Resolução – Treinamento ENEM
S15.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 01 ==

Primeiro vamos descobrir os valores de a, b e c a partir da definição de log ($\log_z(z)=1$) e os respectivos pontos de f(x), g(x) e h(x) que possuem ordenada (eixo y) igual a 1, como vemos no gráfico. Com isso obtemos:

$$\begin{cases} f(2)=1 \rightarrow \log_a(2)=1 \rightarrow a=2 \\ g(3)=1 \rightarrow \log_b(3)=1 \rightarrow b=3 \\ h(5)=1 \rightarrow \log_c(5)=1 \rightarrow c=5 \end{cases}$$

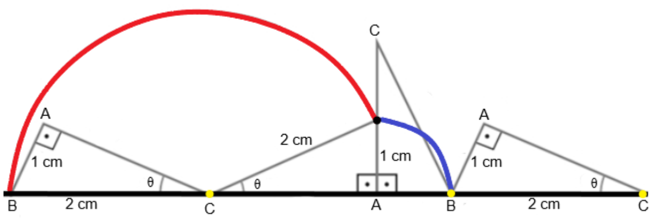
Assim, como a = 2, b = 3 e c = 5 podemos calcular $\log_{10}(abc)$ que vale:

$$\begin{aligned}
&\log_{10}(abc)=\log_{10}(2\cdot3\cdot5)\\
&\log_{10}(2\cdot3\cdot5)=\log_{10}(10\cdot3)\\
&\log_{10}(10\cdot3)=\log_{10}(10)+\log_{10}(3)\\
&\log_{10}(10)+\log_{10}(3)=1+\log_{10}(3)\\
&\therefore\\
&\log_{10}(abc)=1+\log_{10}(3)
\end{aligned}$$

Resposta: Letra D.

Item 02 ==

Primeiro vamos identificar como ficaria a rotação do triângulo ABC no sentido horário até o lado BC apoiar-se novamente no chão, e ainda qual é o trajeto percorrido pelo B que na imagem está em destaque em vermelho e azul.



Em seguida, como vemos na imagem o primeiro trajeto do ponto B, em vermelho, é um arco de circunferência de raio 2 cm. Assim, para calcularmos quanto vale esse arco precisamos achar quanto vale o ângulo θ, que é:

$$sen\theta=\frac{cat.oposto}{hipotenusa}\rightarrow sen\theta=\frac{AB}{BC}\rightarrow sen\theta=\frac{1}{2}\rightarrow\theta=30^o$$

Agora, como θ vale 30º temos que o arco em vermelho na figura vale 150º. Calculando o comprimento desse arco com raio 2 cm e ângulo 150º, obtemos:

$$\begin{aligned}
&comp.arco\,150^o=\frac{angulo\,do\,arco}{360^o}\cdot2\cdot\pi\cdot r\\
&comp.arco\,150^o=\frac{150}{360}\cdot2\cdot\pi\cdot2\\
&comp.arco\,150^o=\frac{3\cdot5}{3\cdot3\cdot4}\cdot4\cdot\pi\\
&comp.arco\,150^o=\frac{5}{3}\cdot\pi
\end{aligned}$$

Depois, vamos calcular o comprimento do arco em azul na imagem e que possui raio 1 cm e ângulo de 90º, obtendo:

$$\begin{aligned}
&comp.arco\,90^o=\frac{angulo\,do\,arco}{360^o}\cdot2\cdot\pi\cdot r\\
&comp.arco\,90^o=\frac{90}{360}\cdot2\cdot\pi\cdot1\\
&comp.arco\,90^o=\frac{9}{9\cdot2\cdot2}\cdot2\cdot\pi\\
&comp.arco\,90^o=\frac{\pi}{2}
\end{aligned}$$

Por fim, ao fazermos esse passo, percebemos que o lado BC voltou a está apoiado no chão. Dessa forma, temos que o comprimento da trajetória do ponto B foi:

$$\begin{aligned}
&comp.trajetória\,ponto\,B=comp.arco\,150^o+comp.arco\,90^o\\
&comp.trajetória\,ponto\,B=\frac{5\cdot\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\\
&comp.trajetória\,ponto\,B=\frac{10\cdot\pi+3\cdot\pi}{6}\\
&comp.trajetória\,ponto\,B=\frac{13\cdot\pi}{6}
\end{aligned}$$

Resposta: Letra C.

