

Exercícios de Matemática

Funções – Função Polinomial

1. (Ufpe) Seja $F(x)$ uma função real, na variável real x , definida por

$$F(x) = x + x^2/2 + x^3/2^2 + x^4/2^3 + \dots + x^{100}/2^{99}.$$

Analise as afirmações seguintes:

- () $F(0) = 0$
 () $F(1) = 2 - 1/2^{99}$
 () $F(1) = 2(1 - 1/2^{99})$
 () $F(-1) = 2/3(1/2^{100} - 1)$
 () $F(-1) = 4/3(1 - 1/2^{100})$

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES.

(Ufpe) Na(s) questão(ões) a seguir escreva nos parênteses a letra (V) se a afirmativa for verdadeira ou (F) se for falsa.

2. Considerando-se a função polinomial $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $p(x) = x^3 + x + 21$ podemos afirmar que:
- () A equação $p(x) = 0$ não tem solução inteira.
 () O gráfico da função $p(x)$ intercepta o eixo ox em um ponto de abscissa inteira.
 () A equação $p(x) = 0$ possui uma solução real.
 () O gráfico da função $p(x)$ intercepta o eixo ox num ponto de abscissa negativa.
 () A equação $p(x) - 21 = 0$ possui exatamente três soluções reais.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO

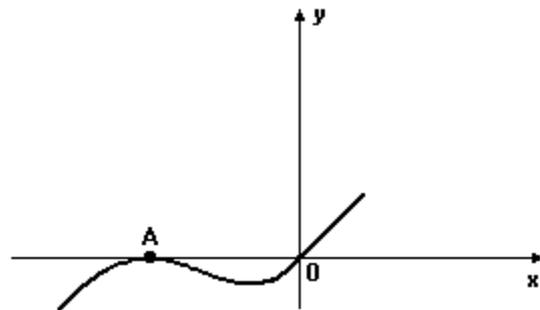
(Ufpe) Na(s) questão(ões) a seguir escreva nos parênteses (V) se for verdadeiro ou (F) se for falso.

3. Acerca da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x/(x^2+1)^3$, podemos afirmar que:

- () $f(x) = x(x-1)^{-3}(x+1)^{-3}$ para todo $x \in \mathbb{R}$;
 () $f(x) = 1/x^5 + 1/3x^3 + 1/3x + x$ para todo $x \in \mathbb{R}$;
 () $f(x) > 0$ quando $x > 0$;
 () $f(x) < 0.0000000000000001$ quando $x > 1000$;
 () $f(x) = f(-x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

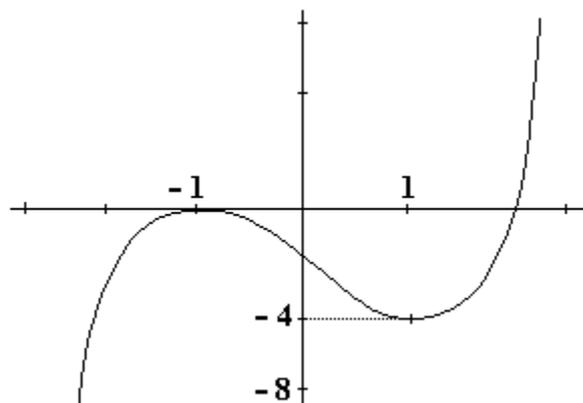
4. (Unesp) Determine todos os números reais a , $a \neq 0$, cujo inverso a^{-1} pode ser expresso pelo polinômio $-2 + a^2 + 2a^3$.

5. (Unesp) A figura a seguir mostra o gráfico da função polinomial $f(x) = ax^3 + x^2 + x$, ($a \neq 0$).



Seja $A = (p, 0)$ e a origem O os únicos pontos comuns ao gráfico e aos eixos coordenados, determine os valores de a e p .

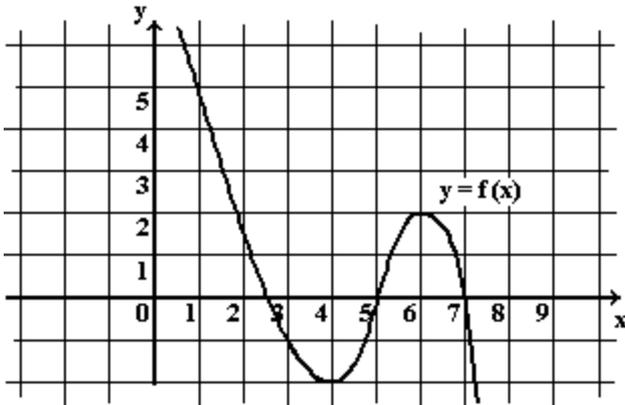
6. (Fuvest) A figura adiante mostra parte do gráfico de uma função polinomial $f(x)$ de grau 3. O conjunto de todos os valores reais de m para os quais a equação $f(x) = m$ tem três raízes reais distintas é:



- a) $-4 < m < 0$
 b) $m > 0$
 c) $m < 0$
 d) $-1 < m < 1$
 e) $m > -4$

7. (Unesp) Com elementos obtidos a partir do gráfico adiante, determine aproximadamente as raízes das equações

- a) $f(x) = 0$
 b) $f(x) - 2x = 0$



8. (Faap) Uma determinada cidade é atingida por uma moléstia epidêmica. Os setores de saúde calculam que o número de pessoas atingidas pela moléstia depois de um tempo t (medido em dias a partir do primeiro dia da epidemia) é, aproximadamente, dado por $f(t) = 64t - (t^3/3)$

Podemos, então, afirmar:

- a) o número de pessoas atingidas pela epidemia é de 43, depois de uma semana
- b) o número de pessoas atingidas pela epidemia no 5º dia é de 43
- c) o número de pessoas atingidas pela epidemia entre o 3º dia e o 4º dia é de 43
- d) o número de pessoas atingidas pela epidemia no 6º dia é 43
- e) impossível de se calcular o número de pessoas atingidas

9. (Uel) Sejam os polinômios $p = x^3 - kx^2 + 9x - 1$ e $q = x^2 + kx$. Se a soma das raízes do polinômio $p+q$ é igual a $3/2$, então o valor de k é

- a) $-21/2$
- b) $-15/2$
- c) $-5/2$
- d) $-1/2$
- e) $5/2$

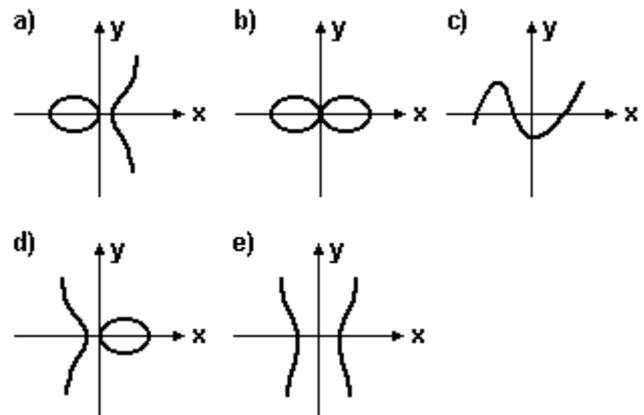
10. (Cesgranrio) O resto da divisão do polinômio $P(x) = x^3 - x + 1$ pelo polinômio $D(x) = x^2 + x + 1$ é igual a:

- a) 0
- b) $x + 2$
- c) $x - 2$
- d) $-x + 2$
- e) $-x - 2$

11. (Cesgranrio) Uma partícula se move sobre o eixo das abscissas, de modo que sua abscissa no instante t é $x = t^3$. Sua velocidade no instante $t = 2$ vale:

- a) 12
- b) 10
- c) 8
- d) 6
- e) 4

12. (Cesgranrio) Qual dos gráficos a seguir representa, em \mathbb{R}^2 , as soluções da equação $y^2 = x(x^2 - 1)$?



13. (Cesgranrio) O valor mínimo da função definida por $f(x) = x^4 - 4x$ é:

- a) -5
- b) -4
- c) -3
- d) 0
- e) 5

14. (Mackenzie) No intervalo $[-5, 5]$, os valores inteiros pertencentes ao domínio da função real definida por $f(x) = 6/\sqrt{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}$, são em número de:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

15. (Uece) Se o polinômio $P(x) = mx^4 + qx^3 + 1$ é divisível por $(x - 1)^2$, então $P(2)$ é igual a:

- a) 13
- b) 15
- c) 17
- d) 19

16. (Mackenzie) Analisando graficamente as funções (I), (II), (III) e (IV) a seguir.

