375,00

◦ **Resolução****166. Resposta correta: B****C 4 H 16**

- a)(F) Possivelmente, o aluno calculou o valor da constante de proporcionalidade corretamente, obtendo $k = 2250$; entretanto, confundiu-se e obteve o valor que coube ao funcionário com menos tempo de serviço, que é $\frac{2}{3} \cdot 2250 = \text{R\$ } 1500,00$.
- b)(V) Como o bônus de $2 \cdot \text{R\$ } 1650,00 = \text{R\$ } 3300,00$ deve ser dividido entre os dois funcionários de forma diretamente proporcional ao tempo de serviço e inversamente proporcional à quantidade de bônus recebidos no ano, tem-se a equação $\frac{2}{3} \cdot k + \frac{4}{5} \cdot k = 3300$, em que k representa a constante de proporcionalidade. Resolvendo a equação, obtém-se:
- $$10k + 12k = 49500 \Rightarrow 22k = 49500 \Rightarrow k = \frac{49500}{22} = 2250$$
- Dessa forma, o valor que coube ao funcionário com mais tempo de serviço (4 anos) foi $\frac{4}{5} \cdot 2250 = \text{R\$ } 1800,00$.
- c)(F) Possivelmente, o aluno calculou o valor da constante de proporcionalidade corretamente, obtendo $k = 2250$; entretanto, confundiu-se e considerou que o valor obtido seria correspondente ao valor recebido pelo funcionário com mais tempo de serviço.
- d)(F) Possivelmente, o aluno calculou o valor da constante de proporcionalidade corretamente, obtendo $k = 2250$; entretanto, obteve o valor que coube ao funcionário com mais tempo de serviço como sendo $\frac{5}{4} \cdot 2250 = \text{R\$ } 2812,50$.
- e)(F) Possivelmente, o aluno calculou o valor da constante de proporcionalidade corretamente, obtendo $k = 2250$; entretanto, equivocou-se e obteve o valor que coube ao funcionário com menos tempo de serviço. Além disso, calculou esse valor como sendo $\frac{3}{2} \cdot 2250 = \text{R\$ } 3375,00$.

Questão 167

Um grupo de apoio para pais de adolescentes com determinada condição de saúde foi fundado com o intuito de criar uma rede colaborativa de troca de experiências. Na primeira reunião do grupo, cada pai ou mãe participante preencheu um questionário com informações sobre seu(sua) filho(a) adolescente. O gráfico a seguir mostra o levantamento de um dos dados colhidos a partir do questionário, a respeito das idades dos filhos dos participantes.



Considere que cada pai ou mãe participante da primeira reunião do grupo tem somente um(a) filho(a) com a referida condição de saúde e que todos eles responderam ao questionário.

Com essas informações, o número de pais ou mães que participaram da primeira reunião do grupo de apoio foi

- A** 27.
- B** 28.
- C** 29.
- D** 30.
- E** 87.

Resolução

167. Resposta correta: B

C / 6 H / 24

- a)(F) Possivelmente, o aluno não se atentou à escala do eixo vertical ao identificar a frequência relativa à idade de 15 anos, considerando 2 em vez de 3. Assim, obteve $4 + 6 + 8 + 2 + 6 + 1 = 27$.
- b)(V) Analisando o gráfico, percebe-se que o eixo vertical indica a frequência das idades informadas pelos participantes e, assim, conclui-se que:
- 4 têm um(a) filho(a) de 12 anos;
 - 6 têm um(a) filho(a) de 13 anos;
 - 8 têm um(a) filho(a) de 14 anos;
 - 3 têm um(a) filho(a) de 15 anos;
 - 6 têm um(a) filho(a) de 16 anos;
 - 1 tem um(a) filho(a) de 17 anos.
- Portanto, o número de pais ou mães participantes da primeira reunião foi $4 + 6 + 8 + 3 + 6 + 1 = 28$.
- c)(F) Possivelmente, o aluno não se atentou à escala do eixo vertical ao identificar a frequência relativa à idade de 15 anos, considerando 4 em vez de 3. Assim, obteve $4 + 6 + 8 + 4 + 6 + 1 = 29$.
- d)(F) Possivelmente, o aluno interpretou os dados ou o texto de forma equivocada e considerou a soma dos números que aparecem no eixo vertical, obtendo $0 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$.
- e)(F) Possivelmente, o aluno interpretou os dados ou o texto de forma equivocada e considerou a soma dos números que aparecem no eixo horizontal, obtendo $12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 87$.

Questão 168

Um banco de sangue possui em seu estoque um total de 600 litros de sangue, dos quais $\frac{1}{3}$ é do tipo O, $\frac{1}{4}$ é do tipo A, $\frac{1}{5}$ é do tipo B e o restante é do tipo AB. Uma campanha de doação sanguínea tem por meta aumentar o estoque desse banco para 900 litros, de modo que todos os tipos sanguíneos listados passem a ter a mesma quantidade de sangue, em litro.

Para atingir a meta da campanha, o estoque do tipo sanguíneo em menor quantidade atual do banco deverá receber um acréscimo, em litro, de

- A 25.
- B 60.
- C 75.
- D 100.
- E 105.

Resolução

168. Resposta correta: E

C / 1 H / 3

- a)(F) Possivelmente, o aluno considerou equivocadamente que $\frac{1}{3}$ é a menor fração e, assim, que o sangue do tipo O é o que está em menor quantidade. Dessa forma, considerando que, após a campanha, deverá haver $\frac{1}{4} \cdot 900 = 225$ litros de sangue de cada tipo, concluiu que o acréscimo no estoque do tipo sanguíneo O deveria ser de $225 - 200 = 25$ litros.
- b)(F) Possivelmente, o aluno identificou corretamente que o tipo sanguíneo B é o que está em menor quantidade, entretanto calculou o acréscimo como sendo de $\frac{1}{5} \cdot (900 - 600) = \frac{1}{5} \cdot 300 = 60$ litros.
- c)(F) Possivelmente, o aluno não conseguiu identificar qual é o tipo sanguíneo que está em menor quantidade no banco e, além disso, calculou o acréscimo buscado como sendo de $\frac{900 - 600}{4} = \frac{300}{4} = 75$ litros (estaria correto se todos os tipos sanguíneos estivessem em mesma quantidade no banco).
- d)(F) Possivelmente, o aluno considerou equivocadamente que $\frac{1}{3}$ é a menor fração e, assim, considerou que o sangue do tipo O é o que está em menor quantidade. Além disso, estimou que o estoque do tipo sanguíneo O deveria receber um acréscimo de $\frac{1}{3} \cdot (900 - 600) = \frac{1}{3} \cdot 300 = 100$ litros.
- e)(V) Atualmente, no banco de sangue, há $\frac{1}{3} \cdot 600 = 200$ litros de sangue do tipo O, $\frac{1}{4} \cdot 600 = 150$ litros de sangue do tipo A, $\frac{1}{5} \cdot 600 = 120$ litros de sangue do tipo B e $600 - 200 - 150 - 120 = 130$ litros de sangue do tipo AB. Dessa forma, conclui-se que o tipo B é o que está em menor quantidade. Após a campanha, deverá haver $\frac{1}{4} \cdot 900 = 225$ litros de sangue de cada tipo, e, assim, o estoque de sangue do tipo B deverá receber um acréscimo de $225 - 120 = 105$ litros.