Item 03 ==

Para descobrir o pH a gente só precisa substituir a concentração pelo C na fórmula:

$$\begin{aligned}
&pH=-\log(C)\\
&pH=-\log\left(2\cdot10^{-7}\right)\\
&pH=-\left(\log2+\log10^{-7}\right)\\
&pH=-(\log2-7\cdot\log10)
\end{aligned}$$

A questão pediu para considerar log 2 = 0,3 e a gente sabe que log 10 = 1:

$$\begin{aligned}
&pH=-(\log2-7\cdot\log10)\\
&pH=-(0{,}3-7)\\
&pH=-(-6{,}7)\\
&pH=6{,}7
\end{aligned}$$

E ficamos com a **LETRA C**.

Resolução – Treinamento ENEM
S15.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 04 ===

Analisando a função no período de 1 ano, e ainda que para que a moeda X não seja "menos valiosa" do que a moeda Y, temos que f(t) tem que ser menor do que 1. Para que f(t) seja igual a 1 temos que $\cos\left(\pi\frac{(t-3)}{12}\right)=-\frac{1}{2}$. Resolvendo essa igualdade temos que o valor de t é:

$$\cos\left(\pi\frac{(t-3)}{12}\right)=-\frac{1}{2}$$
$$\cos\left(\pi\frac{(t-3)}{12}\right)=\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$
$$\pi\frac{(t-3)}{12}=\frac{2\pi}{3}$$
$$3\cdot(t-3)=12\cdot 2$$
$$3t-9=24\rightarrow 3t=33$$
$$t=11$$

ou

$$\cos\left(\pi\frac{(t-3)}{12}\right)=-\frac{1}{2}$$
$$\cos\left(\pi\frac{(t-3)}{12}\right)=\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$
$$\pi\frac{(t-3)}{12}=\frac{4\pi}{3}$$
$$3\cdot(t-3)=12\cdot 4$$
$$3t-9=48\rightarrow 3t=57$$
$$t=19$$

Com isso, ao analisarmos o comportamento da função temos que no intervalo de $11<t<19$ a moeda X não é "menos valiosa" do que a moeda Y. Como o período analisado é de 1 ano, ou seja, 12 meses concluímos que apenas durante 1 mês a moeda X é "menos valiosa" do que a moeda Y

Resposta: Letra E.

Item 05 ===

Primeiro vamos achar quanto vale d que é:

$$d=\frac{\text{m}\acute{a}ximo+m\acute{\imath}nimo}{2}$$
$$d=\frac{120+20}{2}\rightarrow d=\frac{140}{2}$$
$$d=70$$

Agora vamos saber quanto vale a, como d = 70 e o máximo da função é 120 ou mínimo é 20, concluímos que a (parte variável da função) vale 50.

Agora vamos calcular o c da função a partir do período que ao observarmos o gráfico é de 12 meses. Assim, c vale:

$$Per\acute{\imath}odo=\frac{2\pi}{c}\rightarrow 12=\frac{2\pi}{c}$$
$$c=\frac{2\pi}{12}\rightarrow c=\frac{\pi}{6}$$

Por fim vamos descobrir quanto vale b substituindo qualquer valor conhecido na função, como Q(2) e Q(8), obtendo:

$$Q(2)=50\cdot sen\left(b+\frac{\pi}{6}t\right)+70=120$$
$$120-70=50\cdot sen\left(b+\frac{2\pi}{6}\right)$$
$$\frac{50}{50}=sen\left(b+\frac{2\pi}{6}\right)\rightarrow 1=sen\left(b+\frac{2\pi}{6}\right)$$
$$sen\left(\frac{\pi}{2}\right)=sen\left(b+\frac{2\pi}{6}\right)\rightarrow\frac{\pi}{2}=b+\frac{2\pi}{6}$$
$$b=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\rightarrow b=\frac{3\pi-2\pi}{6}$$
$$b=\frac{\pi}{6}$$

Finalizando o exercício, temos que Q(0) é:

$$Q(0)=50\cdot sen\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}t\right)+70$$
$$Q(0)=50\cdot sen\left(\frac{\pi}{6}\right)+70$$
$$Q(0)=50\cdot\frac{1}{2}+70\rightarrow Q(0)=25+70$$
$$Q(0)=95$$

Resposta: Letra C.