I) $f(x) = x + (2|x|)/x$ de \mathbb{R}^* em \mathbb{R}

II) $g(x) = 3x - x^3$ de $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ em $[-2, 2]$

Obs.: $g(-1)$ é mínimo

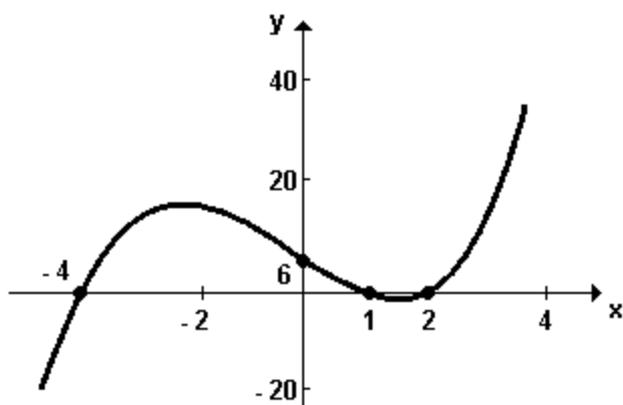
III) $h(x) = (1/3)^x$ de \mathbb{R} em \mathbb{R}^*_+

IV) $t(x) = 3$, de \mathbb{R} em $\{3\}$

O valor de $2h(0) + g(k)$, com $g(k)$ máximo é:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

17. (Unb) A curva abaixo representa o gráfico de uma função polinomial do terceiro grau $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.



A partir da análise desse gráfico, julgue os itens seguintes.

- (1) Os números -4, 1, 2 e 6 são raízes do polinômio.
- (2) Se $f(x)$ é menor que zero, então $1 < x < 2$.
- (3) A equação $f(x) = 6$ possui exatamente três raízes.
- (4) Os elementos da imagem do intervalo $(-4, 0]$ são positivos.
- (5) Admitindo-se $f(x) = k(x - a)(x - b)(x - c)$, em que a, b, c e k são constantes reais, então $k=3/4$.

18. (Puc-rio) Seja o polinômio

$$f(x) = x^8 + ax^6 + 5x^4 + 1,$$

onde a é um número real.

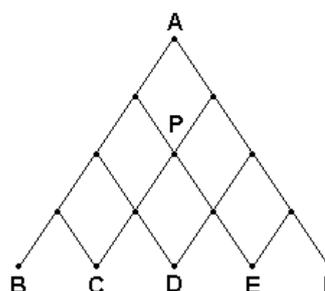
Então:

- a) se r for uma raiz de $f(x)$, $-r$ também o será.
- b) $f(x)$ tem necessariamente, pelo menos, uma raiz real.
- c) $f(x)$ tem necessariamente todas as suas raízes complexas e não reais.
- d) se r for uma raiz de $f(x)$, $1/r$ também o será.
- e) $f(x)$ tem pelo menos uma raiz dupla.

19. (Mackenzie) A reta $y-3=0$ e o gráfico da função real definida por $f(x)=(x^3+x^2-4x-4)/(x^2+3x+2)$ definem com os eixos uma região de área:

- a) 6,0
- b) 8,0
- c) 8,5
- d) 10,5
- e) 12,0

20. (Unioeste) 512 pessoas partem de um ponto A e dirigem-se a pontos B, C, D, E e F dispostos como na figura abaixo. Em cada "nó" da malha há duas opções de caminho a seguir e metade de cada grupo que ali chega segue por um, enquanto a outra metade segue pelo outro. É correto afirmar que:



01. O número de pessoas que chegam a D é igual a 256.

02. A diferença entre o número de pessoas que chegam a C e o número de pessoas que chegam a B é igual a 96.

04. O número de pessoas que passam por P é igual ao dobro do número de pessoas que chegam a C.
08. A probabilidade de uma pessoa terminar o trajeto em C é igual a 20%.
16. O número de pessoas que chegam a B, C, D, E e F são respectivamente proporcionais aos coeficientes dos termos do desenvolvimento de $(x+1)^4$.

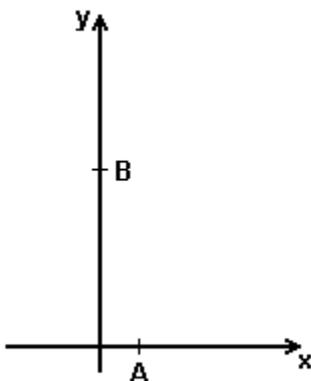
21. (Ufsm) Considere a função $f(x)=2x^3$. Se $g(x)=[f(x+h)-f(x-h)]/h$, onde h é um número não-nulo, então a expressão de $g(x)$ é

- a) $6x^2 + 4h^2$.
- b) $2(x + h)^3$.
- c) $12x^2 + 4h^2$.
- d) $12x^2$.
- e) $12x^3/h$.

