



PRÉ-VESTIBULAR
EXTENSIVO

1

**MATERIAL DO
PROFESSOR**

Física

**CIÊNCIAS DA NATUREZA
E SUAS TECNOLOGIAS**

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

DOM BOSCO - SISTEMA DE ENSINO
PRÉ-VESTIBULAR 1
Ciências da natureza e suas tecnologias.
© 2019 – Pearson Education do Brasil Ltda.

Vice-presidência de Educação	Juliano Melo Costa
Gerência editorial nacional	Alexandre Mattioli
Gerência de produto	Silvana Afonso
Autoria	Edilson Sousa Santos, Wagner Fonzi, Vinicius Piloto
Coordenação editorial	Luiz Molina Luz
Edição de conteúdo	Jaqueline Gomes Cardoso
Leitura crítica	Daniel Leme, Everton Cortez Rosado
Preparação e revisão	Fabiana Carla Consenza Oliveira, Marcio Della Rosa, Sérgio Nascimento
Gerência de Design	Cleber Figueira Carvalho
Coordenação de Design	Diogo Mecabo
Edição de arte	Alexandre Silva
Assistência de arte	Débora Lima
Coordenação de pesquisa e licenciamento	Maiti Salla
Pesquisa e licenciamento	Cristiane Gameiro, Heraldo Colon, Andrea Bolanho, Sandra Sebastião, Shirlei Sebastião
Ilustrações	Alex Cói, Carla Viana, Claudia Silveira, Madine Oliveira, Renato Calderaro
Cartografia	Allmaps
Projeto Gráfico	Apis design integrado
Diagramação	Editorial 5
Capa	Apis design integrado
Imagem de capa	mvp64/istock
Produtor multimídia	Cristian Neil Zaramella
PCP	George Baldim

Todos os direitos desta publicação reservados à
Pearson Education do Brasil Ltda.

Av. Santa Marina, 1193 - Água Branca
São Paulo, SP – CEP 05036-001
Tel. (11) 3521-3500

www.pearson.com.br

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

APRESENTAÇÃO

Um bom material didático voltado ao vestibular deve ser maior que um grupo de conteúdos a ser memorizado pelos alunos. A sociedade atual exige que nossos jovens, além de dominar conteúdos aprendidos ao longo da Educação Básica, conheçam a diversidade de contextos sociais, tecnológicos, ambientais e políticos. Desenvolver as habilidades a fim de obterem autonomia e entenderem criticamente a realidade e os acontecimentos que os cercam são critérios básicos para se ter sucesso no Ensino Superior.

O Enem e os principais vestibulares do país esperam que o aluno, ao final do Ensino Médio, seja capaz de dominar linguagens e seus códigos; construir argumentações consistentes; selecionar, organizar e interpretar dados para enfrentar situações-problema em diferentes áreas do conhecimento; e compreender fenômenos naturais, processos histórico-geográficos e de produção tecnológica.

O Pré-Vestibular do Sistema de Ensino Dom Bosco sempre se destacou no mercado editorial brasileiro como um material didático completo dentro de seu segmento educacional. A nova edição traz novidades, a fim de atender às sugestões apresentadas pelas escolas parceiras que participaram do Construindo Juntos – que é o programa realizado pela área de Educação da Pearson Brasil, para promover a troca de experiências, o compartilhamento de conhecimento e a participação dos parceiros no desenvolvimento dos materiais didáticos de suas marcas.

Assim, o Pré-Vestibular Extensivo Dom Bosco by Pearson foi elaborado por uma equipe de excelência, respaldada na qualidade acadêmica dos conhecimentos e na prática de sala de aula, abrangendo as quatro áreas de conhecimento com projeto editorial exclusivo e adequado às recentes mudanças educacionais do país.

O novo material envolve temáticas diversas, por meio do diálogo entre os conteúdos dos diferentes componentes curriculares de uma ou mais áreas do conhecimento, com propostas curriculares que contemplem as dimensões do trabalho, da ciência, da tecnologia e da cultura como eixos integradores entre os conhecimentos de distintas naturezas; o trabalho como princípio educativo; a pesquisa como princípio pedagógico; os direitos humanos como princípio norteador; e a sustentabilidade socioambiental como meta universal.

A coleção contempla todos os conteúdos exigidos no Enem e nos vestibulares de todo o país, organizados e estruturados em módulos, com desenvolvimento teórico associado a exemplos e exercícios resolvidos que facilitam a aprendizagem. Soma-se a isso, uma seleção refinada de questões selecionadas, quadro de respostas e roteiro de aula integrado a cada módulo.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

SUMÁRIO



5

FÍSICA 1A



79

FÍSICA 1B



161

FÍSICA 2A



243

FÍSICA 2B



331

FÍSICA 3A



373

FÍSICA 3B

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino

Dom Bosco



FÍSICA 1A

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

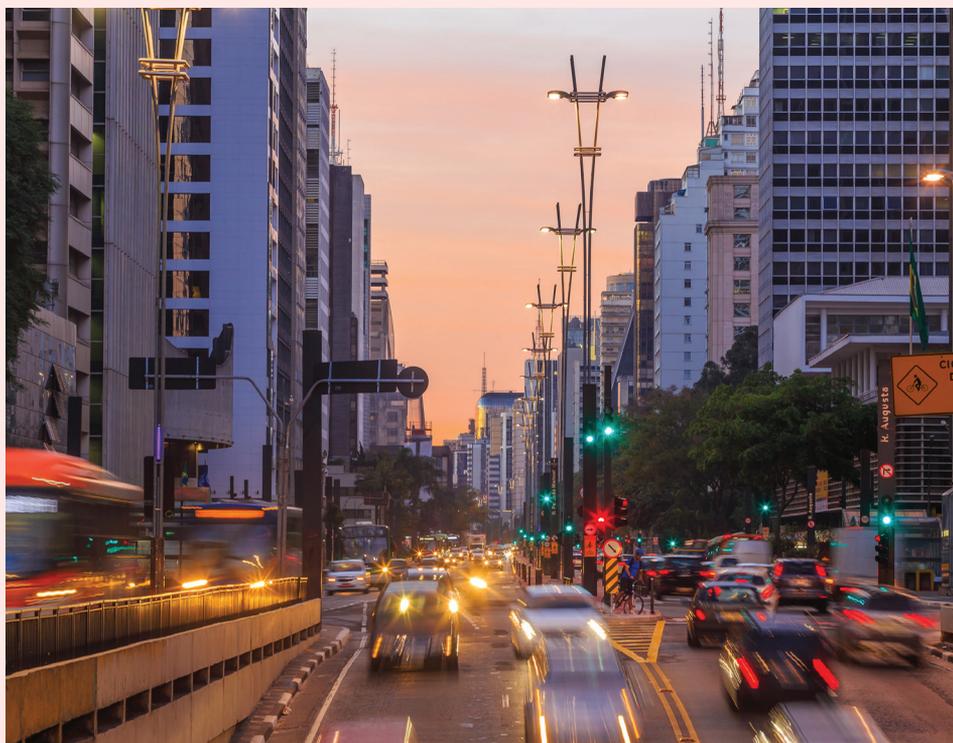
1

CINEMÁTICA I

- Conceitos relativos
- Ponto material ou corpo extenso
- Movimento – Repouso – Trajetória
- Espaço – Deslocamento escalar – Distância percorrida
- Velocidade
- Velocidade escalar média
- Velocidade escalar instantânea

HABILIDADES

- Inferir o valor de variáveis relacionadas ao movimento, tais como velocidade, intervalo de tempo, aceleração, distância percorrida, deslocamentos, período, frequência, entre outras, partindo de situações-problema.
- Conhecer a linguagem própria da Física, compreendendo os conceitos e terminologias pertencentes a essa área, além de suas formas de expressão que envolvem, entre outras, tabelas, gráficos e relações matemáticas.
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.



SHUTTERSTOCK / JF11PHOTO

Física é a ciência que estuda os fenômenos naturais.

Em apenas alguns instantes, diante do cruzamento de duas avenidas, podemos observar diversos fenômenos: a sinalização semafórica, as buzinas dos carros, os passos apressados do pedestre, a iluminação dos estabelecimentos, o deslocamento de um ônibus, a indicação da temperatura ambiente no termômetro digital e muitas outras situações.

Para facilitar o estudo e haver melhor compreensão de cada fenômeno tratado, a física será segmentada em partes, como mecânica, ondulatória, óptica, termologia, eletricidade e física moderna.

Nesta frente, trataremos da **mecânica**, parte da física que estuda os movimentos dos corpos e as forças de interação entre eles.

MECÂNICA

A mecânica se divide em **cinemática**, **dinâmica** e **estática**.

- **Cinemática:** parte da mecânica que descreve o movimento dos corpos por meio de funções matemáticas, sendo possível a determinação de grandezas como a posição, a velocidade e a aceleração dos corpos em cada instante de tempo.
- **Dinâmica:** parte da mecânica que estuda os fatores que causam ou alteram os movimentos dos corpos. Na dinâmica, são introduzidas as grandezas força e massa, tornando a descrição do movimento dos corpos mais completa.
- **Estática:** parte da mecânica que estuda as condições de equilíbrio de um corpo.

CINEMÁTICA

CONCEITOS RELATIVOS

Bicicletas, motos, carros, caminhões, aviões, trem, navios e foguetes são invenções humanas que, por mais que não sejam mais novidades no mundo moderno, nos surpreendem a cada dia por apresentarem cada vez mais aparatos tecnológicos que facilitam a vida dos usuários, proporcionando-lhes mais conforto, segurança e confiabilidade.

Todas essas invenções, sendo vistas pelo viés da cinemática, têm em comum a capacidade de deslocamento por pequenas, médias ou grandes distâncias, a velocidades e acelerações distintas.

Com o avanço tecnológico, hoje já não nos imaginamos em um veículo sem monitoramento GPS, instalado diretamente no carro, ou conectado por meio de um *smartphone*. Pode-se notar a importância de um monitoramento por satélites para o transporte de cargas (caminhões), deslocamento de aviões e cruzeiros marítimos.

As noções de movimento e trajetória descritas por um corpo são conceitos relativos que, como veremos a seguir, dependem do referencial adotado. Quando se pretende descrever o movimento de um corpo, primeiro se deve adotar um referencial.

Por exemplo, imagine que um veículo se desloque de São Paulo para Santos pela rodovia dos Imigrantes. Pretendendo-se fazer uma análise mais completa do movimento desse veículo, para calcular seu deslocamento, sua velocidade escalar média no percurso, sua velocidade em determinados instantes e as acelerações que ocorrerem, primeiramente é necessário saber em que local toda a análise do movimento se inicia. Assim, acompanhando a figura a seguir, vemos que o veículo se desloca na rodovia de São Paulo para Santos, e o ponto de início é o marco km 19 da rodovia; ou seja, adota-se como referencial o km 19 da rodovia e é, a partir deste ponto adotado, que se inicia a análise do movimento.

LUCIANA WHITAKER / PULSAR IMAGENS



Placa indicativa da distância que deve ser percorrida para chegar a cada cidade.

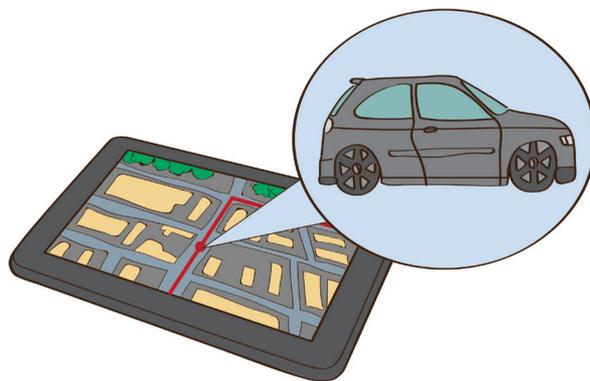
Observando a placa e sabendo que o veículo está no km 19 da rodovia, mas que passou a ser o marco zero no sistema de referência adotado, o motorista observa que deverá percorrer 51 km para chegar a Praia Grande; 51 km para chegar a Santos; e 77 km para chegar ao Guarujá.

PONTO MATERIAL OU CORPO EXTENSO

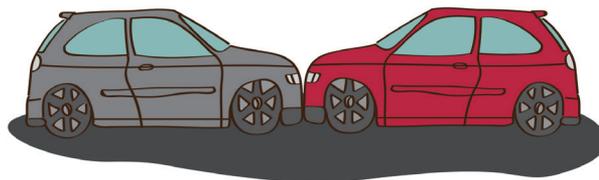
Quando as dimensões de um corpo não forem relevantes para a análise de uma situação-problema, ele é conhecido como **ponto material** ou **partícula**. Já quando as dimensões do corpo forem relevantes para a resolução de um problema, ele será tratado como um **corpo extenso**.

Um mesmo corpo pode ser tratado como ponto material em uma determinada situação e como um corpo extenso em outra, como exemplificamos a seguir:

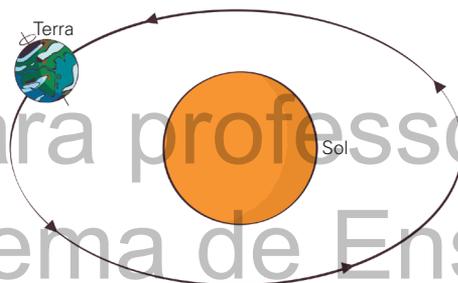
- I. Um veículo que se desloca em uma rodovia por 100 km é considerado um ponto material, pois o seu tamanho é irrelevante comparado ao tamanho da rodovia.



- II. O mesmo veículo do item anterior, ao chocar-se com um outro veículo, passa a ser considerado um corpo extenso, uma vez que suas dimensões serão relevantes para análise pericial do movimento.



- III. Ao analisar o movimento de translação da Terra (365,25 dias), esta é considerada um ponto material que se desloca em torno do Sol.



IV. Analisando novamente o planeta Terra, desta vez em movimento de rotação, consideramos o planeta um corpo extenso, uma vez que suas dimensões agora já não são mais desprezíveis.

Em dinâmica, trataremos alguns corpos como pontos materiais que se deslocam. Esses pontos têm dimensões desprezíveis; suas massas, porém, serão relevantes para a análise dos sistemas.

MOVIMENTO - REPOUSO - TRAJETÓRIA

Movimento, repouso e trajetória também são conceitos relativos, os quais também dependem do referencial adotado. Assim, um mesmo fenômeno será observado de maneiras distintas, conforme a posição do observador.

Exemplo 1

Em uma estação ferroviária, dois trens (A e B) estão dispostos um ao lado do outro e parados em relação à plataforma. Caso o trem A comece a se deslocar lentamente, um passageiro no trem B, sentado em um banco e um pouco disperso, ao olhar para o lado, poderia afirmar que é o seu trem que está se deslocando, uma vez que ocorre variação da distância entre ambos. Já uma terceira pessoa, sentada em um banco na plataforma, poderia afirmar que é o trem A que está se deslocando, e o trem B está parado em relação à plataforma.



Exemplo 2

Uma emissora de televisão local transmite um jogo de futebol, e no momento do gol, que partiu de uma bela cobrança de falta do atacante, nos apresenta duas situações distintas.

A câmera que está parada em relação ao solo mostra que a bola foi chutada e que fez uma grande curva até chegar ao gol. Concluiu-se, assim, que a trajetória da bola é curvilínea.

Já uma segunda câmera, que acompanha o movimento da bola, a fim de dar maior realismo à situação, mostra aos telespectadores uma trajetória retilínea.

Com isso, observamos nos exemplos 1 e 2 que os conceitos de **repouso**, **movimento** e **trajetória** também dependem do referencial adotado.

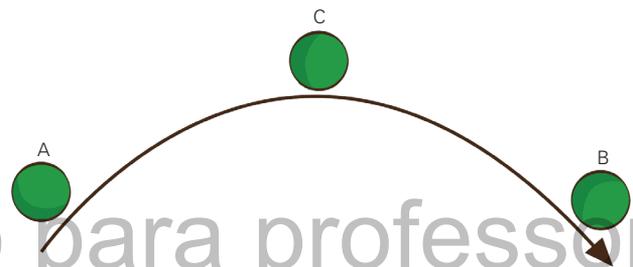


ESPAÇO - DESLOCAMENTO ESCALAR - DISTÂNCIA PERCORRIDA

Comprimento, temperatura, massa e tempo, entre outras, são grandezas físicas que são bem definidas apenas pelo valor numérico e unidade de medida; portanto, são grandezas físicas denominadas **escalares**. Já deslocamento, velocidade, aceleração, força, entre outras, são grandezas físicas que devem ser descritas, não só pela intensidade e pela unidade de medida, mas também pela direção e pelo sentido do movimento. Assim, essas grandezas são denominadas **vetoriais**.

Nesta primeira parte dos estudos, velocidade, aceleração e deslocamento serão analisados unidimensionalmente; serão tratados, contudo, como grandezas escalares.

Espaço (S): grandeza escalar que propicia a localização de um móvel ao longo de determinada trajetória, em relação ao ponto de referência adotado como origem (O).



Observa-se na figura que os móveis A, B e C ocupam posições distintas ao longo da trajetória; assim, o espaço ocupado pelo móvel A corresponde a

$S_A = -20$ km; já o móvel B está localizado no espaço $S_B = 70$ km; e o móvel C está localizado na origem dos espaços, ou seja, $S_C = 0$. Com isso, nota-se que o espaço ocupado por um móvel pode assumir valores negativos, positivos ou nulos, dependendo do referencial adotado.

Deslocamento escalar (ΔS): o deslocamento escalar é dado pela diferença entre o espaço final (S) e o espaço inicial (S_0) ocupados por um objeto.

$$\Delta S = S - S_0$$

Analisando a figura acima, caso o objeto se mova da posição A para a posição B , seu deslocamento escalar será:

$$\Delta S_{AB} = S_B - S_A$$

$$\Delta S_{AB} = 70 - (-20) = 90$$

$$\Delta S_{AB} = 90 \text{ km}$$

Ainda tomando como base a figura acima, se o objeto tivesse se deslocado no sentido oposto, da posição B para a posição A , seu deslocamento escalar seria:

$$\Delta S_{BA} = S_A - S_B$$

$$\Delta S_{BA} = -20 - 70 = -90$$

$$\Delta S_{BA} = -90 \text{ km}$$

Portanto, o deslocamento escalar pode assumir valores positivos ou negativos.

VELOCIDADE

Na tradicional corrida de São Silvestre, observa-se que um atleta percorre uma determinada distância em certo intervalo de tempo. Ao fazer a relação entre o deslocamento escalar do atleta e o intervalo de tempo gasto nesse deslocamento, obtém-se o valor de sua velocidade. Com essa informação, é possível fazer previsões sobre a distância que o atleta percorrerá, se mantiver sua velocidade, e o intervalo de tempo que levará para completar a prova.

Em uma viagem de carro de uma cidade para outra, as relações de espaço e tempo voltam a aparecer. Independentemente de o motorista fazer paradas ao longo do percurso, sempre é possível observar no velocímetro a velocidade com que o veículo se desloca.

Nos dois exemplos acima, notamos a rapidez com que o atleta e o veículo se deslocam. Logo, vemos que a velocidade de um corpo está relacionada com a rapidez com que este se desloca; nesses exemplos, porém, as velocidades serão tratadas de maneiras distintas. No primeiro caso, considera-se a **velocidade escalar média** do atleta e, no segundo caso, a **velocidade escalar instantânea** do veículo.

VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA

A primeira ideia de velocidade está associada à rapidez. Quanto maior a velocidade de um carro, mais rapidamente ele se movimenta e, portanto, maior distância ele percorre em um dado intervalo de tempo.

O conceito de rapidez está associado à velocidade escalar e não representa o conhecimento relativo ao vetor velocidade. Isso quer dizer que dois corpos que se movimentam de maneiras totalmente diferentes, em trajetórias diferentes, podem ter associado o mesmo valor de velocidade escalar aos respectivos movimentos.

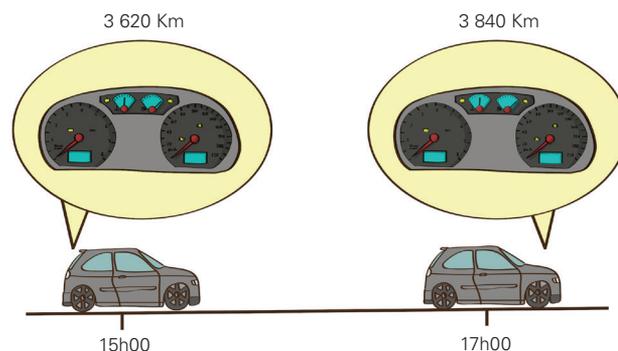
Nesse caso, considera-se a rapidez com que um móvel varia sua posição no decorrer do tempo e define-se a sua velocidade escalar média como a razão entre o deslocamento escalar do corpo ao longo de sua trajetória e o intervalo de tempo gasto nesse percurso.

Importante

A distância percorrida pelo móvel é sempre número positivo. Associando-se essa distância ao deslocamento, dito escalar, o sinal **positivo** do deslocamento relaciona-se ao movimento no mesmo sentido da orientação da trajetória, e o sinal **negativo** do deslocamento, ao movimento em sentido contrário.

Exemplo

O veículo desloca-se ao longo de uma trajetória retilínea e, às 15h00, o motorista observa no hodômetro a indicação de 3 620 km. Permanecendo o seu trajeto, às 17h00 o hodômetro do veículo indica 3 840 km.



Conforme descrito no texto, o veículo deslocou-se por duas horas (17h00 – 15h00) e teve um deslocamento escalar de 220 km (3 840 km – 3 620 km). Com isso, podemos afirmar que a cada hora o veículo se desloca por 110 km. Logo, a velocidade escalar média do veículo é 110 km/h.

Desse modo, define-se:

Velocidade escalar média é a razão entre o deslocamento escalar (ΔS) e o intervalo de tempo correspondente (Δt).

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S - S_0}{t - t_0}$$

Em que:

- S indica a posição no instante t , para um instante qualquer t ;
- S_0 indica a posição inicial no instante t , quando $t = 0$.

No Sistema Internacional (SI), a unidade do deslocamento escalar é o **metro (m)**, e a unidade de intervalo de tempo é o **segundo (s)**. Assim, a unidade de velocidade escalar média é o **metro por segundo (m/s)**.

No cotidiano, é usual utilizarmos o **km/h** como unidade de medida, e não o **m/s**. Assim, a conversão de unidades ocorre da seguinte maneira:

$$1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m e } 1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s.}$$

$$\frac{1 \text{ km}}{\text{h}} = \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$$

Para converter velocidade de km/h para m/s, divide-se o valor por 3,6.

Exemplo:

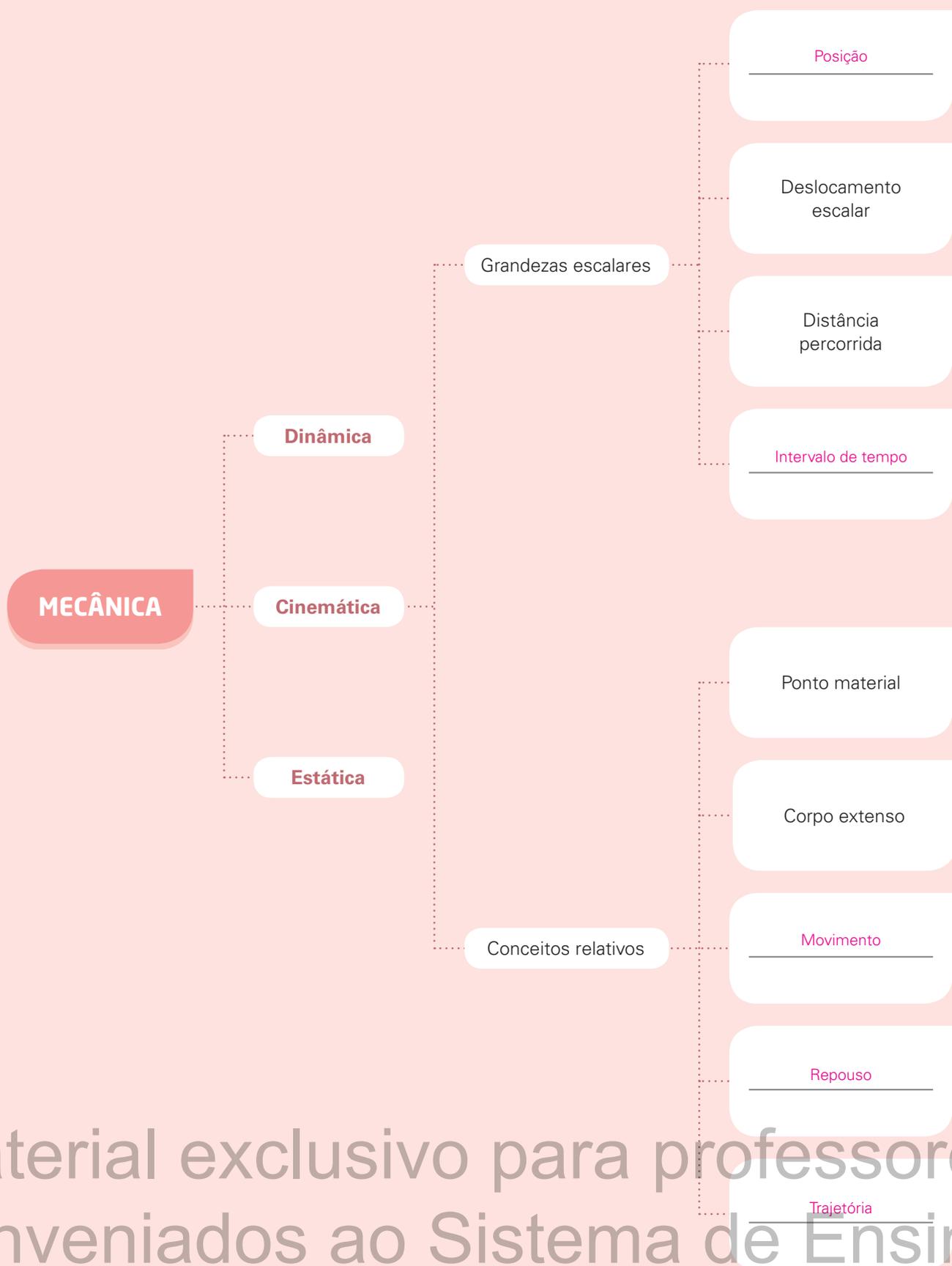
$$108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{108}{3,6} \text{ m/s} \Rightarrow 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$$

Para converter velocidade de m/s para km/h, multiplica-se o valor por 3,6.

Exemplo:

$$15 \text{ m/s} = 15 \cdot 3,6 \text{ km/h} \Rightarrow 15 \text{ m/s} = 54 \text{ km/h}$$

ROTEIRO DE AULA



Material exclusivo para professores
 conveniados ao Sistema de Ensino
 Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Unicamp-SP – Em 2016 foi batido o recorde de voo ininterrupto mais longo da história. O avião Solar Impulse 2, movido a energia solar, percorreu quase 6 480 km em aproximadamente 5 dias, partindo de Nagoya, no Japão, até o Havaí, no Oceano Pacífico.

A velocidade escalar média desenvolvida pelo avião foi de aproximadamente

- a) 54 km/h
b) 15 km/h
c) 1 296 km/h
d) 198 km/h

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{6\,480}{5 \cdot 24} \Rightarrow v_m = 54 \text{ km/h}$$

2. UFG-GO – Nos jogos paraolímpicos de Londres, o sul-africano biamputado Oscar Pistorius, após perder a medalha de ouro para o brasileiro Alan Fonteles, indignado, reclamou do tamanho das próteses de Fonteles. Antes dos jogos, elas foram trocadas por um par 5,0 cm maior que, no entanto, estavam dentro do limite estabelecido pelo regulamento. Porém, mesmo com próteses mais longas, as amplitudes de passada de Fonteles foram menores do que as de Pistorius, conforme o quadro da prova de 200 metros rasos, apresentado a seguir.

Dados da corrida	Fonteles	Pistorius
Altura	1,82 m	1,86 m
Altura máxima permitida	1,85 m	1,93 m
Amplitude média da passada	2,04 m	2,17 m
Número de passadas	98	92
Tempo	21,45 s	21,52 s

Considere que Fonteles consiga aumentar a amplitude média de sua passada em 1,0 cm, mantendo a mesma frequência de passadas. Nessas circunstâncias de quantos segundos, aproximadamente, será a nova vantagem de Fonteles?

- a) 0,05
b) 0,07
c) 0,10
d) 0,17
e) 0,35

Deve-se calcular uma nova velocidade média, pois as passadas foram aumentadas. Assim, ele dará 98 passadas de 2,05 m em 21,45 s.

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{98 \cdot 2,05}{21,45} = 9,366 \text{ m/s}$$

Como percorrerá 200 m com a nova velocidade média, seu tempo passará a ser de:

$$\Delta t' = \frac{200}{9,366} = 21,35 \text{ s}$$

Fonteles terá uma nova vantagem t'' de:

$$\Delta t'' = 21,52 - 21,35 = 0,17 \text{ s} \therefore t'' = 0,17 \text{ s}$$

3. Unicamp-SP (adaptado) – Leia o texto:

Andar de bondinho no complexo do Pão de Açúcar no Rio de Janeiro é um dos passeios aéreos urbanos mais famosos do mundo. Marca registrada da cidade, o Morro do Pão de Açúcar é constituído de um único bloco de granito, despido de vegetação em sua quase totalidade e tem mais de 600 milhões de anos.

O passeio completo no complexo do Pão de Açúcar inclui um trecho de bondinho de aproximadamente 540 m da Praia Vermelha ao Morro da Urca, uma caminhada até a segunda estação no Morro da Urca, e um segundo trecho de bondinho de cerca de 720 m do Morro da Urca ao Pão de Açúcar.

A velocidade escalar média do bondinho no primeiro trecho é $v_1 = 10,8 \text{ km/h}$ e, no segundo, é $v_2 = 14,4 \text{ km/h}$. Supondo que, em certo dia, o tempo gasto na caminhada no Morro da Urca somado ao tempo de espera nas estações é de 30 minutos, qual é o tempo total do passeio completo da Praia Vermelha até o Pão de Açúcar?

Dados:

$$D_1 = 540 \text{ m}; v_1 = 10,8 \text{ km/h} = 3 \text{ m/s}$$

$$D_2 = 720 \text{ m}; v_2 = 14,4 \text{ km/h} = 4 \text{ m/s}; \Delta t_3 = 30 \text{ min}$$

Calculando o tempo total, obtemos:

$$\Delta t_1 = \frac{D_1}{v_1} = \frac{540 \text{ m}}{3 \text{ m/s}} = 180 \text{ s} = 3 \text{ min}$$

$$\Delta t_2 = \frac{D_2}{v_2} = \frac{720 \text{ m}}{4 \text{ m/s}} = 180 \text{ s} = 3 \text{ min}$$

$$\Delta t_T = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = 3 + 3 + 30 = 36$$

$$\Delta t_T = 30 \text{ min}$$

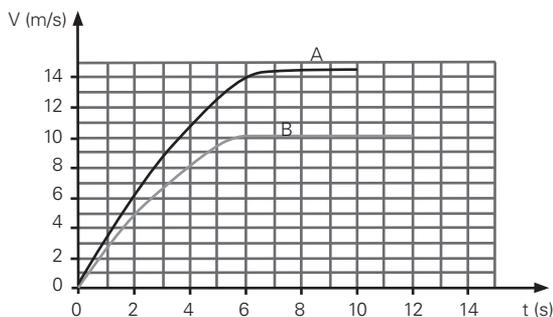
4. UPE – Uma viagem do Nordeste do Brasil até Ruanda, na África, é proposta da seguinte forma: decola-se um helicóptero e, ficando em suspensão no ar em baixa altitude, espera-se a Terra girar para pousar em solo africano. Sobre essa proposta, desprezando os efeitos de correntes de ar externas sobre o helicóptero, assinale a alternativa **CORRETA**.

- a) É possível de ser realizada, mas é evitada por causa do longo tempo de viagem, que é de aproximadamente 24 horas.
b) É possível de ser realizada, mas é evitada porque o helicóptero mudaria sua latitude atingindo, na verdade, a Europa.
c) É impossível de ser realizada, uma vez que o helicóptero, ao decolar, possui aproximadamente a mesma velocidade de rotação da Terra, ficando no ar, sempre acima da mesma região no solo.
d) É impossível de ser realizada, por causa do movimento de translação da Terra.
e) É impossível de ser realizada porque violaria a irreversibilidade temporal das equações do movimento de Newton.

Como o helicóptero está suspenso, significa que não tem movimento em relação à Terra, ou seja, tem a mesma velocidade de rotação do planeta. Logo, não é possível o deslocamento de um continente para o outro desse modo.

5. Unesp – Os dois primeiros colocados de uma prova de 100 m rasos de um campeonato de atletismo foram, respectivamente, os corredores A e B. O gráfico representa as velocidades escalares desses dois corredores

em função do tempo, desde o instante da largada ($t = 0$) até os instantes em que eles cruzaram a linha de chegada.



Analisando as informações do gráfico, é correto afirmar que, no instante em que o corredor A cruzou a linha de chegada, faltava ainda, para o corredor B completar a prova, uma distância, em metros, igual a

- a) 5
b) 25
c) 15
d) 20
e) 10

Do gráfico, nota-se que o corredor A terminou a prova em um tempo $t = 10$ s, e o corredor B, em um tempo $t = 12$. Como de 10 s a 12 s, B permanece correndo e com velocidade de 10 m/s, obtemos:

$$\Delta s = v_m \cdot \Delta t = 10 \cdot (12 - 10) \rightarrow \Delta s = 20 \text{ m}$$

6. Sistema Dom Bosco – Nos Jogos Olímpicos de Inverno de Pyeong Chang 2018, a Holanda demonstrou supremacia na patinação de velocidade. Ireen Wust, com o tempo de 1:54,35 (1 minuto, 54 segundos e 35 centésimos), foi a vencedora da prova feminina de 1 500 m, e Kjeld Nuis, com o tempo de 1:44,01 (1 minuto, 44 segundos e 1 centésimo), foi o vencedor da prova masculina de 1 500 m.

Sabendo que nos corredores de ônibus da cidade de São Paulo os veículos podem trafegar com velocidade máxima de até 50 km/h, responda aos itens.

a) Qual é a velocidade média aproximada dos atletas em m/s?

Como o exercício pede o valor aproximado da velocidade, os tempos podem ser convertidos para segundos

$$\text{Ireen Wust } \Delta t = 1:54,35 \approx 115 \text{ s} \quad \Delta S = 1\,500 \text{ m}$$

$$\Delta v_{\text{Ireen}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1\,500}{115} = 13,04 \therefore v_{\text{Ireen}} \approx 13,04 \text{ m/s}$$

$$\text{Kjeld Nuis } \Delta t = 1:44,01 \approx 104 \text{ s} \quad \Delta S = 1\,500 \text{ m}$$

$$\Delta v_{\text{Kjeld}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1\,500}{104} = 14,42 \therefore v_{\text{Kjeld}} \approx 14,42 \text{ m/s}$$

b) Esses atletas, em média, deslocam-se com maior ou menor velocidade que a máxima velocidade permitida nos corredores de ônibus na cidade de São Paulo?

Convertendo as velocidades dos atletas para km/h, obtemos:

Ireen Wust

$$v_{\text{Ireen}} \approx 13,04 \cdot 3,6 = 46,94 \text{ km/h}$$

Kjeld Nuis

$$v_{\text{Nuis}} = 14,42 \cdot 3,6 = 51,91 \text{ km/h}$$

Portanto, o atleta Kjeld Nuis desloca-se com velocidade média maior que a máxima velocidade permitida nos corredores de ônibus paulistanos.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Uerj – Utilize as informações abaixo para responder à(s) questão(ões) a seguir.

O rompimento da barragem de contenção de uma mineradora em Mariana (MG) acarretou o derramamento de lama contendo resíduos poluentes no rio Doce. Esses resíduos foram gerados na obtenção de um minério composto pelo metal de menor raio atômico do grupo 8 da tabela de classificação periódica. A lama levou 16 dias para atingir o mar, situado a 600 km do local do acidente, deixando um rastro de destruição nesse percurso. Caso alcance o arquipélago de Abrolhos, os recifes de coral dessa região ficarão ameaçados.

Com base nas informações apresentadas no texto, qual a velocidade média de deslocamento da lama, do local onde ocorreu o rompimento da barragem até atingir o mar, em km/h?

8. Fac. Albert Einstein-SP (adaptado)

Jetpack para corredores os fará correr 1,6 km em quatro minutos



Trata-se do 4 Minute Mile (4MM), um acessório capaz de aumentar a velocidade de corrida de uma pessoa que esteja a pé. Foi desenvolvido por estudantes da Arizona State University.

Enquanto pesquisava próteses para amputados, a equipe notou que poderia trabalhar no *design* de um protótipo que ajudasse o ser humano a correr mais rápido. Como aplicar as forças? Até mesmo um exoesqueleto foi pensado para gerar a força necessária para aumentar a velocidade, mas o resultado final foi o Jetpack.

Como o nome sugere, o objetivo é fazer com que seja possível correr uma milha (aproximadamente 1,6 km) em

quatro minutos. Os testes têm sido promissores. O tempo gasto por um atleta, usando o Jetpack, em corridas de 200 metros, foi 3 segundos mais rápido que o normal, mesmo carregando esse peso extra.

Outra ideia é usar o Jetpack em missões militares, como infiltrações e ofensivas que necessitem de rápido deslocamento. Por enquanto, o projeto ainda não passou da fase de protótipo.

Disponível em: <http://www.tecmundo.com.br/>. (Adaptado)

Com base nas informações do texto, qual é a velocidade média aproximada, em km/h de uma pessoa que, usando o Jetpack 4MM, tenha percorrido uma milha dentro do tempo previsto pelos estudantes da Arizona State University?

$$\Delta S = 1,6 \text{ km}$$

$$\Delta t = 4 \text{ min} = \frac{4}{60} \text{ h} = \frac{1}{15} \text{ h}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1,6}{\frac{1}{15}} = 1,6 \cdot 15 = 24 \therefore v_m = 24 \text{ km/h}$$

9. EEAR-SP

ABADONIAN /ISTOCK



O avião identificado na figura voa horizontalmente da esquerda para a direita. Um indivíduo no solo observa um ponto vermelho na ponta da hélice. Qual figura melhor representa a trajetória de tal ponto em relação ao observador externo?

- a)
- b)
- c)
- d)

10. PUCCamp-SP – Grandezas físicas são variáveis de um objeto ou de uma situação que podem ser medidas. Algumas dessas grandezas são relacionadas entre si de forma que podemos aplicar uma *regra de proporção* entre elas.

Há apenas grandezas físicas em:

- a) volume, velocidade, cor e deslocamento.
- b) força, tempo, pressão e forma.
- c) velocidade, aceleração, deslocamento e potência.
- d) tempo, temperatura, odor e quantidade de calor.
- e) energia, trabalho, aceleração e sabor.

11. UTFPR (adaptado) – Em agosto de 2015 ocorreu o Campeonato Mundial de Atletismo em Pequim. Nos 100 m rasos feminino, Shelly Ann Fraser Pryce fez o percurso em 10,76 s. Nos 100 m rasos masculino, o atleta Usain Bolt fez o mesmo trajeto em apenas 9,58 s.

Com base nessas informações, qual é a diferença de velocidade média aproximada entre eles?

12. Uern – Um garoto que se encontra em uma quadra coberta solta um balão com gás hélio e este passa a se deslocar em movimento retilíneo uniforme com velocidade de 2 m/s. Ao atingir o teto da quadra, o balão estoura e o som do estouro atinge o ouvido do garoto 5,13 s após ele o ter soltado. Se o balão foi solto na altura do ouvido do garoto, então a distância percorrida por ele até o instante em que estourou foi de

(Considere a velocidade do som = 340 m/s)

- a) 8,6 m.
- b) 9,1 m.
- c) 10,2 m.
- d) 11,4 m.

13. Uece – Considere um avião que decola de um ponto A, sobre o equador, e viaja sempre na mesma latitude para oeste, pousando em outro ponto B. Em seguida, o avião retorna ao ponto de partida pela mesma trajetória e nas mesmas condições de voo, como: velocidade e massa total da aeronave, ausência de ventos e quaisquer outros fatores que possam determinar as características do deslocamento, do ponto de vista da mecânica newtoniana. A duração das viagens é a mesma, mesmo que em uma o avião se desloque no mesmo sentido de rotação da Terra e na outra, em sentido contrário. Tomando um sistema de referência inercial fora da Terra, essa igualdade no tempo de voo se explica porque, na viagem para oeste, o avião

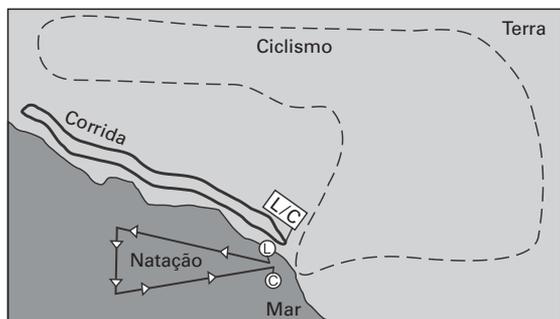
- a) sofre ação de força gravitacional, devido à rotação da Terra, que causa maior aceleração no sentido leste-oeste.
- b) parte com velocidade de módulo menor que no retorno.
- c) parte com velocidade de módulo maior que no retorno.
- d) sofre ação de força gravitacional, devido à rotação da Terra, que causa menor aceleração no sentido leste-oeste.

ESTUDO PARA O ENEM

18. Acafe-SC

C5-H17

Em um bairro da grande Florianópolis, foi realizada uma prova de minimaraton. Os organizadores pensaram em fazer uma prova semelhante ao Ironman, porém, com dimensões reduzidas. O percurso da prova está mostrado no mapa, e as medidas são: 800 m do percurso da natação, 4 000 m do percurso do ciclismo e 1 500 m do percurso da corrida. A prova começou com 1 volta no percurso da natação, em seguida 5 voltas no percurso do ciclismo e, finalmente, 3 voltas no percurso da corrida. (L = largada e C = chegada)



Assim, a alternativa **correta** é:

- Todos os atletas que participaram da prova tiveram a mesma velocidade escalar média.
- Na prova de corrida, cada atleta realizou um deslocamento de 4 500 metros.
- Se um atleta realizou a natação em 10 minutos, sua velocidade média foi de, aproximadamente, 1,3 m/s.
- Na prova de ciclismo, o primeiro colocado realizou um espaço percorrido de 20 000 metros e um deslocamento de 0 (zero) metro.

19. Enem

C6-H20

Conta-se que um curioso incidente aconteceu durante a Primeira Guerra Mundial. Quando voava a uma altitude de dois mil metros, um piloto francês viu o que acreditava ser uma mosca parada perto de sua face. Apanhando-a rapidamente, ficou surpreso ao verificar que se tratava de um projétil alemão.

PERELMAN, J. *Aprenda física brincando*. São Paulo: Hemus, 1970.

O piloto consegue apanhar o projétil, pois

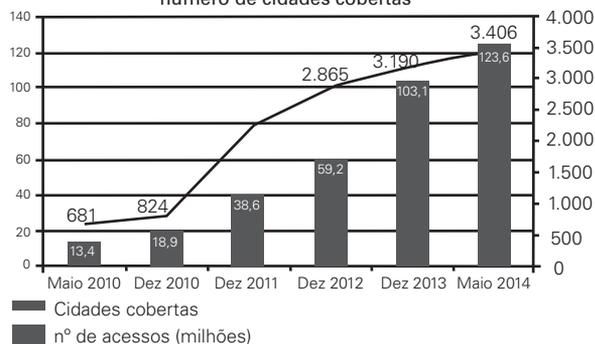
- ele foi disparado em direção ao avião francês, freado pelo ar e parou justamente na frente do piloto.
- o avião se movia no mesmo sentido que o dele, com velocidade visivelmente superior.
- ele foi disparado para cima com velocidade constante, no instante em que o avião francês passou.
- o avião se movia no sentido oposto ao dele, com velocidade de mesmo valor.
- o avião se movia no mesmo sentido que o dele, com velocidade de mesmo valor.

20. UPE

C1-H2

O número de acessos em banda larga móvel, entre 2010 e 2014, cresceu 969% na região Norte, chegando a 8,63 milhões de acessos e 920% na região Nordeste, com 27,68 milhões de acessos. O crescimento foi percentualmente acima das demais regiões, sendo 786% no Centro-Oeste (11,54 milhões), 702% no Sul (17,16 milhões) e 816% no Sudeste (58,61 milhões). O crescimento médio de acessos no país foi de 825%, atingindo 123,6 milhões de acessos. Os dados são do balanço do programa divulgado em junho pelo Ministério das Comunicações. No mesmo período, a cobertura de banda larga móvel subiu 400% em todo o país, alcançando 3 406 cidades que eram apenas 681 em 2010.

Banda larga móvel – Brasil
número de acessos (milhões) e
número de cidades cobertas



PLANALTO.GOV.BR

Disponível em: <<http://blog.planalto.gov.br/banda-larga-movel-cresce-mais-de-900-no-norte-e-nordeste-aponta-balanço-do-pnbl/>>. Acesso em: 12 jul. 2015. (Adaptado)

Com base no trecho de reportagem e no gráfico apresentado, assinale a alternativa **CORRETA**.

- A taxa média de crescimento de acessos entre o período de dezembro de 2013 e maio de 2014 é menor que a obtida entre maio e dezembro de 2010.
- Entre dezembro de 2011 e dezembro de 2013, tem-se que a variação do número de cidades cobertas foi de 2 865.
- O gráfico mostra que o número de acessos em maio de 2014 é da ordem de 1 010 acessos.
- Se a taxa média de crescimento do número de acessos se mantiver constante em relação ao período de dezembro de 2013 e maio de 2014, é possível estimar que o número de acessos em dezembro de 2014 foi de 140 milhões.
- A velocidade média de crescimento de cidades cobertas foi de aproximadamente 57 cidades por mês em todo o período mostrado no gráfico.

CINEMÁTICA II

2

CLASSIFICAÇÃO DOS MOVIMENTOS

A velocidade escalar média não depende da forma da trajetória (retilínea ou curvilínea), e o deslocamento escalar (ΔS) pode ser positivo, negativo ou nulo. O intervalo de tempo é sempre positivo, pois o instante final da observação é sempre posterior ao inicial. Assim:

- Quando $\Delta S > 0$, a velocidade escalar média é positiva ($v > 0$); nessas condições, o móvel se desloca a favor da trajetória, e seu movimento será classificado como progressivo.
- Quando $\Delta S < 0$, a velocidade escalar média é negativa ($v < 0$); assim, o móvel desloca-se no sentido contrário ao da trajetória, e seu movimento será classificado como retrógrado.
- Quando $\Delta S = 0$, a velocidade escalar média é igual a zero ($v = 0$); o móvel permanece em repouso ou finaliza o movimento no mesmo ponto do qual partiu – o espaço final (S) coincide com o espaço inicial (S_0), o que só é possível quando o móvel retorna pela mesma trajetória de ida. Neste caso, existem dois movimentos envolvidos: o de ida e o de volta, segundo o mesmo trajeto.

VELOCIDADE ESCALAR INSTANTÂNEA

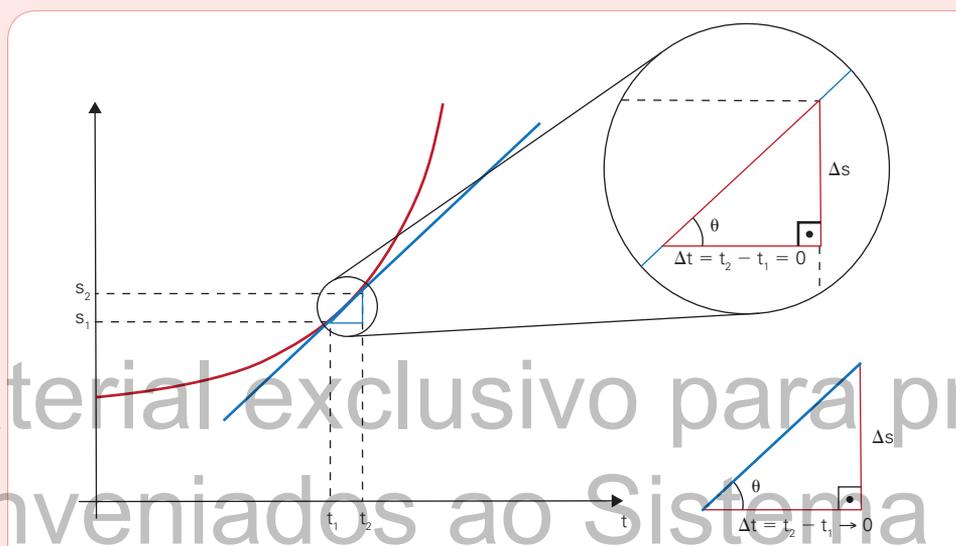
Observando o velocímetro de um veículo, nota-se que em cada instante pode haver uma nova indicação de velocidade. Diferentemente do que estudamos até aqui, a velocidade indicada pelo velocímetro não é uma velocidade escalar média, mas sim uma velocidade escalar instantânea.

A velocidade escalar instantânea é a velocidade de um móvel a cada instante de movimento. Ela pode ser obtida pela leitura direta do velocímetro, pela medida indivada em um radar ou mesmo pelos cálculos em uma função matemática que estudaremos posteriormente.

- Classificação dos movimentos
- Velocidade escalar instantânea

HABILIDADES

- Inferir o valor de variáveis relacionadas ao movimento, tais como velocidade, intervalo de tempo, aceleração, distância percorrida, deslocamentos, período, frequência, entre outras, partindo de situações-problema.
- Conhecer a linguagem própria da Física, compreendendo os conceitos e terminologias pertencentes a essa área, além de suas formas de expressão que envolvem, entre outras, tabelas, gráficos e relações matemáticas.
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.



Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino

Dom Bosco

ROTEIRO DE AULA

VELOCIDADE ESCALAR

Velocidade escalar média

Características

Velocidade escalar instantânea

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

- Movimento progressivo: $v > 0$
- Movimento retrógrado: $v < 0$

Velocidade em determinado instante

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Durante um treinamento, um jovem ciclista observa algumas informações no velocímetro de sua bicicleta: Tempo de percurso, velocidade que desenvolve em cada momento ao longo do trajeto e distância percorrida são algumas das informações que consegue obter.

Analisando as informações no velocímetro em duas situações distintas, pode-se concluir que as velocidades do ciclista nos instantes 1 e 2 e a velocidade escalar média no trecho analisado foram, respectivamente, de:



- a) 25,3 km/h, 19,2 km/h e 22,25 km/h
- b) 25,3 km/h, 19,2 km/h e 22,20 km/h**
- c) 25,3 km/h, 19,2 km/h e 4,77 km/h
- d) 19,2 km/h, 25,3 km/h e 4,77 km/h
- e) 19,2 km/h, 25,3 km/h e 22,20 km/h

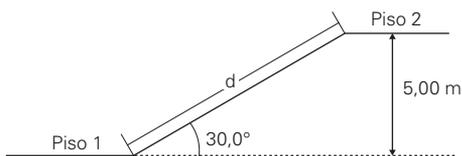
A velocidade no primeiro instante é de 25,3 km/h (instantânea)

A velocidade no segundo instante é de 19,2 km/h (instantânea)

A velocidade média deve ser calculada analisando a distância que o ciclista percorreu e o tempo gasto.

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{9,80 \text{ km} - 5,30 \text{ km}}{12 \text{ min} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}}} = \frac{4,5 \text{ km}}{0,2 \text{ h}} = 22,5 \therefore v_m = 22,5 \text{ km/h}$$

2. Mackenzie-SP



Uma esteira rolante é utilizada para o transporte de pessoas entre dois pisos de um shopping center. A esteira está inclinada de 30,0° em relação à horizontal, e o desnível entre os pisos é de 5,00 m. Considerando o tempo de percurso entre os pisos, desde o início do plano inclinado até o seu final, de 10,0 s, a velocidade escalar média da esteira, em km/h, será

Dados:

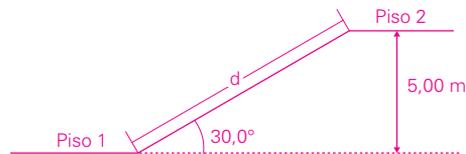
$$\text{sen } 30,0^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{cos } 30,0^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg } 30,0^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

- a) 1,20
- b) 2,00**
- c) 2,40
- d) 3,60**
- e) 4,80

Relembrando as relações métricas no triângulo retângulo, calculamos a distância d:

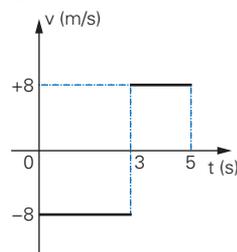


$$d = \frac{5}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10 \text{ m}$$

Com o valor do tempo gasto e a distância percorrida, calculamos a velocidade média:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t} = \frac{10 \text{ m}}{10 \text{ s}} = \frac{1 \text{ m}}{\text{s}} \therefore v_m = 3,6 \text{ km/h}$$

3. O gráfico a seguir representa a velocidade, com o tempo, de um móvel.



a) Qual é o deslocamento escalar do móvel entre os instantes 3 s e 5 s?

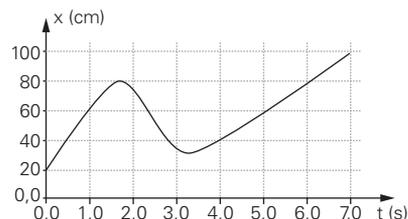
$$d = v \cdot \Delta t = 8 \cdot (5 - 3) = 8 \cdot 2 = 16 \text{ m} \therefore d = 16 \text{ m}$$

b) Como são classificados os movimentos do móvel entre os instantes 0 a 3 s e de 3 s a 5 s?

De 0 a 3 s, $v < 0$, logo o movimento é retrógrado.

De 3 a 5 s, $v > 0$, logo o movimento é progressivo.

4. Em uma atividade experimental, com uso das tecnologias e muita criatividade, os alunos constroem pequenos robôs que se deslocam por trajetórias retilíneas durante os testes de funcionamento. Um desse robôs teve a sua posição x, em função do tempo, descrita pelo gráfico a seguir.



a) Analisando o gráfico, qual é a velocidade escalar média do robô, nos primeiros seis segundos de movimento?

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{80 - 20}{6 - 0} = \frac{60}{6} = 10 \therefore v_m = 10 \text{ cm/s}$$

- b) No instante de tempo $t = 2,0$ s, o robô possui movimento progressivo ou retrógrado?

No instante $t = 2,0$ s o robô se desloca contra o sentido do movimento, logo possui movimento retrógrado.

5. IFSP – O número Mach é definido como a razão entre a velocidade do objeto em movimento e a velocidade do som no meio. No ar, a velocidade do som é de 340 m/s. A velocidade transônica está entre a velocidade sub e supersônica. O período transônico inicia quando começa a aparecer uma barreira de ar em volta das asas do avião. Quando finalmente o avião ultrapassa a velocidade sônica, segue-se um forte estrondo sonoro. Nesse momento, o avião excede 1 Mach.

A maior diferença de pressão passa para a frente da aeronave. Esta abrupta diferença de pressão é a chamada onda de choque, que se estende da traseira à dianteira com uma forma de cone. Esta onda de choque causa o “boom sônico” que se ouve logo após a passagem do avião. Quanto maior a velocidade, mais limitado é o denominado cone de Mach.

Podemos dizer que o texto acima refere-se ao avião com uma velocidade acima de:

- a) 360 km/h, velocidade aproximada máxima de um carro de Fórmula 1.
b) 1 000 km/h, velocidade aproximada máxima do ar.
c) 1 200 km/h, velocidade aproximada máxima do som no ar.

- d) 2 400 km/h, velocidade aproximada máxima do som no vácuo.
e) 3 400 km/h, velocidade aproximada máxima do som na água.

A velocidade de propagação do som no ar é cerca de 340 m/s. Convertendo para km/h, obtemos:

$$v_m = 340 \text{ m/s} = \frac{0,34 \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = 0,34 \cdot 3600 = 1\,224 \text{ km/h}$$

6. Em um dia de grande congestionamento, um motorista, não tendo a possibilidade de nenhuma rota alternativa, percorre 5 km de uma rodovia, com velocidade de 10 km/h e os outros 4 km da mesma rodovia, com velocidade de 20 km/h. Finalizada a parte em que havia o congestionamento, o motorista percorre mais 104 km da rodovia, com velocidade escalar média de 80 km/h. A velocidade escalar média do motorista em todo o trajeto foi de:

- a) 80,0 km/h
b) 36,6 km/h
c) 56,5 km/h
d) 134,0 km/h
e) 200,0 km/h

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta S_1}{v_{m1}} = \frac{5 \text{ km}}{10 \text{ km/h}} = 0,5 \text{ h}$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta S_2}{v_{m2}} = \frac{4 \text{ km}}{20 \text{ km/h}} = 0,2 \text{ h}$$

$$\Delta t_3 = \frac{\Delta S_3}{v_{m3}} = \frac{104 \text{ km}}{80 \text{ km/h}} = 1,3 \text{ h}$$

$$\Delta t_T = 0,5 + 0,2 + 1,3 = 2 \text{ h}$$

$$\Delta S_T = 5 + 4 + 104 = 113 \text{ km}$$

$$v_m = \frac{\Delta S_T}{\Delta t_T} = \frac{113 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 56,5 \therefore v_m = 56,5 \text{ km/h}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Unicamp-SP – Drones são veículos voadores não tripulados, controlados remotamente e guiados por GPS. Uma de suas potenciais aplicações é reduzir o tempo da prestação de primeiros socorros, levando pequenos equipamentos e instruções ao local do socorro, para que qualquer pessoa administre os primeiros cuidados até a chegada de uma ambulância.

Considere um caso em que o drone ambulância se deslocou 9 km em 5 minutos. Nesse caso, o módulo de sua velocidade média é de aproximadamente

- a) 1,4 m/s
b) 30 m/s
c) 45 m/s
d) 140 m/s

8. CPS-SP (adaptado)



Disponível em: <imguol.com/c/noticias/2013/08/05/5ago2013---faixa-exclusiva-de-onibus-no-corredor-norte-sul-da-avenida-23-de-maio-zona-sul-de-

-sao-paulo-e-implantada-na-manha-desta-segunda-feira-5-1375706362560_1920x1080.jpg>. Acesso em: 24 ago. 2013.

Algumas cidades têm implantado corredores exclusivos para ônibus a fim de diminuir o tempo das viagens urbanas.

Suponha que, antes da existência dos corredores, um ônibus demorasse 2 horas e 30 minutos para percorrer todo o trajeto de sua linha, desenvolvendo uma velocidade média de 6 km/h.

Se os corredores conseguirem garantir que a velocidade média dessa viagem aumente para 20 km/h, qual o tempo para que um ônibus percorra todo o trajeto dessa mesma linha?

9. PUC-RJ – Na Astronomia, o Ano-luz é definido como a distância percorrida pela luz no vácuo em um ano. Já o nanômetro, igual a $1,0 \cdot 10^{-9}$ m, é utilizado para medir distâncias entre objetos na Nanotecnologia.

Considerando que a velocidade da luz no vácuo é igual a $3,0 \cdot 10^8$ m/s e que um ano possui 365 dias ou $3,2 \cdot 10^7$ s, podemos dizer que um Ano-luz em nanômetros é igual a:

- a) $9,6 \cdot 10^{24}$ d) $9,6 \cdot 10^6$
 b) $9,6 \cdot 10^{15}$ e) $9,6 \cdot 10^{-9}$
 c) $9,6 \cdot 10^{12}$

10. UPE – Um automóvel vai de P até Q, com velocidade escalar média de 20 m/s e, em seguida, de Q até R, com velocidade escalar média de 10 m/s. A distância entre P e Q vale 1 km, e a distância entre Q e R, 2 km. Qual é a velocidade escalar média em todo o percurso em m/s?

- a) 15 d) 10
 b) 12 e) 20
 c) 9

11. Acafe-SC – As olimpíadas ocorrem de quatro em quatro anos, e esportistas de várias nações são reunidos num país para competirem em diversas modalidades esportivas. Em 2016, ela ocorrerá no Brasil. A natação é uma dessas modalidades e a competição ocorreu em uma piscina de 50 metros de comprimento. Os nadadores disputam no estilo livre, costas, peito, borboleta e *medley*, em provas de 50 m, 100 m, 200 m, 400 m, 800 m e 1 500 m, dependendo do estilo.

Com base no exposto, analise as afirmações a seguir e marque com **V** as **verdadeiras** e com **F** as **falsas**.

- () Ao final de uma prova individual de 100 m livres, todos os nadadores terão realizado um deslocamento de 100 m.
 () Em uma prova de revezamento 4×100 m (quatro nadadores percorrem 100 m), todos os nadadores terão a mesma velocidade média.
 () Se um nadador realiza a prova de 1 500 m com velocidade escalar média de 100 m/min, significa que sempre manteve essa velocidade durante a prova.
 () Todos os nadadores, em uma prova de 50 m livres, realizarão um deslocamento de 50 m.
 () Em uma prova de 100 m livres, um nadador realizará um deslocamento numericamente diferente do espaço que percorreu.

A sequência correta, de cima para baixo, é:

- a) V – V – V – F – F
 b) F – V – F – V – V
 c) F – V – F – F – V
 d) V – F – F – V – V

12. EsPCEX-SP/Aman-RJ – Um trem de 150 m de comprimento se desloca com velocidade escalar constante de 16 m/s. Esse trem atravessa um túnel e leva 50 s desde a entrada até a saída completa de dentro dele. O comprimento do túnel é de:

- a) 500 m d) 950 m
 b) 650 m e) 1 100 m
 c) 800 m

13. PUC-PR (adaptado) – O gráfico a seguir corresponde ao movimento de um móvel que se desloca sobre o eixo X, dado em metros, em função do tempo t em segundos.



Com base no gráfico, qual a velocidade média do objeto durante todo o percurso?

14. UEL-PR – Um carro percorre 20 km com velocidade de 60 km/h, a uma velocidade de 50 km/h.

Qual a sua velocidade escalar média no percurso total, em km/h?

- a) 55 d) 45
 b) 54 e) 37
 c) 50

15. Escola Naval-RJ – Analise o gráfico a seguir.



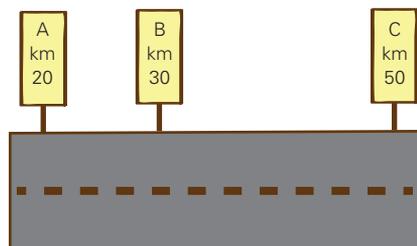
O trajeto entre duas cidades é de 510 km. Considere um veículo executando esse trajeto. No gráfico acima, temos a velocidade média do veículo em três etapas. Com base nos dados apresentados no gráfico, qual a velocidade média, em km/h, estabelecida pelo veículo no trajeto todo?

- a) 48
- b) 51
- c) 54
- d) 57
- e) 60

16. EsPCEX-SP/Aman-RJ – Um automóvel percorre a metade de uma distância D com uma velocidade média de 24 m/s e a outra metade com uma velocidade média de 8 m/s. Nesta situação, a velocidade média do automóvel, ao percorrer toda a distância D , é de:

- a) 12 m/s
- b) 14 m/s
- c) 16 m/s
- d) 18 m/s
- e) 32 m/s

17. UEFS-BA – Ao trafegar por um trecho retilíneo de rodovia, um motorista passa pelos pontos A, B e C, associados aos marcos quilométricos indicados na figura.



Sabendo que entre os pontos A e B o motorista desenvolveu uma velocidade escalar média de 50 km/h e que entre os dois pontos B e C ele desenvolveu uma velocidade escalar média de 25 km/h, entre os pontos A e C sua velocidade escalar média foi de

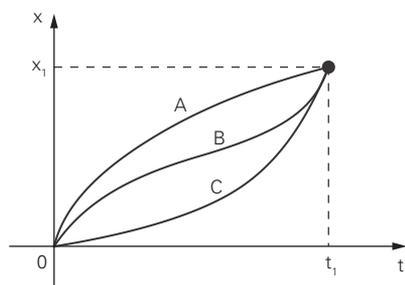
- a) 36 km/h
- b) 30 km/h
- c) 40 km/h
- d) 48 km/h
- e) 45 km/h

ESTUDO PARA O ENEM

18. PUC-RS

C5-H17

Analise o gráfico $x(t)$ abaixo, que representa três partículas, A, B e C, de massas diferentes, que têm suas posições descritas com o transcorrer do tempo.



A alternativa que melhor representa a comparação entre os módulos das velocidades médias (V) medidas para as partículas no intervalo entre 0 e t_1 é

- a) $V_A < V_B < V_C$
- b) $V_A > V_B > V_C$
- c) $V_A < V_B = V_C$
- d) $V_A = V_B < V_C$
- e) $V_A = V_B = V_C$

19. Enem

C6-H20

Antes das lombadas eletrônicas, eram pintadas faixas nas ruas para controle da velocidade dos automóveis.

A velocidade era estimada com o uso de binóculos e cronômetros. O policial utilizava a relação entre a distância percorrida e o tempo gasto, para determinar a velocidade de um veículo. Cronometrava-se o tempo que um veículo levava para percorrer a distância entre duas faixas fixas, cuja distância era conhecida. A lombada eletrônica é um sistema muito preciso, porque a tecnologia elimina erros do operador. A distância entre os sensores é de 2 metros, e o tempo é medido por um circuito eletrônico.

O tempo mínimo, em segundos, que o motorista deve gastar para passar pela lombada eletrônica, cujo limite é de 40 km/h, sem receber uma multa, é de

- a) 0,05.
- b) 11,1.
- c) 0,18.
- d) 22,2.
- e) 0,50.

20. FPS-PE

C5-H17

Usualmente, em uma maratona um atleta corre aproximadamente a distância total de 42 km em duas horas. Em uma dada maratona, um atleta partiu 30 minutos depois do início da competição. Quantos quilômetros por hora a mais este atleta precisaria correr para terminar a prova empatado com um outro atleta que partiu no início da competição e finalizou os 42 km de percurso em duas horas?

- a) 1 km/h
- b) 3 km/h
- c) 5 km/h
- d) 7 km/h
- e) 9 km/h

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (MRU)

KOTINAVISTOCKPHOTO



Avião viajando com velocidade de cruzeiro – constante.

Automóveis, aviões, trens e navios são alguns exemplos de objetos que podem se deslocar, por determinado período, com velocidade invariável. Pássaros, peixes e animais terrestres também se deslocam, em certo tempo, com velocidade constante. Por ser um movimento de fácil dedução teórica, será o primeiro a ser trabalhado nesta unidade, o Movimento Retilíneo Uniforme.

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME

Quando viajamos de avião, notamos que a decolagem e a aterrissagem, geralmente, podem ser dois momentos que causam preocupação tanto nos pilotos quanto nos passageiros. Mas, quando o avião atinge sua velocidade de cruzeiro, o voo costuma ser mais tranquilo e confortável. Por que será que temos essa sensação?

Isso ocorre, pois, na velocidade de cruzeiro, o avião mantém a sua velocidade invariável e o movimento permanece retilíneo. Em outras palavras, nosso corpo simplesmente não é capaz de identificar se estamos em repouso ou em movimento, caso alguém feche as cortinas e não seja possível ouvir o ruído das turbinas. Na física, quando a resultante das forças atuantes em um corpo é nula, mas a velocidade é diferente de zero, que é o caso dessa situação, dizemos que ele se encontra em equilíbrio dinâmico.

O avião ter velocidade constante significa que, em intervalos de tempos iguais, ele mantém velocidade que não varia em módulo, direção e sentido. Assim, tanto sua

- Movimento retilíneo uniforme (MRU)

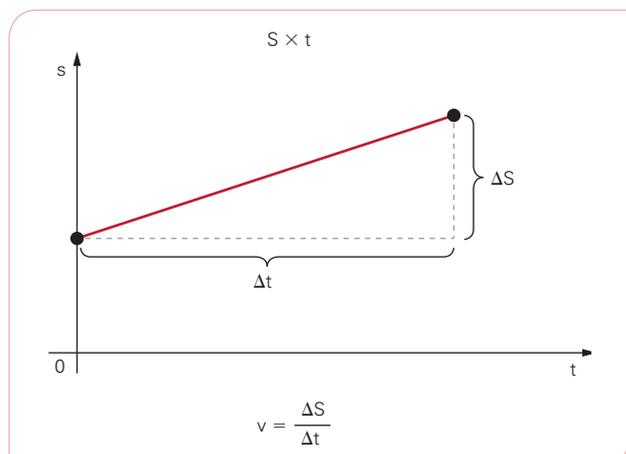
HABILIDADES

- Inferir o valor de variáveis relacionadas ao movimento, tais como velocidade, intervalo de tempo, aceleração, distância percorrida, deslocamentos, período, frequência, dentre outras, partindo de situações-problema.
- Entender a função das medições num estudo científico, reconhecendo as grandezas físicas, suas unidades de medidas, seus múltiplos e submúltiplos, permitindo a interpretação dos diversos fenômenos naturais.
- Conhecer a linguagem própria da Física, compreendendo os conceitos e terminologias empregados nessa disciplina, além de suas formas de expressão que envolvem, entre outras, tabelas, gráficos e relações matemáticas.
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.

velocidade escalar instantânea quanto sua velocidade escalar média têm os mesmos valores.

Em uma análise gráfica, a velocidade constante em movimento retilíneo uniforme (MRU) implica o cálculo da tangente do ângulo da função espaço \times tempo ($S \times t$).

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta S}{\Delta t} = v$$

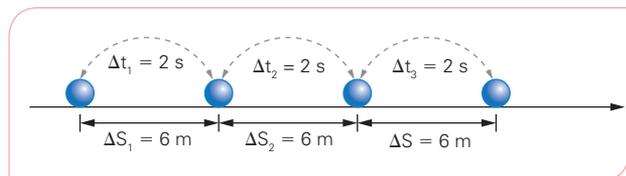


A velocidade pode ser obtida por meio da tangente do ângulo entre a curva e o eixo das abscissas.

No movimento retilíneo uniforme, a velocidade escalar instantânea é constante e não nula em uma trajetória retilínea.

CARACTERÍSTICAS

No movimento retilíneo uniforme, um corpo percorre **deslocamentos iguais** em **intervalos de tempo iguais**.



Nota-se que, para intervalos de tempos iguais a 2 segundos ($\Delta t = 2 \text{ s}$), o corpo se desloca em linha reta por 6 metros ($\Delta S = 6 \text{ m}$), e esse movimento se repete ao longo da trajetória. Podemos afirmar que:

$v = v_m$ (velocidade escalar instantânea = velocidade escalar média)

Assim, obtemos:

$$v_m = v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \text{ ou simplesmente } v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

FUNÇÃO HORÁRIA DA POSIÇÃO (ESPAÇO)

BRAVE RABBIT/SHUTTERSTOCK



Em uma corrida de Fórmula 1, é possível prever qual será o tempo que o piloto irá realizar o trajeto, através de funções horárias de movimento

Quando um móvel está em movimento em relação a determinado referencial, sua posição (espaço) varia no decorrer do tempo.

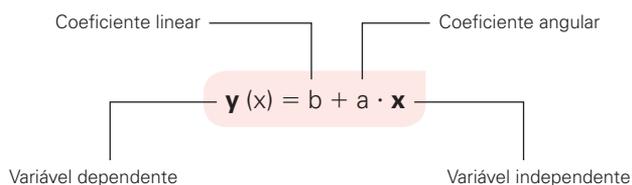
Logo, a posição que o móvel ocupa pode ser descrita por uma função.

$$S = f(t)$$

Essa expressão, conhecida **como função horária do espaço**, representa a lei do movimento para esse móvel.

Conhecendo a função horária do espaço, é possível determinar a posição que o móvel ocupará em determinado tempo, ou o tempo que o móvel levará para estar em determinado local. Não é possível, porém, prever a trajetória do móvel, uma vez que dois observadores localizados em locais distintos e em situações diferentes podem ter representações diferentes de trajetória para o mesmo móvel.

Em matemática, estudamos a função polinomial do 1º grau $y(x) = b + a \cdot x$, que expressa uma função linear, o qual corresponde a uma reta, em um sistema cartesiano.



O termo y representa a variável dependente dos valores que x (variável independente) vai assumir. O termo b corresponde ao coeficiente linear da reta, ou seja, o ponto no qual a função intersecta o eixo vertical y e, por fim, o termo a representa o coeficiente angular da reta, dado pela tangente do ângulo formado pela reta com o eixo horizontal (eixo das abscissas).

Em física, para o movimento retilíneo uniforme, deduzimos a função horária do espaço da seguinte maneira:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Leftrightarrow v = \frac{S - S_0}{t - t_0}$$

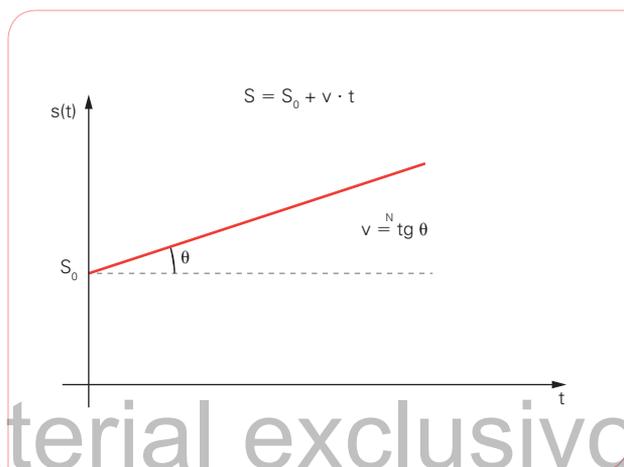
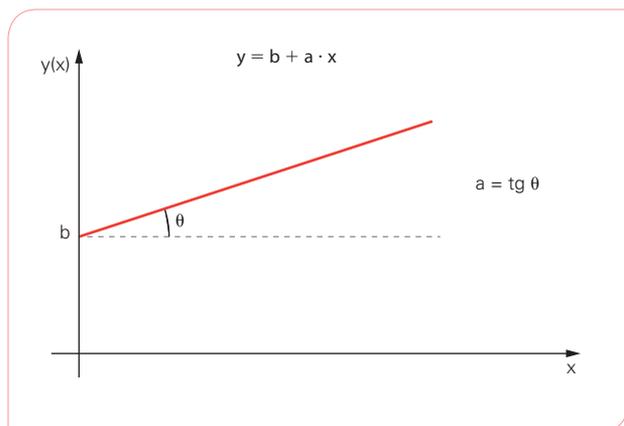
Supondo $t_0 = 0$, obtemos:

$$v = \frac{S - S_0}{t - t_0} \Leftrightarrow S - S_0 = v \cdot t \Leftrightarrow S = S_0 + v \cdot t$$

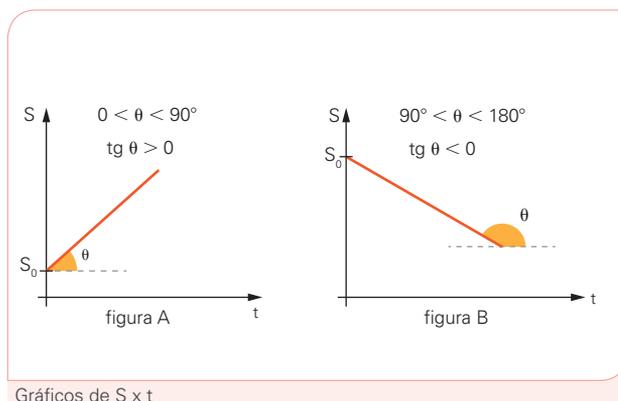
Logo, $S = S_0 + v \cdot t$ é a função horária do espaço no movimento retilíneo uniforme, que também corresponde a uma **função polinomial do 1º grau**.

O termo **S** (espaço) representa a variável dependente dos valores que **t** (tempo, variável independente) vai assumir. O termo **S₀** (espaço inicial) corresponde ao coeficiente linear da reta, ou seja, o ponto no qual a função intersecta o eixo vertical **y** (eixo das ordenadas) e, por fim o termo **v** (velocidade) representa o coeficiente angular da reta, dado pela tangente do ângulo formado pela reta com o eixo horizontal.

Representando graficamente as funções $y = b + a \cdot x$ e $S = S_0 + v \cdot t$, obtemos:



A representação gráfica do espaço (S) em função do tempo (t), conhecida por **diagrama horário**, é uma semirreta.



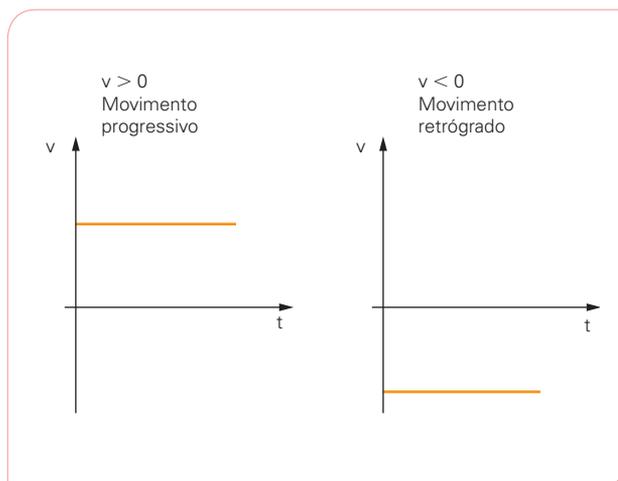
Gráficos de S x t

Quando θ (ângulo que a reta forma com o eixo horizontal) é **agudo** (figura A), sua tangente é positiva, e a função é **crecente**. Nesse caso, o deslocamento escalar é **positivo**, a velocidade é **positiva** e o movimento é **progressivo**.

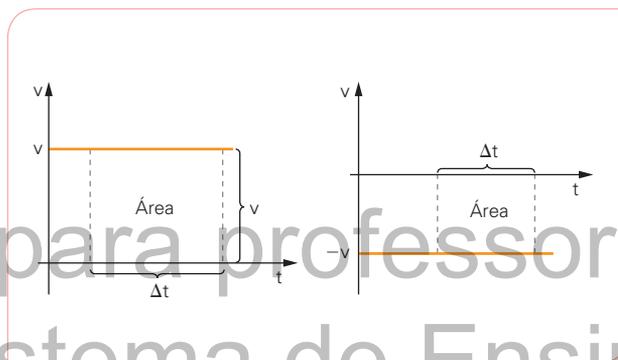
Se θ corresponde a um ângulo **obtus** (figura B), sua tangente é negativa e a função é **decrecente**. Nesse caso, o deslocamento escalar é **negativo**, a velocidade é **negativa** e o movimento é **retrógrado**.

DIAGRAMA HORÁRIO DA VELOCIDADE

Sendo a velocidade escalar constante, ao construir o gráfico da velocidade em função do tempo ($v \times t$), obtemos:



Observe os gráficos a seguir:



Gráficos de v x t em MU

Para o intervalo de tempo (Δt) determinado no gráfico, a velocidade (v) é constante. Já sabemos que, ao multiplicar a velocidade escalar pelo tempo do percurso, obtemos o deslocamento escalar (ΔS). Agora, olhando para o mesmo gráfico, mas com um olhar matemático, verificamos que a área do gráfico pode ser calculada multiplicando-se a altura do retângulo (v) pela sua base (Δt); logo, concluímos que o valor numérico da área do gráfico corresponde ao deslocamento escalar do móvel.

$$\Delta S \stackrel{=}{{}} A$$

- Se a velocidade é positiva, o deslocamento corresponde ao valor numérico da área; logo, também é positivo.
- Se a velocidade é negativa, o deslocamento corresponde ao valor numérico da área; porém, com sinal negativo.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

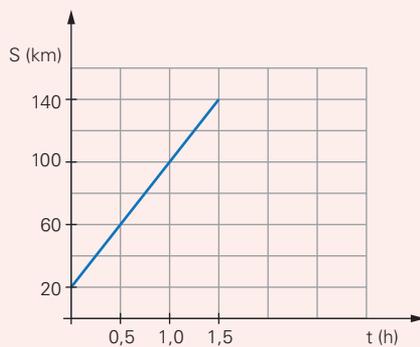
1. Um motorista, trafegando com velocidade constante, começa a monitorar o tempo de percurso e a distância percorrida pelo seu veículo ao passar pelo km 20 de uma rodovia. Trinta minutos após a marcação inicial, o motorista chega ao quilômetro 60 da rodovia; 1 hora depois chega ao quilômetro 100; e 1 hora e 30 minutos após o início das marcações chega ao quilômetro 140 da mesma rodovia.

