ITA FÍSICA 2002 DISCURSIVA

21. Estamos habituados a tomar sucos e refrigerantes usando canudinhos de plástico. Neste processo estão envolvidos alguns conceitos físicos importantes. Utilize seus conhecimentos de física para estimar o máximo comprimento que um canudinho pode ter e ainda permitir que a água chegue até a boca de uma pessoa. Considere que o canudinho deve ser sugado sempre na posição vertical. Justifique suas hipóteses e assuma, quando julgar necessário, valores para as grandezas físicas envolvidas. Dado: 1 atm $=1{,}013.10^5$ N/m^2

Justificativa: A pressão do refrigerante no tubo deve ser igual à pressão externa. Supondo a densidade do suco (ou refrigerante) igual a 1x103 kg/m3, teremos: 1,013.105 = h.1.103.10 (p = hdg) ➔ h = 1,013.10 = 10,13 m. Portanto, o comprimento máximo do tubo deve ser aproximadamente 10 m. Resposta: 10 m.

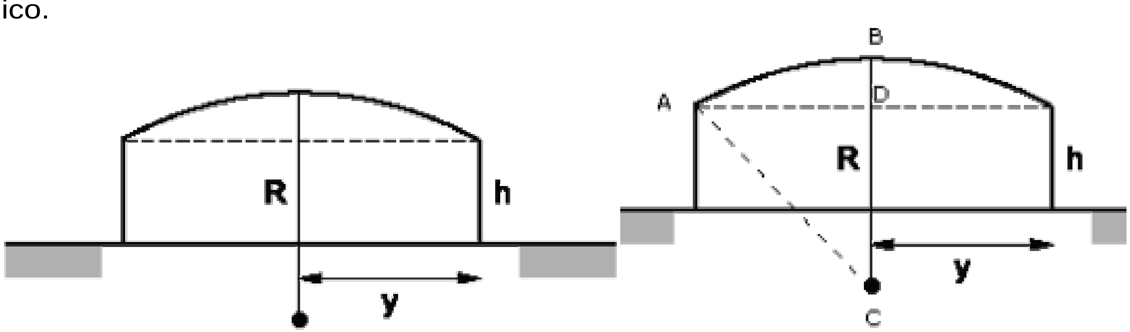
---

22. Mediante chave seletora, um chuveiro elétrico tem a sua resistência graduada para dissipar 4,0kW no inverno, 3,0kW no outono, 2,0kW na primavera e 1,0kW no verão. Numa manhã de inverno, com temperatura ambiente de 10 ºC, foram usados 10,0 L de água desse chuveiro para preencher os 16% do volume faltante do aquário de peixes ornamentais, de modo a elevar sua temperatura de 23 °C para 28 ºC. Sabe-se que 20% da energia é perdida no aquecimento do ar, a densidade da água é $\rho = 1{,}0\ g/cm^3$ e calor específico da água é 4,18J/gK. Considerando que a água do chuveiro foi colhida em 10 minutos, em que posição se encontrava a chave seletora? Justifique.

Solução: se 10 litros de água correspondem 16% do volume do aquário, então o aquário teria 84%.
Portanto, o volume inicial de água no aquário era: V = 10.84/16 = 52,5 litros.
De acordo com a densidade da água, 10 litros correspondem a 10000 g de água e 52,5 litros a 52500 g.
Para que a água do aquário atingisse a temperatura de 28º C, estando inicialmente a 23º, a temperatura da água vinda do chuveiro deveria ser: $52500.c.(28 - 23) + 10000.c(28 - \theta) = 0$ de acordo com o princípio da troca de calor.
Assim, $52500.5 + 280000 - 10000\theta = 0$ ➔ $\theta = 54{,}25$ ºC.
A água originada do chuveiro elétrico, tinha sua temperatura inicial a 10º (temperatura ambiente).
Desta forma, a energia fornecida pelo chuveiro à água foi de Q = 10000.4,18.(54,25 − 10) = 1849650 J. Como 20% da energia fornecida pelo chuveiro é usada no aquecimento do ar, 1849650 J corresponde a 80% da energia total fornecida pelo chuveiro. Portanto, o chuveiro forneceu 1849650/0,8 = 2312062,5 J. Como essa energia foi fornecida em 10 min = 10.60 = 600 s. A potência do chuveiro é de 2312062,5/600 = 3853,4 W = 3,8 kW que corresponde à posição referente ao inverno.
Resposta: a chave seletora deve estar na posição inverno.