Questão 169

Uma pessoa está participando de um jogo em que 10 bolas numeradas de 1 a 10 foram colocadas em uma urna. Um participante que tem 36 anos de idade irá sortear aleatoriamente uma bola da urna. Se o número da bola sorteada for um divisor do número correspondente à sua idade (36), ele ganhará um prêmio. Segundo as regras do jogo, antes de sortear uma bola, o participante deve realizar uma das ações propostas a seguir.

- Ação A: acrescentar à urna uma bola com o número correspondente à sua idade (36).
- Ação B: retirar, sem olhar, uma bola da urna e excluí-la do sorteio, sem acrescentar nenhuma outra.
- Ação C: retirar, sem olhar, uma bola da urna e acrescentar outra com o número correspondente à sua idade (36).

Somente após realizar uma dessas ações, o participante sorteará a bola que poderá lhe render o prêmio.

Para que tenha a maior probabilidade de obter o prêmio, o participante deve realizar a ação

- Ⓐ A, pois terá 63,6% de chance de ser premiado.
- Ⓑ B, pois terá 60,0% de chance de ser premiado.
- Ⓒ B, pois terá 66,7% de chance de ser premiado.
- Ⓓ C, pois terá 64,0% de chance de ser premiado.
- Ⓔ C, pois terá 70,0% de chance de ser premiado.

Resolução

169. Resposta correta: D

C 7 H 30

a)(F) Possivelmente, o aluno calculou as probabilidades para as ações A e B corretamente, obtendo 63,6% e 60%, respectivamente. No entanto, equivocou-se ao determinar a probabilidade do primeiro caso da ação C, obtendo:

$$P_1 = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{30}{100} = 30\%$$

Dessa forma, concluiu que a probabilidade para a ação C seria $P = 30\% + 28\% = 58\%$ e que, portanto, para ter a maior probabilidade de obter o prêmio, o participante deveria realizar a ação A.

b)(F) Possivelmente, o aluno calculou a probabilidade para a ação B corretamente, obtendo 60%. No entanto, equivocou-se ao determinar as probabilidades para as ações A e C. Para o cálculo da probabilidade da ação A, adicionou uma unidade ao total de bolas da urna, mas se esqueceu de adicionar essa unidade também ao número de bolas numeradas com divisores de 36, obtendo:

$$P = \frac{6}{11} \cong 54,5\%$$

Já para o cálculo da probabilidade da ação C, equivocou-se ao calcular a probabilidade do primeiro caso, obtendo:

$$P_1 = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{30}{100} = 30\%$$

Dessa forma, concluiu que a probabilidade para a ação C seria $P = 30\% + 28\% = 58\%$ e que, portanto, para ter a maior probabilidade de obter o prêmio, o participante deveria realizar a ação B.

c)(F) Possivelmente, o aluno calculou as probabilidades para as ações A e C corretamente, obtendo 63,6% e 64%, respectivamente. No entanto, para a ação B, considerou apenas o caso em que a bola excluída não é numerada com um divisor de 36. Além disso, considerou que a probabilidade desse caso seria de 66,7% ao perceber que, após a exclusão, haveria 6 bolas numeradas com divisores de 36 entre 9 bolas da urna.

d)(V) Entre as 10 bolas iniciais presentes na urna, há 6 numeradas com divisores de 36 (1, 2, 3, 4, 6 e 9). É necessário analisar a probabilidade (P) de o participante obter o prêmio ao realizar cada ação.

▪ Ação A:

Acrescentando à urna uma bola numerada com o número 36, haverá um total de 11 bolas na urna, sendo 7 delas numeradas com divisores de 36 (1, 2, 3, 4, 6, 9 e 36). Assim, realizando essa ação, a probabilidade de o participante ganhar o prêmio (ou seja, sortear uma bola numerada com um divisor de 36) é de $P = \frac{7}{11} \cong 63,6\%$.

▪ Ação B:

Retirando uma bola da urna e excluindo-a do sorteio, sem acrescentar nenhuma outra, há dois casos possíveis.

Caso I – A bola excluída ser numerada com um divisor de 36, com a seguinte probabilidade de o participante ganhar o prêmio.

$$P_1 = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{30}{90}$$

Caso II – A bola excluída não ser numerada com um divisor de 36, com a seguinte probabilidade de o participante ganhar o prêmio.

$$P_2 = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{24}{90}$$

Como pode ocorrer um caso ou outro (união de eventos), conclui-se que, realizando a ação B, a probabilidade de o participante obter o prêmio é de $P = P_1 + P_2 = \frac{30}{90} + \frac{24}{90} = \frac{54}{90} = 60\%$.

▪ Ação C:

Retirando uma bola da urna e acrescentando outra numerada com o número 36, também há dois casos possíveis.

Caso I – A bola excluída ser numerada com um divisor de 36, com a seguinte probabilidade de o participante ganhar o prêmio.

$$P_1 = \frac{6}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{36}{100} = 36\%$$

Caso II – A bola excluída não ser numerada com um divisor de 36, com a seguinte probabilidade de o participante ganhar o prêmio.

$$P_2 = \frac{4}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{28}{100} = 28\%$$

Como pode ocorrer um caso ou outro (união de eventos), conclui-se que, realizando a ação C, a probabilidade de o participante obter o prêmio é de $P = P_1 + P_2 = 36\% + 28\% = 64\%$.