- Construa o gráfico espaço *versus* tempo, S (km) \times t (h), que represente o movimento do veículo.
- Determine a velocidade escalar média do veículo no percurso.
- Determine a função horária do espaço desse veículo.

Resolução

a) Convertendo o tempo de minutos para horas (1 h = 60 min), montamos a tabela abaixo e construímos o gráfico a seguir:

t (h)	S (km)
0,0	20
0,5	60
1,0	100
1,5	140



$$\text{b) } v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{140 - 20}{1,5 - 0} = \frac{120}{1,5} = 80$$

Como o carro executa movimento retilíneo uniforme, $v_m = v \therefore v = 80 \text{ km/h}$

c) Com os valores de $S_0 = 20 \text{ km}$ e $v = 80 \text{ km/h}$, obtemos a equação horário do espaço:

$$S = S_0 + v \cdot t \Rightarrow S = 20 + 80 \cdot t \text{ (km/h)}$$

2. Unisc-RS – Um passageiro de ônibus está transitando pela Tabai Canoas no sentido Santa Cruz do Sul – Porto Alegre quando vê uma placa indicando que faltam 12 km para chegar ao Restaurante GreNal. A partir deste momento ele marca o tempo até passar pela frente deste restaurante. O tempo marcado foi de 10 minutos. Qual foi a velocidade média do ônibus neste trajeto?

- 72 km/h
- 50 km/h
- 80 km/h
- 68 km/h
- 120 km/h

Resolução

A velocidade média é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{12 \text{ km}}{10 \text{ min}} = \frac{12 \text{ km}}{10 \text{ min} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}}} = \frac{12}{10} \cdot \frac{60}{1} = 72$$

$$\therefore v_m = 72 \text{ km/h}$$

3. IFPE – Toda manhã, um ciclista com sua bicicleta pedala na orla de Boa Viagem durante 2 horas. Curioso para saber sua velocidade média, ele esboçou o gráfico velocidade escalar em função do tempo, conforme a figura a seguir. A velocidade média, em km/h, entre o intervalo de tempo de 0 a 2 h, vale:



- 3
- 4
- 6
- 8
- 9

Resolução

A área sob a curva no diagrama $v \times t$ é numericamente igual ao espaço percorrido (d).

Dividimos a figura em 2 partes e calculamos a área sob a curva da seguinte maneira:

$$d = A_1(\text{trapézio}) + A_2(\text{retângulo}) = \left(\frac{10+2}{2} \right) \cdot 1 + (10 \cdot 1) = 6 + 10 = 16 \text{ km}$$

Mas o intervalo de tempo total gasto é $\Delta t = 2 \text{ h}$.

Então, a velocidade média é dada por:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t} = \frac{16}{2} = 8 \text{ km/h}$$

ROTEIRO DE AULA

MOVIMENTO RETILÍNEO
UNIFORME (MRU)

CARACTERÍSTICAS

Percorre deslocamentos iguais em intervalos de tempos iguais

Possui velocidade constante

Possui aceleração nula

FUNÇÃO HORÁRIA
DA POSIÇÃO

O MRU é descrito por uma equação polinomial do 1º grau – Função linear

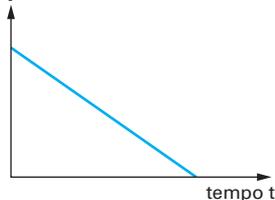
$$S = S_0 + v \cdot t$$

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

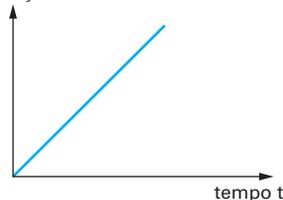
EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **Unioeste-PR** – Assinale o gráfico que representa CORRETAMENTE um movimento com velocidade constante e diferente de zero.

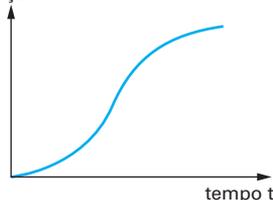
a) Posição x



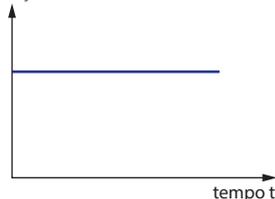
b) Aceleração a



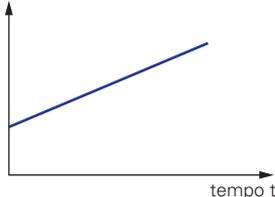
c) Posição x



d) Aceleração a

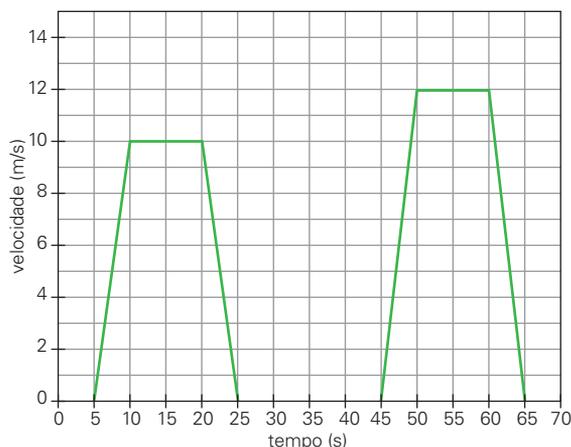


e) Velocidade v



As características do movimento uniforme indicam o gráfico correto; portanto, a velocidade é constante e diferente de zero, a aceleração é nula e a posição varia linearmente com o tempo.

2. **Unicamp-SP** – O semáforo é um dos recursos utilizados para organizar o tráfego de veículos e de pedestres nas grandes cidades. Considere que um carro trafega em um trecho de uma via retilínea, em que temos 3 semáforos. O gráfico abaixo mostra a velocidade do carro, em função do tempo, ao passar por esse trecho em que o carro teve que parar nos três semáforos.



A distância entre o primeiro e o terceiro semáforo é de

- a) 330 m
b) 440 m
c) 50 m
d) 180 m

A distância entre os dois semáforos é numericamente igual à soma das áreas dos trapézios 1 e 2.

$$\Delta S_1 = \frac{[(25-5) + (20-10)]}{2} \cdot 10 = 150 \text{ m}$$

$$\Delta S_2 = \frac{[(65-45) + (60-50)]}{2} \cdot 12 = 180 \text{ m}$$

$$\Delta S_T = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 150 + 180 = 330 \therefore \Delta S_T = 330 \text{ m}$$

3. **Unesp (adaptado)** – Juliana pratica corridas e consegue correr 5,0 km em meia hora. Seu próximo desafio é participar da corrida de São Silvestre, cujo percurso é de 15 km. Como é uma distância maior do que a que está acostumada a correr, seu instrutor orientou que diminuísse sua velocidade média habitual em 40% durante a nova prova. Se seguir a orientação de seu instrutor, em quanto tempo Juliana completará a corrida de São Silvestre?

v_1 = velocidade média desenvolvida por Juliana nos treinos:

$$v_1 = \frac{\Delta S_1}{\Delta t_1} = \frac{5}{0,5} \Rightarrow v_1 = 10 \text{ km/h}$$

Para a corrida, a velocidade deverá ser reduzida em 40%. Então a

velocidade média da prova será 60% da velocidade de treinamento.

Assim:

$$v_2 = 60\% \text{ de } v_1 = 0,6v_1 = 0,6 \cdot 10 = 6 \therefore v_2 = 6 \text{ km/h}$$

Logo, o tempo de prova será:

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta S_2}{v_2} = \frac{15}{6} = 2,5 \text{ h} \therefore \Delta t_2 = 2 \text{ h } 30 \text{ min}$$

4. FMP-SP

C5-H17

A maratona é uma prova olímpica das mais famosas. Trata-se de uma corrida em uma distância de 42,195 km normalmente realizada em ruas e estradas. Na Alemanha, ao vencer a Maratona de Berlim, o queniano Dennis Kimetto quebrou o recorde mundial completando o percurso no tempo de duas horas, dois minutos e 57 segundos.

Tal façanha correspondeu a uma velocidade média com valor próximo de:

- a) 2,1 m/s
b) 5,7 m/s
 c) 21 m/s
 d) 2,1 km/h
 e) 5,7 km/h

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{42,195 \cdot 1000}{7377} \cong 5,7 \text{ m/s} \therefore v_m \cong 5,7 \text{ m/s}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Conhecer a linguagem própria da Física, compreendendo os conceitos e terminologias pertencentes a essa área, além de suas formas de expressão que envolvem, entre outras, tabelas, gráficos e relações matemáticas.

5. PUC-RJ (adaptado) – Um carro saiu da posição $x_i = 0$ km e percorreu uma estrada retilínea e horizontal até $x_f = 10$ km. Entre 0 km e 5 km, sua velocidade foi 60 km/h e, entre 5 km e 10 km, sua velocidade foi 30 km/h.

Qual a velocidade média, em km/h, para percorrer os 10 km totais?

- a) 20
 b) 30
c) 40
 d) 45
 e) 60

$$S = S_0 + v \cdot t \Rightarrow t = \frac{\Delta S}{v}$$

$$t_1 = \frac{5}{60} = \frac{1}{12} \text{ h} = \frac{1}{12} \cdot 60 = 5 \therefore t_1 = 5 \text{ min}$$

$$t_2 = \frac{5}{30} = \frac{1}{6} \text{ h} = \frac{1}{6} \cdot 60 = 10 \therefore t_2 = 10 \text{ min}$$

$$\Delta t_T + \Delta t_1 + \Delta t_2 = 5 + 10 = 15 \text{ min} = 0,25 \text{ h} \therefore t_T = 0,25 \text{ h}$$

$$v_m = \frac{\Delta S_T}{\Delta t_T} = \frac{10 \text{ km}}{0,25 \text{ h}} = 40 \therefore v_m = 40 \text{ km/h}$$

6. UFPR – Em uma caminhada por um parque, uma pessoa, após percorrer 1 km a partir de um ponto inicial de uma pista e mantendo uma velocidade constante de 5 km/h, cruza com outra pessoa que segue em sentido contrário e com velocidade constante de 4 km/h. A pista forma um trajeto fechado com percurso total de 3 km. Calcule quanto tempo levará para as duas pessoas se encontrarem na próxima vez.

Até o próximo encontro, a soma das distâncias percorridas é

igual ao comprimento da pista, $d = 3$ km

$$d = d_1 + d_2 \Rightarrow 3 = v_1 \cdot t + v_2 \cdot t \Rightarrow 3 = 5t + 4t = 9t \Rightarrow t = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ h}$$

$$t = \frac{1}{3} \cdot 60 = 20 \therefore t = 20 \text{ min}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UTFPR – Um navio de pesquisa equipado com SONAR está mapeando o fundo do oceano. Em determinado local, a onda ultrassônica é emitida e os detectores recebem o eco 0,6 s depois.

Sabendo que o som se propaga na água do mar com velocidade aproximada de 1500 m/s, assinale qual é a profundidade, em metros, do local considerado.

- a) 450. c) 620. e) 662.
 b) 380. d) 280.

8. CPS-SP (adaptado) – Para exemplificar uma aplicação do conceito de velocidade média, um professor de Ciências explica aos seus alunos como é medida a velocidade de um veículo quando passa por um radar.

Os radares usam a tecnologia dos sensores magnéticos. Geralmente são três sensores instalados no asfalto alguns metros antes do radar. Esse equipamento mede quanto tempo o veículo demora para ir de um sensor ao outro, calculando a partir daí a velocidade média do veículo.



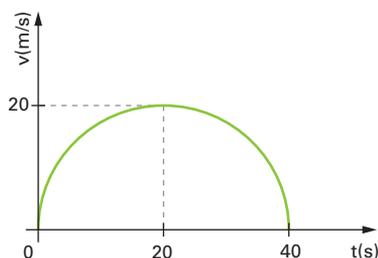
PHOTITO S2016/ISTOCKPHOTO

Disponível em: <<http://tinyurl.com/yd9pdgk7>>. Acesso em: 12 nov. 2017

Considere um veículo trafegando numa pista cuja velocidade máxima permitida seja de 40 km/h (aproximadamente 11 m/s) e a distância média entre os sensores consecutivos seja de 2 metros.

Qual o mínimo intervalo de tempo que o veículo leva para percorrer a distância entre um sensor e outro consecutivo, a fim de não ultrapassar o limite de velocidade?

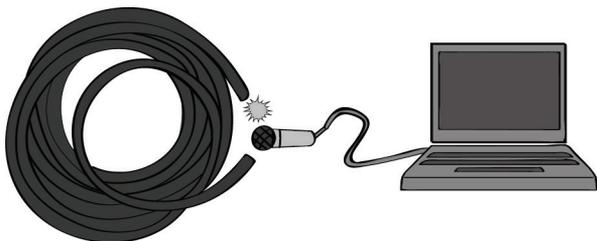
9. **Acafe-SC** – O gráfico a seguir mostra o comportamento da velocidade de um automóvel em função do tempo.



A distância percorrida, em **metros**, por esse automóvel nos primeiros 20 segundos do movimento é:

- a) 400π .
- b) 10π .
- c) 100π .
- d) 200π .

10. **FMP-RS** – Um professor de física do Ensino Médio propôs um experimento para determinar a velocidade do som. Para isso, enrolou um tubo flexível de 5,0 m (uma mangueira de jardim) e colocou as duas extremidades próximas a um microfone, como ilustra a figura abaixo.



Disponível em: <http://www.if.ufrj.br/~pef/producao_academica/dissertacoes/2011_Sergio_Tobias/dissertacao_Sergio_Tobias.pdf>. Adaptado. Acesso em: 24 ago. 2015.

O microfone foi conectado à placa de som de um computador. Um som foi produzido próximo a uma das extremidades do tubo – no caso, estourou-se um pequeno

balão de festas – e o som foi analisado com um programa que permite medir o intervalo de tempo entre os dois pulsos que eram captados pelo microcomputador: o pulso provocado pelo som do estouro do balão, que entra no tubo, e o pulso provocado pelo som que sai do tubo. Essa diferença de tempo foi determinada como sendo de 14,2 ms.

A velocidade do som, em m/s, medida nesse experimento vale

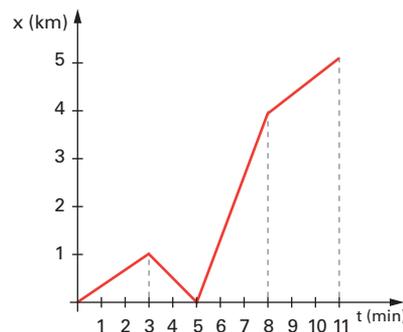
- a) 704
- b) 352
- c) 0,35
- d) 70
- e) 14

11. **PUC-RJ** – Um carro viaja a 100 km/h por 15 minutos e, então, baixa sua velocidade a 60 km/h, percorrendo 75 km nesta velocidade.

Qual é a velocidade média do carro para o trajeto total, em km/h?

- a) 80
- b) 75
- c) 67
- d) 85
- e) 58

12. **PUC-RJ** – Um carro saiu da posição $x = 0$ km até seu destino final em $x = 5$ km de acordo com gráfico x (km) \times t (min) mostrado na figura. Finalizado o percurso, o computador de bordo calcula a velocidade escalar média do carro, sem considerar o sentido do movimento.



Qual é essa velocidade escalar média dada pelo computador, em km/h?

- a) 27
- b) 33
- c) 38
- d) 47
- e) 60

13. **Fatec-SP** – Nos primeiros Jogos Olímpicos, as provas de natação eram realizadas em águas abertas, passando a ser disputadas em piscinas olímpicas em 1908. Atualmente, os sensores instalados nas piscinas cronometram, com precisão, o tempo dos atletas em até centésimos de segundo. Uma das disputas mais acirradas foi a prova masculina de 50 m em estilo livre. Observe o tempo dos três medalhistas dessa prova nos Jogos de Londres em 2012.

Florent Manaudou (FRA)	Cullen Jones (EUA)	César Cielo Filho (BRA)
21,34 s	21,54 s	21,59 s

Considerando a velocidade média dos atletas, quando o vencedor completou a prova, qual a distância aproximada entre César Cielo e o ponto de chegada?

14. IFSP – Leia o trecho a seguir para responder à questão.

O mel foi a primeira substância adoçante conhecida da Antiguidade. Segundo a Bíblia, era uma das duas dádivas da Terra da Promissão (a outra era o leite).

[...]

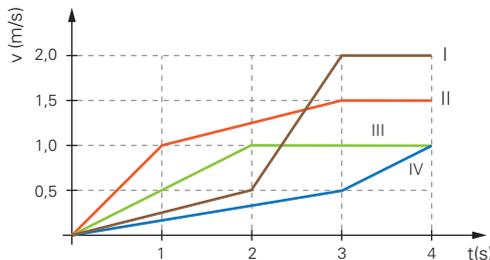
As abelhas produtoras de mel organizam-se em três classes principais: as *operárias*, que providenciam a alimentação, a *rainha*, que põe os ovos, e o *zangão*, que se acasala com a rainha. Uma colônia de tamanho médio compreende uma rainha e cerca de cem zangões e mais ou menos sessenta e cinco mil operárias.

Disponível em: <<http://www.fiocruz.br/biosseguranca/Bis/infantil/abelhas.htm>>. (Adaptado).

Considere uma abelha operária, que voa com uma velocidade de, aproximadamente, $v_1 = 20,0$ km/h, durante o percurso de ida para coletar néctar, e com uma velocidade de, aproximadamente, $v_2 = 12,0$ km/h, quando volta para a colmeia transportando o néctar. Suponha também que, nessas condições, a abelha parte da colmeia (voando em linha reta) até uma flor, distante X quilômetros da colmeia, gastando 2 minutos na flor para coletar o néctar e volta para a colmeia (também em linha reta). Admitindo-se que o tempo total que a abelha gasta indo até a flor, coletando o néctar e voltando para a colmeia, é de 42 minutos, assinale a alternativa que apresenta a distância X, em quilômetros.

- a) 4 km.
- b) 5 km.
- c) 6 km.
- d) 7 km.
- e) 8 km.

15. Uerj (adaptado) – Em uma pista de competição, quatro carrinhos elétricos, numerados de I a IV, são movimentados de acordo com o gráfico $v \times t$ a seguir.



Qual a numeração do carrinho que percorreu a maior distância em 4 segundos?

16. UFSC – Pilotos amadores fizeram uma corrida de automóveis em uma pista improvisada de 1 400 m. Cada automóvel foi numerado de 1 a 8 e largou na posição mostrada na figura a seguir.

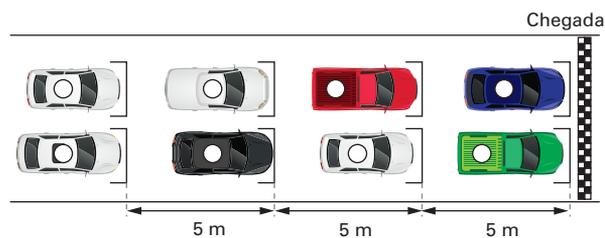
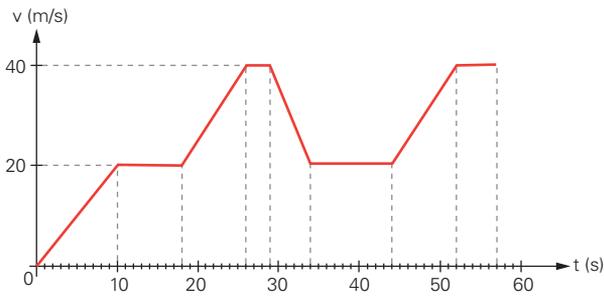


Ilustração da posição dos automóveis no instante da largada

O gráfico a seguir representa a velocidade em função do tempo de um dos automóveis, em sua primeira volta na pista, desde sua largada até alcançar a linha de chegada.



Com base na figura e nos dados acima, é **CORRETO** afirmar que o gráfico:

- 01) pertence ou ao automóvel de número 5 ou ao automóvel de número 6.
- 02) mostra que no intervalo de 10 s até 18 s o automóvel esteve em movimento retilíneo uniforme.
- 04) indica que o automóvel possui aceleração de mesmo módulo nos instantes 20 s e 50 s.
- 08) pertence ou ao automóvel de número 7 ou ao automóvel de número 8.
- 16) aponta que o automóvel esteve em repouso quatro vezes.

17. ITA-SP – No sistema de sinalização de trânsito urbano chamado de “onda verde”, há semáforos com dispositivos eletrônicos que indicam a velocidade a ser mantida pelo motorista para alcançar o próximo sinal ainda aberto. Considere que de início o painel indique uma velocidade de 45 km/h. Alguns segundos depois ela passa para 50 km/h e, finalmente, para 60 km/h. Sabendo que a indicação de 50 km/h no painel demora 8,0 s antes de mudar para 60 km/h, então a distância entre os semáforos é de

- a) $1,0 \cdot 10^{-1}$ km.
- b) $2,0 \cdot 10^{-1}$ km.
- c) $4,0 \cdot 10^{-1}$ km.
- d) 1,0 km.
- e) 1,2 km.

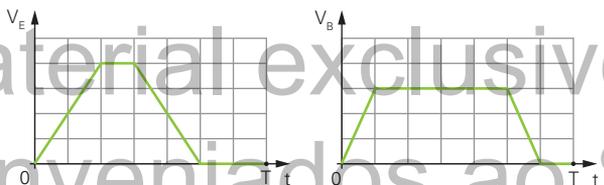
ESTUDO PARA O ENEM

18. IFSP

C5-H17

Com a intenção de se preparar para uma maratona, Branca de neve e Encantado começaram um treino diário de corrida e pediram ajuda para a experiente maratonista Fada madrinha. A instrutora, então, com a ajuda de um dispositivo eletrônico de última geração conhecido como radar, plotou gráficos da velocidade de cada um pelo tempo em que ficava observando.

Certo dia, apresentou os gráficos aos dois, utilizando para isso a mesma escala nos eixos, sendo V_E a velocidade de Encantado e V_B a velocidade de Branca de neve.



Baseando-se nos gráficos apresentados, durante o intervalo de tempo T observado, podemos concluir corretamente que

- a) a aceleração impressa no início por Encantado foi maior do que a de Branca de neve.
- b) a velocidade máxima atingida por Branca de neve foi maior do que a de Encantado.
- c) Encantado foi mais longe que Branca de neve.
- d) Branca de neve percorreu uma distância maior do que Encantado.
- e) a velocidade média de Branca de neve é menor do que a de Encantado.

19. Unicamp-SP

C6-H20

Recentemente, uma equipe de astrônomos afirmou ter identificado uma estrela com dimensões comparáveis às da Terra, composta predominantemente de diamante. Por ser muito frio, o astro, possivelmente uma estrela anã branca, teria tido o carbono de sua

Material exclusivo para professores conveniados ao Sistema de Ensino

composição cristalizado em forma de um diamante praticamente do tamanho da Terra.

Os astrônomos estimam que a estrela estaria situada a uma distância $d = 9,0 \cdot 10^{18}$ m da Terra. Considerando um foguete que se desloca a uma velocidade $v = 1,5 \cdot 10^4$ m/s, o tempo de viagem do foguete da Terra até essa estrela seria de

(1 ano $\approx 3,0 \cdot 10^7$ s)

- a) 2 000 anos
- b) 300 000 anos
- c) 6 000 000 anos
- d) 20 000 000 anos

20. Fatec-SP

C5-H17

A tabela apresenta dados extraídos diretamente de um texto divulgado na internet pelo Comitê Organizador da Rio 2016, referente ao revezamento da Tocha Olímpica em território brasileiro, por ocasião da realização dos XXXI Jogos Olímpicos Modernos no Rio de Janeiro.

Revezamento da tocha olímpica

Duração	95 dias
Percurso terrestre total	20 000 km
Percurso aéreo Total	10 000 milhas = 16 000 km

Disponível em: <<http://tinyurl.com/zf326a5>>. Acesso em: 23 set. 2016.

Dado: 1 dia = 24 h

Utilizando como base apenas as informações fornecidas na tabela, podemos dizer que a velocidade média da Tocha Olímpica ao longo de todo percurso é, em km/h, aproximadamente igual a

- a) $3,2 \cdot 10^2$
- b) $1,6 \cdot 10^1$
- c) $8,8 \cdot 10^0$
- d) $7,0 \cdot 10^0$
- e) $4,4 \cdot 10^0$

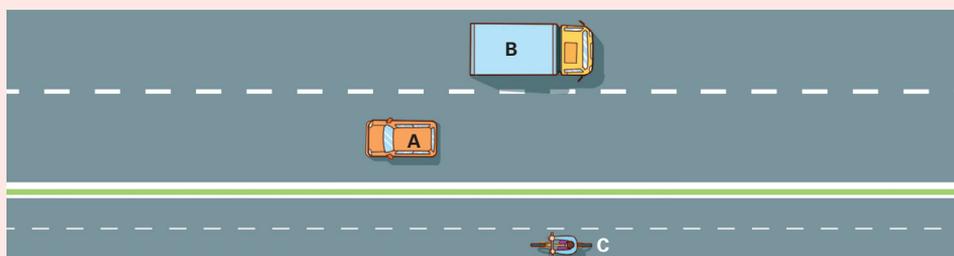
4

VELOCIDADE ESCALAR RELATIVA

- Velocidade escalar relativa
- Movimento relativo uniforme

HABILIDADES

- Inferir o valor de variáveis relacionadas ao movimento, tais como velocidade, intervalo de tempo, aceleração, distância percorrida, deslocamentos, período, frequência, dentre outras, partindo de situações-problema.
- Conhecer a linguagem própria da Física, compreendendo os conceitos e terminologias empregados nessa disciplina, além de suas formas de expressão que envolvem, entre outras, tabelas, gráficos e relações matemáticas.
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.



Para maior comodidade dos usuários de estações rodoviárias, ferroviárias e aeroportos, tornou-se comum o uso de escadas rolantes ou esteiras rolantes. Assim, o usuário consegue associar o seu movimento ao movimento desses objetos, podendo, ou se deslocar com maior velocidade, ou apenas serem levados por eles; e é exatamente sobre esse tipo de movimento que trabalharemos neste módulo, o movimento relativo.

VELOCIDADE ESCALAR RELATIVA

Considere uma avenida com os seguintes veículos: carro (A), bicicleta (B) e caminhão (C), deslocando-se na mesma trajetória com velocidades, respectivamente, igual a v_A , v_B e v_C , como podemos analisar na figura.

A velocidade de um móvel em relação a outro (tomado como referência) chama-se **velocidade relativa (v_{rel})** e pode ser calculada da maneira apresentada a seguir.

Móveis em sentidos opostos

Observe na figura que o carro (v_A) se desloca no sentido contrário ao do caminhão (v_B). Assim, a velocidade do carro em relação ao caminhão será:

$$v_{rel} = |v_A| + |v_B|$$

Assim, obtemos:

$$v_{rel} = |v_{AB}| = |150| + |140| \Rightarrow v_{AB} = 90 \text{ km/h}$$

Móveis no mesmo sentido

Observe que o carro (A) se desloca no mesmo sentido da bicicleta (C) e tem módulo da velocidade maior que o da bicicleta. Desse modo, a velocidade do carro em relação à bicicleta, será:

$$v_{rel} = |v_A| - |v_C|$$

Assim, obtemos:

$$v_{rel} = |v_{AC}| = |150| - |140| \Rightarrow v_{AC} = 20 \text{ km/h}$$

Observação

Quando se estabelece um movimento relativo entre móveis, um deles é tomado como referência; portanto, permanece parado em relação a si mesmo, enquanto o outro se aproxima ou se afasta dele com certa velocidade relativa. Observe o esquema.



Movimento relativo uniforme

Se dois móveis, na mesma trajetória, mantiverem constantes suas velocidades escalares, um em relação ao outro, executam movimento retilíneo uniforme, aproximando-se ou afastando-se um do outro com velocidade de módulo constante.

Assim, podemos estabelecer a seguinte expressão para esse MRU:

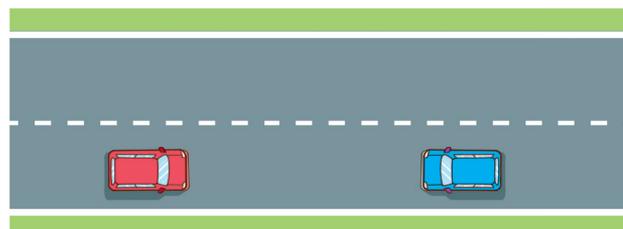
$$v_{\text{rel}} = \frac{\Delta S_{\text{Rel}}}{\Delta t} \quad (\text{constante} \neq 0)$$

Os processos de encontro ou ultrapassagem de móveis são analisados normalmente por movimento relativo.

Exemplo

Dois carros, A e B, se deslocam em sentidos opostos com velocidades v_A e v_B e estão inicialmente separados por uma distância x_0 , conforme a figura.

Como determinar o intervalo de tempo para ocorrer o encontro? Vamos analisar a figura a seguir:



Como os movimentos têm sentidos opostos, a velocidade relativa é dada por:

$$v_{\text{rel}} = |v_A| + |v_B|$$

Tomando um dos carros como referência, o outro tem, até o encontro, deslocamento relativo de módulo x_0 ; assim, calculamos o intervalo de tempo (Δt) gasto até o encontro:

$$v_{\text{rel}} = \frac{\Delta S_{\text{Rel}}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta S_{\text{Rel}}}{v_{\text{rel}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{x_0}{|v_A| + |v_B|}$$

ROTEIRO DE AULA

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (MRU)

MOVIMENTO RELATIVO

Quando o movimento relativo entre dois móveis (A e B) é estabelecido, um deles é tomado como referência, tendo velocidade nula em relação a si mesmo.

Movimentos no mesmo sentido:

$$V_{\text{rel}} = \frac{|v_A| - |v_B|}{1}$$

Movimentos no sentido oposto:

$$V_{\text{rel}} = \frac{|v_A| + |v_B|}{1}$$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Uerj (adaptado) – Em um longo trecho retilíneo de uma estrada, um automóvel se desloca a 80 km/h e um caminhão a 60 km/h, ambos no mesmo sentido e em movimento uniforme. Em determinado instante, o automóvel encontra-se 60 km atrás do caminhão.

Qual o intervalo de tempo, em horas, necessário para que o automóvel alcance o caminhão?

A velocidade relativa entre os veículos será:

$$v_{\text{rel}} = v_A - v_C = 80 - 60 = 20 \text{ km/h} \therefore v_{\text{rel}} = 20 \text{ km/h}$$

Já a distância relativa (ΔS_{rel}) é de 60 km.

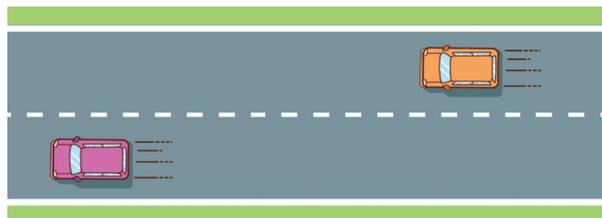
$$\Delta t = \frac{\Delta S_{\text{rel}}}{v_{\text{rel}}} = \frac{60}{20} = 3 \therefore \Delta t = 3 \text{ h}$$

2. Acafe-SC

C6-H20

Filas de trânsito são comuns nas grandes cidades, e duas de suas consequências são: o aumento no tempo da viagem e a irritação dos motoristas. Imagine que você está em uma pista dupla e enfrenta uma fila. Pensa em mudar para a fila da pista ao lado, pois percebe que, em determinado trecho, a velocidade da fila ao lado é 3 carros/min, enquanto a velocidade da sua fila é 2 carros/min.

Considere o comprimento de cada automóvel igual a 3 m.



Assinale a alternativa **correta** que mostra o tempo, em **min**, necessário para que um automóvel da fila ao lado que está a 15 m atrás do seu possa alcançá-lo.

- a) 2 c) 5
b) 3 d) 4

Interpretemos o carro à esquerda como o carro 1 com velocidade (v_1) e o carro da direita como carro 2 (v_2).

$$v_1 = 3 \text{ carros/min} \quad v_2 = 2 \text{ carros/min}$$

Como o comprimento de cada carro é de 3 m, temos:

$$v_1 = 3 \text{ carros/min} \cdot 3 = 9 \text{ m/min} \quad v_2 = 2 \text{ carros/min} \cdot 3 = 6 \text{ m/min}$$

Uma vez que os carros se deslocam no mesmo sentido, temos:

$$v_{\text{rel}} = \frac{\Delta S_{\text{rel}}}{\Delta t} \quad \Delta t = \frac{\Delta S_{\text{rel}}}{v_{\text{rel}}} = \frac{15}{9-6} = 5 \therefore \Delta t = 5 \text{ min}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

3. IFSP – Em um trecho retilíneo de estrada, dois veículos, A e B, mantêm velocidades constantes $v_A = 14 \text{ m/s}$ e $v_B = 54 \text{ km/h}$



Sobre os movimentos desses veículos, pode-se afirmar que

- a) ambos apresentam a mesma velocidade escalar.
 b) mantidas essas velocidades, A não conseguirá ultrapassar B.
 c) A está mais rápido do que B.
 d) a cada segundo que passa, A fica dois metros mais distante de B.
 e) depois de 40 s, A terá ultrapassado B.

$$v_A = 14 \text{ m/s}; v_B = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$$

Comparando as velocidades dos carros A e B e estando os dois veículos trafegando no mesmo sentido da pista, mantidas as velocidades do carro A não conseguirá ultrapassar o carro B, pois $v_A < v_B$.

4. IFBA – Dois veículos A e B trafegam numa rodovia plana e horizontal, obedecendo às seguintes equações horárias cujas unidades estão expressas no Sistema Internacional de medidas (SI):

$$X_A = 200 + 10t \text{ e } X_B = 1000 - 30t$$

Ao analisar estes movimentos, pode-se afirmar que a velocidade relativa de afastamento dos veículos, em km/h, vale:

- a) 20,0 d) 100,0
 b) 40,0 e) 144,0
 c) 80,0

Analisando as equações horárias do movimento, obtemos as veloci-

dades de A e B.

$$A: v_A = 10 \text{ m/s} = 36 \text{ km/h}$$

$$B: v_B = -30 \text{ m/s} = -108 \text{ km/h}$$

Como o móvel B possui velocidade negativa, significa que está se deslocando no sentido oposto ao do móvel A. Assim, a velocidade relativa será:

$$v_{\text{relativa}} = |v_A| + |v_B| = 36 + 108 = 144 \therefore v_{\text{relativa}} = 144 \text{ km/h}$$

5. A velocidade dos navios geralmente é medida em uma unidade chamada nó. Um nó equivale a uma velocidade de aproximadamente 1,8 km/h. Um navio A que desenvolve uma velocidade constante de 25 nós vai de encontro a um navio B que desenvolve velocidade de 35 km/h, na mesma direção e sentido que o navio A. Caso estejam inicialmente a 30 km de distância e mantenham suas velocidades constantes, em quanto tempo haverá o encontro entre os navios?

$$v_A = 25 \cdot 1,8 = 45 \text{ km/h}$$

$$v_B = 35 \text{ km/h}; \Delta S_{\text{rel}} = 30 \text{ km/h}$$

$$V_{\text{rel}} = v_A - v_B = 45 - 35 = 10 \text{ km/h}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta S_{\text{rel}}}{v_{\text{rel}}} = \frac{30}{10} = 3 \therefore \Delta t = 3 \text{ h}$$

6. Udesc – Dois caminhões deslocam-se com velocidade uniforme, em sentidos contrários, numa rodovia de mão dupla. A velocidade do primeiro caminhão é a do

segundo, em relação à rodovia, são iguais a 40 km/h e 50 km/h, respectivamente. Um caroneiro, no primeiro caminhão, verificou que o segundo caminhão levou apenas 1,0 s para passar por ele. O comprimento do segundo caminhão e a velocidade dele em relação ao caroneiro mencionado são, respectivamente, iguais a:

- a) 25 m e 90 km/h
 b) 2,8 m e 10 km/h
 c) 4,0 m e 25 m/s
 d) 28 m e 10 m/s
 e) 14 m e 50 km/h

O módulo da velocidade relativa entre os caminhões será a soma das velocidades, já que os caminhões se deslocam em sentidos opostos.

$$v_{\text{rel}} = 50 + 40 = 90 \therefore v_{\text{rel}} = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

Essa é a velocidade com que o caroneiro vê o segundo caminhão passar por ele. Assim, conseguimos calcular o comprimento desse caminhão, que é:

$$L_{\text{caminhão}} = v_{\text{rel}} \cdot \Delta t = 25 \cdot 1 = 25 \therefore L_{\text{caminhão}} = 25 \text{ m}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Uerj – Dois automóveis, M e N, inicialmente a 50 km de distância um do outro, deslocam-se com velocidades constantes na mesma direção e em sentidos opostos. O valor da velocidade de M, em relação a um ponto fixo da estrada, é igual a 60 km/h. Após 30 minutos, os automóveis cruzam uma mesma linha da estrada.

Em relação a um ponto fixo da estrada, a velocidade de N tem o seguinte valor, em quilômetros por hora:

- a) 40 b) 50 c) 60 d) 70

8. UEM-PR (adaptada) – Aves migratórias que vivem nas regiões da tundra e da taiga deslocam-se do hemisfério Norte para o hemisfério Sul durante o inverno, que é um período de escassez alimentar.

Nesse contexto, indique a soma das alternativas corretas.

- 01) As aves migratórias pertencem à classe Aves, e a equação $d = v \cdot t$ (o ponto é entre o v e o t) (d a distância percorrida, v a velocidade e t o tempo gasto para percorrer a distância d) pode ser aplicada ao movimento dessas aves durante o processo de migração, desde que consideremos que elas façam a migração com velocidade constante e em linha reta.
- 02) As aves não mantêm suas velocidades constantes durante a migração, pois a perfazem em movimento variado.
- 04) Todas as aves que possuem uma estrutura óssea chamada quilha ou carena exercem movimentos migratórios, através do voo.
- 08) O deslocamento das aves migratórias de uma área de parada A para outra área de parada B pode ser representado por um vetor, desde que sejam especificados seu módulo, direção e sentido.
- 16) Se as aves migratórias estão voando a uma velocidade de 90 km/h, e o vento sopra no sentido contrário ao deslocamento dessas aves a 60 km/h, a velocidade relativa entre as aves e o vento é 20 km/h.

9. UFC-CE – Duas pessoas pegam simultaneamente escadas rolantes, paralelas, de mesmo comprimento l , em uma loja, sendo que uma delas desce e a outra sobe. A escada que desce tem velocidade $V_A = 1 \text{ m/s}$ e a que sobe tem V_B . Considere o tempo de descida da escada igual a 12 s. Sabendo-se que as pessoas se cruzam a $1/3$ do caminho percorrido pela pessoa que sobe, determine:

- a) velocidade V_B da escada que sobe.

- b) o comprimento das escadas.

10. UFPR – Segundo o grande cientista Galileu Galilei, todos os movimentos descritos na cinemática são observados na natureza na forma de composição desses movimentos. Assim, se um pequeno barco sobe o rio Guaraguaçu, em Pontal do Paraná, com velocidade de 12 km/h e desce o mesmo rio com velocidade de 20 km/h, a velocidade própria do barco e a velocidade da correnteza serão, respectivamente:

- a) 18 km/h e 2 km/h.
 b) 17 km/h e 3 km/h.
 c) 16 km/h e 4 km/h.
 d) 15 km/h e 5 km/h.
 e) 19 km/h e 1 km/h.

11. Uerj – Um foguete persegue um avião, ambos com velocidades constantes e mesma direção. Enquanto o foguete percorre 4,0 km, o avião percorre apenas 1,0 km. Admita que, em um instante t_1 , a distância entre eles é de 4,0 km e que, no instante t_2 , o foguete alcança o avião. No intervalo de tempo $t_2 - t_1$, a distância percorrida pelo foguete, em quilômetros, corresponde aproximadamente a:

- a) 4,7 c) 6,2
 b) 5,3 d) 8,6

12. Epcar-MG/AFA-SP – Dois automóveis A e B encontram-se estacionados paralelamente ao marco zero de uma estrada. Em um dado instante, o automóvel A parte, movimentando-se com velocidade escalar constante $v_A = 80 \text{ km/h}$. Depois de certo intervalo de tempo, Δt , o automóvel B parte no encalço de A com velocidade

escalar constante $v_B = 100 \text{ km/h}$. Após 2 h de viagem, o motorista de A verifica que B se encontra 10 km atrás e conclui que o intervalo Δt , em que o motorista B ainda permaneceu estacionado, em horas, é igual a

- a) 0,25 c) 1,00
- b) 0,50 d) 4,00

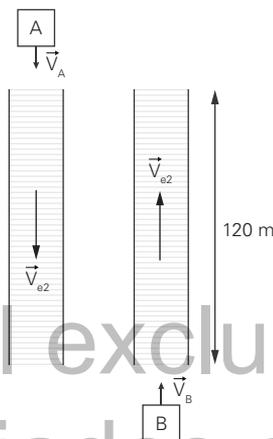
13. EsPCEX-SP/Aman-RJ – Um avião bombardeiro deve interceptar um comboio que transporta armamentos inimigos quando este atingir um ponto A, onde as trajetórias do avião e do comboio se cruzarão. O comboio partirá de um ponto B, às 8 h, com uma velocidade constante igual a 40 km/h e percorrerá uma distância de 60 km para atingir o ponto A. O avião partirá de um ponto C, com velocidade constante igual a 400 km/h, e percorrerá uma distância de 300 km até atingir o ponto A. Consideramos o avião e o comboio como partículas que descrevem trajetórias retilíneas. Os pontos A, B e C estão representados no desenho abaixo.



Para conseguir interceptar o comboio no ponto A, o avião deverá iniciar o seu voo a partir do ponto C às:

- a) 8 h e 15 min.
- b) 8 h e 30 min.
- c) 8 h e 45 min.
- d) 9 h e 50 min.
- e) 9 h e 15 min.

14. Unicamp-SP – Esteiras rolantes horizontais são frequentemente instaladas em grandes aeroportos para facilitar o deslocamento das pessoas em longos corredores. A figura a seguir mostra duas esteiras rolantes que se deslocam em sentidos opostos com velocidades constantes em relação ao piso em repouso (\vec{v}_{e1} e \vec{v}_{e2}) e de mesmo módulo, igual a 1,0 m/s. Em um mesmo instante, duas pessoas (representadas por A e B) que se deslocavam com velocidade constante de módulo igual a $v_A = 1,5 \text{ m/s}$ e $v_B = 0,5 \text{ m/s}$ em relação ao piso e em sentidos contrários entram nas esteiras e continuam caminhando como anteriormente, como mostra a figura. As esteiras rolantes têm comprimento total de 120 m.



a) Calcule o tempo necessário para que a pessoa A chegue até a outra extremidade da esteira rolante.

b) Quanto tempo depois de entrarem nas esteiras as pessoas A e B passam uma pela outra?

15. Unimontes-MG – Um motorista apressado passa em alta velocidade por uma base da Polícia Rodoviária, com velocidade constante de módulo v . Dez segundos depois, uma viatura parte em perseguição a esse carro e o alcança nos próximos 30 segundos. A velocidade escalar média da viatura, em todo o percurso, será de

- a) v .
- b) $\frac{4v}{3}$.
- c) $\frac{2v}{3}$.
- d) $\frac{5v}{3}$.

16. PUC-SP

Dois colegas combinam um desafio. Um deles, identificado por A, garante que, após largarem juntos e ele ter completado 10 voltas numa praça, irá permanecer parado por 5 minutos, quando retornará à corrida e, ainda assim, conseguirá vencer o colega, identificado por B. Considerando que os atletas A e B gastam, respectivamente, 3 minutos e 200 segundos para completar cada volta, qual deve ser o menor número

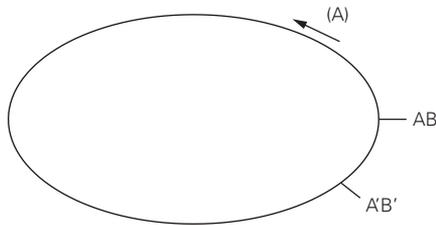


Material exclusivo para professores conveniados ao Sistema de Ensino

inteiro de voltas completas que deve ter esse desafio para que o atleta A possa vencê-lo?

- a) 15 b) 16 c) 17 d) 18

17. **Fuvest-SP** – Uma pessoa (A) pratica corrida numa pista de 300 m, no sentido anti-horário, e percebe a presença de outro corredor (B), que percorre a mesma pista no sentido oposto. Um desenho esquemático da pista é mostrado a seguir, indicando a posição AB do **primeiro** encontro entre os atletas. Após 1 min e 20 s, acontece o **terceiro** encontro entre os corredores, em outra posição, localizada a 20 m de AB e indicada na figura por A'B' (o **segundo** encontro ocorreu no lado oposto da pista).



Sendo v_A e v_B os módulos das velocidades dos atletas A e B, respectivamente, e sabendo que ambas são constantes, determine

- a) v_A e v_B .

- b) a distância percorrida por A entre o primeiro e o segundo encontro, medida ao longo da pista.

- c) quantas voltas o atleta A dá no intervalo de tempo em que B completa 8 voltas na pista.

Dados:

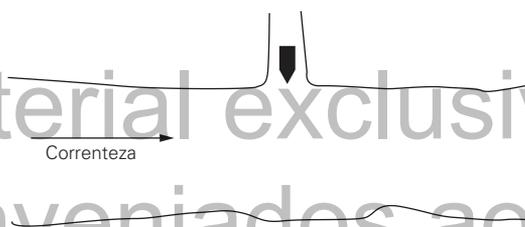
1 volta: $L = 300$ m; tempo para o terceiro encontro: $\Delta t_3 = 1 \text{ min e } 20 \text{ s} = 80 \text{ s}$

ESTUDO PARA O ENEM

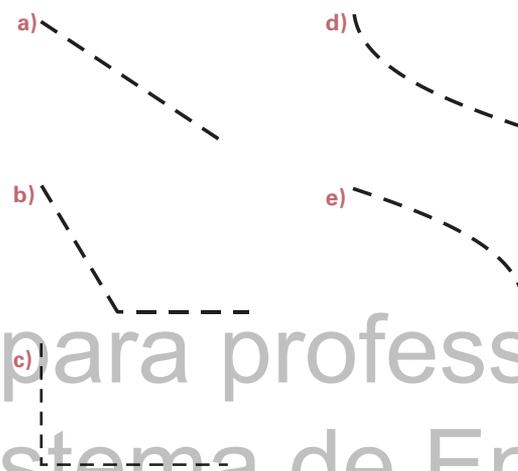
18. **Enem**

C5-H17

Um longo trecho retilíneo de um rio tem um afluente perpendicular em sua margem esquerda, conforme mostra a figura. Observando de cima, um barco trafega com velocidade constante pelo afluente para entrar no rio. Sabe-se que a velocidade da correnteza desse rio varia uniformemente, sendo muito pequena junto à margem e máxima no meio. O barco entra no rio e é arrastado lateralmente pela correnteza, mas o navegador procura mantê-lo sempre na direção perpendicular à correnteza do rio e o motor acionado com a mesma potência.



Pelas condições descritas, a trajetória que representa o movimento seguido pelo barco é:



19. UEA-AM**C6-H20**

Com aproximadamente 6500 km de comprimento, o rio Amazonas disputa com o rio Nilo o título de rio mais extenso do planeta. Suponha que uma gota de água que percorra o rio Amazonas possua velocidade igual a 18 km/h e que essa velocidade se mantenha constante durante todo o percurso. Nessas condições, o tempo aproximado, em dias, que essa gota levaria para percorrer toda a extensão do rio é

- a) 20.
- b) 35.
- c) 25.
- d) 30.
- e) 15.

20. Enem**C6-H20**

Em apresentações musicais realizadas em espaços onde o público fica longe do palco, é necessária a instalação de alto-falantes adicionais a grandes distâncias,

além daqueles localizados no palco. Como a velocidade com que o som se propaga no ar ($v_{\text{som}} = 3,4 \cdot 10^2$ m/s) é muito menor do que a velocidade com que o sinal elétrico se propaga nos cabos ($v_{\text{sinal}} = 3,6 \cdot 10^8$ m/s), é necessário atrasar o sinal elétrico de modo que este chegue pelo cabo ao alto-falante no mesmo instante em que o som vindo do palco chega pelo ar. Para tentar contornar esse problema, um técnico de som pensou em simplesmente instalar um cabo elétrico com comprimento suficiente para o sinal elétrico chegar ao mesmo tempo que o som, em um alto-falante que está a uma distância de 680 metros do palco.

A solução é inviável, pois seria necessário um cabo elétrico de comprimento mais próximo de

- a) $1,1 \cdot 10^3$ km
- b) $8,9 \cdot 10^4$ km
- c) $1,3 \cdot 10^5$ km
- d) $5,2 \cdot 10^5$ km
- e) $6,0 \cdot 10^{13}$ km

5

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

- Movimento retilíneo uniformemente variado
- Propriedades da velocidade média
- Função horária da velocidade
- Função horária da posição (espaço)

HABILIDADES

- Inferir o valor de variáveis relacionadas ao movimento, tais como velocidade, intervalo de tempo, aceleração, distância percorrida, deslocamentos, período, frequência, entre outras, partindo de situações-problema.
- Entender a função das medições em um estudo científico, reconhecendo as grandezas físicas, suas unidades de medidas, seus múltiplos e submúltiplos, possibilitando a interpretação dos diversos fenômenos naturais.
- Ser capaz de emitir juízo de valor em relação a situações sociais que envolvam aspectos físicos e/ou tecnológicos relevantes.
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.
- Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemáticas e discursiva entre si.

No movimento uniforme, vimos que um objeto pode se deslocar por um determinado intervalo de tempo sem alterar sua velocidade. Entretanto, como o objeto adquire a velocidade de deslocamento que mantém? Uma das respostas possíveis é: o objeto é acelerado uniformemente em um determinado intervalo de tempo, ou seja, o objeto tem a sua velocidade variando uniformemente em determinado intervalo de tempo. Assim, veículos automotores no geral, em certo intervalo de tempo, tanto na aceleração quanto na desaceleração, possuem movimento uniformemente variado, que é o conteúdo a ser estudado nesse módulo.

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO



Largada de uma corrida de F1.

Em uma corrida de Fórmula 1, a largada é um momento de extrema importância para os pilotos, pois aquele que consegue imprimir maior aceleração a seu Veículo, leva vantagem em relação aos demais.

Em relação a dado referencial, quando um objeto se desloca variando sua velocidade escalar, esse móvel passa a ter uma aceleração escalar média, dada por:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Em que:

a_m : aceleração escalar média

$\Delta v = v - v_0$ (variação da velocidade = velocidade escalar final – velocidade escalar inicial)

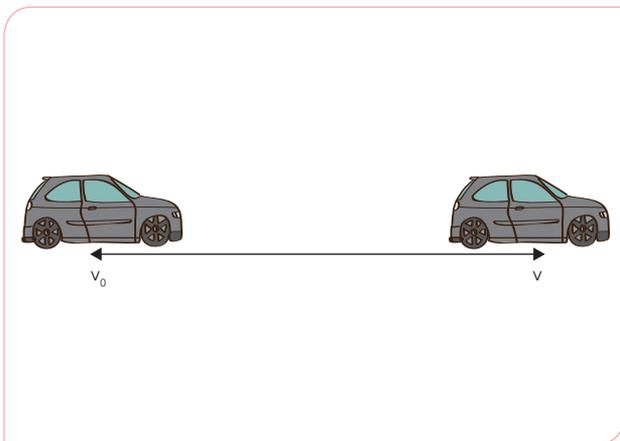
Δt : variação do tempo

Móveis que se deslocam em trajetória retilínea, com velocidade variando linearmente devido à aceleração constante, descrevem um movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV).

- A função horária da velocidade é uma função linear, ou seja, $v = f(t)$
- A função horária do espaço é uma função quadrática, ou seja, $S = f(t)$ é uma função do 2º grau

PROPRIEDADES DA VELOCIDADE MÉDIA

No movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV), a velocidade média entre um instante inicial e um instante final do movimento coincide com a média aritmética das velocidades.



$$v_m = \frac{v + v_0}{2}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. Um veículo tem velocidade escalar inicial de 10 m/s e varia a sua velocidade de maneira uniforme até atingir a velocidade final de 30 m/s em um intervalo de tempo de 20 s.

a) Qual é a velocidade média desenvolvida pelo veículo?

b) Qual é o deslocamento escalar do veículo?

Resolução

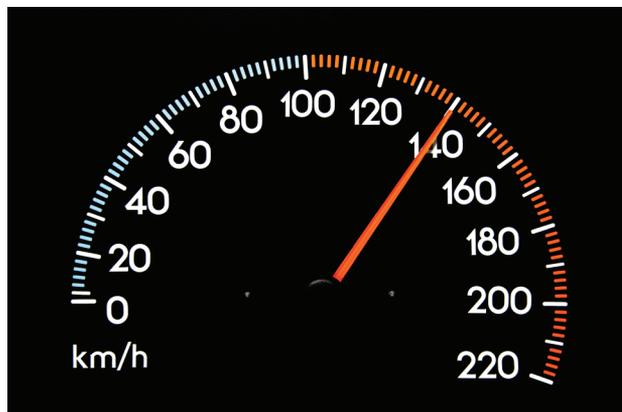
a) $v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{30 + 10}{2} = \frac{40}{2} = 20$

$\therefore v_m = 20 \text{ m/s}$

b) $\Delta S = v_m \cdot \Delta t = 20 \cdot 20 = 400$

$\therefore \Delta S = 400 \text{ m}$

FUNÇÃO HORÁRIA DA VELOCIDADE



O velocímetro de um carro mostra a velocidade em quilômetros por hora.

No movimento uniformemente variado, a aceleração escalar média coincide com a aceleração instantânea. Portanto, podemos escrever que:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Considerando $t_0 = 0$, obtemos a função horária da velocidade, $v = f(t)$:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow v = v_0 + at$$

Nessa expressão, denominada **função horária da velocidade** para o MRUV, v_0 corresponde à velocidade inicial do móvel; a corresponde à aceleração escalar do móvel. Para qualquer instante $t > 0$, a função horária fornece a velocidade v do móvel. Logo, essa velocidade é classificada como **velocidade escalar instantânea**.

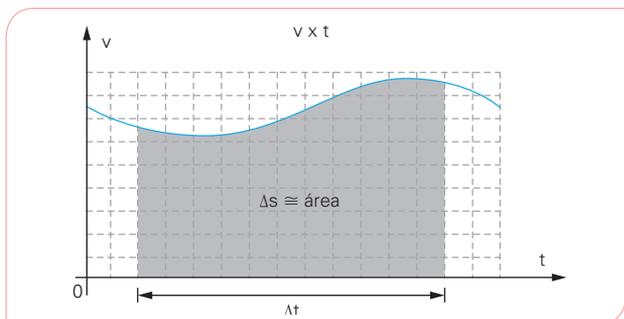
FUNÇÃO HORÁRIA DA POSIÇÃO (ESPAÇO)



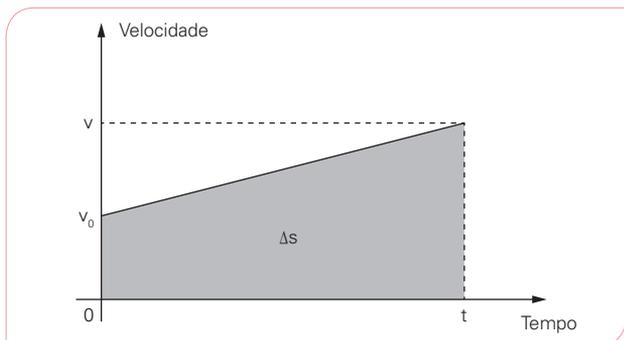
Rotas de voos de aviões em parte da Grande São Paulo.

Por meio das funções horárias dos espaços é possível fazer as previsões de tempo de voos para os aviões.

É possível determinar o deslocamento escalar (ΔS) de um móvel por meio da análise gráfica da função horária da velocidade. De um modo geral, a área sob a curva em certo intervalo de tempo do gráfico $v \times t$ representa numericamente o deslocamento escalar do objeto.



No caso do MRUV, a velocidade escalar do objeto é uma função do 1º grau; portanto, é representada por uma reta. Assim, conseguimos demonstrar que a função horária do espaço $S = f(t)$ para o MRUV é uma função quadrática (2º grau).



Analisando o gráfico de $v \times t$, obtemos no intervalo indicado a figura de um trapézio. Como o deslocamento escalar é numericamente igual à área do gráfico, ela corresponderá à área do trapézio:

$$A_{\text{trapézio}} = \left(\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \right) \cdot \text{altura}$$

Para o deslocamento, obtemos:

$$(I) \Delta S = \left(\frac{v + v_0}{2} \right) \cdot \Delta t$$

Conhecendo:

$$(II) v = v_0 + at$$

$$(III) \Delta t = t - t_0$$

$$(IV) \Delta S = S - S_0$$

Substituindo as equações II, III e IV na equação I, obtemos:

$$S - S_0 = \left(\frac{v_0 + at + v_0}{2} \right) \cdot t$$

Reorganizando a equação matematicamente, obtemos a **função horária do espaço** para o movimento uniformemente variado.

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

2. Um móvel se desloca em linha reta conforme a função horária do espaço:

$$S = 10 + 2t + 3 \cdot t^2 \text{ (SI)}$$

Determine para esse movimento:

- O espaço inicial (S_0), a velocidade inicial (v_0) e a aceleração escalar do móvel (a).
- Qual é a função horária da velocidade?

Resolução

a) Como o deslocamento do móvel em função do tempo é representado por uma função do 2º grau, podemos obter os valores de S_0 , v_0 e a , fazendo comparação com a função horária do espaço:

$$S = 10 + 2t + 3 \cdot t^2$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Espaço inicial
Velocidade inicial
Metade da aceleração

$$S_0 = 10 \text{ m} \quad v_0 = 2 \text{ m/s} \quad \frac{a}{2} = 3 \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

b) Conhecendo os valores de v_0 e a , basta substituí-los na função horária da velocidade:

$$v = v_0 + at$$

$$v = 2 + 6t \text{ (SI)}$$

ROTEIRO DE AULA

MOVIMENTO RETILÍNEO
UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

Características

A velocidade varia linearmente com o tempo

A aceleração é constante e diferente de zero

A função horária do espaço é quadrática (2° grau)

Funções horárias

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$v = v_0 + at$$

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Unicamp-SP – A Agência Espacial Brasileira está desenvolvendo um veículo lançador de satélites (VLS) com a finalidade de colocar satélites em órbita ao redor da Terra. A agência pretende lançar o VLS em 2016, a partir do Centro de Lançamento de Alcântara, no Maranhão.

a) Considere que, durante um lançamento, o VLS percorre uma distância de 1 200 km em 800 s. Qual é a velocidade média do VLS nesse trecho?

$$\Delta S = 1\,200\text{ km} = 1\,200 \cdot 10^3\text{ m e } \Delta t = 800\text{ s}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1\,200 \cdot 10^3}{800} = \therefore v_m = 1\,500\text{ m/s}$$

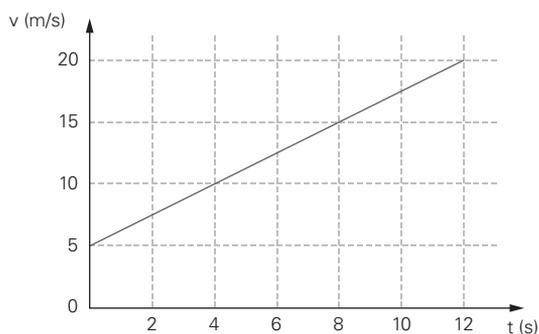
b) Suponha que no primeiro estágio do lançamento o VLS suba a partir do repouso com aceleração resultante constante de módulo a_R . Considerando que o primeiro estágio dura 80 s e que o VLS percorre uma distância de 32 km, calcule a_R .

$$S = 32\text{ km} = 32\,000\text{ m; } S_0 = 0; v_0 = 0 \text{ e } t = 80\text{ s}$$

$$S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a_R}{2} \cdot t^2 \Rightarrow 32\,000 = \frac{a_R}{2} \cdot 80^2 \Rightarrow a_R = 10 \therefore$$

$$\therefore a_R = 10\text{ m/s}^2$$

2. Uerj – Um carro se desloca ao longo de uma reta. Sua velocidade varia de acordo com o tempo, conforme indicado no gráfico.



A função que indica o deslocamento do carro em relação ao tempo t é:

a) $5t - 0,55t^2$

b) $5t + 0,625t^2$

c) $20t - 1,25t^2$

d) $20t + 2,5t^2$

Do gráfico, obtemos $v_0 = 5\text{ m/s}$ e calculamos a aceleração (a)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 - 5}{8 - 0} = \frac{10}{8} = 1,25 \therefore a = 1,25\text{ m/s}^2$$

Substituindo na função que dá o deslocamento, temos:

$$\Delta S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \Delta S = 5t + \frac{1,25}{2} t^2 \therefore \Delta S = 5t + 0,625t^2$$

3. UFRGS-RS

C2-H6

Trens MAGLEV, que têm como princípio de funcionamento a suspensão eletromagnética, entrarão em operação comercial no Japão, nos próximos anos. Eles podem atingir velocidades superiores a 550 km/h. Considere que um trem, partindo do repouso e movendo-se sobre um trilho retilíneo, é uniformemente acelerado durante 2,5 minutos até atingir 540 km/h.

Nessas condições, a aceleração do trem, em m/s^2 , é

a) 0,1

b) 1

c) 60

d) 150

e) 216

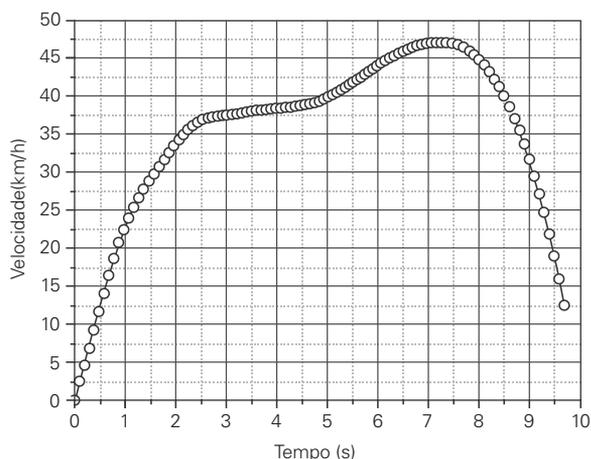
Dados: $v = 540\text{ km/h} = 150\text{ m/s; } \Delta t = 2,5\text{ min} = 150\text{ s.}$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{150}{150} = 1 \therefore a = 1\text{ m/s}^2$$

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações para compreender manuais de instalação ou utilização de aparelhos, ou sistemas tecnológicos de uso comum.

4. UEL-PR – Nos Jogos Olímpicos Rio 2016, o corredor dos 100 metros rasos Usain Bolt venceu a prova com o tempo de 9 segundos e 81 centésimos de segundo. Um radar foi usado para medir a velocidade de cada atleta, e os valores foram registrados em curtos intervalos de tempo, gerando gráficos de velocidade em função do tempo. O gráfico do vencedor é apresentado a seguir.



Considerando o gráfico de v versus t , responda aos itens a seguir.

a) Calcule a quantidade de metros que Bolt percorreu desde o instante 2,5 s até o instante 4,5 s, trecho no qual a velocidade pode ser considerada aproximadamente constante.

No intervalo analisado, a velocidade será considerada constante.

Assim, obtemos o deslocamento aproximado.

$$V = 37,5\text{ km/h} = 10,4\text{ m/s} \quad \text{e} \quad \Delta t = 4,5 - 2,5 = 2,0\text{ s}$$

$$\Delta S = v \cdot \Delta t = 10,4 \cdot 2 = 20,8\text{ m} \quad \therefore \Delta S = 20,8\text{ m}$$

- b) Calcule o valor aproximado da aceleração de Usain Bolt nos instantes finais da prova, ou seja, a partir de 9 s.

No instante analisado, o móvel possui movimento uniformemente variado. Pode-se analisar o intervalo entre 9,0 s e 9,8 s. Assim, temos:

$$\text{Para } t_1 = 9,0 \text{ s, } v_1 = 32 \text{ km/h} = 8,9 \text{ m/s}$$

$$\text{Para } t_2 = 9,8 \text{ s, } v_2 = 12,5 \text{ km/h} = 3,5 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3,5 - 8,9}{9,8 - 9,0} = -6,8 \quad \therefore \quad a = -6,8 \text{ m/s}^2$$

5. **CFTMG** – Dois amigos, Pedro e Francisco, planejam fazer um passeio de bicicleta e combinam encontrarem-se no meio do caminho. Pedro fica parado no local marcado, aguardando a chegada do amigo. Francisco passa pelo ponto de encontro com uma velocidade constante de 9,0 m/s. No mesmo instante, Pedro começa a se mover com uma aceleração também constante de 0,30 m/s².

A distância percorrida por Pedro até alcançar Francisco, em metros, é igual a

- a) 30
b) 60
c) 270
d) 540

Francisco possui movimento retilíneo uniforme (MRU) e Pedro tem movimento uniformemente variado (MRUV). Deve-se escrever a equação horária do espaço para Pedro e Francisco, e o encontro ocorrerá quando os dois amigos estiverem na mesma posição:

$$S_f = S_0 + v \cdot t \Rightarrow S_f = 9 \cdot t$$

$$S_p = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow S_p = + \frac{0,30}{2} \cdot t^2 = 0,15 \cdot t^2$$

No encontro, os dois amigos têm a mesma posição:

$$S_f = S_p \Rightarrow 9 \cdot t = 0,15t^2 \Rightarrow t' = 0 \text{ s e } t'' = 60 \text{ s (encontro)}$$

Com o tempo de encontro, encontra-se a posição do encontro por meio das equações horárias do movimento.

$$S_f = S_p = 9t = 9 \cdot 60 = 540 \quad \therefore \quad S_{\text{encontro}} = 540 \text{ m}$$

6. **Mackenzie-SP** – Nos testes realizados em um novo veículo, observou-se que ele percorre 100 m em 5 s a partir do repouso. A aceleração do veículo é constante nesse intervalo de tempo e igual a

- a) 2 m/s²
b) 4 m/s²
c) 6 m/s²
d) 8 m/s²
e) 10 m/s²

Dados: $v_0 = 0$; $t = 5 \text{ s}$ e $\Delta S = 100 \text{ m}$, temos:

$$\Delta S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow a = 2 \cdot \frac{\Delta S}{t^2} = 2 \cdot \frac{100}{5^2} = 8 \quad \therefore \quad a = 8 \text{ m/s}^2$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. **EsPCEX-SP/Aman-RJ** – Um móvel descreve um movimento retilíneo uniformemente acelerado. Ele parte da posição inicial igual a 40 m com uma velocidade de 30 m/s no sentido contrário à orientação positiva da trajetória, e a sua aceleração é de 10 m/s² no sentido positivo da trajetória. A posição do móvel no instante 4 s é

- a) 0 m
b) 40 m
c) 80 m
d) 100 m
e) 240 m

8. **IFPE** – Um móvel parte do repouso e, após 8 segundos de movimento, está com velocidade de 32 m/s. Pode-se afirmar que a aceleração do móvel e o espaço percorrido por ele são, respectivamente,

- a) 4,0 m/s², 128 m.
b) 4,0 m/s², 32 m.
c) -4,0 m/s², 128 m.

- d) 2,0 m/s², 128 m.
e) 2,0 m/s², 32 m.

9. **UEM-PR** – Um carro está viajando em linha reta para o norte com uma velocidade inicialmente constante e igual a 23 m/s. Despreze os efeitos do atrito e da resistência do ar e assinale a(s) alternativa(s) **correta(s)**.

- 01) A velocidade do carro após decorridos 4 s, se a sua aceleração é de 2 m/s² apontando para o norte, será de 31 m/s.
02) A velocidade do carro após decorridos 10 s, se a sua aceleração é de 2 m/s² apontando para o sul, é de -5 m/s.
04) O deslocamento do carro depois de 4 s, se a sua aceleração é de 2 m/s² apontando para o norte, é de 108 m.
08) A velocidade média do carro, se a sua aceleração é de 2 m/s² apontando para o norte, após 4 s, é de 27 m/s.

16) O movimento do carro, quando este está sujeito a uma aceleração, é denominado movimento uniforme.

10. Uerj – O cérebro humano demora cerca de 0,36 segundo para responder a um estímulo. Por exemplo, se um motorista decide parar o carro, levará no mínimo esse tempo de resposta para acionar o freio.
 Determine a distância que um carro a 100 km/h percorre durante o tempo de resposta do motorista e calcule a aceleração média imposta ao carro se ele para totalmente em 5 segundos.

11. Ifsul-RS (adaptado) – Dois móveis, A e B movendo-se em um plano horizontal, percorrem trajetórias perpendiculares, seguindo os eixos Ox e Oy , de acordo com as funções horárias $x_A = 18 - 3t$ e $y_B = 18 + 9t - 2t^2$ com unidades de acordo com o Sistema Internacional de Unidades (S.I.).
 Em que instante os móveis irão se encontrar?

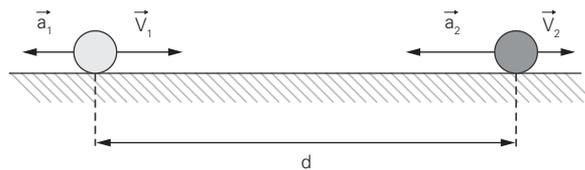
12. Uerj – O número de bactérias em uma cultura cresce de modo análogo ao deslocamento de uma partícula em movimento uniformemente acelerado com velocidade inicial nula. Assim, pode-se afirmar que a taxa de crescimento de bactérias comporta-se da mesma maneira que a velocidade de uma partícula.

Admita um experimento no qual foi medido o crescimento do número de bactérias em um meio adequado de cultura, durante um determinado período de tempo. Ao fim das primeiras quatro horas do experimento, o número de bactérias era igual a $8 \cdot 10^5$.

Após a primeira hora, a taxa de crescimento dessa amostra, em número de bactérias por hora, foi igual a:

- a) $1,0 \cdot 10^5$
- b) $2,0 \cdot 10^5$
- c) $4,0 \cdot 10^5$
- d) $8,0 \cdot 10^5$

13. UPE – Duas partículas, 1 e 2, se movem ao longo de uma linha horizontal, em rota de encontro com velocidades iniciais de módulos iguais a $v_1 = 10$ m/s e $v_2 = 14$ m/s e acelerações contrárias às suas velocidades de módulos $a_1 = 1,0$ m/s² e $a_2 = 0,5$ m/s².



Sabendo que o encontro entre elas ocorre, apenas uma vez, o valor da separação inicial, d, entre as partículas vale

- a) 4 m
- b) 8 m
- c) 16 m
- d) 96 m
- e) 192 m

ESTUDO PARA O ENEM

18. CFTMG

C6-H20

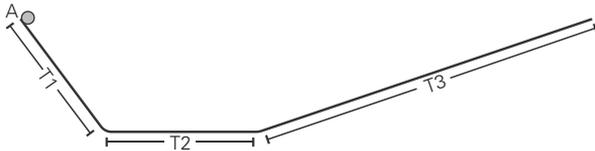
A situação em que o módulo da aceleração média será maior está descrita em:

- “Na Terra, uma pedra arremessada para cima encontra-se no ponto mais alto de sua trajetória.”
- “Um corredor velocista realiza a prova dos 100 m rasos alcançando a partir do repouso a velocidade de 11 m/s em 5 s.”
- “Um automóvel em movimento tem sua velocidade de 16 m/s reduzida a zero em 4 s diante de um sinal vermelho.”
- “Um avião, ao pousar, toca a pista de aterrissagem com uma velocidade inicial de 70 m/s, levando 14 s para alcançar o repouso.”
- “Um ciclista que, partindo do repouso, atinge a velocidade de 10 m/s após 40 s pedalando.”

19. PUC-RS

C5-H17

Para responder à questão, considere as afirmativas referentes à figura e ao texto a seguir.



Na figura acima, está representada uma pista sem atrito, em um local onde a aceleração da gravidade é constante. Os trechos T1, T2 e T3 são retilíneos. A inclinação de T1 é maior do que a inclinação de T3 e o trecho T2 é horizontal. Um corpo é abandonado do repouso, a partir da posição A.

Com base nessas informações, afirma-se:

- O movimento do corpo, no trecho T1, é uniforme.
- No trecho T3, o corpo está em movimento com aceleração diferente de zero.
- No trecho T2, a velocidade e a aceleração do corpo têm a mesma direção e o mesmo sentido.

Está/estão correta(s) a(s) afirmativa(s)

- I, apenas.
- II, apenas.
- I e III, apenas.
- II e III, apenas.
- I, II e III.

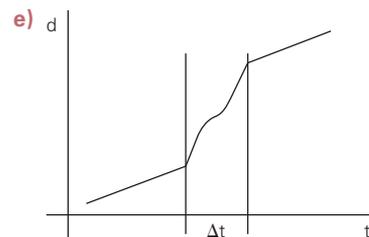
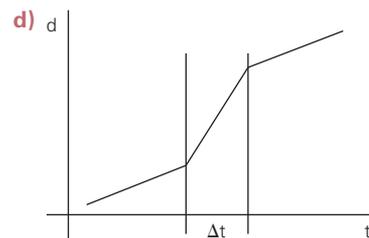
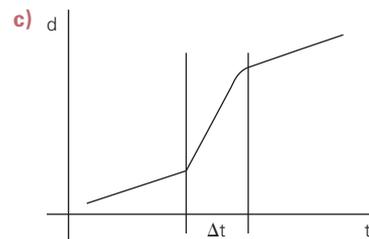
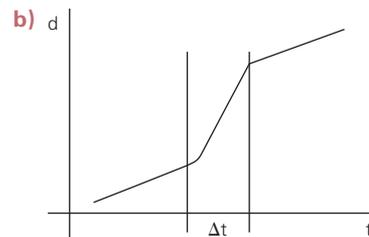
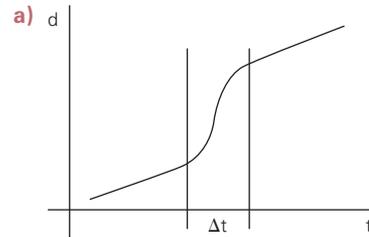
20. UFRGS-RS

C5-H17

Um automóvel desloca-se por uma estrada retilínea plana e horizontal, com velocidade constante de módulo v .

Em certo momento, o automóvel alcança um longo caminhão. A oportunidade de ultrapassagem surge e o automóvel é acelerado uniformemente até que fique completamente à frente do caminhão. Nesse instante, o

motorista “alivia o pé” e o automóvel reduz a velocidade uniformemente até voltar à velocidade inicial v . A figura abaixo apresenta cinco gráficos de distância (d) \times tempo (t). Em cada um deles, está assinalado o intervalo de tempo (Δt) em que houve variação de velocidade. Escolha qual dos gráficos melhor reproduz a situação descrita acima.



EQUAÇÃO DE TORRICELLI



ILBUSCA/ISTOCKPHOTO

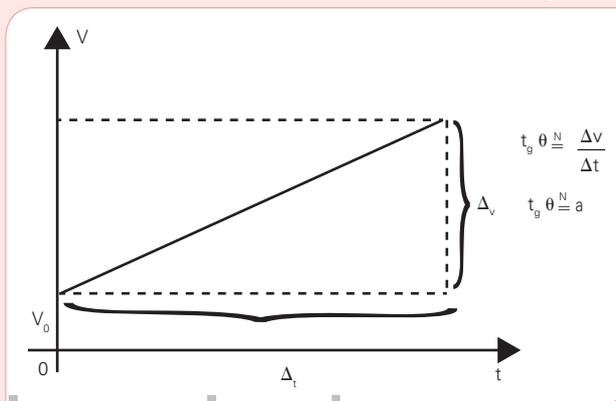
Evangelista Torricelli é um físico e matemático que nasceu em Faenza, região norte da Itália, no ano de 1608. Teve a oportunidade de, mesmo por um curto período de tempo, trabalhar com Galileu Galilei.

O deslocamento de um móvel que descreve movimento uniformemente variado depende do quadrado do tempo de percurso, enquanto a velocidade do mesmo móvel varia linearmente com o tempo. Evangelista Torricelli, ao unir as funções de espaço e velocidade, elimina o tempo e consegue trabalhar, desta maneira, as outras variáveis em questão. Assim, temos a equação de Torricelli, que será o foco deste módulo.

EQUAÇÃO DE TORRICELLI

No movimento uniformemente variado, a aceleração escalar é constante e pode ser obtida em termos da função do espaço e do tempo.

Do gráfico da velocidade em função do tempo também é possível determinar a aceleração do movimento uniformemente variado, conforme figura.



Um meio de encontrar o deslocamento escalar e a velocidade escalar de um objeto, em um MUV, independentemente do tempo, é a equação de Torricelli.

Demonstração:

$$I) \Delta S = \left(\frac{v + v_0}{2} \right) \cdot \Delta t$$

- Equação de Torricelli
- Classificação dos movimentos

HABILIDADES

- Inferir o valor de variáveis relacionadas ao movimento, tais como velocidade, intervalo de tempo, aceleração, distância percorrida, deslocamentos, período, frequência, entre outras, partindo de situações-problema.
- Ser capaz de emitir juízo de valor em relação a situações sociais que envolvam aspectos físicos e/ou tecnológicos relevantes.
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.
- Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemáticas e discursiva entre si.

(II) $v = v_0 + at$ para $\Delta t = t$, obtemos:

$$(III) \Delta t = \frac{v - v_0}{a}$$

Substituindo a equação III na equação I, obtemos:

$$\Delta S = \left(\frac{v + v_0}{2} \right) \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right) \Rightarrow \Delta S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

Dessa expressão, resulta a equação de Torricelli para o MUV.

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. Um veículo parte de repouso e, após deslocar-se por 100 m, atinge a velocidade de 54 km/h (15 m/s). Qual é a aceleração escalar aplicada nesse veículo?

Resolução

$$\Delta S = 100 \text{ m}$$

$$v_0 = 0$$

$$v = 15 \text{ m/s}$$

$$a = ?$$

Podemos obter o valor da aceleração por meio da equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

Substituindo-se os dados do enunciado, obtemos:

$$15^2 = 0^2 + 2 \cdot a \cdot 100 \Rightarrow a = \frac{225}{200} = 1,125$$

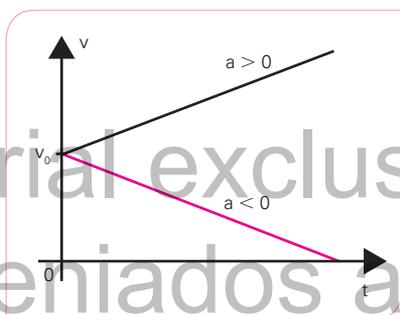
$$\therefore a = 1,125 \text{ m/s}^2$$

CLASSIFICAÇÃO DOS MOVIMENTOS

No módulo 2 desta frente, vimos que os móveis podem ter seus movimentos classificados de duas maneiras: **progressivo** ($v > 0$), quando se movimentam no sentido da trajetória, ou **retrógrado** ($v < 0$), quando se movimentam no sentido contrário ao da trajetória.