---

23. Um ginásio de esportes foi projetado na forma de uma cúpula com raio de curvatura R = 39,0m, apoiada sobre uma parede lateral cilíndrica de raio y =25,0 m e altura h =10,0 m, como mostrado na figura. A cúpula comporta-se como um espelho esférico de distância focal f = R/2 , refletindo ondas sonoras, sendo seu topo o vértice do espelho. Determine a posição do foco relativa ao piso do ginásio. Discuta, em termos físicos as conseqüências práticas deste projeto arquitetônico.



Solução: do triângulo ADC, $DC^2 = AC^2 - AD^2$ ➔ $DC^2 = 39^2 - 25^2 = 896$ ➔ DC = 29,9 m.
O foco está a 39/2 = 19,5 m acima de C ou 29,9 − 19,5 = 10,4 m abaixo de D.
Como a distância h = 10 m, a distância do foco é 10,4 − 10 = 0,4 metros abaixo do piso do ginásio.
Como CD = 29,9 e BD = 39 m, distância BD = 39 − 29,9 = 9,1.
Por serem as distâncias muito maiores que 0,4 m, o foco pode ser considerado como estando sobre o solo.
A distância do foco às paredes laterais e alguns pontos do tetos é maior que 17 m. Assim, teremos a formação de eco para sons produzidos no foco.
Sons produzidos no foco que atingirem a cúpula serão refletidos paralelamente ao eixo BC

---

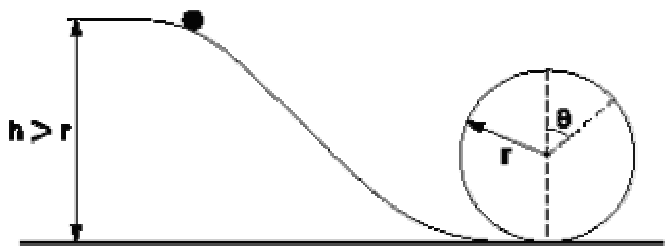
24. Billy sonha que embarcou em uma nave espacial para viajar até o distante planeta Gama, situado a 10,0 anos-luz da Terra. Metade do percurso é percorrida com aceleração de 15 m/s^2 , e o restante com desaceleração de mesma magnitude. Desprezando a atração gravitacional e efeitos relativistas, estime o tempo total em meses de ida e volta

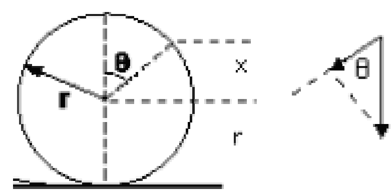
da viagem do sonho de Billy. Justifique detalhadamente.

Solução: o tempo gasto na metade do percurso de ida é igual ao tempo gasto na outra metade.
10 anos=luz em m: 10 anos.luz = $10.(365{,}25.24.60.60).3.10^8$ m = $9{,}5 . 10^{15}$ m.
O tempo gasto para percorrer 1/2 do trajeto é obtido por $d = (1/2)a.t^2$ ➔ $10.(9{,}5.10^{15})/2 = 15t^2/2$ ➔ $9{,}5.10^{16} = 15t^2$ ➔ $t = (9{,}5.10^{16}/15)^{1/2} = 8. 10^7$. Portanto, o tempo de ida e volta será $4.8.10^7$ s = 32.107 s = 32.107 : (60.60.24.30) = $32.10^7 : 2{,}6 . 10^6$ = 123 meses.
Resposta: aproximadamente 120 meses ou 10 anos.

---

25. Uma massa é liberada a partir do repouso de uma altura *h* acima do nível do solo e desliza sem atrito em uma pista que termina em um "loop" de raio r, conforme indicado na figura. Determine o ângulo θ relativo à vertical e ao ponto em que a massa perde o contato com a pista. Expresse sua resposta como função da altura h, do raio *r* e da aceleração da gravidade g.