Dessa forma, conclui-se que, para ter a maior probabilidade de obter o prêmio, o participante deve realizar a ação C, que lhe confere uma chance de premiação de 64%.

e)(F) Possivelmente, o aluno calculou as probabilidades para as ações A e B corretamente, obtendo 63,6% e 60%, respectivamente. No entanto, para a ação C, considerou apenas o caso em que a bola excluída não é numerada com um divisor de 36. Além disso, considerou que a probabilidade desse caso seria de 70% ao perceber que, após a exclusão e inserção, haveria 7 bolas numeradas com divisores de 36 entre 10 bolas da urna.

Questão 170

Uma pequena indústria de refrigerantes possui cinco máquinas de moldagem de garrafas PET, cada uma com capacidade de moldar 360 garrafas por hora. Atualmente, as máquinas funcionam 8 horas por dia e conseguem entregar as demandas diárias da indústria. No entanto, por causa das festas de fim de ano, essa indústria precisará aumentar a sua produção diária em 50%, no mês de dezembro. Para isso, a indústria buscou máquinas para alugar no mercado e encontrou dois modelos distintos, cujas capacidades de moldagem estão indicadas na tabela a seguir.

Modelo	Capacidade (garrafas por hora)
I	600
II	480

Visando a sustentabilidade do negócio, ficou decidido que o tempo de funcionamento das cinco máquinas da indústria será mantido e que serão alugadas duas máquinas do modelo cujo tempo de funcionamento diário para o aumento da produção desejado seja o menor.

As máquinas alugadas foram do modelo I porque a diferença entre os tempos de funcionamento diário das máquinas dos modelos II e I era de

- A 1 h e 30 min.
- B 1 h e 50 min.
- C 6 h e 00 min.
- D 7 h e 30 min.
- E 7 h e 50 min.

Resolução

170. Resposta correta: A

C 4 H 17

- a)(V) Com 5 máquinas que moldam 360 garrafas por hora e funcionam 8 horas por dia, a indústria produz diariamente $5 \cdot 360 \cdot 8 = 14400$ garrafas. Dessa forma, as duas máquinas alugadas deverão moldar, juntas, $50\% \cdot 14400 = 7200$ garrafas diariamente e, assim, cada uma deverá moldar $\frac{7200}{2} = 3600$ garrafas por dia. Para isso, cada máquina do modelo I deverá funcionar por $\frac{3600}{600} = 6$ horas diárias, enquanto cada máquina do modelo II deverá funcionar por $\frac{3600}{480} = 7,5$ horas diárias, o que equivale a 7 horas e 30 minutos diariamente. Dessa forma, as máquinas alugadas foram do modelo I porque a diferença entre os tempos de funcionamento diário das máquinas dos modelos II e I era de 1 hora e 30 minutos.
- b)(F) Possivelmente, o aluno calculou o tempo de funcionamento diário das máquinas de cada modelo corretamente, obtendo 6 horas para as máquinas do modelo I e 7,5 horas para as máquinas do modelo II. No entanto, considerou equivocadamente que 7,5 horas equivalem a 7 horas e 50 minutos e, assim, concluiu que as máquinas alugadas foram do modelo I porque a diferença entre os tempos de funcionamento diário das máquinas dos modelos II e I era de 1 hora e 50 minutos.
- c)(F) Possivelmente, o aluno apenas calculou o tempo de funcionamento diário das máquinas do modelo I, obtendo 6 horas.
- d)(F) Possivelmente, o aluno apenas calculou o tempo de funcionamento diário das máquinas do modelo II, obtendo 7,5 horas, o que equivale a 7 horas e 30 minutos.
- e)(F) Possivelmente, o aluno apenas calculou o tempo de funcionamento diário das máquinas do modelo II, obtendo 7,5 horas. Além disso, considerou equivocadamente que 7,5 horas equivalem a 7 horas e 50 minutos.

Questão 171

Na temporada 2020/2021 do Novo Basquete Brasil (NBB), a final foi disputada entre Flamengo e São Paulo. A tabela a seguir exibe o número de pontos marcados por cada um dos dois times em cada um dos 4 quartos do jogo que concedeu a vitória ao Flamengo.

Quarto	Flamengo	São Paulo
1º	24	25
2º	18	21
3º	30	20
4º	24	27
Placar final	96	93

Disponível em: <https://lnb.com.br>. Acesso em: 26 out. 2021. (adaptado)

A mediana dos pontos marcados pelo Flamengo é

- A** 20.
- B** 23.
- C** 24.
- D** 25.
- E** 30.

Resolução

171. Resposta correta: C

C 7 H 27

- a)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e calculou a mediana dos pontos marcados pelo São Paulo. Além disso, considerou que a pontuação do placar final deveria ser contabilizada e, sem organizar as pontuações em ordem crescente (ou decrescente), concluiu que a mediana seria a pontuação central, que é 20.
- b)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e calculou a mediana dos pontos marcados pelo São Paulo. Assim, como há uma quantidade par de pontuações, calculou a média aritmética entre as pontuações centrais (21 e 25), obtidas após a organização, encontrando 23.
- c)(V) As pontuações obtidas pelo Flamengo em ordem crescente formam a sequência (18, 24, 24, 30). Como se trata de uma sequência com uma quantidade par de termos, a mediana é dada pela média aritmética dos dois termos centrais, ou seja:
- $$M_d = \frac{24 + 24}{2} = \frac{2 \cdot 24}{2} = 24$$
- d)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e calculou a mediana dos pontos marcados pelo São Paulo. Além disso, considerou que a pontuação do placar final deveria ser contabilizada e, assim, concluiu que a mediana seria a pontuação central, obtida após a organização, que é 25.
- e)(F) Possivelmente, o aluno considerou que a pontuação do placar final deveria ser contabilizada e, além disso, não organizou as pontuações em ordem crescente (ou decrescente), concluindo que a mediana seria a pontuação central, que é 30.

Questão 172

Em certa cidade, pretende-se construir dois postos de saúde de modo que eles fiquem localizados simetricamente em relação à estrada principal. Para viabilizar o projeto, uma engenheira representou os elementos em um plano cartesiano, de forma que a estrada ficou caracterizada pela reta de equação $x - 2y + 8 = 0$. Sabe-se que um dos postos ficará localizado no ponto $(3, 8)$.

Para cumprir o projeto, o segundo posto deverá ficar localizado no ponto

- A (5, 4).
- B (4, 6).
- C (0, 4).
- D (-8, 0).
- E (8, -2).