Também é possível classificar o movimento de acordo com o comportamento da velocidade em função do tempo. Ele será **acelerado**, quando o móvel tem o módulo de sua velocidade aumentando em função do tempo, ou **retardado**, quando o móvel tem o módulo de sua velocidade reduzindo em função do tempo.

O gráfico $v \times t$ também nos fornece informações sobre o sinal da aceleração do móvel.



O quadro a seguir resume a classificação dos movimentos:

Movimento acelerado	
Movimento em que a intensidade da velocidade aumenta. Isso ocorre quando a velocidade e a aceleração têm o mesmo sinal.	
$v > 0$ e $a > 0$ Orientação da trajetória	$v < 0$ e $a < 0$ Orientação da trajetória
O produto de a por v é um número positivo, ou seja, $a \cdot v > 0$.	

Movimento retardado	
Movimento em que a intensidade da velocidade diminui. Isso ocorre quando a velocidade e a aceleração têm sinais contrários.	
$v > 0$ e $a < 0$ Orientação da trajetória	$v < 0$ e $a > 0$ Orientação da trajetória
O produto de a por v é um número negativo, ou seja, $a \cdot v < 0$.	

EXERCÍCIO RESOLVIDO

2. Em uma atividade experimental, observa-se o movimento de uma gota de óleo imersa em água. A trajetória é orientada para cima, a velocidade é medida em m/s e o tempo em segundos.

Nos três primeiros segundos de movimento, a gota sobe com velocidade constante de 0,1 m/s. Nos próximos 3 segundos de movimento, a gota mantém sua trajetória, ganhando velocidade gradativamente até atingir 0,4 m/s, e nos últimos 5 segundos de movimento a gota mantém sua trajetória, porém reduzindo sua velocidade gradativamente até parar.

a) Qual é a aceleração da gota em cada intervalo analisado?

b) Classifique os movimentos da gota em cada intervalo analisado.

Resolução

a) Trecho I: $a = 0$, pois o movimento é uniforme (velocidade constante)

Trecho II:

$$a_{II} = \frac{\Delta v_{II}}{\Delta t} = \frac{0,4 - 0,1}{3} = \frac{0,3}{3} = 0,1 \therefore a_{II} = 0,1 \text{ m/s}^2$$

Trecho III:

$$a_{III} = \frac{\Delta v_{III}}{\Delta t} = \frac{0 - 0,4}{5} = -\frac{0,4}{5} = -0,08$$

$$\therefore a_{III} = -0,08 \text{ m/s}^2$$

b) Trecho I: movimento uniforme (velocidade constante)

Trecho II: movimento acelerado (módulo da velocidade crescente: $a > 0$ e $v > 0$)

Trecho III: movimento retardado (módulo da velocidade decrescente: $a < 0$ e $v > 0$)

ROTEIRO DE AULA

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

Equação de Torricelli

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

Características

Movimento acelerado.

$$a > 0 \text{ e } v > 0.$$

$$a < 0 \text{ e } v < 0.$$

Movimento retardado.

$$a < 0 \text{ e } v > 0.$$

$$a > 0 \text{ e } v < 0.$$

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **EFOMM-RJ** – Um trem deve partir de uma estação A e parar na estação B, distante 4 km de A. A aceleração e a desaceleração podem ser, no máximo, de $5,0 \text{ m/s}^2$, e a maior velocidade que o trem atinge é de 72 km/h . O tempo mínimo para o trem completar o percurso de A a B é, em minutos, de:

- a) 1,7
b) 2,0
c) 2,5
d) 3,0
e) 3,4

O percurso será dividido em 3 partes, e a velocidade máxima atingida é de 72 km/h (20 m/s).

Trecho 1:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta v}{a} = \frac{20-0}{5} = 4 \therefore \Delta t_1 = 4 \text{ s}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow 20^2 = 0^2 + 2 \cdot 5 \cdot \Delta S_1 \therefore \Delta S_1 = 40 \text{ m}$$

Trecho 3:

Por se tratar de desaceleração com grandezas de mesmo módulo durante a aceleração, no trecho 3 os valores são iguais ao do trecho 1.

$$\Delta t_3 = 4 \text{ s e } \Delta S_3 = 40 \text{ m}$$

Trecho 2:

Neste trecho, o trem desenvolve velocidade constante.

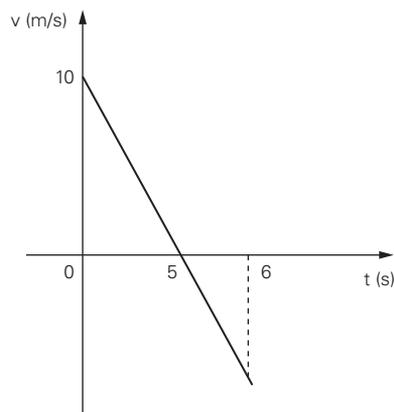
$$\Delta S_2 = 4000 - 40 - 40 = 3920 \therefore \Delta S_2 = 3920 \text{ m}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{3920}{20} = 196 \therefore \Delta t_2 = 196 \text{ s}$$

Para o trecho intermediário, o trem deve desenvolver uma velocidade constante igual à máxima, para que o tempo de percurso seja mínimo. Assim:

$$\Delta t_T = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = 4 + 196 + 4 = 204 \text{ s} \therefore \Delta t_T = 3,4 \text{ min}$$

2. Seja o gráfico da velocidade em função do tempo de um corpo em movimento retilíneo uniformemente variado representado a seguir.



a) Classifique o movimento do corpo quanto a acelerado ou retardado nos instantes $t_1 = 2 \text{ s}$ e $t_2 = 6 \text{ s}$.

No instante $t_1 = 2 \text{ s}$, o corpo possui **movimento retardado**, pois o

módulo da sua velocidade está diminuindo com o tempo ($v > 0$ e $a < 0$).

No instante $t_2 = 6 \text{ s}$, o corpo possui **movimento acelerado**, pois o mó-

dulo da sua velocidade está aumentando com o tempo ($v < 0$ e $a < 0$).

b) Qual é a aceleração do móvel no instante $t = 2 \text{ s}$?

Entre os instantes $t_0 = 0$ a $t = 5 \text{ s}$, o móvel possui MRUV, logo sua ace-

leração é constante nesse intervalo. Assim, para calcular a aceleração

no instante $t = 2 \text{ s}$, basta calcular a aceleração no intervalo de 0 a 5 s.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-10}{5-0} = -2 \therefore a = -2 \text{ m/s}^2$$

3. Acafe-SC

C6-H20

Sem proteção adequada, uma queda com *skate* pode causar sérias lesões, dependendo da velocidade em que ocorre a queda. Um menino em repouso no seu *skate* encontra-se no ponto mais alto de uma rampa e começa a descer, chegando ao ponto mais baixo com velocidade de módulo $2,0 \text{ m/s}$. Em seguida, o menino se lança para baixo, com o mesmo *skate*, desse ponto mais alto com uma velocidade inicial de módulo $1,5 \text{ m/s}$.

Sabendo que, em ambas as situações, após iniciado o movimento, o menino não toca mais os pés no solo, a alternativa **correta** que indica o módulo da velocidade, em **m/s**, com que o menino no *skate* chega ao ponto mais baixo na segunda situação, é:

- a) 0,5
b) 3,5
c) 2,5
d) 2,0

Situação: 1

$$v_{01} = 0; v_1 = 2 \text{ m/s}$$

$$v_1^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow 2^2 = 0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \therefore a \cdot \Delta S = 2$$

Situação: 2

$$v_{02} = 1,5; v_2 = ?; a \Delta S = 2$$

$$v_2^2 = v_{02}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow v_2^2 = 1,5^2 + 2 \cdot 2 = 6,25 \therefore v_2 = 2,5 \text{ m/s}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

4. **UFRJ** – Um avião vai decolar em uma pista retilínea.

Ele inicia seu movimento na cabeceira da pista com velocidade nula e corre por ela com aceleração média de $2,0 \text{ m/s}^2$ até o instante em que levanta voo, com uma velocidade de 80 m/s , antes de terminar a pista.

a) Calcule quanto tempo o avião permanece na pista desde o início do movimento até o instante em que levanta voo.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{80-0}{2} = 40 \therefore \Delta t = 40 \text{ s}$$

b) Determine o menor comprimento possível dessa pista.

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow \Delta S =$$

$$= \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a} = \frac{80^2 - 0^2}{2 \cdot 2} = \frac{6400}{4} = 1600 \therefore \Delta S = 1600 \text{ m}$$

c) Classifique o movimento do avião.

Como o módulo da velocidade do avião aumenta com o tempo, o movimento é acelerado.

5. UFRGS-RS – Um automóvel desloca-se por uma estrada retilínea plana e horizontal, com velocidade constante de módulo v .

Após algum tempo, os freios são acionados e o automóvel percorre uma distância d com as rodas travadas até parar. Desconsiderando o atrito com o ar, podemos afirmar corretamente que, se a velocidade inicial do automóvel fosse duas vezes maior, a distância percorrida seria

- a) $\frac{d}{4}$. c) d . e) $4d$.
 b) $\frac{d}{2}$. d) $2d$.

Situação: 1

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow \Delta S = \frac{v^2}{2 \cdot a} \Rightarrow d = \frac{v^2}{2 \cdot a}$$

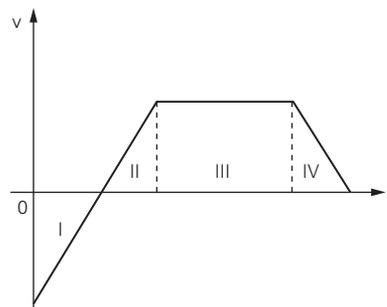
Situação: 2

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow \Delta S = \frac{(2v)^2}{2 \cdot a} \Rightarrow d' = 2 \frac{v^2}{a}$$

Comparando as distâncias, temos:

$$d = \frac{v^2}{2 \cdot a} \text{ e } d' = 2 \frac{v^2}{a} \Rightarrow 2d = \frac{v^2}{a} \Rightarrow 2d = \frac{d'}{2} \therefore d' = 4d$$

6. Sistema Dom Bosco – O gráfico abaixo representa a velocidade (v) em função do tempo (t) para um automóvel em movimento num trecho horizontal e retilíneo de uma rodovia.



Do gráfico, pode-se concluir que nos trechos I, II, III e IV o movimento é, respectivamente,

- a) acelerado, retardado, retardado, acelerado
 b) acelerado, acelerado, uniforme, acelerado
 c) retardado, acelerado, nulo, retardado
 d) retardado, acelerado, uniforme, acelerado
 e) retardado, acelerado, uniforme, retardado

I. Retardado: o módulo da velocidade diminui com o tempo.

II. Acelerado: o módulo da velocidade aumenta com o tempo.

III. Uniforme: o automóvel mantém velocidade constante.

IV. Retardado: o módulo da velocidade diminui com o tempo.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UFPR – Um motorista conduz seu automóvel pela BR-277 a uma velocidade de 108 km/h quando avista uma barreira na estrada, sendo obrigado a frear (desaceleração de 5 m/s^2) e parar o veículo após certo tempo. Pode-se afirmar que o tempo e a distância de frenagem serão, respectivamente,

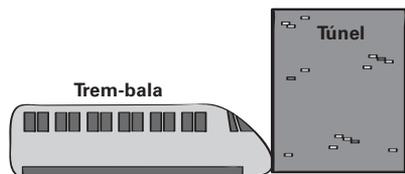
- a) 6 s e 90 m. d) 10 s e 200 m.
 b) 10 s e 120 m. e) 6 s e 120 m.
 c) 6 s e 80 m.

8. PUC-RJ – Um corredor olímpico de 100 metros rasos acelera desde a largada, com aceleração constante, até atingir a linha de chegada, por onde ele passará com velocidade instantânea de 12 m/s no instante final. Qual é a sua aceleração constante?

- a) $10,0 \text{ m/s}^2$ d) $0,72 \text{ m/s}^2$
 b) $1,0 \text{ m/s}^2$ e) $2,0 \text{ m/s}^2$
 c) $1,66 \text{ m/s}^2$

9. Unicamp-SP – A demanda por trens de alta velocidade tem crescido em todo o mundo. Uma preocupação importante no projeto desses trens é o conforto dos passageiros durante a aceleração. Sendo assim, considere que, em uma viagem de trem de alta velocidade, a aceleração experimentada pelos passageiros foi limitada a $a_{\text{máx}} = 0,09 \cdot g$, onde $g = 10 \text{ m/s}^2$ é a aceleração da gravidade. Se o trem acelera a partir do repouso com aceleração constante igual a $a_{\text{máx}}$, determine a distância mínima percorrida pelo trem para atingir uma velocidade de 1080 km/h .

10. IFPE – Um trem-bala, viajando a 396 km/h , tem a sua frente emparelhada com o início de um túnel de 80 m de comprimento (ver figura). Nesse exato momento, o trem desacelera a uma taxa de 5 m/s^2 . Sabendo-se que o trem mantém essa desaceleração por todo o tempo em que atravessa completamente o túnel e que ele possui 130 m de comprimento, determine o tempo em segundos que o trem irá gastar.



- a) 3,6 c) 6,0 e) 2,4
b) 2,0 d) 1,8

11. Unicamp-SP – Correr uma maratona requer preparo físico e determinação. A uma pessoa comum se recomenda, para o treino de um dia, repetir 8 vezes a seguinte sequência: correr a distância de 1 km à velocidade de $10,8 \text{ km/h}$ e, posteriormente, andar rápido a $7,2 \text{ km/h}$ durante dois minutos.

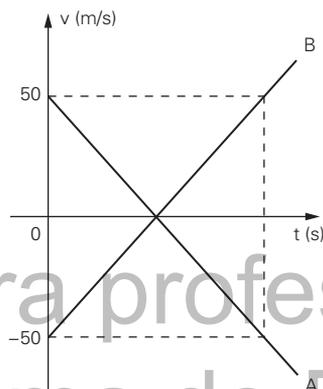
- a) Qual será a distância total percorrida pelo atleta ao terminar o treino?

b) Para atingir a velocidade de $10,8 \text{ km/h}$, partindo do repouso, o atleta percorre 3 m com aceleração constante. Calcule o módulo da aceleração do corredor nesse trecho.

12. EsPCEx-SP/Aman-RJ – Um carro está desenvolvendo uma velocidade constante de 72 km/h em uma rodovia federal. Ele passa por um trecho da rodovia que está em obras, onde a velocidade máxima permitida é de 60 km/h . Após 5 s da passagem do carro, uma viatura policial inicia uma perseguição, partindo do repouso e desenvolvendo uma aceleração constante. A viatura se desloca $2,1 \text{ km}$ até alcançar o carro do infrator. Nesse momento, a viatura policial atinge a velocidade de

- a) 20 m/s . c) 30 m/s . e) 42 m/s .
b) 24 m/s . d) 38 m/s .

13. Epcar-MG/AFA-SP – Duas partículas, A e B, que executam movimentos retilíneos uniformemente variados, encontram-se em $t = 0$ na mesma posição. Suas velocidades, a partir desse instante, são representadas pelo gráfico a seguir.



As acelerações experimentadas por A e B têm o mesmo módulo de $0,2 \text{ m/s}^2$. Com base nesses dados, é correto afirmar que essas partículas se encontrarão, novamente, no instante

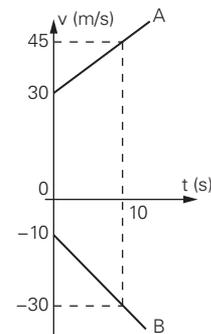
- a) 10 s c) 100 s
 b) 50 s d) 500 s

14. PUC-RJ – Os vencedores da prova de 100 m rasos são chamados de homem/mulher mais rápidos do mundo. Em geral, após o disparo e acelerando de maneira constante, um bom corredor atinge a velocidade máxima de $12,0 \text{ m/s}$ a $36,0 \text{ m}$ do ponto de partida. Essa velocidade é mantida por $3,0 \text{ s}$. A partir deste ponto, o corredor desacelera, também de maneira constante, com $a = -0,5 \text{ m/s}^2$, completando a prova em, aproximadamente, 10 s . É correto afirmar que a aceleração nos primeiros $36,0 \text{ m}$, a distância percorrida nos $3,0 \text{ s}$ seguintes e a velocidade final do corredor ao cruzar a linha de chegada são, respectivamente,

- a) $2,0 \text{ m/s}^2$; $36,0 \text{ m}$; $10,8 \text{ m/s}$.
 b) $2,0 \text{ m/s}^2$; $38,0 \text{ m}$; $21,6 \text{ m/s}$.
 c) $2,0 \text{ m/s}^2$; $72,0 \text{ m}$; $32,4 \text{ m/s}$.
 d) $4,0 \text{ m/s}^2$; $36,0 \text{ m}$; $10,8 \text{ m/s}$.
 e) $4,0 \text{ m/s}^2$; $38,0 \text{ m}$; $21,6 \text{ m/s}$.

15. PUC-PR – Um automóvel parte do repouso em uma via plana, onde desenvolve movimento retilíneo uniformemente variado. Ao se deslocar $4,0 \text{ m}$ a partir do ponto de repouso, ele passa por uma placa sinalizadora de trânsito e, $4,0 \text{ s}$ depois, passa por outra placa sinalizadora 12 m adiante. Qual a aceleração desenvolvida pelo automóvel?

16. Mackenzie-SP – Dois automóveis, A e B, movimentam-se sobre uma mesma trajetória retilínea, com suas velocidades variando com o tempo de acordo com o gráfico a seguir. Sabe-se que esses móveis se encontram no instante 10 s . A distância entre eles, no instante inicial ($t = 0 \text{ s}$), era de



- a) 575 m c) 375 m e) 200 m
 b) 425 m d) 275 m

17. IME-RJ – Um automóvel percorre uma estrada reta de um ponto A para um ponto B. Um radar detecta que o automóvel passou pelo ponto A a 72 km/h . Se esta velocidade fosse mantida constante, o automóvel chegaria ao ponto B em 10 min . Entretanto, devido a uma eventualidade ocorrida na metade do caminho entre A e B, o motorista foi obrigado a reduzir uniformemente a velocidade até 36 km/h , levando para isso 20 s . Restando 1 min para alcançar o tempo total inicialmente previsto para o percurso, o veículo é acelerado uniformemente até 108 km/h , levando para isso 22 s , permanecendo nesta velocidade até chegar ao ponto B. O tempo de atraso, em segundos, em relação à previsão inicial, é:

- a) 46,3 c) 63,0 e) 66,7
 b) 60,0 d) 64,0

ESTUDO PARA O ENEM

18. Enem

C1-H2

O trem de passageiros da Estrada de Ferro Vitória-Minas (EFVM), que circula diariamente entre a cidade de Cariacica, na Grande Vitória, e a capital mineira Belo Horizonte, está utilizando uma nova tecnologia de frenagem eletrônica. Com a tecnologia anterior, era preciso iniciar a frenagem cerca de 400 metros antes da estação. Atualmente, essa distância caiu para 250 metros, o que proporciona redução no tempo de viagem.

Considerando uma viagem de 72 km/h, qual o módulo da diferença entre as acelerações de frenagem depois e antes da adoção dessa tecnologia?

- a) 0,08 m/s² c) 1,10 m/s² e) 3,90 m/s²
 b) 0,30 m/s² d) 1,60 m/s²

19. Enem

C1-H3

Um motorista que atende a uma chamada de celular é levado à desatenção, aumentando a possibilidade de acidentes ocorrerem em razão do aumento de seu tempo de reação. Considere dois motoristas, o primeiro atento e o segundo utilizando o celular enquanto dirige. Eles aceleram seus carros inicialmente a 1,00 m/s². Em resposta a uma emergência, freiam com uma desaceleração igual a 5,00 m/s². O motorista atento aciona o freio à velocidade de 14,0 m/s, enquanto o desatento, em situação análoga, leva 1,00 segundo a mais para iniciar a frenagem.

Que distância o motorista desatento percorre a mais do que o motorista atento até a parada total dos carros?

- a) 2,90 m c) 15,5 m e) 17,4 m
 b) 14,0 m d) 15,0 m

20. UEL-PR

C1-H3

O desrespeito às leis de trânsito, principalmente àquelas relacionadas à velocidade permitida nas vias públicas, levou os órgãos regulamentares a utilizarem meios eletrônicos de fiscalização: os radares capazes de aferir a velocidade de um veículo e capturar sua imagem, comprovando a infração ao Código de Trânsito Brasileiro.

Suponha que um motorista trafegue com seu carro à velocidade constante de 30 m/s em uma avenida cuja velocidade regulamentar seja de 60 km/h. A uma distância de 50 m, o motorista percebe a existência de um radar fotográfico e, bruscamente, inicia a frenagem com uma desaceleração de 5 m/s².

Sobre a ação do condutor, é correto afirmar que o veículo

- a) não terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 50 km/h.
 b) não terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 60 km/h.
 c) terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 64 km/h.
 d) terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 66 km/h.
 e) terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 72 km/h.

DIAGRAMA HORÁRIO DA VELOCIDADE



BUCHACHON/DREAMSTIME.COM

Os movimentos retilíneos uniformes e os uniformemente variados podem ser analisados desde fórmulas mais simples a complicadas equações do 2º grau. No entanto, uma maneira mais prática de observar a variação da velocidade de um móvel, é por meio de diagramas horários de movimentos, conceito a ser estudado neste módulo.

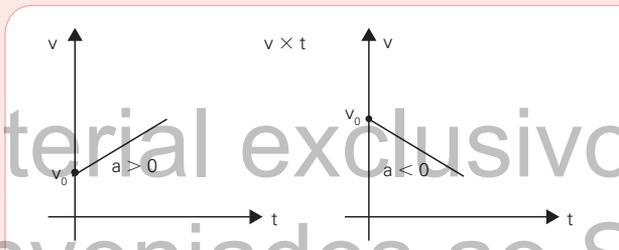
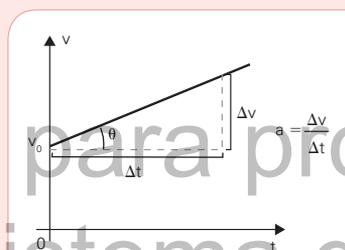
DIAGRAMA DOS MOVIMENTOS

DIAGRAMA

Os diagramas são utilizados nas mais diferentes áreas, seja na análise física de um movimento, seja no complexo mundo dos negócios.

DIAGRAMA HORÁRIO DA VELOCIDADE ($v \times t$)

Como a função horária da velocidade ($v \times t$) para o movimento uniformemente variado é uma função do 1º grau, a curva do gráfico velocidade \times tempo tem a forma de uma reta inclinada. A intersecção da reta com o eixo das ordenadas indica a velocidade inicial v_0 . A tangente do ângulo que a reta forma com o eixo horizontal nos fornece a **aceleração** escalar do movimento.

Gráfico de $v \times t$ Gráfico $v \times t$

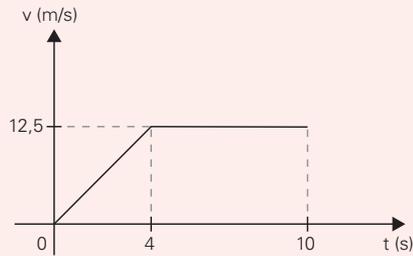
- Diagramas
- Diagrama horário da velocidade

HABILIDADES

- Compreender as características do MUV.
- Distinguir movimentos variados — acelerados e retardados.
- Identificar gráficos característicos do movimento uniforme e do movimento uniformemente variado.
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.
- Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. O gráfico a seguir representa o desempenho de um atleta em uma corrida de curta distância. O atleta parte do repouso, acelera por 4,0 s e mantém sua velocidade constante até ultrapassar a linha de chegada.



Analisando o gráfico, conclui-se que a velocidade escalar média do atleta, em m/s, é:

- a) 5,0 d) 20,0
 b) 10,0 e) 25,0
 c) 15,0

Resolução

A velocidade média do atleta é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

A área sob a curva no gráfico $v \times t$ fornece o valor do deslocamento escalar ΔS . Como a área do trapézio descrito pela função é dada por:

$$\Delta S = A = \left(\frac{B+b}{2} \right) \cdot h \Rightarrow \Delta S = \left(\frac{10+6}{2} \right) \cdot 12,5 = 8$$

$$\cdot 12,5 = 100 \text{ m}$$

$$\therefore \Delta S = 100 \text{ m}$$

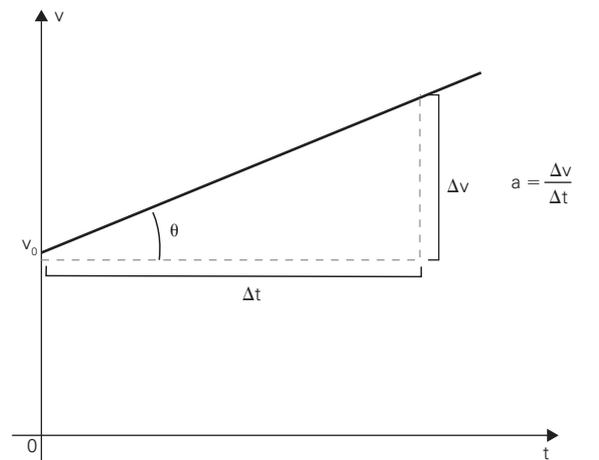
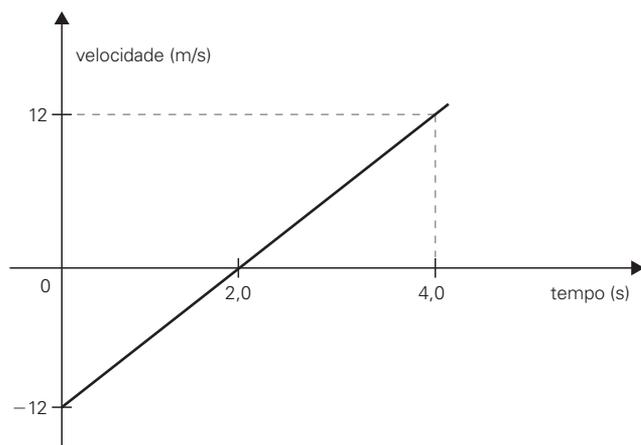
Com o valor de ΔS e Δt , calculamos a velocidade escalar média.

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{100}{10} = 10$$

$$\therefore v_m = 10 \text{ m/s}$$

ROTEIRO DE AULA

DIAGRAMA DOS MOVIMENTOS

VELOCIDADE \times TEMPO

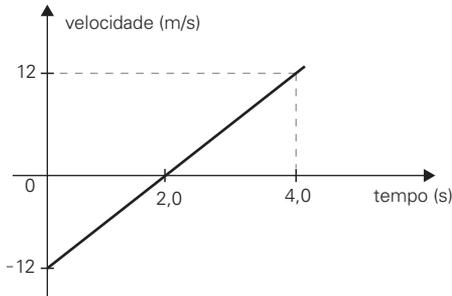
Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. UEG-GO

C5-H17

Leia o gráfico a seguir.



As informações obtidas na leitura do gráfico permitem dizer que

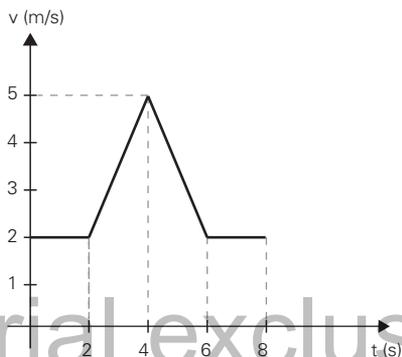
- a) a velocidade inicial é 12 m/s.
b) a velocidade é nula em 2,0 s.
 c) a velocidade final é de -12 m/s.
 d) o espaço percorrido foi de 12 m.
 e) a aceleração escalar é de 12 m/s².

- a) Falsa. Segundo o gráfico, a velocidade inicial do móvel é -12 m/s.
 b) Verdadeira. No instante $t = 2,0$ s, o móvel possui velocidade nula; neste momento, muda o sentido do movimento.
 c) Falsa. O gráfico indica a velocidade contínua a subir após 4,0 s; logo, será maior que 12 m/s.
 d) Falsa. A área do gráfico corresponde ao espaço total percorrido. Logo, o móvel percorre 12 m na ida e 12 m na volta. Teve espaço total percorrido de 24 m e deslocamento igual a 0 m.
 e) Falsa. A aceleração foi de 6 m/s², pois: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12 - (-12)}{4 - 0} = \frac{24}{4} = 6$ m/s²

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

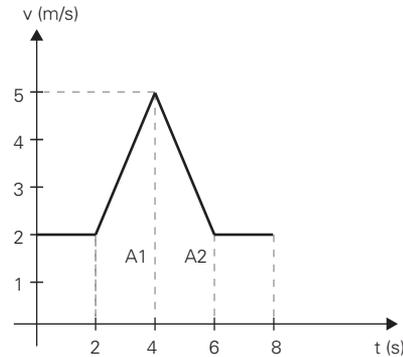
2. UPE – Em um treino de corrida, a velocidade de um atleta foi registrada em função do tempo, conforme ilustra a figura a seguir.



A distância total percorrida pelo corredor, em metros, durante o período de tempo em que ele possuía aceleração diferente de zero, é

- a) 4
 b) 7
 c) 8
d) 14
 e) 22

Deve-se calcular a área sob a curva no gráfico de $v \times t$ entre os instantes 2 s e 6 s, pois nesse intervalo de tempo o móvel possui aceleração diferente de zero.

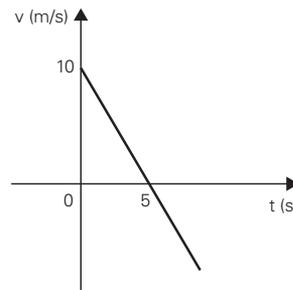


$$A_1 = \frac{B+b}{2} \cdot h \Rightarrow \Delta S_1 = \frac{5+2}{2} \cdot (4-2) = 7 \text{ m}$$

$$A_2 = \frac{B+b}{2} \cdot h \Rightarrow \Delta S_2 = \frac{5+2}{2} \cdot (6-4) = 7 \text{ m}$$

$$\Delta S = 7 + 7 = 14 \therefore \Delta S = 14 \text{ m}$$

3. Uern – Seja o gráfico da velocidade em função do tempo de um corpo em movimento retilíneo uniformemente variado representado a seguir.



Considerando a posição inicial desse movimento igual a 46 m, determine a posição do corpo no instante $t = 8$ s.

Da análise gráfica, calculamos a aceleração do corpo.

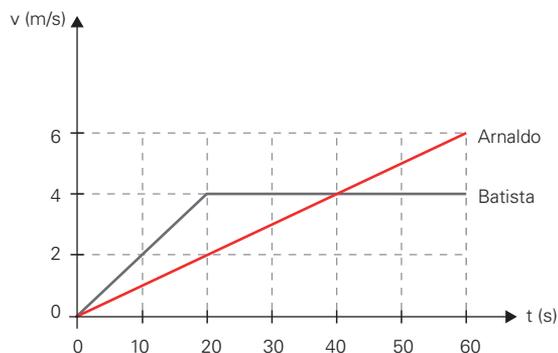
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-10}{5-0} = -2 \therefore a = -2 \text{ m/s}^2$$

Como $S_0 = 46$ m e $v_0 = 10$ m/s, escreve-se a equação horária do MRUV.

$$S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow S = 46 + 10 \cdot (8) + \frac{(-2)}{2} \cdot 8^2 = 46 + 80 - 64 = 62$$

$$\therefore S = 62 \text{ m}$$

4. Fuvest-SP – Arnaldo e Batista disputam uma corrida de longa distância. O gráfico das velocidades dos dois atletas, no primeiro minuto da corrida, é mostrado na figura.



Determine

a) a aceleração a_B de Batista em $t = 10$ s;

Pela análise gráfica, observa-se que Batista possui MRUV nos primeiros 20 s de movimento; logo, para calcular a aceleração no instante $t = 10$ s, pode-se usar os valores de velocidade e tempo nos instantes inicial e $t = 20$ s.

$$a_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t_B} = \frac{4-0}{20-0} = \frac{4}{20} = 0,2 \quad \therefore a_B = 0,2 \text{ m/s}^2$$

b) as distâncias d_A e d_B percorridas por Arnaldo e Batista, respectivamente, até $t = 50$ s;

No gráfico $v \times t$, a distância percorrida é numericamente igual à área sob a curva do gráfico.

$$\Delta S_B = A_B = \frac{B+b}{2} \cdot h \Rightarrow \Delta S_B = \frac{50+30}{2} \cdot 4 = 160 \text{ m}$$

$$\therefore \Delta S_B = 160 \text{ m}$$

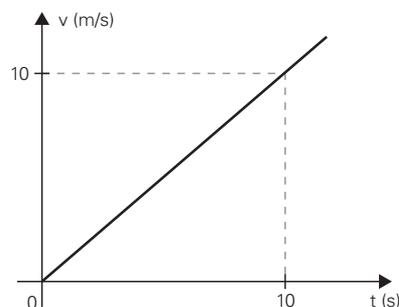
$$\Delta S_A = A_A = \frac{B \cdot b}{2} \Rightarrow \Delta S_A = \frac{50 \cdot 5}{2} = 125 \text{ m} \quad \therefore \Delta S_A = 125 \text{ m}$$

c) a velocidade média v_A de Arnaldo no intervalo de tempo entre 0 e 50 s.

A velocidade escalar média de Arnaldo será:

$$v_A = \frac{\Delta S_A}{\Delta t_A} = \frac{125}{50} = 2,5 \quad \therefore v_A = 2,5 \text{ m/s}$$

5. PUC-RS – Considere o gráfico a seguir, que representa a velocidade de um corpo em movimento retilíneo em função do tempo, e as afirmativas que seguem.



IV. A aceleração do móvel é de $1,0 \text{ m/s}^2$.

V. A distância percorrida nos 10 s é de 50 m.

VI. A velocidade varia uniformemente, e o móvel percorre 10 m a cada segundo.

VII. A aceleração é constante, e a velocidade aumenta 10 m/s a cada segundo.

São verdadeiras apenas as afirmativas

- a) I e II.
b) I e III.
c) II e IV.
d) I, III e IV.
e) II, III e IV.

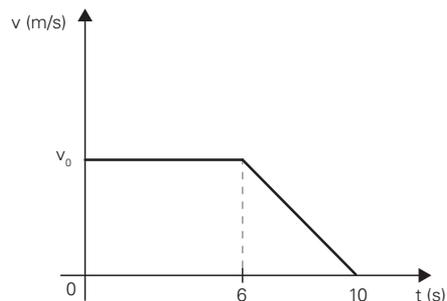
I. Verdadeira: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{10} = 1 \quad \therefore a = 1 \text{ m/s}^2$

II. Verdadeira: $\Delta S = A = \frac{B+b}{2} \cdot h \Rightarrow \Delta S = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50 \quad \therefore \Delta S = 50 \text{ m}$

III. Falsa. O móvel percorre 50 m nos primeiros 10 s.

IV. Falsa. Como a aceleração é de 1 m/s^2 , a velocidade aumenta $1,0 \text{ m/s}$ a cada segundo.

6. Uern – O gráfico a seguir representa a variação da velocidade de um móvel em função do tempo.



Se o deslocamento efetuado pelo móvel nos 10 s do movimento é igual a 40 m, então a velocidade inicial v_0 é igual a

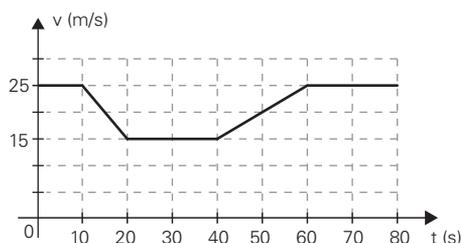
- a) 4 m/s
b) 5 m/s
c) 6 m/s
d) 7 m/s

$$\Delta S = \text{Área}$$

$$\Delta S = \frac{B+b}{2} \cdot h \Rightarrow 40 = \frac{10+6}{2} \cdot v_0 \Rightarrow v_0 = \frac{80}{16} = 5 \quad \therefore v_0 = 5 \text{ m/s}$$

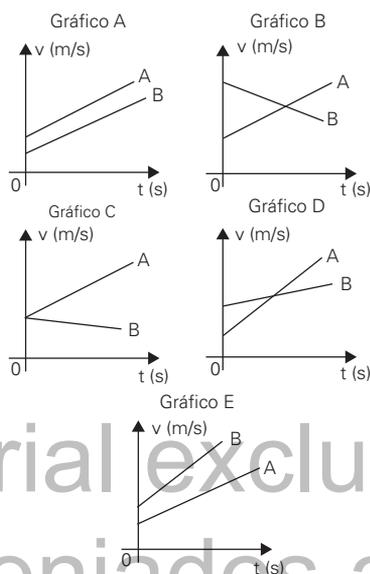
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Unesp – Um motorista dirigia por uma estrada plana e retilínea quando, por causa de obras, foi obrigado a desacelerar seu veículo, reduzindo sua velocidade de 90 km/h (25 m/s) para 54 km/h (15 m/s). Depois de passado o trecho em obras, retornou à velocidade inicial de 90 km/h. O gráfico representa como variou a velocidade escalar do veículo em função do tempo, enquanto ele passou por esse trecho da rodovia.



Determine a distância adicional, em m/s, que o motorista teria percorrido caso não tivesse reduzido a velocidade devido às obras, mas mantido sua velocidade constante de 90 km/h durante os 80 s representados no gráfico.

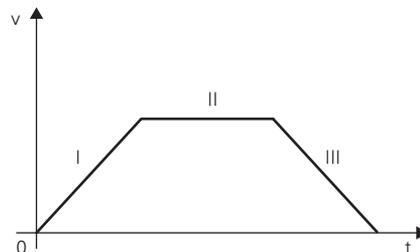
8. UPF-RS – Dois móveis A e B deslocam-se em uma trajetória retilínea, com acelerações constantes e positivas. Considerando que a velocidade inicial de A é menor do que a de B ($v_A < v_B$) e que a aceleração de A é maior do que a de B ($a_A > a_B$), analise os gráficos a seguir.



O gráfico que melhor representa as características mencionadas é o:

- a) A b) B c) C d) D e) E

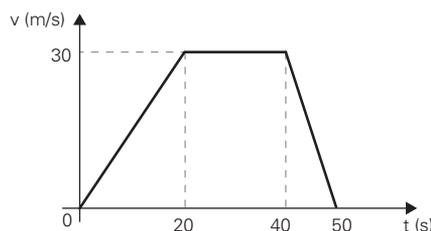
9. FGV-SP – Um carro deslocou-se por uma trajetória retilínea e o gráfico qualitativo de sua velocidade (v), em função do tempo (t), está representado na figura.



Analisando o gráfico, conclui-se corretamente que

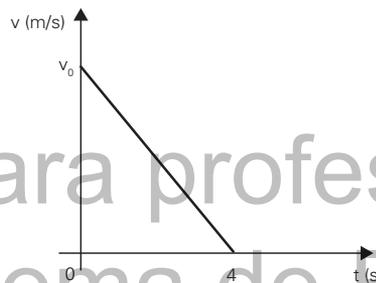
- a) o carro deslocou-se em movimento uniforme nos trechos I e III, permanecendo em repouso no trecho II.
 b) o carro deslocou-se em movimento uniformemente variado nos trechos I e III, e em movimento uniforme no trecho II.
 c) o deslocamento do carro ocorreu com aceleração variável nos trechos I e III, permanecendo constante no trecho II.
 d) a aceleração do carro aumentou no trecho I, permaneceu constante no trecho II e diminuiu no trecho III.
 e) o movimento do carro foi progressivo e acelerado no trecho I, progressivo e uniforme no trecho II, mas foi retrógrado e retardado no trecho III.

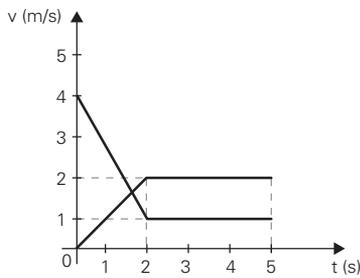
10. CFTMG – O gráfico a seguir descreve a velocidade de um carro durante um trajeto retilíneo.



Com relação ao movimento, pode-se afirmar que o carro

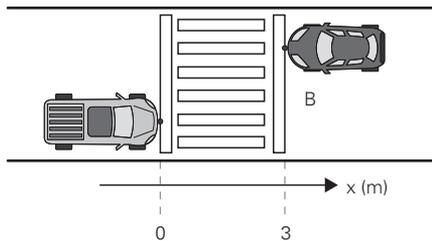
- a) desacelera no intervalo entre 40 e 50 s.
 b) está parado no intervalo entre 20 e 40 s.
 c) inverte o movimento no intervalo entre 40 e 50 s.
 d) move-se com velocidade constante no intervalo entre 0 e 20 s.
11. Uern – O gráfico representa a variação da velocidade de um automóvel ao frear.



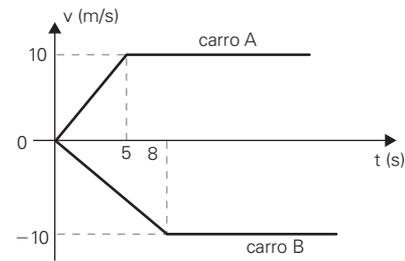


Determine as distâncias percorridas pelos carros A e B durante os primeiros cinco segundos do percurso. Calcule, também, a aceleração do carro A nos dois primeiros segundos.

- 16. Unesp** – Dois automóveis estão parados em um semáforo para pedestres localizado em uma rua plana e retilínea. Considere que o eixo x está paralelo à rua e orientado para a direita, que os pontos A e B da figura representam esses automóveis e que as coordenadas $x_A(0) = 0$ e $x_B(0) = 3$, em metros, indicam as posições iniciais dos automóveis.



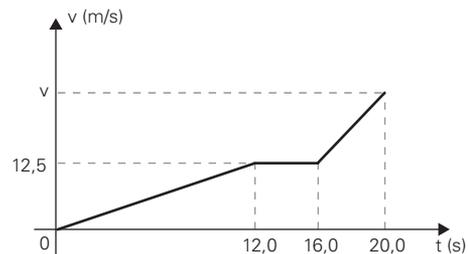
Os carros partem simultaneamente em sentidos opostos e suas velocidades escalares variam em função do tempo, conforme representado no gráfico.



Considerando que os automóveis se mantenham em trajetórias retilíneas e paralelas, calculando o módulo do deslocamento sofrido pelo carro A entre os instantes 0 e 15 s e o instante t , em segundos, em que a diferença entre as coordenadas x_A e x_B , dos pontos A e B, será igual a 332 m, obtemos, respectivamente:

- a) 12 5 m e 20 s d) 332 m e 20 s
b) 125 m e 15 s e) 332 m e 15 s
c) 125 m e 10 s

- 17. Mackenzie-SP** – Certo piloto de *kart* é avaliado durante uma prova, ao longo de um trecho retilíneo de 200 m de comprimento. O tempo gasto nesse deslocamento foi 20,0 s e a velocidade escalar do veículo variou segundo o diagrama a seguir.



Nesse caso, a medida de v no instante em que o *kart* concluiu o trecho foi

- a) 90,0 km/h d) 30,0 km/h
b) 60,0 km/h e) 25,0 km/h
c) 50,0 km/h

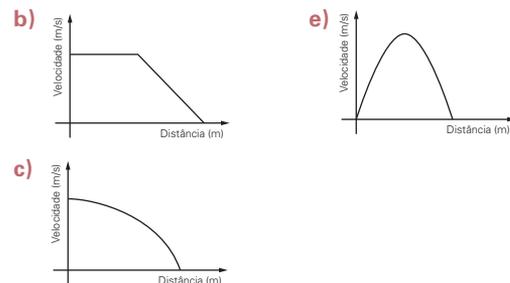
ESTUDO PARA O ENEM

18. Enem

C5-H17

Dois veículos que trafegam com velocidade constante em uma estrada, na mesma direção e sentido, devem manter entre si uma distância mínima. Isso porque o movimento de um veículo, até que ele pare totalmente, ocorre em duas etapas, a partir do momento em que o motorista detecta um problema que exige uma frenada brusca. A primeira etapa é associada à distância que o veículo percorre entre o intervalo de tempo da detecção do problema e o acionamento dos freios. Já a segunda se relaciona com a distância que o automóvel percorre enquanto os freios agem com desaceleração constante.

Considerando a situação descrita, qual esboço gráfico representa a velocidade do automóvel em relação à distância percorrida até parar totalmente?



19. Fatec-SP

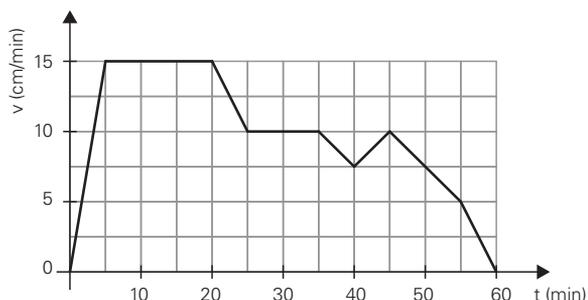
C5-H17

O jipe-robô Curiosity da NASA chegou a Marte, em agosto de 2012, carregando consigo câmeras de alta resolução e um sofisticado laboratório de análises químicas para uma rotina de testes. Da Terra, uma equipe de técnicos comandava seus movimentos e lhe enviava as tarefas que deveria realizar.

Imagine que, ao verem a imagem de uma rocha muito peculiar, os técnicos da NASA, no desejo de que o Curiosity

a análise, determinem uma trajetória reta que une o ponto de observação até a rocha e instruem o robô para iniciar seu deslocamento, que teve duração de uma hora. Nesse intervalo de tempo, o Curiosity desenvolveu as velocidades indicadas no gráfico.

O deslocamento total realizado pelo Curiosity, do ponto de observação ao seu destino, foi, em metros,

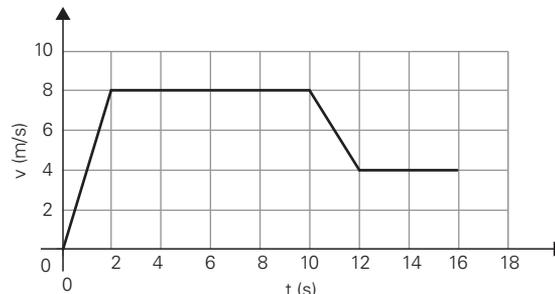


- a) 9
- b) 6
- c) 4
- d) 2
- e) 1

20. (Ifsul-RS (adaptado))

C5-H17

Um ponto material movimentou-se em linha reta durante 16 s e o comportamento da sua velocidade, em função do tempo, foi representado em um gráfico, ilustrado na figura a seguir.



A análise do gráfico indica que o ponto material estava em

- a) movimento uniformemente acelerado, entre os instantes 0 s e 2 s.
- b) repouso, somente entre os instantes 2 s e 10 s.
- c) movimento uniforme, entre os instantes 0 s e 2 s e 10 s e 12 s.
- d) repouso, entre os instantes 2 s e 10 s e entre os instantes 12 s e 16 s.
- e) movimento uniforme entre os instantes 0 e 16 s.

8

DIAGRAMA HORÁRIO DO ESPAÇO E DA ACELERAÇÃO

- Diagrama horário da posição (espaço)
- Diagrama horário da aceleração

HABILIDADES

- Compreender as características do MUV.
- Distinguir movimentos variados – acelerados e retardados.
- Identificar gráficos característicos do movimento uniforme e do movimento uniformemente variado.
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.
- Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemáticas e discursiva entre si.

A análise de movimentos dos objetos pode se tornar uma tarefa árdua quando se pensa em movimentos com múltiplas etapas, como o deslocamento de um trem. No entanto, ao se interpretar esse movimento através de análises gráficas, tudo fica mais palpável. Logo, este é o intuito desse módulo, o estudo de diagramas horários de espaço e aceleração.

DIAGRAMA HORÁRIO DA POSIÇÃO ($S \times t$)

No movimento uniformemente variado, a função horária do espaço é uma função do 2º grau em t , de modo que podemos escrever:

$$(S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a \cdot t^2),$$

em que S_0 é o espaço inicial; v_0 corresponde à velocidade inicial; e a , à aceleração do movimento.

A representação gráfica de uma função do 2º grau é um ramo de parábola. Assim, o gráfico do espaço em função do tempo ($S \times t$) é descrito pelo diagrama a seguir:

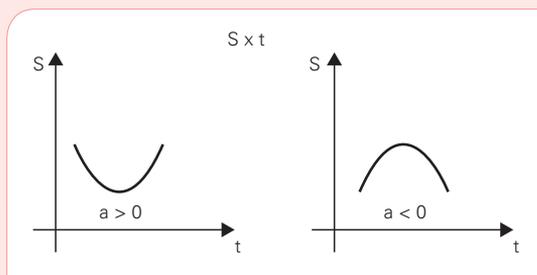
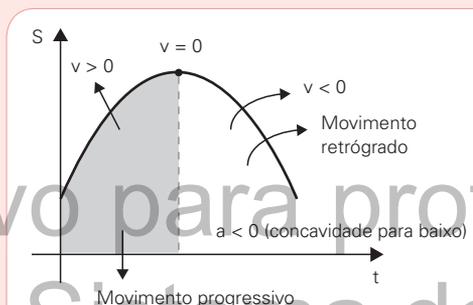


Gráfico de $S \times t$

A concavidade da parábola do gráfico $S \times t$ está associada ao coeficiente do termo t^2 . Perceba que ela estará voltada para cima quando a aceleração escalar do MUV for positiva. Quando a aceleração escalar do MUV for negativa, a concavidade da parábola, por sua vez, estará voltada para baixo.

Suponha que um móvel descreva um movimento uniformemente variado, cujas características estão representadas no gráfico abaixo. Vamos obter algumas características do movimento desse móvel por meio da análise gráfica.



Análise gráfica de $S \times t$

Podemos observar que o móvel apresenta aceleração negativa, pois a concavidade da parábola está voltada para baixo.

Partindo do instante $t = 0$, notamos que a função é crescente até um determinado instante em que a velocidade escalar se torna nula. Chamamos esse ponto de **ponto de máximo** da função.

Repare que até esse instante o móvel se desloca a favor da orientação positiva da trajetória e sua velocidade é positiva; portanto, o movimento é progressivo.

A partir do vértice, a função da velocidade é decrescente e apresenta valores negativos. Como o móvel desloca-se no sentido contrário ao da orientação da trajetória, dizemos que o movimento é retrógrado.

DIAGRAMA HORÁRIO DA ACELERAÇÃO

No caso da aceleração constante, o diagrama horário mostra uma reta paralela ao eixo horizontal, podendo ser positiva ($\Delta v > 0$) ou negativa ($\Delta v < 0$), conforme figura.

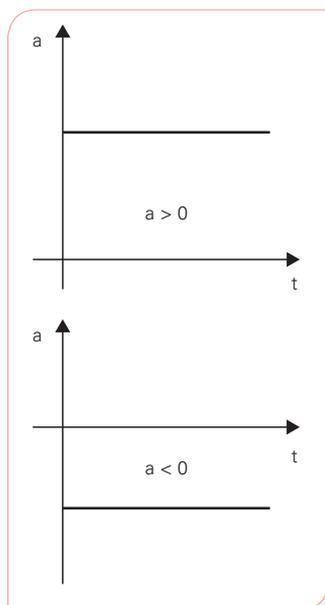
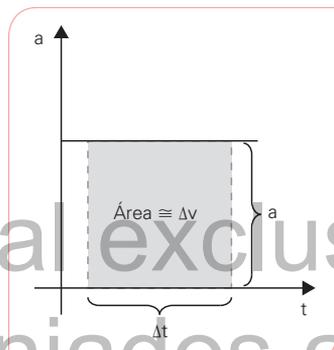


Gráfico de $a \times t$

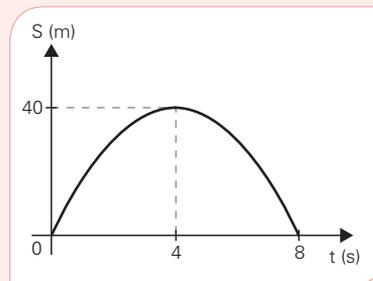
A área sob a curva no gráfico da aceleração *versus* o tempo ($a \times t$) fornece a variação da velocidade (Δv) do móvel.



Análise gráfica de $a \times t$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. Uma partícula desloca-se ao longo de uma trajetória retilínea, descrevendo um movimento uniformemente variado. Sabendo que a posição da partícula em função do tempo é representada pelo gráfico a seguir, responda aos itens.



- Qual é a classificação do movimento nos primeiros 4 segundos?
- Qual é a função horária do espaço para essa partícula?

Resolução

a) Analisando o gráfico, notamos que o deslocamento escalar da partícula aumenta no intervalo descrito; logo, sua velocidade escalar é positiva e, assim, o movimento é progressivo. Observa-se também que a parábola apresenta concavidade para baixo; logo, a aceleração escalar tem valor negativo. Assim, com velocidade escalar positiva e aceleração escalar negativa, conclui-se que a partícula executa movimento retardado no intervalo analisado.

b) Como o gráfico $s \times t$ do movimento da partícula é uma parábola, ocorre um MUV; portanto, a função é dada por:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Do gráfico, obtemos: $S_0 = 0$

Para o cálculo de v_0 , observamos que, em 4 s, a partícula inverte o sentido do seu movimento; logo, estará parada ($v = 0$).

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2} \cdot \frac{40}{4} = \frac{0 + v_0}{2} \Rightarrow 10 = \frac{v_0}{2} \Rightarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$$

Com o valor da velocidade inicial, obtemos a aceleração da partícula:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 20}{4} = -5 \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

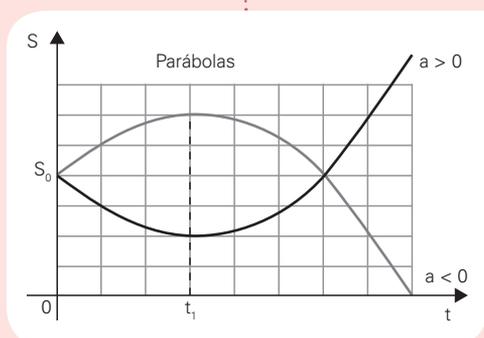
Agora podemos escrever a equação horária do espaço para o movimento uniformemente variado.

$$S = 0 + 20t + \frac{1}{2}(-5)t^2 \Rightarrow S = 20t - 2,5t^2$$

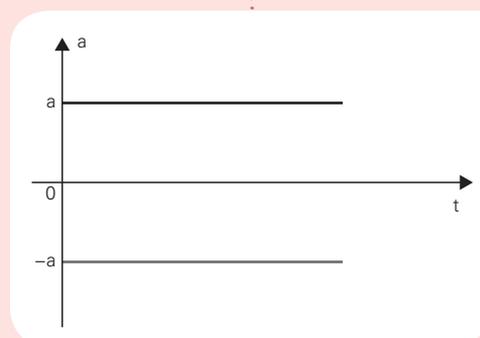
ROTEIRO DE AULA

DIAGRAMA DOS MOVIMENTOS

Posição × Tempo



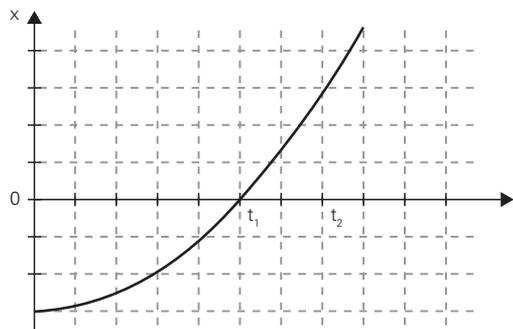
Aceleração × Tempo



Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **PUC-RS** – Analise o gráfico a seguir. Ele representa as posições x em função do tempo t de uma partícula que está em movimento, em relação a um referencial inercial, sobre uma trajetória retilínea. A aceleração medida para ela permanece constante durante todo o trecho do movimento.

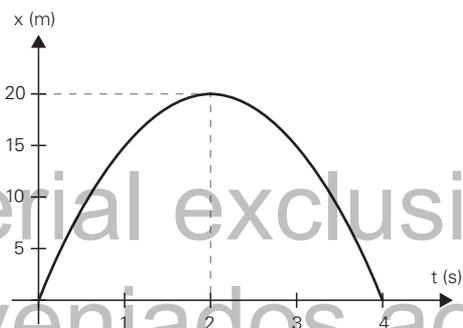


Considerando o intervalo de tempo entre 0 e t_2 , qual das afirmações abaixo está correta?

- A partícula partiu de uma posição inicial positiva.
- No instante t_1 a partícula muda o sentido do seu movimento.
- No instante t_1 a partícula está em repouso em relação ao referencial.
- O módulo da velocidade medida para a partícula diminui durante todo o intervalo de tempo.
- O módulo da velocidade medida para a partícula aumenta durante todo o intervalo de tempo.

- a. Falsa. Analisando o gráfico, observa-se que a posição inicial é negativa (eixo y).
- b. Falsa. A tangente no ponto t_1 é positiva, o que demonstra que a velocidade é crescente e diferente de zero.
- c. Falsa. A partícula estaria em repouso se a velocidade em algum intervalo de tempo fosse nula, mas isso não ocorre durante todo o tempo de trajeto.
- d. Falsa. Como a tangente é positiva em todo o trajeto, a velocidade da partícula só aumenta durante o trajeto.
- e. Verdadeira.

2. **Cefet-MG (adaptado)** – Um objeto tem a sua posição (x) em função do tempo (t) descrito pela parábola conforme o gráfico.



Analisando-se esse movimento, determine o módulo de sua velocidade inicial, em m/s.

No instante $t = 2$ s, a partícula possui velocidade nula

($v = 0$); assim, temos:

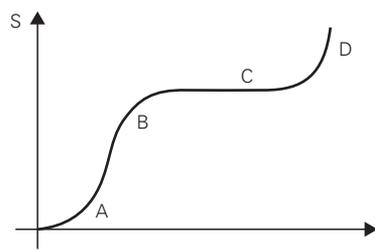
$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2} \quad \frac{20}{2} = \frac{0 + v_0}{2} \quad \therefore v_0 = 20 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{2 - 0} = -10 \quad \therefore a = -10 \text{ m/s}^2$$

3. **FGV-SP**

C5-H17

O gráfico horário da posição (S), em função do tempo (t), descreve, qualitativamente, o deslocamento de um veículo sobre uma trajetória. As curvas, nos trechos A, B e D, são arcos de parábola cujos vértices estão presentes no gráfico.



Analisando o gráfico, é correto concluir que

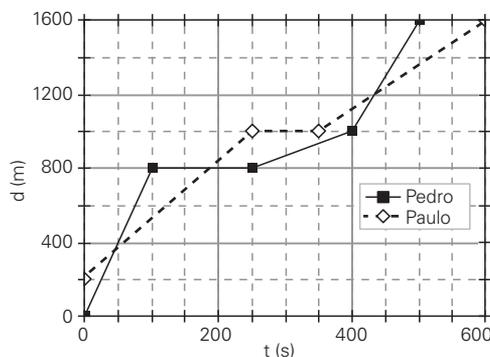
- a trajetória por onde o veículo se move é sinuosa nos trechos A, B e D e retilínea no trecho C.
- a trajetória por onde o veículo se move é toda retilínea, mas com lombada em B e valetas em A e D.
- o trecho B é percorrido em movimento uniformemente desacelerado e retrógrado.
- nos trechos A e D, o veículo se desloca em movimentos uniformemente acelerados com velocidade inicial nula.
- a velocidade escalar do veículo no trecho C é constante e não nula, sendo variável nos outros trechos.

- a. Falsa. Para descrever se o trajeto é sinuoso, seria necessário um gráfico com posições nos eixos x e y , não um gráfico de posição em função do tempo.
- b. Falsa. Não há como dizer se há lombadas ou valetas; para isso, deveria haver um gráfico da altura com o tempo.
- c. Falsa. Apesar de o móvel ter uma variação do espaço cada vez menor em relação ao tempo (movimento retardado), o móvel mantém movimento progressivo.
- d. Verdadeira. O móvel realiza o movimento progressivo acelerado a partir do repouso em A e em D, pois evidencia-se que está parado em C.
- e. Falsa. O veículo está parado em C; portanto, sua velocidade é nula.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

4. UFRGS-RS – Pedro e Paulo diariamente usam bicicletas para ir ao colégio. O gráfico a seguir mostra como ambos percorreram as distâncias até o colégio, em função do tempo, em certo dia.



Com base no gráfico, considere as seguintes afirmações.

- VIII.** A velocidade média desenvolvida por Pedro foi maior do que a desenvolvida por Paulo.
- IX.** A máxima velocidade foi desenvolvida por Paulo.
- X.** Ambos estiveram parados pelo mesmo intervalo de tempo, durante seus percursos.

Quais estão corretas?

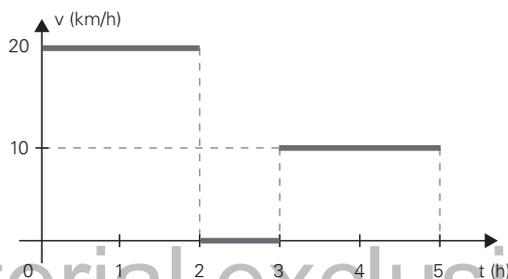
- a) Apenas I.
- b) Apenas II.
- c) Apenas III.
- d) Apenas II e III.
- e) I, II e III.

O item I é verdadeiro, pois Pedro leva um tempo menor para percorrer a mesma distância que Paulo; logo, sua velocidade escalar média foi maior.

O item II é falso, pois no gráfico $S \times t$ a inclinação da reta representa a velocidade de deslocamento e, nesse caso, o gráfico de Pedro possui instantes de maior inclinação que o gráfico de Paulo.

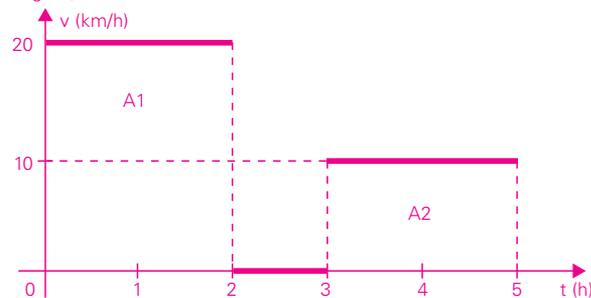
O item III é falso, pois Pedro permanece parado por 150 s e Paulo por 100 s.

5. Mackenzie-SP (adaptado)



Uma pessoa realiza uma viagem de carro em uma estrada retilínea, parando para um lanche, de acordo com o gráfico acima. Qual a velocidade média nas primeiras 5 horas deste movimento?

Primeiramente, devemos calcular o deslocamento do carro durante a viagem, calculando a área da $v \times t$.



$$\Delta S_1 = A_1 = 20 \cdot (2 - 0) = 40 \therefore \Delta S_1 = 40 \text{ km}$$

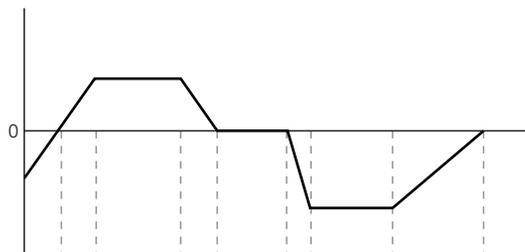
$$\Delta S_2 = A_2 = 10 \cdot (5 - 3) = 20 \therefore \Delta S_2 = 20 \text{ km}$$

$$\Delta S = A_1 + A_2 = 40 + 20 = 60 \therefore \Delta S = 60 \text{ km}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{60}{5} = 12 \therefore v_m = 12 \text{ km/h}$$

6. PUC-PR – A figura fornece a aceleração em função do tempo, $a(t)$, de um pequeno cachorro Chihuahua, enquanto ele persegue um pastor alemão ao longo de uma linha reta.

Marque a alternativa CORRETA.

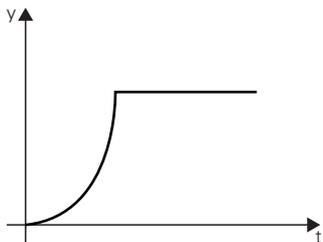


- a) No intervalo de tempo E, o Chihuahua move-se com velocidade constante.
- b) Nos intervalos de tempo C, E e G, o Chihuahua move-se com velocidade constante.
- c) O Chihuahua está parado no intervalo de tempo E.
- d) Nos intervalos de tempo B e D, a velocidade e o deslocamento do Chihuahua são necessariamente positivos.
- e) Entre os intervalos A e B, o Chihuahua inverte o sentido em que está correndo.

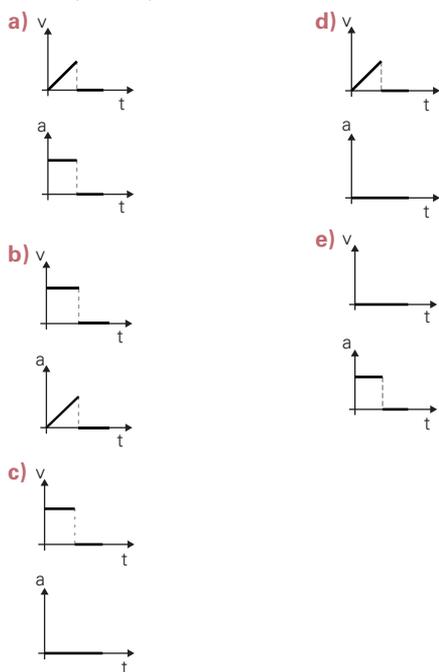
Nos intervalos C e G, o móvel possui aceleração constante; logo, possui variação de velocidade; já no intervalo E, o móvel possui aceleração nula, de modo que descreve movimento uniforme de velocidade constante.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

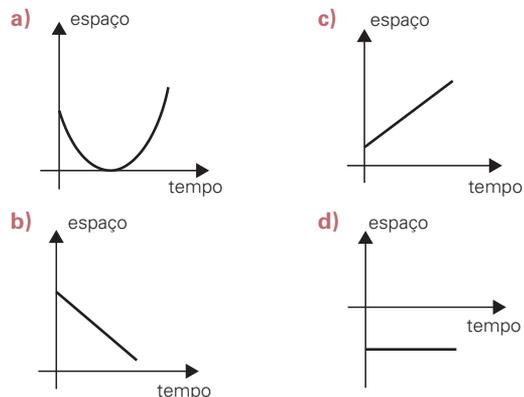
7. Udesc – Uma pessoa, do alto de um prédio, solta uma bola e mede o módulo da posição da bola em função do tempo. A figura a seguir mostra o esboço do gráfico da posição em relação ao tempo.



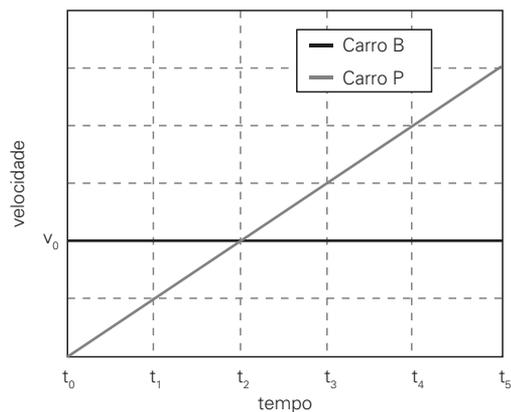
Assinale a alternativa que representa o esboço dos gráficos em relação à velocidade \times tempo e à aceleração \times tempo, respectivamente.



8. Epcar-MG/AFA-SP – Considere um móvel deslocando-se numa trajetória horizontal e descrevendo um movimento retilíneo uniformemente acelerado e retrógrado. A alternativa que contém o gráfico que melhor representa o movimento descrito pelo móvel é



9. UFF-RJ (adaptado) – Policiais rodoviários são avisados de que um carro B vem trafegando em alta velocidade numa estrada. No instante t_0 em que o carro B passa, os policiais saem em sua perseguição. A figura ilustra as velocidades do carro B e do carro dos policiais (P) em função do tempo.



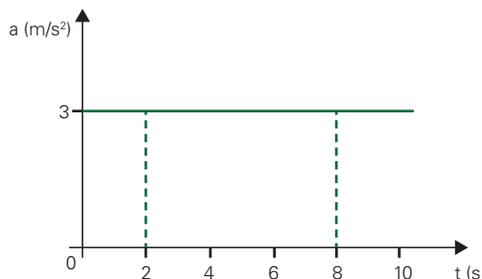
Em qual instante de tempo o carro P alcança o carro B?

10. UEM-PR – Analise as alternativas a seguir e assinale o que for correto.

- 01)** O gráfico da velocidade em função do tempo, para um móvel descrevendo um movimento retilíneo e uniforme, é uma reta paralela ao eixo dos tempos.
- 02)** O gráfico da posição em função do tempo, para um móvel descrevendo um movimento retilíneo e uniforme, é uma reta, e o coeficiente angular dessa reta fornece a velocidade do móvel.
- 04)** O gráfico do espaço percorrido em função do tempo é uma reta para um móvel que realiza um movimento uniforme qualquer.
- 08)** O espaço percorrido por um móvel, em um dado intervalo de tempo, pode ser obtido calculando-se a “área sob a curva” do gráfico da velocidade em função do tempo, para aquele dado intervalo de tempo.
- 16)** O gráfico da velocidade em função do tempo, para um móvel descrevendo um movimento retilíneo uniformemente variado, é uma parábola.

11. FCMSCSP-SP

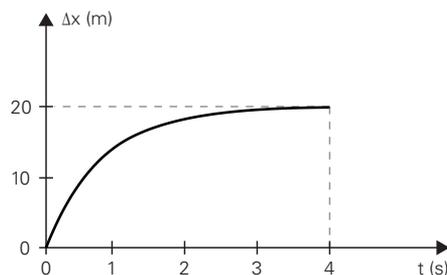
Um automóvel move-se por uma retilínea e sua aceleração escalar está representada no gráfico.



Sabendo que no instante $t = 2$ s a velocidade escalar desse automóvel é de 2 m/s, sua velocidade média no intervalo entre $t = 2$ s e $t = 8$ s é de

- a) 8 m/s
- b) 9 m/s
- c) 10 m/s
- d) 11 m/s
- e) 12 m/s

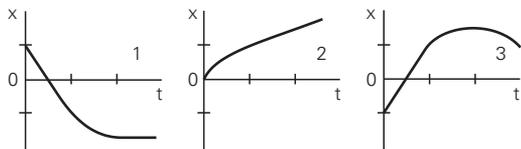
12. UPE – O deslocamento Δx de uma partícula em função do tempo t é ilustrado no gráfico a seguir:



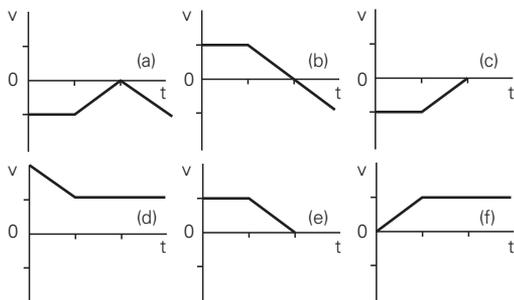
Com relação ao movimento mostrado no gráfico, assinale a alternativa CORRETA.

- a) A partícula inicia seu movimento com velocidade constante; na sequência, o movimento é acelerado e, finalmente, a partícula se move com outra velocidade também constante.
- b) A velocidade da partícula é constante.
- c) A aceleração da partícula é constante.
- d) Esse gráfico ilustra o movimento de queda livre de um objeto nas proximidades da superfície terrestre, onde a resistência do ar foi desprezada.
- e) A partícula inicia seu movimento com uma velocidade não nula, mas o movimento é retardado, e ela finalmente atinge o repouso.

13. UFRGS-RS – Cada um dos gráficos a seguir representa a posição em função do tempo para um movimento unidimensional (as partes curvas devem ser consideradas como segmentos de parábolas).



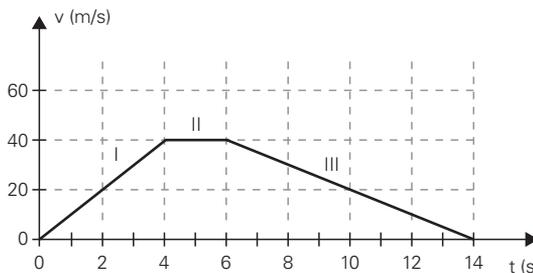
No conjunto de gráficos a seguir, está representada a velocidade em função do tempo para seis situações distintas.



Considerando que as divisões nos eixos dos tempos são iguais em todos os gráficos, assinale a alternativa que combina corretamente os gráficos que descrevem, por pares, o mesmo movimento.

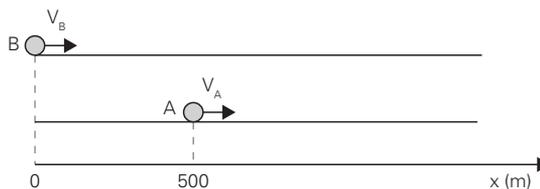
- a) 1(c) – 2(d) – 3(b).
- b) 1(e) – 2(f) – 3(a).
- c) 1(a) – 2(d) – 3(e).
- d) 1(c) – 2(f) – 3(d).
- e) 1(e) – 2(d) – 3(b).

vamente, os intervalos de tempo de 0 s a 4 s, de 4 s a 6 s, e de 6 s a 14 s.



Nos intervalos de tempo indicados, quais as acelerações do móvel, em m/s^2 ?

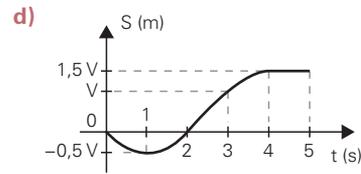
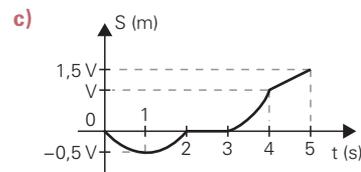
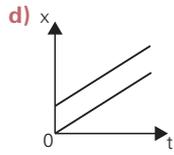
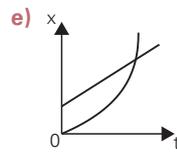
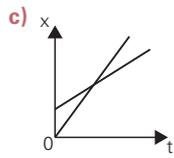
15. Escola Naval-RJ – Analise a figura a seguir.



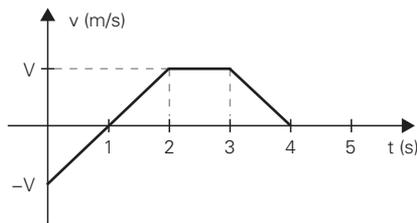
A figura mostra duas partículas A e B se movendo em pistas retas e paralelas, no sentido positivo do eixo x. A partícula A se move com velocidade constante de módulo $v_A = 8 \text{ m/s}$. No instante em que A passa pela posição $x = 500 \text{ m}$ a partícula B passa pela origem, $x = 0$, com velocidade de $v_B = 45 \text{ m/s}$ e uma desaceleração constante cujo módulo é $1,5 \text{ m/s}^2$. Qual dos gráficos abaixo pode representar as posições das partículas A e B em função do tempo?



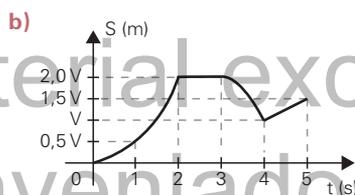
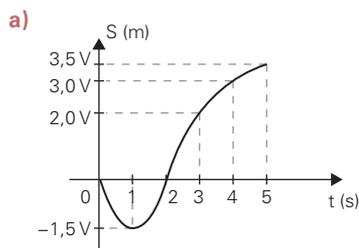
14. UFRGS-RS (adaptado) – Observe o gráfico a seguir, que mostra a velocidade instantânea em função do tempo t de um móvel que se desloca em uma trajetória retilínea. Nesse gráfico, I, II e III identificam, respecti-



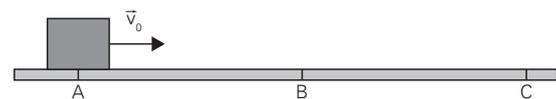
16. Epcar-MG/AFA-SP – O gráfico a seguir representa a velocidade escalar v de uma partícula em movimento retilíneo.



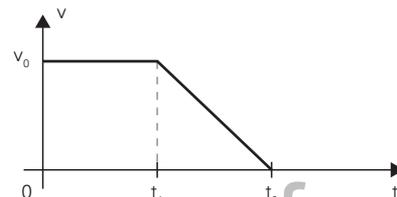
Considerando que, em $t = 0$, a partícula está na origem dos espaços ($S_0 = 0$), o gráfico que melhor representa a posição (S) dessa partícula até o instante $t = 5$ s é:



17. Epcar-MG/AFA-SP – Um bloco se movimenta retilineamente, do ponto A até o ponto C, conforme figura a seguir.



Sua velocidade v em função do tempo t , ao longo da trajetória, é descrita pelo diagrama $v \times t$ mostrado abaixo.



Considerando que o bloco passa pelos pontos A e B nos instantes 0 e t_1 , respectivamente, e para no ponto C no instante t_2 , qual a razão entre as distâncias percorridas pelo bloco nos trechos \overline{BC} e \overline{AB} ?

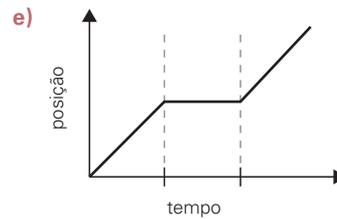
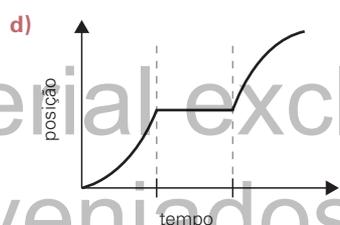
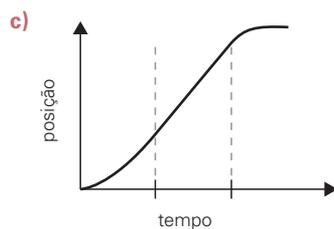
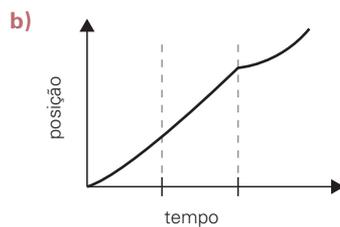
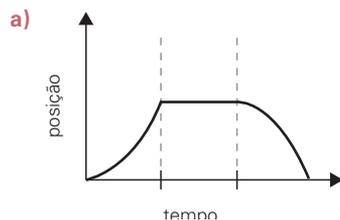
ESTUDO PARA O ENEM

18. Enem

C5-H17

Para melhorar a mobilidade urbana na rede metroviária, é necessário minimizar o tempo entre estações. Para isso a administração do metrô de uma grande cidade adotou o seguinte procedimento entre duas estações: a locomotiva parte do repouso em aceleração constante por um terço do tempo de percurso, mantém a velocidade constante por outro terço e reduz sua velocidade com desaceleração constante no trecho final, até parar.

Qual é o gráfico de posição (eixo vertical) em função do tempo (eixo horizontal) que representa o movimento desse trem?