22. (Ufsm) No polinômio $p(x)=x^{n+1}+x^n+x^{n-1}+\dots+x^2+x+1$, n é par e maior do que 2. Assim, o valor da expressão $2p(-1)+p(1)-1$ é

- a) n
- b) n + 1
- c) n + 2
- d) 2n - 1
- e) 0

23. (Ufmg) Observe esta figura:



Nessa figura, estão representados o ponto A, cuja abscissa é 1, e o ponto B, cuja ordenada é 5. Esses dois pontos pertencem ao gráfico da função

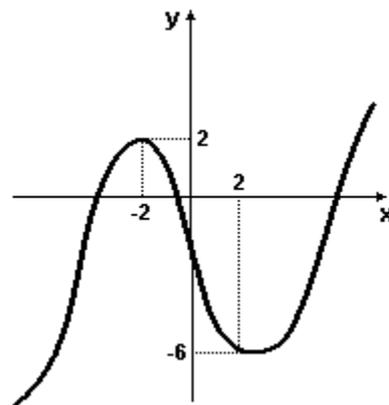
$$f(x) = (x + 1) \cdot (x^3 + ax + b),$$

em que a e b são números reais.

Assim sendo, o valor de $f(4)$ é

- a) 65
- b) 115
- c) 170
- d) 225

24. (Ufrj) A figura adiante representa o gráfico de uma certa função polinomial $f:R \rightarrow R$, que é decrescente em $[-2, 2]$ e crescente em $]-\infty, -2]$ e em $[2, +\infty[$.



Determine todos os números reais c para os quais a equação $f(x)=c$ admite uma única solução. Justifique.

25. (Fatec) Seja $f:IR-\{0\} \rightarrow IR$, definida por $f(x)=1-x^{-1}-2x^{-2}$, e S o conjunto de todas as raízes reais da função $f(1/x)$.

Esse conjunto S está contido no intervalo

- a) $[-1, 1[$
- b) $]-1, 2]$
- c) $]-2, 0[$
- d) $]-\infty, -2]$
- e) $]0, +\infty[$

26. (Fatec) Sejam os números reais a, b e c, com $a < b < c$, as raízes da equação $3x^3 + x^2 - 2x = 0$.

É verdade que

- a) $c - a = 5/3$
- b) $c - b = -2/3$
- c) $b - a = -1$
- d) $a + b = -1/3$
- e) $b + c = -1$

27. (Unesp) É dado o polinômio cúbico $P(x) = x^3 + x^2 - 2x$, com $x \in \mathbb{R}$.

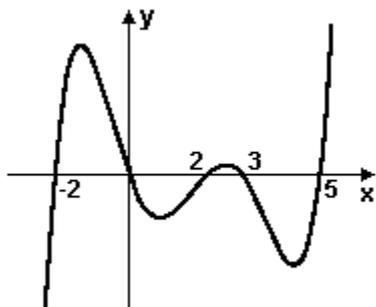
- Calcule todas as raízes de $P(x)$.
- Esboce, qualitativamente, o seu gráfico no plano $(x, P(x))$, fazendo-o passar por suas raízes.

28. (Ufmg) O gráfico da função $p(x) = x^3 + (a + 3)x^2 - 5x + b$ contém os pontos $(-1, 0)$ e $(2, 0)$.

Assim sendo, o valor de $p(0)$ é

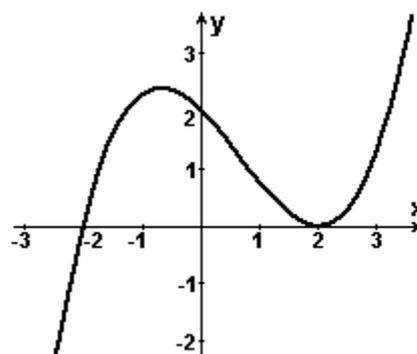
- 1.
- 6.
- 1.
- 6.

29. (Unifesp) Se a figura representa o gráfico de um polinômio real, $p(x)$, podemos afirmar:



- $p(x)$ tem uma raiz a , tal que $3 < a < 5$.
- $p(x)$ é divisível por $x - 1$.
- $p(x)$ tem apenas 4 raízes reais.
- $p(x)$ não tem raiz real.
- o grau de $p(x)$ é maior ou igual a 5.

30. (Ufrs) Na figura abaixo está representado o gráfico de um polinômio de grau 3.



A soma dos coeficientes desse polinômio é

- 0,5.
- 0,75.
- 1.
- 1,25.
- 1,5.