Resolução

172. Resposta correta: A

C 5 H 21

a)(V) Considere $A(3, 8)$ o ponto em que o primeiro posto ficará localizado, $A'(m, n)$ o ponto em que o segundo posto ficará localizado e $y = ax + b$ a equação da reta s que passa pelos pontos A e A' . Pelo texto, sabe-se que os pontos A e A' são simétricos em relação à reta r , de equação $x - 2y + 8 = 0$, e, assim, conclui-se que a reta s é perpendicular à reta r . Dessa forma, como o coeficiente angular da reta r é $a_r = \frac{1}{2}$, conclui-se que o coeficiente angular (a) da reta s é $a = -\frac{1}{a_r} = -2$. Considerando que a reta s passa pelo ponto $A(3, 8)$, encontra-se $8 = -2 \cdot 3 + b \Rightarrow b = 8 + 6 = 14$. Logo, a equação da reta s é $y = -2x + 14$. Admitindo que o ponto médio do segmento AA' corresponde ao ponto de interseção entre as retas r e s , calculam-se as

coordenadas deste pela resolução do sistema $\begin{cases} r: x - 2y + 8 = 0 \\ s: 2x + y - 14 = 0 \end{cases}$. Multiplicando a segunda equação do sistema por 2 e, em seguida, somando as equações obtidas, encontra-se:

$$\begin{cases} r: x - 2y + 8 = 0 \\ s: 4x + 2y - 28 = 0 \end{cases} \Rightarrow 5x - 20 = 0 \Rightarrow x = 4$$

Substituindo o valor de x encontrado na primeira equação, obtém-se:

$$4 - 2y + 8 = 0$$

$$2y = 12$$

$$y = 6$$

Assim, o ponto de interseção entre as retas r e s e, portanto, o ponto médio do segmento AA' é $B(4, 6)$. Dessa forma, utilizando a fórmula para o cálculo do ponto médio de um segmento, encontra-se:

$$\left(\frac{m+3}{2}, \frac{n+8}{2} \right) = (4, 6) \Rightarrow (m, n) = (5, 4)$$

Portanto, o segundo posto deverá ficar localizado no ponto $A'(5, 4)$.

- b)(F) Possivelmente, o aluno encontrou o ponto de interseção entre as retas r e s e considerou, de modo equivocado, que esse seria o ponto de localização do segundo posto.
- c)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que o segundo posto ficaria localizado no ponto de interseção da reta r com o eixo das ordenadas, obtendo o ponto $(0, 4)$ como o ponto buscado.
- d)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que o segundo posto ficaria localizado no ponto de interseção da reta r com o eixo das abscissas, obtendo o ponto $(-8, 0)$ como o ponto buscado.
- e)(F) Possivelmente, o aluno encontrou a equação da reta s corretamente, entretanto se confundiu e calculou as coordenadas do ponto de localização do segundo posto a partir do ponto $A(3, 8)$ da seguinte forma.

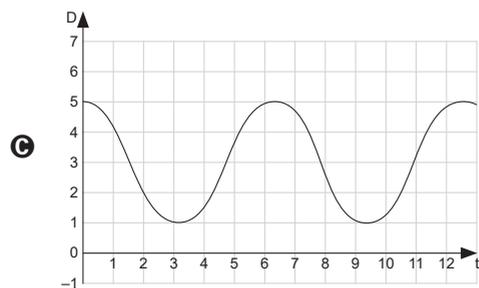
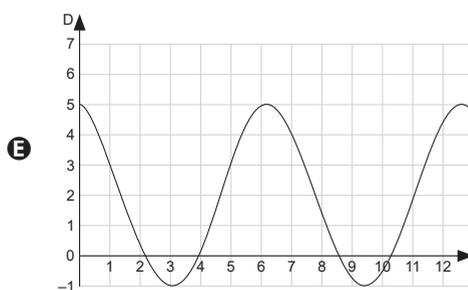
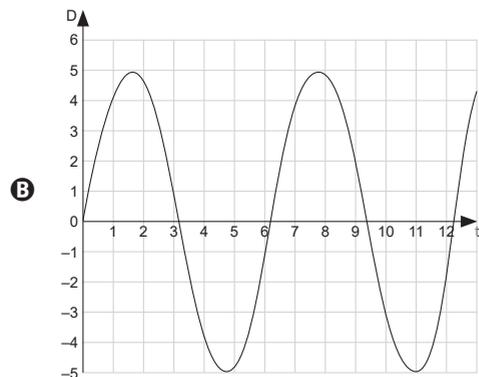
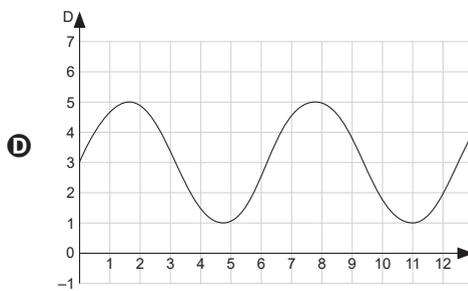
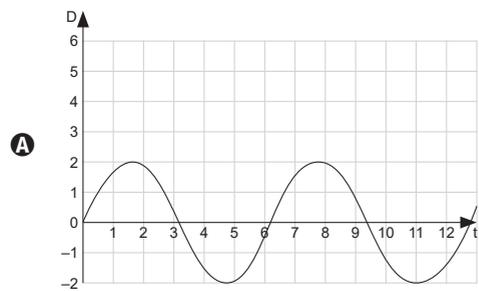
$$m = -2 \cdot 3 + 14 = 8$$

$$n = -2 \cdot 8 + 14 = -2$$

Questão 173

Em determinado sistema estelar, a distância (D) entre a estrela e o maior dos planetas desse sistema em função do tempo (t) é dada por $D(t) = 3 + 2 \cdot \text{sen}(t)$, em que D é medido em unidade astronômica e t é medido em ano terrestre.