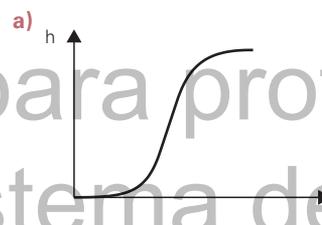
19. Feevale-RS

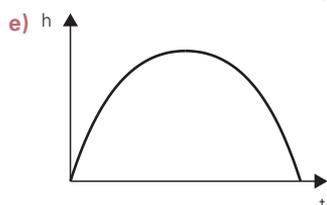
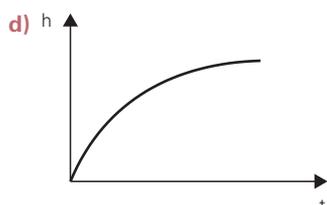
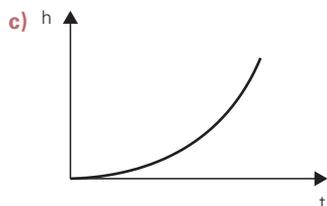
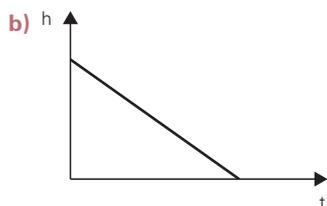
C5-H17

O quadro a seguir mostra a idade (t) e a altura (h) de uma árvore.

t (anos)	h (metros)
0	0
10	2
30	10,9
50	20,3
70	26,3
90	30,5

O esboço do gráfico da altura da árvore (h) em função da idade (t) que melhor representa os dados indicados no quadro é:

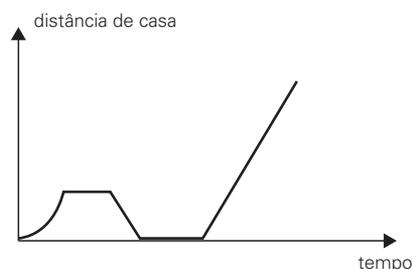




20. UFPR

C5-H17

Assinale a alternativa que apresenta a história que melhor se adapta ao gráfico.



- a) Assim que saí de casa lembrei que deveria ter enviado um documento para um cliente por *e-mail*. Resolvi voltar e cumprir essa tarefa. Aproveitei para responder mais algumas mensagens e, quando me dei conta, já havia passado mais de uma hora. Saí apressada e tomei um táxi para o escritório.
- b) Saí de casa e quando vi o ônibus parado no ponto corri para pegá-lo. Infelizmente, o motorista não me viu e partiu. Após esperar algum tempo no ponto, resolvi voltar para casa e chamar um táxi. Passado algum tempo, o táxi me pegou na porta de casa e me deixou no escritório.
- c) Eu tinha acabado de sair de casa quando tocou o celular e parei para atendê-lo. Era meu chefe, dizendo que eu estava atrasado para uma reunião. Minha sorte é que nesse momento estava passando um táxi. Acenei para ele e poucos minutos depois eu já estava no escritório.
- d) Tinha acabado de sair de casa quando o pneu furou. Desci do carro, troquei o pneu e finalmente pude ir para o trabalho.
- e) Saí de casa sem destino – estava apenas com vontade de andar. Após ter dado umas dez voltas na quadra, cansei e resolvi entrar novamente em casa.



FÍSICA 1B

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS



Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

QUEDA LIVRE

MOVIMENTOS VERTICAIS

QUEDA LIVRE

Com o processo de urbanização, a população se habituou a viver em grandes edificações, buscando conforto, lazer e principalmente segurança.



DIRCEU PORTUGAL/FOTOARENA

No entanto, viver em apartamento requer alguns cuidados. Entre eles, é preciso estar sempre atento a eventuais quedas de objetos, uma vez que objetos em queda tendem a aumentar a sua velocidade constantemente até certo limite.

Isaac Newton publicou em sua obra *Philosophie Naturalis Principia Mathematica*, em 1687, que os corpos massivos têm a incrível propriedade de se atraírem. Assim, o planeta Terra, por ser um corpo muito massivo, atua em todos os corpos que aqui estão, exercendo sobre eles uma força de atração, denominada **atração gravitacional**.

Neste capítulo, estudaremos as consequências da atração gravitacional; já as leis do movimento descritas por Newton serão vistas em capítulos posteriores.

Devido à atração gravitacional, corpos que são abandonados de certas alturas em relação ao solo são acelerados em direção a este, caracterizando um movimento uniformemente variado. Durante a queda, a velocidade do corpo aumenta de maneira linear, enquanto ele sofre a atuação de uma força que gera uma aceleração gravitacional que, para facilidade de cálculos, será considerada constante de valor aproximado de $9,8 \text{ m/s}^2$.

- Queda livre
- Deslocamentos sucessivos

HABILIDADES

- Compreender as características do MUV
- Distinguir movimentos variados – acelerados e retardados
- Analisar o movimento de queda livre por meio do gráfico representativo
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.
- Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemáticas e discursiva entre si.
- Identificar regularidades associando fenômenos que ocorrem em situações semelhantes, para aplicar as leis que expressam essas regularidades para situações na análise e previsão de situações do dia a dia.

Nos casos que estudaremos, a força da resistência do ar e qualquer outra influência externa serão desprezadas e quaisquer objetos abandonados próximo à superfície da Terra serão tratados como objetos em **queda livre**.

A expressão “queda livre” significa cair no vazio, sem resistência do ar ao movimento do corpo. Assim, objetos que caem de edifícios serão tratados como objetos em queda livre, que variam rapidamente os valores de suas velocidades e, justamente por isso, é um fator a mais de preocupação para quem mora em edifícios nos dias atuais.

Nestes casos, o objeto em queda abandonado, a partir do repouso, aumenta a sua velocidade da ordem de 9,8 m/s a cada segundo. Portanto, após 1 s de movimento o objeto estaria a 9,8 m/s, após 2 s, 19,6 m/s, após 3 s, 29,4 m/s, e assim sucessivamente. A variação da velocidade por unidade de tempo é denominada aceleração da gravidade, que se representa pela letra **g**.

$$g = 9,8 \frac{\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{\text{s}} = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

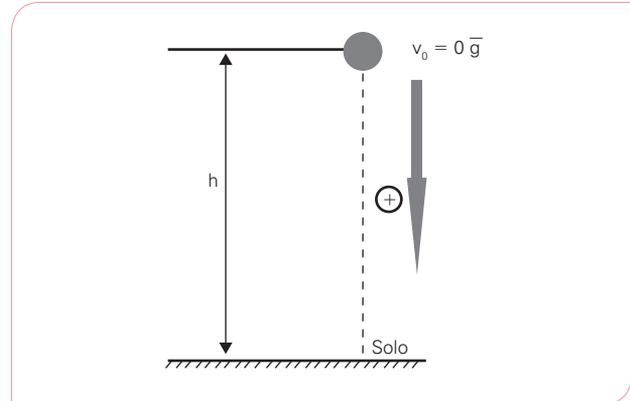
Veremos em dinâmica que a aceleração gravitacional é a mesma para todos os corpos, uma vez que a massa do planeta Terra é muito grande comparada com a massa dos corpos em movimento. Dessa forma, no movimento de queda livre, o formato, massa e resistência do ar não interferem no movimento.



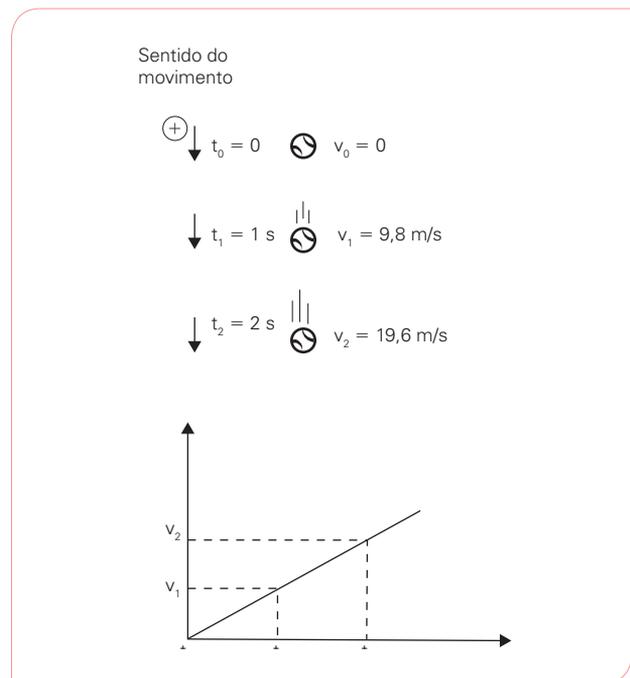
Por um curto intervalo de tempo, as pessoas experimentam a sensação de queda livre no brinquedo representado na imagem.

Em alguns parques de diversão, é comum as pessoas fazerem o uso da aceleração da gravidade para aumentar a sensação de adrenalina.

Veja a representação de um corpo em queda livre de uma altura **h** acima do solo.



Para pontos próximos da superfície da Terra (até 200 m de altura, por exemplo), considera-se que durante a queda a velocidade do corpo aumenta uniformemente, ou seja, a aceleração do movimento é constante, logo o movimento é classificado como movimento retilíneo uniformemente acelerado.



Considerando a velocidade inicial de queda igual a zero e a aceleração do movimento igual a **g**, ao aplicar as equações do MUV, podemos fazer as seguintes comparações:

aceleração $a \rightarrow$ aceleração da gravidade g ;

deslocamento escalar $\Delta s \rightarrow$ altura h ;

orientando-se a trajetória de cima para baixo, com origem no ponto inicial do movimento, temos que a função da posição em relação ao tempo fica:

$$\Delta S = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \text{ e } t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

Já a função da velocidade em relação ao tempo, fica:

$$v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v = g \cdot t$$

E a equação de Torricelli, que também será utilizada nos cálculos dos movimentos em queda livre, fica assim:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

O gráfico da velocidade em função da altura de queda pode ser representado da seguinte maneira:

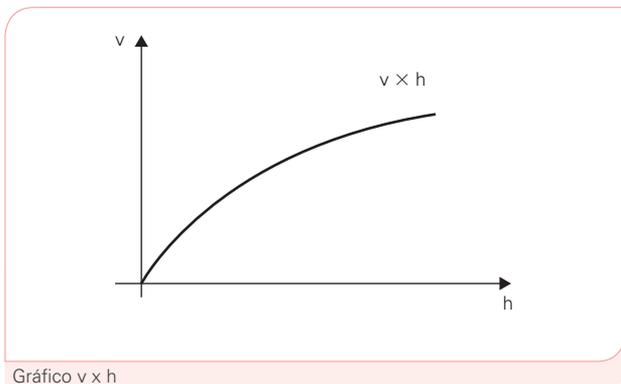


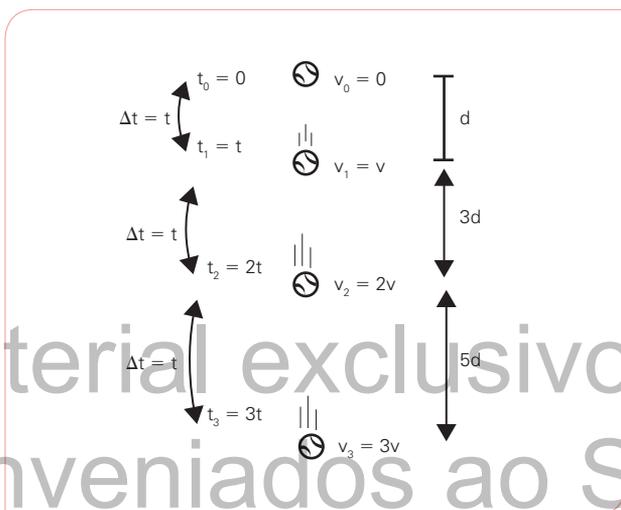
Gráfico v x h

Analisando as equações, conclui-se que a velocidade escalar atingida é diretamente proporcional ao tempo de queda e, ao mesmo tempo, diretamente proporcional à raiz quadrada da altura de descida.

Normalmente, na resolução de problemas, o valor de aceleração da gravidade ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$) é adotado como 10 m/s^2 .

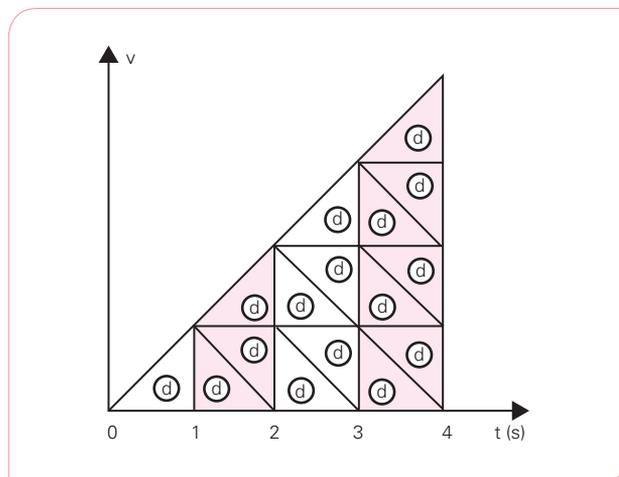
DESLOCAMENTOS SUCESSIVOS

Em um MUV vertical, um objeto em queda livre, a partir do repouso, apresenta deslocamentos escalares sucessivos (em intervalos de tempos iguais) diretamente proporcionais aos números ímpares.



As distâncias percorridas na descida, em sucessivos intervalos de tempo (t), formam progressão aritmética proporcional aos números ímpares, ou seja, d , $3 \cdot d$, $5 \cdot d$, $7 \cdot d$, ...

No gráfico da velocidade em função do tempo, o deslocamento é numericamente igual à área da figura, o que evidencia a proporção anterior.



Observe a proporção com base em intervalos idênticos de tempo (Δt).

- No primeiro intervalo de tempo ($\Delta t = t - 0 = t$), o deslocamento é d .
- No segundo intervalo de tempo ($\Delta t = 2t - t = t$), o deslocamento é $3d$.
- No terceiro intervalo de tempo ($\Delta t = 3t - 2t = t$), o deslocamento é $5d$, e assim sucessivamente.

Esses resultados foram obtidos por Galileu Galilei (1564-1642) em seus experimentos sobre queda dos corpos e ficaram conhecidos como proporções de Galileu.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Sistema Dom Bosco – Um objeto é abandonado, a partir do repouso, de uma altura de 20 m acima do solo terrestre. Despreze a resistência do ar e considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Pedem-se:

a) O tempo de queda do corpo até o solo.

Resolução

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = \sqrt{\frac{40}{10}} = \sqrt{4} = 2$$

Resposta: $t = 2 \text{ s}$

b) O módulo da velocidade do corpo no instante em que ele atinge o solo.

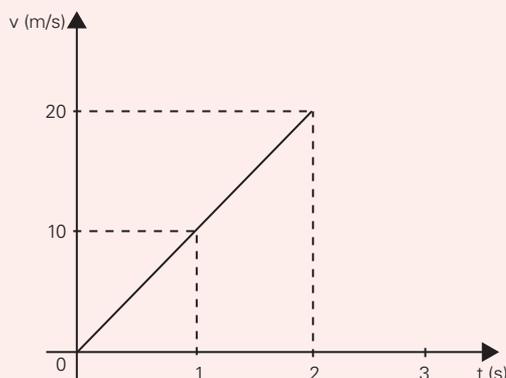
Resolução

$$v = g \cdot t = 10 \cdot 2 = 20$$

Resposta: $v = 20 \text{ m/s}$

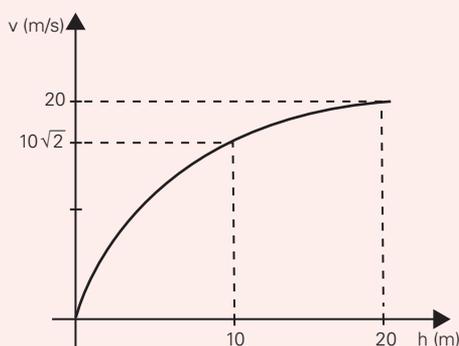
c) O gráfico da velocidade x tempo de queda.

Resolução



d) O gráfico da velocidade x altura de queda.

Resolução



2. Em um laboratório de pesquisa, um objeto, livre de influências externas, é abandonado de uma altura de 6 m e cai em queda livre por um intervalo de tempo de 4,0 s, até atingir o solo.

Determine:

a) a aparente aceleração gravitacional à qual o objeto foi submetido;

Resolução

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow g = \frac{2 \cdot h}{t^2} = \frac{2 \cdot 6}{4^2} = \frac{12}{16} = 0,75$$

Resposta: $g = 0,75 \text{ m/s}^2$

b) A altura de descida do objeto em seu último segundo de movimento.

Resolução

Para esse item, pode-se usar as proporções de Galileu.

Primeiro calcula-se a distância **d** para o primeiro segundo de movimento.

$$t \rightarrow d = h = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot 1^2 = 0,375 \therefore d = 0,375 \text{ m}$$

Pelas proporções de Galileu, temos para cada instante **t**, os seguintes deslocamentos:

d, 3d, 5d, 7d, ...

Logo, no seu último segundo de movimento, o objeto se deslocará por uma distância igual a **7d**.

$$h' = 7d = 7 \cdot 0,375 = 2,625 \text{ m} \therefore h' = 2,625 \text{ m}$$

ROTEIRO DE AULA

MOVIMENTOS
VERTICAIS

Características

Movimento uniformemente variado.

A aceleração constante é igual à aceleração

da gravidade (em módulo).

Queda livre

Movimento vertical para baixo livre de resistências.

Velocidade inicial nula.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

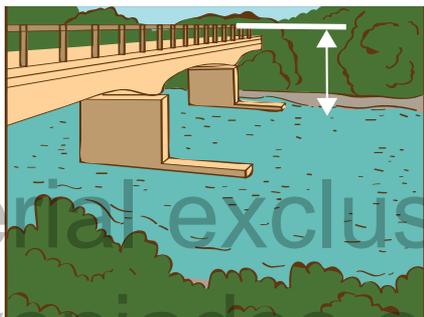
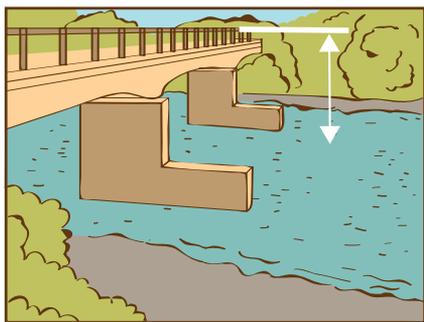
1. Unicamp-SP (adaptado) – Recentemente, uma equipe de astrônomos afirmou ter identificado uma estrela com dimensões comparáveis às da Terra, composta predominantemente de diamante. Por ser muito frio, o astro, possivelmente uma estrela anã branca, teria tido o carbono de sua composição cristalizado em forma de um diamante praticamente do tamanho da Terra

Considerando que a massa e as dimensões de uma estrela são comparáveis às da Terra, espera-se que a aceleração da gravidade que atua em corpos próximos à superfície de ambos os astros seja constante e de valor não muito diferente. Suponha que um corpo abandonado, a partir do repouso, de uma altura $h = 54$ m da superfície da estrela, apresente um tempo de queda $t = 3,0$ s. Desta forma, determine o valor da aceleração da gravidade da estrela.

$$g = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \cdot 54}{3^2} = 12$$

$$g = 12 \text{ m/s}^2$$

2. Unesp (adaptado) – No período de estiagem, uma pequena pedra foi abandonada, a partir do repouso, do alto de uma ponte sobre uma represa e verificou-se que demorou 2,0 s para atingir a superfície da água. Após um período de chuvas, outra pedra idêntica foi abandonada do mesmo local, também a partir do repouso e, desta vez, a pedra demorou 1,6 s para atingir a superfície da água.



Considerando a aceleração gravitacional igual a 10 m/s^2 e desprezando a existência de correntes de ar e a sua resistência, é correto afirmar que, entre as duas medições, o nível da água da represa elevou-se

- a) 5,4 m.
- b) 7,2 m.**
- c) 1,2 m.
- d) 0,8 m.
- e) 4,6 m.

Situação I:

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 = 20 \rightarrow h_1 = 20 \text{ m}$$

Situação II:

$$h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1,6^2 = 12,8 \rightarrow h_2 = 12,8 \text{ m}$$

Logo:

$$\Delta h = h_1 - h_2 = 20,0 - 12,8 = 7,2 \rightarrow \Delta h = 7,2 \text{ m}$$

3. Fuvest-SP

C1-H17

Em uma tribo indígena de uma ilha tropical, o teste derradeiro de coragem de um jovem é deixar-se cair em um rio, do alto de um penhasco. Um desses jovens se soltou verticalmente, a partir do repouso, de uma altura de 45 m em relação à superfície da água. O tempo decorrido, em segundos, entre o instante em que o jovem iniciou sua queda e aquele em que um espectador, parado no alto do penhasco, ouviu o barulho do impacto do jovem na água é, aproximadamente,

Note e adote:

- Considere o ar em repouso e ignore sua resistência.
- Ignore as dimensões das pessoas envolvidas.
- Velocidade do som no ar: 360 m/s .
- Aceleração da gravidade: 10 m/s^2 .

- a) 3,1.**
- b) 4,3.
- c) 5,2.
- d) 6,2.
- e) 7,0.**

Etapa 1: Calcular o tempo de queda do índio.

$$t_{\text{queda}} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45}{10}} = 3 \therefore t_{\text{queda}} = 3,0 \text{ s}$$

Etapa 2: Calcular o tempo de subida do som.

$$t_{\text{som}} = \frac{H}{v} = \frac{45}{360} = 0,125 \therefore t_{\text{som}} = 0,125 \text{ s}$$

Etapa 3: Calcular o tempo total.

$$\Delta t = t_{\text{queda}} + t_{\text{som}} = 3,0 + 0,125 \cong 3,1 \therefore \Delta t \cong 3,1 \text{ s}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a

elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis

nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social

da humanidade.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas

de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou

biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemá-

ticas ou linguagem simbólica.

4. PUC-MG – O edifício mais alto do Brasil ainda é o Mirante do Vale com 51 andares e uma altura de 170 metros. Se gotas de água caíssem em queda livre do último andar desse edifício, elas chegariam ao solo com uma velocidade de aproximadamente 200 km/h e poderiam causar danos a objetos e pessoas. Por outro lado, gotas de chuva caem de alturas muito maiores e atingem o solo sem ferir as pessoas ou danificar objetos. Isso ocorre porque:

- a) quando caem das nuvens, as gotas de água se dividem em partículas de massas desprezíveis.
- b) embora atinjam o solo com velocidades muito altas, as gotas não causam danos por serem líquidas.
- c)** as gotas de água chegam ao solo com baixas velocidades, pois não caem em queda livre devido ao atrito com o ar.
- d) as gotas de água têm massas muito pequenas e a aceleração da gravidade praticamente não afeta seus movimentos verticais.

No início do movimento, a gota cai em queda livre, logo o seu movi-

mento é acelerado. Porém, ao longo do trajeto, a resistência do ar, que

é proporcional ao quadrado da velocidade de queda, aumenta, até o

instante em que a força de resistência torna-se igual à força peso da

gota, limitando a velocidade de queda da gota, que não é capaz de causar dano a pessoas nem a objetos.

5. Mackenzie-SP – Vários corpos idênticos são abandonados de uma altura de 7,20 m em relação ao solo, em intervalos de tempos iguais. Quando o primeiro corpo atingir o solo, o quinto corpo inicia seu movimento de queda livre. Desprezando a resistência do ar e adotando a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, a velocidade do segundo corpo nessas condições é

- a) 10,0 m/s
- b) 6,0 m/s
- c) 3,0 m/s
- d)** 9,0 m/s
- e) 12,0 m/s

Primeiramente, calculamos o tempo de queda:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,2}{10}} = \sqrt{1,44} = 1,2 \therefore t = 1,2 \text{ s}$$

Como são abandonados 5 corpos, haverá um intervalo de 0,3 s para o

lançamento de cada corpo. Logo, o segundo corpo terá se deslocado

por 0,9 s quando o primeiro corpo atingir o solo. Assim, temos:

$$v' = g \cdot t' = 10 \cdot 0,9 = 9 \therefore v' = 9 \text{ m/s}$$

6. UFSM-RS (adaptado) – A castanha-do-pará (*Bertholletia excelsa*) é fonte de alimentação e renda das populações tradicionais da Amazônia. Sua coleta é realizada por extrativistas que percorrem quilômetros de trilhas nas matas, durante o período das chuvas amazônicas. A castanha é uma das maiores árvores da floresta, atingindo facilmente a altura de 50 m. O fruto da castanha, um ouriço, tem cerca de 1 kg e contém, em média, 16 sementes. Baseando-se nesses dados e considerando o valor padrão da aceleração da gravidade $9,81 \text{ m/s}^2$, estime o valor da velocidade com que o ouriço atinge o solo, em m/s.

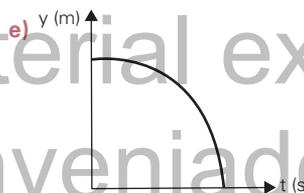
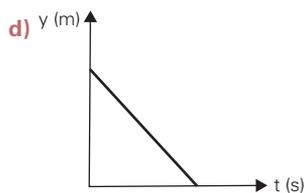
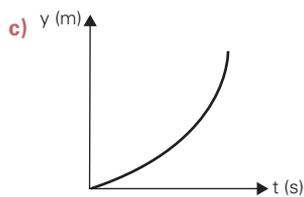
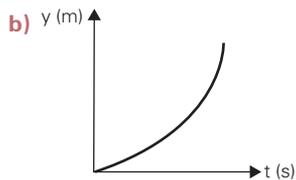
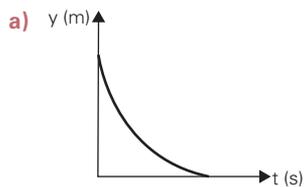
$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 50} = \sqrt{981} \cong 31,3 \therefore v = 31,3 \text{ m/s}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. **Udesc** – Deixa-se cair um objeto de massa 500 g de uma altura de 5 m acima do solo. Assinale a alternativa que representa a velocidade do objeto, imediatamente, antes de tocar o solo, desprezando-se a resistência do ar.

- a) 10 m/s
- b) 7,0 m/s
- c) 5,0 m/s
- d) 15 m/s
- e) 2,5 m/s

8. **UEL-PR** – Com o avanço do conhecimento científico acerca da queda livre dos corpos, assinale a alternativa que indica, corretamente, o gráfico de deslocamento *versus* tempo que melhor representa esse movimento em regiões onde a resistência do ar é desprezível.



9. **Uerj (adaptado)** – Considere que um objeto tenha caído de uma altura igual a 20 m, com aceleração constante, atingindo o solo com a velocidade de 60 km/h.

Nessas condições, determine o valor da aceleração, em m/s^2 .

10. **Uerj** – Uma ave marinha costuma mergulhar de uma altura de 20 m para buscar alimento no mar.

Suponha que um desses mergulhos tenha sido feito em sentido vertical, a partir do repouso e exclusivamente sob ação da força da gravidade.

Desprezando-se as forças de atrito e de resistência do ar, a ave chegará à superfície do mar a uma velocidade, em m/s , aproximadamente igual a:

- a) 20
- b) 40
- c) 60
- d) 80

11. PUC-RJ – Um astronauta, em um planeta desconhecido, observa que um objeto leva 2,0 s para cair, partindo do repouso, de uma altura de 12 m.

Determine a aceleração gravitacional nesse planeta, em m/s^2 .

12. UPF-RS (adaptado) – O Brasil, em 2014, sediou o Campeonato Mundial de Balonismo. Mais de 20 equipes de diferentes nacionalidades coloriram, com seus balões de ar quente, o céu de Rio Claro, no interior de São Paulo. Desse feito, um professor de Física propôs a um estudante de Ensino Médio a seguinte questão: considere um balão deslocando-se horizontalmente, a 80 m do solo, com velocidade constante de 6 m/s. Quando ele passa exatamente sobre uma pessoa parada no solo, deixa cair um objeto que estava fixo em seu cesto. Desprezando qualquer atrito do objeto com o ar e considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, qual será o tempo gasto pelo objeto para atingir o solo, considerado plano?

13. CPS-SP – Para os passageiros experimentarem a sensação equivalente à “gravidade zero”, um avião adaptado sobe vertiginosamente (figura 1) para, depois, iniciar uma descida brusca que dura apenas alguns segundos.



Disponível em: <www.cavok.com.br/blog/wp-content/uploads/2012/12/a300zero_gyue_exterieure_en_montee-nospace-light.jpg>. Acesso em: 24. ago. 2013. Original colorido.

Durante essa descida brusca, a velocidade horizontal mantém-se constante, variando apenas a velocidade vertical. Na parte central desse avião, há um espaço vazio onde os passageiros, deitados no chão, aguardam o mergulho da aeronave.

No momento do mergulho, cada passageiro perde o contato com o piso da aeronave, podendo movimentar-se como um astronauta a bordo de uma nave em órbita (figura 2).



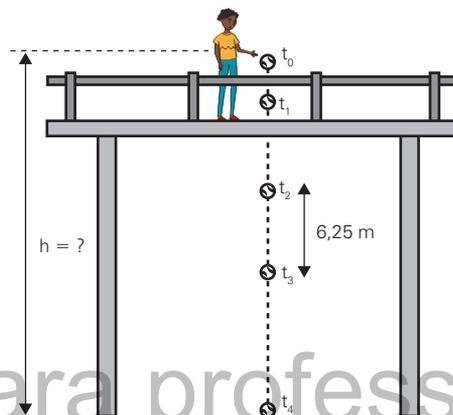
GAMMA-RAPHO VIA GETTY IMAGES

Disponível em: <imguol.com/2013/03/18/18mar2013—turistas-espaciais-expeintam-a-sensacao-de-gravidade-zero-durante-o-primeiro-voo-omercial-da-europa-o-airbus-a300-zero-g-decolou-de-bourdeaux-na-franca-e-realizou-15-manobras-1363618680264_956x500.jpg>. Acesso em: 24. ago. 2013. Original colorido.

A situação mostrada na figura 2 é possível devido

- ao ganho de inércia do avião.
- ao ganho de peso dos passageiros.
- à perda de massa dos passageiros.
- à igualdade entre a inércia do avião e a inércia dos passageiros.
- à igualdade entre a aceleração do avião e a aceleração da gravidade.

14. Unesp (adaptado) – Em um dia de calma, um garoto sobre uma ponte deixa cair, verticalmente e a partir do repouso, uma bola no instante $t_0 = 0 \text{ s}$. A bola atinge, no instante t_4 , um ponto localizado no nível das águas do rio e à distância h do ponto de lançamento. A figura apresenta, fora de escala, cinco posições da bola, relativas aos instantes t_0 , t_1 , t_2 , t_3 e t_4 . Sabe-se que entre os instantes t_2 e t_3 a bola percorre 6,25 m e que $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Desprezando a resistência do ar e sabendo que o intervalo de tempo entre duas posições consecutivas apresentadas na figura é sempre o mesmo, pode-se afirmar que a distância h , em metros, é igual a

- a) 25.
- b) 28.
- c) 22.
- d) 30.
- e) 20.

15. EFOMM-RJ – Em um determinado instante, um objeto é abandonado de uma altura H do solo e, 2,0 segundos mais tarde, outro objeto é abandonado de uma altura h , 120 metros abaixo de H . Determine o valor H , em m, sabendo que os dois objetos chegam juntos ao solo e a aceleração da gravidade é $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) 150
- b) 175
- c) 215
- d) 245
- e) 300

16. UFPR – Um paraquedista salta de um avião e cai livremente por uma distância vertical de 80 m, antes de abrir o paraquedas. Quando este se abre, ele passa a sofrer uma desaceleração vertical de 4 m/s^2 , chegando ao solo com uma velocidade vertical de módulo 2 m/s . Supondo que, ao saltar do avião, a velocidade inicial do paraquedista na vertical era igual a zero e considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a) o tempo total que o paraquedista permaneceu no ar, desde o salto até atingir o solo;

- b) a distância vertical total percorrida pelo paraquedista.

17. Unisc-RS – Ao cair em queda livre de alturas diferentes, h_1 e h_2 (sem atrito), dois corpos alcançam o chão com as velocidades V_1 e V_2 , respectivamente. Sabendo que $V_2 = 2 \cdot V_1$, deduzimos que a altura h_2 vale

- a) $1 h_1$
 b) $2 h_1$
 c) $\frac{h_1}{2}$
 d) $\frac{h_1}{4}$
 e) $4 h_1$

ESTUDO PARA O ENEM

18. IFCE

C6-H20

Quando soltamos de uma determinada altura e, ao mesmo tempo, uma pedra e uma folha de papel,

- a) a pedra e a folha de papel chegariam juntas ao solo, se pudéssemos eliminar o ar que oferece resistência ao movimento.
 b) a pedra chega ao solo primeiro, pois os corpos mais pesados caem mais rápido sempre.
 c) a folha de papel chega ao solo depois da pedra, pois os corpos mais leves caem mais lentamente sempre.
 d) as duas chegam ao solo no mesmo instante sempre.
 e) é impossível fazer este experimento.

19. Enem

C6-H20

Para medir o tempo de reação de uma pessoa, pode-se realizar a seguinte experiência:

- I. Mantenha uma régua (com cerca de 30 cm) suspensa verticalmente, segurando-a pela extremidade superior, de modo que o zero da régua esteja situado na extremidade inferior.
- II. A pessoa deve colocar os dedos de sua mão, em forma de pinça, próximos do zero da régua, sem tocá-la.
- III. Sem aviso prévio, a pessoa que estiver segurando a régua deve soltá-la. A outra pessoa deve procurar segurá-la o mais rapidamente possível e observar a posição onde conseguiu segurar a régua, isto é, a distância que ela percorre durante a queda.

O quadro seguinte mostra a posição em que três pessoas conseguiram segurar a régua e os respectivos tempos de reação.

Distância percorrida pela régua durante a queda (metro)	Tempo de reação (segundo)
0,30	0,24
0,15	0,17
0,10	0,14

A distância percorrida pela régua aumenta mais rapidamente que o tempo de reação porque a

- a) energia mecânica da régua aumenta, o que a faz cair mais rápido.
 b) resistência do ar aumenta, o que faz a régua cair com menor velocidade.
 c) aceleração de queda da régua varia, o que provoca um movimento acelerado.
 d) força peso da régua tem valor constante, o que gera um movimento acelerado.
 e) velocidade da régua é constante, o que provoca uma passagem linear de tempo.

20. UFSM-RS

C6-H20

Durante uma visita ao planeta X, um astronauta realizou um experimento para determinar o módulo da aceleração gravitacional local. O experimento consistiu em determinar o tempo de queda de um objeto de massa m , abandonado a partir do repouso e de uma altura h . O astronauta verificou que o tempo de queda, desprezando a resistência com a atmosfera local, é metade do valor medido, quando o experimento é realizado na Terra, em condições idênticas. Com base nesse resultado, pode-se concluir que o módulo da aceleração gravitacional no planeta X (g_x) é, comparado com o módulo da aceleração gravitacional na Terra (g_t),

- a) $g_x = 4 \cdot g_t$
 b) $g_x = 2 \cdot g_t$
 c) $g_x = \frac{g_t}{4}$
 d) $g_x = \frac{g_t}{2}$
 e) $g_x = \frac{g_t}{8}$

10

MOVIMENTOS VERTICAIS

- Lançamento vertical

HABILIDADES

- Compreender as características do MUV.
- Distinguir movimento variados – acelerados e retardados.
- Reconhecer as características do movimento de corpos em queda livre e/ou lançados verticalmente.
- Analisar o movimento de lançamento vertical por meio do gráfico representativo.
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.



NATALYA GAVRILOVA/DREAMSTIME.COM

Gotas de água que se desprendem da torneira.

INTRODUÇÃO

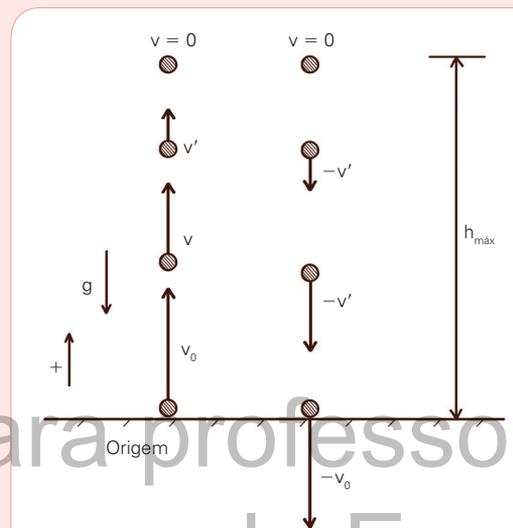
O movimento vertical de um corpo, como as gotas de água que se desprendem de uma torneira, próximo ao solo, é chamado de **queda livre**, quando o corpo é abandonado no vácuo ou se considera desprezível a ação do ar.

LANÇAMENTO VERTICAL

O lançamento vertical possui características parecidas com o movimento de queda livre. O corpo sobe em trajetória retilínea e vertical, livre de forças resistivas, como a resistência do ar, e descreve movimento uniformemente variado.

Descreve-se o movimento do corpo da seguinte maneira: no ato do lançamento, ele adquire velocidade vertical para cima, denominada velocidade inicial (v_0), que faz o corpo subir. À medida que sobe, o corpo perde velocidade à razão de $9,8 \text{ m/s}$ a cada segundo de subida (aceleração da gravidade). No ponto de altura máxima, a velocidade do corpo se anula ($v = 0$), e ele começa a cair em queda livre.

Observa-se pela figura que o corpo possui, em módulo, a mesma velocidade de subida e de descida, porém com sentidos opostos. Sendo ambos os movimentos retilíneos e com aceleração constante de módulo g , o corpo possui movimento retardado na subida, pois parte com uma velocidade inicial igual a v_0



e vai perdendo velocidade conforme sobe, até que, no ponto mais alto, a velocidade é nula. Durante a descida, o movimento é acelerado, uma vez que o corpo passa a adquirir uma velocidade de intensidade cada vez maior ao longo do tempo, restabelecendo o valor da velocidade que possuía no instante de lançamento.

Para um referencial no solo, com a trajetória orientada para cima, as funções do lançamento vertical podem ser descritas da seguinte maneira:

Altura (h): $h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

Velocidade (v): $v = v_0 - g \cdot t$

Equação de Torricelli: $v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h$

Note que a aceleração da gravidade aparece com valor negativo, pois a aceleração do objeto está no sentido oposto ao do movimento.

Para o cálculo do tempo de subida (t_s) e altura máxima ($h_{máx}$) atingida pelo corpo lançado verticalmente para cima, pode-se usar as seguintes funções:

Lembrando que na altura máxima $v = 0$, temos:

$v = v_0 - g \cdot t$

$g \cdot t = v_0$

$t_s = \frac{v_0}{g}$

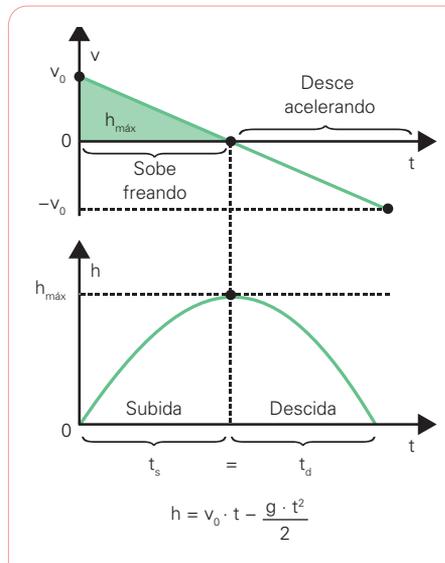
Pela equação de Torricelli, temos:

$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h$

$0 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h_{máx}$

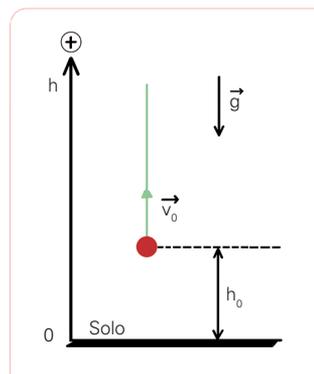
$h_{máx} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$

Como a velocidade é uma função linear do tempo e a altura atingida pelo objeto é uma função quadrática do tempo, podemos plotar os gráficos de $v \times t$ e $s \times t$:



Observação

Se o corpo for lançado verticalmente para cima da altura h_0 acima do solo, para um referencial no solo e com trajetória orientada para cima, a função horária do espaço ficará $h = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$.



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Um projétil de brinquedo é arremessado verticalmente para cima, da beira da sacada de um prédio, com uma velocidade inicial de 10 m/s. O projétil sobe livremente e, ao cair, atinge a calçada do prédio com uma velocidade de módulo igual a 30 m/s. Indique quanto tempo o projétil permaneceu no ar, supondo o módulo da aceleração da gravidade igual a 10 m/s² e desprezando os efeitos de atrito sobre o movimento do projétil.

- a) 1 s
- b) 2 s
- c) 3 s
- d) 4 s
- e) 5 s

Resolução

Calcula-se, primeiramente, o tempo de subida (t_s):
Na altura máxima, $v = 0$

$v = v_0 - g \cdot t$

$t_s = \frac{v_0}{g} = \frac{10}{10} = 1 \text{ s}$

Calcula-se o tempo de queda (t_q):

$v = v_0 - g \cdot t$

$t_q = \frac{v}{g} = \frac{30}{10} = 3 \text{ s}$

Calcula-se o tempo total (t_t)

$t_t = t_s + t_q = 1 + 3 = 4 \therefore t_t = 4 \text{ s}$

2. Um motorista, parado no sinal, observa um menino arremessando várias bolas de tênis para o ar. Suponha que a altura alcançada por uma dessas bolas, a partir do ponto em que é lançada, seja de 50 cm. A velocidade, em m/s, com que o menino arremessa essa bola pode ser estimada em

Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) 1,4
- b) 3,2
- c) 5,0
- d) 9,8

Resolução

$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h$

$0^2 = v_0^2 - 2 \cdot 10 \cdot 0,50$

$v_0^2 = 10$

$v^2 = \sqrt{10} \approx 3,16 \therefore v \approx 3,2 \text{ m/s}$

ROTEIRO DE AULA

MOVIMENTOS VERTICAIS

Lançamento vertical

Movimento vertical para cima, livre de resistências.

Velocidade inicial diferente de zero.

Velocidade nula no ponto de altura máxima.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **EEAR-SP** – Ao término de uma formatura da EEAR, um terceiro sargento recém-formado, para comemorar, lançou seu quepe para cima na direção vertical, até uma altura de 9,8 metros. Adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desconsiderando o atrito com o ar, determine o valor da velocidade de lançamento, em m/s.

Resolução

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h$$

$$0^2 = v_0^2 - 2 \cdot 10 \cdot 9,8$$

$$-v_0^2 = -2 \cdot 10 \cdot 9,8$$

$$v_0^2 = 196$$

$$v_0 = \sqrt{196}$$

$$v_0 = 14 \text{ m/s}$$

2. **UPF-RS** – Dois objetos A e B de massas 400 g e 800 g, respectivamente, são lançados a partir do solo verticalmente para cima, ao mesmo tempo e com velocidades iniciais idênticas.

Em um contexto no qual a resistência do ar é desprezada, analise as afirmativas que seguem.

- IV. O objeto A atingirá uma altura que será o dobro da atingida pelo objeto B.
- V. A aceleração de A é a mesma de B.
- VI. O objeto A atingirá a altura máxima antes do objeto B.
- VII. Os dois objetos gastarão o mesmo tempo para atingir a altura máxima.

Está correto apenas o que se afirma em

- a)** II e IV. **d)** I e II.
- b)** I e IV. **e)** II e III.
- c)** III e IV.

I. Incorreto. Por se tratar de lançamento vertical, a única aceleração será a da gravidade, logo os objetos atingem a mesma altura máxima e chegam ao solo ao mesmo tempo.

II. Correto. Os dois objetos estão sujeitos à ação da gravidade.

III. Incorreto. Os dois objetos atingem a mesma altura.

IV. Correto. Os dois objetos possuem o mesmo tipo de movimento (iguais).

3. Enem

C6-H20

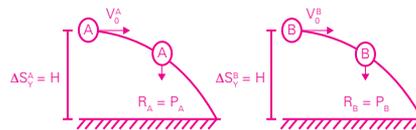
Para um salto no Grand Canyon usando motos, dois paraquedistas vão utilizar uma moto cada um, sendo que uma delas possui massa três vezes maior. Foram construídas duas pistas idênticas até a beira do precipício, de forma que, no momento do salto, as motos deixem a pista horizontalmente e ao mesmo tempo. No instante em que saltam, os paraquedistas abandonam suas motos e elas caem praticamente sem resistência do ar.

As motos atingem o solo simultaneamente porque

- a)** possuem a mesma inércia.
- b)** estão sujeitas à mesma força resultante.
- c)** têm a mesma quantidade de movimento inicial.
- d)** adquirem a mesma aceleração durante a queda.
- e)** são lançadas com a mesma velocidade horizontal.

Resolução

O movimento descrito pelas motos é a composição de dois movimentos que ocorrem simultaneamente: na horizontal (movimento uniforme) e na vertical (queda livre), pois a única força que age em cada uma delas é seu próprio peso. Logo:



$$R_A = P_A \qquad R_B = P_B$$

$$m|a_A| = m \cdot g \qquad 3 \cdot m|a_B| = 3 \cdot m \cdot g$$

$$|a_A| = g = \text{cte.} \qquad |a_B| = g = \text{cte.}$$

Como as motos perderam o contato com as pistas (que possuem mesma altura) no mesmo instante e, na vertical, o movimento é uniformemente acelerado (queda livre), podemos calcular o tempo de queda de cada uma delas:

$$\text{Moto A: } \Delta S_v^A = v_{0v}^A \cdot t_A + a_A \cdot \frac{t_A^2}{2}$$

$$H = \frac{g \cdot t_A^2}{2}$$

$$t_A = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}$$

$$\text{Moto B: } \Delta S_v^B = v_{0v}^B \cdot t_B + a_B \cdot \frac{t_B^2}{2}$$

$$H = \frac{g \cdot t_B^2}{2}$$

$$t_B = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}$$

Assim, o tempo de queda das motos é o mesmo, independentemente de suas massas e de suas velocidades horizontais.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

4. PUC-RJ – Um menino, estando em repouso, joga uma garrafa cheia de água verticalmente para cima com velocidade escalar de 4,0 m/s, a partir de uma altura de 1,0 m em relação ao chão. Ele, então, começa a correr em trajetória retilínea a uma velocidade de 6,0 m/s. Determine a que distância, em metros, do ponto de partida, o menino está quando a garrafa bate no chão.

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$

O tempo que o garoto terá para se deslocar é igual ao tempo que a garrafa permanecerá no ar. Logo, primeiramente, precisamos calcular o tempo de "voo" da garrafa.

$$S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$h = h_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$0 = 1 + 4 \cdot t - \frac{10}{2} \cdot t^2$$

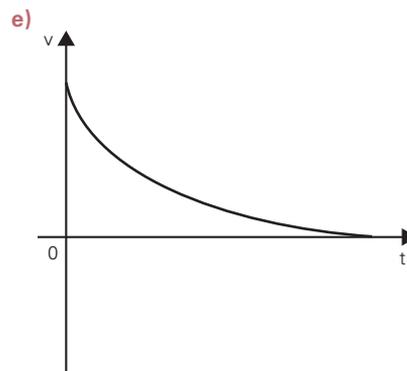
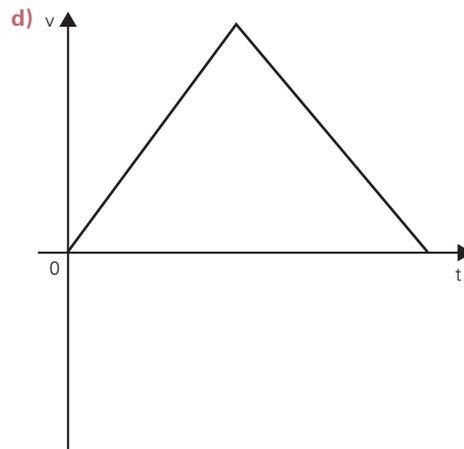
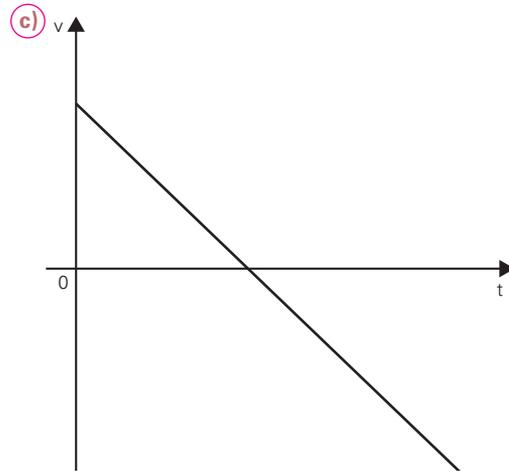
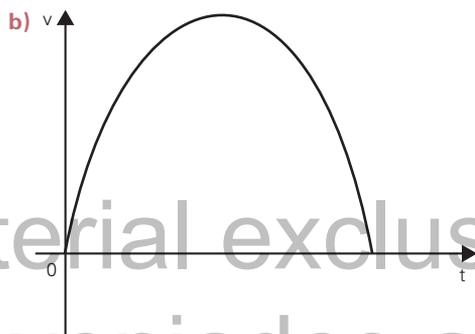
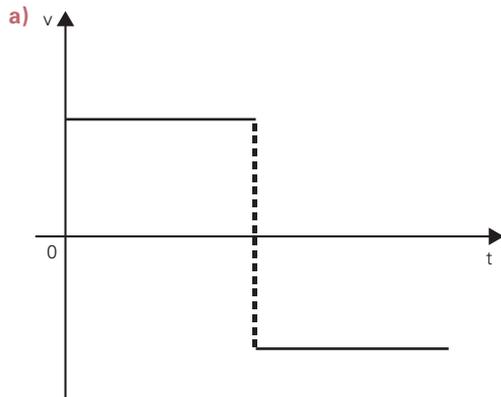
$$5 \cdot t^2 - 4 \cdot t - 1 = 0$$

$$t' = -0,2 \text{ s e } t'' = 1,0 \text{ s}$$

Como o tempo é absoluto, o tempo negativo é descartado e o garoto terá 1,0 s para se deslocar.

$$\Delta S = v \cdot \Delta t = 6 \cdot 1 = 6 \text{ m} \therefore \Delta S = 6 \text{ m}$$

5. Esc. Naval-RJ – Um garoto atira uma pequena pedra verticalmente para cima, no instante $t = 0$. Qual dos gráficos a seguir pode representar a relação velocidade \times tempo?



Resolução

Por se tratar de lançamento vertical, a pedra descreverá movimento retilíneo uniformemente variado. Logo, terá aceleração constante e negativa, adotando o referencial para cima. Assim, a velocidade da pedra decresce de maneira linear com o tempo até parar; depois disso, inverte o sentido do movimento e passa a ter velocidade crescente até retornar de onde partiu, com o mesmo valor de velocidade, em módulo.

6. EEWB-MG – Em um local onde $g = 10 \text{ m/s}^2$, um objeto é lançado verticalmente para cima, a partir do solo terrestre. O efeito do ar é desprezível.

O objeto atinge 20% de sua altura máxima com uma velocidade de módulo igual a 40 m/s . A altura máxima atingida pelo objeto vale

- a) 200 m.
- b) 150 m.
- c) 100 m.**
- d) 75 m.

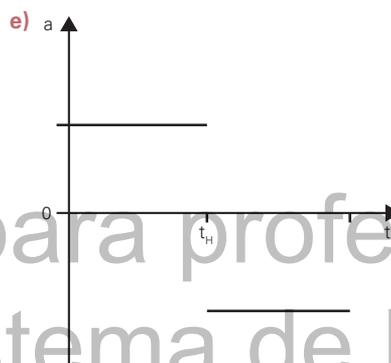
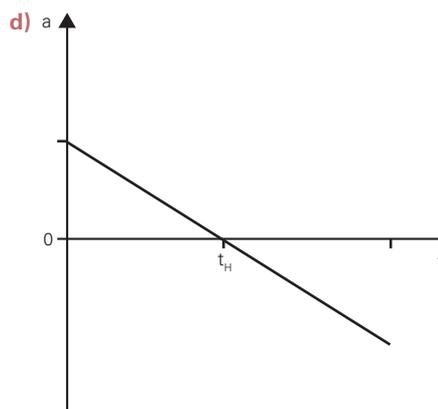
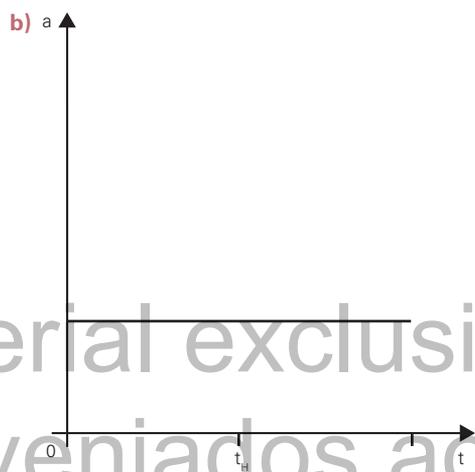
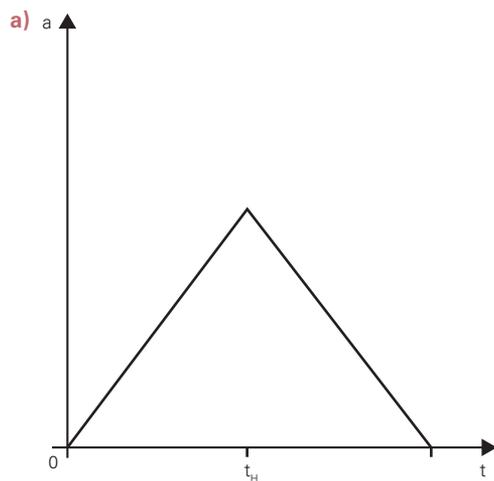
Como o móvel percorreu 20% de sua altura máxima ($0,2 \cdot H_{\text{máx}}$), ainda lhe resta percorrer 80% ($0,8 \cdot H_{\text{máx}}$) dessa altura. Assim, usamos $0,2 \cdot H_{\text{máx}}$ como origem dos espaços, $v = 40 \text{ m/s}$ como velocidade inicial de movimento e $v = 0$ como a velocidade em que o móvel está no ponto de altura máxima e, assim, chegamos no resultado esperado.

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot H \Rightarrow 0 = 40^2 - 2 \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot H_{\text{máx}} \therefore H_{\text{máx}} = 100 \text{ m}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UFRGS-RS – Considere que uma pedra é lançada verticalmente para cima e atinge uma altura máxima H . Despreze a resistência do ar e considere um referencial com origem no solo e sentido positivo do eixo vertical orientado para cima.

Assinale o gráfico que melhor representa o valor da aceleração sofrida pela pedra, desde o lançamento até o retorno ao ponto de partida.



8. IFSul-RS (adaptado) – Em uma experiência de cinemática, estudantes analisaram o movimento de um objeto que foi lançado verticalmente para cima a partir do solo. Eles verificaram que o objeto passa por um determinado ponto 0,5 s depois do lançamento, subindo, e passa pelo mesmo ponto 3,5 s depois do lançamento, descendo. Considerando que essa experiência foi realizada em um local onde a aceleração da gravidade é igual a 10 m/s^2 e que foram desprezadas quaisquer formas de atrito no movimento do objeto, quais os valores de velocidade de lançamento e altura máxima atingida pelo objeto que os estudantes conseguiram determinar?

9. Uece – Considere um pêndulo, construído com um fio inextensível e uma massa puntiforme, que oscila em um plano vertical sob a ação da gravidade ao longo de um arco de círculo. Suponha que a massa se desprenda do fio no ponto mais alto de sua trajetória durante a oscilação.

Assim, após o desprendimento, a massa descreverá uma trajetória

- a) vertical.
- b) horizontal.
- c) parabólica.
- d) reta e tangente à trajetória.

10. UFPR-PR – Um canhão efetua um disparo de um projétil verticalmente para cima, a partir do chão, e o projétil atinge uma altura máxima H medida a partir do chão, quando então retorna a ele, caindo no mesmo local de onde partiu. Supondo que, para esse movimento, a superfície da Terra possa ser considerada como sendo um referencial inercial e que qualquer tipo de resistência do ar seja desprezada, considere as seguintes afirmativas:

1. A aceleração no ponto mais alto da trajetória, que fica a uma altura H do chão, é nula.
2. O deslocamento total do projétil vale $2H$.
3. O tempo de subida até a altura H é igual ao tempo de queda da altura H até o chão.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente a afirmativa 1 é verdadeira.
- b) Somente a afirmativa 2 é verdadeira.

- c) Somente a afirmativa 3 é verdadeira.
- d) Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.
- e) As afirmativas 1, 2 e 3 são verdadeiras.

11. Uece – Uma pessoa, do alto de um prédio de altura H , joga uma bola verticalmente para baixo, com uma certa velocidade de lançamento. A bola atinge o solo com velocidade cujo módulo é V_I . Em um segundo experimento, essa mesma bola é jogada do mesmo ponto no alto do prédio, verticalmente para cima e com mesmo módulo da velocidade de lançamento que no primeiro caso. A bola sobe até uma altura H acima do ponto de lançamento e chega ao solo com velocidade cujo módulo é V_{II} . Desprezando todos os atritos e considerando as trajetórias retilíneas, é correto afirmar que

- a) $V_I = 2 \cdot V_{II}$
- b) $V_I = V_{II}$
- c) $V_I = \frac{V_{II}}{2}$
- d) $V_I = \frac{V_{II}}{4}$

12. Uerj – Três pequenas esferas, E_1 , E_2 e E_3 , são lançadas em um mesmo instante, de uma mesma altura, verticalmente para o solo. Observe as informações da tabela:

Esfera	Material	Velocidade inicial
E_1	chumbo	v_1
E_2	alumínio	v_2
E_3	vidro	v_3

A esfera de alumínio é a primeira a alcançar o solo; a de chumbo e a de vidro chegam ao solo simultaneamente. A relação entre v_1 , v_2 e v_3 está indicada em

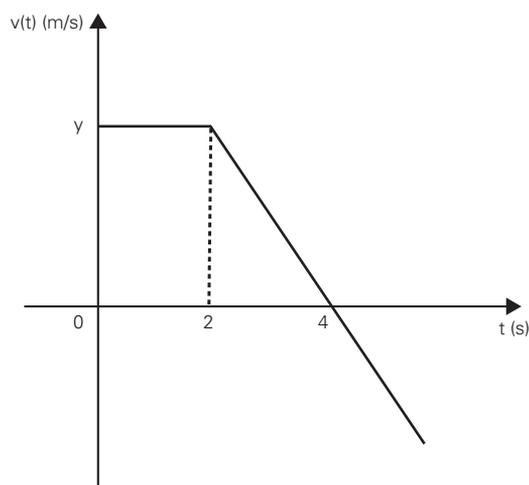
- a) $v_1 < v_3 < v_2$
- b) $v_1 = v_3 < v_2$
- c) $v_1 = v_3 > v_2$
- d) $v_1 < v_3 = v_2$

13. UEM-PR – Uma bola é arremessada, desde o solo, verticalmente para cima, com uma velocidade inicial de 25 m/s . Desconsidere a resistência do ar e assuma $g = 10 \text{ m/s}^2$. Assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

- 01) A altura máxima alcançada pela bola é de 33 m . Nessa posição, a velocidade da bola é de 3 m/s .
- 02) O tempo necessário para que a bola atinja a altura máxima é de $2,5 \text{ s}$.
- 04) Depois de alcançar a altura máxima, a bola demora mais 4 s para atingir o solo.
- 08) O módulo da velocidade da bola quando esta retorna ao solo é de 25 m/s .

Dê a soma da(s) alternativa(s) correta(s).

- 14. Unifesp** – Em uma manhã de calmaria, um Veículo Lançador de Satélite (VLS) é lançado verticalmente do solo e, após um período de aceleração, ao atingir a altura de 100 m, sua velocidade linear é constante e de módulo igual a 20,0 m/s. Alguns segundos após atingir essa altura, um de seus conjuntos de instrumentos desprende-se e move-se livremente sob ação da força gravitacional. A figura fornece o gráfico da velocidade vertical, em m/s, do conjunto de instrumentos desprendido como função do tempo, em segundos, medido no intervalo entre o momento em que ele atinge a altura de 100 m até o instante em que, ao retornar, toca o solo.



- a) Determine a ordenada y do gráfico no instante $t = 0$ s e a altura em que o conjunto de instrumentos se desprende do VLS.

- b) Calcule, por meio dos dados fornecidos pelo gráfico, a aceleração gravitacional do local e, considerando $\sqrt{2} = 1,4$, determine o instante no qual o conjunto de instrumentos toca o solo ao retornar.

- 15. FMP-SC (adaptado)** – Em um certo planeta, um corpo é atirado verticalmente para cima, no vácuo, de um ponto acima do solo horizontal. A altura, em metros, atingida pelo corpo é dada pela função $h(t) = At^2 + Bt + C$, em que t está em segundos. Decorridos 4 segundos do lançamento, o corpo atinge a altura máxima de 9 metros e, 10 segundos após o lançamento, o corpo toca o solo. Determine a altura do ponto de lançamento, em metros.

16. ITA-SP – A partir do repouso, um foguete de brinquedo é lançado verticalmente do chão, mantendo uma aceleração constante de $5,00 \text{ m/s}^2$ durante os $10,0$ primeiros

segundos. Desprezando a resistência do ar, a altura máxima atingida pelo foguete e o tempo total de sua permanência no ar são, respectivamente, de

- a) 375 m e 23,7 s.
- b) 375 m e 30,0 s.
- c) 375 m e 34,1 s.
- d) 500 m e 23,7 s.
- e) 500 m e 34,1 s.

17. Unisc-RS (adaptado) – Um corpo foi lançado verticalmente para cima com uma velocidade inicial v_0 e, após certo tempo, ele alcança a altura máxima $H_{\text{máx}}$. Desprezando o atrito do ar e considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, podemos afirmar que, quando a sua velocidade de um quinto $\left(\frac{1}{5}\right)$ foi reduzida, o corpo alcançou uma altura, calculada em porcentagem da altura $H_{\text{máx}}$ de

- a) 15
- b) 25
- c) 36
- d) 50
- e) 64

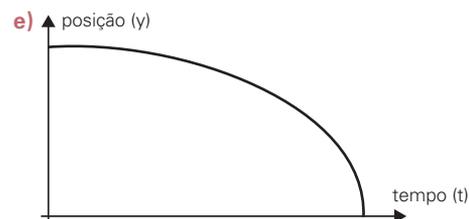
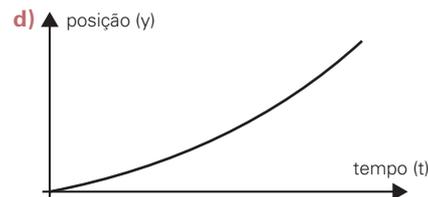
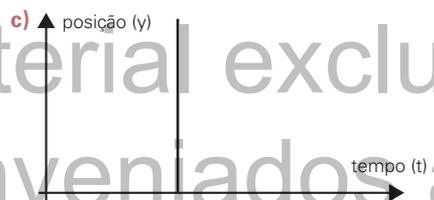
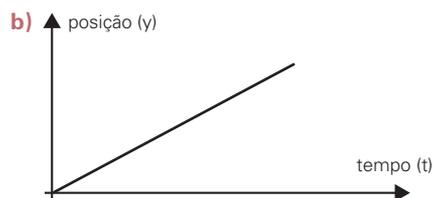
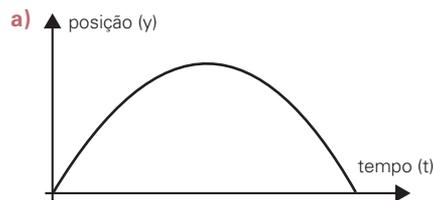
ESTUDO PARA O ENEM

18. PUC-PR

C6-H20

Num parque da cidade, uma criança lança uma bola verticalmente para cima, percebendo a sua trajetória de subida e descida e, depois, recebe-a em suas mãos. O lançamento dessa bola poderá ser representado pelo gráfico posição (y) versus tempo (t), em que a origem dos eixos coincide com as mãos da criança.

Ao considerar a posição (y) da bola em função do tempo (t), assinale o gráfico que descreve corretamente o seu movimento a partir das mãos da criança.



19. Enem

C6-H20

O Super-homem e as leis do movimento

Uma das razões para pensar sobre física dos super-heróis é, acima de tudo, uma forma divertida de explorar muitos fenômenos físicos interessantes, desde fenômenos corriqueiros até eventos considerados fantásticos. A figura seguinte mostra o Super-homem lançando-se no espaço para chegar ao topo de um prédio de altura H . Seria possível admitir que, com seus superpoderes, ele estaria voando com propulsão própria, mas considere que ele tenha dado um forte salto. Nesse caso, sua velocidade final no ponto mais alto do salto deve ser zero, caso contrário, ele continuaria subindo. Sendo g a aceleração da gravidade, a relação entre a velocidade inicial do Super-homem e a altura atingida é dada por: $v^2 = 2 \cdot g \cdot H$.



KAKALIOS, J. THE PHYSICS OF SUPERHEROES
GOTHAN BOOKS, USA, 2005.

A altura que o Super-homem alcança em seu salto depende do quadrado de sua velocidade inicial porque

- a) a altura do seu pulo é proporcional à sua velocidade média multiplicada pelo tempo que ele permanece no ar ao quadrado.
- b) o tempo que ele permanece no ar é diretamente proporcional à aceleração da gravidade e esta é diretamente proporcional à velocidade.

- c) o tempo que ele permanece no ar é inversamente proporcional à aceleração da gravidade e esta é inversamente proporcional à velocidade média.
- d) a aceleração do movimento deve ser elevada ao quadrado, pois existem duas acelerações envolvidas: a aceleração da gravidade e a aceleração do salto.
- e) a altura do seu pulo é proporcional à sua velocidade média multiplicada pelo tempo que ele permanece no ar, e esse tempo também depende da sua velocidade inicial.

20. UFP-RS

C6-H20

Sobre um rio, há uma ponte de 20 metros de altura de onde um pescador deixa cair um anzol ligado a um peso de chumbo. Esse anzol, que cai a partir do repouso e em linha reta, atinge uma lancha que se deslocava com velocidade constante de 20 m/s por esse rio. Nessas condições, desprezando a resistência do ar e admitindo que a aceleração gravitacional seja 10 m/s^2 , pode-se afirmar que no exato momento do início da queda do anzol a lancha estava a uma distância do vertical da queda, em metros, de:

- a) 80
- b) 100
- c) 40
- d) 20
- e) 60

11

VETORES

- Grandezas escalares e vetoriais
- Vetor – Definição e formas de representação
- Adição de vetores
- Subtração de dois vetores

HABILIDADES

- Utilizar modelo explicativo de determinada ciência natural para compreender determinados fenômenos.
- Utilizar terminologia científica adequada para descrever situações cotidianas apresentadas de diferentes formas.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.



RASICAI/ISTOCK

Tornado.

No deslocamento calmo das águas de um rio e no movimento agressivo de um tornado, a direção e o sentido de movimento, tanto das águas quanto do ar, são significativos para se fazer uma análise mais completa do fenômeno observado. Deslocamento e velocidade podem ser representados por vetores que teremos a oportunidade de aprender neste módulo.

VETORES

GRANDEZAS ESCALARES E VETORIAIS

Grandeza é tudo aquilo que é suscetível de ser medido.

Uma grandeza é denominada escalar quando sua medida fica perfeitamente caracterizada pelo valor numérico seguido de uma unidade adequada. Exemplo: comprimento, massa, temperatura, tempo, entre outras.

Uma grandeza é denominada vetorial quando necessita de uma noção de orientação espacial (direção e sentido) para ficar perfeitamente caracterizada, além de sua intensidade (módulo), dada por seu valor numérico, seguido de uma unidade adequada. Exemplo: força, velocidade, aceleração, torque, entre outras.



T_KIMURA/ISTOCKPHOTO

Cronômetro – medidor da grandeza escalar tempo.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino

Dom Bosco

Toda grandeza vetorial é trabalhada matematicamente pelas regras de operações com vetores.



Torquímetro digital – medidor da grandeza vetorial torque.

VETOR - DEFINIÇÃO E FORMAS DE REPRESENTAÇÃO

Vetor é um ente matemático, ou seja, um símbolo matemático que serve para representar a intensidade (módulo), a direção e o sentido de uma grandeza física vetorial.



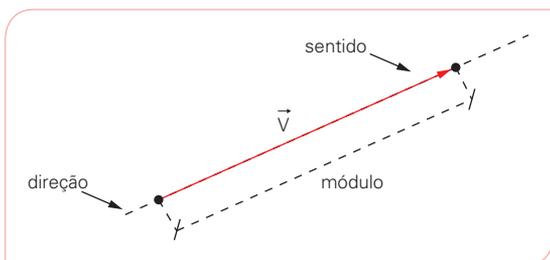
GPS em smartphone.

Características de um vetor

Intensidade (módulo) – O comprimento do vetor é proporcional à intensidade da grandeza vetorial.

Direção – é a reta suporte do vetor.

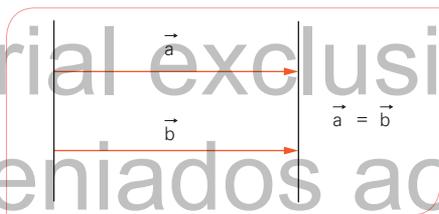
Sentido – é a orientação do segmento de reta.



Os vetores podem ser representados por uma letra qualquer, maiúscula ou minúscula, com uma seta em cima para indicar que se trata de uma grandeza vetorial.

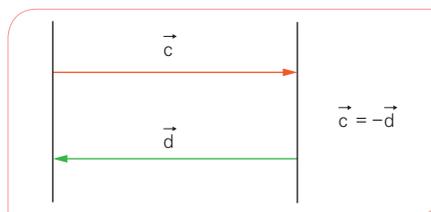
VETORES IGUAIS

Dois vetores são iguais quando apresentam a mesma intensidade (módulo), a mesma direção e o mesmo sentido.



VETORES OPOSTOS

Dois vetores são opostos quando apresentam a mesma intensidade, a mesma direção e sentidos contrários.



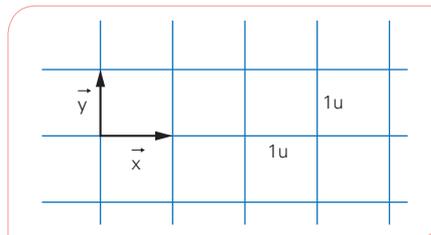
VETOR NULO (0)

Assim como o conjunto dos números reais contém o zero, existe um vetor nulo, que tem direção e sentido arbitrários e intensidade igual a zero.

VETOR UNITÁRIO

É o vetor de intensidade igual a uma unidade.

O vetor unitário pode ser chamado de **versor**. Quando ele estiver na horizontal, será representado pelos símbolos \hat{x} ou \hat{i} e, na vertical, pelos símbolos \hat{y} ou \hat{j} .

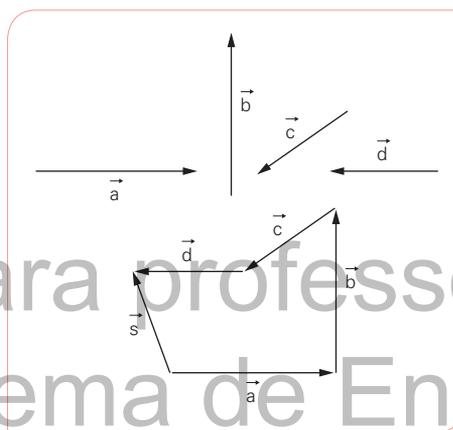


ADIÇÃO DE VETORES

Regra do polígono

Na adição de dois ou mais vetores, pode-se usar a regra do polígono. Essa regra consiste em transladar os vetores, ou seja, mudar sua posição no espaço sem alterar nenhum dos seus atributos, de modo que a extremidade de um coincida com a origem do outro, independentemente da ordem.

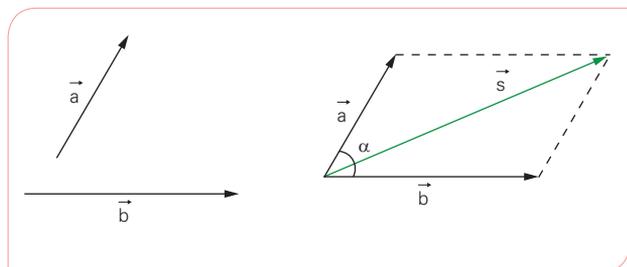
Assim, os vetores são colocados numa sequência qualquer, de forma que o vetor soma \vec{s} é obtido unindo-se a origem do primeiro vetor à extremidade do último, conforme a figura a seguir.



Regra do paralelogramo

Na regra do paralelogramo, os vetores são aproximados de modo a ter suas origens no mesmo ponto. Em seguida, pela extremidade do vetor \vec{a} , traça-se uma paralela ao vetor \vec{b} e, da extremidade do vetor \vec{b} , traça-se uma paralela ao vetor \vec{a} .

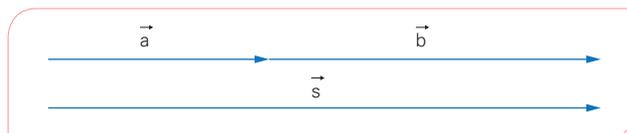
Finalmente, liga-se o ponto correspondente à origem comum dos vetores ao ponto de encontro das paralelas aos vetores, obtendo o vetor soma. O seu sentido é da origem dos vetores para o encontro das paralelas, conforme a figura a seguir.



Se α é o ângulo entre as direções dos vetores, a intensidade do vetor soma é dada pela equação:

$$s = \sqrt{a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha}$$

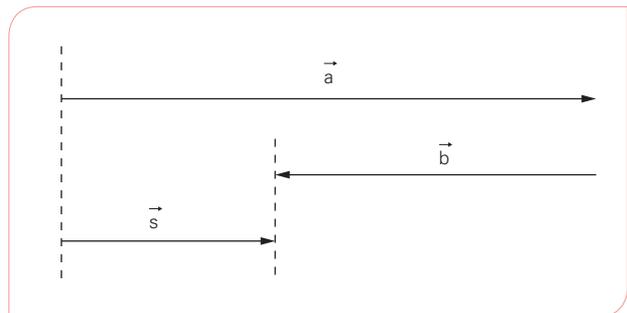
Se $\alpha = 0$, os vetores \vec{a} e \vec{b} possuem a mesma direção e o mesmo sentido.



Neste caso, o módulo do vetor soma é dado por:

$$s = a + b$$

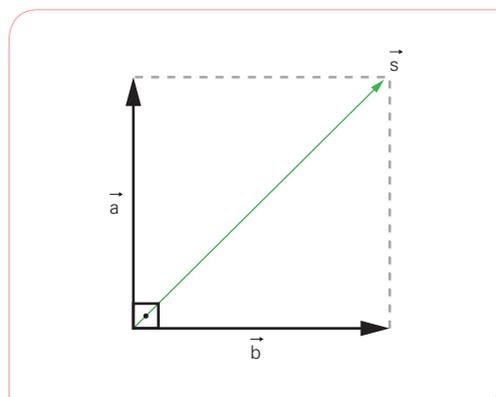
Se $\alpha = 180^\circ$, os vetores \vec{a} e \vec{b} possuem a mesma direção, mas sentidos contrários.



O módulo do vetor soma é dado por:

$$s = |a - b|$$

Se $\alpha = 90^\circ$, as direções dos vetores \vec{a} e \vec{b} são perpendiculares entre si.



Aplicando-se o Teorema de Pitágoras, obtém-se o módulo do vetor soma.

$$s = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Observação

Qualquer que seja o ângulo α entre as direções dos vetores \vec{a} e \vec{b} , pode-se afirmar que a intensidade do vetor soma está compreendida entre a soma mínima e a soma máxima, ou seja:

$$|a - b| \leq s \leq a + b$$

SUBTRAÇÃO DE DOIS VETORES

A subtração de um vetor de outro pode ser interpretada como a soma do primeiro vetor com o oposto do segundo, ou seja:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

Tanto a regra do polígono quanto a regra do paralelogramo podem ser utilizadas para resolver uma subtração de dois vetores, sendo mais prática a regra do polígono.

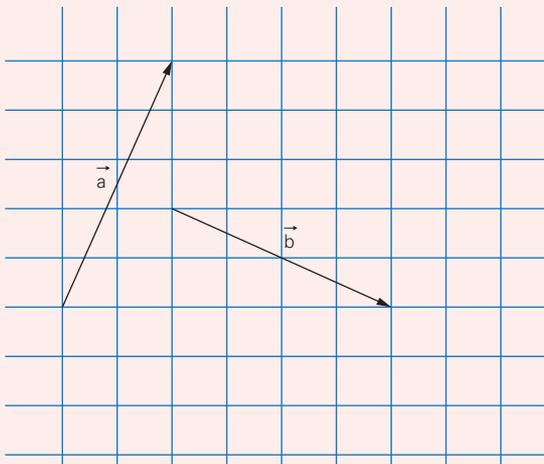
Para isso, deve-se manter o primeiro vetor \vec{a} e inverter o sentido do vetor \vec{b} . Feito isso, a extremidade do vetor \vec{a} deve ser ligada ao início do vetor \vec{b} . O vetor diferença \vec{d} é obtido unindo o início do vetor \vec{a} ao término do vetor \vec{b} .

O módulo do vetor \vec{d} é dado por:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. A figura a seguir possui dois vetores \vec{a} e \vec{b} . Sabendo que cada quadradinho possui 1 cm de lado, faça o que se pede.



e) Calcule as intensidades (módulos) dos vetores \vec{a} e \vec{b} .

Resolução

O vetor \vec{a} está inclinado em relação à horizontal. Ele possui duas unidades na direção x e cinco unidades na direção y. Logo, seu módulo será:

$$a = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29} \therefore a = \sqrt{29} \text{ cm}$$

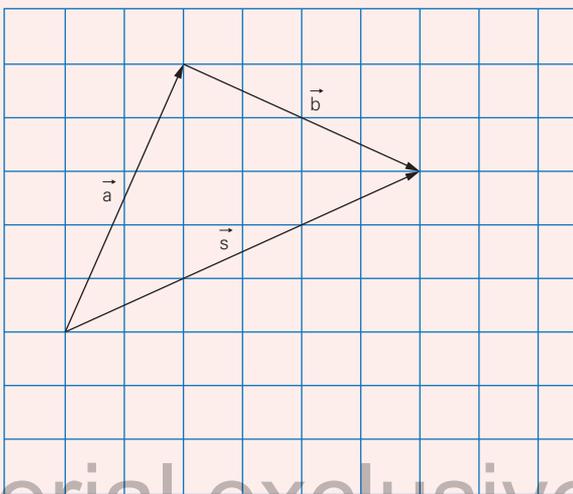
O vetor \vec{b} também está inclinado em relação à horizontal. Ele possui quatro unidades na direção x e duas unidades na direção y. Logo, seu módulo será:

$$b = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore b = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

f) Utilizando o método da Poligonal, calcule a intensidade (módulo) do vetor soma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$.

Resolução

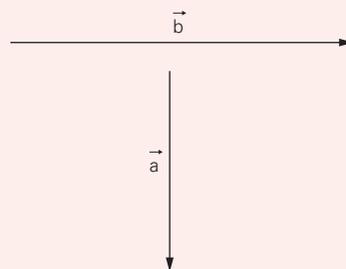


O vetor \vec{s} também está inclinado em relação à horizontal. Ele possui seis unidades na direção x e três unidades na direção y. Logo, seu módulo será:

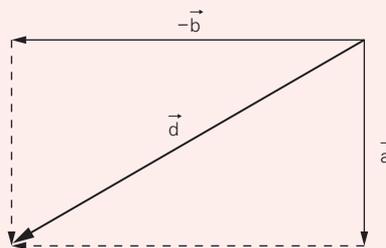
$$s = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore s = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

2. Dados os vetores \vec{a} e \vec{b} , cujos módulos valem, respectivamente, 30 e 40, determine graficamente, por meio da regra do paralelogramo, o vetor diferença $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ e calcule o seu módulo.