Item 06 ===

Para resolvermos a questão vamos substituir os valores dados no enunciado na lei de resfriamento, obtendo que t vale;

$$T=(T_n-T_s)\left(\sqrt[6]{2}\right)^{-t}+T_s$$
$$31=(37-25)\cdot\left(\sqrt[6]{2}\right)^{-t}+25$$
$$31-25=12\cdot\left(\sqrt[6]{2}\right)^{-t}\rightarrow 6=12\cdot\left(\sqrt[6]{2}\right)^{-t}$$
$$\frac{6}{12}=\left(\sqrt[6]{2}\right)^{-t}\rightarrow\frac{1}{2}=\left(\sqrt[6]{2}\right)^{-t}$$
$$2^{-1}=\left(2^{\frac{1}{6}}\right)^{-t}\rightarrow 2^{-1}=2^{-\frac{t}{6}}$$
$$-1=-\frac{t}{6}\rightarrow t=6\,\text{horas}$$

Como t vale 6 horas e o corpo foi analisado pelo investigador às 5 horas da manhã do dia 28, concluímos que a hora da morte foi 6 horas antes, ou seja, 11 horas da noite do dia 27.

Resposta: Letra A.

Resolução – Treinamento ENEM
S15.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 07 ==

Vamos pegar essa fórmula de novos infectados por dia:

$$C_n = C_0 \cdot q^n$$

E pular toda a parte de cima do enunciado.

i) Entendendo a questão e utilizando os dados do enunciado

Bom, a questão nos pede a razão q, mas além disso, nos fornece outras informações.

Algumas diretas, como o C_0.

E, outras menos diretas, como a unidade de medida do tempo e "C_8".

Temos então:

$$C_n = 15 \cdot q^n$$

Lembrando que n não é expresso em dias, mas, sim na unidade de medida de grupos de 4 dias.

Então, em 8 dias, n = 2.

E, também, que a Soma do total de infectados em 8 dias era 195.

No entanto, lembrem que essa fórmula corresponde à quantidade de novos infectados em um dia.

Sendo assim, C(8) não é o total de infecções em 8 dias, e, sim, quantas novas infecções houve no oitavo dia.

Então, para descobrirmos o total de infecções no 8º dia temos de fazer uma Soma Finita da P.G.

ii) Fazendo Soma Finita da P.G.

$$Soma_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$Soma_n = \frac{15 \cdot (q^3 - 1)}{q - 1}$$

$$195 \cdot (q - 1) = 15 \cdot q^3 - 15$$

$$195 \cdot q - 195 = 15 \cdot q^3 - 15$$

$$15 \cdot q^3 - 195 \cdot q + 195 - 15 = 0$$

$$15 \cdot q^3 - 195 \cdot q + 180 = 0$$

Viram que fica muito complicado né? O q fica q^3, porque é o número de termos.

Lembram que 8 dias dava 2 unidades? Então, como começamos com 1 termo, temos mais 2, que dão 3 termos da sequência.

Resolvendo essa equação do terceiro grau a gente chega no mesmo resultado (eu consegui fazer aqui por Briott-Ruffini e Inspeção).

Mas, como estou querendo mostrar que esse não é o caminho a ser seguido, vamos fazer pelo jeito mais fácil (na observação da questão eu coloco a forma de resolver usando conteúdo de polinômios).

iii) O que é para usar então, se não Soma Finita?

Vamos usar o Termo Geral.

Eu não falei ali em cima que seriam só 3 termos da Progressão?

O termo onde n = 0, n = 1 e n = 2.

Então, sabemos que para n=0, o resultado é 15.

Vamos calcular, então, para os que faltam:

- Para n = 1;

  $$C_1 = 15 \cdot q$$

- Para n = 2;

  $$C_2 = 15 \cdot q^2$$

Somando tudo isso obtemos nosso resultado de 195.

iv) Somando os termos

$$15 \cdot q^2 + 15 \cdot q + 15 = 195$$

$$15 \cdot q^2 + 15 \cdot q - 180 = 0$$

Dividindo dos 2 lados por 15:

$$q^2 + q - 12 = 0$$

v) Resolvendo a equação do Segundo Grau

Aplicando Relações de Girard ("soma e produto"):

$$q_1 + q_2 = -1$$

$$q_1 \cdot q_2 = -12$$

- $q_1 = -4$
- $q_2 = 3$

Uma razão negativa, aqui, não convém, então: q = 3.

Resposta: Letra B.