O gráfico que mostra o comportamento de D em função de t é:

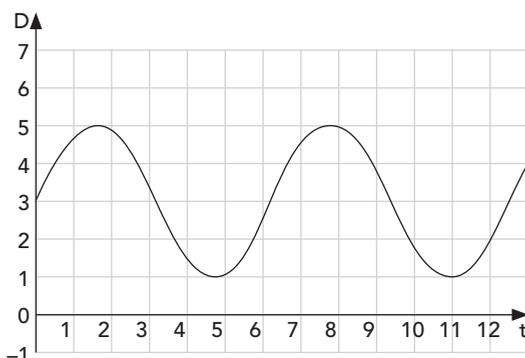


Resolução

173. Resposta correta: D

C 4 H 15

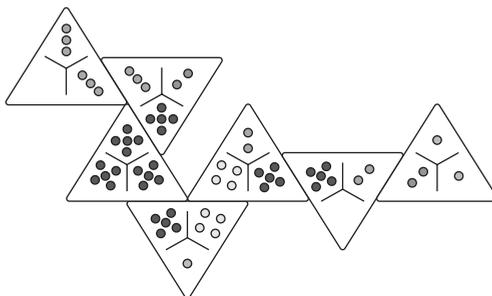
- a)(F) Possivelmente, o aluno identificou o gráfico correspondente à função $D(t) = 2 \cdot \text{sen}(t)$, no entanto se esqueceu de deslocá-lo 3 unidades para cima para obter o gráfico desejado.
- b)(F) Possivelmente, o aluno admitiu equivocadamente que $D(t) = 3 + 2 \cdot \text{sen}(t) = 5 \cdot \text{sen}(t)$ e, assim, considerou o gráfico correspondente a essa função em vez do correspondente à função $D(t) = 3 + 2 \cdot \text{sen}(t)$.
- c)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu quanto ao formato dos gráficos das funções seno e cosseno e, assim, considerou o gráfico correspondente à função $D(t) = 3 + 2 \cdot \text{cos}(t)$ em vez do correspondente à função $D(t) = 3 + 2 \cdot \text{sen}(t)$.
- d)(V) A expressão $D(t) = 3 + 2 \cdot \text{sen}(t)$ representa uma função senoidal de valores máximo e mínimo, respectivamente, $D_{\text{máx}} = 3 + 2 = 5$ UA e $D_{\text{mín}} = 3 - 2 = 1$ UA, de amplitude $A = 2$ UA e de valor inicial $D(0) = 3$ UA. Dessa forma, o gráfico que atende a essas especificações e que, conseqüentemente, mostra o comportamento de D em função de t é:



- e)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e considerou o gráfico correspondente à função cossenoidal $D(t) = 2 + 3 \cdot \text{cos}(t)$.

Questão 174

O triminó é uma recriação pouco conhecida do jogo de tabuleiro tradicional dominó. A alteração do triminó está na configuração das peças, que, com formato triangular, passam a ter três lados. A figura a seguir mostra algumas peças dessa recriação.



Disponível em: <https://ludosofia.com.br>. Acesso em: 13 out. 2021. (adaptado)

A quantidade de peças de um triminó cuja numeração das pontas varia de 0 a 6 é

- A** 20.
- B** 35.
- C** 56.
- D** 77.
- E** 84.

Resolução

174. Resposta correta: E

C 1 H 3

- a)(F) Possivelmente, o aluno se equivocou e considerou que há apenas 6 números possíveis para cada ponta das peças do triminó. Além disso, contabilizou apenas as peças em que os três números são diferentes, obtendo $C_{6,3} = 20$.
- b)(F) Possivelmente, o aluno contabilizou apenas as peças em que os três números são diferentes, obtendo $C_{7,3} = 35$.
- c)(F) Possivelmente, o aluno considerou apenas as peças que possuem três números diferentes e as que possuem dois iguais e um diferente. Além disso, equivocou-se e considerou que há $C_{7,3} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{6 \cdot 4!} = 35$ peças com três números diferentes e $C_{7,2} = 21$ peças com dois números iguais e um diferente. Assim, concluiu que a quantidade total de peças seria dada por $35 + 21 = 56$.
- d)(F) Possivelmente, o aluno considerou apenas as peças que possuem três números diferentes e as que possuem dois iguais e um diferente, obtendo $35 + 42 = 77$.
- e)(V) Há 7 possíveis números (de 0 a 6) para cada ponta das peças do triminó e 3 configurações de peças.
 - Peças com três números diferentes

A quantidade de peças dessa configuração é $C_{7,3} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{6 \cdot 4!} = 35$.

- Peças com dois números iguais e um diferente

A quantidade de peças dessa configuração é $7 \cdot 6 = 42$.

- Peças com três números iguais

A quantidade de peças dessa configuração é $C_{7,1} = 7$.

Assim, a quantidade total de peças de um triminó cuja numeração das pontas varia de 0 a 6 é $35 + 42 + 7 = 84$.

Questão 175

A Segunda Lei de Ohm é descrita por uma expressão matemática que relaciona as características físicas que interferem na resistência elétrica de um condutor. Essa lei informa que a resistência elétrica (R) de um fio condutor é diretamente proporcional ao seu comprimento (ℓ) e inversamente proporcional à sua área transversal (A). A constante de proporcionalidade (k) varia de acordo com o material analisado.

A relação que descreve essa lei pode ser indicada por

- A** $R = k \cdot \ell \cdot A$
- B** $R = \ell \cdot A$
- C** $R = k \cdot \frac{A}{\ell}$
- D** $R = \frac{\ell}{A}$
- E** $R = k \cdot \frac{\ell}{A}$

Resolução

175. Resposta correta: E

C 5 H 19

- a)(F) Possivelmente, o aluno não compreendeu o texto corretamente e considerou que a resistência elétrica é diretamente proporcional ao produto entre o comprimento e a área transversal do fio condutor, obtendo $R = k \cdot \ell \cdot A$.
- b)(F) Possivelmente, o aluno não compreendeu o texto corretamente e considerou que a resistência elétrica é diretamente proporcional ao produto entre o comprimento e a área transversal do fio condutor. Além disso, esqueceu-se da constante de proporcionalidade, obtendo $R = \ell \cdot A$.
- c)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e trocou a relação de dependência entre as grandezas, considerando a resistência elétrica inversamente proporcional ao comprimento e diretamente proporcional à área transversal do fio condutor e obtendo:

$$R = k \cdot \frac{A}{\ell}$$

- d)(F) Possivelmente, o aluno compreendeu o texto corretamente, no entanto se esqueceu da constante de proporcionalidade, obtendo $R = \frac{\ell}{A}$.

- e)(V) Duas grandezas, A e B , são diretamente proporcionais se a razão entre elas for constante, ou seja, $\frac{A}{B} = k$. Em contrapartida,

elas são inversamente proporcionais se o produto entre elas for constante, isto é, $A \cdot B = k$. Em ambos os casos, k é a constante de proporcionalidade. De acordo com o texto, a resistência elétrica (R) é diretamente proporcional ao comprimento (ℓ) e inversamente proporcional à área transversal (A) do fio condutor, ou seja, $\frac{R \cdot A}{\ell} = k \Rightarrow R = k \cdot \frac{\ell}{A}$, sendo k a constante de proporcionalidade.