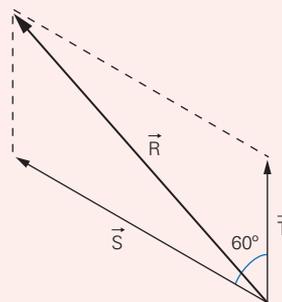
Resolução



Como os vetores são perpendiculares entre si, calcula-se o módulo do vetor diferença \vec{d} aplicando o Teorema de Pitágoras.

$$d = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{900 + 1600} = \sqrt{2500} = 50 \therefore d = 50$$

3. Os vetores S e T possuem módulos, respectivamente iguais a 12 cm e 8 cm e formam entre si um ângulo de 60° . Calcule o módulo do vetor resultante $\vec{R} = \vec{S} + \vec{T}$ e represente, graficamente, pela regra do paralelogramo, o vetor \vec{R} .



$$R = \sqrt{T^2 + S^2 + 2 \cdot T \cdot S \cdot \cos 60^\circ}$$

$$R = \sqrt{12^2 + 8^2 + 2 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 0,5}$$

$$R = \sqrt{144 + 64 + 96} = \sqrt{304} = 4\sqrt{19} \text{ cm}$$

$$R = 4\sqrt{19} \text{ cm}$$

ROTEIRO DE AULA

VETORES

CARACTERÍSTICAS

Intensidade – Módulo – Qual é o valor numérico?

Direção – Onde está?

Sentido – Para onde ele aponta?

OPERAÇÕES

Adição de vetores (pode-se usar a regra do polígono ou do paralelogramo);

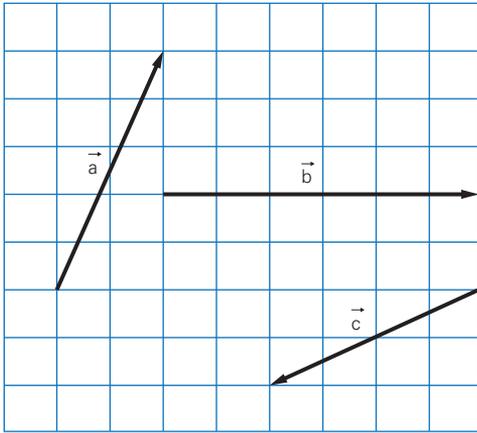
Subtração de vetores – a soma do primeiro vetor com o oposto do segundo (pode-se usar a regra do polígono ou do paralelogramo).

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Sistema Dom Bosco – Os vetores \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} estão representados na malha quadriculada a seguir.

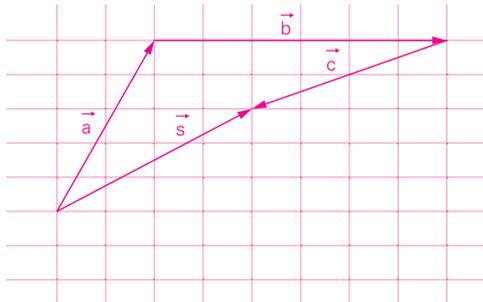
Sabendo que cada quadrado mede 1u (uma unidade) de lado, faça o que se pede.



Calcule a soma vetorial $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$, utilizando o método da poligonal.

Resolução

Pelo método da poligonal, deve-se ligar o final do primeiro vetor ao início do próximo, e a soma resultante será o vetor que liga o início do sistema ao final do sistema.



Note que o vetor soma s possui 3 unidades para cima e 4 unidades para a direita. Assim, calcula-se o seu módulo.

$$s = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \quad \therefore \quad s = 5 \text{ u}$$

2. Mackenzie-SP

C5-H17

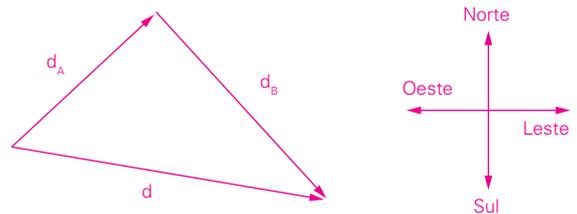
Um avião, após deslocar-se 120 km para nordeste (NE), desloca-se 160 km para sudeste (SE). Sendo um quarto de hora o tempo total dessa viagem, o módulo da velocidade vetorial média do avião, nesse tempo, foi de

- a) 320 km/h.
- b) 480 km/h.
- c) 540 km/h.
- d) 640 km/h.
- e) 800 km/h.

Resolução

Dados: $d_A = 120 \text{ km}$; $d_B = 160 \text{ km}$; $\Delta t = 1/4 \text{ h}$

Como o avião vai em direção ao nordeste e, depois, em direção ao sudeste, o ângulo entre os dois deslocamentos é de 90° , sendo possível a aplicação direta do teorema de Pitágoras para o cálculo do deslocamento vetorial (d).



$$d^2 = d_A^2 + d_B^2 \Rightarrow d = \sqrt{120^2 + 160^2} = \sqrt{14\ 400 + 25\ 600} = \sqrt{40\ 000}$$

$$d = 200 \text{ km}$$

Com o valor do deslocamento vetorial conhecido, obtemos a velocidade vetorial média.

$$|\vec{v}_m| = \frac{|d|}{\Delta t} = \frac{200}{\frac{1}{4}} = 800 \quad \therefore \quad |\vec{v}_m| = 800 \text{ km/h}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

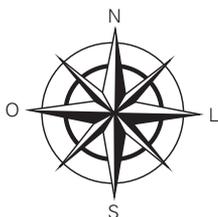
3. Unioeste-PR – Assinale a alternativa que apresenta corretamente apenas grandezas cuja natureza física é vetorial.

- a) Trabalho; deslocamento; frequência sonora; energia térmica
- b) Força eletromotriz; carga elétrica; intensidade luminosa; potência
- c) Temperatura; trabalho; campo elétrico; força gravitacional
- d) Força elástica; momento linear; velocidade angular; deslocamento
- e) Calor específico; tempo; momento angular; força eletromotriz

Resolução

São apenas grandezas vetoriais descritas nas alternativas correspondentes à opção: **força elástica, momento linear, velocidade angular e deslocamento.**

4. UEL-PR – Em uma brincadeira de caça ao tesouro, o mapa diz que, para chegar ao local onde a arca de ouro está enterrada, deve-se, primeiramente, dar dez passos na direção norte, depois, doze passos para a direção leste, em seguida, sete passos para o sul, e, finalmente, oito passos para oeste.



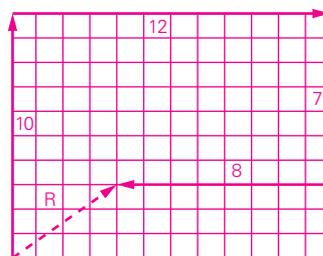
Com base nessas informações, responda ao que se pede.

- a) Desenhe a trajetória descrita no mapa, usando um diagrama de vetores.
- b) Se um caçador de tesouro caminhasse em linha reta, desde o ponto de partida até o ponto de chegada, quantos passos ele daria? Justifique sua resposta, apresentando os cálculos envolvidos na resolução deste item.

Resolução

a) Os vetores representados por linhas cheias indicam os passos dados nas direções sugeridas, sendo o ponto de partida à esquerda do diagrama, 10 passos no sentido norte, doze no sentido leste, sete para o sul e oito para o oeste.

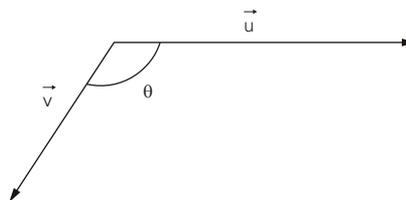
Trajeto descrito na grade quadriculada com cada quadrículo representando um passo de distância.



b) O vetor representado por linha tracejada indica a soma vetorial do andante. Com o teorema de Pitágoras, chegamos ao seu módulo.

$$R^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow R = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \therefore R = 5 \text{ passos}$$

5. UPE (adaptado) – Os vetores \vec{u} e \vec{v} representados na figura a seguir têm módulos, respectivamente, iguais a 8 e 4, e o ângulo θ mede 120° .

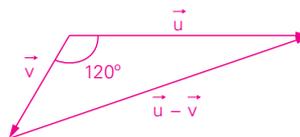


Qual é o módulo do vetor resultante $|\vec{u} - \vec{v}|$?

- a) $3\sqrt{7}$
- b) $4\sqrt{7}$
- c) $5\sqrt{5}$
- d) $3\sqrt{3}$
- e) $3\sqrt{5}$

Resolução

Considere a figura.



Pela lei dos cossenos, segue que

$$|\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{8^2 + 4^2 - 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot (-0,5)}$$

$$|\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{64 + 16 + 32} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7} \text{ cm}$$

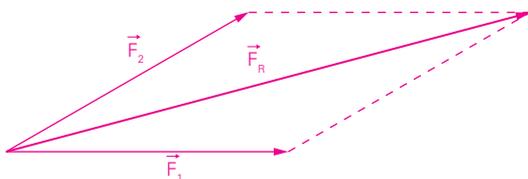
$$|\vec{u} - \vec{v}| = 4\sqrt{7}$$

6. Sistema Dom Bosco – Duas forças \vec{F}_1 e \vec{F}_2 possuem módulos respectivamente iguais a 10 N e formam entre si um ângulo de 30° . Calculando o módulo do vetor resultante $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ pela regra do paralelogramo, obtemos, aproximadamente,

Dado: $\cos 30^\circ = 0,87$

- a) 18,9 N
- b) 19,8 N
- c) 18,3 N
- d) 19,3 N
- e) 21,0 N

Resolução



$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ}$$

$$F_R = \sqrt{10^2 + 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 0,87}$$

$$F_R = \sqrt{100 + 100 + 174} = \sqrt{374} = 19,3 \text{ N}$$

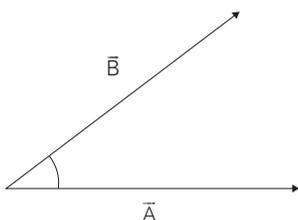
$$F_R = 19,3 \text{ N}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. EEAR-SP – Sobre uma mesa sem atrito, um objeto sofre a ação de duas forças $F_1 = 9 \text{ N}$ e $F_2 = 15 \text{ N}$ que estão dispostas de modo a formar entre si um ângulo de 120° . A intensidade da força resultante, em newtons, será de

- a) $3\sqrt{24}$
- b) $3\sqrt{19}$
- c) $\sqrt{306}$
- d) $\sqrt{24}$

8. Cefet-CE (adaptado) – Os deslocamentos A e B da figura formam um ângulo de 60° e possuem módulos iguais a 8,0 m. Calcule os módulos dos deslocamentos A + B e desenhe-os na figura.

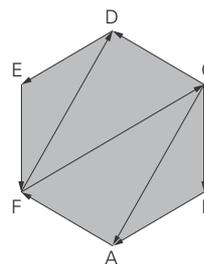


9. Cefet-CE – Para se posicionar frente ao gol adversário, um jogador efetua deslocamentos rápidos e sucessivos em linha reta, com módulos de 1,8 m e 2,4 m, deixando completamente para trás a defesa oponente. Para que

o deslocamento resultante da bola seja de 3,0 m, o ângulo entre esses deslocamentos deve ser de

- a) 0°
- b) 30°
- c) 60°
- d) 90°
- e) 120°

10. UPE – Um robô no formato de pequeno veículo autônomo foi montado durante as aulas de robótica, em uma escola. O objetivo do robô é conseguir completar a trajetória de um hexágono regular ABCDEF, saindo do vértice A e atingindo o vértice F, passando por todos os vértices sem usar a marcha à ré. Para que a equipe de estudantes seja aprovada, eles devem responder a duas perguntas de seu professor de física, e o robô deve utilizar as direções de movimento mostradas na figura a seguir:



Suponha que você é um participante dessa equipe. As perguntas do professor foram as seguintes:

- VIII.** É possível fazer a trajetória completa sempre seguindo as direções indicadas?
- IX.** Qual segmento identifica o deslocamento resultante desse robô?

Responda às perguntas e assinale a alternativa **correta**.

- a) I – Não; II – AF
- b) I – Não; II – CB
- c) I – Não; II – Nulo
- d) I – Sim; II – FC
- e) I – Sim; II – AF

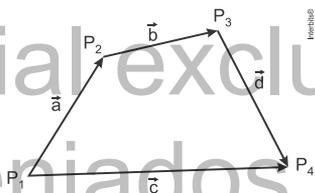
11. **UFPR** – Durante um passeio, uma pessoa fez o seguinte trajeto: partindo de um certo ponto, caminhou 3 km no sentido norte, em seguida, 4 km para o oeste, depois, 1 km no sentido norte novamente, e então caminhou 2 km no sentido oeste. Após esse percurso, a que distância a pessoa se encontra do ponto de onde iniciou o trajeto?

12. **IFSul-RS** – Considere um relógio com mostrador circular de 10 cm de raio cujo ponteiro dos minutos tem comprimento igual ao raio do mostrador. Considere esse ponteiro como um vetor de origem no centro do relógio e direção variável.

O módulo da soma vetorial dos três vetores determinados pela posição desse ponteiro quando o relógio marca exatamente 12 horas, 12 horas e trinta minutos e, por fim, 12 horas e 40 minutos é, em cm, igual a

- a) 30
b) $10(1 + \sqrt{3})$
c) 20
d) 10

13. **Mackenzie-SP**



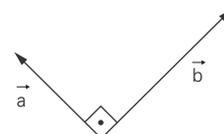
Uma partícula move-se do ponto P_1 ao P_4 em três deslocamentos vetoriais sucessivos \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} . Então, o vetor de deslocamento \vec{d} é

- a) $\vec{c} - (\vec{a} + \vec{b})$
b) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
c) $(\vec{a} + \vec{c}) - \vec{b}$
d) $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$
e) $\vec{c} - \vec{a} + \vec{b}$

14. **Uesc-BA** – Considere um móvel que percorre a metade de uma pista circular de raio igual a 10,0 m em 10,0 s. Adotando-se $\sqrt{2}$ como sendo 1,4 e π igual a 3, é correto afirmar:

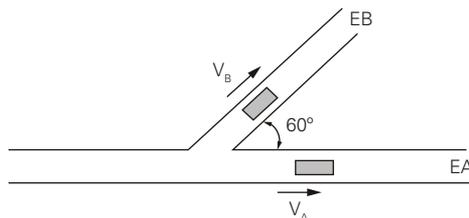
- a) o espaço percorrido pelo móvel é igual a 60,0 m.
b) o deslocamento vetorial do móvel tem módulo igual a 10,0 m.
c) a velocidade vetorial média do móvel tem módulo igual a 2,0 m/s.
d) o módulo da velocidade escalar média do móvel é igual a 1,5 m/s.
e) a velocidade vetorial média e a velocidade escalar média do móvel têm a mesma intensidade.

15. **UPE (adaptado)** – Duas grandezas vetoriais ortogonais, \vec{a} e \vec{b} de mesmas dimensões, possuem seus módulos dados pelas relações $a = Av$ e $b = Bv$, em que A e B têm dimensões de massa, e v, dimensões de velocidade.



Então, o módulo do vetor resultante $\vec{a} + \vec{b}$ é

- a) $(A^2 \cdot v^2 - B^2 \cdot v^2)^{\frac{1}{2}}$
b) $(A^2 \cdot v^2 + B^2 \cdot v^2 - 2 \cdot A \cdot B \cdot v^2 \cdot \cos 120^\circ)^{\frac{1}{2}}$
c) $(A^2 \cdot v^2 + B^2 \cdot v^2)^{\frac{1}{2}}$
d) $(A^2 \cdot v^2 - B^2 \cdot v^2 + 2 \cdot A \cdot B \cdot v^2 \cdot \cos 270^\circ)^{\frac{1}{2}}$
e) $(A^2 \cdot v^2 - B^2 \cdot v^2)^{\frac{1}{2}}$
16. **UFPE** – Os automóveis A e B movem-se com velocidades constantes $v_A = 100$ km/h e $v_B = 82$ km/h, em relação ao solo, ao longo das estradas EA e EB, indicadas na figura. Um observador no automóvel B mede a velocidade do automóvel A. Determine o valor da componente dessa velocidade na direção da estrada EA, em km/h.



17. IFMT-MT

Um menino anda lentamente em movimento retilíneo, efetuando as seguintes mudanças de direção: 15 m para leste; 5 m para o sul; e 3 m para o oeste. Considerando essas informações, pode-se afirmar que o módulo do vetor deslocamento é:

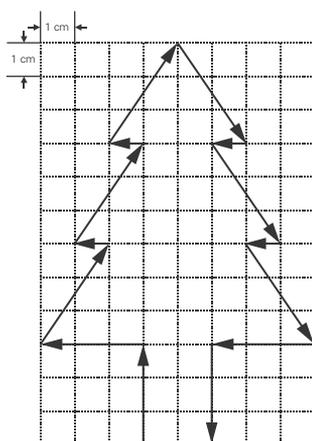
- a) 23 m
- b) 12 m
- c) 13 m
- d) 17 m
- e) 14 m

ESTUDO PARA O ENEM

18. Acafe-SC

C5-H17

Considere a árvore de natal de vetores, montada conforme a figura a seguir.



A alternativa correta que apresenta o módulo, em cm, do vetor resultante é

- a) 4
- b) 0
- c) 2
- d) 6
- e) 8

19. UFPR-PR

C5-H17

Dois navios deixam um porto ao mesmo tempo. O primeiro viaja a uma velocidade de 16 km/h em um curso de 45° em relação ao norte, no sentido horário. O segundo viaja a uma velocidade de 6 km/h em um curso de 105° em relação ao norte, também no sentido horário. Após uma hora de viagem, a que distância se encontrarão separados os navios, supondo que eles tenham mantido o mesmo curso e velocidade desde que deixaram o porto?

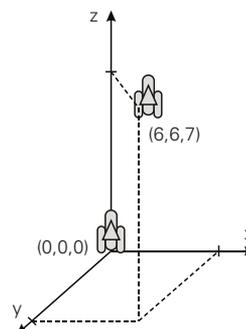
- a) 10 km.
- b) 14 km.
- c) 15 km.
- d) 17 km.
- e) 22 km.

20. Enem

C5-H17

Um foguete foi lançado do marco zero de uma estação e, após alguns segundos, atingiu a posição (6, 6, 7) no espaço, conforme mostra a figura ao lado. As distâncias são medidas em quilômetros.

Considerando que o foguete continuou sua trajetória, mas deslocou-se 2 km para a frente, na direção do eixo-x, 3 km para trás, na direção do eixo-y, e 11 km para a frente, na direção do eixo-z, então o foguete atingiu a posição



- a) (17, 3, 9)
- b) (8, 3, 18)
- c) (6, 18, 3)
- d) (4, 9, -4)
- e) (3, 8, 18)

12

VETORES II

- Produto de um escalar por um vetor
- Vetores representados por componentes

HABILIDADES

- Utilizar modelo explicativo de determinada ciência natural para compreender determinados fenômenos.
- Utilizar terminologia científica adequada para descrever situações cotidianas apresentadas de diferentes formas.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.



GETTY IMAGES/STOCKPHOTO

Colisão frontal entre dois automóveis.

Em uma colisão entre dois carros, não só a intensidade da velocidade com que se chocaram, mas também as direções e os sentidos em que trafegavam são relevantes para o laudo pericial. Para essa análise, é necessário um conhecimento mais profundo de vetores, justamente o que continuaremos a estudar neste módulo.

PRODUTO DE UM ESCALAR POR UM VETOR

É possível multiplicar um vetor por um escalar n (número real), obtendo um novo vetor \vec{p} .

$$\vec{p} = n \cdot \vec{a}$$

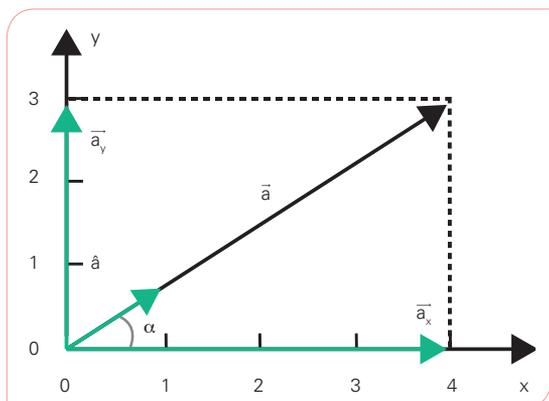
Esse novo vetor \vec{p} tem as seguintes características:

- direção: a mesma de \vec{a} (paralelo a \vec{a})
- sentido: $\begin{cases} \text{mesmo de } \vec{a} \text{ para } n > 0 \\ \text{contrário ao de } \vec{a} \text{ para } n < 0 \end{cases}$
- módulo: $p = |n| \cdot a$

VETORES REPRESENTADOS POR COMPONENTES

Todo vetor poder ser decomposto em suas componentes que, no plano, são dois outros vetores cujas direções coincidem com as direções dos eixos coordenados x e y .

Na figura a seguir, \vec{a}_x e \vec{a}_y são as componentes do vetor \vec{a} .



Utilizando as relações trigonométricas no triângulo retângulo, é possível descrever as componentes do vetor \vec{a} .

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{a} \Rightarrow a_x = a \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{a_y}{a} \Rightarrow a_y = a \cdot \cos \alpha$$

Para os dois vetores, nesse caso, formarem um ângulo reto entre si, o módulo do vetor resultante \vec{a} pode ser obtido pelo teorema de Pitágoras:

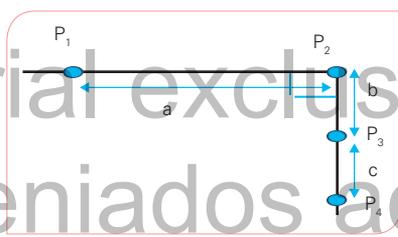
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Cinemática Vetorial

Estudamos a Cinemática Escalar que analisa apenas os valores das grandezas físicas envolvidas e suas correspondentes unidades de medida. Apenas era atribuído um sinal a elas em função da orientação adotada para a trajetória. Isso acontecia com o deslocamento, a velocidade e a aceleração.

Agora, vamos analisar as mesmas grandezas físicas, mas tratando-as como grandezas vetoriais. Faremos um tratado vetorial para o deslocamento, a velocidade e a aceleração. Isso significa que a partir de agora essas três grandezas físicas terão intensidade, direção e sentido.

Esse estudo é importante para a preparação do estudo da Dinâmica. Na Dinâmica trataremos as grandezas físicas deslocamento, velocidade e aceleração como grandezas vetoriais.



DESLOCAMENTO VETORIAL

Uma partícula descreve um movimento conforme mostra a figura abaixo. Ela parte do ponto P_1 , percorre a distância até P_2 e deste, percorre b até P_3 , e a seguir, percorre c até P_4 e retorna ao ponto P_3 percorrendo a distância c. Nela podemos tirar três informações importantes, a distância percorrida (d), o deslocamento escalar (ΔS) e o deslocamento vetorial ($\Delta \vec{r}$).

Distância percorrida (d) é a soma de todos os deslocamentos realizados.

$$d = a + b + c + c$$

Deslocamento escalar (ΔS) é o quanto percorreu entre os pontos inicial e final, medido sobre a trajetória.

$$\Delta S = a + b$$

Deslocamento vetorial ($\Delta \vec{r}$) é o vetor que liga o ponto de partida ao ponto de chegada.

$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$$

Como o ângulo entre os vetores \vec{a} e \vec{b} é de 90° , podemos aplicar Pitágoras para encontrar a intensidade do vetor deslocamento.

$$r^2 = a^2 + b^2$$

VELOCIDADE VETORIAL MÉDIA

A velocidade escalar média é encontrada fazendo-se a razão entre o deslocamento escalar e o correspondente intervalo de tempo gasto no trajeto. A velocidade vetorial média é encontrada fazendo-se a razão entre o módulo do deslocamento vetorial e o correspondente intervalo de tempo gasto no trajeto.

Em se tratando de uma grandeza vetorial, a velocidade vetorial média necessita de intensidade, direção e sentido. Para caracterizar o vetor velocidade vetorial média:

Intensidade: $|\vec{v}_m| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$.

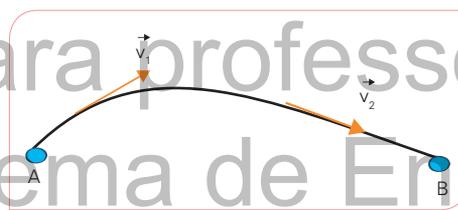
Direção: será a mesma do deslocamento vetorial $\Delta \vec{r}$.

Sentido: como $\Delta t > 0$, será o mesmo do deslocamento vetorial $\Delta \vec{r}$.

VELOCIDADE VETORIAL INSTANTÂNEA

A velocidade vetorial instantânea corresponde à velocidade vetorial do móvel em cada instante de movimento.

Vamos considerar uma partícula deslocando-se do ponto A ao B mostrados na trajetória a seguir.



Intensidade: módulo da velocidade escalar instantânea no ponto.

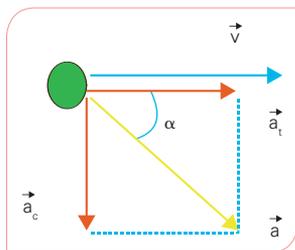
Direção: tangente à trajetória.

Sentido: o mesmo do movimento.

ACELERAÇÃO VETORIAL

Durante o movimento de uma partícula, os vetores aceleração e velocidade podem formar um ângulo qualquer entre eles. Dependendo do valor desse ângulo podemos ter diferentes tipos de trajetórias e movimentos.

Para facilitar o estudo, vamos decompor o vetor aceleração em duas componentes: paralela ao vetor velocidade e perpendicular ao vetor velocidade.



Na figura, \vec{v} representa o vetor velocidade instantânea da partícula, \vec{a} a aceleração vetorial instantânea, \vec{a}_t a componente tangencial da aceleração, sempre paralela ao vetor velocidade, \vec{a}_c a componente centrípeta da aceleração, sempre perpendicular ao vetor velocidade e α o ângulo formado entre os vetores aceleração e velocidade.

COMPONENTE TANGENCIAL DA ACELERAÇÃO

O módulo da componente tangencial da aceleração pode ser encontrado a partir das equações do MUV que já foram estudadas.

Módulo: corresponde ao módulo da aceleração escalar instantânea.

Direção: a mesma do vetor velocidade.

Sentido: o mesmo do vetor velocidade nos movimentos acelerados e contrário ao vetor velocidade nos movimentos retardados.

COMPONENTE CENTRÍPETA DA ACELERAÇÃO

Existe apenas nos movimentos curvilíneos.

Módulo: $a_c = \frac{v^2}{R}$ (R = raio da curva).

Direção: radial (perpendicular ao vetor velocidade).

Sentido: apontado para o centro da trajetória.

CLASSIFICAÇÃO DOS MOVIMENTOS

Os movimentos podem ocorrer de seis formas diferentes, conforme analisaremos a seguir.

Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)

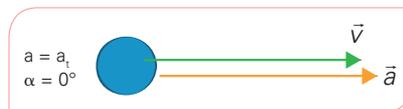
A aceleração vetorial é nula.



O módulo, a direção e o sentido do vetor velocidade permanecem constantes.

Movimento Retilíneo Acelerado (MRA)

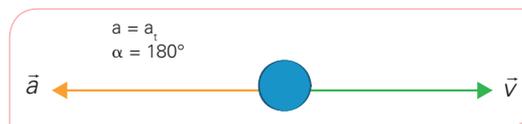
Só existe a componente tangencial da aceleração e ela está na mesma direção e no mesmo sentido do vetor velocidade.



O módulo da velocidade aumenta, a direção e o sentido do vetor velocidade permanecem constantes.

Movimento Retilíneo Retardado (MRR)

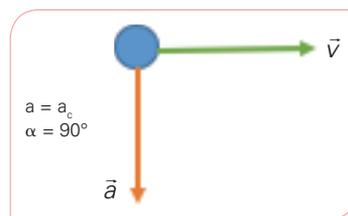
Só existe a componente tangencial da aceleração e ela está na mesma direção e em sentido contrário ao do vetor velocidade.



O módulo da velocidade diminui, a direção e o sentido do vetor velocidade permanecem constantes.

Movimento Curvilíneo Uniforme (MCU)

Só existe a componente centrípeta da aceleração e ela está na direção perpendicular ao vetor velocidade.



O módulo da velocidade permanece constante, a direção do vetor velocidade varia a cada ponto da trajetória.

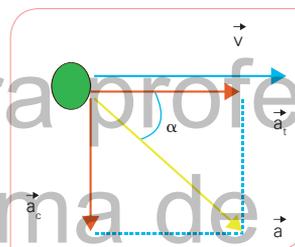
Movimento Curvilíneo Acelerado (MCA)

Existem as duas componentes da aceleração (tangencial e centrípeta) e ela está na direção oblíqua ao vetor velocidade.

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$$

$$a^2 = a_t^2 + a_c^2$$

$$0 < \alpha < 90^\circ$$



O módulo da velocidade aumenta, a direção do vetor velocidade varia a cada ponto da trajetória.

Movimento Curvilíneo Retardado (MCR)

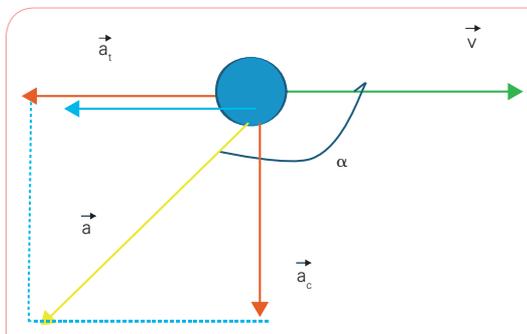
Existem as duas componentes da aceleração (tangencial e centrípeta) e ela está na direção oblíqua ao vetor velocidade.

O módulo da velocidade diminui, a direção do vetor velocidade varia a cada ponto da trajetória.

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$$

$$a^2 = a_t^2 + a_c^2$$

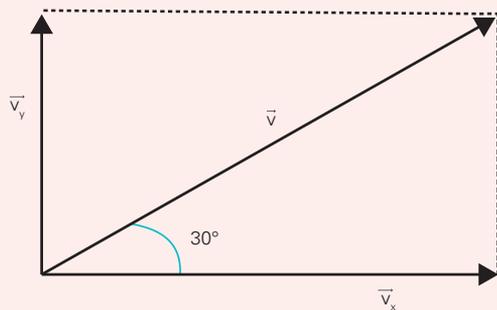
$$90^\circ < \alpha < 180^\circ$$



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. A figura a seguir representa o vetor velocidade de um automóvel que se desloca no plano xy com velocidade $v = 100 \text{ km/h}$. Determine as componentes da velocidade do automóvel na horizontal (eixo x) e na vertical (eixo y).

São dados: $\sin 30^\circ = 0,50$ e $\cos 30^\circ = 0,87$



Resolução

Componente horizontal

$$v_x = v \cdot \cos 30^\circ = 100 \cdot 0,87 = 87 \text{ km/h}$$

$$v_y = 87 \text{ km/h}$$

Componente vertical

$$v_y = v \cdot \sin 30^\circ = 100 \cdot 0,50 = 50 \text{ km/h}$$

$$v_y = 50 \text{ km/h}$$

2. Num corpo, estão aplicadas apenas duas forças de intensidades 10 N e 15 N. Uma possível intensidade da resultante será

- a) 4 N
- b) 30 N
- c) 26 N
- d) 2 N
- e) 20 N

Resolução

$$\text{Resultante mínima} = 15 - 10 = 5 \text{ N}$$

$$\text{Resultante máxima} = 15 + 10 = 25 \text{ N}$$

Logo, a única alternativa que possui resultante entre 5 N e 25 N é a alternativa que indica 20 N.

Alternativa correta: E

ROTEIRO DE AULA

VETORES II

Operações

Adição de vetores (pode-se usar a regra do polígono ou a do paralelogramo);

Multiplicação – o produto de um escalar por um vetor resulta em um outro vetor.

Cinemática Vetorial

Deslocamento

Velocidade

Aceleração

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **EEAR-SP** – A adição de dois vetores de mesma direção e mesmo sentido resulta num vetor cujo módulo vale 8. Quando esses vetores são colocados perpendicularmente entre si, o módulo do vetor resultante vale $4\sqrt{2}$. Portanto, os valores dos módulos desses vetores são

- a) 1 e 7
b) 2 e 6
c) 3 e 5
d) 4 e 4

Resolução

Seja a e b os módulos dos vetores, escrevemos o sistema de equações a seguir:

$$\begin{cases} a + b = 8 \\ \sqrt{a^2 + b^2} = 4\sqrt{2} \end{cases}$$

Por substituição de variáveis, obtemos:

$$\begin{cases} a = 8 - b \\ a^2 = 32 - b^2 \end{cases} \Rightarrow (8 - b)^2 = 32 - b^2 \Rightarrow$$

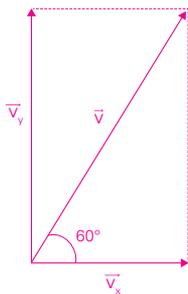
$$\Rightarrow 64 - 16b + b^2 - 32 + b^2 = 0 \Rightarrow 2b^2 - 16b + 32 = 0 \Rightarrow b = 4$$

Substituindo b na primeira equação, obtemos o valor de a :

$$a + b = 8 \Rightarrow a + 4 = 8 \therefore a = 4$$

2. **Sistema Dom Bosco** – Uma bola de basquete é arremessada em direção à cesta, com velocidade inicial de 40 km/h, formando um ângulo com a horizontal de 60° . Determine a intensidade dos componentes horizontal e vertical (v_x e v_y) da bola de basquete.

Dados: $\sin 60^\circ = 0,87$ e $\cos 60^\circ = 0,50$

Resolução**Componente horizontal**

$$v_x = v \cdot \cos 60^\circ = 40 \cdot 0,50 = 20 \text{ km/h} \quad v_x = 20 \text{ km/h}$$

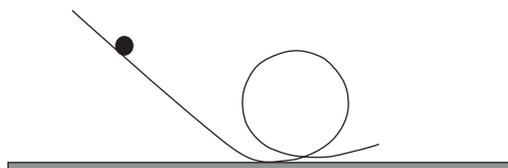
Componente vertical

$$v_y = v \cdot \sin 60^\circ = 40 \cdot 0,87 = 34,8 \text{ km/h} \quad v_y = 34,8 \text{ km/h}$$

3. **UDESC-SC**

Considere o "looping" mostrado na Figura, constituído por um trilho inclinado seguido de um círculo. Quando uma pequena esfera é abandonada no trecho inclinado do trilho, a partir de determinada altura, percorrerá toda a trajetória curva do trilho, sempre em contato com ele.

Seja v a velocidade instantânea e a a aceleração centrípeta da esfera, o esquema que melhor representa estes dois vetores no ponto mais alto da trajetória no interior do círculo é:



- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

O vetor velocidade é tangente à trajetória e no sentido anti-horário.

O vetor aceleração, no ponto mais alto coincide com a componente centrípeta.

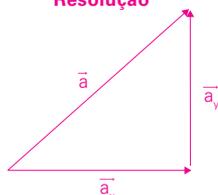
4. **PUC-RJ** – Um pequeno avião acelera, logo após a sua decolagem, em linha reta, formando um ângulo de 45° com o plano horizontal.

Sabendo que a componente horizontal de sua aceleração é de $6,0 \text{ m/s}^2$, calcule a sua componente vertical.

(Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) $6,0 \text{ m/s}^2$
 b) $4,0 \text{ m/s}^2$
 c) $16,0 \text{ m/s}^2$
 d) $12,0 \text{ m/s}^2$
 e) $3,0 \text{ m/s}^2$

Resolução



$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\text{co}}{\text{ca}} \Rightarrow \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{a_y}{a_x} \Rightarrow 1 = \frac{a_y}{6} \Rightarrow a_y = 6 \text{ m/s}^2$$

5. **UEG-GO** – Considerando que os vetores A, B e C satisfazem à equação vetorial $A + B = C$, e seus módulos estão relacionados pela equação escalar $A + B = C$, responda ao que se pede.

- a) Como está orientado o vetor A em relação ao vetor B? Justifique o seu raciocínio.
 b) Considere agora que a relação entre os seus módulos seja dada por $A^2 + B^2 = C^2$. Qual seria a nova orientação do vetor B em relação ao vetor A? Justifique seu raciocínio.

Resolução

a) O vetor A está orientado na mesma direção e no mesmo sentido do vetor B, ou seja, os vetores A e B são paralelos. Quando os vetores se encontram na mesma direção e mesmo sentido, o módulo do vetor resultante (C) é obtido, somando-se os seus módulos, ou seja, $C = A + B$.

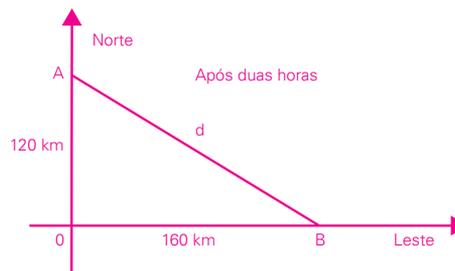
- b) O vetor B está orientado em uma direção perpendicular ao vetor A.

Quando os vetores são perpendiculares, a soma dos quadrados dos seus módulos é igual ao quadrado do módulo do vetor resultante, ou seja, $C^2 = A^2 + B^2$.

6. **Sistema Dom Bosco** – Dois viajantes encontram-se no marco zero de uma rodovia e cada um segue seu caminho. O viajante A desloca-se em direção ao norte com velocidade constante de 60 km/h , enquanto o viajante B desloca-se com velocidade constante de 80 km/h em direção ao leste. Passadas duas horas, qual a distância entre os dois viajantes?

- a) 120 km
 b) 160 km
 c) 200 km
 d) 280 km
 e) 400 km

Resolução



Após duas horas, teremos:

$$\Delta S_A = v_A \cdot \Delta t = 60 \cdot 2 = 120 \text{ km}$$

$$\Delta S_B = v_B \cdot \Delta t = 80 \cdot 2 = 160 \text{ km}$$

$$d = \sqrt{120^2 + 160^2} = \sqrt{40000} = 200 \therefore d = 200 \text{ km}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. **PUC-RJ** – Um veleiro deixa o porto navegando 70 km em direção leste. Em seguida, para atingir seu destino, navega mais 100 km na direção nordeste. Desprezando a curvatura da terra e admitindo que todos os deslocamentos são coplanares, determine o deslocamento total do veleiro em relação ao porto de origem.

(Considere $\sqrt{2} = 1,40$ e $\sqrt{5} = 2,20$)

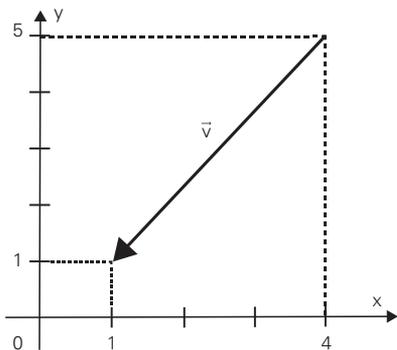
- a) 106 km
 b) 34 km
 c) 154 km
 d) 284 km
 e) 217 km

8. **Uece** – Considere um pêndulo construído com uma esfera de 1 kg presa ao teto por um fio inextensível, completamente flexível e com massa desprezível. Note que essa massa se desloca dentro de um fluido, o ar, que exerce na esfera uma força de arrasto em sentido oposto ao seu vetor velocidade. De modo simplificado, a força de arrasto na esfera pode ser descrita como $\vec{F} = -b\vec{v}$, em que \vec{v} é o vetor velocidade da massa, e b é uma constante positiva. Assim, é correto afirmar que, no ponto mais baixo da trajetória, a força de arrasto é

- a) vertical e tem maior módulo.
 b) horizontal e tem menor módulo.
 c) horizontal e tem maior módulo.
 d) vertical e tem menor módulo.

9. Sistema Dom Bosco – Duas forças constantes, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 , possuem direções perpendiculares entre si e módulos respectivamente iguais a 6 N e 12 N. Represente, pela regra do paralelogramo, o vetor resultante $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ e calcule o seu módulo.

10. UPE – A figura a seguir mostra o vetor \vec{v} representado no plano cartesiano.



A representação e o módulo desse vetor são, respectivamente,

- a) $\vec{v} = (5, 1)$ e $|\vec{v}| = 3$
- b) $\vec{v} = (3, 0)$ e $|\vec{v}| = 3$
- c) $\vec{v} = (-3, -4)$ e $|\vec{v}| = 4$
- d) $\vec{v} = (-3, -4)$ e $|\vec{v}| = 5$
- e) $\vec{v} = (-1, -4)$ e $|\vec{v}| = 5$

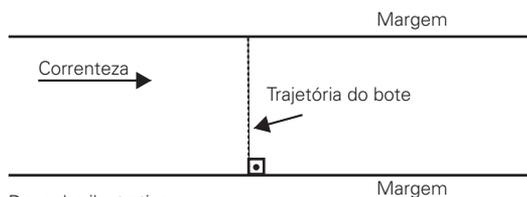
11. Ufal – De dentro de um automóvel em movimento retilíneo uniforme, numa estrada horizontal, um estudante olha pela janela lateral e observa a chuva caindo, fazendo um ângulo (θ) com a direção vertical, com $\text{sen}(\theta) = 0,8$ e $\text{cos}(\theta) = 6$.

Para uma pessoa parada na estrada, a chuva cai verticalmente, com velocidade constante de módulo v . Se o velocímetro do automóvel marca 80,0 km/h, pode-se concluir que o valor de v é igual a

- a) 48,0 km/h.
- b) 60,0 km/h.
- c) 64,0 km/h.
- d) 80,0 km/h.
- e) 106,7 km/h.

12. EsPCEX-SP/Aman-RJ – Um bote de assalto deve atravessar um rio de largura igual a 800 m, numa trajetória perpendicular à sua margem, num intervalo de tempo de 1 minuto e 40 segundos, com velocidade constante.

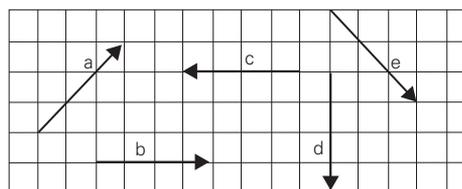
Considerando o bote como uma partícula, desprezando a resistência do ar e sendo constante e igual a 6 m/s a velocidade da correnteza do rio em relação à sua margem, o módulo da velocidade do bote em relação à água do rio deverá ser de



Desenho ilustrativo

- a) 4 m/s.
- b) 6 m/s.
- c) 8 m/s.
- d) 10 m/s.
- e) 14 m/s.

13. Cefet-CE – Dados os vetores “a”, “b”, “c”, “d” e “e” a seguir representados, obtenha o módulo do vetor soma: $R = a + b + c + d + e$.



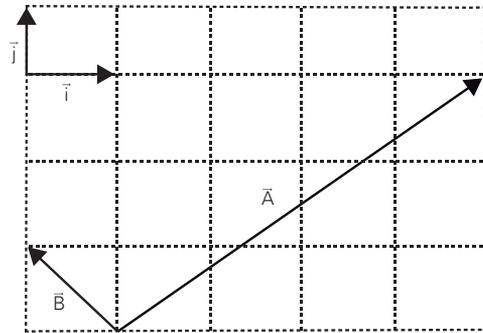
- a) zero
- b) $\sqrt{20}$
- c) 1
- d) 2
- e) $\sqrt{52}$

14. UESC-BA – Considere um móvel que percorre a metade de uma pista circular de raio igual a 10,0 m em 10,0 s. Adotando-se 2 como sendo 1,4 e π igual a 3, é correto afirmar:

- a) O espaço percorrido pelo móvel é igual a 60,0 m.
- b) O deslocamento vetorial do móvel tem módulo igual
- c) a 10,0 m.
- d) A velocidade vetorial média do móvel tem módulo
- e) igual a 2,0 m/s.
- f) O módulo da velocidade escalar média do móvel é igual a 1,5 m/s.
- g) A velocidade vetorial média e a velocidade escalar
- h) média do móvel têm a mesma intensidade.

15. **Uece (adaptado)** – Uma partícula puntiforme tem, em certo instante t , a velocidade, em m/s, dada por $v_0 = 1,0 \hat{i} - 2,0 \hat{j} + 5,0 \hat{k}$. Dois segundos depois, sua velocidade, em m/s, é dada por $v_2 = 4,0 \hat{i} - 2,0 \hat{j} + 1,0 \hat{k}$. No intervalo de tempo considerado, qual o módulo da aceleração média, em m/s^2 ?

16. **IFPE** – Qual o cosseno do ângulo formado pelos vetores $\vec{A} = 4 \cdot \hat{i} + 3 \cdot \hat{j}$ e $\vec{B} = -1 \cdot \hat{i} + 1 \cdot \hat{j}$, em que \hat{i} e \hat{j} são vetores unitários?



- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| a) $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ | d) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ |
| b) $-\frac{\sqrt{10}}{2}$ | e) 0 |
| c) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ | |

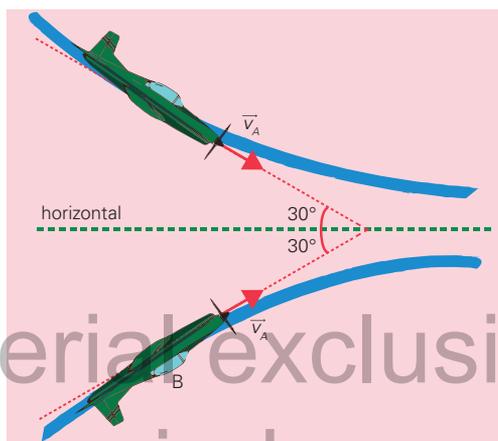
17. **UDESC** – Observando o movimento de um carrossel no parque de diversões, conclui-se que seu movimento é do tipo circular uniforme.

- Assinale a alternativa correta em relação ao movimento.
- a) Não é acelerado porque o módulo da velocidade permanece constante.
 - b) É acelerado porque o vetor velocidade muda de direção, embora mantenha o mesmo módulo.
 - c) É acelerado porque o módulo da velocidade varia.
 - d) Não é acelerado porque a trajetória não é retilínea.
 - e) Não é acelerado porque a direção da velocidade não varia.

ESTUDO PARA O ENEM

18. **IJSO-BR** C5-H17

Duas aeronaves, A e B, que compõem a esquadrilha da fumaça, voam num mesmo plano vertical. Num determinado instante, suas velocidades em relação à Terra têm o mesmo módulo V e direções que formam um ângulo de 30° com a horizontal, conforme indica a figura.

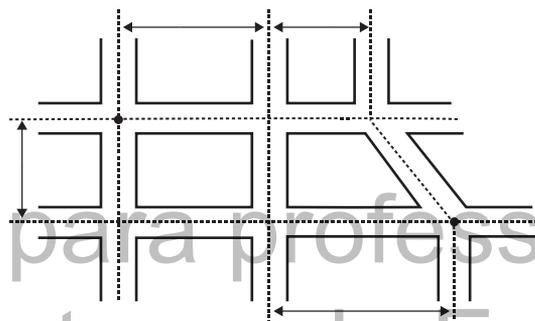


A velocidade da aeronave A em relação à B tem módulo dado por

- | | |
|-----------------------|-------------------------------|
| a) v | d) $2 \cdot v$ |
| b) $v \cdot \sqrt{3}$ | e) $2 \cdot v \cdot \sqrt{2}$ |
| c) $v \cdot \sqrt{2}$ | |

19. **UFMS-RS** C5-H17

A figura abaixo ilustra trechos de algumas ruas de uma região plana de uma cidade. Uma pessoa com velocidade escalar constante de $5,4 \text{ km/h}$ ($1,5 \text{ m/s}$) necessita ir do ponto A ao ponto B.



Caminhando sobre as linhas pontilhadas, o menor intervalo de tempo possível para essa caminhada é, aproximadamente, em segundos, de

- a) 106.
- b) 120.
- c) 380.
- d) 433.
- e) 855.

20. UCS-RS**C5-H17**

Na história bíblica de Davi e Golias, o pastor Davi, de porte físico pequeno, diante do gigante guerreiro Golias,

derrotou-o usando uma funda, instrumento caracterizado por um arranjo adequado de cordas ou tiras, no qual gira-se uma pedra até que ela adquira velocidade tangencial suficiente para atingir o alvo, provocando forte impacto. Supondo que Davi tenha usado uma funda que girava uma pedra num raio de 0,5 m e a pedra, depois de solta, tenha atingido a face de Golias com velocidade de 5 m/s, qual era a aceleração centrípeta da pedra?

- a) $0,25 \text{ m/s}^2$
- b) $2,50 \text{ m/s}^2$
- c) $25,0 \text{ m/s}^2$
- d) $50,0 \text{ m/s}^2$
- e) $500,0 \text{ m/s}^2$

13

COMPOSIÇÃO DOS MOVIMENTOS

- Superposição de movimentos
- Princípio da simultaneidade de Galileu
- Deslocamento total
- Deslocamento relativo
- Deslocamento de arrastamento

HABILIDADES

- Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemática e discursiva entre si.
- Identificar regularidades associando os fenômenos às leis físicas que o descrevem.
- Utilizar leis físicas para prever e interpretar movimentos e analisar procedimentos para alterá-los ou avaliá-los, em situações de interação física entre veículos, corpos celestes e outros objetos.
- Prever fenômenos ou resultados de experimentos científicos organizando e sistematizando informações dadas.



JACOB LUNDY/SHUTTERSTOCK

Atleta de natação em águas abertas.

Tradicional na disputa do *triathlon*, a natação em águas abertas é um esporte que exige, além de disciplina e rigor físico, certo conhecimento de composição de movimentos, para que o atleta não gaste energia de forma equivocada. Nesse esporte, é fundamental conhecerem-se a direção e o sentido do movimento das águas a fim de se manter em linha reta.

COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS

DESLOCAMENTO RELATIVO

Vamos analisar o caso de um atleta que nada em um rio e, utilizando o princípio da simultaneidade de Galileu, mostrar que o movimento de um corpo corresponde à composição de outros movimentos realizados simultaneamente.

O movimento do atleta em relação às margens do rio pode ser entendido como a junção de dois movimentos:

- I. O do atleta em relação à correnteza;
- II. O da correnteza (águas do rio) em relação às margens.

Logo, para determinado intervalo de tempo, consideremos o deslocamento do atleta em relação à correnteza igual a \mathbf{d}_{AC} , e o deslocamento da correnteza (águas do rio) em relação à margem igual a \mathbf{d}_{CM} .

O deslocamento do atleta em relação à margem \mathbf{d}_{AM} , é dado pela soma vetorial desses dois deslocamentos, ou seja:

$$\vec{d}_{AM} = \vec{d}_{AC} + \vec{d}_{CM}$$

Para um observador, parado em relação a um referencial fixo, posicionado à margem do rio, os três deslocamentos são denominados:

- \vec{d}_{AM} corresponde ao **deslocamento total** \vec{d}_T : deslocamento do corpo (nesse caso, o atleta) em relação ao referencial fixo para o observador, ou seja, a margem;
- \vec{d}_{AC} corresponde ao **deslocamento relativo** \vec{d}_R : deslocamento do corpo (atleta) em relação ao referencial que se movimenta em relação ao observador (correnteza – águas do rio);
- \vec{d}_{CM} corresponde ao **deslocamento de arrastamento** \vec{d}_A : deslocamento do referencial móvel (correnteza – águas do rio) em relação ao referencial fixo para o observador.

Portanto, o deslocamento total é a soma vetorial do deslocamento relativo com o deslocamento de arrastamento.

$$\vec{d}_T = \vec{d}_R + \vec{d}_A$$

VELOCIDADE RELATIVA

Como os deslocamentos são simultâneos, pode-se dividir a expressão acima pelo intervalo de tempo (Δt), a fim de se obter a relação de velocidade entre os movimentos:

$$\frac{\vec{d}_T}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_R}{\Delta t} + \frac{\vec{d}_A}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v}_T = \vec{v}_R + \vec{v}_A$$

A velocidade total é a soma vetorial da velocidade relativa com a velocidade de arrastamento.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. Um barco alcança a velocidade de 25 km/h em relação às margens do rio, quando se desloca no sentido da correnteza, e de 15 km/h, quando se desloca em sentido contrário ao da correnteza. Qual a velocidade do barco em relação às águas?

Resolução

Sejam v_R a velocidade do barco em relação às águas; v_T a velocidade do barco em relação

às margens e v_A a velocidade da água em relação às margens. Primeiramente, calculamos as velocidades com o movimento a favor das águas do rio.

$$V_T = V_R + V_A \Rightarrow 25 = V_R + V_A$$

Para o cálculo no sentido contrário às águas do rio, temos:

$$V_T = V_R - V_A \Rightarrow 15 = V_R - V_A$$

Agrupando as duas equações e resolvendo o sistema, temos:

$$\begin{cases} 25 = v_R + v_A \\ 15 = v_R - v_A \end{cases} \Rightarrow v_A = 5 \text{ km/h e } v_R = 20 \text{ km/h}$$

Como o exercício pede o valor da velocidade do barco em relação às águas, temos v_R = velocidade do barco em relação às águas = 20 km/h

2. Um barco, cuja velocidade em relação à água é de 4,0 m/s, orienta-se sempre perpendicularmente às margens de um rio que tem velocidade de correnteza de 3,0 m/s. A velocidade resultante, para um observador na margem do rio, tem módulo, em metros por segundo

- a) 1,0
- b) 3,0
- c) 4,0
- d) 5,0
- e) 7,0

Resolução

$$\vec{v}_T = \vec{v}_R + \vec{v}_A$$

$$v_T = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$v_T = 5 \text{ m/s}$$

ROTEIRO DE AULA

COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS - LANÇAMENTO VERTICAL

Composição de movimentos

- $\vec{V}_T = \vec{V}_R + \vec{V}_A$

- Deslocamento relativo: o movimento de um corpo pode ser o resultado da composição de outros movimentos realizados simultaneamente.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Ibmecc-RJ

C6-H20

Um motorista viaja da cidade A para a cidade B em um automóvel a 40 km/h. Num certo momento, ele visualiza no espelho retrovisor um caminhão se aproximando, com velocidade relativa ao carro dele de 10 km/h, sendo a velocidade do caminhão em relação a um referencial inercial parado de 50 km/h. Nesse mesmo instante, há uma bobina de aço rolando na estrada e o motorista percebe estar se aproximando da peça com a mesma velocidade com que o caminhão situado à sua traseira se aproxima de seu carro. Com base nessas informações, responda: a velocidade a um referencial inercial parado e a direção da bobina de aço é



- a) 10 km/h com sentido de A para B.
- b) 90 km/h com sentido de B para A.
- c) 40 km/h com sentido de A para B.
- d) 50 km/h com sentido de B para A.
- e) 30 km/h com sentido de A para B.**

Deve-se comparar a velocidade do caminhão com o carro e igualar essa velocidade à do carro em relação à bobina.

$$50 - 40 = 40 - v$$

$$50 - 40 - 40 = -v$$

$$\therefore v = 30 \text{ km/h}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

2. Uerj – A figura a seguir mostra dois barcos que se deslocam em um rio em sentidos opostos. Suas velocidades são constantes e a distância entre eles, no instante t , é igual a 500 m.



Nesse sistema, há três velocidades paralelas, cujos módulos, em relação às margens do rio, são:

$$|v_{\text{barco 1}}| = |v_{\text{barco 2}}| = 5 \text{ m/s};$$

$$|v_{\text{águas do rio}}| = 3 \text{ m/s};$$

Estime, em segundos, o tempo necessário para ocorrer o encontro dos barcos, a partir de t .

 Pode-se supor a velocidade das águas do rio se movendo no mesmo

 sentido do barco 1. Como os barcos 1 e 2 estão indo um ao encontro

 do outro e paralelamente às águas do rio, para o cálculo da velocidade

 relativa entre eles, temos:

$$v_r = (v_{b1} + v_{rio}) + (v_{b2} - v_{rio})$$

 Observe que a velocidade relativa é independente do sentido das ve-

 locidades das águas, pois, por causa dos sentidos opostos do barco,

 ela sempre será anulada. Substituindo os valores fornecidos no enun-

 ciado, tem-se:

$$v_r = (5 + 3) + (5 - 3)$$

$$v_r = 10 \text{ m/s}$$

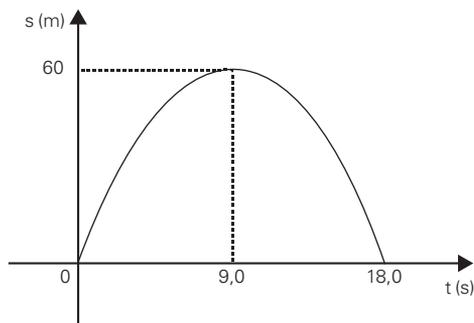
 Com a velocidade relativa, pode-se calcular o tempo do encontro:

$$t = \frac{d}{v_r} = \frac{500}{10}$$

$$t = 50 \text{ s}$$

SVINEYARD/SHUTTERSTOCK

3. IFCE – Um objeto desloca-se numa trajetória retilínea durante 18 segundos. O gráfico ilustra as posições em função do tempo desse objeto.



A análise desse movimento nos permite concluir que

- o objeto tem velocidade nula no instante $t = 18,0$ s.
- ◉ a velocidade do objeto no instante $t = 9,0$ s é zero.
- se trata do movimento do objeto lançado verticalmente para cima.
- o objeto somente é acelerado entre os instantes 0 e 9,0 s.
- se trata de um movimento uniformemente acelerado.

Haverá a inversão do sentido do movimento no móvel, ou seja, o objeto terá velocidade nula no instante $t = 9,0$ s.

4. UEM-PR (adaptado) – Para fazer ultrapassagens em estradas de pista simples, é necessário trafegar pela contramão. Para uma manobra segura, o condutor deve iniciar a ultrapassagem indo para a pista contrária quando a dianteira do seu veículo estiver a uma distância de 10 metros da traseira do veículo da frente e voltar para a pista quando a sua traseira estiver 5 metros à frente da dianteira do outro veículo. Considere um carro de 5 metros de comprimento, viajando a 108 km/h, que deseja ultrapassar um caminhão de 30 metros de comprimento trafegando a 72 km/h. Sobre essa manobra, responda ao que se pede (desconsidere os movimentos laterais do carro).

a) Qual é o tempo entre o início e o fim da manobra?

Os veículos trafegam no mesmo sentido e deve-se levar em considera-

ção o comprimento do carro, o comprimento do caminhão e os espaços

antes e depois da ultrapassagem.

$$\Delta S_{\text{rel}} = 5 + 30 + 10 + 5 = 50 \therefore \Delta S_{\text{rel}} = 50 \text{ m}$$

$$v_{\text{rel}} = 108 - 72 = 36 \text{ km/h} \therefore v_{\text{rel}} = 10 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta S_{\text{rel}}}{v_{\text{rel}}} = \frac{5+30+10+5}{10} = \frac{50}{10} = 5 \therefore \Delta t = 5 \text{ s}$$

b) Qual é a distância que o carro irá percorrer desde o início até o fim da manobra?

Como o veículo terá um tempo de 5 s para realizar toda a manobra, a

distância total percorrida por ele será:

$$\Delta S_c = v_c \cdot \Delta t \quad \Delta S_c = 20 \cdot 5 = 100 \quad \Delta S_c = 100 \text{ m}$$

5. UFRGS-RS – Em grandes aeroportos e *shoppings*, existem esteiras móveis horizontais para facilitar o deslocamento de pessoas.

Considere uma esteira com 48 m de comprimento e velocidade de 1,0 m/s.

Uma pessoa ingressa na esteira e segue caminhando sobre ela com velocidade constante no mesmo sentido de movimento da esteira. A pessoa atinge a outra extremidade 30 s após ter ingressado na esteira.

Com que velocidade, em m/s, a pessoa caminha sobre a esteira?

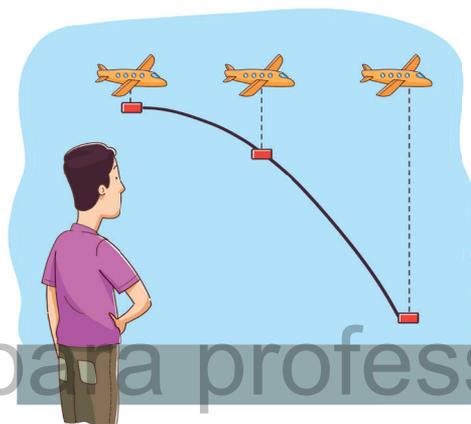
- 2,6
- 1,6
- 1,0
- 0,8
- ◉ 0,6

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{48}{30} = 1,6 \therefore v_m = 1,6 \text{ m/s}$$

Como a pessoa e a esteira se deslocam no mesmo sentido, obtemos:

$$v_m = v_e + v_p \quad 1,6 = 1,0 + v_p \quad \therefore v_p = 0,6 \text{ m/s}$$

6. CPS-SP – Um avião, com a finalidade de abastecer uma região que se encontra isolada, voa em linha reta horizontalmente, com velocidade constante em relação ao solo, quando abandona uma caixa com alimentos, conforme a imagem.



Disponível em: <<https://tinyuri.com/y8cvpjzm>>. Acesso em: 15 nov. 2017.

Desprezando a resistência do ar, a trajetória descrita pela caixa de alimentos terá a forma de uma

- a) parábola, do ponto de vista de um observador que estiver no avião.
- b) linha reta vertical, do ponto de vista de um observador que estiver no avião.**
- c) linha reta vertical, do ponto de vista de um observador que estiver na Terra.
- d) linha reta horizontal, do ponto de vista de um observador que estiver no avião.
- e) mesma figura para qualquer observador, pois a trajetória independe do referencial.

Para um observador fixo no solo, a trajetória da caixa será um arco de parábola, pois esta descreve o movimento uniformemente variado na queda e possui, inicialmente, uma velocidade inicial. Já para um observador fixo ao avião, a trajetória da caixa será uma linha reta vertical, pois, desprezando-se as forças resistivas, a caixa terá a mesma velocidade horizontal durante sua trajetória.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 7. Unicamp-SP (adaptado)** – Para fins de registros de recordes mundiais, nas provas de 100 metros rasos, não são consideradas as marcas em competições em que houver vento favorável (mesmo sentido do corredor) com velocidade superior a 2 m/s. Sabe-se que, com vento favorável de 2 m/s, o tempo necessário para a conclusão da prova é reduzido em 0,1 s. Se um velocista realiza a prova em 10 s sem vento, qual seria sua velocidade se o vento fosse favorável e com velocidade de 2 m/s?

- 8. Uerj** – Em uma área onde ocorreu uma catástrofe natural, um helicóptero em movimento retilíneo, a uma altura fixa do chão, deixa cair pacotes contendo alimentos. Cada pacote lançado atinge o solo em um ponto exatamente embaixo do helicóptero.

Desprezando forças de atrito e de resistência, pode-se afirmar que as grandezas velocidade e aceleração dessa aeronave são classificadas, respectivamente, como

- a) variável – nula.
- b) nula – constante.
- c) constante – nula.
- d) variável – variável.

- 9. UFSM-RS** – Um trem de passageiros passa em frente a uma estação, com velocidade constante em relação a um referencial fixo no solo. Nesse instante, um passageiro deixa cair sua câmera fotográfica, que segurava próxima a uma janela aberta. Desprezando a resistência do ar, a trajetória da câmera no referencial fixo do trem é _____, enquanto, no referencial fixo do solo, a

trajetória é _____. O tempo de queda da câmera no primeiro referencial é _____ tempo de queda no outro referencial.

Assinale a alternativa que completa corretamente as lacunas.

- a) parabólica – retilínea – menor que o
- b) parabólica – parabólica – menor que o
- c) retilínea – retilínea – igual ao
- d) retilínea – parabólica – igual ao
- e) parabólica – retilínea – igual ao

- 10. UEPG-PR** – Considere um pequeno avião voando horizontalmente com velocidade constante. Se a roda do avião se soltar durante o voo, desprezando o atrito da roda com o ar, assinale o que for correto.

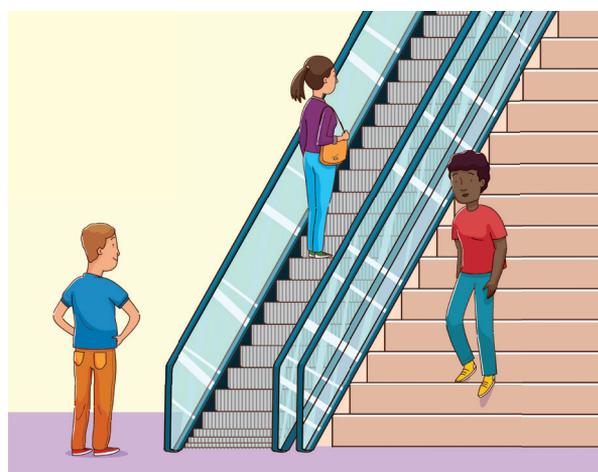
- 01)** Para o piloto do avião, a trajetória da roda é retilínea e vertical.
- 02)** Para um observador no solo, a trajetória da roda é descrita por um arco de parábola.
- 04)** O tempo de queda da roda não depende do valor de sua massa.
- 08)** O local onde a roda irá atingir o solo depende da velocidade do avião no momento em que ela se solta.
- 16)** A velocidade da roda, ao atingir o solo, terá um componente vertical.

Dê a soma da(s) afirmativa(s) correta(s).

11. Uece – Um barco pode viajar a uma velocidade de 11 km/h em um lago em que a água está parada. Em um rio, o barco pode manter a mesma velocidade com relação à água. Se esse barco viaja no Rio São Francisco, cuja velocidade da água, em relação à margem, assume 0,83 m/s, qual é sua velocidade aproximada em relação a uma árvore plantada na beira do rio quando seu movimento é no sentido da correnteza e contra a correnteza, respectivamente?

- a) 14 km/h e 8 km/h
b) 10,2 m/s e 11,8 m/s
c) 8 km/h e 14 km/h
d) 11,8 m/s e 10,2 m/s

12. Sistema Dom Bosco – Tornou-se comum em aeroportos o uso de esteiras rolantes. Enquanto uns aproveitaram essas esteiras para se deslocarem mais rapidamente, outros a utilizam para descansar enquanto a esteira tem todo o trabalho de transportá-lo com sua bagagem. Caso um passageiro possua velocidade de 5 m/s em relação a um observador fixo no solo e velocidade de 2 m/s em relação à esteira, qual a velocidade de deslocamento da esteira em relação a um referencial fixo no solo?



13. Unesp – A fotografia mostra um avião bombardeiro norte-americano B52 despejando bombas sobre determinada cidade no Vietnã do Norte, em dezembro de 1972.



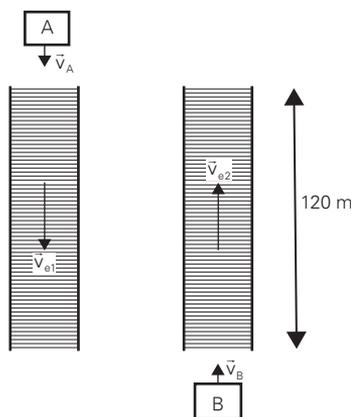
Disponível em: <www.nationalmuseum.sf.mil>. (Adaptado)

Durante essa operação, o avião bombardeiro sobrevoou, horizontalmente e com velocidade vetorial constante, a região atacada, enquanto abandonava as bombas que, na fotografia tirada de outro avião em repouso em relação ao bombardeiro, aparecem alinhadas verticalmente sob ele, durante a queda. Desprezando a resistência do ar e a atuação de forças horizontais sobre as bombas, é correto afirmar que,

- a) no referencial em repouso sobre a superfície da Terra, cada bomba percorreu uma trajetória parabólica diferente.
b) no referencial em repouso sobre a superfície da Terra, as bombas estavam em movimento retilíneo acelerado.

- c) no referencial do avião bombardeiro, a trajetória de cada bomba é representada por um arco de parábola.
- d) enquanto caíam, as bombas estavam todas em repouso, uma em relação às outras.
- e) uma vez que caíram verticalmente, as bombas atingiram um mesmo ponto sobre a superfície da Terra.

14. Unicamp-SP – Esteiras rolantes horizontais são frequentemente instaladas em grandes aeroportos para facilitar o deslocamento das pessoas em longos corredores. A figura a seguir mostra duas esteiras rolantes que se deslocam em sentidos opostos com velocidades constantes em relação ao piso em repouso (I) e de mesmo módulo, igual a $1,0 \text{ m/s}$. Em um mesmo instante, duas pessoas (representadas por A e B) que se deslocavam com velocidade constante de módulo igual a $v_A = 1,5 \text{ m/s}$ e $v_B = 0,5 \text{ m/s}$ em relação ao piso e em sentidos contrários entram nas esteiras e continuam caminhando como anteriormente, como mostra a figura. As esteiras rolantes têm comprimento total de 120 m .



- a) Calcule o tempo necessário para que a pessoa A chegue até a outra extremidade da esteira rolante.
- b) Quanto tempo depois de entrarem nas esteiras as pessoas A e B passam uma pela outra?

15. UFSC – Dois amigos, Tiago e João, resolvem iniciar a prática de exercícios físicos a fim de melhorar o condicionamento. Tiago escolhe uma caminhada, sempre com velocidade escalar constante de $0,875 \text{ m/s}$, 300 m na direção norte e, em seguida, 400 m na direção leste. João prefere uma leve corrida, 800 m na direção oeste e, em seguida, 600 m na direção sul, realizando o percurso com velocidade média de módulo $1,25 \text{ m/s}$. Eles partem simultaneamente do mesmo ponto.

De acordo com o exposto acima, assinale a(s) afirmativa(s) correta(s).

- 01)** O módulo da velocidade média de Tiago é $0,625 \text{ m/s}$.
- 02)** Tiago e João realizam seus percursos em tempos diferentes.
- 04)** O deslocamento de Tiago é de 700 m .
- 08)** A velocidade escalar média de João é de $1,75 \text{ m/s}$.
- 16)** O módulo do deslocamento de João em relação a Tiago é 1500 m .
- 32)** A velocidade de João em relação a Tiago é de $0,625 \text{ m/s}$.

Dê a soma da(s) afirmativa(s) correta(s).

16. Cefet-MG – Em uma via urbana com três faixas, uma delas é reservada exclusivamente para os ônibus com 12 m de comprimento, e as outras duas, para automóveis com 3 m . Os ônibus e os automóveis transportam, respectivamente, 40 e 2 pessoas. Esses veículos estão inicialmente parados e, quando o sinal abre, deslocam-se com a mesma velocidade de 36 km/h .

Considerando-se que a via está completamente ocupada com os veículos e desprezando-se o espaço entre eles, se o sinal permanecer aberto durante 30 s , então a razão entre o número de pessoas dentro do ônibus e o de pessoas dentro dos automóveis que ultrapassaram o sinal é igual a

- a) 2,5
- b) 3,3
- c) 6,7
- d) 7,5

17. Unicamp-SP (adaptado) – O encontro das águas do Rio Negro e do Solimões, nas proximidades de Manaus, é um dos maiores espetáculos da natureza local. As águas dos dois rios, que formam o Rio Amazonas, correm lado a lado por vários quilômetros sem se misturarem. Um dos fatores que explicam esse fenômeno é a diferença da velocidade da água nos dois rios, cerca de $v_n = 2$ km/h para o Negro e $v_s = 6$ km/h para o Solimões. Se uma embarcação, navegando no Rio Negro, demora $t_N = 2$ h para fazer um percurso entre duas cidades distantes $d_{\text{cidades}} = 48$ km, quanto tempo levará para percorrer a mesma distância no Rio Solimões, também rio acima, supondo que sua velocidade com relação à água seja a mesma nos dois rios?

ESTUDO PARA O ENEM

18. FEI-SP

C6-H20

Um avião voa com velocidade $V_a = 300$ km/h constante do norte para o sul. Em dado momento ele entra em uma região onde o vento sopra com velocidade $V_v = 150\sqrt{3}$ km/h de leste para oeste. Qual deverá ser o ângulo de correção da rota com a direção norte-sul que o avião deverá fazer para chegar a uma cidade situada a 200 km ao sul do ponto de partida?

- a) 15°
- b) 30°
- c) 45°
- d) 60°
- e) 75°

19. Sistema Dom Bosco

C6-H20

A natação em águas abertas é uma modalidade olímpica que vem ganhando a cada ano mais adeptos. Na prova olímpica, de 10 km, o atleta precisa completar quatro voltas de 2,5 km em torno de boias que marcam o trajeto da disputa. Em sua preparação para a prova olímpica, o atleta faz um percurso a favor da correnteza com velocidade de 12 km/h em relação a um ponto fixo no solo e, na sequência, faz um percurso contra a correnteza, desenvolvendo uma velocidade de 8 km/h em relação a este mesmo ponto. Neste dia de

treinamento, qual era a velocidade das águas em relação a um ponto fixo no solo?

- a) 4 km/h
- b) 12 km/h
- c) 10 km/h
- d) 2 km/h
- e) 0,25 km/h

20. UPF-RS

C6-H20

Em uma fábrica de bebidas, um robô fixo procede ao fechamento das garrafas cheias, colocando 5 tampas por segundo. As garrafas, que estão em uma esteira rolante, deslocam-se para a direita. Entre os centros das garrafas, há uma separação de 10 cm. Considerando essa estrutura, pode-se afirmar que, para o sistema funcionar corretamente, a esteira deve

- a) estar uniformemente acelerada para a direita.
- b) deslocar-se a uma velocidade de 2 cm/s.
- c) estar com uma aceleração de 2 cm/s^2 para a esquerda.
- d) descrever um movimento retilíneo uniformemente variado, com velocidade inicial de 50 cm/s.
- e) descrever um movimento retilíneo, com velocidade constante de 0,5 m/s.

LANÇAMENTO HORIZONTAL

14

JK1991/ISTOCKPHOTO



Gota de água deslizando sobre a folha de um vegetal.

LANÇAMENTO HORIZONTAL

Pense em uma gota que deslize em velocidade constante (v_0) em uma folha localizada a uma altura H , quando ela atinge a borda e cai no chão. Durante o outono, ela se move a uma velocidade constante v_0 no eixo x e move-se em queda livre ao longo do eixo y em razão da ação da gravidade. Inicialmente, a velocidade nesse eixo y é 0 ($v_y = 0$) e aumenta à medida que a gota desce.

Observe as projeções do movimento nos eixos e verifique se elas coincidem com os movimentos que descrevemos (MU e MUV).

Quando se lança, horizontalmente, um corpo com velocidade inicial \vec{v}_0 a partir de certa altura h do solo, nota-se que, durante a queda, ele descreve uma trajetória curvilínea. Para pequenas quedas, considera-se um sistema sem a influência da resistência do ar e, conseqüentemente, o movimento passa a ser parabólico.

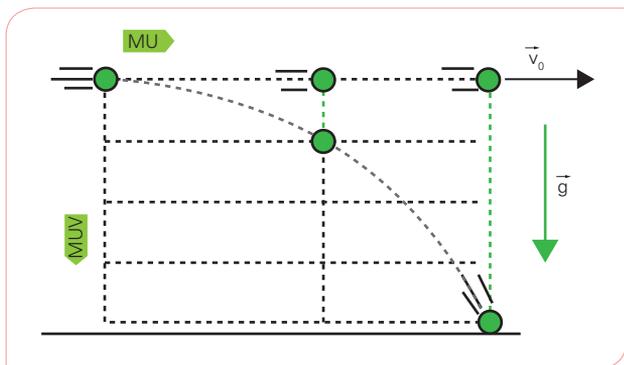
O movimento parabólico do corpo pode ser obtido pela composição de dois movimentos:

- **Movimento retilíneo uniforme na horizontal;** nesse caso, o corpo percorre distâncias iguais em intervalos de tempos iguais.
- **Movimento de queda livre na vertical,** ou seja, movimento retilíneo uniformemente acelerado, em razão da aceleração da gravidade local \vec{g} .

- Lançamento horizontal
- Movimento retilíneo uniforme na horizontal
- Movimento de queda livre na vertical
- Equações do movimento

HABILIDADES

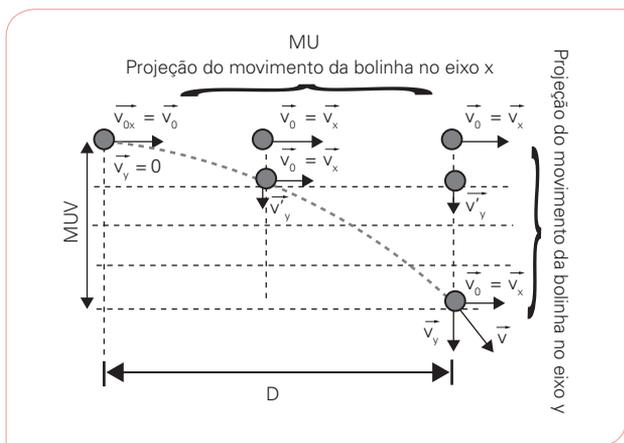
- Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.
- Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemática e discursiva entre si.
- Utilizar leis físicas para prever e interpretar movimentos e analisar procedimentos para alterá-los ou avaliá-los, em situações de interação física entre veículos, corpos celestes e outros objetos.
- Prever fenômenos ou resultados de experimentos científicos organizando e sistematizando informações dadas.



Ao analisar esse tipo de movimento, devemos tomar os seguintes cuidados: os dois movimentos são simultâneos, logo o tempo de ovo do objeto será o mesmo para ambos. Quando analisarmos a componente horizontal, devemos observar que se trata de um MU. Já a componente vertical do movimento descreve um MUV.

EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

Um objeto disparado de uma altura h com velocidade horizontal \vec{v}_0 , sob a ação exclusiva da gravidade \vec{g} , atinge o solo após certo tempo de queda t e apresenta um alcance horizontal D , conforme mostra a figura a seguir.



Da função horária do espaço no MUV para corpos em queda livre, obtemos o tempo de queda do corpo. Sendo $h_0 = 0$, $v_{0y} = 0$ e a trajetória orientada, em y , para baixo, temos:

$$h = h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \quad (\text{I})$$

Já a equação para o alcance D é obtida por meio da função horária do MU para o movimento na horizontal.

Sendo, $S = D$, $S_0 = 0$ e $v_x = v_0$, temos:

$$S = S_0 + v_x \cdot t$$

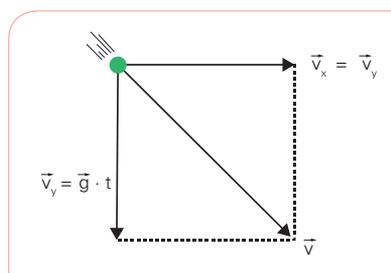
$$D = v_0 \cdot t = v_0 \cdot t \quad (\text{II})$$

Substituindo-se (I) em (II), temos:

$$D = v_0 \cdot t = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

$$D = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

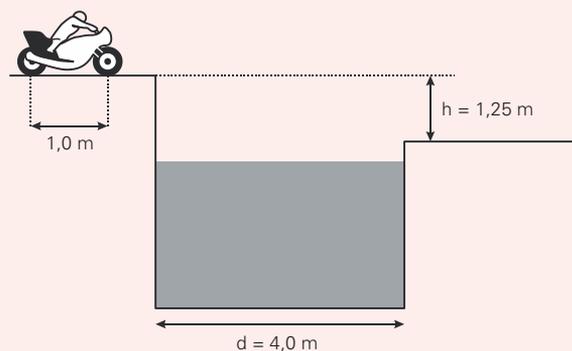
A velocidade que o objeto atinge em seu voo parabólico, após certo intervalo de tempo (t) do disparo, é obtida por meio da adição vetorial de suas velocidades componentes:



$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Unesp – Um motociclista deseja saltar um fosso de largura $d = 4,0$ m, que separa duas plataformas horizontais. As plataformas estão em níveis diferentes, sendo que a primeira se encontra a uma altura $h = 1,25$ m acima do nível da segunda, como mostra a figura.