Resolução – Treinamento ENEM
S15.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Observação:

Resolvendo por aquela parada de Soma Finita, nós teríamos que resolver a seguinte equação do terceiro grau:

$$15 \cdot q^3 - 195 \cdot q + 180 = 0$$

Dividindo por 15 dos dois lados:

$$q^3 - 13 \cdot q + 12 = 0$$

Acho que está visível a <u>Inspeção</u>.

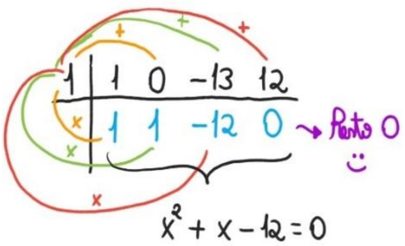
Como a soma dos coeficientes dá 0, podemos dizer que uma das raízes será q = +1.

Evidentemente, que essa raiz não nos convém na questão, pois, se q fosse igual a 1, não seria Progressão Geométrica nenhuma, pois os termos seriam constantes (multiplicados por 1).

Então, temos de fazer <u>Briott-Ruffini</u>, para chegarmos a uma equação do Segundo Grau a partir dessa. Temos então, reescrevendo a equação com todos seus coeficientes:

$$1 \cdot q^3 + 0 \cdot q^2 - 13 \cdot q^1 + 12 \cdot q^0 = 0$$

Então, aplicando Briott-Ruffini:



E, assim, encontramos a mesma equação do Segundo grau do passo iv.

$$q^2 + q - 12 = 0$$

Dessa forma, a Resolução seguiria normal para o passo v e terminaríamos a questão da mesma forma, encontrando q = 3.

Item 08 =======================================

O diâmetro dessa circunferência é dado pela diferença entre o ponto de máxima e o de mínima que são:

$$\begin{aligned} p(t)\,máx. &= 100 - 20 \cdot sen(t) & p(t)\min. &= 100 - 20 \cdot sen(t) \\ p(t)\,máx. &= 100 - 20 \cdot -1 & p(t)\min. &= 100 - 20 \cdot 1 \\ p(t)\,máx. &= 120 & p(t)\min. &= 80 \end{aligned}$$

Agora calculando a diferença entre esses pontos, obtemos que o diâmetro da roda é:

$$diâmetro = diferença = máximo - mínimo$$
$$diâmetro = 120 - 80 = 40$$

Resposta: Letra B.

Uma outra forma de calcularmos o diâmetro mais rapidamente é perceber que o diâmetro pode ser calculado como $2 \cdot |Amplitude|$, uma vez que isso consiste na diferença entre o mínimo e o máximo da função. Assim, o diâmetro da roda é de 40.

Resposta: Letra B.

Item 09 =======================================

Essa questão é composta por dois investimentos diferentes, mas com a mesma taxa de rendimento. O primeiro é o rendimento daqueles R\$5.000,00 que ela ganhou e o segundo é o rendimento dos R\$100,00 aplicados a cada mês.

Os R\$5.000,00 sofrem uma taxa de 0,5% ao mês, então podemos escrever seu montante como:

$$M = 5.000 \cdot (1{,}005)^t$$

Como a aplicação durou 60 meses, se substituirmos t = 60 já encontraremos o primeiro montante:

$$\begin{aligned} M &= 5.000 \cdot (1{,}005)^{60} \\ M &= 5.000 \cdot 1{,}35 \\ M &= 50 \cdot 135 \\ M &= R\$6.750{,}00 \end{aligned}$$

Com isso, ficamos na dúvida entre as alternativas A e D. Para o montante das aplicações regulares de 100 reais, vamos analisar cada depósito separadamente. O primeiro depósito de 100 reais que ela fez rendeu 59 vezes, o segundo, 58, o terceiro, 57, e assim por diante.

Logo, para esse montante podemos escrever:

$$M = 100 \cdot (1{,}005)^{59} + 100 \cdot (1{,}005)^{58} \ldots + 100 \cdot (1{,}005)^{0}$$