Questão 176

Em certo modelo de financiamento, o valor mensal de cada parcela aumenta a uma taxa fixa de 8% ao mês, ou seja, o valor da segunda parcela é 8% maior que o da primeira; o valor da terceira parcela é 8% maior que o valor da segunda, e assim por diante, até a última parcela. Para evitar inadimplências, decidiu-se que um financiamento nesse modelo deve ser realizado de modo que o valor da última parcela a ser paga não ultrapasse o dobro do valor da parcela inicial.

Utilize 0,30 como aproximação para $\log 2$ e 0,03 como aproximação para $\log 1,08$.

Nessas condições, o número máximo de parcelas em um financiamento nesse modelo é

- A 10.
- B 11.
- C 12.
- D 13.
- E 14.

Resolução

176. Resposta correta: B

C 5 H 21

a)(F) Possivelmente, o aluno considerou, de modo equivocado, que o valor da n -ésima e última parcela seria $1,08^n \cdot x$, em que x é o valor da primeira parcela. Desse modo, para o valor da última parcela não ultrapassar o dobro do valor da parcela inicial, fez:

$$1,08^n \cdot x \leq 2 \cdot x$$

$$1,08^n \leq 2$$

$$\log(1,08^n) \leq \log 2$$

$$n \cdot \log 1,08 \leq \log 2$$

$$n \cdot 0,03 \leq 0,30$$

$$n \leq 10$$

Assim, concluiu que o número máximo de parcelas em um financiamento no modelo apresentado seria 10.

b)(V) Para aumentar um valor em 8%, deve-se multiplicá-lo pelo fator de aumento $100\% + 8\% = 1 + 0,08 = 1,08$. Desse modo, sendo x o valor da primeira parcela, conclui-se que o valor da segunda parcela será $1,08 \cdot x$, que o valor da terceira será $1,08^2 \cdot x$ e assim por diante, de modo que o valor da n -ésima e última parcela será $1,08^{n-1} \cdot x$. Para o valor da última parcela não ultrapassar o dobro do valor da primeira, deve-se ter $1,08^{n-1} \cdot x \leq 2 \cdot x$, ou seja:

$$1,08^{n-1} \leq 2$$

$$\log(1,08^{n-1}) \leq \log 2$$

$$(n-1) \cdot \log 1,08 \leq \log 2$$

$$(n-1) \cdot 0,03 \leq 0,30$$

$$n-1 \leq 10$$

$$n \leq 11$$

Portanto, o número máximo de parcelas em um financiamento no modelo apresentado é 11.

c)(F) Possivelmente, o aluno identificou que o valor da n -ésima e última parcela é $1,08^{n-1} \cdot x$, em que x é o valor da primeira parcela, no entanto resolveu a inequação $1,08^{n-1} \cdot x > 2 \cdot x$ em vez da inequação $1,08^{n-1} \cdot x \leq 2 \cdot x$, obtendo $n > 11$. Assim, concluiu equivocadamente que o número máximo de parcelas no modelo apresentado seria 12.

d)(F) Possivelmente, o aluno considerou equivocadamente que o aumento de 8% seria sempre em relação ao valor da primeira parcela. Assim, sendo x o valor da primeira parcela, concluiu que o valor da n -ésima e última parcela seria $0,92 \cdot x + 0,08 \cdot x \cdot n$. Dessa forma, para o valor da última parcela não ultrapassar o dobro do valor da parcela inicial, fez:

$$0,92 \cdot x + 0,08 \cdot x \cdot n \leq 2 \cdot x$$

$$0,92 + 0,08 \cdot n \leq 2$$

$$0,08 \cdot n \leq 1,08$$

$$n \leq 13,5$$

Desse modo, concluiu que o número máximo de parcelas em um financiamento no modelo apresentado seria 13.

e)(F) Possivelmente, o aluno considerou equivocadamente que o aumento de 8% seria sempre em relação ao valor da primeira parcela. Assim, sendo x o valor da primeira parcela, concluiu que o valor da n -ésima e última parcela seria $0,92 \cdot x + 0,08 \cdot x \cdot n$. Dessa forma, para o valor da última parcela não ultrapassar o dobro do valor da parcela inicial, fez:

$$0,92 \cdot x + 0,08 \cdot x \cdot n \leq 2 \cdot x$$

$$0,92 + 0,08 \cdot n \leq 2$$

$$0,08 \cdot n \leq 1,08$$

$$n \leq 13,5$$

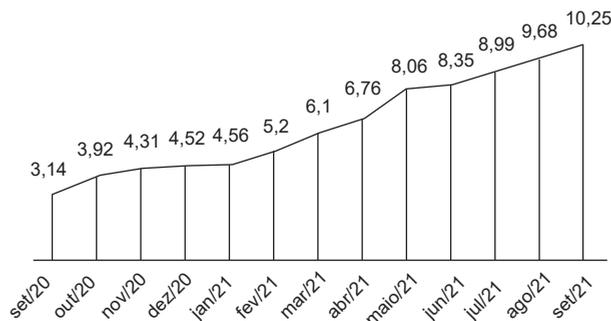
Além disso, ao aproximar o resultado obtido, considerou que o número máximo de parcelas em um financiamento no modelo apresentado seria 14.

Questão 177

O Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) é o indicador oficial da inflação doméstica no Brasil. O gráfico a seguir apresenta a variação do IPCA acumulado de 12 meses, em termos percentuais, no período de setembro de 2020 a setembro de 2021.

Inflação

Variação do IPCA no acumulado de 12 meses, em %



Disponível em: <https://fjovempan.com.br>. Acesso em: 26 out. 2021. (adaptado)

Com base no gráfico, qual é o menor período em que foi registrado o maior aumento no IPCA acumulado de 12 meses?

- A** Setembro a outubro de 2020.
- B** Dezembro a janeiro de 2021.
- C** Janeiro a maio de 2021.
- D** Abril a maio de 2021.
- E** Maio a setembro de 2021.