O motociclista salta o vão com certa velocidade v_0 e alcança a plataforma inferior, tocando-a com as duas rodas da motocicleta ao mesmo tempo. Sabendo-se que a distância entre os eixos das rodas é $1,0$ m e admitindo $g = 10$ m/s², determine:

- o tempo gasto entre os instantes em que ele deixa a plataforma superior e atinge a inferior;
- a menor velocidade com que o motociclista deve deixar a plataforma superior, para que não caia no fosso.

Resolução

a) Para o tempo de queda da motocicleta, temos:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,25}{10}} = \sqrt{0,25} = 0,5 \text{ s} \therefore t = 0,5 \text{ s}$$

b) O motorista terá 0,5 s para tocar o solo com as duas rodas da motocicleta.

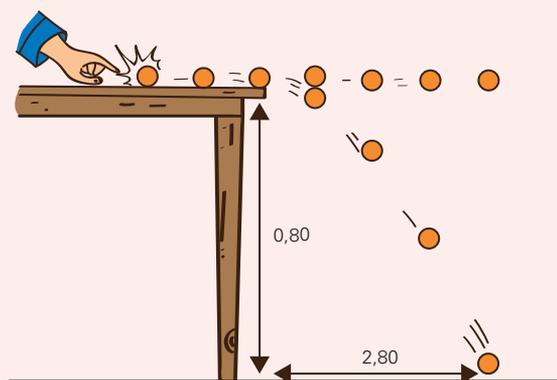
$$D = \Delta S = 5 \text{ m}$$

$$t = 0,5 \text{ s}$$

$$v_0 = \frac{D}{t} = \frac{5}{0,5} = 10 \text{ m/s}$$

$$\therefore v_0 = 10 \text{ m/s}$$

2. PUC-SP – Em um experimento escolar, um aluno deseja saber o valor da velocidade com que uma esfera é lançada horizontalmente, a partir de uma mesa. Para isso, mediu a altura da mesa e o alcance horizontal atingido pela esfera, encontrando os valores mostrados na figura.



Com base nessas informações e desprezando as influências do ar, o aluno concluiu corretamente que a velocidade de lançamento da esfera, em m/s, era de

a) 3,1

b) 3,5

c) 5,0

d) 7,0

e) 9,0

Resolução

Primeiramente, deve-se calcular o tempo de queda da esfera:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta S}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8}{10}} = \sqrt{0,16} = 0,4 \text{ s}$$

O tempo de queda é o mesmo tempo de avanço horizontal da bolinha. Assim, conseguimos calcular a velocidade de lançamento.

$$v_{0x} = \frac{\Delta S_x}{\Delta t} = \frac{2,8}{0,4} = 7 \text{ m/s} \quad v_{0x} = 7 \text{ m/s}$$

ROTEIRO DE AULA

COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS - LANÇAMENTO VERTICAL

Lançamento horizontal

- Movimento com trajetória parabólica.
- Pode ser decomposto em movimento horizontal (MU) e movimento vertical (MUV).

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Fuvest-SP (adaptado) – Uma menina, segurando uma bola de tênis, corre com velocidade constante, de módulo igual a 10,8 km/h, em trajetória retilínea, numa quadra plana e horizontal.

Num certo instante, a menina, com o braço esticado horizontalmente ao lado do corpo, sem alterar o seu estado de movimento, solta a bola, que leva 0,5 s para atingir o solo. Quais as distâncias s_m e s_b percorridas, respectivamente, pela menina e pela bola, na direção horizontal entre o instante em que a menina soltou a bola ($t = 0$ s) e o instante $t = 0,5$ s?

NOTE E ADOTE

Desconsiderar efeitos dissipativos.

Tanto a garota quanto a bola vão ter a mesma velocidade de deslocamento:

$$v_m = v_b = v_x = 10,8 \text{ km/h} = 3 \text{ m/s}$$

Já o tempo que a bola leva para tocar o solo será o mesmo tempo que a garota tem para se deslocar ($t = 0,5$ s).

Assim, obtemos:

$$\Delta S_b = \Delta S_m = \Delta S_x = v_x \cdot t = 3 \cdot 0,5 = 1,5 \therefore \Delta S_m = \Delta S_b = 1,5 \text{ m}$$

2. Uerj

C5-H17

Três bolas – X, Y e Z – são lançadas da borda de uma mesa, com velocidades iniciais paralelas ao solo e mesma direção e sentido. A tabela a seguir mostra as magnitudes das massas e das velocidades iniciais das bolas.

Bolas	Massa (g)	Velocidade inicial (m/s)
X	5	20
Y	5	10
Z	10	8

As relações entre os respectivos alcances horizontais A_x , A_y e A_z das bolas X, Y e Z, com relação à borda da mesa, estão apresentadas em

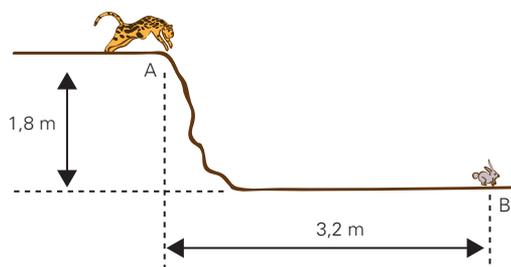
- a) $A_x < A_y < A_z$.
- b) $A_y = A_x = A_z$.
- c) $A_z < A_y < A_x$.
- d) $A_y < A_z < A_x$.

Os móveis que se deslocam em movimentos horizontais possuem velocidade constante. Portanto, a bola que tiver a maior velocidade inicial será a que terá o maior alcance.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

3. Acafe-SC – O puma é um animal que alcança velocidade de até 18 m/s e pode caçar desde roedores e coelhos até animais maiores como alces e veados. Considere um desses animais que deseja saltar sobre sua presa, nesse caso, um pequeno coelho, conforme a figura.



O puma chega ao ponto A com velocidade horizontal de 5 m/s e lança-se para chegar à presa que permanece imóvel no ponto B. Desconsiderando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, a alternativa **correta** é:

- a) O puma não vai cair sobre a presa, pois vai tocar o solo a 20 cm antes da posição do coelho.
- b) O puma cairá exatamente sobre o coelho, alcançando sua presa.
- c) O puma vai chegar ao solo, no nível do coelho, após 0,5 s do início de seu salto.
- d) O puma vai cair 30 cm a frente do coelho, dando possibilidade da presa escapar.

Como o exercício mostra que o puma realiza lançamento horizontal, logo o seu tempo de queda será igual ao tempo de deslocamento horizontal. Analisando os dois eixos, x e y, o puma terá velocidade inicial nula em y (v_{0y}) e velocidade de 5 m/s em x.

Na vertical:

$$\Delta S_y = v_{0y} \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta S_y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,8}{10}} = \sqrt{0,36} = 0,6$$

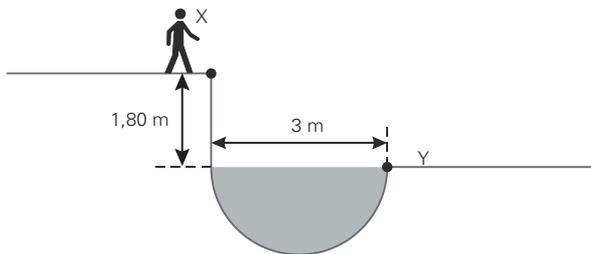
$$\therefore t = 0,6 \text{ s}$$

Na horizontal:

$$\begin{aligned} \Delta S_x &= v_x \cdot t \\ \Delta S_x &= 5 \cdot 0,6 = 3,0 \\ \therefore \Delta S_x &= 3,0 \text{ m} \end{aligned}$$

Como o coelho dista por 3,20 m e o puma cai a 3,00 m, este tocará o solo a 0,20 m = 20 cm antes da posição do coelho.

4. **IFCE** – A velocidade horizontal mínima necessária para uma pessoa pular do ponto X e atingir o ponto Y, como mostra a figura a seguir, deve ser de



Despreze a resistência do ar e considere a aceleração da gravidade como sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) 1 m/s.
 b) 5 m/s.
 c) 4 m/s.
 d) 8 m/s.
 e) 9 m/s.

Para determinarmos qual a velocidade mínima que a pessoa deve exercer para realizar o salto, primeiramente precisamos saber quanto tempo ela vai demorar para descer em queda livre.

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta S}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,8}{10}} = 0,6 \text{ s}$$

Descobrimos que ela demora 0,6 s para cair, logo deverá percorrer 3 m em 0,6 s, e a velocidade inicial que ela deverá exercer será:

$$v_{0x} = \frac{\Delta S_x}{\Delta t} = \frac{3}{0,6} = 5 \text{ m/s}$$

$$v_{0x} = 5 \text{ m/s}$$

5. **PUC-RJ** – Uma bola é lançada com velocidade horizontal de 2,5 m/s do alto de um edifício e alcança o solo a 5,0 m da sua base.

Despreze efeitos de resistência do ar e indique, em metros, a altura do edifício.

Considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) 10
 b) 2,0
 c) 7,5
 d) 20
 e) 12,5

No eixo horizontal, o movimento é retilíneo uniforme, assim obtemos o tempo de queda.

$$t = \frac{\Delta S_x}{v_x} = \frac{5}{2,5} = 2 \quad \therefore t = 2 \text{ s}$$

Usando esse tempo no eixo vertical, encontramos a altura H:

$$\Delta S_y = v_{0y} \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2 = 0 \cdot 2 + \frac{10}{2} \cdot 2^2 = 20$$

$$\therefore \Delta S_y = H = 20 \text{ m}$$

6. **Uerj (adaptado)** – Um trem em alta velocidade desloca-se ao longo de um trecho retilíneo a uma velocidade constante de 108 km/h. Um passageiro em repouso arremessa horizontalmente ao piso do vagão, de uma altura de 1 m, na mesma direção e sentido do deslocamento do trem, uma bola de borracha que atinge esse piso a uma distância de 5 m do ponto de arremesso.

Qual o intervalo de tempo, em segundos, que a bola leva para atingir o piso?

Por se tratar de um lançamento horizontal, o tempo de queda livre será

igual ao tempo de deslocamento horizontal do móvel.

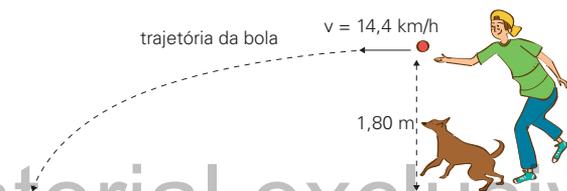
$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{10}} = \sqrt{0,20} = 0,45$$

$$\therefore t = 0,45 \text{ s}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. **IFCE** – Considere a figura a seguir, na qual Michele utiliza uma bola de tênis para brincar com seu cãozinho, Nonô.



Nessa situação, Michele arremessa a bola na direção horizontal para que Nonô corra em sua direção e pegue-a. Ao ser arremessada, a bola sai da mão de Michele a

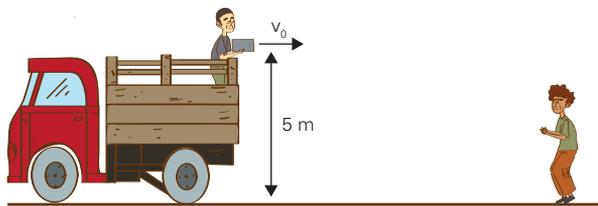
uma velocidade de 14,4 km/h e uma altura de 1,80 m do chão. Nesse instante, Nonô encontra-se junto aos pés de sua dona.

Dadas essas condições, o tempo máximo que Nonô terá para pegar a bola, antes que ela toque o chão pela primeira vez, é

Despreze o atrito da bola com o ar e considere a aceleração da gravidade com o valor $g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) 0,375 s.
 b) 0,6 s.
 c) 0,75 s.
 d) 0,25 s.
 e) 1,0 s.

8. IFCE – Da parte superior de um caminhão, a 5,0 metros do solo, o funcionário 1 arremessa, horizontalmente, caixas para o funcionário 2, que se encontra no solo para pegá-las. Se cada caixa é arremessada a uma velocidade de 8,0 m/s, da base do caminhão, o funcionário 2 deve ficar a que distância do caminhão para pegar as caixas?



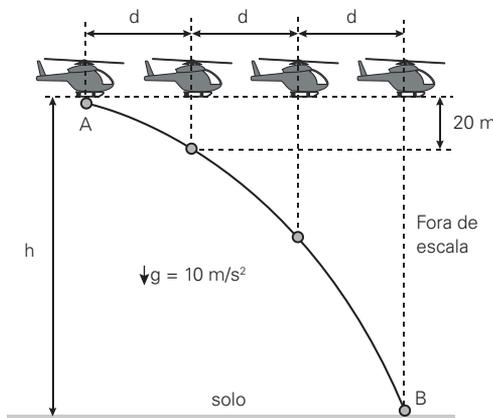
Considere a aceleração da gravidade $10,0 \text{ m/s}^2$ e despreze as dimensões da caixa e dos dois funcionários.

- a) 4,0 m.
- b) 5,0 m.
- c) 6,0 m.
- d) 7,0 m.
- e) 8,0 m.

9. PUCCamp (adaptado) – Do alto de uma montanha em Marte, na altura de 740 m em relação ao solo horizontal, é atirada horizontalmente uma pequena esfera de aço com velocidade de 30 m/s. Na superfície desse planeta, a aceleração gravitacional é de $3,7 \text{ m/s}^2$.

Por meio da vertical do ponto de lançamento, a que distância, em metros, a esfera toca o solo?

10. Famema-SP – Um helicóptero sobrevoa horizontalmente o solo com velocidade constante e, no ponto A, abandona um objeto de dimensões desprezíveis que, a partir desse instante, cai sob ação exclusiva da força peso e toca o solo plano e horizontal no ponto B. Na figura, o helicóptero e o objeto são representados em quatro instantes diferentes.



Considerando as informações fornecidas, é correto afirmar que a altura h de sobrevoo desse helicóptero é igual a

- a) 200 m.
- b) 220 m.
- c) 240 m.
- d) 160 m.
- e) 180 m.

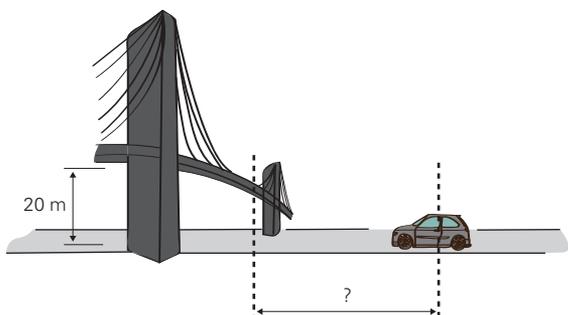
11. PUC-RJ – Um objeto é atirado, horizontalmente, com velocidade de 35 m/s da borda de um penhasco, em direção ao mar. O objeto leva $3,0 \text{ s}$ para cair na água. Calcule, em metros, a altura, acima do nível do mar, a partir da qual o objeto foi lançado.

Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze a resistência do ar.

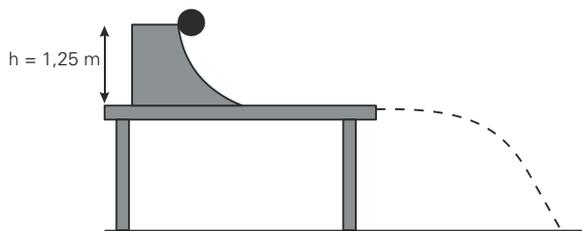
- a) 30
- b) 45
- c) 60
- d) 105
- e) 150

12. EEAR-SP (adaptado) – Um garoto que se encontra em uma passarela de altura 20 metros, localizada sobre uma estrada, observa um veículo com teto solar aproximando-se. Sua intenção é abandonar uma bolinha de borracha para que ela caia dentro do carro, pelo teto solar. Se o carro viaja na referida estrada com velocidade constante de 72 km/h , a que distância, em metros, do ponto diretamente abaixo da passarela sobre a estrada, deve estar o carro no momento em que o garoto abandonar a bola?

Despreze a resistência do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.



13. Cefet-MG – A figura a seguir exibe uma bola que é abandonada de uma rampa curva de 1,25 m de altura que está sobre uma mesa nas proximidades da Terra. Após liberada, a bola desce pela rampa, passa pelo plano horizontal da mesa e toca o solo 1,00 s após passar pela borda.



Desprezando-se qualquer tipo de atrito, avalie as afirmações a seguir e assinale **V** para as verdadeiras e **F** para as falsas.

() O alcance horizontal da bola a partir da saída da mesa é de 5,00 metros.

() Abandonando-se a bola a partir do repouso da borda da mesa, o tempo de queda até o solo é também de 1,00 s.

() Para se calcular o tempo de queda da bola a partir da saída da mesa, é necessário conhecer a massa da bola.

() Para se calcular o alcance da bola a partir da saída da mesa, é necessário conhecer a altura da mesa.

A sequência correta encontrada é

a) F, F, V, V.

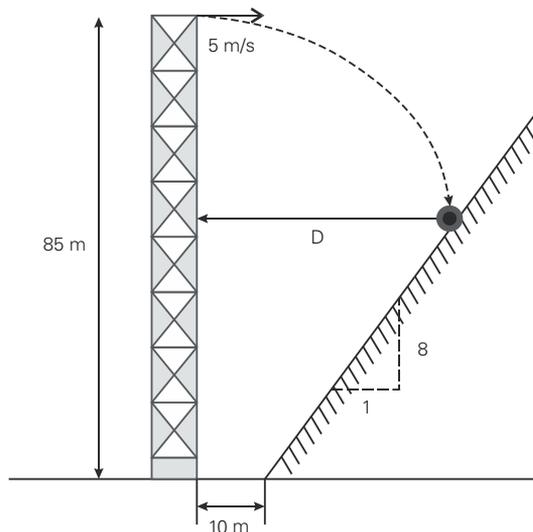
b) V, V, F, F.

c) F, V, F, V.

d) V, F, V, F.

14. EFOMM-RJ – Uma bola é lançada do topo de uma torre de 85 m de altura com uma velocidade horizontal de 5,0 m/s (ver figura). A distância horizontal D , em metros, entre a torre e o ponto onde a bola atinge o barranco (plano inclinado), vale

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$



a) 15

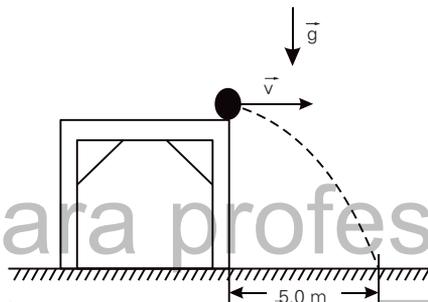
b) 17

c) 20

d) 25

e) 28

15. EsPCEx-SP/Aman-RJ – Uma esfera é lançada com velocidade horizontal constante de módulo $v = 5 \text{ m/s}$ da borda de uma mesa horizontal. Ela atinge o solo num ponto situado a 5 m do pé da mesa, conforme o desenho a seguir.



Desenho ilustrativo. Fora de escala.

ESTUDO PARA O ENEM

18. Uerj

C5-H17

Quatro bolas são lançadas horizontalmente no espaço a partir da borda de uma mesa que está sobre o solo. Veja na tabela a seguir algumas características dessas bolas.

Bolas	Material	Velocidade inicial ($m \cdot s^{-1}$)	Tempo de queda (s)
1	chumbo	4,0	t_1
2	vidro	4,0	t_2
3	madeira	2,0	t_3
4	plástico	2,0	t_4

A relação entre os tempos de queda de cada bola pode ser expressa como

- a) $t_1 = t_2 < t_3 = t_4$
- b) $t_1 = t_2 > t_3 = t_4$
- c) $t_1 < t_2 < t_3 = t_4$
- d) $t_1 = t_2 = t_3 = t_4$

19. UFJF-MG

C6-H1

Galileu, em seu livro *Diálogo sobre os dois principais sistemas do mundo*, apresentou a independência dos movimentos para, entre outras coisas, refutar a imobilidade da Terra. Em um de seus exemplos, ele descreve o seguinte: imagine um canhão na posição horizontal sobre uma torre, atirando paralelamente ao horizonte. Não importa se a carga da pólvora é grande ou pequena, e o projétil caia a 100 m ou 500 m, o tempo que os projéteis levam para chegar ao chão é o mesmo.

Diálogo sobre os dois principais sistemas do mundo. (Adaptado).

Em relação ao texto e à independência dos movimentos, julgue os itens a seguir.

- X. O texto apresenta uma ideia errada, pois a bala de canhão que percorre o maior trajeto permanece por maior tempo no ar.
- XI. Os tempos de lançamento das duas balas de canhão são os mesmos quando comparados ao tempo de queda de uma terceira bola que é abandonada da boca do canhão e cai até a base da torre.

XII. O texto não apresenta uma ideia correta sobre o lançamento de projéteis, pois, quanto maior a carga, maior o tempo que a bala de canhão permanece no ar.

XIII. O movimento da bala de canhão pode ser dividido em dois movimentos independentes: um na vertical e outro na horizontal.

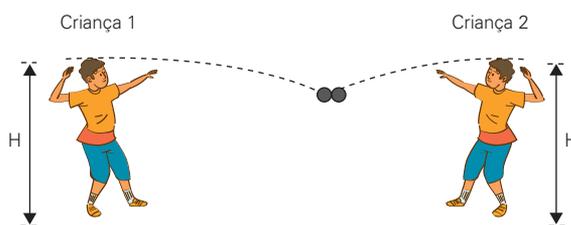
Os itens corretos são

- a) I, II e III.
- b) II e IV.
- c) II, III e IV.
- d) I, II e IV.
- e) I e IV.

20. Cefet-MG

C6-H1

João observa duas esferas idênticas, lançadas horizontalmente por duas crianças, 1 e 2, de uma mesma altura H , interceptarem-se antes de tocarem o chão, como mostra a figura a seguir.



Considerando-se que a resistência do ar é desprezível, João conclui sobre esse evento.

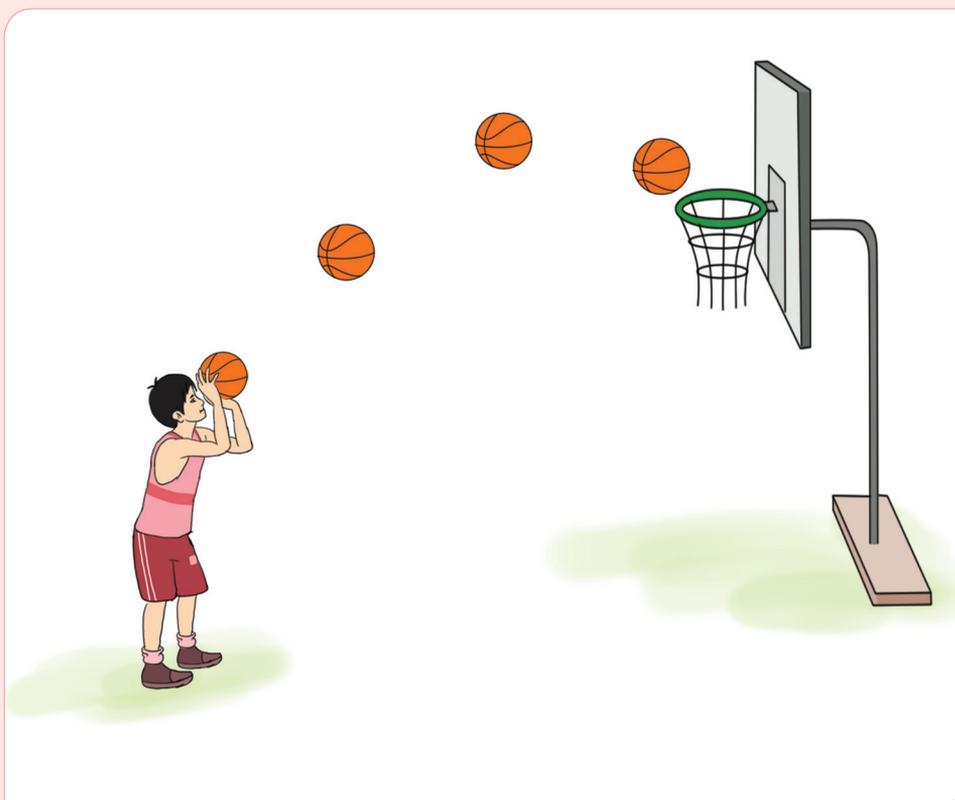
- I. A criança 1 arremessou a esfera um pouco antes da criança 2.
- II. A criança 2 imprimiu menor velocidade na esfera que a criança 1.
- III. A aceleração da esfera da criança 1 é menor que a esfera da criança 2, ao longo das trajetórias.

A(s) afirmativa(s) que expressa(m) a(s) conclusão(ões) correta(s) de João é(são)

- a) I.
- b) II.
- c) I e III.
- d) II e III.

LANÇAMENTO OBLÍQUO I

MOHD SUHAIL, PEARSON INDIA EDUCATION SERVICES PVT. LTD



Jogador arremessando obliquamente a bola para a cesta de basquetebol.

LANÇAMENTO OBLÍQUO

EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

Em diversos esportes, como vôlei, basquete, futebol, podemos notar que a bola, ao ser arremessada, descreve uma trajetória característica: a trajetória oblíqua, ou seja, movimenta-se tanto na horizontal quanto na vertical.

O lançamento oblíquo ocorre quando um corpo é lançado com velocidade inicial \vec{V}_0 em determinado ângulo de inclinação ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) com a horizontal. Nota-se que o corpo descreve uma trajetória parabólica em relação ao solo, caso a resistência do ar seja desprezível.

- Equações do movimento no lançamento oblíquo

HABILIDADES

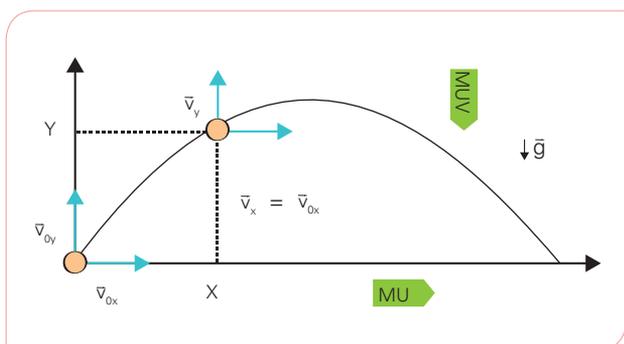
- Identificar as características do movimento em lançamento horizontal e/ou oblíquo.
- Calcular tempo de percurso, velocidade ou deslocamentos de objetos em lançamento horizontal e oblíquo, utilizando linguagem descritiva, algébrica e/ou gráfica.
- Diferenciar e calcular os diferentes componentes da velocidade e do deslocamento em lançamento horizontal e/ou oblíquo.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

De modo similar ao que vimos no capítulo de Lançamento Horizontal, o estudo do Lançamento Oblíquo pode ser feito pela composição de outros dois movimentos.

- Na horizontal, temos um Movimento Retilíneo Uniforme (MU), pois o componente horizontal da velocidade é constante.
- Na vertical, temos um Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MUV), pois o componente vertical da velocidade varia com o tempo, em razão da influência da aceleração da gravidade local, que é constante nas proximidades da superfície da Terra.

A decomposição da velocidade inicial em dois componentes ortogonais, no eixo horizontal (x) e no eixo vertical (y), é o ponto de partida para se obter as equações do movimento parabólico.



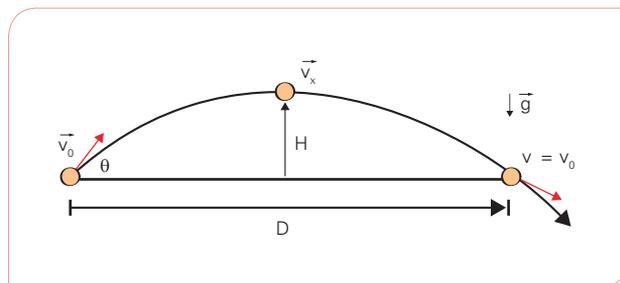
Características dos movimentos no lançamento oblíquo

O quadro a seguir resume as características dos movimentos componentes do lançamento oblíquo.

Tipo de movimento	Velocidade	Aceleração	Espaço
Movimento Horizontal (MU)	$v_x = v_{0x}$ (constante)	$a_x = 0$	$S = v_{0x} \cdot t$
Movimento Vertical (MUV)	$v_y = v_{0y} + g \cdot t$	$a_y = -g$	$y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

Considerando um objeto disparado do solo com uma velocidade formando um determinado ângulo θ com a horizontal, sob ação exclusiva da gravidade g , o objeto atingirá uma altura máxima H quando a sua velocidade vertical v_y se anular, ou seja, quando houver apenas velocidade horizontal v_x . Esse objeto, então, retorna ao solo com a mesma intensidade de velocidade v_0 com que foi lançado, uma vez que são desprezadas as forças dissipativas ao longo do movimento, após

percorrer uma distância horizontal D , denominada alcance, durante um tempo de voo T .



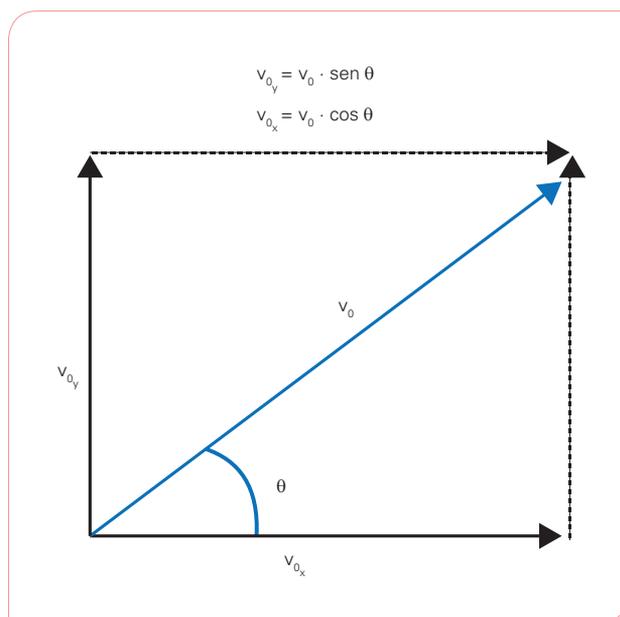
Em primeira análise, a altura máxima atingida H e o tempo de voo T podem ser obtidos por meio do movimento vertical (em y), utilizando-se as equações do movimento uniformemente variado, em função de v_0 , θ e g . Lembrando que no ponto de altura máxima a velocidade vertical se anula ($v_y = 0$), tem-se:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot a_y \cdot \Delta S_y$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot H$$

$$H = \frac{v_{0y}^2}{2 \cdot g}$$

Analisando-se o início do movimento, por meio da decomposição vetorial da velocidade inicial observada na figura a seguir, obtemos o valor da componente vertical da velocidade v_{0y} .



Substituindo o valor de v_0 na equação, temos:

$$H = \frac{v_{0y}^2}{2 \cdot g}$$

$$H = \frac{(v_0 \cdot \text{sen } \theta)^2}{2 \cdot g}$$

Como o tempo de subida ($t_s = t$) é igual ao tempo de descida ($t_d = t$), basta dobrar o tempo de subida para se obter o tempo de voo T .

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t$$

$$t = \frac{v_{0y}}{g}$$

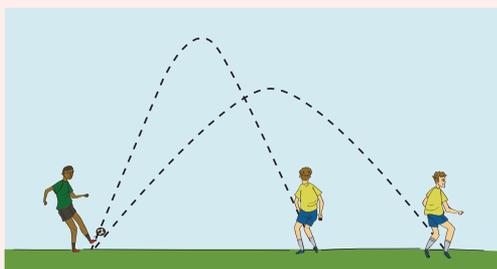
$$T = 2 \cdot t$$

$$T = \frac{2 \cdot v_{0y}}{g}$$

$$T = \frac{2 \cdot (v_0 \cdot \text{sen}\theta)}{g}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. UFF-RJ – Após um ataque frustrado do time adversário, o goleiro prepara-se para lançar a bola e armar um contra-ataque. Para dificultar a recuperação da defesa adversária, a bola deve chegar aos pés de um atacante no menor tempo possível. O goleiro vai chutar a bola, imprimindo sempre a mesma velocidade, e deve controlar apenas o ângulo de lançamento. A figura mostra as duas trajetórias possíveis da bola num certo momento da partida.



Assinale a alternativa que expressa se é possível ou não determinar qual desses dois jogadores receberia a bola no menor tempo. Despreze o efeito da resistência do ar.

- a) Sim, é possível, e o jogador mais próximo receberia a bola no menor tempo.
- b) Sim, é possível, e o jogador mais distante receberia a bola no menor tempo.**
- c) Os dois jogadores receberiam a bola em tempos iguais.
- d) Não, pois é necessário conhecer os valores da velocidade inicial e dos ângulos de lançamento.
- e) Não, pois é necessário conhecer o valor da velocidade inicial.

Resolução

No ponto mais alto, a componente vertical da velocidade é nula. Então, na vertical, temos uma queda livre a partir do repouso. O tempo de queda pode ser tirado da expressão $H = \frac{1}{2} g \cdot t^2$.

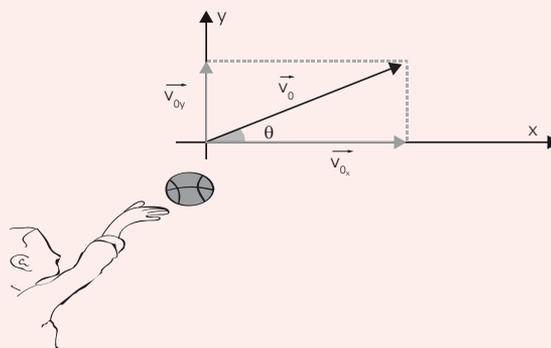
Sendo assim, quanto maior for a altura, maior será o tempo de queda.

Não podemos esquecer que os tempos de subida e descida são iguais.

Portanto, o tempo total é $T = 2 \cdot t_q$.

O menor tempo de voo da bola é aquele correspondente à menor altura, ou seja, ao jogador que está mais distante.

2. PUC-SP – Dois amigos, Berstáquio e Protásio, distam um do outro 25,5 m. Berstáquio lança obliquamente uma bola para Protásio que, partindo do repouso, desloca-se ao encontro da bola para segurá-la. No instante do lançamento, a direção da bola lançada por Berstáquio formava um ângulo θ com a horizontal, o que permitiu que ela alcançasse, em relação ao ponto de lançamento, a altura máxima de 11,25 m e uma velocidade de 8 m/s nessa posição. Desprezando o atrito da bola com o ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, podemos afirmar que a aceleração de Protásio, suposta constante, para que ele consiga pegar a bola no mesmo nível do lançamento, deve ser de



- a) $\frac{1}{2} \text{ m/s}^2$. c) $\frac{1}{4} \text{ m/s}^2$. e) $\frac{1}{10} \text{ m/s}^2$.
- b) $\frac{1}{3} \text{ m/s}^2$.** d) $\frac{1}{5} \text{ m/s}^2$.

Resolução

No ponto mais alto da trajetória, v_y , a componente vertical da velocidade é nula. O alcance D é de 25,5 m, a altura máxima H é de 11,25 m, $v_x = 8 \text{ m/s}$ e a aceleração da bola corresponde à aceleração gravitacional g igual a 10 m/s^2 .

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a\Delta S_y$$

$$0^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot (-10) \cdot 11,25$$

$$v_{0y} = \sqrt{20 \cdot 11,25}$$

$$v_{0y} = \sqrt{225} = 15$$

$$\therefore v_{0y} = 15 \text{ m/s}$$

Com o valor da componente vertical da velocidade, encontramos o tempo de subida (t).

$$v_y = v_{0y} + g \cdot t$$

$$0 = 15 + (-10) \cdot t$$

$$10 \cdot t = 15$$

$$t = \frac{15}{10} = 1,5$$

$$\therefore t = 1,5 \text{ s}$$

Já o tempo de voo (T) corresponde ao dobro do tempo de subida.

$$T = 2 \cdot t = 2 \cdot 1,5 = 3$$

$$\therefore T = 3,0 \text{ s}$$

Como a componente horizontal da velocidade é constante, temos:

$$A = v_x \cdot t = 8 \cdot 3 = 24$$

$$\therefore A = 24 \text{ m}$$

Assim, analisando o movimento de Protásio, obtemos:

$$\Delta S = D - A = 25,5 - 24 = 1,5$$

$$\therefore \Delta S = 1,5 \text{ m}$$

Já a aceleração será:

$$\Delta S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$a = \frac{2 \cdot \Delta S}{t^2} = \frac{2 \cdot 1,5}{3^2} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = \frac{1}{3} \text{ m/s}^2$$

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

ROTEIRO DE AULA

LANÇAMENTO OBLÍQUO

Características

- Movimento com trajetória parabólica
- Na altura máxima, a componente vertical da velocidade é nula.

Decomposição

- Velocidade inicial v_0 é decomposta em v_{0x} e v_{0y}
- Movimento uniforme na horizontal
- Movimento uniformemente variado na vertical

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Cefet-MG (adaptado) – Uma pedra é lançada para cima a partir do topo e da borda de um edifício de 16,8 m de altura a uma velocidade inicial $v_0 = 10$ m/s e faz um ângulo de $53,1^\circ$ com a horizontal. A pedra sobe e, em seguida, desce em direção ao solo. Qual o tempo, em segundos, para que ela chegue ao solo?

Resolução

Para calcular o tempo de voo, precisamos saber qual a componente vertical da velocidade inicial do projétil (v_{0y}).

$$\theta = 53,1^\circ; \text{sen } 53,1^\circ = 0,800; y_0 = 16,8 \text{ m}; a = g = -10 \text{ m/s}^2; v_0 = 10 \text{ m/s}; v_{0y} = ?$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } \theta = v_0 \cdot \text{sen } 53,1^\circ = 10 \cdot 0,8 = 8 \quad \therefore v_{0y} = 8 \text{ m/s}$$

Com o valor da velocidade vertical inicial, escrevemos a equação horário do movimento vertical do projétil.

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$y = 16,8 + 8 \cdot t + \frac{(-10)}{2} \cdot t^2 \Rightarrow y = 16,8 + 8t - 5t^2$$

E encontramos as raízes da equação:

$$\Delta = 8^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (16,8) = 64 + 336 = 400$$

$$t_1 = \frac{-8 + \sqrt{400}}{2 \cdot (-5)} = \frac{12}{-10} = -1,2 \text{ s (desprezado)}$$

$$t_2 = \frac{-8 - \sqrt{400}}{2 \cdot (-5)} = \frac{-28}{-10} = 2,8 \text{ s} \quad \therefore t = 2,8 \text{ s}$$

Portanto, a pedra leva 2,8 s para chegar ao solo.

2. PUC-PR

C5-H17

Durante um jogo de futebol, um goleiro chuta uma bola fazendo um ângulo de 30° com relação ao solo horizontal. Durante a trajetória, a bola alcança uma altura máxima de 5,0 m. Considerando que o ar não interfere no movimento da bola, qual a velocidade que a bola adquiriu logo após sair do contato do pé do goleiro?

Use $g = 10$ m/s².



- a) 5 m/s
- b) 10 m/s
- c) 20 m/s
- d) 25 m/s
- e) 50 m/s

Na altura máxima do movimento, a componente vertical é nula ($v_y = 0$).

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$0 = v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot H_{\text{máx}}$$

$$v_{0y} = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_{\text{máx}}}$$

$$v_{0y} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore v_{0y} = 10 \text{ m/s}$$

Como o ângulo de lançamento da bola é de 30° , é possível calcular a velocidade inicial (v_0) da bola.

$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } 30^\circ$$

$$v_0 = \frac{v_{0y}}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 20$$

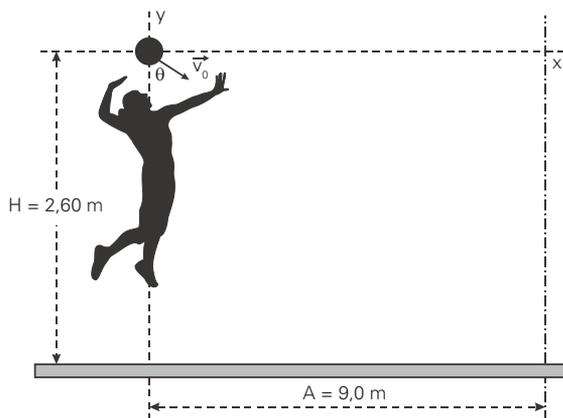
$$\therefore v_{0y} = 20 \text{ m/s}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

3. IFBA (adaptado)

– Uma jogadora de vôlei rebate uma bola na linha da rede, a uma altura de 2,60 m, com módulo da velocidade inicial v_0 , formando ângulo θ com a direção vertical, num local onde a gravidade vale 10 m/s².



A distância máxima da rede à linha de fundo é de 9,0 m. Considerando que a bola leva 0,2 s para atingir essa marca e que a resistência do ar é desprezível, determine o módulo das componentes iniciais (v_{0x} e v_{0y}) da velocidade da bola, em m/s.

Análise do movimento em x (MU):

$$\Delta S_x = v_{0x} \cdot t$$

$$v_{0x} = \frac{\Delta S_x}{t} = \frac{9}{0,2} = 45$$

$$\therefore |v_{0x}| = 45 \text{ m/s}$$

Análise do movimento em y (MUV), sendo $S_y = H$ e $S_{0y} = H_0$

$$S_y = S_{0y} + v_{0y} \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$0 = 2,6 + v_{0y} \cdot 0,2 + \frac{(-10)}{2} \cdot (0,2)^2$$

$$0 = 2,6 + v_{0y} \cdot 0,2 - 0,2$$

$$v_{0y} = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\therefore |v_{0y}| = 12 \text{ m/s}$$

4. Mackenzie-SP (adaptado) – Um míssil AX100 é lançado obliquamente, com velocidade de 800 m/s, formando um ângulo de 30° com a direção horizontal. No mesmo instante, de um ponto situado a 12,0 km do ponto de lançamento do míssil, no mesmo plano horizontal, é lançado um projétil caça míssil, verticalmente para cima, com o objetivo de interceptar o míssil AX100. Determine a velocidade inicial de lançamento do projétil caça míssil, para ocorrer a interceptação desejada.

O míssil AX100 e o projétil devem ser lançados simultaneamente e com a mesma velocidade em relação ao eixo y, pois isso garante que estarão sempre com a mesma altura e, em razão desse fato, poderá haver a interceptação do míssil.

Assim, temos:

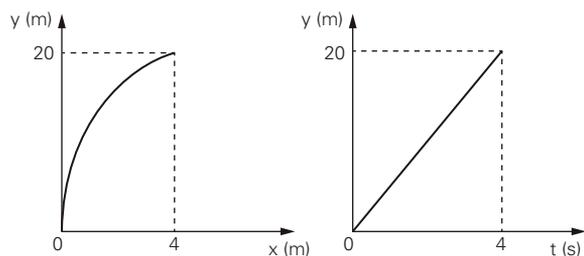
$$v_{0,M} = v_{0,M} \cdot \sin 30^\circ = 800 \cdot 0,5 = 400$$

$$v_{0,P} = v_{0,M}$$

$$v_{0,P} = 400 \text{ m/s}$$

5. Escola Naval-RJ – Os gráficos a seguir foram obtidos da trajetória de um projétil, sendo y a distância vertical e x a distância horizontal percorrida pelo projétil. A componente vertical da velocidade, em m/s, do projétil no instante inicial vale

Dado: $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$



- a) 0
- b) 5,0
- c) 10
- d) 17
- e) 29**

Resolução

O primeiro gráfico mostra a relação entre o espaço percorrido nos eixos x e y. Porém, para descobrir a componente vertical da velocidade inicial do projétil, precisamos do tempo que ele leva para percorrer 4 m no eixo x, já que essa medida se relaciona com a posição 20 m no eixo y. Logo, usamos o segundo gráfico, que representa um MU, para calcular o tempo de voo do projeto.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20}{4} = 5 \text{ m/s} \Rightarrow \Delta t' = \frac{\Delta x'}{v} = \frac{4}{5} = 0,8 \quad \therefore \Delta t' = t = 0,8 \text{ s}$$

Analisando o primeiro gráfico, notamos que o projétil possui MUV, com aceleração negativa ($g = -10 \text{ m/s}^2$). Assim, temos:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$20 = 0 + v_{0y} \cdot 0,8 + \frac{(-10)}{2} \cdot 0,8^2 \Rightarrow v_{0y} = 29 \text{ m/s}$$

6. PUC-RJ (adaptado) – Um projétil é lançado com uma velocidade escalar inicial de 20 m/s com uma inclinação de 30° com a horizontal, estando inicialmente a uma altura de 5,0 m em relação ao solo.

A altura máxima que o projétil atinge, em relação ao solo, medida em metros, é

Considere a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) 5
- b) 10**
- c) 15
- d) 20
- e) 25

Para calcular a altura máxima, precisamos saber qual a componente vertical da velocidade inicial do projétil.

$$\theta = 30^\circ;$$

$$y_0 = 5,0 \text{ m};$$

$$a = g = -10 \text{ m/s}^2;$$

$$v_0 = 20 \text{ m/s};$$

$$v_{0y} = ?$$

$$y = h \text{ (altura máxima)}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \theta = v_0 \cdot \sin 30^\circ = 20 \cdot 0,5 = 10$$

$$\therefore v_{0y} = 10 \text{ m/s}$$

Para o ponto de altura máxima, a velocidade vertical do projétil é nula ($v_y = 0$) e $\Delta S_y = h - h_0 = h - 5,0$.

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S_y$$

$$0^2 = 10^2 + 2 \cdot (-10) \cdot (h - 5,0)$$

$$20 \cdot h = 100 + 100 = 200$$

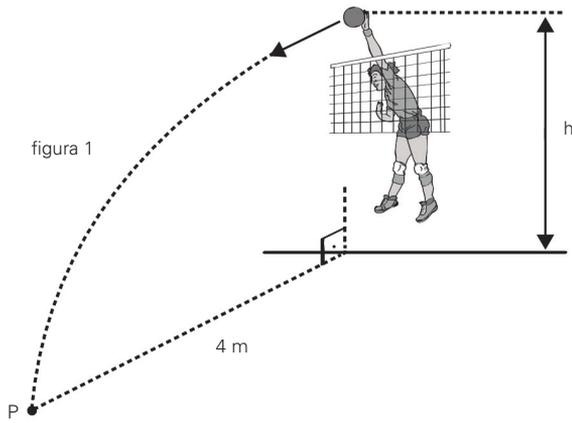
$$h = \frac{200}{20} = 10$$

$$\therefore h = 10,0 \text{ m}$$

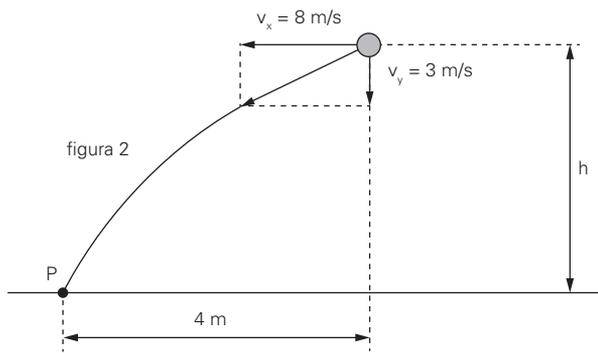
Desprezando a resistência do ar e considerando que $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$; e $\sqrt{2} = 1,4$, é **correto** afirmar que

- a) a altura máxima atingida pela bola é de 20,0 m.
- b) o tempo total em que a bola permanece no ar é de 4 s.
- c) a velocidade da bola é nula, ao atingir a altura máxima.
- d) a bola chega ao solo com velocidade de módulo igual a 10 m/s.
- e) a velocidade da bola tem módulo igual a 14 m/s ao atingir a altura máxima.

12. UFTM-MG – Num jogo de vôlei, uma atacante acerta uma cortada na bola no instante em que a bola está parada numa altura h acima do solo. Devido à ação da atacante, a bola parte com velocidade inicial V_0 , com componentes horizontal e vertical, respectivamente em módulo, $V_x = 8 \text{ m/s}$ e $V_y = 3 \text{ m/s}$, como mostram as figuras 1 e 2.



Após a cortada, a bola percorre uma distância horizontal de 4 m, tocando o chão no ponto P.



Considerando que, durante seu movimento, a bola ficou sujeita apenas à força gravitacional e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, a altura h , em m, onde ela foi atingida, corresponde a

- a) 2,25
- b) 2,50
- c) 2,7
- d) 3,00
- e) 3,25

13. UFPR – Na cobrança de uma falta durante uma partida de futebol, a bola, antes do chute, está a uma distância horizontal de 27 m da linha do gol. Após o chute, ao cruzar a linha do gol, a bola passou a uma altura de 1,35 m do chão quando estava em movimento descendente, e levou 0,9 s nesse movimento. Despreze a resistência do ar e considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

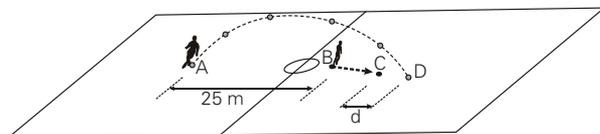
- a) Calcule o módulo da velocidade na direção vertical no instante em que a bola foi chutada.
- b) Calcule o ângulo, em relação ao chão, da força que o jogador imprimiu sobre a bola pelo seu chute.
- c) Calcule a altura máxima atingida pela bola em relação ao solo.

14. UPF-RS (adaptado) – Na Copa do Mundo de 2014, alguns gols foram marcados por cobranças de falta. Nessa situação, considere que um jogador bate uma falta de modo que a velocidade inicial da bola forma um ângulo de 45° com o plano do gramado. Depois de 2 s de voo, a bola bate na parte superior da trave, que está a 2,4 m de altura do plano do gramado. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando os efeitos do atrito com o ar, pode-se dizer que a distância, em metros, do ponto onde foi batida a falta até a trave, é de, aproximadamente

- a) 22
- b) 32
- c) 42
- d) 52
- e) 62

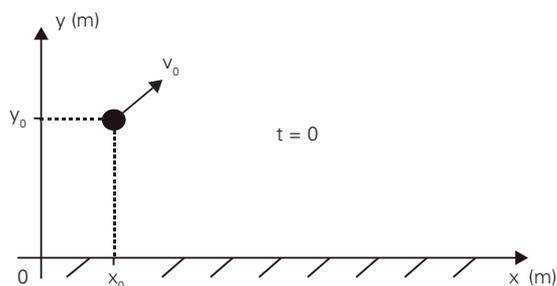
15. EN-RJ – Conforme mostra a figura a seguir, em um jogo de futebol, no instante em que o jogador situado no ponto **A** faz um lançamento, o jogador situado no ponto **B**, que inicialmente estava parado, começa a correr com aceleração constante igual a $3,00 \text{ m/s}^2$, deslocando-se até o ponto **C**. Esse jogador chega em **C** no instante em que a bola toca o chão no ponto **D**. Todo o movimento se processa em um plano vertical, e a distância inicial entre **A** e **B** vale $25,0 \text{ m}$. Sabendo-se que a velocidade inicial da bola tem módulo igual a $20,0 \text{ m/s}$ e faz um ângulo de 45° com a horizontal, o valor da distância, **d**, entre os pontos **C** e **D**, em metros, é

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$



- a) 1,00
- b) 3,00
- c) 5,00
- d) 12,0
- e) 15,0

16. EN-RJ – Analise a figura a seguir.



Conforme indica a figura anterior, no instante $t=0$, uma partícula é lançada no ar, e sua posição em função do tempo é descrita pela equação $\vec{r}(t) = (6,0 \cdot t + 2,5)\hat{i} + (-5,0 \cdot t^2 + 2,0 \cdot t + 8,4)\hat{j}$, com r em metros e t em segundos. Após $1,0$ segundo, as medidas de sua altura do solo, em metros, e do módulo da sua velocidade, em m/s , serão, respectivamente, iguais a

- a) 3,4 e 10
- b) 3,6 e 8,0
- c) 3,6 e 10
- d) 5,4 e 8,0
- e) 5,4 e 10

17. Uema

Os professores de História e de Física lançaram um desafio a uma turma de terceiro ano do Ensino Médio, para que compreendessem alguns métodos de combate em larga escala. O professor de História descreveu alguns combates medievais, onde eram feitos cercos a castelos de grandes muralhas. Com o objetivo de causar maior dano aos castelos, e assim levá-los à rendição, os exércitos invasores faziam uso de

grandes catapultas, capazes de atirar enormes projéteis para dentro das muralhas dos castelos.

O professor de Física forneceu o seguinte diagrama esquemático:



Com base nele, explicou que os projéteis eram lançados com uma velocidade inicial v_0 e um ângulo θ em relação ao plano. Considerando que o projétil parte da origem do sistema de coordenadas, os deslocamentos serão dados em função do tempo (em segundos) por

$$x(t) = v_0 \cos \theta \cdot t \quad \text{e} \quad y(t) = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

a) Esboce o gráfico do deslocamento de y em função do tempo.

b) Qual valor mínimo da velocidade inicial v_0 deve ser imposto ao projétil para que, ao ser lançado com ângulo $\theta = 45^\circ$, ultrapasse a muralha de 18 metros de altura com 2 metros de folga? Use $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $\sqrt{2} = 1,41$.

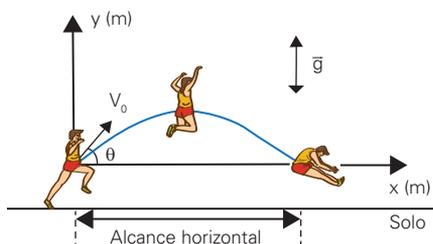
c) A que distância da muralha a catapulta se encontra, ou seja, qual o valor de d ?

ESTUDO PARA O ENEM

18. FCMH-SP

C1-H13

Em uma competição de salto em distância, um atleta dá um salto com uma velocidade inicial de módulo $v_0 = 10 \text{ m/s}$, formando um ângulo θ com a horizontal, tal que $\sin \theta = 0,3$ e $\cos \theta = 0,9$. A linha azul, indicada na figura, representa a trajetória do centro de massa do atleta durante o salto.



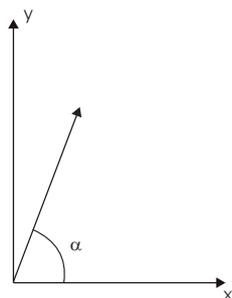
Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando a resistência do ar, o alcance horizontal desse salto é de

- a) 10,8 m.
- b) 2,8 m.
- c) 5,4 m.
- d) 8,0 m.
- e) 6,5 m.

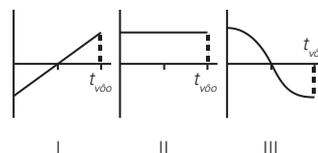
19. UFRGS-RS

C5-H17

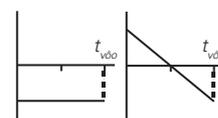
Em uma região onde a aceleração da gravidade tem módulo constante, um projétil é disparado a partir do solo, em uma direção que faz um ângulo α com a direção horizontal, conforme representado na figura a seguir.



Assinale a opção que, desconsiderando a resistência do ar, indica os gráficos que melhor representam, respectivamente, o comportamento da componente horizontal e o da componente vertical, da velocidade do projétil, em função do tempo.



I II III



IV V

- a) I e V
- b) II e V
- c) II e III
- d) IV e V
- e) V e II

20. CPS-SP (adaptado)

C1-H3

“O importante não é competir, e sim celebrar.”

Em sua sabedoria milenar, a cultura indígena valoriza muito o celebrar. Suas festas são manifestações alegres de amor à vida e à natureza. Depois de contatos com outras culturas, as comunidades indígenas criaram diversos mecanismos políticos, sociais e econômicos. Foi nesse contexto que nasceu a ideia dos Jogos dos Povos Indígenas, cujo objetivo é unir as comunidades. Todos participam, promovendo a integração entre as diferentes tribos por meio de sua cultura e esportes tradicionais.

TERENA, Carlos Justino. Disponível em: <http://www.funai.gov.br/indios/jogos/jogos_indigenas.htm>. Acesso em: 29 ago. 2010. (Adaptado).

Desde outubro de 1996, os Jogos dos Povos Indígenas são realizados, em diversas modalidades, com a participação de etnias de todo o Brasil. Uma dessas modalidades é o arco e flecha, em que o atleta tem direito a três lances contra um peixe desenhado num alvo, que fica a 30 metros de distância.

Ao preparar o lance, percebe-se que o atleta mira um pouco acima do alvo. Isso se deve a (à)

- a) baixa tecnologia do equipamento, já que não possui sistema de mira adequado.
- b) uma das técnicas empregadas, em que, para acertar o alvo, deve-se lançar a flecha em movimento oblíquo.
- c) inadequada percepção do tamanho do alvo, em razão da distância.
- d) rotação da Terra que modifica a trajetória da flecha.

16

LANÇAMENTO OBLÍQUO II

- Situações de alcance máximo no lançamento oblíquo

HABILIDADES

- Identificar as características do movimento em lançamento horizontal e/ou oblíquo.
- Calcular tempo de percurso, velocidade ou deslocamento de objetos em lançamentos horizontal e oblíquo, utilizando linguagens descritiva, algébrica e/ou gráfica.
- Diferenciar e calcular os diferentes componentes da velocidade e do deslocamento em lançamentos horizontal e/ou oblíquo.



TECHNOTRY/STOCKPHOTO

Salto em distância feminino

O salto em distância é praticado desde os Jogos Olímpicos da Grécia Antiga. Os homens começaram a competir em 1896 e, em 1948, foi a vez das mulheres. O recordista mundial é Mike Powell, dos Estados Unidos. Em 1991, em Tóquio, ele saltou 8,95 m. Galina Chistyakova, da União Soviética, saltou 7,52 m em 1988, em Leningrado, e é a recordista mundial feminina. O recorde mundial em 1986 era de 6,35 m e passou a ser 8,95 m com o decorrer dos anos. Carl Lewis foi quatro vezes campeão olímpico em 1984, 1988, 1992 e 1996. A atleta brasileira Maurren Higa Maggi é a 12ª colocada no *ranking* de recordes mundiais. Ela saltou 7,26 m, em Bogotá, em 1999. O primeiro recorde brasileiro foi da atleta Elizabeth Clara Muler, que ganhou o I Campeonato Brasileiro em 1940. Elizabeth saltou 4,83 m. O atleta Jaime R. Bordalo Freire foi o primeiro recordista brasileiro, em 1925, no I Campeonato Brasileiro, com a marca de 5,06 m.

Os atletas correm em uma pista demarcada com borracha e saltam o mais longe possível para dentro de uma caixa de areia ou de cascalho. Na hora do salto, o atleta lança os dois pés para a frente, assim seus pés são os primeiros a marcarem o chão. Essa deve ser a marca que servirá para a medição da distância. O oficial da prova medirá da plataforma de decolagem até a marca na areia para saber o resultado.

ALVES, Everson. "Salto em distância". Disponível em: <<https://www.atletx.com.br/atletismo/provas/salto-em-distancia>>. Acesso em: set. 2018.

Em física, a maior distância percorrida pelo atleta é chamada de alcance máximo. Utilizando as equações do módulo anterior, é possível chegar a uma relação que define o alcance máximo, que corresponde ao deslocamento horizontal durante o tempo de voo:

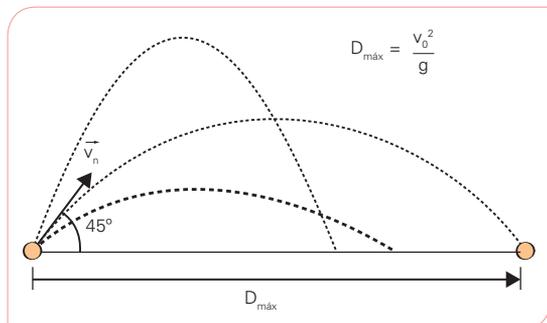
$$D = V_{0x} \cdot T$$

$$D = v_0 \cdot \cos \theta \cdot \left[\frac{2 \cdot (v_0 \cdot \sin \theta)}{g} \right] = \frac{v_0^2 \cdot 2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{g}$$

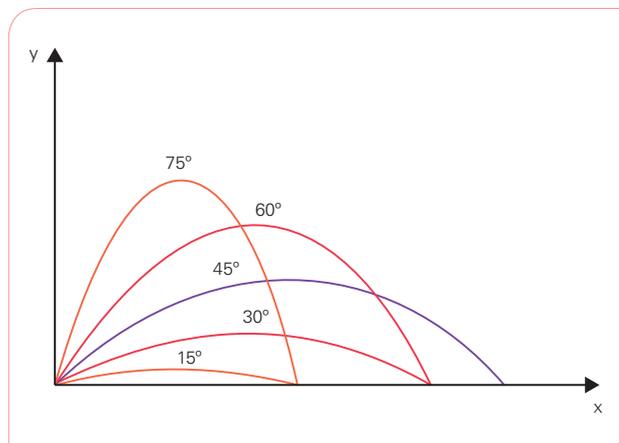
$$D = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$$

De acordo com a expressão do alcance D , conclui-se que, entre todos os ângulos de disparo θ , aquele que propicia o maior alcance horizontal é o de 45° , pois $\sin 2\theta$ será máximo e igual a 1 quando 2θ for 90° , ou seja, quando $\theta = 45^\circ$, logo o alcance horizontal máximo corresponde a:

$$D_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{g}$$



Para ângulos de lançamentos complementares, isto é, $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$, os respectivos alcances serão iguais: $D_1 = D_2$.

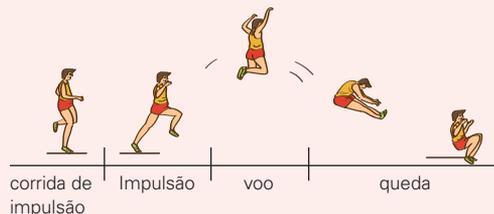


EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Fac. Albert Einstein-SP – Na modalidade esportiva do salto em distância, o esportista, para fazer o melhor salto, deve atingir a velocidade máxima antes de saltar, aliando-a ao melhor ângulo de entrada no momento do salto que, nessa modalidade, é 45° . Considere uma situação hipotética em que um atleta, no momento do salto, alcance a velocidade de $43,2 \text{ km/h}$, velocidade próxima do recorde mundial dos 100 metros rasos, que é de $43,9 \text{ km/h}$. Despreze o atrito com o ar enquanto ele está em “voo” e considere o saltador como um ponto material situado em seu centro de gravidade. Nessas condições, qual seria, aproximadamente, a distância alcançada no salto?

Adote o módulo da aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 .

Dados: $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 0,7$



Disponível em: <<https://sites.google.com/site/edfisicaempic/educacao-fisica-corpo-e-mente/atletismo/>>

- a) 7 m b) 10 m c) 12 m d) 14 m

Resolução

Como 45° corresponde ao ângulo em que o alcance é máximo (D), temos:

$$v_0 = 43,2 \text{ km/h} = 12 \text{ m/s}$$

$$D_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{g} = \frac{12^2}{10} = \frac{144}{10} = 14,4$$

$$\therefore D_{\text{máx}} \approx 14 \text{ m}$$

2. UFSC (adaptado)

O lançamento do dardo é um esporte relacionado ao atletismo e é praticado por homens e mulheres. É uma modalidade olímpica que consiste em arremessar o mais longe possível um dardo, no caso dos homens, com $800,0 \text{ g}$ de massa e comprimento de $2,70 \text{ m}$. O recorde mundial masculino é de $98,48 \text{ m}$ e o recorde olímpico é de $90,17 \text{ m}$. Em um lançamento do dardo, o atleta aplica uma técnica

que resulta em um lançamento que faz entre 30° e 45° com a horizontal e uma velocidade de aproximadamente $100,0 \text{ km/h}$. Vamos considerar um lançamento de 30° , velocidade de 25 m/s , admitir o dardo como um ponto material, desconsiderar qualquer tipo de atrito e definir que a aceleração da gravidade seja de 10 m/s^2 .



Com base no que foi exposto, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

Dados: $\sin 30^\circ = 0,5$; $\cos 30^\circ = 0,8$

- 01) A altura máxima alcançada pelo dardo é de aproximadamente $31,25 \text{ m}$.
 02) O alcance horizontal do dardo depende dos seguintes fatores: velocidade de lançamento, ângulo de lançamento e massa do dardo.
 04) Podemos considerar a situação pós-lançamento do dardo até a chegada em solo como sistema conservativo.
 Dê a soma da(s) proposição(ões) correta(s).

Resolução

04 (04)

01. Incorreta. A altura máxima (H) será:

$$H = \frac{(v_0 \cdot \sin \theta)^2}{2g} = \frac{25 \cdot 0,5^2}{2 \cdot 10} = 11,25 \text{ m}$$

02. Incorreta. O alcance máximo (D) independe da massa:

$$D = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$$

04. Correta, pois o sistema é conservativo, já que os efeitos do ar foram desprezados.

ROTEIRO DE AULA

LANÇAMENTO OBLÍQUO

Alcance máximo

$$D_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{g}$$

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. EsPCEX-SP/Aman-RJ – Um projétil é lançado obliquamente, a partir de um solo plano e horizontal, com uma velocidade que forma com a horizontal um ângulo α e atinge a altura máxima de 8,45 m.

Sabendo que, no ponto mais alto da trajetória, a velocidade escalar do projétil é 9,0 m/s, pode-se afirmar que o alcance horizontal do lançamento é

Dados: intensidade da aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, despreze a resistência do ar.

- a) 11,7 m.
- b) 17,5 m.**
- c) 19,4 m.
- d) 23,4 m
- e) 30,4 m.

Com os dados fornecidos pelo problema, é possível calcular o tempo de subida do projétil.

$$t_s = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta S_y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,45}{10}} = \sqrt{\frac{16,9}{10}} = \sqrt{1,69} = 1,3$$

$$\therefore t_s = 1,3 \text{ s}$$

Como o tempo de subida é o mesmo que o tempo de descida, obtemos o tempo de voo (T). Sabendo que o móvel possui velocidade horizontal (v_x) de 9,0 m/s e que essa velocidade é constante, conseguimos calcular o alcance horizontal (D) do projétil.

$$T = 2 \cdot t_s = 2 \cdot 1,3 = 2,6$$

$$\therefore T = 2,6 \text{ s}$$

$$D = v_x \cdot T = 9 \cdot 2,6 = 23,4$$

$$\therefore D = 23,4 \text{ m}$$

2. PUC-PR – Durante um jogo de futebol, um goleiro chuta uma bola fazendo um ângulo de 30° com relação ao solo horizontal. Durante a trajetória, a bola alcança uma altura máxima de 5,0 m. Considerando que o ar não interfere no movimento da bola, qual a velocidade que a bola adquiriu logo após sair do contato do pé do goleiro? Use $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) 5 m/s
- b) 10 m/s**
- c) 20 m/s**
- d) 25 m/s
- e) 50 m/s

Sabendo que na posição da altura máxima a componente vertical da velocidade é zero, utilizando a equação de Torricelli, podemos dizer que:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$0 = v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot H_{\text{máx}}$$

$$v_{0y}^2 = 2 \cdot 10 \cdot 5$$

$$v_{0y} = \sqrt{100}$$

$$v_{0y} = 10 \text{ m/s}$$

Note que a aceleração neste movimento é em módulo igual à aceleração da gravidade.

Porém, $a = -g$; em razão da aceleração da gravidade, no movimento analisado, está contra o movimento.

Sabendo que o ângulo de lançamento da bola é de 30° , podemos encontrar a velocidade inicial da bola.

$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } 30^\circ$$

$$v_0 = \frac{v_{0y}}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 20 \text{ m/s}$$

3. PUCcamp-SP – Um objeto foi lançado obliquamente de uma superfície plana e horizontal, de modo que o valor da componente vertical de sua velocidade inicial era $v_{0y} = 30 \text{ m/s}$ e o da componente horizontal era $v_{0x} = 8,0 \text{ m/s}$.

Considerando a aceleração gravitacional igual a 10 m/s^2 e desprezando a resistência do ar, o alcance horizontal do objeto foi

- a) 12 m.
- b) 24 m.
- c) 48 m.**
- d) 78 m.
- e) 240 m.

Com as informações dadas, calculamos o tempo de subida.

$$v_y = v_{0y} - gt_s \Rightarrow 0 = 30 - 10 \cdot t_s \Rightarrow t_s = 3 \text{ s}$$

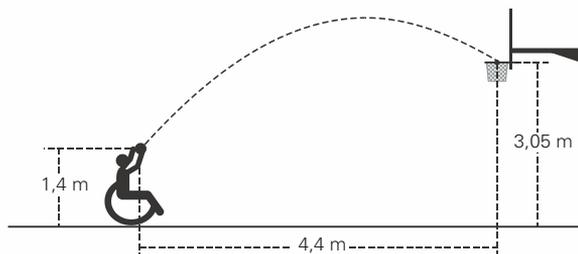
O tempo de voo é o dobro do tempo de subida ($T = 2t_s$).

$$D = v_{0x} \cdot T = v_{0x} \cdot 2 \cdot t_s \Rightarrow D = 8 \cdot 6 = 48 \therefore D = 48 \text{ m}$$

4. UFPR (adaptado)

C5-H17

Nas Paralimpíadas, recentemente realizadas no Brasil, uma das modalidades esportivas disputadas foi o basquetebol. Em um determinado jogo, foi observado que um jogador, para fazer a cesta, arremessou a bola quando o centro de massa dessa bola estava a uma altura de 1,4 m. O tempo transcorrido desde o instante em que a bola deixou a mão do jogador até ter o seu centro de massa coincidindo com o centro do aro foi de 1,1 s. No momento do lançamento, o centro de massa da bola estava a uma distância horizontal de 4,4 m do centro do aro da cesta, estando esse aro a uma altura de 3,05 m, conforme pode ser observado na figura a seguir.



Considerando que a massa da bola é igual a 600 g, que a resistência do ar é desprezível e que o valor absoluto da aceleração da gravidade é de 10 m/s^2 , determine, utilizando todas as unidades no Sistema Internacional de Unidades,

a) a velocidade horizontal da bola ao atingir o centro do aro da cesta de basquete;

No lançamento oblíquo, desprezando as forças resistivas, a componente horizontal da velocidade da bola é constante. Assim, temos:

$$v_{0x} = \frac{\Delta S_x}{t} = \frac{4,4}{1,1} = 4 \therefore v_{0x} = 4 \text{ m/s}$$

b) a velocidade inicial vertical da bola.

A componente vertical da velocidade possui movimento uniformemente variado. Assim, temos:

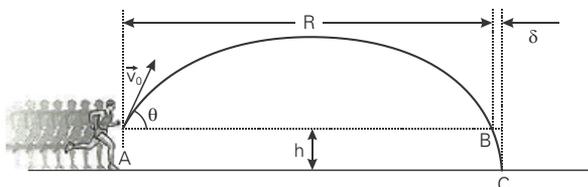
$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow 3,05 = 1,4 + v_{0y} \cdot 1,1 + \frac{(-10)}{2} \cdot 1,1^2 \Rightarrow$$

$$3,05 = 1,4 + 6,05 = 1,1 \cdot v_{0y} \therefore v_{0y} = 7 \text{ m/s}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

5. EBMSP-BA



DURAN, José Henrique Rodas. *Biofísica: conceitos e aplicações*, 2. ed. São Paulo: Pearson, 2011. p.40.

A figura representa o movimento do centro de massa de um atleta que realiza um salto em distância.

Desprezando-se o efeito da resistência do ar, considerando-se o módulo da aceleração da gravidade local igual a g e sabendo-se que o centro de massa está a uma altura h acima da superfície horizontal, é correto afirmar:

- a) O tempo do salto é igual ao dobro do tempo de subida.
 b) O módulo do vetor velocidade v_0 é igual a $v_0 \cdot \sin \theta + v_0 \cdot \cos \theta$.
 c) O tempo gasto pelo salto em distância é determinado pela expressão $h = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$.
 d) O intervalo de tempo t necessário para que a posição do centro de massa do atleta se desloque do ponto B até C é determinado pela expressão $h = \frac{g}{2} \cdot t^2$.
 e) A distância AC é igual a $\frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2 \cdot \theta) + v_0 \cdot \cos \theta \cdot t$, sendo t o tempo gasto para percorrer a altura h em lançamento vertical de cima para baixo, com velocidade inicial de módulo $v_0 \cdot \sin \theta$.

Analisando primeiro o eixo y , temos:

$$S_y = S_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$H = 0 + v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$\therefore H = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

No final do trecho AB, a altura atingida será 0.

$$H = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$0 = \left(v_0 \cdot \sin \theta - \frac{g}{2} \cdot t \right)$$

$$\therefore t' = 0 \text{ (descartado)} \text{ e } t'' = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \theta}{g}$$

Já o deslocamento em x no trecho AB será:

$$S_{AB} = v_{0x} \cdot t'' = v_0 \cdot \cos \theta = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \theta}{g} = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{g}$$

$$S_{AB} = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin(2 \cdot \theta)}{g}$$

E, agora, calculamos o trecho BC:

$$S_{BC} = v_{0y} \cdot t = v_0 \cdot \cos \theta \cdot t$$

Por fim, o trecho AC = AB + BC

$$S_{AC} = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin(2 \cdot \theta)}{g} + v_0 \cdot \cos \theta \cdot t$$

6. **Unifesp-SP** – O atleta húngaro Krisztian Pars conquistou medalha de ouro na olimpíada de Londres no lançamento de martelo. Após girar sobre si próprio, o atleta lança a bola a 0,50 m acima do solo, com velocidade linear inicial que forma um ângulo de 45° com a horizontal. A bola toca o solo após percorrer a distância horizontal de 80 m.



REUTERS

Nas condições descritas do movimento parabólico da bola, considerando a aceleração da gravidade no local igual a 10 m/s^2 , $\sqrt{2}$ igual a 1,4 e desprezando-se as perdas de energia mecânica durante o voo da bola, determine, aproximadamente,

- a) o módulo da velocidade de lançamento da bola, em m/s.

Para 45° , temos:

$$v_{0x} = v_{0y} = v_0 \cdot \sin 45^\circ = v_0 \cdot 0,7$$

$$\therefore v_{0x} = v_{0y} = 0,7 \cdot v_0$$

Já o alcance horizontal será:

$$D = \frac{v_0^2 \cdot (\sin 2 \cdot \theta)}{g}$$

$$80 = \frac{v_0^2 \cdot \sin 90^\circ}{10}$$

$$v_0 = \sqrt{800} = 28$$

$$\therefore v_0 = 28 \text{ m/s}$$

- b) a altura máxima, em metros, atingida pela bola.

$$v_{0y} = 0,7 \cdot 28 = 19,6 \text{ m/s}$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a \cdot \Delta S_y$$

$$0^2 = 19,6^2 + 2 \cdot (-10) \cdot (H - 0,5)$$

$$20 \cdot H = 384,16 + 10 = 394,16$$

$$H = \frac{394,6}{20} = 19,7$$

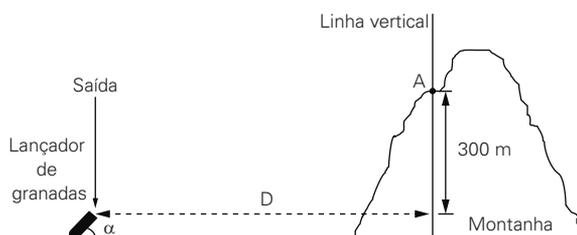
$$\therefore H = 19,7 \text{ m}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UCS-RS – Uma noiva, após a celebração do casamento, tinha de jogar o buquê para as convidadas. Como havia muitas ex-namoradas do noivo, ela fazia questão de que sua melhor amiga o pegasse. Antes de se virar para, de costas, fazer o arremesso do buquê, a noiva, que possuía conhecimento sobre movimento balístico, calculou a que distância aproximada a amiga estava dela: 5,7 m. Então, ela jogou o buquê, tomando o cuidado para que a direção de lançamento fizesse um ângulo de 60° com a horizontal. Se o tempo que o buquê levou para atingir a altura máxima foi de 0,7 s, qual o valor aproximado da velocidade dele ao sair da mão da noiva? (Despreze o atrito com o ar. Considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , $\cos 60^\circ = 0,5$ e $\sin 60^\circ = 0,87$).

- a) 1,5 m/s d) 8,0 m/s
 b) 5,5 m/s e) 11,0 m/s
 c) 6,0 m/s

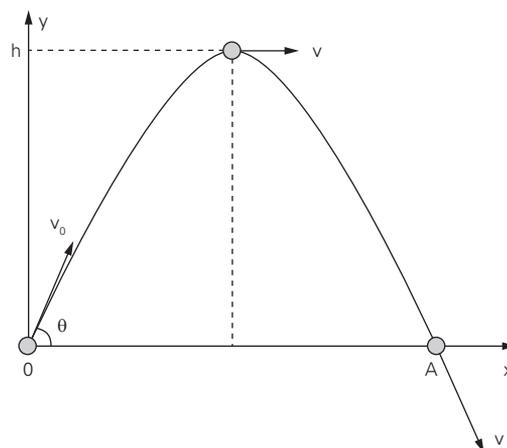
8. EsPCEX-SP/Aman-RJ (adaptado) – Um lançador de granadas deve ser posicionado a uma distância D da linha vertical que passa por um ponto A. Esse ponto está localizado em uma montanha a 300 m de altura em relação à extremidade de saída da granada, conforme o desenho a seguir.



A velocidade da granada, ao sair do lançador, é de 100 m/s e forma um ângulo " α " com a horizontal; a aceleração da gravidade é igual a 10 m/s^2 e todos os atritos são desprezíveis. Para que a granada atinja o ponto A, somente após a sua passagem pelo ponto de maior altura possível de ser atingido por ela, qual deve ser a distância D ?

Dados: $\cos \alpha = 0,6$; $\sin \alpha = 0,8$.

9. UEPG-PR – Um projétil, quando é lançado obliquamente no vácuo, descreve uma trajetória parabólica. Essa trajetória é resultante de uma composição de dois movimentos independentes. Analisando a figura a seguir, que representa o movimento de um projétil lançado obliquamente, assinale o que for correto.



01) As componentes da velocidade do projétil, em qualquer instante nas direções x e y , são, respectivamente, dadas por $V_x = V_0 \cdot \cos \theta$ e $V_y = V_0 \cdot \sin \theta - gt$.

02) As componentes do vetor posição do projétil, em qualquer instante, são dadas por $x = V_0 \cdot \cos \theta \cdot t$ e

$$y = V_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2.$$

04) O alcance do projétil na direção horizontal depende da velocidade e do ângulo de lançamento.

08) O tempo que o projétil permanece no ar é $t = \frac{2V_0 \cdot \sin \theta}{g}$.

16) O projétil executa simultaneamente um movimento variado na direção vertical e um movimento uniforme na direção horizontal.

Dê a soma do(s) item(ns) correto(s).

10. UNESP-SP (adaptado)

O GOL QUE PELÉ NÃO FEZ

Na copa de 1970, na partida entre Brasil e Tchecoslováquia, Pelé pega a bola um pouco antes do meio de campo, vê o goleiro tcheco adiantado, e arrisca um chute que entrou para a história do futebol brasileiro. No início do lance, a bola parte do solo com velocidade de 108 km/h (30 m/s), e três segundos depois toca novamente o solo atrás da linha de fundo, depois de descrever uma parábola no ar e passar rente à trave, para alívio do assustado goleiro.