E essa expressão é a soma de uma PG, já que cada termo é o anterior dividido por 1,05. Com isso, nossa PG tem 60 termos, o primeiro deles é $100x(1{,}05)^{60}$, e a razão é 1/1,05:

$$S_n = \frac{a_1\left(q^n - 1\right)}{q - 1}$$

$$S_n = \frac{100 \cdot 1{,}005^{59}\left[\left(\frac{1}{1{,}005}\right)^{60} - 1\right]}{\frac{1}{1{,}005} - 1}$$

$$S_n = \frac{100 \cdot \frac{1,35}{1,005}\left(\frac{1}{1,35} - 1\right)}{\frac{1}{1,005} - 1}$$

$$S_n = \frac{\frac{135}{1,005}\left(\frac{1-1,35}{1,35}\right)}{\frac{1-1,005}{1,005}}$$

$$S_n = \frac{135}{1,005} \cdot \frac{-0,35}{1,35} \cdot \frac{1,005}{-0,005}$$

$$S_n = 135 \cdot \frac{35}{135} \cdot \frac{1}{0,005}$$

$$S_n = \frac{35}{0,005}$$

$$S_n = \frac{35000}{5} = 7.000$$

E ficamos com a **LETRA A.**

Item 10 ==

Ao olharmos para o gráfico percebemos que B representa o ponto $(0, f(0))$, no qual f(0) segundo a função é:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 1$$
$$f(0) = 0^3 - 0^2 - 2 \cdot 0 + 1$$
$$f(0) = 1$$

Portanto o ponto B é determinado pelas coordenadas $(0,1)$.

Como A e C têm a mesma ordenada de B, vamos igualar $f(x) = 1$ para descobrirmos os valores das abscissas de A e C que serão as outras raízes da equação, obtendo:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 1 = 1$$
$$x^3 - x^2 - 2x = 0$$
$$\textit{fatorando}:$$
$$x\left(x^2 - x + 2\right) = 0$$
$$x \cdot (x+1) \cdot (x-2) = 0$$

Dessa forma os pontos são: $A = (-1,1), B(0,1) \, e \, C = (2,1)$.

Como queremos saber a distância entre os pontos A e C, basta sabermos a diferença entre as abscissas desses dois pontos que vale:

$$\textit{distância} = 2 - (-1)$$
$$\textit{distância} = 3$$

Resposta: Letra C.

Item 11 ==

Se a cada ano o carro perde 10% de seu valor, isso quer dizer que a cada ano seu preço é multiplicado por 90% a cada ano que passa. Logo, se seu valor inicial era 120.000 reais, podemos escrever a equação que representa o valor do carro em função dos anos que passam:

$$V = 120.000 \cdot 0,9^t$$

E a questão nos pergunta quando esse carro perder 70% de seu valor, ou seja, quando só sobrar 30% de seu valor de mercado, então basta substituir V por 30% de 120.000:

$$V = 120.000 \cdot 0,9^t$$
$$30\% \cdot 120.000 = 120.000 \cdot 0,9^t$$
$$0,3 = 0,9^t$$

Para encontrar t a gente pode aplicar log dos dois lados da equação:

$$\log(0,3) = \log\left(0,9^t\right)$$
$$\log\frac{3}{10} = t \cdot \log\frac{9}{10}$$
$$\log 3 - \log 10 = t(\log 9 - \log 10)$$
$$\log 3 - \log 10 = t\left(\log 3^2 - \log 10\right)$$
$$\log 3 - \log 10 = t(2 \cdot \log 3 - \log 10)$$

A gente sabe que log 10 = 1 e a questão nos disse que log 3 = 0,477, então vamos substituir os valores:

$$\log 3 - \log 10 = t(2 \cdot \log 3 - \log 10)$$
$$0,477 - 1 = t(2 \cdot 0,477 - 1)$$
$$-0,523 = t(0,954 - 1)$$
$$\frac{-0,523}{-0,046} = t$$

Multiplicando por (- 1.000) em cima e embaixo, para ficar mais fácil de visualizar, teremos:

$$t = \frac{523}{46}$$

Agora, a gente sabe que 460/46 é 10, logo t tem que ser maior que 10. A gente pode ir subindo cada múltiplo de 46 até chegar em 523.

A gente sabe que 506/46 = 11, e que 552/12 é igual a 12. Como 523 está entre 506 e 552, a gente sabe que t tem que estar entre 11 e 12.

Resposta: LETRA D.

Item 12 ==

A partir do enunciado da questão conseguimos montar a seguinte tabela com os dados.