Resolução

177. Resposta correta: D

C 6 H 24

- a)(F) Possivelmente, o aluno considerou equivocadamente que o segmento de reta de extremos correspondentes ao IPCA dos meses de setembro e outubro de 2020 seria o segmento crescente mais inclinado e, assim, como os meses são consecutivos, considerou que o período de setembro a outubro de 2020 seria também o menor período.
- b)(F) Possivelmente, o aluno se confundiu e considerou o menor período em que foi registrado o menor aumento no IPCA acumulado de 12 meses, obtendo o período de dezembro a janeiro de 2021.
- c)(F) Possivelmente, o aluno considerou o período em que foi registrado o maior aumento no IPCA acumulado de 12 meses, no entanto desconsiderou que o período solicitado deveria ser o menor.
- d)(V) Analisando o gráfico de linhas (ou segmentos de reta), percebe-se que o segmento de reta de extremos correspondentes ao IPCA dos meses de abril e maio de 2021 é o segmento crescente mais inclinado. Isso significa que o período de abril a maio de 2021 registrou o maior aumento no IPCA acumulado de 12 meses. Como os meses são consecutivos, conclui-se que esse é o menor período e, portanto, o período solicitado.
- e)(F) Possivelmente, o aluno considerou equivocadamente que o período de maio a setembro de 2021 foi o que registrou o maior aumento no IPCA acumulado de 12 meses, desconsiderando que o período de janeiro a maio de 2021 registrou uma variação maior. Além disso, desconsiderou que o período solicitado deveria ser o menor.

Questão 178

Uma fábrica de bebidas realizou uma votação para a escolha do novo modelo de embalagem dos sucos produzidos. A embalagem original tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo de dimensões $6 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$. A ideia da votação foi uma estratégia de *marketing* para engajar o público e, assim, aumentar as vendas. A votação foi realizada entre cinco modelos de embalagem que a fábrica possuía à disposição. A tabela a seguir traz o formato dos modelos de embalagem disponíveis e as suas respectivas dimensões.

Modelo	Formato	Dimensões
1	Cubo	16 cm de aresta
2	Cubo	18 cm de aresta
3	Cubo	24 cm de aresta
4	Cilindro	8 cm de diâmetro \times 9 cm de altura
5	Cilindro	8 cm de diâmetro \times 12 cm de altura

Sabe-se que o modelo escolhido na votação foi aquele que apresentava a mesma capacidade da embalagem original. Considere 3 como aproximação para π .

Dessa forma, o modelo de embalagem escolhido na votação foi o de número

- A** 1.
- B** 2.
- C** 3.
- D** 4.
- E** 5.

Resolução

178. Resposta correta: E

C 2 H 9

- a)(F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente a capacidade da embalagem original, obtendo $V_{\text{original}} = 6 \cdot 8 \cdot 12 = 576 \text{ cm}^3$; no entanto, considerou que a raiz cúbica de 576 é 16 e, dessa forma, concluiu que o modelo de embalagem 1 é o que possui a mesma capacidade da embalagem original. Assim, considerou que o modelo 1 foi o escolhido na votação.
- b)(F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente a capacidade da embalagem original, obtendo $V_{\text{original}} = 6 \cdot 8 \cdot 12 = 576 \text{ cm}^3$; no entanto, considerou que a raiz cúbica de 576 é 18 e, dessa forma, concluiu que o modelo de embalagem 2 é o que possui a mesma capacidade da embalagem original. Assim, considerou que o modelo 2 foi o escolhido na votação.
- c)(F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente a capacidade da embalagem original, obtendo $V_{\text{original}} = 6 \cdot 8 \cdot 12 = 576 \text{ cm}^3$; no entanto, considerou que a raiz cúbica de 576 é 24 e, dessa forma, concluiu que o modelo de embalagem 3 é o que possui a mesma capacidade da embalagem original. Assim, considerou que o modelo 3 foi o escolhido na votação.
- d)(F) Possivelmente, o aluno calculou corretamente a capacidade da embalagem original, obtendo $V_{\text{original}} = 6 \cdot 8 \cdot 12 = 576 \text{ cm}^3$; no entanto, não considerou o valor de π na fórmula do cálculo do volume do cilindro e, além disso, utilizou 8 cm como valor do raio, obtendo:
- $V_{\text{modelo 1}} = a^3 = 16^3 = 4096 \text{ cm}^3$
 - $V_{\text{modelo 2}} = a^3 = 18^3 = 5832 \text{ cm}^3$
 - $V_{\text{modelo 3}} = a^3 = 24^3 = 13824 \text{ cm}^3$
 - $V_{\text{modelo 4}} = r^2h = 8^2 \cdot 9 = 576 \text{ cm}^3$
 - $V_{\text{modelo 5}} = r^2h = 8^2 \cdot 12 = 768 \text{ cm}^3$
- Assim, concluiu que o modelo de embalagem 4 é o que possui a mesma capacidade da embalagem original e que, portanto, esse foi o modelo escolhido na votação.
- e)(V) A capacidade da embalagem original é de $V_{\text{original}} = 6 \cdot 8 \cdot 12 = 576 \text{ cm}^3$. Para descobrir qual dos cinco modelos de embalagem possui essa mesma capacidade, calcula-se:
- $V_{\text{modelo 1}} = a^3 = 16^3 = 4096 \text{ cm}^3$
 - $V_{\text{modelo 2}} = a^3 = 18^3 = 5832 \text{ cm}^3$
 - $V_{\text{modelo 3}} = a^3 = 24^3 = 13824 \text{ cm}^3$
 - $V_{\text{modelo 4}} = \pi r^2h = 3 \cdot 4^2 \cdot 9 = 432 \text{ cm}^3$
 - $V_{\text{modelo 5}} = \pi r^2h = 3 \cdot 4^2 \cdot 12 = 576 \text{ cm}^3$
- Dessa forma, conclui-se que o modelo de embalagem 5 é o que possui a mesma capacidade da embalagem original e, portanto, esse foi o modelo escolhido na votação.

Questão 179

Sete funcionários de uma companhia, dos quais dois são gerentes, marcaram uma reunião para discutir os atuais resultados de algumas metas corporativas. A reunião foi marcada em uma sala que possui uma mesa circular de sete lugares, nos quais os funcionários deverão se sentar. Nessa reunião, os dois gerentes deverão se sentar separados para facilitar a comunicação, e outros dois funcionários precisarão se sentar um ao lado do outro, pois irão realizar juntos uma breve apresentação.

Obedecendo a essas restrições, de quantas maneiras distintas os sete funcionários poderão se sentar ao redor da mesa para a realização da reunião?