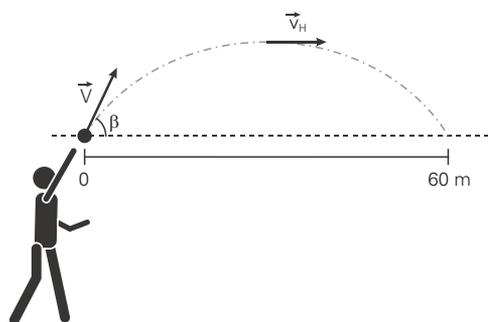
Considerando que o vetor velocidade inicial da bola após o chute de Pelé fazia um ângulo de 30° com a horizontal ($\sin 30^\circ = 0,50$ e $\cos 30^\circ = 0,85$) e desconsiderando a resistência do ar e a rotação da bola, qual era a distância horizontal entre o ponto de onde a bola partiu do solo depois do chute e o ponto onde ela tocou o solo atrás da linha de fundo, em metros?

11. Uefs-BA – Em um planeta x, uma pessoa descobre que pode pular uma distância horizontal máxima de 20,0 se sua velocidade escalar inicial for de 4,0 m/s.

Nessas condições, a aceleração de queda livre no planeta x, em 10^{-1} m/s^2 , é igual a

- a) 10, b) 8,0 c) 6,0 d) 4,0 e) 2,0

12. Fatec-SP (adaptado) – Em um jogo de futebol, o goleiro, para aproveitar um contra-ataque, arremessa a bola no sentido do campo adversário. Ela percorre, então, uma trajetória parabólica, conforme representado na figura, em 6 segundos. Desprezando a resistência do ar e com base nas informações apresentadas, quais são os módulos da velocidade \vec{v} , de lançamento, da velocidade \vec{v}_H na altura máxima, em metros por segundos, e a $H_{\text{máx}}$ em metros?



Dados: $\text{sen} \beta = 0,8$; $\text{cos} \beta = 0,6$; $g = 10 \text{ m/s}^2$

13. Uesc-BA – Galileu, ao estudar problemas relativos a um movimento composto, propôs o princípio da independência dos movimentos simultâneos – em um móvel que descreve um movimento composto, cada um dos movimentos componentes se realiza como se os demais não existissem e no mesmo intervalo de tempo.

Assim, considere um corpo lançado obliquamente a partir do solo sob ângulo de tiro de 45° e com velocidade de módulo igual a 10,0 m/s.

Desprezando-se a resistência do ar, admitindo-se que o módulo da aceleração da gravidade local é igual a

10 m/s^2 e sabendo-se que $\text{cos } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\text{sen } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, é correto afirmar:

- a) O alcance do lançamento é igual a 5,0 m.
 b) O tempo total do movimento é igual a $\sqrt{2}$ s.
 c) A altura máxima atingida pelo corpo é igual a 10,0 m/s.

- d) O corpo atinge a altura máxima com velocidade nula.
 e) A velocidade escalar mínima do movimento é igual a 10,0 m/s.

14. UFU-MG – Uma pedra é lançada do solo com velocidade de 36 km/h fazendo um ângulo de 45° com a horizontal. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando a resistência do ar, analise as afirmações a seguir.

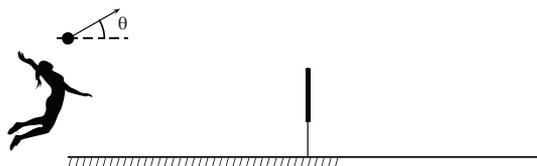
- IV. A pedra atinge a altura máxima de 2,5 m.
 V. A pedra retorna ao solo ao percorrer a distância de 10 m na horizontal.
 VI. No ponto mais alto da trajetória, a componente horizontal da velocidade é nula.

Usando as informações do enunciado, assinale a alternativa correta.

- a) Apenas I está correta.
 b) Apenas I e II estão corretas.
 c) Apenas II e III estão corretas.
 d) Apenas II está correta.

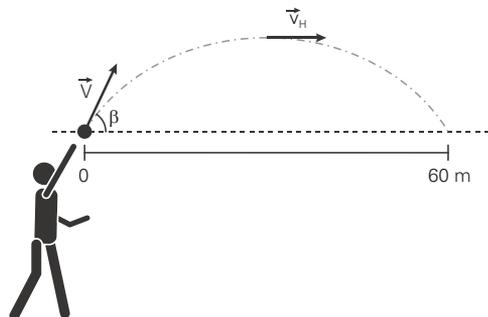
15. Unifenas-MG – Um dos esportes praticados nos jogos olímpicos é o arremesso do martelo. Consiste em girar uma pequena esfera presa numa corda e, quando a velocidade for suficiente, a esfera sairá tangente à trajetória. Quando a esfera é solta, o vetor velocidade forma um ângulo de 60° com a horizontal. Considerando a velocidade inicial igual a 54 km/h, obtenha o alcance máximo, levando-se em consideração apenas a medida horizontal ao nível do lançamento. Adote a gravidade como sendo igual a 10 m/s^2 e $\sqrt{3} = 1,7$.

16. ITA-SP – Numa quadra de vôlei de 18 m de comprimento, com rede de 2,24 m de altura, uma atleta solitária faz um saque com a bola bem em cima da linha de fundo, a 3,0 m de altura, num ângulo θ de 15° com a horizontal, conforme a figura, com trajetória num plano perpendicular à rede. Desprezando o atrito, pode-se dizer que, com 12 m/s de velocidade inicial, a bola



- a) bate na rede.
 b) passa tangenciando a rede.
 c) passa a rede e cai antes da linha de fundo.
 d) passa a rede e cai na linha de fundo.
 e) passa a rede e cai fora da quadra.

- 17. Fatec-SP** – Em um jogo de futebol, o goleiro, para aproveitar um contra-ataque, arremessa a bola no sentido do campo adversário. Ela percorre, então, uma trajetória parabólica, conforme representado na figura, em 4 segundos.



Desprezando a resistência do ar e com base nas informações apresentadas, podemos concluir que os módulos da velocidade \vec{V} de lançamento e da velocidade \vec{V}_H na altura máxima são, em metros por segundos, iguais a, respectivamente,

Dados: $\sin \beta = 0,8$; $\cos \beta = 0,6$.

- a) 15 e 25.
- b) 15 e 50.
- c) 25 e 15.
- d) 25 e 25.
- e) 25 e 50.

ESTUDO PARA O ENEM

18. Uerj

C5-H17

Três blocos de mesmo volume, mas de materiais e de massas diferentes, são lançados obliquamente para o alto, de um mesmo ponto do solo, na mesma direção e sentido e com a mesma velocidade.

Observe as informações da tabela:

Material do bloco	Alcance do lançamento
chumbo	A_1
ferro	A_2
granito	A_3

A relação entre os alcances A_1 , A_2 e A_3 está apresentada em

- a) $A_1 > A_2 > A_3$
- b) $A_1 < A_2 < A_3$
- c) $A_1 = A_2 > A_3$
- d) $A_1 = A_2 = A_3$

19. PUC-PR

C5-H17

Durante a preparação do país para receber a Copa do Mundo de 2014 e os Jogos Olímpicos de 2016, muitas construções foram demolidas para que outras fossem construídas em seu lugar. Um dos métodos utilizados nessas demolições é a implosão. Em 2011, a prefeitura do Rio de Janeiro, por exemplo, implodiu uma antiga fábrica para ampliar o Sambódromo. Na ocasião, para evitar que qualquer pessoa fosse atingida por detritos provenientes diretamente da explosão, os engenheiros responsáveis pela operação solicitaram a remoção temporária dos moradores em um certo raio medido a partir do ponto de implosão. Desprezando os efeitos de resistência do ar e considerando que a máxima velocidade com que um detrito pode ser arremessado do ponto da implosão é de 108 km/h, o raio mínimo de segurança que deveria ser adotado para remoção dos

moradores de tal forma que eles não fossem atingidos diretamente por nenhum detrito é de

Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) 60 m.
- b) 90 m.
- c) 150 m.
- d) 180 m.
- e) 210 m.

20. Mackenzie-SP

C5-H17

Um zagueiro chuta uma bola na direção do atacante de seu time, descrevendo uma trajetória parabólica. Desprezando-se a resistência do ar, um torcedor afirmou:

- I. A aceleração da bola é constante no decorrer de todo movimento.
- II. A velocidade da bola na direção horizontal é constante no decorrer de todo movimento.
- III. A velocidade escalar da bola no ponto de altura máxima é nula.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente a afirmação I está correta.
- b) Somente as afirmações I e III estão corretas.
- c) Somente as afirmações II e III estão corretas.
- d) As afirmações I, II e III estão corretas.
- e) Somente as afirmações I e II estão corretas.



Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

FÍSICA 2A

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

1

FENÔMENOS ONDULATÓRIOS

- Conceito de onda
- Classificação das ondas
- Equação fundamental da ondulatória

HABILIDADES

- Identificar ondas mecânicas e eletromagnéticas.
- Diferenciar as ondas mecânicas das eletromagnéticas e as ondas transversais das longitudinais, identificando suas aplicações.
- Calcular velocidade, comprimento de onda e frequência para uma onda.
- Compreender os conceitos frequência, período, comprimento de onda, velocidade de propagação e amplitude de uma onda.
- Relacionar frequência, comprimento de onda e velocidade de propagação.



GETTY IMAGES

Onda no mar.

As ondas estão presentes no cotidiano em diferentes formas, como o som, as ondas do mar, as ondas de celular, o sinal de wi-fi, as ondas de TV, rádio etc.

Uma compreensão de vibrações e ondas é essencial para entendermos o mundo físico. Muito do que vemos e ouvimos só é possível por causa de vibrações e ondas. Nós vemos o mundo ao nosso redor por causa das ondas de luz. E ouvimos o mundo ao nosso redor por causa das ondas sonoras. Ao estudar as ondas, seremos capazes de entender melhor o ambiente que nos cerca.

Neste módulo, estudaremos o conceito físico das ondas, sua classificação, as grandezas físicas que as caracterizam e como elas se relacionam.

Pulso de onda

Quando uma gota de chuva atinge a superfície de um lago, por exemplo, ela causa uma perturbação nessa superfície em forma de círculos concêntricos.



GETTY IMAGES

Gotas de chuva atingindo a superfície de um lago.

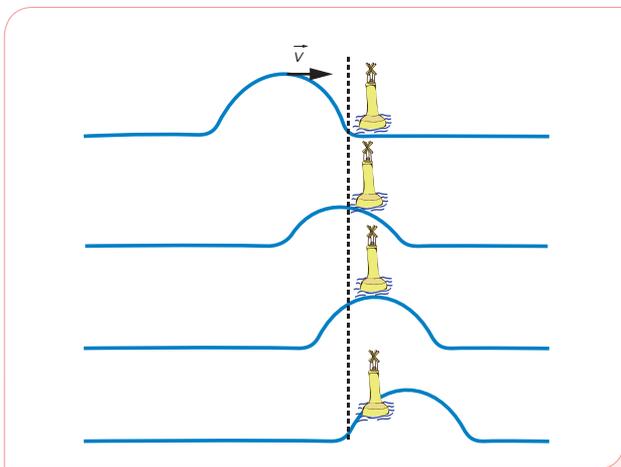
Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino

Dom Bosco

Imagine que uma única gota de chuva atinge essa superfície. Essa única perturbação denominamos **pulso de onda**.

Podem existir pulsos dos mais diversos tipos, como os causados na superfície d'água, os sonoros ou até mesmo os luminosos.

Quando produzimos um pulso na superfície tranquila de um lago, uma boia de sinalização oscila na vertical, porém não é arrastada na horizontal pela onda.



Oscilação de uma boia ao ser atingida por um pulso de onda.

Dessa forma, podemos dizer que o pulso de onda fornece energia ao meio, podendo oscilar seus pontos, mas não transporta matéria.

O pulso de onda transporta energia, mas não transporta matéria.

Ondas periódicas

Vimos no tópico anterior que uma gota de chuva, ao atingir a superfície de um lago, causa uma perturbação nessa superfície, que definimos como pulso de onda. Agora, imagine que as gotas de chuva caem nessa mesma superfície em intervalos de tempo regulares,

dando origem a uma sequência de pulsos. Esse conjunto de pulsos regulares denominamos **onda periódica**.



GETTY IMAGES/ISTOCKPHOTO

Onda periódica na água.

Onda é uma sucessão periódica de pulsos que transportam energia, mas não transportam matéria.

Observação

A onda periódica pode ser denominada também como trem de ondas.

Classificação das ondas

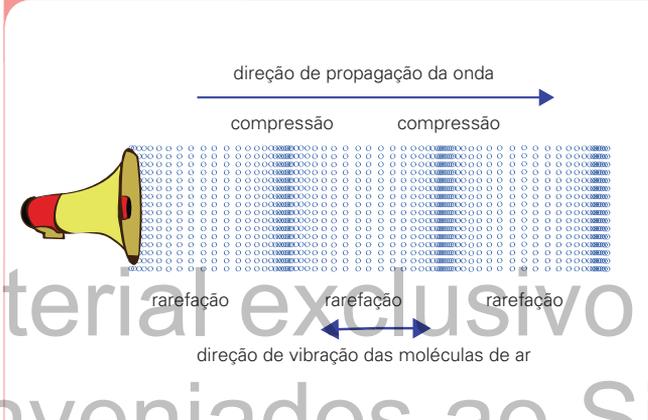
As ondas podem ser classificadas quanto à sua forma, à sua natureza e à sua dimensão de propagação.

FORMA DAS ONDAS

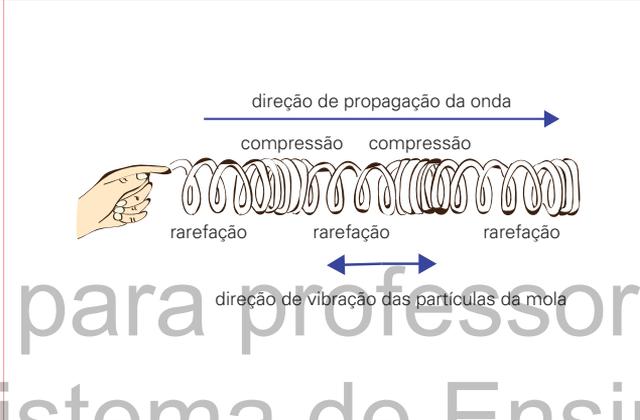
As ondas podem ser classificadas em **longitudinais** e **transversais**.

As ondas **longitudinais** vibram na mesma direção em que se propagam. Podemos citar como exemplos as ondas sonoras e as ondas formadas em uma mola, quando os seus anéis são comprimidos ou esticados na horizontal.

Ondas longitudinais



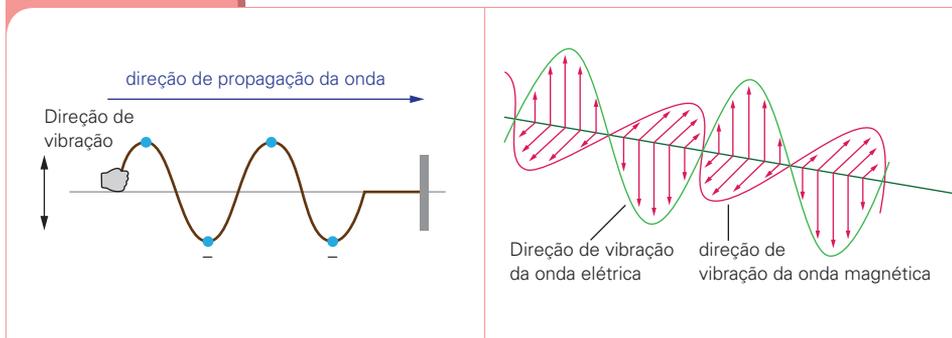
Representação da onda sonora.



Representação da onda em uma mola.

As ondas **transversais** vibram numa direção perpendicular àquela em que se propagam. Podemos citar como exemplos as ondas numa corda e as ondas eletromagnéticas, como a luz.

Ondas transversais

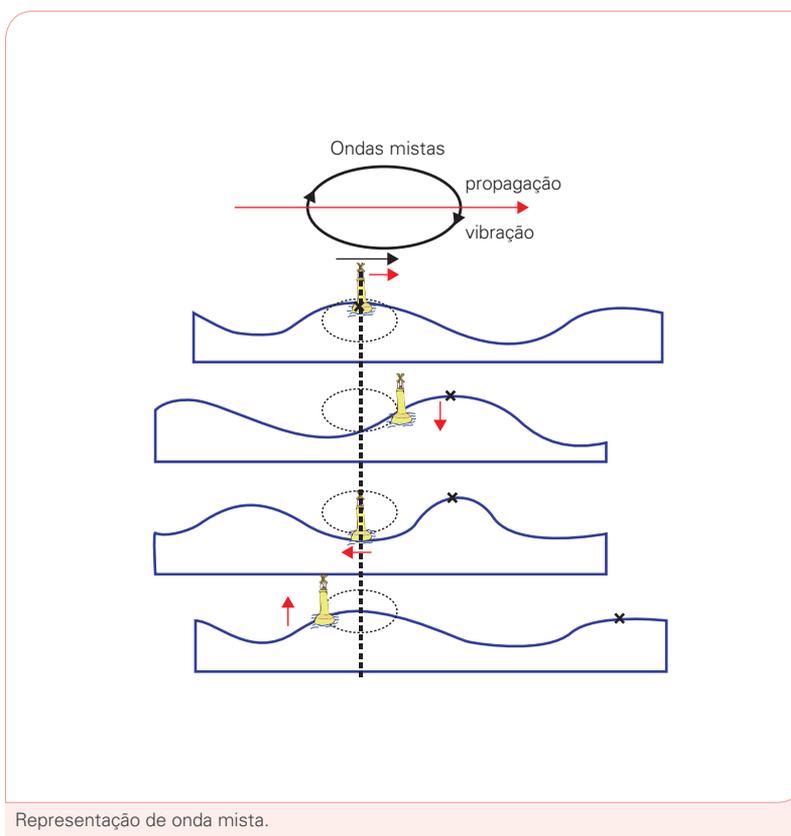


Representação da onda numa corda.

Representação da onda eletromagnética.

Observação

As ondas que se propagam na água, como as do mar, são classificadas como mistas, pois são resultado de uma combinação das ondas transversais e das longitudinais.



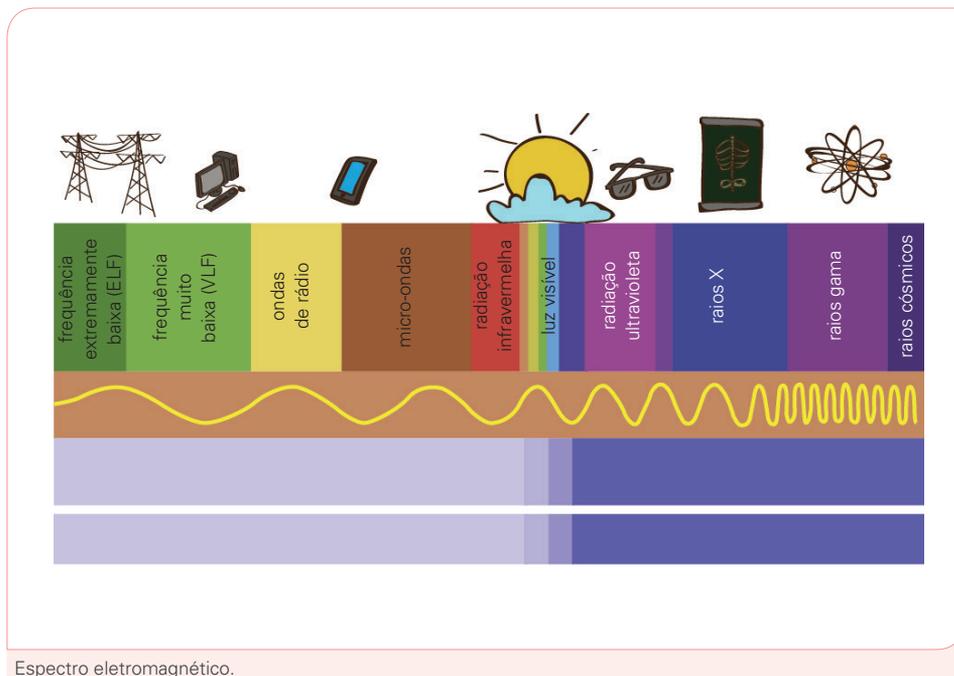
Representação de onda mista.

NATUREZA DAS ONDAS

As ondas podem ser classificadas em **mecânicas** e **eletromagnéticas**.

Ondas **mecânicas** precisam de um meio material para se propagar. Podemos citar como exemplos as ondas sonoras, as ondas formadas em uma corda ou em uma mola, as ondas sísmicas etc.

Ondas **eletromagnéticas** são aquelas que não precisam de um meio material para se propagar. Elas são formadas por um campo elétrico e um campo magnético, perpendiculares e alternados entre si, como ilustrado no tópico anterior. Podemos citar como exemplos a luz visível, as ondas de rádio, os raios X, os raios cósmicos etc., ou seja, todo espectro eletromagnético.



Espectro eletromagnético.

DIMENSÃO DAS ONDAS

As ondas podem ser classificadas em **unidimensionais**, **bidimensionais** e **tridimensionais**.

As ondas **unidimensionais** propagam-se em apenas uma dimensão. Podemos citar como exemplos as ondas que se propagam em uma corda, em uma mola ou até mesmo em um raio *laser* (por aproximação).

As ondas **bidimensionais** propagam-se em apenas duas dimensões. Podemos citar como exemplo as ondas que se propagam na água, como as do mar.

As ondas **tridimensionais** propagam-se em três dimensões. Podemos citar como exemplos as ondas sonoras e a luz.

Representação da dimensão das ondas			
Unidimensional	Bidimensional		Tridimensional
Frente pontual Ex.: <i>laser</i>	Frentes planas Ex.: onda em uma corda	Frentes circulares Ex.: onda na água	Frentes esféricas Ex.: som

As **frentes de onda** são as linhas que representam os conjuntos de pontos atingidos por uma onda, em determinado intervalo de tempo. Já a linha imaginária que fornece a direção de propagação da onda é denominada **raio de onda**.

Equação fundamental da ondulatória

São elementos de uma onda:

- **Cristas:** são os pontos mais altos da onda.
- **Vales:** são os pontos mais baixos da onda.

- **Amplitude (A):** é a distância entre o ponto mais alto (crista) e o eixo central da onda, ou a distância entre o ponto mais baixo (vale) e o eixo central.
- **Comprimento de onda (λ):** é o comprimento de um pulso de onda. Pode ser obtido pela medida da distância entre duas cristas consecutivas, ou entre dois vales consecutivos, ou, ainda, pela medida de um segmento completo de onda. Essa grandeza física é representada pela letra grega lambda (λ) e sua unidade no sistema internacional é o metro.

PERÍODO (t)

É o tempo necessário para que a onda realize uma oscilação completa (pulsação), ou seja, é o tempo necessário para que ela percorra a distância equivalente ao comprimento de onda. A unidade do sistema internacional para o período é o segundo.

FREQUÊNCIA (f)

É o número de oscilações que uma onda realiza em determinado intervalo de tempo.

$$f = \frac{\text{número de oscilações}}{\Delta t}$$

Para uma oscilação, o intervalo de tempo corresponde ao período, logo:

$$f = \frac{1}{T}$$

A unidade de frequência no sistema internacional é o hertz (Hz), que corresponde ao inverso do segundo (s^{-1}).

VELOCIDADE DA ONDA (v)

A velocidade é a razão entre o deslocamento e o intervalo de tempo. No sistema internacional, sua unidade é o metro por segundo (m/s).

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Para uma oscilação, o deslocamento corresponde ao comprimento de onda, e o intervalo de tempo corresponde ao período. Logo:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

Lembrando que a frequência é o inverso do período, temos que:

$$v = \lambda \cdot f$$

Equação fundamental da ondulatória

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

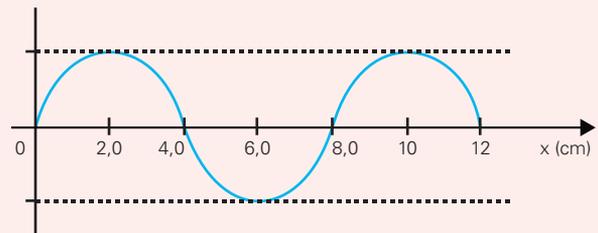
1. Unesp

- Uma onda transporta partículas do meio pelo qual passa.
 - As ondas sonoras são perturbações que não podem se propagar no vácuo.
 - Quando uma onda mecânica periódica se propaga em um meio, as partículas do meio não são transportadas pela onda.
 - Uma onda é transversal quando sua direção de propagação é perpendicular à direção de vibração.
- Das afirmações anteriores, são verdadeiras
- a) somente I e II. **d)** somente II, III e IV.
b) somente II e III. **e)** todas.
c) somente III e IV.

Resolução

- Falsa. As ondas não transportam matéria.
- Verdadeira. O som é uma onda mecânica, logo necessita de um meio material para se propagar.
- Verdadeira. As ondas não transportam matéria.
- Verdadeira. Definição de onda transversal.

2. Uerj – Observe no diagrama o aspecto de uma onda que se propaga com velocidade de 0,48 m/s em uma corda:



Calcule, em hertz, a frequência da fonte geradora da onda.

Resolução

Da figura, o comprimento de onda equivale a 8 cm = 0,08 m.

Assim, a frequência é $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{0,48}{0,08} = 6,0$ Hz.

ROTEIRO DE AULA

O conceito de onda

Onda é uma sucessão periódica de pulsos.

Ondas transportam energia sem transportar matéria.

Longitudinais: oscilações ocorrem na direção de propagação.

Transversais: oscilações ocorrem perpendicularmente à direção de propagação.

Mistas: possuem componentes transversais e longitudinais.

Classificação das ondas

Mecânicas: precisam de um meio para se propagar.

Eletromagnéticas: não necessitam de meio para se propagar.

Unidimensionais: propagação em uma direção.

Bidimensionais: propagação em duas direções.

Tridimensionais: propagação em três direções.

Comprimento de onda: comprimento de uma oscilação completa; é dada em metros no SI.

As propriedades fundamentais das ondas

Período: tempo necessário para uma oscilação completa, é dada em segundos no SI.

Frequência: número de oscilações por unidade de tempo; é dado em hertz no SI.

Equação fundamental da ondulatória: $v = \lambda \cdot f$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Instituto Mauá de Tecnologia-SP – Considere os seguintes fenômenos físicos: o som proveniente de uma caixa acústica, a ondulação da superfície da água de uma piscina ao receber o impacto de uma pedra, o calor proveniente do Sol, a luz emitida por uma lâmpada e os raios X emitidos por uma válvula. Quanto à sua natureza, o que existe:

a) em comum entre esses fenômenos?

Todos os fenômenos citados são ondulatórios. Em tais fenômenos, ocorre o transporte de energia, não havendo transporte de matéria.

b) de diferente entre eles?

O som e a ondulação sobre a superfície da água são ondas mecânicas; portanto, necessitam de um meio material para se propagar. O som é uma onda longitudinal. As ondas na água são, essencialmente, híbridas.

Os demais fenômenos citados são ondas eletromagnéticas e propagam-se transversalmente com velocidade $c \approx 3,0 \cdot 10^8$ m/s no vácuo.

2. UFSM-RS – A presença e a abrangência dos meios de comunicação na sociedade contemporânea vêm introduzindo elementos novos na relação entre as pessoas e entre elas e o seu contexto.

Rádio, televisão e telefone celular são meios de comunicação que utilizam ondas eletromagnéticas, as quais têm a(s) seguinte(s) propriedade(s):

- I. propagação no vácuo;
- II. existência de campos elétricos variáveis perpendiculares a campos magnéticos variáveis;
- III. transporte de energia, e não de matéria.

Está(ão) correta(s)

- a) apenas I.
- b) apenas II.
- c) apenas III.
- d) apenas I e II.
- e) I, II e III.

- I. Correta. As ondas eletromagnéticas podem se propagar no vácuo.
- II. Correta. As ondas eletromagnéticas são compostas por campos elétricos e magnéticos, perpendiculares entre si e variáveis.
- III. Correta. Ondas transportam energia, e não matéria.

3. Unesp

C1-H1

Radares são emissores e receptores de ondas de rádio e têm aplicações, por exemplo, na determinação de velocidades de veículos nas ruas e rodovias. Já os sonares são emissores e receptores de ondas sonoras, sendo utilizados no meio aquático para determinação da profundidade dos oceanos, localização de cardumes, dentre outras aplicações. Comparando-se as ondas emitidas pelos radares e pelos sonares, temos que

- a) as ondas emitidas pelos radares são mecânicas, e as ondas emitidas pelos sonares são eletromagnéticas.
- b) ambas as ondas exigem um meio material para se propagar e, quanto mais denso for esse meio, menores serão suas velocidades de propagação.
- c) as ondas de rádio têm oscilações longitudinais, e as ondas sonoras têm oscilações transversais.
- d) as frequências de oscilação de ambas as ondas não dependem do meio em que se propagam.
- e) a velocidade de propagação das ondas dos radares pela atmosfera é menor do que a velocidade de propagação das ondas dos sonares pela água.

Resolução

a) Falsa. As ondas emitidas pelos radares são ondas de rádio, portanto, são eletromagnéticas. As ondas emitidas pelos sonares são ondas sonoras, portanto, são ondas mecânicas.

b) Falsa. O erro encontra-se no fato de ambas exigirem meio material para se propagar. Apenas as ondas mecânicas o fazem.

c) Falsa. Ondas de rádio são ondas eletromagnéticas, apresentando apenas modos transversais de propagação. Ondas sonoras são ondas longitudinais de compressão.

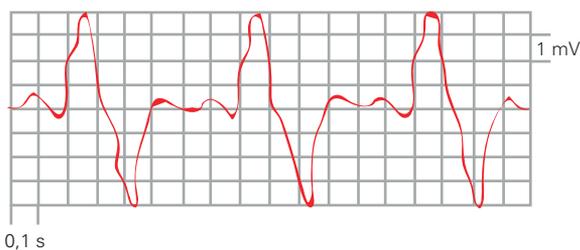
d) Verdadeiro.

e) Falsa. A velocidade de propagação das ondas de rádio na atmosfera é próxima de c , a velocidade da luz no vácuo. Essa velocidade é, sem dúvida, muito maior do que a velocidade do som em qualquer meio material.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

4. Unifev-PE – O eletrocardiograma registra a variação da tensão elétrica (ddp) em pontos do corpo humano em função do tempo. A figura representa, de forma simplificada, o registro da onda de pulso cardíaco de um paciente obtido em um eletrocardiograma. Na figura, a grade quadriculada apresenta, na vertical, intervalos de tensão elétrica de 1,0 mV e, na horizontal, intervalos de tempo de 0,1 s.



0,1 s

Analisando a representação gráfica da onda, determine:

- a) a amplitude máxima, em mV, o período, em segundos, e a frequência cardíaca do paciente, em batimentos por segundo;

Da figura, a amplitude máxima é 4 mV; $T = 0,6$ s; e $f \approx \frac{1}{0,6} = 1,67$ Hz.

- b) o comprimento de onda, em metros, supondo que a velocidade de propagação da onda é igual a 10 m/s.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{10}{1,67}$$

$$\lambda \approx 6,0 \text{ m}$$

5. **UCS-RS** – Um evento que causou forte comoção em todo o mundo foi a explosão de um meteoro na Rússia, que felizmente não causou óbitos, mas deixou quase 1 000 feridos e muitos danos materiais na cidade de Chelyabinsk. Não houve o impacto do objeto com o solo, ele explodiu no ar.

A explicação dos cientistas sobre os danos é que a explosão causou uma intensa onda de choque no ar, o que significa

- a) a liberação no ar de uma grande quantidade de ondas eletromagnéticas com a mesma velocidade do som.
 b) ondas sonoras transversais e polarizadas, como as que chegam à Terra provenientes do Sol.
 c) a soma de ondas sonoras tão intensas que sua massa de repouso supera a massa das partículas do ar, por isso conseguem quebrar vidros.
 d) que o meteoro provocou no ar ondas longitudinais com pressão muito maior que o normal.
 e) ondas sonoras tão rápidas e intensas que são capazes de ultrapassar a velocidade da luz mesmo no vácuo.

A grande quantidade de energia liberada na explosão produz uma onda sonora de alta pressão, criando regiões de grande compressão no ar, que causam danos a estruturas.

6. **PUCamp-SP** – Um gorila, ao bater no peito para se comunicar, produz ondas sonoras que se propagam no ar com velocidade de 340 m/s. Sabendo que o comprimento de onda do som produzido por uma dada batida no peito é de 20 cm, a frequência desse som, em hertz, vale

- a) $1,7 \cdot 10^{-1}$
 b) 1,7
 c) $1,7 \cdot 10^1$
 d) $1,7 \cdot 10^2$
 e) $1,7 \cdot 10^3$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0,2}$$

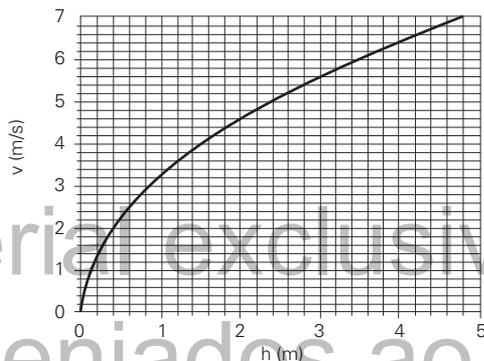
$$f = 1,7 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. **Unicamp-SP** – A tecnologia de telefonia celular 4G passou a ser utilizada no Brasil em 2013, como parte da iniciativa de melhoria geral dos serviços no Brasil, em preparação para a Copa do Mundo de 2014. Algumas operadoras inauguraram serviços com ondas eletromagnéticas na frequência de 40 MHz. Sendo a velocidade da luz no vácuo $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s, o comprimento de onda dessas ondas eletromagnéticas é

- a) 1,2 m.
 b) 7,5 m.
 c) 5,0 m.
 d) 12,0 m.

8. **Fuvest-SP** – Ondas na superfície de líquidos têm velocidades que dependem da profundidade do líquido e da aceleração da gravidade, desde que se propaguem em águas rasas. O gráfico representa o módulo v da velocidade da onda em função da profundidade h da água.



Uma onda no mar, onde a profundidade da água é 4 m, tem comprimento de onda igual a 50 m. Na posição em que a profundidade da água é 1 m, essa onda tem comprimento de onda, em m, aproximadamente igual a

- a) 8
 b) 12
 c) 25
 d) 35
 e) 50

9. **Unicastelo-SP** – Entre as aplicações da Física em Agronomia, existe a tecnologia que utiliza radiação gama, que permite prolongar o tempo de exposição de frutas e legumes, além de controlar a ação de micro-organismos em alimentos, como carne, milho, leite e café. Contudo, sob exposição prolongada, a radiação gama pode provocar doenças como o câncer e até a morte. Assim como a luz, a radiação gama é de natureza eletromagnética, e seu comprimento de onda médio é $1,0 \cdot 10^{-12}$ m. Considerando o comprimento de onda médio da luz como $5 \cdot 10^{-7}$ m, e ambas as radiações com a mesma velocidade, a frequência de oscilação da radiação gama relativamente à luz visível é

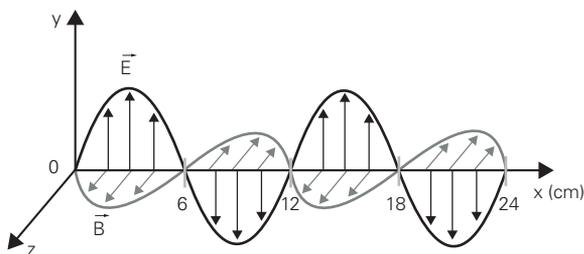
- a) $2,0 \cdot 10^{-5}$
 b) $5,0 \cdot 10^{-5}$
 c) $2,0 \cdot 10^5$
 d) $5,0 \cdot 10^5$
 e) $2,0 \cdot 10^{19}$

- 10. UEG-GO** – As ondas em um oceano possuem 6 m de distância entre cristas sucessivas. Se as cristas se deslocam 12 m a cada 4 s, qual seria a frequência, em Hz, de uma boia colocada nesse oceano?

- 11. Acafe-SC (adaptado)** – No Brasil, a tecnologia de 4ª geração (4G) usa uma determinada faixa de frequência para os telefones celulares (que, na verdade, podemos considerar como um rádio sofisticado). Logo, o seu sinal é propagado por meio de ondas eletromagnéticas. A onda eletromagnética para essa tecnologia é representada no diagrama da figura a seguir, que está se propagando em um meio homogêneo e linear.

Considere a velocidade da luz no vácuo,

$$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$



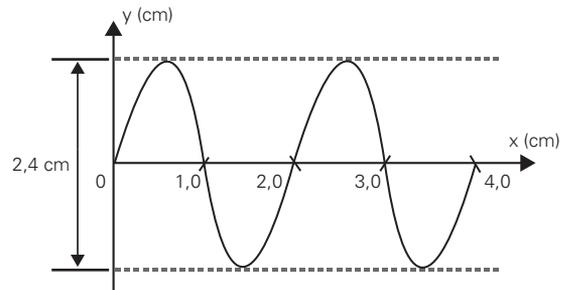
Analisando essa onda, pode-se afirmar:

- I. O comprimento de onda é igual a 0,18 m.
- II. A frequência de operação é de 2 500 MHz.
- III. A propagação do campo elétrico é transversal, enquanto a do campo magnético é longitudinal.

Assinale a alternativa correta.

- a) Todas as afirmações estão corretas.
- b) Apenas a afirmação III está correta.
- c) Apenas a afirmação II está correta.
- d) As afirmações I e III estão corretas.
- e) As afirmações II e III estão corretas.

12. Mackenzie-SP



O gráfico representa uma onda que se propaga com velocidade constante de 200 m/s.

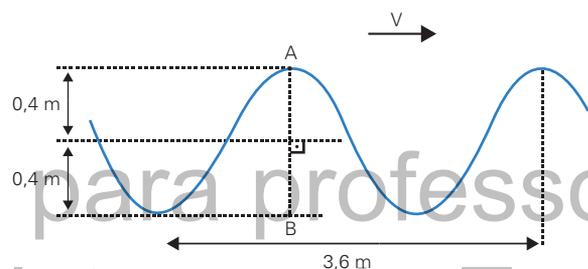
A amplitude (A), o comprimento de onda (λ) e a frequência (f) da onda são, respectivamente,

- a) 2,4 cm, 1,0 cm, 40 kHz.
- b) 2,4 cm, 4,0 cm, 20 kHz.
- c) 1,2 cm, 2,0 cm, 40 kHz.
- d) 1,2 cm, 2,0 cm, 10 kHz.
- e) 1,2 cm, 4,0 cm, 10 kHz.

- 13. UPE** – Um pulso ondulatório senoidal é produzido em uma extremidade de uma corda longa e propaga-se por toda a sua extensão. A onda possui uma frequência de 50 Hz e comprimento de onda 0,5 m. O tempo que a onda leva para percorrer uma distância de 10 m na corda vale, em segundos,

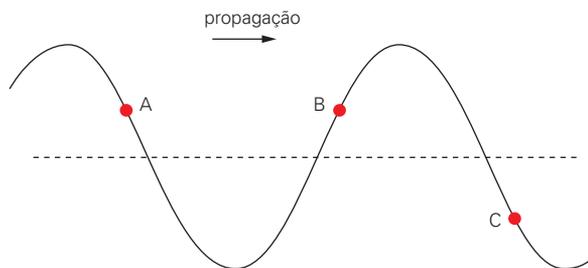
- a) 0,2
- b) 0,4
- c) 0,6
- d) 0,7
- e) 0,9

- 14. UFTM-MG** – Ondas transversais propagam-se por uma corda esticada com velocidade constante V. A figura representa uma fotografia tirada de um pedaço dessa corda em um determinado instante. Sabendo que o período de oscilação dos pontos dessa corda é de 0,5 s e que a amplitude das ondas vale 0,4 m, calcule:



- a) a velocidade média do ponto A da corda em seu deslocamento até o ponto B, em um intervalo de tempo menor do que seu período de oscilação;
- b) a velocidade de propagação V das ondas por essa corda.

15. FCMSCSP-SP – A figura representa uma corda por onde uma onda se propaga no sentido indicado.



Considerando os pontos A, B e C indicados, as setas que representam, fora de escala, as velocidades vetoriais desses pontos, estão correta e respectivamente desenhadas em

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

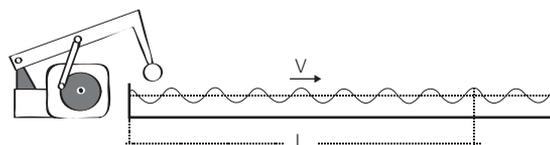
16. PUC-PR – Para que um objeto possa ser visível em um microscópio qualquer, o comprimento de onda da radiação incidente deve ser pelo menos comparável ao tamanho do objeto. Na física quântica, o princípio da dualidade onda-partícula, introduzido por Louis de Broglie, propõe que partículas de matéria, como os elétrons, podem comportar-se como ondas de maneira similar à luz. Um exemplo de aplicação desse princípio é o que ocorre no microscópio eletrônico, em que um feixe de elétrons é produzido para “iluminar” a amostra. O comprimento de onda dos elétrons do feixe é muito menor que o da luz; com isso, consegue-se obter ampliações mil vezes maiores do que as de um microscópio óptico.

Suponha que, para visualizar o vírus H1N1 em um microscópio eletrônico, um feixe de elétrons tenha sido ajustado para fornecer elétrons que se propagam com comprimento de onda igual ao diâmetro do vírus (supondo forma esférica). Se a velocidade de propagação da onda do feixe for de 10^4 m/s e a frequência for de 10^{11} Hz, assinale a alternativa que corresponde ao diâmetro do vírus H1N1.

Dado: 1 nm (nanômetro) = 10^{-9} m

- a) 10 nm
b) 1 nm
c) 100 nm
d) 10 μ m
e) 1 μ m

17. UFPR (adaptado) – Em uma cuba de ondas com comprimento muito longo, de maneira que podem ser desprezadas as ondas refletidas nas extremidades, foi colocado um sistema eletromecânico capaz de gerar pulsos no meio líquido na cuba. Para gerar as ondas, um disco gira com velocidade angular constante e movimenta uma alavanca, conforme indicado na figura a seguir.



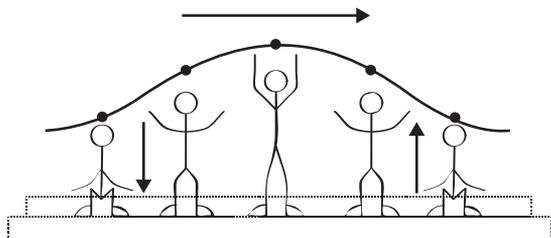
Um cilindro “C”, ao penetrar e ser retirado do líquido da cuba, provoca pulsos que se propagam no meio, gerando ondas. Na figura, verifica-se uma das configurações assumidas, em determinado instante, pela onda que se propaga no meio líquido, situação em que foi possível medir a distância $L = 1,2$ m. A velocidade de propagação da onda é 1,5 m/s. Com base nessas informações, qual é a frequência de oscilação da onda?

ESTUDO PARA O ENEM

18. Enem

C1-H1

Uma manifestação comum das torcidas em estádios de futebol é a *ola mexicana*. Os espectadores de uma linha, sem sair do lugar e sem se deslocarem lateralmente, ficam de pé e sentam-se, sincronizados com os da linha adjacente. O efeito coletivo propaga-se pelos espectadores do estádio, formando uma onda progressiva, conforme ilustração.



Calcula-se que a velocidade de propagação dessa “onda humana” é de 45 km/h e que cada período de oscilação contém 16 pessoas, que se levantam e sentam-se organizadamente distanciadas entre si por 80 cm.

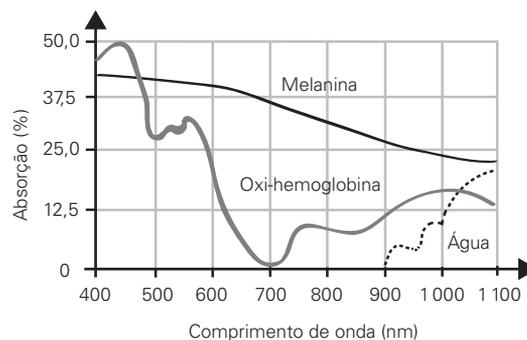
Nessa *ola mexicana*, a frequência da onda, em hertz, é um valor mais próximo de

- a) 0,3
- b) 0,5
- c) 1,0
- d) 1,9
- e) 3,7

19. Enem

C1-H1

A epilação a *laser* (popularmente conhecida como depilação a *laser*) consiste na aplicação de uma fonte de luz para aquecer e causar uma lesão localizada e controlada nos folículos capilares. Para evitar que outros tecidos sejam danificados, selecionam-se comprimentos de onda que são absorvidos pela melanina presente nos pelos, mas que não afetam a oxi-hemoglobina do sangue e a água dos tecidos da região onde o tratamento será aplicado. A figura mostra como é a absorção de diferentes comprimentos de onda pela melanina, oxi-hemoglobina e pela água.



MACEDO, F. S.; MONTEIRO, E. Epilação com *laser* e luz intensa pulsada. *Revista Brasileira de Medicina*. Disponível em: <www.moreirajr.com.br>. Acesso em: 4 set. 2015. Adaptado.

Qual é o comprimento de onda, em nm, ideal para a epilação a *laser*?

- a) 400
- b) 700
- c) 1 100
- d) 900
- e) 500

20. Enem (adaptado)

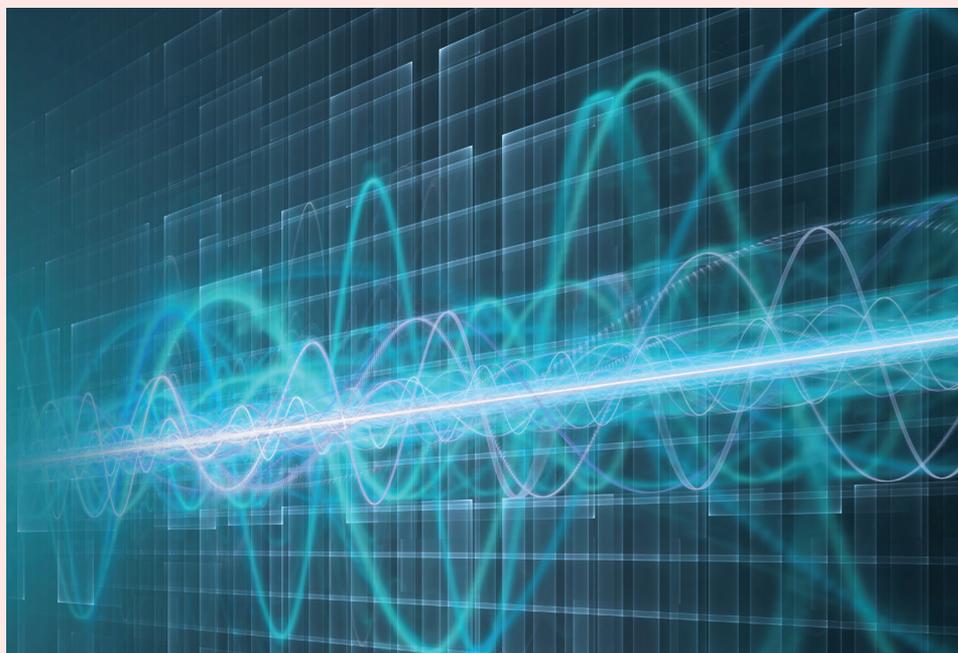
C1-H1

Em um dia de chuva muito forte, constatou-se uma goteira sobre o centro de uma piscina coberta, formando um padrão de ondas circulares. Nessa situação, observou-se que caíam duas gotas a cada segundo. A distância entre duas cristas consecutivas era de 25 cm e cada uma delas se aproximava da borda da piscina com velocidade de 0,5 m/s. Após algum tempo, a chuva diminuiu e a goteira passou a cair uma vez por segundo. Com a diminuição da chuva, a distância entre as cristas e a velocidade de propagação da onda tornaram-se, respectivamente,

- a) maior que 25 cm e maior 0,5 m/s.
- b) maior que 25 cm e igual a 0,5 m/s.
- c) menor que 25 cm e menor que 0,5 m/s.
- d) menor que 25 cm e igual a 0,5 m/s.
- e) igual a 25 cm e igual a 0,5 m/s.

FENÔMENOS ONDULATÓRIOS

2



POBYTOV/STOCKPHOTO

Onda eletromagnética.

- Reflexão
- Refração
- Difração
- Polarização
- Ressonância
- Interferência
- Batimento

HABILIDADES

- Descrever fenômenos ondulatórios, como reflexão, refração, difração, polarização, ressonância, interferência e batimento.
- Aplicar os conceitos de reflexão, refração, difração, polarização, ressonância, interferência, batimento para a compreensão de fenômenos ondulatórios em situações diversas.

Reflexão

UNIDIMENSIONAL

O treinamento físico com cordas tem sido incorporado ao treinamento funcional e ao *crossfit*. Uma de suas modalidades é o *rope training*, onde diversos exercícios são executados utilizando uma ou duas cordas navais.

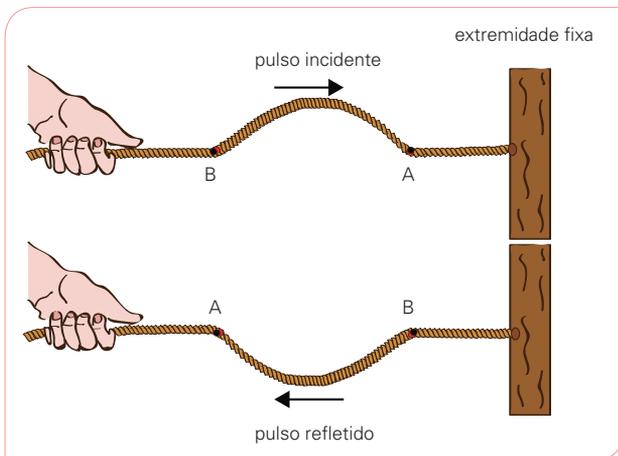


NESHARM/STOCKPHOTO

Rope training.

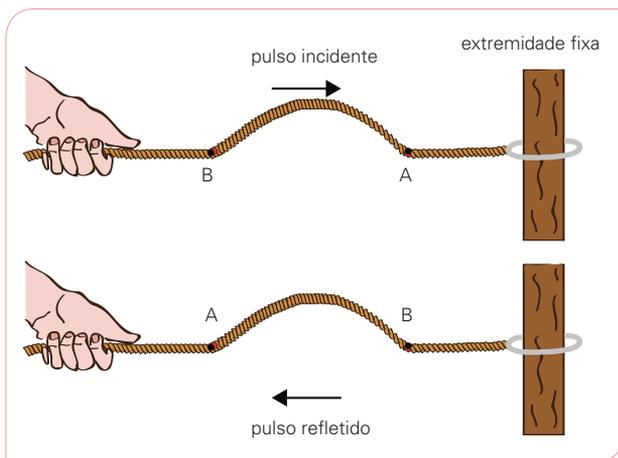
Imagine que durante o treinamento uma pessoa gere pulsos periódicos numa corda. Ao atingir a extremidade oposta da corda, duas situações distintas podem ocorrer:

- **Extremidade fixa**



Ao encontrar uma extremidade fixa, o pulso sofre inversão de fase, ou seja, se o pulso incidente for uma crista, o pulso refletido será um vale e vice-versa. Isso ocorre porque a parede reagirá sobre cada ponto da corda com uma força de mesma intensidade, mesma direção, porém sentido contrário (princípio da ação e reação).

- **Extremidade móvel**



Ao encontrar uma extremidade livre, o pulso não sofre inversão de fase, ou seja, se o pulso incidente for uma crista, o pulso refletido será também uma crista. Isso ocorre porque a argola sobe e desce gerando um pulso sem inversão de fase.

BIDIMENSIONAL

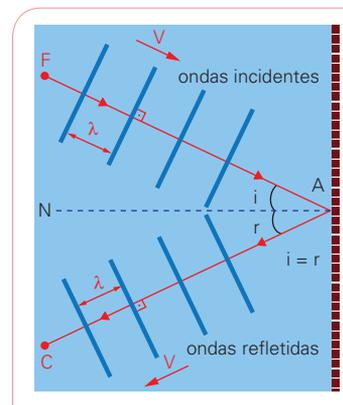
Ondas planas

As ondas planas, por exemplo, podem ser geradas quando a superfície da água é tocada com um objeto plano (régua) ou até mesmo pelo vento, como podemos observar no canto superior direito da imagem a seguir.



Ondas planas na piscina.

Ao atingir um obstáculo, como a borda da piscina, elas sofrem reflexão.



Para desenhar as ondas refletidas, devemos considerar as leis da reflexão e que cada ponto do obstáculo se torna uma nova fonte de ondas (ondas secundárias).

Leis da reflexão

1ª lei: O raio incidente (RI), o raio refletido (RR) e a reta normal (N) são coplanares;

2ª lei: O ângulo de incidência (i) é igual ao ângulo de reflexão (r)

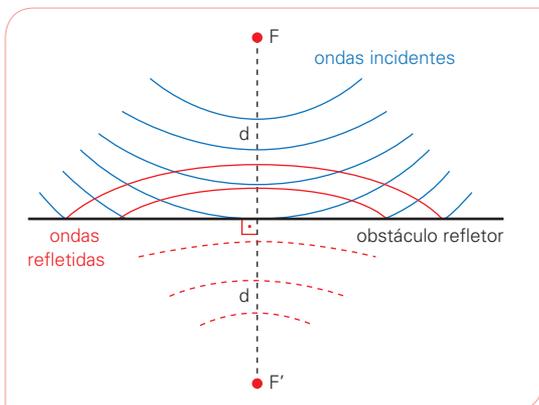
$$i = r$$

Ondas circulares

As ondas circulares, por exemplo, são geradas quando gotas caem na superfície da água.



Gotas na superfície gerando ondas circulares.



Para traçar as ondas refletidas, devemos determinar geometricamente uma fonte imaginária F' , simétrica à original F . Dessa forma, as ondas refletidas devem ser traçadas considerando que foram produzidas pela fonte F' .

Na reflexão, permanecem inalterados a velocidade de propagação, o comprimento de onda e a frequência.

Refração

Ao atingir a superfície de separação entre dois meios, por exemplo, entre o ar e a água, uma parcela da onda sofre reflexão. No entanto, uma parcela dessa onda pode atravessar a superfície de separação e mudar de meio. Dessa forma, podemos dizer que a parcela que mudou de meio sofreu **refração**.

UNIDIMENSIONAL

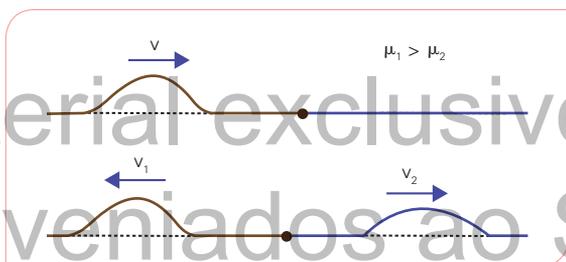
Para analisar o fenômeno da refração em uma dimensão, vamos considerar duas cordas de densidades lineares diferentes. Uma corda mais fina (menos densa), conectada a uma corda mais grossa (mais densa).

A densidade linear (μ) de uma corda é obtida pela razão entre a massa (m) e o comprimento da corda (L).

$$\mu = \frac{m}{L}$$

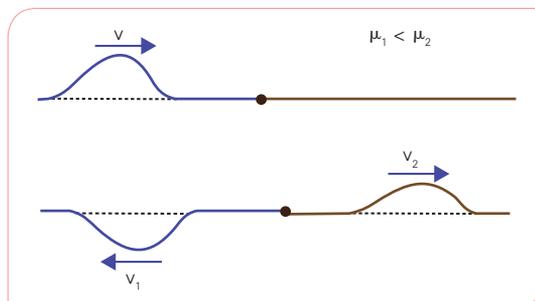
A unidade da densidade linear no sistema internacional é o kg/m.

Primeiramente, vamos analisar o caso em que um pulso de onda é gerado em uma corda mais densa e propaga-se até atingir a corda menos densa ($\mu_1 > \mu_2$).



Podemos observar que uma parcela do pulso de onda incidente sofreu reflexão retornando pela corda mais densa, sem inversão de fase. Outra parcela do pulso mudou de meio e sofreu refração, também sem inversão de fase.

Agora, vamos analisar o caso em que um pulso de onda é gerado em uma corda menos densa e propaga-se até atingir a corda mais densa ($\mu_1 < \mu_2$).



Podemos observar que uma parcela do pulso de onda sofreu reflexão retornando pela corda menos densa, com inversão de fase. Outra parcela do pulso mudou de meio e sofreu refração, sem inversão de fase.

A fonte das ondas é a mesma para as duas cordas em ambos os casos, logo a frequência é a mesma. Dessa forma, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos escrever:

$$f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \quad (1)$$

A velocidade de uma onda que se propaga numa corda pode ser obtida pela equação de Taylor:

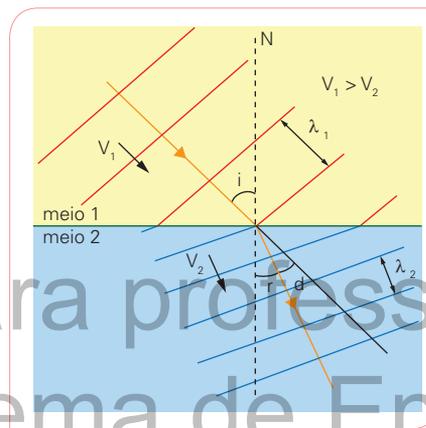
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (2)$$

em que T é a tração na corda e μ é a densidade linear.

Como a tração é a mesma para as duas cordas, a corda mais densa possui menor velocidade. Dessa forma, analisando a equação 1, podemos concluir que ela possui menor comprimento de onda.

BIDIMENSIONAL

A refração também pode ocorrer em duas dimensões. Observe a figura a seguir, que representa uma onda atingindo a superfície de separação de dois meios e sofrendo refração.



Na maior parte dos casos, a onda sofre um desvio ao mudar de meio, por causa da diferença na velocidade de propagação.

Para determinar o desvio ($d = i - r$) sofrido pela onda, precisamos calcular o ângulo de refração (r) pela equação apresentada a seguir, que pode ser obtida com base nos conceitos de onda e geometria.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Observação

Por meio dessa equação, é possível chegar à lei de Snell-Descartes, que será vista posteriormente no estudo da refração da luz, em óptica.

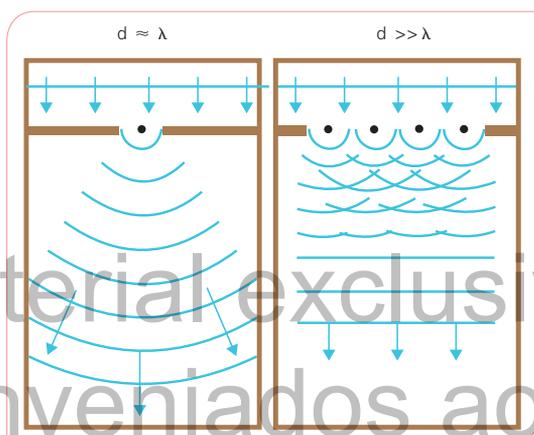
Difração

É a capacidade que uma onda possui em contornar um obstáculo ou atravessar uma fenda. Apesar de todas as ondas poderem sofrer difração, esse fenômeno é mais perceptível para as ondas sonoras e para as ondas que se propagam na superfície da água do que para a luz.



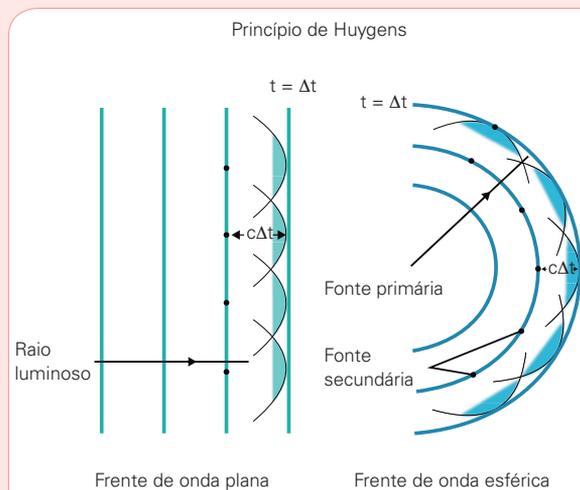
Difração das ondas na água.

Para que a difração seja mais facilmente percebida, é necessário que o obstáculo ou a fenda tenha uma dimensão semelhante ou menor que o comprimento da onda incidente. Dessa forma, pelo princípio de Huygens, cada ponto da frente de onda primária que atingir a fenda se comportará como uma nova fonte de onda, permitindo que ondas secundárias se propaguem em todas as direções. Caso a abertura da fenda ou do obstáculo seja significativamente maior que o comprimento de onda, a onda secundária será semelhante à primária, sendo, assim, a difração menos acentuada.



Cristiaan Huygens (1629-1995), físico, astrônomo e matemático holandês, enunciou o seguinte princípio:

“Todos os pontos de uma frente de onda podem ser considerados fontes de ondas secundárias, que se espalham em todas as direções com uma velocidade igual à de propagação da onda.”

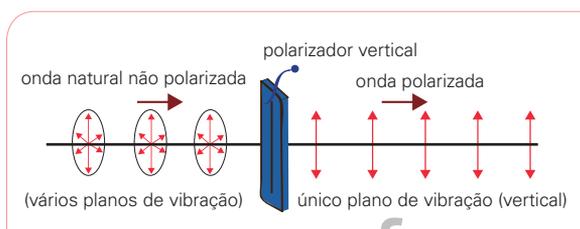


Observação

O som difrata facilmente, pois possui comprimentos de onda que variam de poucos centímetros a dezenas de metros, o que corresponde ao tamanho de inúmeros objetos (obstáculos) e fendas do nosso cotidiano, permitindo que escutemos mesmo que existam obstáculos. Já a luz não sofre difração facilmente, pois seu comprimento de onda é muito pequeno (10^{-7} m); portanto, não podemos enxergar um objeto quando existe um obstáculo.

Polarização

Ao comprarmos óculos de sol, podemos optar por lentes polarizadas, ou seja, lentes que permitem que a luz as atravesse em uma única direção. Dessa forma, a **polarização** é o fenômeno ondulatório que possibilita que as ondas eletromagnéticas passem a se propagar em uma única direção, ou seja, o polarizador permite que a onda vibre em um único plano.



Na imagem a seguir, temos um filtro polarizador para máquinas fotográficas. Observe que o filtro produziu uma imagem mais nítida, pois eliminou inúmeros planos de vibração da luz.



Polarização da luz.

Somente as ondas transversais podem ser polarizadas.

Observação

Somente as ondas transversais podem se polarizar, pois vibram em direções perpendiculares à de propagação. As ondas longitudinais vibram na mesma direção de propagação, dessa forma, não podem ser polarizadas.

Ressonância

O forno de micro-ondas é um aparelho cujo princípio de funcionamento é a ressonância. No aparelho, existe um dispositivo chamado *magnetron*, cuja função é gerar ondas eletromagnéticas com uma frequência praticamente igual à natural da água. As ondas eletromagnéticas transmitem energia para as moléculas de água presentes nos alimentos, que passam a vibrar com maior intensidade, gerando calor.



Micro-ondas.

Dessa forma, o fenômeno da ressonância consiste em transmitir energia para um sistema físico, por meio de um agente externo que emite uma onda de frequência praticamente igual à frequência natural de vibração dos corpos.

Esse fenômeno pode ocorrer também com as ondas mecânicas, como no caso de um tenor, que é capaz de atingir com a sua voz a frequência natural de vibração de um copo de cristal, provocando a sua quebra.

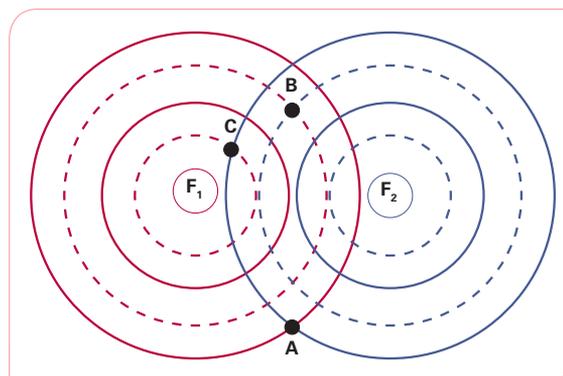
Interferência

O fenômeno da **interferência** ocorre quando diferentes ondas se interceptam ao se propagarem no mesmo meio. Observe na imagem a seguir o encontro das frentes de onda provenientes de duas fontes distintas.



Interferência.

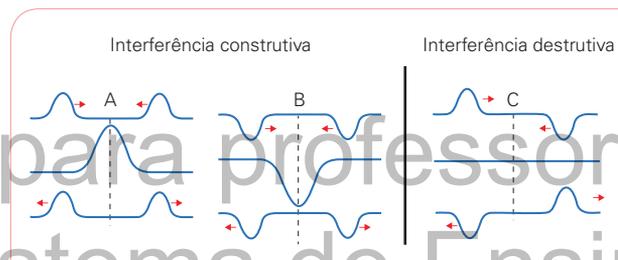
Ao se encontrarem, as frentes de onda podem sofrer interferência construtiva ou destrutiva.



Representação da interferência entre duas fontes circulares. As linhas cheias representam cristas e as tracejadas, vales.

Na ilustração anterior, podemos observar que duas fontes distintas produzem ondas em fase, ou seja, quando a fonte F_1 produz uma crista, a fonte F_2 também produz uma crista. No ponto A, ocorre o encontro de duas cristas; no ponto B, ocorre o encontro de dois vales. Em ambos os casos, podemos dizer que ocorreu **interferência construtiva**. Já no ponto C, temos um encontro de uma crista e um vale; dessa forma, podemos dizer que ocorreu uma **interferência destrutiva**.

Na imagem a seguir, representamos o encontro dos pulsos de onda, nos casos em que ocorrem interferência construtiva (pontos A e B) e destrutiva (ponto C).



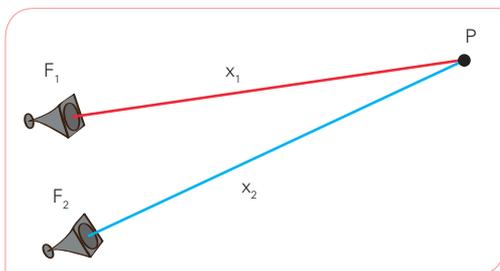
Representação da interferência entre pulsos de onda.

Podemos observar que, durante interferência construtiva, as amplitudes dos pulsos incidentes somam-se e, na interferência destrutiva, elas se subtraem. Em ambos os casos, após a interferência, os pulsos continuam se propagando da mesma forma que antes do encontro.

Observação

Caso as amplitudes dos pulsos incidentes sejam diferentes na interferência destrutiva, esta será denominada de interferência destrutiva parcial e o pulso resultante ainda apresentará amplitude.

Para determinar o tipo de interferência, em determinado ponto do espaço, de forma analítica, é necessário conhecer a diferença de percurso das ondas (Δx). Vamos considerar duas fontes que emitem ondas de mesma frequência e o ponto de interesse.



Para determinar a diferença de percurso, basta calcular o módulo da diferença da distância de cada fonte ao ponto de interesse.

$$\Delta x = |x_1 - x_2|$$

Após determinar a diferença de percurso, devemos estabelecer o número (n), que corresponde à quantidade de meios de comprimentos de onda que compõem a diferença de percurso.

$$\Delta x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Dessa forma, temos:

	Fontes em concordância de fase	Fontes em oposição de fase
Se n for par	Interferência construtiva	Interferência destrutiva
Se n for ímpar	Interferência destrutiva	Interferência construtiva

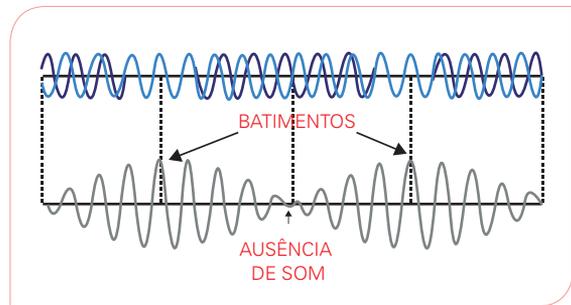
Observação

Caso o valor de n não for inteiro, a interferência será denominada parcial.

Batimento

Quando afinamos um instrumento musical, comparamos uma nota emitida por instrumento afinado com a nota emitida pelo desafinado. Ao emitir a nota nos dois instrumentos, o som irá oscilar entre máximos e

mínimos de intensidade. A essa oscilação resultante da superposição de duas ondas que se propagam na mesma direção denominamos batimento.

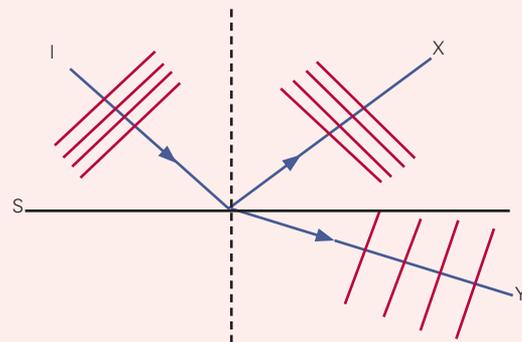


A frequência de batimento corresponde ao módulo da diferença entre as duas frequências originais.

$$f_B = |f_1 - f_2|$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Unesp – A figura representa uma onda periódica I que atinge a superfície de separação S entre dois meios. Representa também outros dois trens de ondas, X e Y , a serem identificados, e a linha pontilhada indica a normal à superfície de separação S .



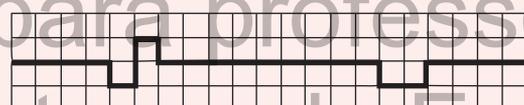
Os dois trens de ondas X e Y correspondem, respectivamente, às ondas

- refletida e refratada.
- refletida e difratada.
- refratada e refletida.
- difratada e refratada.
- refletida e polarizada.

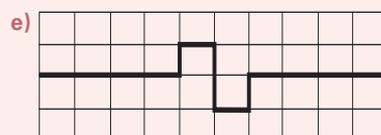
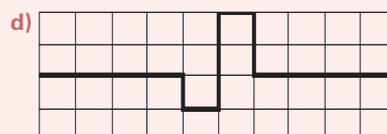
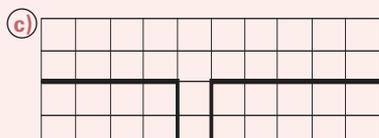
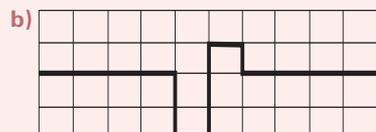
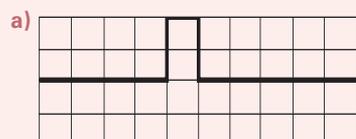
Resolução

O trem de ondas X sofre reflexão, pois permanece no mesmo meio e possui comprimento de onda igual ao da onda incidente. O trem Y sofre refração, pois mudou de meio sofrendo alteração na velocidade e no comprimento de onda.

2. FGV-SP – A figura mostra dois pulsos que se movimentam em sentidos contrários, um em direção ao outro sobre a mesma corda, que pode ser considerada ideal.



No momento em que houver sobreposição total, a disposição esperada para os pontos da corda estará mais bem indicada por:



Resolução

As se encontrarem, a crista e o vale sofreram interferência destrutiva. Já no encontro vale com vale, teremos interferência construtiva. Dessa forma, a onda resultante terá a largura de um quadrado e a altura de dois quadrados para baixo.

ROTEIRO DE AULA

Fenômenos ondulatórios

Reflexão: ocorre quando a onda atinge um obstáculo e retorna ao seu meio original com a mesma velocidade e o mesmo comprimento de onda.

Refração: ocorre quando a onda muda de meio com consequente mudança de velocidade e de comprimento de onda.

Difração: capacidade de a onda contornar obstáculos.

Polarização: a onda transversal passa a oscilar em uma única direção.

Ressonância: transmissão de energia através de uma onda de frequência praticamente igual à frequência natural de vibração dos corpos.

Interferência: ocorre quando duas ou mais ondas se interceptam em determinado meio. Podem ser construtivas ou destrutivas.

Batimento: superposição de duas ondas que se propagam na mesma direção.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. UFOP-MG – Uma criança está brincando com um xilofone ao lado de uma piscina. Num dado instante, com uma baqueta, ela bate em uma das varetas metálicas do instrumento musical, produzindo, assim, uma nota musical de frequência 160 Hz. Considerando que a velocidade do som é de 340 m/s no ar e de 1 450 m/s na água, determine

a) o comprimento de onda desse som no ar;

$$\lambda_{\text{ar}} = \frac{v_{\text{ar}}}{f_{\text{ar}}} = \frac{340}{160}$$

$$\lambda \approx 2,1 \text{ m}$$

b) a frequência desse som ao atingir o ouvido do pai da criança, que está totalmente submerso na piscina;

$$\text{Na refração a frequência não se altera: } f_{\text{ar}} = f_{\text{água}} = 160 \text{ Hz}$$

c) o comprimento de onda desse som na água.

$$\lambda_{\text{água}} = \frac{v_{\text{água}}}{f_{\text{água}}} = \frac{1450}{160}$$

$$\lambda \approx 9,1 \text{ m}$$

2. UEPG-PR – Quando uma pedra é jogada na água, é possível observar que a perturbação que ela produz se propaga em toda a superfície livre por meio de ondas. O movimento ondulatório apresenta fenômenos como reflexão, refração, difração, polarização, entre outros. Sobre esses fenômenos ondulatórios, assinale o que for correto.

- 01) Uma onda, quando muda de velocidade ao passar de um meio para outro, pode sofrer reflexão e refração.
- 02) Ondas sonoras não sofrem o fenômeno de polarização.
- 04) A difração, através de uma fenda, somente é observada quando a fenda é menor ou da mesma ordem de grandeza do comprimento de onda.
- 08) Numa onda polarizada, todas as partículas do meio vibram numa única direção perpendicular à direção de propagação da onda.
- 16) O fenômeno de difração ocorre quando uma onda contorna um obstáculo que, parcialmente, interrompe-a.

Dê a soma dos números dos itens corretos.

$$31 (01 + 02 + 04 + 08 + 16)$$

01. Correta.

02. Correta. A polarização só ocorre em ondas transversais.

04. Correta.

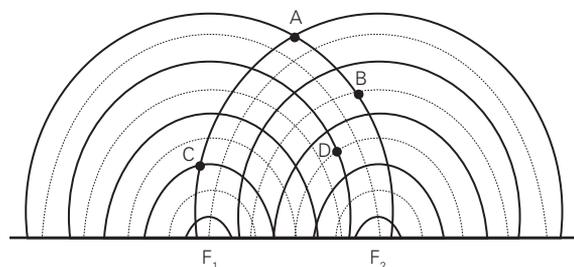
08. Correta.

16. Correta.

3. PUC-PR

C1-H1

Dois fontes produzem ondas coerentes na superfície de um líquido. A figura da interferência formada em um instante t está representada a seguir.



Considerando as linhas contínuas como cristas dessas ondas e as linhas descontínuas como vales, qual é a interferência observada respectivamente nos pontos A, B, C e D?

- a) Destrutiva, construtiva, destrutiva e construtiva.
- b) Construtiva, destrutiva, construtiva e destrutiva.**
- c) Destrutiva, destrutiva, construtiva e construtiva.
- d) Construtiva, construtiva, destrutiva e destrutiva.
- e) Impossível saber com base apenas na representação.

Em A: duas cristas \Rightarrow interferência construtiva

Em B: uma crista e um vale \Rightarrow interferência destrutiva

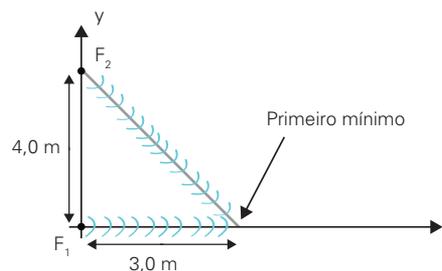
Em C: duas cristas \Rightarrow interferência construtiva

Em D: uma crista e um vale \Rightarrow interferência destrutiva

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Aplicar os conceitos de reflexão, refração, difração, polarização, ressonância, interferência, batimento para a compreensão de fenômenos ondulatórios em situações diversas.

4. UFPE – Duas fontes sonoras pontuais, F_1 e F_2 , separadas entre si por 4,0 m, emitem ondas em fase e na mesma frequência. Um observador, afastando-se lentamente da fonte F_1 , ao longo do eixo x , detecta o primeiro mínimo de intensidade sonora, em razão da interferência das ondas geradas por F_1 e F_2 , na posição $x = 3,0$ m. Sabendo-se que a velocidade do som é 340 m/s, qual a frequência das ondas sonoras emitidas, em Hz?



$$x_2^2 = 3^2 + 4^2$$

$$x_2 = 5 \text{ m}$$

$$\Delta x = |x_1 - x_2| = |3 - 5|$$

$$\Delta x = 2 \text{ m}$$

$$\Delta x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

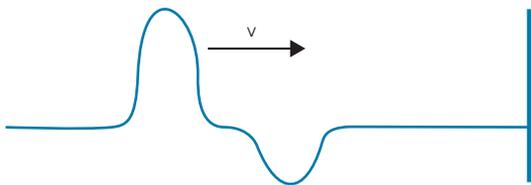
$$2 = 1 \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 4 \text{ m}$$

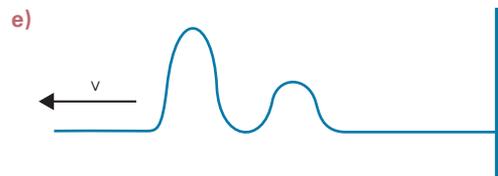
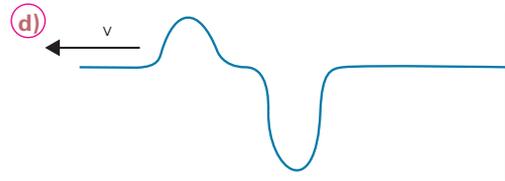
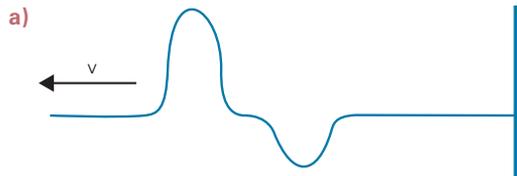
$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{4}$$

$$f = 85 \text{ Hz}$$

5. UCS-RS – Um pulso com a forma mostrada na figura propaga-se com uma velocidade constante (v) ao longo de uma corda que tem a sua extremidade presa a uma parede.



Qual das opções a seguir melhor apresenta a forma que o pulso terá após refletir-se na extremidade fixa da corda?



6. PUC-RJ – Uma onda eletromagnética propaga-se no vácuo e incide sobre uma superfície de um cristal, fazendo um ângulo i 560° com a direção normal à superfície. Considerando a velocidade de propagação da onda no vácuo como $c = 3 \cdot 10^8$ m/s e sabendo que a onda refratada faz um ângulo de $r = 30^\circ$ com a direção normal, podemos dizer que a velocidade de propagação da onda no cristal, em m/s, é

a) $1,0 \cdot 10^8$

d) $\sqrt{4} \cdot 10^8$

b) $\sqrt{2} \cdot 10^8$

e) $\sqrt{5} \cdot 10^8$

c) $\sqrt{3} \cdot 10^8$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{3 \cdot 10^8}{v_2}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{3 \cdot 10^8}{v_2}$$

$$v_2 = \sqrt{3} \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UFAM – Os fenômenos físicos estão presentes em toda parte, mesmo que não tenhamos consciência disso. Um exemplo de fenômeno que está constantemente presente em nossas vidas é o ondulatório. Podemos dizer que vivemos “imersos em ondas”. Quando uma onda luminosa de frequência f e comprimento de onda λ , propagando-se no ar com velocidade v , atinge a superfície de uma piscina, podemos afirmar que a onda luminosa continua a se propagar na água com

a) o mesmo comprimento de onda, enquanto sua frequência aumenta e sua velocidade diminui.