Volta da fita	Raio
1ª volta	$raio\ cilindro\ de\ papelão$
2ª volta	$raio\ cilindro\ de\ papelão + 1 \cdot esp.fita$
3ª volta	$raio\ cilindro\ de\ papelão + 2 \cdot esp.fita$
...	...
98ª volta	$raio\ cilindro\ de\ papelão + 97 \cdot esp.fita$
99ª volta	$raio\ cilindro\ de\ papelão + 98 \cdot esp.fita$
100ª volta	$raio\ cilindro\ de\ papelão + 99 \cdot esp.fita$

Assim, percebam que os raios estão em uma PA de razão 0,01 cm. Dessa forma, vamos calcular o comprimento de cada volta de fita em função dos seus respectivos raios, obtendo:

$$\begin{cases} comp.1^a\,volta = 2\pi \cdot raio\ 1^a\,volta \to 2\pi \cdot 3\,cm \\ comp.2^a\,volta = 2\pi \cdot raio\ 2^a\,volta \to 2\pi \cdot 3{,}01cm \\ comp.3^a\,volta = 2\pi \cdot raio\ 3^a\,volta \to 2\pi \cdot 3{,}02\,cm \\ \qquad\qquad ... \\ comp.98^a\,volta = 2\pi \cdot raio\ 98^a\,volta \to 2\pi \cdot 3{,}97\,cm \\ comp.99^a\,volta = 2\pi \cdot raio\ 99^a\,volta \to 2\pi \cdot 3{,}98\,cm \\ comp.100^a\,vol = 2\pi \cdot raio\ 100^a\,volta \to 2\pi \cdot 3.99\,cm \end{cases}$$

Por fim, para sabermos o comprimento dessa fita vamos calcular a soma finita de uma PA de 100 termos, obtendo que o comprimento total da fita é:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$
$$S_{100} = \frac{(a_1 + a_{100}) \cdot 100}{2} \to S_{100} = \frac{(2 \cdot \pi \cdot 3 + 2 \cdot \pi \cdot 3.99) \cdot 100}{2}$$
$$S_{100} = \frac{2 \cdot \pi \cdot (3 + 3{,}99) \cdot 100}{2} \to S_{100} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}99 \cdot 100}{2}$$
$$S_{100} = 3{,}14 \cdot 6{,}99 \cdot 100 \to S_{100} = 21{,}9486 \cdot 100\,cm$$
$$S_{100} = 21{,}9486\,metros$$

Resposta: Letra D.

Observação: Percebam que a questão fala em aproximadamente, então para facilitar os cálculos vamos aproximar, obtendo:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$
$$S_{100} = \frac{(a_1 + a_{100}) \cdot 100}{2} \to S_{100} = \frac{(2 \cdot \pi \cdot 3 + 2 \cdot \pi \cdot 3.99) \cdot 100}{2}$$
$$S_{100} = \frac{2 \cdot \pi \cdot (3 + 3{,}99) \cdot 100}{2} \to S_{100} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}99 \cdot 100}{2}$$
$$S_{100} = 3{,}14 \cdot 6{,}99 \cdot 100 \to S_{100} \cong 3{,}1 \cdot 7 \cdot 100$$
$$S_{100} \cong (21 + 0{,}7) \cdot 100$$
$$S_{100} \cong 21{,}7\,metros$$

Assim, com total segurança chegamos também à resposta.

Item 13 ==

Nessa questão, não foi fornecido quanto era o saldo inicial de Júlia, mas isso não será necessário. Como o saldo de Júlia é multiplicado por 1,04 a cada mês que passa, a expressão para o saldo de Júlia em função do tempo t em meses, teremos:

$$S = Q \cdot (1{,}04)^t$$

E como a questão pede o tempo para a quantia ser quadruplicada, basta descobrir o tempo para o qual S = 4Q:

$$4Q = Q \cdot (1{,}04)^t$$
$$4 = (1{,}04)^t$$

E vamos aplicar log para tirar o t do expoente:

$$\log 4 = \log (1{,}04)^t$$
$$\log 2^2 = t \cdot \log 1{,}04$$
$$2 \log 2 = t \cdot \log 1{,}04$$

Agora é só substituir os valores de log que o enunciado deu:

$$2 \log 2 = t \cdot \log 1{,}04$$
$$2 \cdot 0{,}301 = t \cdot 0{,}0086$$
$$t = \frac{0{,}602}{0{,}0086}$$
$$t = \frac{6020}{86}$$
$$t = \frac{3010}{43}$$
$$t = 70$$

70 meses são exatamente 5 anos e 10 meses, e ficamos com a **LETRA C**.