- A 96
- B 144
- C 480
- D 720
- E 960

Resolução

179. Resposta correta: B

C 1 H 3

- a)(F) Possivelmente, o aluno calculou o número de maneiras distintas de os sete funcionários se sentarem à mesa considerando que tanto os dois gerentes quanto os outros dois funcionários ficassem juntos, obtendo:
 $PC_5 \cdot P_2 \cdot P_2 = (5 - 1)! \cdot 2! \cdot 2! = 4! \cdot 2! \cdot 2! = 24 \cdot 2 \cdot 2 = 96$
- b)(V) A quantidade de maneiras distintas de os sete funcionários se sentarem à mesa de modo que dois dos que não são gerentes fiquem juntos é $PC_6 \cdot P_2 = (6 - 1)! \cdot 2! = 5! \cdot 2! = 120 \cdot 2 = 240$. Dessas, as que também possuem os dois gerentes juntos totalizam $PC_5 \cdot P_2 \cdot P_2 = (5 - 1)! \cdot 2! \cdot 2! = 4! \cdot 2! \cdot 2! = 24 \cdot 2 \cdot 2 = 96$. Assim, a quantidade de maneiras solicitada é $240 - 96 = 144$.
- c)(F) Possivelmente, o aluno considerou as permutações simples em vez de considerar as circulares. Além disso, calculou o número de maneiras distintas de os sete funcionários se sentarem à mesa considerando que tanto os dois gerentes quanto os outros dois funcionários ficassem juntos, obtendo $P_5 \cdot P_2 \cdot P_2 = 5! \cdot 2! \cdot 2! = 120 \cdot 2 \cdot 2 = 480$.
- d)(F) Possivelmente, o aluno calculou a quantidade de maneiras distintas de os sete funcionários se sentarem à mesa sem considerar as restrições dadas, encontrando $PC_7 = (7 - 1)! = 6! = 720$.
- e)(F) Possivelmente, o aluno considerou as permutações simples em vez de considerar as circulares. Assim, concluiu que a quantidade de maneiras de os sete funcionários se sentarem à mesa de modo que dois dos que não são gerentes ficassem juntos seria $P_6 \cdot P_2 = 6! \cdot 2! = 720 \cdot 2 = 1440$ e que, dessas, as que também possuem os dois gerentes juntos totalizariam $P_5 \cdot P_2 \cdot P_2 = 5! \cdot 2! \cdot 2! = 120 \cdot 2 \cdot 2 = 480$. Desse modo, concluiu que a quantidade de maneiras solicitada seria $1440 - 480 = 960$.

Questão 180

Um rapaz foi ao pronto-socorro sentindo fortes dores musculares. Após alguns exames, o médico que o atendeu recomendou um tratamento medicamentoso cujo princípio ativo é uma determinada substância. Na receita, o médico prescreveu a dosagem de 1 mg do medicamento por dia, durante um período de 60 dias.

Ao sair do pronto-socorro, o rapaz consultou o preço do medicamento receitado em três farmácias, I, II e III, que tinham caixas do medicamento disponíveis, conforme mostrado na tabela a seguir.

Farmácia	Quantidade de comprimidos por caixa	Dosagem por comprimido	Preço da caixa
I	60	1 mg	R\$ 80,00
II	28	0,5 mg	R\$ 15,00
III	42	0,25 mg	R\$ 13,00

O rapaz efetuará a compra do medicamento em uma única das três farmácias, comprando o número mínimo de caixas necessárias para seguir o tratamento conforme prescrito pelo médico. Além disso, ele optará pelo local em que a compra for mais barata.

Nessas condições, o rapaz comprará o medicamento na farmácia

- A** I, pagando R\$ 80,00 pela compra.
- B** II, pagando R\$ 60,00 pela compra.
- C** II, pagando R\$ 75,00 pela compra.
- D** III, pagando R\$ 26,00 pela compra.
- E** III, pagando R\$ 78,00 pela compra.

Resolução

180. Resposta correta: C

C 4 H 18

- a)(F) Possivelmente, o aluno considerou que a compra deveria ser feita na farmácia I porque uma única caixa já teria exatamente a quantidade necessária de medicamento (60 mg) para o tratamento de 60 dias e, além disso, a dosagem de cada comprimido coincidiria com a receitada pelo médico.
- b)(F) Possivelmente, o aluno comparou corretamente a quantidade de caixas necessárias para se obter o mínimo de 60 mg do medicamento em cada farmácia, porém, ao determinar o número mínimo de caixas na farmácia II, considerou o arredondamento de $\frac{60}{14}$ para 4 em vez de 5. Assim, concluiu que seria mais barato fazer a compra na farmácia II, pelo valor de:
- $$4 \cdot \text{R\$ } 15,00 = \text{R\$ } 60,00$$
- c)(V) Como o tratamento terá duração de 60 dias e o rapaz deverá tomar 1 mg do medicamento por dia, o total de caixas compradas deverá totalizar uma quantidade mínima de 60 mg do medicamento. Utilizando as informações da tabela, analisa-se, para cada uma das farmácias, a quantidade mínima de caixas necessária para se obter um total de, pelo menos, 60 mg do medicamento. Além disso, deve-se observar onde o valor da compra será mais barato.
- **Farmácia I**
1 caixa – 60 comprimidos de 1 mg – 60 mg por caixa
Quantidade mínima de caixas necessária: 1
Valor da compra de 1 caixa: R\$ 80,00
 - **Farmácia II**
1 caixa – 28 comprimidos de 0,5 mg – 14 mg por caixa
Quantidade mínima de caixas necessária: 5
Valor da compra de 5 caixas: $5 \cdot \text{R\$ } 15,00 = \text{R\$ } 75,00$
 - **Farmácia III**
1 caixa – 42 comprimidos de 0,25 mg – 10,5 mg por caixa
Quantidade mínima de caixas necessária: 6
Valor da compra de 6 caixas: $6 \cdot \text{R\$ } 13,00 = \text{R\$ } 78,00$
- Portanto, o rapaz comprará o medicamento na farmácia II, pois é onde ele pagará o menor valor (R\$ 75,00) que atende às condições consideradas.
- d)(F) Possivelmente, o aluno relacionou as grandezas de modo equivocado, considerando que seriam necessários 60 comprimidos para um tratamento de 60 dias, sem analisar a dosagem do medicamento por caixa. Assim, concluiu que seria mais barato fazer a compra na farmácia III, já que 2 caixas seriam suficientes para se obter 60 comprimidos, pagando-se apenas $2 \cdot \text{R\$ } 13,00 = \text{R\$ } 26,00$.
- e)(F) Possivelmente, o aluno considerou que a compra deveria ser feita na farmácia III, pois é a que apresenta o menor preço por caixa. Então, observando que seriam necessárias 6 caixas para se obter o mínimo de 60 mg do medicamento, concluiu que o valor da compra seria $6 \cdot \text{R\$ } 13,00 = \text{R\$ } 78,00$.