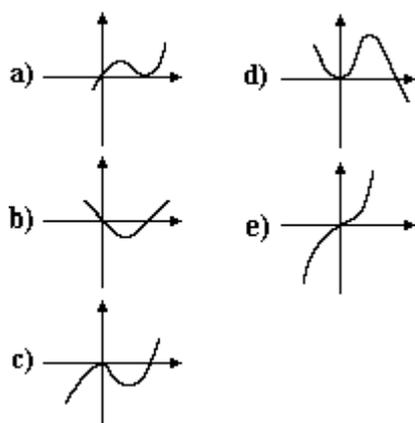
31. (Ufsm) Motoristas de uma determinada cidade que, durante 5 anos, não cometeram infração de trânsito serão agraciados com um "mimo" que deverá ser embalado numa caixa, sem tampa, na forma de um paralelepípedo regular, construída a partir de uma folha retangular de cartolina de 30 cm de largura e 50 cm de comprimento. Para isso, será removido dos cantos da folha um quadrado de lado x cm, e a folha será dobrada.

O volume, em cm^3 , dessa caixa é dado pela função polinomial $V(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, cuja soma S das raízes é $\underline{\hspace{2cm}}$.

Complete com a alternativa que preenche corretamente as lacunas.

- $4(x^3 - 40x^2 + 375x)$; 40
- $4(x^3 + 40x^2 - 375x)$; 80
- $4(x^3 - 80x^2 + 375x)$; 40
- $4(x^3 + 80x^2 - 375x)$; 60
- $4(x^3 + 80x^2 + 375x)$; 60

32. (Cesgranrio) O gráfico do polinômio $P(x) = x^3 - x^2$ é:



33. (Uem) Sobre funções polinomiais e polinômios com coeficientes reais, assinale o que for correto.

01) Se $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ são raízes do polinômio $p(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$, então $p(x) = a_n(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \dots (x - \alpha_n)$.

02) Dividindo-se $p(x) = x^5 - 5x^2 + 7x - 9$ por $q(x) = (x - 1)$, obtém-se um resto igual a 3.

04) Todo polinômio de grau ímpar tem, pelo menos, uma raiz real negativa.

08) Se a área de um retângulo é dada em função do comprimento x de um de seus lados por $A(x) = 100x - 2x^2$, x em metros, então o valor de x , para que o retângulo tenha área máxima, é 25.

16) Se o grau do polinômio $p(x)$ é m e o grau do polinômio $q(x)$ é n , então o grau de $p(x) \cdot q(x)$ é $m + n$ e o grau de $p(x) + q(x) \leq m + n$.

32) Os pontos x onde os gráficos das funções polinomiais p e q se interceptam são precisamente as raízes de $p(x) - q(x)$.

64) Todo polinômio de grau n tem n raízes reais.

GABARITO

1. V V F F F

2. V F V V F

3. F F V V F

4. $a = -1/2$ ou $a = 1$

5. $a = 1/4$

$p = -2$

6. [A]

7. a) $V = \{ 5/2, 5, 7 \}$

b) $V = \{ 3/2 \}$

8. [B]

9. [E]

10. [D]

11. [A]

12. [A]

13. [C]

14. [E]

15. [C]

16. [E]

17. F F V V V

18. [A]

19. [D]

20. F V V F V

21. [C]

22. [B]

23. [D]

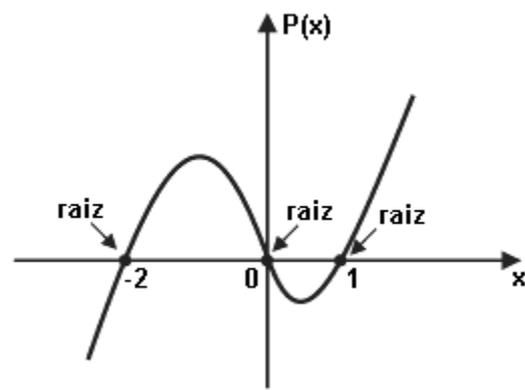
24. Para que a equação $f(x)=c$ tenha uma única solução, a reta $y=c$ deve interceptar o gráfico de f em um único ponto. Para que isso ocorra, esta reta deve passar acima do ponto $(-2,2)$ ou abaixo do ponto $(2, -6)$. Isto é, devemos ter $c>2$ ou $c<-6$.

25. [A]

26. [A]

27. a) $-2, 0$ e 1 .

b) Observe o gráfico abaixo:



28. [B]

29. [E]

30. [B]

31. [A]

32. [C]

33. itens corretos: 01, 08, 16 e 32

itens incorretos: 02, 04 e 64