Resolução – Treinamento ENEM
S15.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 14 ==

A partir da observação do gráfico percebemos que a quantidade de tratores produzidos anualmente cresce em 70 tratores, ou seja, a sequência é uma PA de razão 70 e com $a_1 = 720$, onde a_1 representa o ano de 2010. Assim, primeiro vamos calcular qual a quantidade de tratores produzidos no ano de 2025 que representa o a_{16}, obtendo:

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$$
$$a_{16} = 720 + (16-1)\cdot 70 \rightarrow a_{16} = 720 + 15\cdot 70$$
$$a_{16} = 720 + (10+5)\cdot 70 \rightarrow a_{16} = 720 + 700 + 350$$
$$a_{16} = 1.770$$

Agora como queremos saber se até 2025 terão sido produzidos 20.000 tratores, vamos agora fazer a soma finita dos termos de uma PA até o ano de 2025 que é o a_{16}, obtendo que o total de tratores produzidos é de:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}$$
$$S_{16} = \frac{(a_1 + a_{16})\cdot 16}{2} \rightarrow S_{16} = (720 + 1.770)\cdot 8$$
$$S_{16} = 2.490\cdot(10-2) \rightarrow S_{16} = (2.500 - 10)\cdot(10-2)$$
$$S_{16} = 25.000 - 5.000 - 100 + 20$$
$$S_{16} = 19.980$$

Assim, concluímos que para a meta ser alcançada faltaram serem produzidos 80 tratores.

Resposta: Letra E.

Resolvendo de uma outra forma: Uma outra forma de resolvermos seria primeiro percebermos que a quantidade de tratores produzidos anualmente aumenta em 70 unidades. Depois percebermos que como queremos a quantidade de tratores produzidos até 2025 seriam teríamos um período de 16 anos dos quais 8 foram representados no gráfico. Assim para descobrirmos o termo central da produção de tratores anual, bastaria somarmos a quantidade de tratores produzidos em 2017 e em 2018 e dividirmos por 2, ou ainda somarmos metade da razão ao ano de 2017, conforme vemos abaixo, obtendo:

$$termo\ central = \frac{prod.2017 + prod.2018}{2}$$
$$termo\ central = \frac{prod.2017 + prod.2017 + r}{2}$$
$$termo\ central = \frac{2\cdot prod.\ 2017 + r}{2}$$
$$termo\ central = prod.\ 2017 + \frac{r}{2}$$
$$termo\ central = 1.210 + \frac{70}{2}$$
$$termo\ central = 1.245$$

Assim, como já temos o termo central da quantidade de tratores fabricados anualmente, basta multiplicarmos pelo tempo, 16 anos, para sabermos quantos tratores terão sido produzidos até 2025, obtendo:

$$S_n = termo\ central \cdot n$$
$$S_{16} = 1.245\cdot 16$$
$$S_{16} = 1.245\cdot(10+5+1)$$
$$S_{16} = 12.450 + 6.225 + 1.245$$
$$S_{16} = 19.920$$

Portanto, para que a meta de 20.000 tratores fosse atingida faltaram serem produzidos 80 tratores.

Resposta: Letra E.

Item 15 ==

A partir do enunciado da questão e chamando de x o capital investido inicialmente por Mauro, temos a seguinte expressão:

$$6.685 + x\cdot(1,32)^8 = \left[3x\cdot(1,2)^4\right]\cdot(1,15)^4$$

Resolvendo-a e com o auxílio da tabela do enunciado temos que x vale:

$$6.685 + x\cdot(1,32)^8 = \left[3x\cdot(1,2)^4\right]\cdot(1,15)^4$$
$$6.685 + x\cdot 9,22 = [3x\cdot 2,07]\cdot 1,70 \rightarrow 6.685 + 9,22\cdot x = [6,21]\cdot 1,7$$
$$6.685 + 9,22\cdot x = 10,557x \rightarrow 6.685 = 10.557\cdot x - 9,22\cdot x$$
$$1,337\cdot x = 6.685 \rightarrow x = \frac{6.685}{1,337} \rightarrow x = \frac{5\cdot 1.337}{1,337}$$
$$x = 5.000\ reais$$

Por fim, como Júlio investiu inicialmente o triplo de Mauro e esse investiu R$ 5.000,00, temos:

$$total\ investido\ por\ Júlio = 3\cdot valor\ investido\ por\ Mauro$$
$$total\ investido\ por\ Júlio = 3\cdot 5.000$$
$$total\ investido\ por\ Júlio = 15.000\ reais$$

Resposta: Letra D.