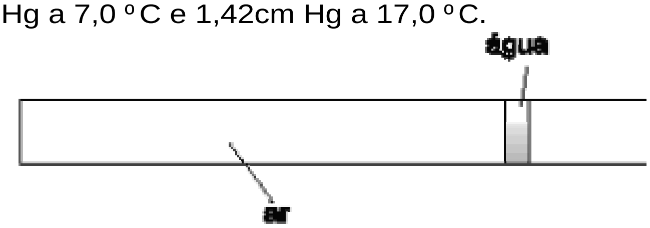




Solução: No momento em que a massa perde o contato com a pista, a reação normal da pista circular sobre o corpo é nula. Assim, a única força atuante é o peso. A componente radial do peso é F = P.cos θ = = mg.cos θ. Esta é a força centrípeta.
Assim temos: $mv^2/r = mg.\cos\theta$ ➔ $v^2 = g.r.\cos\theta$, onde v é a velocidade no ponto onde a massa perde o contato com a pista.
Aplicando o princípio da conservação de energia teremos
$mgh = mv^2/2 + mg(x + r)$.
Como $x = r.\cos\theta$, temos: $2gh = (g.r.\cos\theta) + 2g.(r.\cos\theta + r) \Leftrightarrow \Leftrightarrow 2gh = g.r.\cos\theta + 2g.r.\cos\theta + 2g.r \Leftrightarrow 3g.r.\cos\theta = 2gh - 2g.r \Leftrightarrow 3r.\cos\theta = 2.(h - r) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \cos\theta = (2/3).(h - r)/r$ ➔ $\cos\theta = 2.(h - r)/3r$ ➔ $\theta = \text{arc. cos}\,[2.(h - r)/3r]$.
Resposta: $\theta = \text{arc. cos}\,[2.(h - r)/3r]$.

---

26. Um tubo capilar fechado em uma extremidade contém uma quantidade de ar aprisionada por um pequeno volume de água. A 7,0 ºC e à pressão atmosférica (76,0 cmHg) o comprimento do trecho com ar aprisionado é de 15,0cm. Determine o comprimento do trecho com ar aprisionado a 17,0 ºC. Se necessário, empregue os seguintes valores da pressão de vapor da água: 0,75cmHg a 7,0 ºC e 1,42cm Hg a 17,0 ºC.

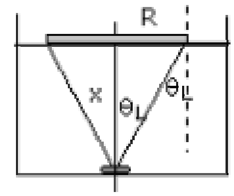


Solução: a soma da pressão do gás com a pressão do vapor d'água equilibra-se com a pressão externa que é 76 cm Hg.
Inicialmente, a 7º = 7 + 273 = 280 K, a pressão do gás é 76 − 0,75 = 75,25 mmHg. O volume ocupado pelo gás é V1 = A.L = A.15 (área da seção transversal vezes o comprimento).
À 17 ºC = 17 + 273 = 290 K, a pressão do gás é 76 − 1,42 = 74,58 mmHg. Nesta situação o volume é V2 = A.L'.
Aplicando a equação geral dos gases perfeitos: PV/T = P'V'/T', teremos:
75,25.A.15/280 = 74,58.A.L/290 ➔ L = 75,25.15.290/74,58.280 = 15,7 cm.
Resposta: o comprimento do trecho com ar aprisionado é 15,7 cm.

---

27. Uma pequena pedra repousa no fundo de um tanque de *x* m de profundidade. Determine o menor raio de uma cobertura circular, plana, paralela à superfície da água que, flutuando sobre a superfície da água diretamente acima da pedra, impeça completamente a visão desta por um observador ao lado do tanque, cuja vista se encontra no nível da água. Justifique. Dado: índice de refração da água $n_w = 4/3$.

Solução: Para que a luz não atravesse a superfície devemos o ângulo de incidência deve ser maior ou igual ao ângulo limite de refração (θ_L). Temos que sen θ_L = 1/n = 1/(4/3) = 3/4 ➔ cos θ_L = $[1 - (3/4)^2)^{1/2}$ = $(7/16)^{1/2}$ = √7/4 ➔ tg θ_L = (3/4)/(√7/4) = 3/√7 ➔ tg $\theta \geq$ 3/√7
Da figura: tg θ = R/x $\geq$ 3/√7 ➔ R $\geq$ 3x/√7. Resposta: R $\geq$ 3x/√7.



28. Colaborando com a campanha de economia de energia, um grupo de escoteiros construiu um fogão solar, consistindo de um espelho de alumínio curvado que foca a energia térmica incidente sobre uma placa coletora. O espelho tem um diâmetro efetivo de 1,00m e 70% da radiação solar incidente é aproveitada para de fato aquecer uma certa quantidade de água. Sabemos ainda que o fogão solar demora 18,4 minutos para aquecer 1,00 L de água desde a temperatura de 20 ºC até 100 ºC, e que $4{,}186.10^3$ J é a energia necessária para elevar a temperatura de 1,00 L de água de 1,000 K. Com base nos dados, estime a intensidade irradiada pelo Sol na superfície da Terra, em W/m^2 . Justifique.
Solução: a energia necessária para aquecer a água é Q = m.c.$\theta\Delta$ = $1.4{,}186.10^3.(100 - 20)$ =
= $3{,}39 \times 10^5$ J. (obs. A variação de 1,000 K equivale à variação de 1,000 ºC).
Esta é a energia aproveitada, o que corresponde a 70% da energia total recebida pelo espelho.
Portanto, o espelho recebeu 3,39.105/0,7 = $4{,}84 \times 10^5$ J.
Como a energia por unidade de área deve ser considerada como perpendicular à superfícies, o espelho pode ser considerado com circular de raio igual a 1 m, sendo então sua área igual a
$\pi R^2 = \pi.(1/2)2 = \pi/4$ = 3,14/4 = 0,785 m2.
Assim, a energia por unidade de área é 4,84 x 105/0,785= 6,17 x 105 J/m2.
Como essa energia foi usada durante 1,84 minutos, a intensidade é 6,17.105/18,4.60 = 560 W/m^2.
Resposta: 560 W/m^2.

29. Você dispõe de um dispositivo de resistência *R* =5 r; e de 32 baterias idênticas, cada qual com resistência *r* e força eletromotriz V. Como seriam associadas as baterias, de modo a obter a máxima corrente que atravesse R? Justifique.
Solução: No caso devemos ter o máximo de tensão e o mínimo de resistência interna.
Sejam então y conjuntos em série contendo cada um x baterias em paralelo. Desta forma: y = 32/x.
A tensão total será y.V = 32V/x e a resistência será r/x para cada conjunto paralelo e y.(r/x) = $32r/x^2$.
Nestas condições teremos uma corrente i, tal que $i.(R + 32r/x^2) = 32V/x$, ao aplicar Σ V = Σ Ri.
Transformando a expressão da corrente temos: $i = (32V/x)/(R + 32r/x^2)$ =
= $(32V/x)/[(Rx^2 + 32r)/x^2] = (32V/x).[x^2/(Rx^2 + 32r)] = (32Vx)/(Rx^2 + 32r)$
Derivando em relação a x, temos: $di/dx = [32V.(Rx^2 + 32r) - 32Vx.(2Rx)]/(Rx^2 + 32r)^2$.
O máximo (ou mínimo) valor de i, ocorre quando a derivada for igual a zero.
Assim, $32V.(Rx^2 + 32r) - 32Vx.(2Rx) = 0$ ➔ $(Rx^2 + 32r) - x.(2Rx) = 0$ ➔ Rx2 + 32r − 2Rx2 = 0 ➔
➔ $-Rx^2 + 32r = 0$ ➔ x^2 = 32r/R = 32r/5r = 6,4 ➔ x = 2,53.
Como x deve ser um número inteiro, x deve ser igual a 2 ou a 3.
Calculando i para estes valores, usando a expressão já deduzida, $i = (32Vx)/(Rx^2 + 32r)$ teremos:
(1) para x = 2, $i = (32V/2)/(5r2^2 + 32r)$ = (16V)/(52r) = 0,31.V/r
(2) para x = 3, $i = (32V/3)/(5r.3^2 + 32r)$ = (32V/3)/(77r) = (32/231).V/r = 0,14.V/r.
Portanto, i é maior para x = 2.
Assim, devemos montar as 32 baterias em 16 conjuntos em série, tendo cada um 2 resistores.
Resposta: 16 conjuntos em série, tendo cada um 2 resistores

30. Um átomo de hidrogênio tem níveis de energia discretos dados pela equação Em = $-13{,}6/n^2$ eV, em que {n $\in$ Z | n $\geq$ 1}. Sabendo que um fóton de energia 10,19 eV excitou o átomo do estado fundamental (n =1) até o estado p, qual deve ser o valor de p? Justifique.
Solução: ao receber o fóton, o elétron passou do estado fundamental n = 1, para o estado onde
n = p.
Temos então: 10,19 = -13,6/p2 − (-13,6/1) ➔ 13,6/p2 = 13,6 − 10,19 ➔ 13,6/p2 = 3,41 ➔
➔ P^2 = 13,6/3,41 ➔ p^2 = 4 ➔ p = 2. Resposta: p = 2.