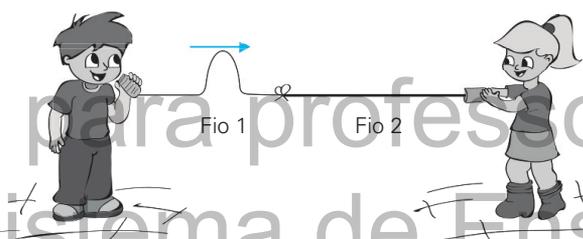
b) o mesmo comprimento de onda, enquanto sua frequência diminui e sua velocidade aumenta.

c) a mesma frequência, enquanto seu comprimento de onda e sua velocidade diminuem.

d) a mesma frequência e o mesmo comprimento de onda, enquanto sua velocidade diminui.

e) a mesma frequência, enquanto a velocidade e o comprimento de onda aumentam.

8. Ueam (adaptado) – Como não dispunham de muito barbante para montar seu telefone de latinhas, duas crianças precisaram emendar dois fios diferentes, sendo o fio 2 mais denso que o fio 1. Nessa brincadeira, durante a conversa, os fios devem ser mantidos esticados.



Antes de começarem a conversar, quando os fios estavam esticados, uma delas provocou uma perturbação no fio 1, produzindo um pulso transversal que se propagou por ele com velocidade v_1 . Considerando que, quando refratou para o fio 2, o pulso propagou-se por ele com velocidade v_2 e que $v_1 = 1,5 \cdot v_2$, determine a razão λ_1/λ_2 entre os comprimentos de onda dos pulsos nos fios 1 e 2.

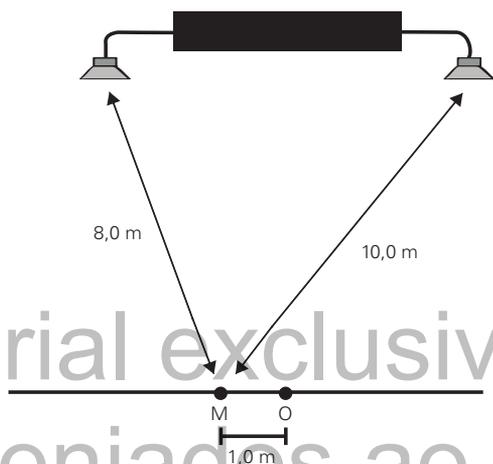
9. Udesc-SC – Analise as proposições em relação ao efeito de polarização das ondas eletromagnéticas.

- IV.** A polarização é uma característica das ondas transversais.
- V.** A polarização é uma característica das ondas longitudinais.
- VI.** Os óculos de sol são exemplos de filtros polarizadores e aumentam a intensidade da radiação incidente.
- VII.** Os óculos de sol são exemplos de filtros polarizadores e reduzem a intensidade da radiação incidente.

Assinale a alternativa correta.

- a)** Somente as afirmativas I e III estão corretas.
- b)** Somente as afirmativas I e IV estão corretas.
- c)** Somente as afirmativas II e III estão corretas.
- d)** Somente as afirmativas II e IV estão corretas.
- e)** Somente a afirmativa III está correta.

10. UFMG – Dois alto-falantes idênticos, bem pequenos, estão ligados ao mesmo amplificador e emitem ondas sonoras em fase, em uma só frequência, com a mesma intensidade, como mostrado na figura a seguir:



Igor está posicionado no ponto O, equidistante dos dois alto-falantes, e escuta o som com grande intensidade. Ele começa a andar ao longo da linha paralela aos alto-falantes e percebe que o som vai diminuindo de intensidade, passa por um mínimo e, depois, aumenta novamente.

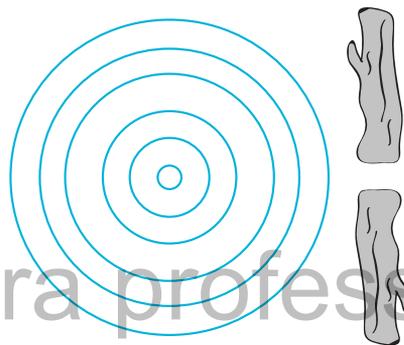
Quando Igor chega ao ponto M, a 1,0 m do ponto O, a intensidade do som alcança, de novo, o valor máximo.

Em seguida, ele mede a distância entre o ponto M e cada um dos alto-falantes e encontra 8,0 m e 10,0 m, como indicado na figura.

a) Explique por que, ao longo da linha OM, a intensidade do som varia da forma descrita e calcule o comprimento de onda do som emitido pelos alto-falantes.

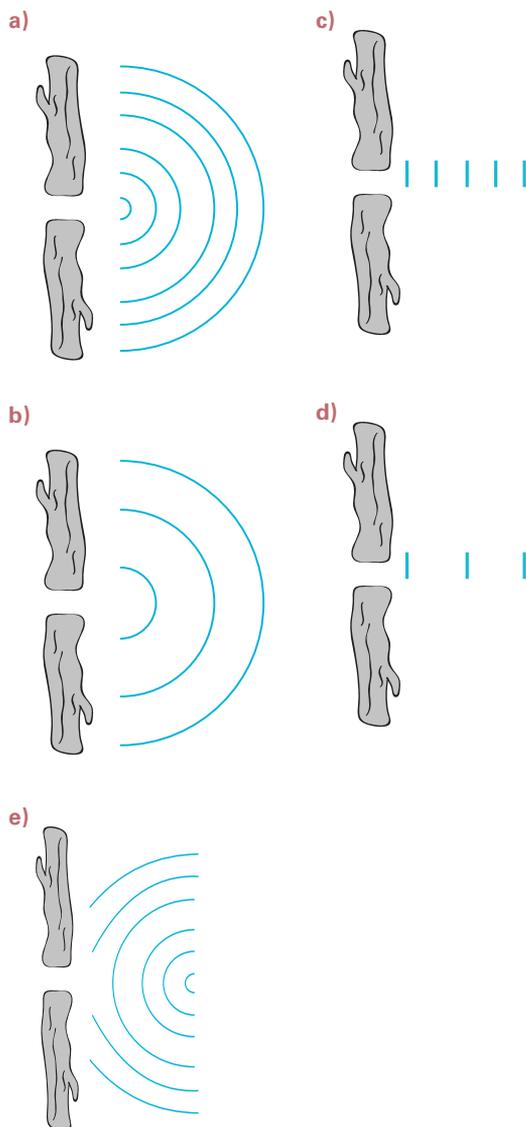
b) Se a frequência emitida pelos alto-falantes aumentar, o ponto M estará mais distante ou mais próximo do ponto O? Justifique sua resposta.

11. Ueam – Um fruto desprende-se da árvore e cai sobre as águas tranquilas e de profundidade constante de uma região alagada, produzindo ondas circulares concêntricas. Próximo ao centro das ondas, dois troncos caídos, dispostos como indica a figura, mostram uma fenda de dimensões próximas ao comprimento de onda das ondas propagadas, por onde parte do pulso pode atravessar.



Posicionamento das cristas das ondas produzidas em determinado instante.

O padrão de cristas de onda esperado, após a travessia dos pulsos pela fenda, é mais próximo de



12. UFPE – Na praia, a luz do Sol fica, em geral, parcialmente polarizada em razão das reflexões na areia e na água. Certo dia, no fim da tarde, a componente horizontal do vetor campo elétrico está 2 vezes maior que a componente vertical.

Um banhista fica de pé e usa óculos com lentes polarizadoras que eliminam a componente horizontal. Determine a porcentagem da intensidade luminosa total que chega aos olhos do banhista.

Dado: a intensidade de luz é $I = E_H^2 + E_V^2$

13. Unimontes-MG – Uma fenda simples é usada para produzir o fenômeno da difração com um feixe de luz vermelha, frequência de $4 \cdot 10^{14}$ Hz.

Marque a alternativa cujo valor para a abertura da fenda possibilite que o fenômeno ocorra de forma mais intensa.

Dado: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s² (velocidade da luz no vácuo)

- a) $7,5 \cdot 10^{-4}$ cm
- b) $7,5 \cdot 10^{-5}$ cm
- c) $7,5 \cdot 10^{-3}$ cm
- d) $7,5 \cdot 10^{-2}$ cm

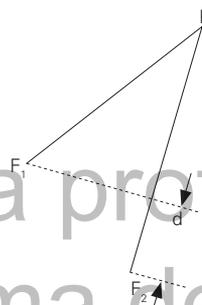
14. UFRGS – Considere as seguintes afirmações sobre fenômenos ondulatórios e suas características.

- I. A difração ocorre apenas com ondas sonoras.
- II. A ressonância ocorre apenas com ondas eletromagnéticas.
- III. A polarização ocorre apenas com ondas transversais.

Quais estão corretas?

- a) Apenas I
- b) Apenas II
- c) Apenas III
- d) Apenas I e II
- e) I, II e III

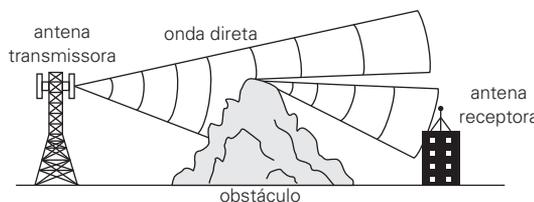
15. IFSUL-RS – Duas fontes sonoras F_1 e F_2 oscilam sem diferença de fase, produzindo ondas iguais que se superpõem no ponto P, como mostra a figura a seguir. A diferença de caminho entre as duas ondas é d. Sabendo-se que o comprimento de onda das duas ondas é λ , para qual dos valores de d ocorre um máximo de intensidade (interferência construtiva) no ponto P?



16. IFMT-MT

O nosso cotidiano é repleto de fenômenos físicos que nos auxiliam nas mais diversas atividades. Dentre eles, destacam-se as ondas, que surgem quando um sistema é deslocado de sua posição de equilíbrio e a perturbação se propaga de uma região para outra do sistema transportando apenas energia. Quando uma onda que se propaga muda de meio ou encontra um obstáculo, ela interage com o meio, o que gera alguns comportamentos específicos, chamados de fenômenos ondulatórios. Os fenômenos ondulatórios estão presentes nas ondulações em um lago, nos sons musicais que você

pode ouvir, na transmissão dos jogos de futebol e até nas mensagens enviadas via redes sociais.



O fenômeno ondulatório melhor representado no esquema da figura acima é o da:

- reflexão
- dispersão
- refração
- difração
- polarização

17. UECE-CE

No ouvido, para a chegada de informações sonoras ao cérebro, o som se propaga, de modo simplificado, por três meios consecutivos: o ar, no ouvido médio, um meio sólido (os ossos martelo, bigorna e estribo) e um meio líquido, no interior da cóclea. Ao longo desse percurso, as ondas sonoras têm

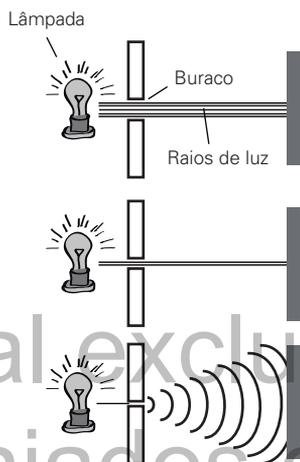
- mudança de frequência de um meio para o outro.
- manutenção da amplitude entre os meios.
- mudança de velocidade de propagação de um meio para o outro.
- manutenção na forma de onda e na frequência entre os meios.

ESTUDO PARA O ENEM

18. Enem

C1-H1

Ao diminuir o tamanho de um orifício atravessado por um feixe de luz, passa menos luz por intervalo de tempo; e próximo da situação de completo fechamento do orifício, verifica-se que a luz apresenta um comportamento como o ilustrado nas figuras. Sabe-se que o som, dentro de suas particularidades, também pode se comportar dessa forma.



Em qual das situações a seguir está representado o fenômeno descrito no texto?

- Ao se esconder atrás de um muro, um menino ouve a conversa de seus colegas.
- Ao gritar diante de um desfiladeiro, uma pessoa ouve a repetição do seu próprio grito.
- Ao encostar o ouvido no chão, um homem percebe o som de uma locomotiva antes de ouvi-lo pelo ar.
- Ao ouvir uma ambulância se aproximando, uma pessoa percebe o som mais agudo do que quando o veículo se afasta.
- Ao emitir uma nota musical muito aguda, uma cantora de ópera faz que uma taça de cristal se despedace.

19. Enem

C1-H1

Ao assistir a uma apresentação musical, um músico que estava na plateia percebeu que conseguia ouvir quase perfeitamente o som da banda, perdendo um pouco de nitidez nas notas mais agudas. Ele verificou que havia muitas pessoas bem mais altas à sua frente, bloqueando a visão direta do palco e o acesso aos alto-falantes. Sabe-se que a velocidade do som no ar é 340 m/s e que a região de frequência das notas emitidas é de, aproximadamente, 20 Hz a 4 000 Hz.

Qual fenômeno ondulatório é o principal responsável para que o músico percebesse essa diferenciação do som?

- a) Difração
- b) Reflexão
- c) Refração
- d) Atenuação
- e) Interferência

20. UTF-PR**C1-H1**

Quando aplicada na medicina, a ultrassonografia permite a obtenção de imagens de estruturas internas

do corpo humano. Ondas de ultrassom são transmitidas ao interior do corpo. As ondas que retornam ao aparelho são transformadas em sinais elétricos, amplificadas, processadas por computadores e visualizadas no monitor de vídeo. Essa modalidade de diagnóstico por imagem baseia-se no fenômeno físico denominado

- a) ressonância.
- b) reverberação.
- c) reflexão.
- d) polarização.
- e) dispersão.

ONDAS ESTACIONÁRIAS



WJOENNY. 123RF.COM

Ondas estacionárias no violão.

INTRODUÇÃO

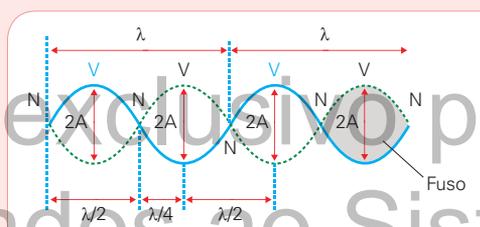
Ao tocar um violão, como pode ser observado na imagem de abertura, colocamos as cordas para vibrar. Encontrando um obstáculo, como o nosso dedo, a onda produzida pela vibração da corda sofre reflexão com inversão de fase (extremidade fixa) e sobrepõe-se à onda incidente, dando origem às **ondas estacionárias**.

Dessa forma, podemos dizer que as **ondas estacionárias** são formadas pela interferência entre duas ondas superpostas que se propagam em sentidos opostos e possuem as mesmas características: frequência, velocidade de propagação, comprimento de onda e amplitude.

Elas são denominadas estacionárias, pois a forma de onda resultante da interferência não se move nem para a esquerda nem para a direita, o que estabelece posições fixas de máximos e mínimos de amplitude.

Elementos das ondas estacionárias

Na figura seguinte, temos a representação de uma onda estacionária. Ela mostra o resultado da interferência.



Representação da onda estacionária.

- Elementos das ondas estacionárias
- Formação das ondas estacionárias

HABILIDADES

- Reconhecer os elementos de uma onda estacionária.
- Calcular grandezas que caracterizam as ondas, como velocidade, comprimento de onda e frequência.
- Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

Amplitude (A): corresponde à máxima distância de vibração do ventre (V). A unidade do sistema internacional é o metro.

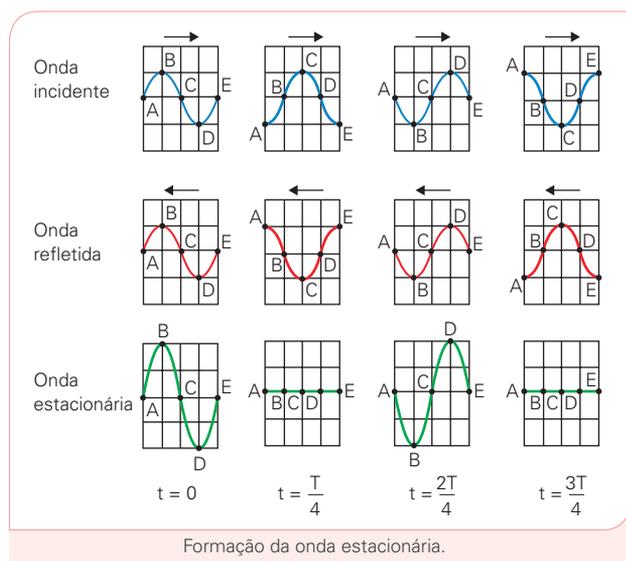
Ventres (V): são os pontos em que ocorre interferência construtiva. A distância entre dois ventres consecutivos equivale a meio comprimento de onda. A amplitude de vibração desses pontos é máxima. Também podem ser chamados de antinós ou antinodos.

Nós (N): são os pontos em que ocorre interferência destrutiva. A distância entre dois nós consecutivos igualmente equivale a meio comprimento de onda. A amplitude de vibração desses pontos é nula. Também podem ser chamados de nodos.

Fuso: corresponde à região compreendida entre dois nós consecutivos, que equivale a meio comprimento de onda.

Formação das ondas estacionárias

Na figura a seguir, estão representadas as ondas incidente, refletida e estacionária em diferentes instantes de tempo.



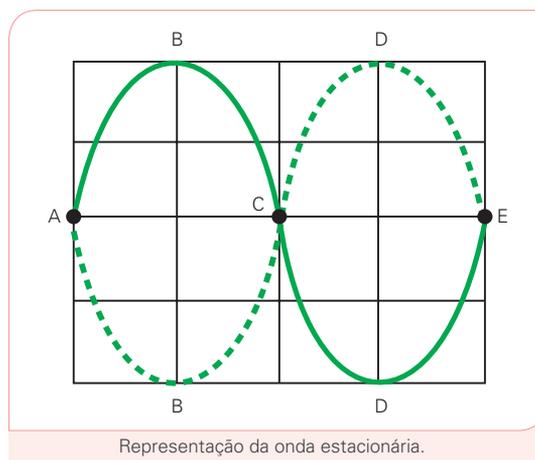
Nos intervalos de tempo $t = 0$ e $t = 2 \cdot \frac{T}{4}$, podemos observar que os pontos A, C e E possuem amplitude nula nas ondas incidente, refletida e estacionária. Os pontos B e D possuem amplitude correspondente a uma quadrícula nas ondas incidente e refletida, e a duas quadrículas na onda estacionária, pois em alguns instantes sofrem **interferência construtiva**. A diferença entre esses instantes é que, em $t = 0$, o ponto B corresponde a uma crista, e o ponto D, a um vale na onda estacionária; no instante $t = 2 \cdot \frac{T}{4}$, observamos o inverso.

Nos intervalos de tempo $t = \frac{T}{4}$ e $t = 3 \cdot \frac{T}{4}$, podemos observar que os pontos B e D possuem amplitude

nula nas ondas incidente, refletida e estacionária. Os pontos A, C e E possuem amplitude correspondente a uma quadrícula nas ondas incidente e refletida, e amplitude nula na onda estacionária, pois sofrem **interferência destrutiva**.

Podemos reparar que na onda estacionária os pontos A, C e E apresentam **amplitude nula**, portanto, correspondem aos **nós (N)**. Os pontos B e D ora são cristas, ora são vales, possuindo **amplitude máxima** equivalente ao **dobro das ondas incidente e refletida**, portanto, correspondem aos **ventres (V)**.

Em razão de o movimento dos pontos da corda ser relativamente rápido, suas imagens acabam se superpondo em nossa retina (persistência retiniana), dando origem às imagens observadas na corda do violão e na representação das ondas estacionárias.



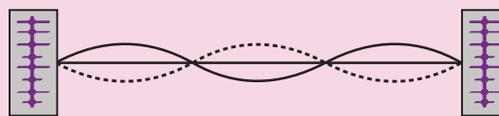
A onda estacionária normalmente é representada como na figura anterior, onde os pontilhados indicam a posição da onda depois de meio período.

Observação

A persistência retiniana é a fração de tempo que a imagem permanece na retina após desaparecer do campo visual.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

UFMS – A figura mostra ondas estacionárias em uma corda de comprimento 45 cm, de densidade linear de massa $\mu = 6,2$ g/m, com as duas extremidades fixas, e que está vibrando a 450 Hz.



Dê como resposta a soma dos números correspondentes às afirmações corretas.

- 01) Todos os pontos da corda vibram com a mesma amplitude.
- 02) Todos os pontos da corda vibram com a mesma frequência.
- 04) O comprimento de onda na corda é de 90 cm.

08) A velocidade de propagação da onda na corda é de 135 m/s.

16) A força tensora na corda é de 113 N, aproximadamente.

Resolução

26 (02 + 08 + 16)

01) Incorreta. Os ventres possuem amplitude máxima e os nós, mínima.

02) Correta. Todos os pontos da onda estacionária possuem a mesma frequência.

04) Incorreta.

$$3 \cdot \frac{\lambda}{2} = 45$$

$$\lambda = 30 \text{ cm}$$

08) Correta.

$$v = \lambda \cdot f$$

$$v = 0,3 \cdot 450$$

$$v = 135 \text{ m/s}$$

16) Correta.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$135 = \sqrt{\frac{F}{6,2 \cdot 10^{-3}}}$$

$$F \approx 113 \text{ N}$$

ROTEIRO DE AULA

Ondas estacionárias

São formadas pela interferência entre duas ondas que possuem as mesmas características e propagam-se em sentidos opostos.

Amplitude (A): corresponde à máxima distância de vibração.

Ventres (V): pontos em que ocorre interferência construtiva.

Nós (N): pontos em que ocorre interferência destrutiva.

Fuso: região compreendida entre dois nós consecutivos.

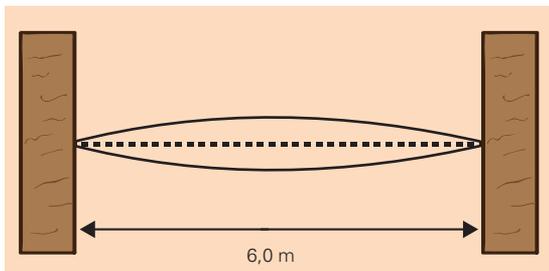
Nós: possuem amplitude nula.

Ventres: possuem o dobro da amplitude das ondas incidente e refletida.

Velocidade de propagação nula.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **UFPE-PE** – Uma onda estacionária forma-se em um fio fixado por seus extremos entre duas paredes, como mostrado na figura.



Calcule o comprimento de onda dessa onda estacionária, em metros.

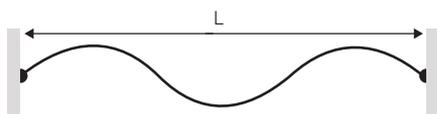
$$L = \frac{1}{2} \cdot \lambda$$

$$\lambda = 2 \cdot L$$

$$\lambda = 2 \cdot 6$$

$$\lambda = 12 \text{ m}$$

2. **UFGRS-RS** – A figura a seguir representa uma onda estacionária produzida em uma corda de comprimento $L = 50 \text{ cm}$.



Sabendo que o módulo da velocidade de propagação de ondas nessa corda é 40 m/s , encontre a frequência dessa onda.

- a) 40 Hz
b) 60 Hz
c) 80 Hz
d) 100 Hz
e) 120 Hz

$$L = \frac{3}{2} \cdot \lambda$$

$$\lambda = \frac{2}{3} \cdot L$$

$$\lambda = \frac{2}{3} \cdot 0,5$$

$$\lambda = \frac{1}{3} \text{ m}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$40 = \frac{1}{3} \cdot f$$

$$f = 120 \text{ Hz}$$

3. **PUC-RJ**

C1-H1

Uma corda é fixa em uma das extremidades, enquanto a outra é vibrada por um menino. Depois de algum tempo vibrando a corda, o menino observa um padrão de ondas estacionárias. Ele verifica que a distância entre

dois nós consecutivos desse padrão é de $0,50 \text{ m}$. Determine em metros o comprimento de onda da vibração imposta à corda.

- a) 0,25
b) 0,50
c) 1,00
d) 1,25
e) 1,50

Sendo a distância entre dois nós equivalente à metade do comprimento de onda:

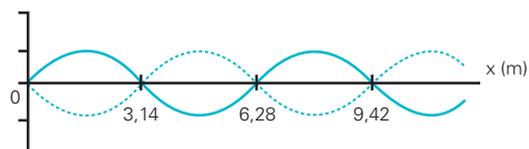
$$\frac{\lambda}{2} = 0,5$$

$$\lambda = 1 \text{ m}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

4. **Uece-CE** – Dois instantâneos de uma onda harmônica transversal que se propaga na direção x em um meio não dispersivo são mostrados na figura. A diferença de tempo entre esses instantâneos é de $0,5 \text{ s}$.



Assim, a velocidade de propagação da onda é, em m/s ,

- a) 9,42
b) 3,14
c) 6,28
d) 1,57

$$L = \frac{1}{2} \cdot \lambda$$

$$\lambda = 2 \cdot L$$

$$\lambda = 2 \cdot 3,14$$

$$\lambda = 6,28 \text{ m}$$

Como a diferença entre os instantâneos é de $0,5 \text{ s}$ e a onda inverteu da fase, o período é de 1 s .

$$v = \lambda \cdot f = \lambda \cdot \frac{1}{T}$$

$$v = 6,28 \cdot \frac{1}{1}$$

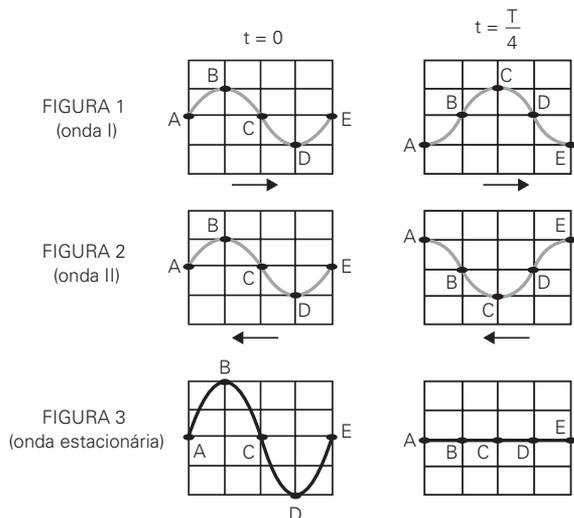
$$v = 6,28 \text{ m/s}$$

5. **Unesp (adaptado)** – Duas ondas mecânicas transversais e idênticas, I e II, propagam-se em sentidos opostos por uma corda elástica tracionada. A figura 1 representa as deformações que a onda I, que se propa-

para a direita, provocaria em um trecho da corda nos instantes $t = 0$ e $t = \frac{T}{4}$, em que T é o período

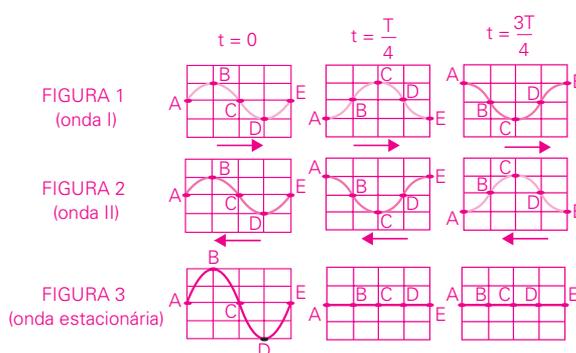
de oscilação das duas ondas. A figura 2 representa as deformações que a onda II, que se propaga para a esquerda, provocaria no mesmo trecho da corda, nos

mesmos instantes relacionados na figura 1. Ao se cruzarem, essas ondas produzem uma figura de interferência e, em razão desse fenômeno, estabelece-se uma onda estacionária na corda. A figura 3 representa a configuração da corda resultante da interferência dessas duas ondas, nos mesmos instantes $t = 0$ e $t = \frac{T}{4}$.



Represente a configuração da corda nesse mesmo trecho em razão da formação da onda estacionária no instante $\frac{3 \cdot T}{4}$.

Do instante $t = \frac{T}{4}$ até $t = \frac{3 \cdot T}{4}$ decorre meio período, ocorrendo inversão de fase em cada uma das ondas, como ilustra a figura, desencadeando a onda estacionária mostrada.



6. UCS-RS – Fisicamente, e para o mesmo meio de propagação, a diferença entre a onda sonora associada à nota musical dó e a onda sonora associada à nota musical ré suspenso, emitidas pelo mesmo instrumento, está
- na velocidade das duas ondas.
 - no fato de que os sustenidos representam ondas sonoras que não sofrem refração.
 - na amplitude das duas ondas.
 - no fato de que os sustenidos representam ondas sonoras que não sofrem reflexão.
 - na frequência das duas ondas.

A altura do som está relacionada com sua frequência, ou seja, a altura (tom) é a qualidade do som que permite ao ouvido distinguir um som grave, de baixa frequência (dó), de um som agudo, de alta frequência (ré suspenso).

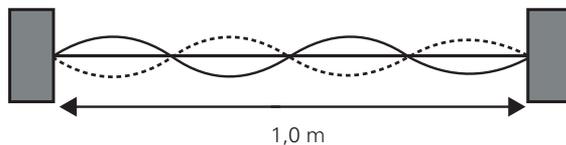
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Em uma propagação ondulatória, forma-se um padrão de ondas estacionário com 5 fusos. Sabendo que a distância do primeiro nó até o último é de 150 cm, qual é o comprimento de onda das ondas que originaram o padrão estacionário?

8. Uece-CE – Considere duas cordas vibrantes, com ondas estacionárias e senoidais, sendo uma delas produzida por um violino e a outra por uma guitarra. Assim, é correto afirmar que nos dois tipos de ondas estacionárias têm-se as extremidades das cordas vibrando com amplitudes

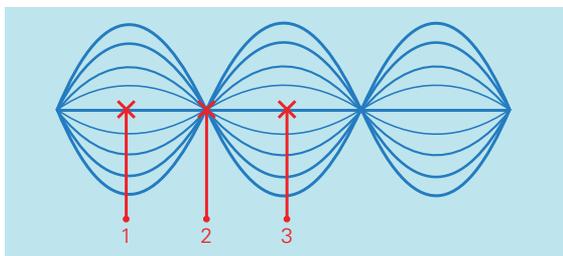
- nulas.
- máximas.
- variáveis.
- dependentes da frequência das ondas.

9. PUC-PR – Uma corda de 1 m de comprimento está fixa em suas extremidades e vibra na configuração estacionária da figura a seguir. Conhecida a frequência de vibração igual a 1 000 Hz, podemos afirmar que a velocidade da onda na corda é



- 500 m/s.
- 1 000 m/s.
- 250 m/s.
- 100 m/s.
- 200 m/s.

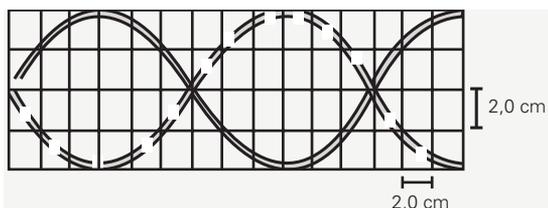
10. UFF-RJ – A figura a seguir representa um dos modos de vibração de uma corda presa nas suas extremidades.



Marque a alternativa que quantifica corretamente as velocidades dos pontos 1, 2 e 3 da corda no instante em que ela passa pela configuração horizontal.

- a) $v_1 = v_2 = v_3 = 0$
- b) $v_1 = v_2 = v_3 \neq 0$
- c) $v_1 = -v_2 = v_3 = 0$
- d) $v = -v_3 \neq 0; v_2 = 0$
- e) $v_1 = v_2 \neq 0; v_3 = 0$

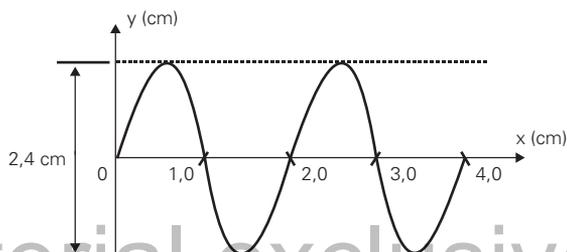
11. Sistema Dom Bosco – O gráfico a seguir representa o perfil de uma onda estacionária em um determinado instante.



a) Qual a relação entre o comprimento de onda e a amplitude dessa onda estacionária?

b) Sabendo que o módulo da velocidade de propagação da onda é igual a 48 cm/s, qual é a sua frequência?

12. Mackenzie-SP (adaptado)



O gráfico anterior representa uma onda que se propaga com velocidade constante de 200 m/s. Ao encontrar um obstáculo, a onda sofre reflexão e forma um padrão estacionário com a onda incidente.

Encontre a amplitude (A), o comprimento de onda (λ) e a frequência (f) da onda estacionária resultante.

13. Uece-SP – Considere um forno de micro-ondas que opera na frequência de 2,45 GHz. O aparelho produz ondas eletromagnéticas estacionárias no interior do forno. A distância de meio comprimento de onda, em cm, entre nodos do campo elétrico é, aproximadamente,

Dado: considere a velocidade da luz no ar, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

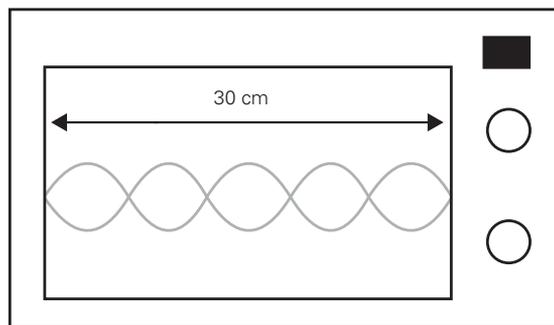
- a) 2,45
- b) 12
- c) 6
- d) 4,9

14. Euma-MA – Um professor de Física, para realizar um experimento de ondas, usou uma campainha elétrica como um oscilador harmônico simples. Prendeu uma extremidade de um fio na lâmina da campainha e a outra fixou em um suporte. Assim, verificou que a distância entre dois vales sucessivos foi de 0,2 m e a velocidade de propagação de onda no fio foi de 36 km/h.

A frequência da campainha, no SI, corresponde a

- a) 30
- b) 40
- c) 50
- d) 60
- e) 70

15. Unicamp-SP (adaptado) – A figura a seguir mostra o esquema de um forno de micro-ondas, com 30 cm de distância entre duas de suas paredes internas paralelas, assim como uma representação simplificada de certo padrão de ondas estacionárias em seu interior. Considere a velocidade das ondas no interior do forno como $c = 3 \cdot 10^8$ m/s e calcule a frequência f das ondas que formam o padrão representado na figura.



16. **UFJF-MG (adaptado)** – A radiação produzida por um forno de micro-ondas interage com as moléculas de água contidas nos alimentos, fazendo-as oscilar com uma frequência de 3,0 GHz ($3,0 \cdot 10^9$ Hz). Essa oscilação é capaz de produzir calor que aquece o alimento.

a) Calcule o comprimento de onda das micro-ondas no interior do forno.

b) O forno pode ser considerado como uma cavidade ressonante, desde que a frequência da onda seja exatamente a frequência ressonante para a cavidade. Nesse caso, as ondas eletromagnéticas, em seu interior, terão nodos nas paredes do forno. Sabendo que a distância entre duas laterais consecutivas é $l = 50$ cm, determine o número n de antinodos das ondas estacionárias ao longo dessa distância.

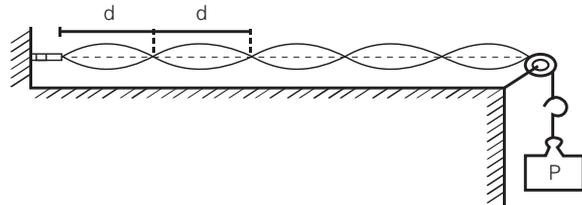
17. **Unifesp** – A figura representa uma configuração de ondas estacionárias produzida num laboratório didático com uma fonte oscilante.

a) Sendo $d = 12$ cm a distância entre dois nós sucessivos, qual o comprimento de onda da onda que se propaga no fio?

b) O conjunto P de cargas que traciona o fio tem massa $m = 180$ g. Sabe-se que a densidade linear do fio é $\mu = 5,0 \cdot 10^{-4}$ kg/m. Determine a frequência de oscilação da fonte.

Dados: velocidade de propagação de uma onda numa

corda: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$; $g = 10$ m/s².



ESTUDO PARA O ENEM

18. **UFSCar-SP (adaptado)**

C1-H1

Com o carro parado no congestionamento sobre o centro de um viaduto, um motorista pôde constatar que a estrutura deste estava oscilando intensa e uniformemente. Curioso, pôs-se a contar o número de oscilações que estavam ocorrendo. Conseguiu contar 75 sobes e desces da estrutura no tempo de meio minuto, quando teve que abandonar a contagem devido ao reinício lento do fluxo de carros. Determine a frequência, em hertz, da onda estacionária do viaduto.

a) 15,0

b) 9,0

c) 7,5

d) 5,0

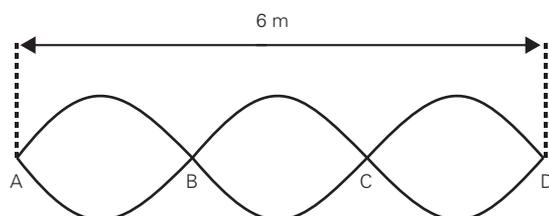
e) 2,5

19. **UFRRS**

C1-H1

A figura mostra uma onda estacionária em uma corda. Os pontos A, B, C e D são nodos e a distância entre os nodos A e D é de 6 m. A velocidade de propagação

das ondas que resultam na onda estacionária, nessa corda, é de 10 m/s.



A frequência da onda estacionária vale, em hertz,

- a)** 10 **c)** 1,25 **e)** 1,66
b) 2,5 **d)** 5

20. UFU-MG (adaptado)

C1-H1

Após uma competição de natação, forma-se um padrão de ondas estacionárias na piscina olímpica. Uma piscina olímpica oficial mede 50 metros. Se a distância entre os ventres do padrão de ondas é de 50 centímetros, o número de ventres que aparecem na piscina e o comprimento das ondas propagantes são

- a)** 98 ventres e comprimento de onda de 1 metro.
b) 50 ventres e comprimento de onda de 50 centímetros.
c) 50 ventres e comprimento de onda de 1 metro.
d) 200 ventres e comprimento de onda de 2 metros.
e) 100 ventres e comprimento de onda de 1 metro.

4

ONDAS SONORAS I

- Infrassom
- Ultrassom
- Eco
- Reverberação
- Reforço
- Altura
- Timbre
- Intensidade

HABILIDADES

- Identificar as características físicas das ondas sonoras.
- Associar qualidades sonoras como timbre, altura e intensidade às características físicas das ondas mecânicas.
- Aplicar os conceitos de reflexão, refração, eco, reverberação e reforço para a compreensão de fenômenos ondulatórios, em situações diversas.



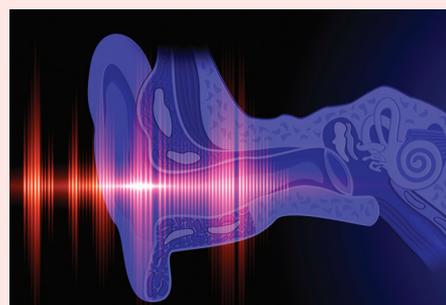
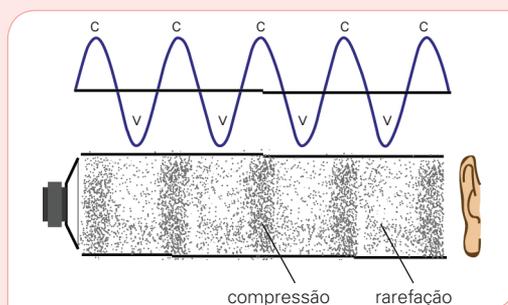
SCOTT/CARTWRIGHT/ISTOCK

Passarinho empoleirado em um galho cantando.

As ondas sonoras, tão importantes em nossa vida, são fundamentais em diversas modalidades de comunicação. Elas podem nos proporcionar momentos de grande prazer, como na música ou no canto de um pássaro, ou de irritação, como no trânsito caótico de uma cidade ou no pouso de um jato.

Onda sonora

As ondas sonoras são formadas por sucessivas regiões de compressão e rarefação das partículas que compõem o meio no qual elas se propagam. Podemos observar na imagem a seguir uma representação das ondas sonoras atingindo a orelha humana.



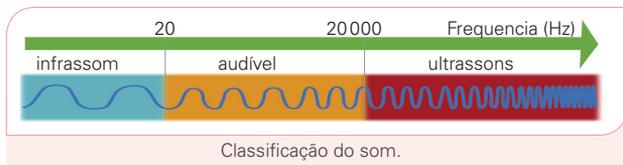
ILEXXI/ISTOCK

Representação da onda sonora atingindo a orelha humana.

Ao atingir o tímpano, a onda sonora faz que ele vibre na mesma frequência da fonte sonora. Essa vibração é transmitida para três ossículos (martelo, bigorna e estribo), passando, portanto, a se propagar no meio sólido. Em seguida, essas vibrações são amplificadas na janela oval, até que atingem o nervo auditivo, causando a sensação fisiológica do som.

CLASSIFICAÇÃO DO SOM

As ondas sonoras podem ser classificadas como audíveis, para os humanos, quando compreendidas, aproximadamente, no intervalo de frequência de 20 Hz até 20000 Hz. Abaixo de 20 Hz o som é classificado como infrassom e acima de 20000 Hz, como ultrassom.



Os humanos só podem ouvir os sons compreendidos no intervalo de frequência audível; no entanto, para alguns animais, o intervalo de frequência audível é maior ou menor. Veja a tabela a seguir.

Animal	Intervalo audível	Gráfico de frequências (Hz)					
		10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5
Elefante	10 Hz a 10 kHz	[Barra horizontal cobrindo de 10^0 a 10^4]					
Cão	15 Hz a 60 kHz	[Barra horizontal cobrindo de 10^0 a 10^5]					
Humano	20 Hz a 20 kHz	[Barra horizontal cobrindo de 10^1 a 10^4]					
Gato	60 Hz a 65 kHz	[Barra horizontal cobrindo de 10^2 a 10^5]					
Camundongo	1kHz a 100 kHz	[Barra horizontal cobrindo de 10^3 a 10^5]					
Golfinho	10 kHz a 240 kHz	[Barra horizontal cobrindo de 10^4 a 10^5]					

Intervalos audíveis

Como exemplo, podemos citar os elefantes, que são capazes de ouvir na região do infrassom, detectando tremores de terra com baixas frequências. Já os golfinhos, assim como os morcegos, utilizam a ecolocalização, na região do ultrassom, para detectar a posição ou a distância de objetos.

VELOCIDADE DO SOM

Como já mencionamos anteriormente, após o som vibrar o tímpano, passa a se propagar em meio sólido; dessa forma, sua velocidade de propagação aumenta. Isso ocorre em razão do som ser uma onda mecânica, ou seja, precisa de meio material para se propagar, e, no caso dos sólidos, as partículas estão mais próximas. De modo geral, a velocidade de propagação do som no meio sólido é maior que no meio líquido, que, por sua vez, é maior para o qual no meio gasoso.

Substância	Temperatura (°C)	Velocidade do som (m/s)
Gases		
Ar	0	331
Ar	20	343
Ar	100	387

Dióxido de Carbono	0	259
Oxigênio	0	316
Hélio	0	965
Líquidos		
Clorofórmio	20	1 004
Etanol	20	1 162
Mercúrio	20	1 450
Água Fresca	20	1 482
Sólidos		
Cobre	–	5 010
Vidro Pyrex	–	5 640
Aço	–	5 960
Berílio	–	12 870

Velocidade do som

vsólidos > vlíquidos > vgases

APLICAÇÕES DAS ONDAS SONORAS

Além de na audição, as ondas sonoras são utilizadas em muitas aplicações do cotidiano. Dentre elas, podemos citar algumas relacionadas ao fenômeno da reflexão, como a ecolocalização, a ultrassonografia, o sonar, o reforço, a reverberação e o eco.

Nessas aplicações, as ondas sonoras são emitidas por uma fonte em determinado meio e, ao atingir um obstáculo, sofrem reflexão. A onda refletida é detectada, permitindo que seja feito o registro do intervalo de tempo decorrido entre a emissão e a detecção dela.

Na ecolocalização, por exemplo, os morcegos e os golfinhos percebem a variação no tempo de retorno de pulsos ultrassônicos, podendo, assim, desviar de obstáculos, mesmo que não possam enxergá-los. Já nos aparelhos de ultrassonografia ou sonares, conhecendo a velocidade de propagação da onda sonora ultrassônica no meio, é possível a determinação da posição (distância) do obstáculo em relação à fonte.

Como esses aparelhos podem emitir uma grande quantidade de pulsos, eles recebem informação relativa à posição de inúmeros pontos do objeto, o que possibilita a reconstrução da imagem. No caso da ultrassonografia, podem ser feitas imagens internas do corpo humano ou até mesmo de objetos, para verificar sua integridade estrutural. No caso dos sonares, podem ser feitas imagens de submarinos, do fundo do oceano, de cardumes etc.



Representação da ecolocalização.



Exame de ultrassonografia.



Sonar em barco de pesca.

Outras aplicações relacionadas à reflexão sonora são o eco, a reverberação e o reforço.

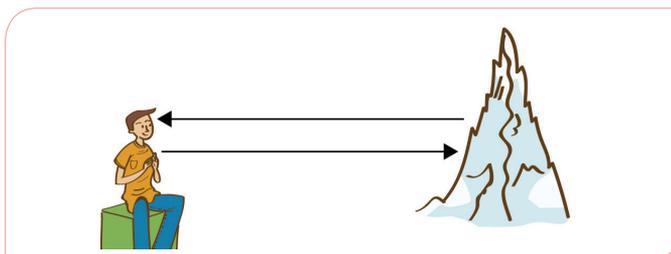
Para explicar a diferença entre elas, devemos considerar que o tempo mínimo necessário para que a orelha faça a distinção de dois sons é de 0,1 s.

O **reforço** acontece quando a fonte e o obstáculo estão muito próximos e, portanto, não há diferença de tempo significativa para que o som original e o refletido cheguem à orelha. Um exemplo é falar alto próximo a uma parede.

Já a **reverberação** ocorre quando a diferença de tempo, para que o som original e o refletido cheguem à orelha, é menor que 0,1 s. Dessa forma, temos uma sensação de prolongamento do som. A reverberação na música pode ser utilizada para criar uma sensação de profundidade ao som, deixando-o mais natural; no entanto, o excesso pode comprometer a compreensão da fala.

O **eco** é caracterizado quando ouvimos o som refletido após o término do som natural, ou seja, a diferença de tempo para que o som original e o refletido cheguem à orelha, é maior ou igual a 0,1 s.

Lembrando que a velocidade do som no ar é de aproximadamente 340 m/s, temos que:



$$v = \frac{2 \cdot d}{\Delta t}$$

$$2 \cdot d = v \cdot \Delta t$$

$$2 \cdot d = 340 \cdot 0,1$$

$$d = 17 \text{ m}$$

Logo, a distância mínima necessária para que ocorra o eco é de 17 m. No caso de uma distância inferior, ocorre a reverberação.

eco \Rightarrow distância $>$ 17 m
reverberação \Rightarrow distância \leq 17 m

QUALIDADES FISIOLÓGICAS DO SOM

Algumas características das ondas sonoras dependem da percepção do nosso sistema auditivo. Por exemplo, somos capazes de distinguir se uma música está com volume elevado ou não, se a música é cantada por um homem ou por uma mulher, ou até mesmo diferenciar a mesma nota musical emitida por instrumentos distintos, como um piano ou um saxofone. A essas características que dependem da fisiologia do nosso sistema auditivo denominamos **qualidades fisiológicas do som**. São elas: **altura**, **timbre** e **intensidade sonora**.

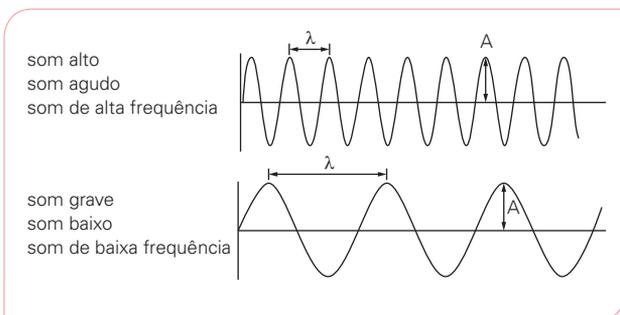
Altura

Ao contrário do que podemos imaginar, a **altura (tom)** não está relacionada ao volume de uma onda sonora, mas sim à sua **frequência**. Por exemplo, num coral, os **sons altos** (alta frequência) são os **agudos**, emitidos pelo soprano (voz feminina)

e pelo tenor (voz masculina); já os **sons baixos** (baixa frequência) são os **graves**, emitidos pelo contralto (voz feminina) e pelo baixo (voz masculina).

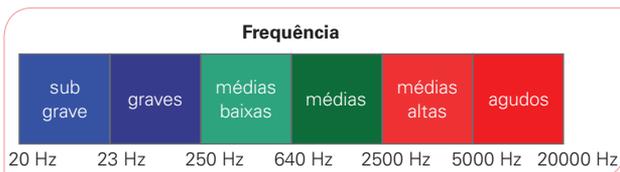
Altura

som agudo \Rightarrow som alto \Rightarrow som de alta frequência
som grave \Rightarrow som baixo \Rightarrow som de baixa frequência



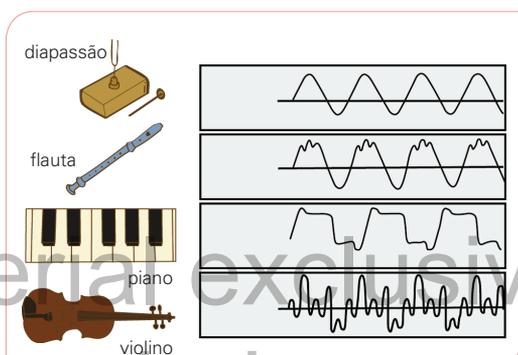
Representação das ondas sonoras aguda e grave.

Na ilustração anterior, podemos observar que as ondas sonoras tem mesma amplitude (A), porém o som agudo apresenta maior frequência e menor comprimento de onda (λ) do que o som grave. Na imagem a seguir, indicamos uma classificação para a faixa de onda audível, de subgrave até agudo.



Timbre

As notas musicais emitidas por instrumentos sonoros, como o piano, o violino, a flauta etc., são combinações das diferentes frequências geradas por esses instrumentos, os harmônicos, que estudaremos nos módulos 6 e 7. Dessa forma, cada instrumento produz uma forma de onda que difere pelo conjunto de harmônicos combinados com a frequência principal (fundamental). Na figura a seguir, podemos observar as formas de onda emitidas por diferentes instrumentos sonoros para a mesma nota musical.



Representação da onda sonora emitida por diferentes instrumentos para a mesma nota musical.

Na figura, podemos perceber que, embora os sons representem a mesma nota musical (mesma frequência fundamental), eles apresentam formas distintas, e o instrumento que oferece a forma de onda mais parecida com a emitida pelo diapásão (frequência fundamental pura) é a flauta doce. A qualidade fisiológica que possibilita distinguir os sons emitidos por instrumentos distintos para a mesma frequência é o **timbre**.

Timbre

Permite diferenciar sons de mesma frequência emitidos por instrumentos distintos.

Intensidade

Ao comprar uma caixa de som para ouvir música, estamos interessados no volume que ela é capaz de emitir. Quanto mais próximo estivermos da caixa, mais intenso será o som. Isso ocorre porque as moléculas de ar oscilam com mais intensidade nessa região, ocasionando uma maior pressão sobre o tímpano. Ao nos afastarmos das caixas, ocorre o inverso. Desse modo, a **intensidade** é a qualidade fisiológica que permite classificar um **som** como **forte** (alta intensidade) ou como **fraco** (baixa intensidade).

Intensidade

som forte \Rightarrow alta intensidade
som fraco \Rightarrow baixa intensidade

Para quantificar a intensidade sonora, utilizaremos o conceito de potência, quantidade de energia sonora emitida por uma fonte em determinado intervalo de tempo. A energia é transferida da fonte para as moléculas do meio, as quais ocupam certa região do espaço (área). Dessa forma, quanto menor for a área em que a energia se distribui, maior será a intensidade ou o volume do som.

Com base no exposto, podemos definir a intensidade sonora como a razão entre a potência emitida e a área ocupada pela frente de onda em uma determinada distância da fonte.

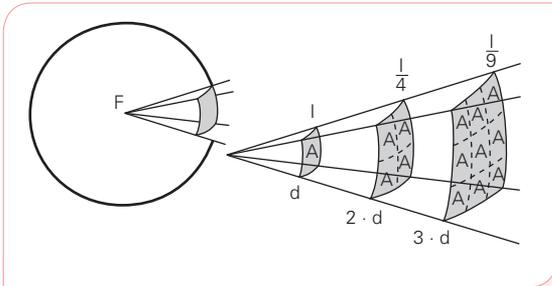
$$I = \frac{P}{\text{Área}}$$

No sistema internacional de unidades, a potência (P) é dada em watts (W) e a área é dada em metros quadrados (m^2). Portanto, a intensidade sonora (I) será dada em watts por metro quadrado (W/m^2).

Para uma onda sonora tridimensional, a área ocupada pela frente de onda em uma determinada distância da fonte corresponde à área de uma superfície esférica. Dessa forma, podemos reescrever a equação anterior da seguinte forma:

$$I = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

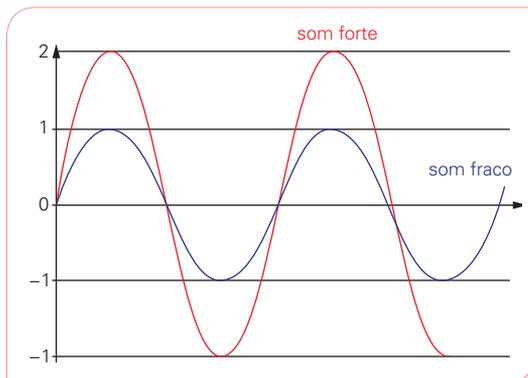
em que d corresponde à distância, em metros, entre a fonte e a frente de onda.



Representação das frentes de onda em três distâncias da fonte.

Na imagem anterior, podemos observar que, ao dobrar a distância entre a frente de onda e a fonte, a intensidade sonora diminuiu quatro vezes; ao triplicar, diminuiu nove vezes. Desse modo, podemos perceber que a intensidade sonora é inversamente proporcional ao quadrado da distância até a fonte.

A amplitude de uma onda é uma grandeza física que está diretamente associada à energia. Assim, podemos inferir que a intensidade sonora depende da amplitude da onda, pois, quanto maior a amplitude, maior será a intensidade da oscilação das moléculas do meio e vice-versa.



Representação de um som forte e de um som fraco.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Acafe-SC – A orelha humana é o órgão responsável pelo nosso sentido auditivo. Ele distingue no som três qualidades: altura, intensidade e timbre. A altura é a qualidade que permite ao mesmo tempo diferenciar sons graves de sons agudos, dependendo somente da frequência do som. Considerando os conhecimentos sobre ondas sonoras e o exposto anteriormente, assinale a alternativa correta que completa as lacunas das frases a seguir.

Podemos afirmar que o som será mais _____ quanto _____ for sua frequência.

- a) grave – maior.
- b) agudo – menor.
- c) agudo – maior.
- d) intenso – maior.

Resolução

Um som grave é um som com baixa frequência e um som agudo é um som com alta frequência.

2. UFAL – Considere que um alto-falante no alto de um poste emite ondas sonoras como uma fonte sonora pontual, com potência média constante. Um estudante, munido de um dispositivo para medição de intensidade sonora, registra $1 \text{ mW/m}^2 = 10^{-3} \text{ W/m}^2$ a uma distância de 6 m do alto-falante. Desconsidere a influência de eventuais reflexões das ondas sonoras. Se o estudante se afastar até uma distância de 10 m do alto-falante, que intensidade sonora ele medirá?

- a) 1 mW/m^2
- b) $0,6 \text{ mW/m}^2$
- c) $0,36 \text{ mW/m}^2$
- d) $0,06 \text{ mW/m}^2$
- e) $0,01 \text{ mW/m}^2$

Resolução

$P \Rightarrow$ constante

$$I_1 \cdot A_1 = I_2 \cdot A_2$$

$$10^{-3} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 6^2 = I_2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^2$$

$$I_2 = 0,36 \cdot 10^{-3} = 0,36 \text{ mW/m}^2$$

ROTEIRO DE AULA

Ondas
sonoras I

_____ **Infrassom** _____ é o som com frequência inferior a 20 Hz.

_____ **Som audível** _____ é o som com frequência entre 20 Hz e 20 kHz.

_____ **Ultrassom** _____ é o som com frequência superior a 20 kHz.

A _____ **reverberação** _____ acontece quando o som refletido é percebido antes do término do som original.

O _____ **eco** _____ acontece quando o som original já se extinguiu.

Altura é a qualidade fisiológica do som relacionada à _____ **frequência** _____ que permite classificar os sons em altos ou baixos.

_____ **Timbre** _____ é a qualidade fisiológica do som que permite distinguir sons de mesma frequência emitidos por instrumentos musicais distintos.

_____ **Intensidade** _____ é a qualidade fisiológica do som relacionada à amplitude que permite classificar os sons em fortes ou fracos.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Enem

C6-H21

Quando adolescente, as nossas tardes, após as aulas, consistiam em tomar às mãos o violão e o dicionário de acordes de Almir Chediak e desafiar nosso amigo Hamilton a descobrir, apenas ouvindo o acorde, quais notas eram escolhidas. Sempre perdíamos a aposta, ele possui o ouvido absoluto.

O ouvido absoluto é uma característica perceptual de poucos indivíduos capazes de identificar notas isoladas sem outras referências, isto é, sem precisar relacioná-las com outras notas de uma melodia.

LENT, R. *O cérebro do meu professor de acordeão*. Disponível em: <<http://cienciahoje.uol.com.br>>. Acesso em: 15 ago. 2012. Adaptado.

No contexto apresentado, a propriedade física das ondas que permite essa distinção entre as notas é a

- a) frequência.
- b) intensidade.
- c) forma da onda.
- d) amplitude da onda.
- e) velocidade de propagação.

Resolução

A qualidade fisiológica do som – que permite a distinção entre duas notas musicais emitidas por um mesmo instrumento – é a altura, que está relacionada à frequência das ondas sonoras. Sons mais altos ou agudos são aqueles cujas ondas sonoras apresentam maior frequência, ao passo que sons mais baixos ou graves são aqueles cujas ondas sonoras apresentam menor frequência.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Utilizar leis físicas e/ou químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e/ou do eletromagnetismo.

2. UEPG-PR – O som é uma onda mecânica que se propaga num meio material. Sobre as ondas sonoras dê a soma das alternativas corretas.

01) O som propaga-se melhor em lugares onde a atmosfera é mais densa, isto é, onde a pressão atmosférica é maior, tornando-o bem mais perceptível ao sentido auditivo.

02) A interferência sonora faz com que um corpo vibrante em contato com outro vibre na mesma frequência do primeiro.

04) A refração de uma onda consiste na passagem dessa onda de um meio para outro com a mudança de sua frequência.

08) As ondas sonoras propagam-se somente em linha reta, portanto, quando é colocado um anteparo entre a fonte sonora e o nosso ouvido, elas, em parte, são barradas e o som é enfraquecido.

16) O encontro do som com as paredes que produzem reflexões múltiplas e prolongam-se depois de cessada a sua emissão é o fenômeno conhecido como reverberação.

17 (01 + 16)

01) Correta. Quanto mais denso o meio, mais próximas as partículas estão.

02) Incorreta. O fenômeno descrito é o da ressonância.

04) Incorreta. A frequência é uma propriedade da fonte e, portanto, não se altera ao passar de um meio para outro.

08) Incorreta. A difração é o fenômeno que explica o fato de as ondas contornarem obstáculos.

16) Correta. A reverberação é o prolongamento de um som por causa de reflexão.

3. Mackenzie-SP (adaptado) – Uma onda sonora de comprimento de onda 68 cm propaga-se no ar com velocidade de 340 m/s. Qual será a frequência da onda sonora caso esse som passe a se propagar na água?

$$v = \lambda \cdot f$$

$$340 = \lambda \cdot 0,68$$

$$f = \frac{340}{0,68}$$

$$f = 500 \text{ Hz}$$

4. Unifenas-MG – Associe cada item com o seu respectivo nome.

IV. É a qualidade fisiológica do som que permite, por exemplo, uma pessoa distinguir um som baixo de um som alto.

V. É a qualidade fisiológica do som que permite uma pessoa distinguir um som forte de um som fraco.

VI. É a qualidade fisiológica do som que permite distinguir sons de mesma altura e intensidade, emitidos por fontes sonoras distintas.

- a) volume, intensidade e altura
- b) altura, intensidade e timbre**
- c) altura, timbre e sonoridade
- d) timbre, altura e intensidade
- e) intensidade, altura e timbre

I) Refere-se à altura, ou tom, ou, ainda, frequência.

II) Refere-se à intensidade do som. Som forte = alta intensidade; som fraco = baixa intensidade.

III) Refere-se ao timbre do som. Cada som tem uma composição complexa de harmônicos que lhes atribui formato de onda único.

5. PUC-PR – A respeito das qualidades fisiológicas do som, são feitas algumas afirmações:

I. A percepção de um som mais grave ou mais agudo está associada à frequência da onda sonora produzida.

II. Todos os animais têm a “faixa audível” das ondas sonoras na mesma frequência, que é entre 20 e 20 000 Hz, aproximadamente.

- III. Dois instrumentos diferentes podem produzir ondas sonoras com a mesma frequência, mas nunca com a mesma intensidade sonora.
- IV. A qualidade fisiológica que nos possibilita diferenciar a voz de duas pessoas sem vê-las é o timbre.
- V. As ondas sonoras podem ser difratadas.

Das afirmações anteriores, estão corretas apenas

- a) II, III e IV.
b) I, IV e V.
 c) I, III e V.
 d) III, IV e V.
 e) II e III.

I) Correta. Baixa frequência \Rightarrow grave; alta frequência \Rightarrow aguda.

II) Incorreta. Alguns animais são capazes de ouvir e emitir sons nas faixas do infrassom e ultrassom.

III) Incorreta. Não existem restrições para as intensidades dos sons emitidos por quaisquer instrumentos. Elas dependem de suas características e de como o instrumento é tocado.

IV) Correta. Cada som tem uma composição complexa de harmônicos que lhes atribui formato de onda único, chamado de timbre.

V) Correta. Ondas sonoras apresentam o fenômeno da difração.

6. FEI-SP – O aparelho auditivo humano distingue no som três qualidades, que são: altura, intensidade e timbre. A altura é a qualidade que permite a essa estrutura diferenciar sons graves de sons agudos, dependendo apenas da frequência do som. Assim sendo, podemos afirmar que

- a) o som será mais grave quanto menor for sua frequência.**
 b) o som será mais grave quanto maior for sua frequência.
 c) o som será mais agudo quanto menor for sua frequência.
 d) o som será mais alto quanto maior for sua intensidade.
 e) o som será mais alto quanto menor for sua intensidade.

Baixa frequência \Rightarrow grave; alta frequência \Rightarrow aguda

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

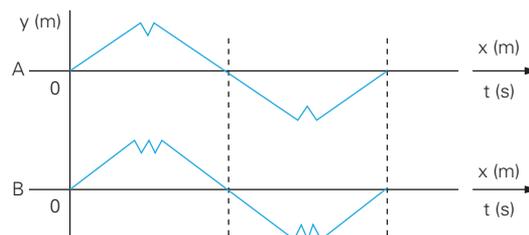
7. Da definição de eco e sabendo que o tempo mínimo para que os seres humanos possam distinguir um som do outro é de $1/10$ s, qual a menor distância para uma pessoa ouvir o eco da sua voz?

Dado: velocidade do som no ar = 340 m/s.

8. UEA (adaptado) – A característica física que possibilita a distinção dos sons emitidos por um clarinete e por um oboé, ambos instrumentos de sopro, é um fenômeno associado

- a) aos diferentes comprimentos de onda, conhecido por frequência.
 b) aos diferentes formatos de ondas, conhecido por comprimento de onda.
 c) à intensidade sonora do instrumento, conhecido por altura.
 d) às diferentes vazões do ar nesses instrumentos, conhecido por velocidade.
 e) às diferentes formas de interferência entre os harmônicos, conhecido como timbre.

9. PUC-MG (adaptado) – As vozes de cantores, emitidas nas mesmas condições ambientais, foram representadas em um osciloscópio e apresentam os aspectos geométricos indicados a seguir.



A respeito dessas ondas, foram feitas várias afirmativas:

- I. As vozes possuem timbres diferentes.
 II. As ondas possuem o mesmo comprimento de onda.
 III. Os sons emitidos possuem alturas iguais.
 IV. As ondas emitidas possuem a mesma frequência.
 V. Os sons emitidos possuem a mesma intensidade.
 VI. As ondas emitidas possuem amplitudes diferentes.
 VII. O som indicado em A é mais agudo do que o indicado em B.
 VIII. Os períodos das ondas emitidas são iguais.
- O número de afirmativas corretas é igual a
- a) 2 c) 4 e) 6
 b) 3 d) 5

10. UEPB (adaptado)

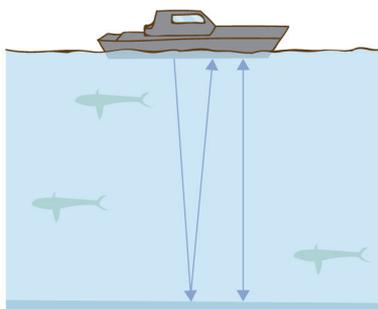
Leia o texto a seguir para responder à questão.

O SONAR (*sound navigation and ranging*) é um dispositivo que, instalado em navios e submarinos, permite medir profundidades oceânicas e detectar a presença de obstáculos. Originalmente, foi desenvolvido com finalidades bélicas.

cas durante a Segunda Guerra Mundial (1939-1945), para permitir a localização de submarinos e outras embarcações do inimigo. O seu princípio é bastante simples, encontrando-se ilustrado na figura a seguir. Inicialmente, é emitido um pulso sonoro por um dispositivo instalado no navio. A sua frequência dominante é normalmente de 10 kHz a 40 kHz. O sinal sonoro propaga-se na água em todas as direções até encontrar um obstáculo. O sinal sonoro é então refletido (eco), dirigindo-se uma parte da energia de volta para o navio, onde é detectado por um hidrofone.

JUNIOR, F. R. *Os fundamentos da Física*. 8. ed. vol. 2. São Paulo: Moderna, 2003. p. 417. Adaptado.

Acerca do assunto tratado no texto, analise a seguinte situação-problema: Um submarino é equipado com um aparelho denominado sonar, que emite ondas de frequência iguais a $4,00 \cdot 10^4$ Hz. A velocidade de propagação do som na água é de $1,60 \cdot 10^3$ m/s. Esse submarino, quando em repouso na superfície, emite um sinal na direção vertical através do oceano e o eco é recebido após 0,80 s.



Determine:

- a) a profundidade do oceano nesse local;
- b) o comprimento de onda do som na água, em metros.

11. Unimontes-MG – O som propaga-se no ar por meio de ondas mecânicas longitudinais, as chamadas ondas sonoras. Quando as cordas de uma guitarra ou as cordas vocais de uma pessoa vibram, colocam em movimento o ar que está na sua proximidade; essa perturbação se propaga no ar e eventualmente atinge o nosso tímpano. A partir daí, um receptor e um amplificador convertem o distúrbio mecânico em sinal elétrico, que viaja até o cérebro. O homem pode detectar essas ondas no intervalo de frequência desde cerca de 20 Hz até aproximadamente 20 000 Hz.

Sobre o conhecimento de ondas sonoras, **não** podemos afirmar:

- a) O ouvido humano é capaz de perceber quando um som aumenta de volume; o que determina essa qua-

lidade do som é a quantidade de energia transmitida pela onda por unidade de tempo e de área.

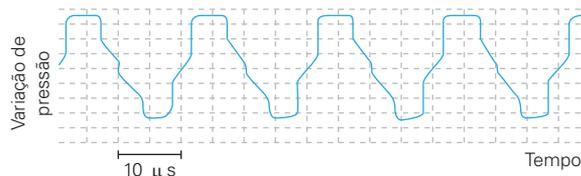
- b) O ouvido humano é capaz de distinguir sons graves e agudos; o que determina essa qualidade do som é a amplitude da onda sonora.
- c) O ouvido humano é capaz de distinguir quando a mesma nota musical é tocada por instrumentos diferentes; o que determina essa qualidade do som é a forma da onda sonora emitida pelo instrumento.
- d) O ouvido humano é capaz de distinguir quando duas notas musicais diferentes são tocadas num mesmo instrumento; o que determina essa qualidade do som é a frequência da onda sonora.

12. IFTO – No anual PMW Rock Festival, realizado na Praia da Graciosa em Palmas-TO, durante um *show* musical de Humberto Gessinger, ex-vocalista da banda Engenheiros do Hawaii, dois indivíduos, Caio e José, permaneceram em locais diferentes em frente ao palco. Caio ficou em pé a 30 m das caixas de som, enquanto José, a 80 m delas. Com relação ao som produzido por um violão, podemos afirmar que

- a) o som ouvido por Caio possui timbre diferente do ouvido por José.
- b) Caio e José ouvem o som com mesmo timbre, porém com alturas diferentes.
- c) o som ouvido por Caio possui intensidade maior do que o ouvido por José.
- d) o som ouvido por Caio possui intensidade menor do que o ouvido por José.
- e) o som ouvido por José possui altura maior do que o ouvido por Caio.

13. Fuvest-SP – O som de um apito é analisado com o uso de um medidor que, em sua tela, visualiza o padrão apresentado na figura a seguir. O gráfico representa a variação da pressão que a onda sonora exerce sobre o medidor, em função do tempo em μs ($1 \mu\text{s} = 10^{-6}$ s). Analisando a tabela de intervalos de frequências audíveis, por diferentes seres vivos, conclui-se que esse apito pode ser ouvido apenas por

Seres vivos	Intervalos de frequência
Cachorro	15 Hz – 45 000 Hz
Humano	20 Hz – 20 000 Hz
Sapo	50 Hz – 10 000 Hz
Gato	60 Hz – 65 000 Hz
Morcego	1 000 Hz – 120 000 Hz



- a) seres humanos e cachorros.
- b) seres humanos e sapos.
- c) sapos, gatos e morcegos.
- d) gatos e morcegos.
- e) morcegos.

14. UEPG-PR – As diversas técnicas de ultrassonografia são utilizadas em diferentes áreas clínicas, como a obstetrícia e a ginecologia para detectar gravidez, acompanhar o desenvolvimento do bebê e, inclusive, diagnosticar possíveis anomalias. Um pequeno transdutor (sonda) emite ondas sonoras e age como receptor para sinais. Ultrassom ou ultrassonografia é uma técnica de geração de imagens que usa ondas sonoras de frequência (1 a 5 MHz) e seus ecos. O equipamento calcula a distância entre a sonda e o tecido ou órgão (os limites) utilizando a velocidade do som no tecido (1500 m/s) e o tempo de retorno de cada eco, geralmente, da ordem de milionésimos de segundo. Sobre os fenômenos físicos envolvidos no funcionamento do ultrassom, Dê a soma do(s) item(ns) correto(s).

01) Para que o equipamento funcione, é necessário que seja calibrado, obedecendo à seguinte condição para uma onda mecânica: $v_{\text{sólidos}} > v_{\text{líquidos}} > v_{\text{gases}}$.

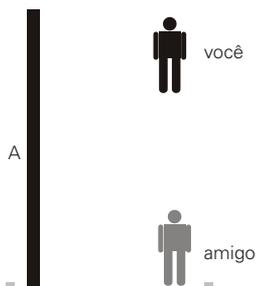
02) A formação da imagem no equipamento de ultrassom ocorre somente devido ao fenômeno da refração das ondas.

04) No ultrassom, atua uma onda de natureza transversal.

08) O transdutor abdominal do ultrassom consegue detectar um embrião a partir de 1,5 mm de comprimento.

15. IFSP – O eco é um fenômeno que consiste em se escutar um som após a reflexão da onda sonora emitida. Suponha que você e seu amigo se encontrem separados 60 metros entre si, e ambos a 40 metros de um obstáculo A, perpendicular ao solo, que pode refletir ondas sonoras. Se seu amigo emitir um som, você perceberá que o intervalo de tempo entre o som refletido e o som direto será aproximadamente, em segundos, de

Dado: velocidade do som no ar igual a $v = 340$ m/s.



- a) 0,12
b) 0,20
c) 0,5
d) 0,8
e) 1,8

16. UFRR-RR

Uma corda de violão de 80 cm de comprimento e massa igual a 4 g está submetida a uma tensão igual a 3, 125 N. A velocidade de propagação de um pulso nesta corda equivale a:

- a) 20 m/s
b) 30 m/s
c) 10 m/s
d) 32 m/s
e) 25 m/s

17. UFMG (adaptado) – Mariana pode ouvir sons na faixa de 20 Hz a 20 kHz. Adotando a velocidade do som no ar como $v = 340$ m/s, determine:

a) o comprimento de onda do som mais grave;

b) o comprimento de onda do som mais agudo.

18. Enem

C1-H1

A ultrassonografia, também chamada de ecografia, é uma técnica de geração de imagens muito utilizada em medicina. Ela se baseia na reflexão que ocorre quando um pulso de ultrassom, emitido pelo aparelho colocado em contato com a pele, atravessa a superfície que separa um órgão do outro, produzindo ecos que podem ser captados de volta pelo aparelho. Para a observação de detalhes no interior do corpo, os pulsos sonoros emitidos têm frequências altíssimas, de até 30 MHz, ou seja, 30 milhões de oscilações a cada segundo. A determinação de distâncias entre órgãos do corpo humano feita com esse aparelho fundamenta-se em duas variáveis imprescindíveis:

ESTUDO PARA O ENEM

- a) a intensidade do som produzido pelo aparelho e a frequência desses sons.
- b) a quantidade de luz usada para gerar as imagens no aparelho e a velocidade do som nos tecidos.
- c) a quantidade de pulsos emitidos pelo aparelho a cada segundo e a frequência dos sons emitidos pelo aparelho.
- d) a velocidade do som no interior dos tecidos e o tempo entre os ecos produzidos pelas superfícies dos órgãos.
- e) o tempo entre os ecos produzidos pelos órgãos e a quantidade de pulsos emitidos a cada segundo pelo aparelho.

19. UFPR

C1-H1

Foram geradas duas ondas sonoras em um determinado ambiente, com frequências f_1 e f_2 . Sabe-se que a frequência f_2 era de 88 Hz. Percebeu-se que essas duas ondas estavam interferindo entre si, provocando o fenômeno acústico denominado "batimento", cuja frequência era de 4 Hz. Com o uso de instrumentos adequados, verificou-se que o comprimento de onda para a frequência f_2 era maior que o comprimento de onda para a frequência f_1 . Com base nessas informações, assinale a alternativa que apresenta a frequência f_1 .

- a) 22 Hz
- b) 46 Hz
- c) 84 Hz
- d) 92 Hz
- e) 352 Hz

20. Enem

C1-H1

O sonar é um equipamento eletrônico que permite a localização de objetos e a medida de distâncias no fundo do mar, pela emissão de sinais sônicos e ultrassônicos e a recepção dos respectivos ecos. O fenômeno do eco corresponde à reflexão de uma onda sonora por um objeto, a qual volta ao receptor pouco tempo depois de o som ser emitido. No caso do ser humano, o ouvido é capaz de distinguir sons separados por, no mínimo, 0,1 segundo. Considerando uma condição em que a velocidade do som no ar é 340 m/s, qual é a distância mínima a que uma pessoa deve estar de um anteparo refletor para que se possa distinguir o eco do som emitido?

- a) 17 m
- b) 34 m
- c) 68 m
- d) 3 400 m
- e) 1 700 m

ONDAS SONORAS II



IMGORTHAND/STOCKPHOTO

Som forte causando desconforto em uma criança.

No módulo anterior, estudamos o conceito de intensidade sonora. No entanto, os valores de intensidade relacionados aos sons do cotidiano são muito pequenos, acabando por dificultar a compressão do que é um som forte e do que é um som fraco. Para solucionar esse problema, estudaremos o conceito de sonoridade, ou nível sonoro.

Nível sonoro

As ondas sonoras estão presentes no nosso cotidiano e, ao mesmo tempo que facilitam a comunicação, podem, em muitos casos, ocasionar desconforto. Como apresentado no módulo anterior, a orelha humana é sensível a certa intensidade sonora, ou seja, o tímpano vibra com maior ou menor amplitude de acordo com o valor da intensidade sonora que o atinge. A intensidade mínima capaz de sensibilizar o tímpano é denominada **limiar de audição**, cerca de 10^{-12} W/m^2 , e a intensidade máxima tolerável corresponde ao **limiar da dor**, cerca de 10^0 W/m^2 .

CONVERSANDO COM A MATEMÁTICA

As funções na forma $f(x) = \log_a x$, $a > 0$ e $a \neq 1$, definidas de \mathbb{R}_+^* em \mathbb{R} , são denominadas funções logarítmicas. Lembre que a é a base do logaritmo e x é o logaritmando.

Para encontrar o conjunto imagem de uma função logarítmica, podemos recorrer a algumas propriedades dos logaritmos.

$$\log_b x = y \Rightarrow x = b^y$$

$$\log_b x^a = y \Rightarrow y = a \cdot \log_b x$$

$$\log_b \left(\frac{x}{z} \right) = y \Rightarrow y = \log_b x - \log_b z$$

- Intensidade
- Nível sonoro
- Sonoridade

HABILIDADES

- Calcular, por meio de logaritmo, a intensidade sonora.
- Analisar os efeitos da poluição sonora na audição humana.
- Avaliar argumentos sobre problemas decorrentes da poluição sonora para a saúde humana e possíveis formas de controlá-la.

Para lidar com a ampla faixa de valores em que a orelha pode ser sensibilizada, utilizaremos, por conveniência, a escala logarítmica. A razão do uso da escala logarítmica consiste no fato de que, para uma função logarítmica de base dez, quando multiplicamos uma variável por dez, a outra variável aumenta apenas em uma unidade. Veja o exemplo:

$$\begin{aligned} f(x) &= \log x \\ \text{para } x = 10 &\Rightarrow f(10) = 1 \\ \text{para } x = 100 &\Rightarrow f(100) = 2 \end{aligned}$$

Assim, podemos escrever a seguinte expressão:

$$NS = \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

Nessa expressão, I_0 corresponde ao limiar da audição (10^{-12} W/m^2), que também pode ser denominado intensidade de referência; I corresponde à intensidade do som em determinada região do espaço. Já **NS** corresponde ao nível sonoro ou sonoridade, cuja unidade, no sistema internacional, é o **bel**, em homenagem ao cientista Alexander Graham Bell. Na prática, a unidade bel ainda não era conveniente para representar o nível sonoro, dessa forma, optou-se por utilizar o décimo do bel, o **decibel**.

$$NS = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

Caso a intensidade sonora do ambiente seja igual ao limiar de audição, temos:

$$NS = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right), \text{ como: } I = I_0$$

$$NS = 10 \cdot \log \left(\frac{I_0}{I_0} \right) = 10 \cdot \log 1$$

$$NS = 0 \text{ dB}$$

E, se a intensidade sonora do ambiente for igual ao limiar da dor (10^0 W/m^2), temos:

$$NS = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$NS = 10 \cdot \log \left(\frac{10^0}{10^{-12}} \right) = 10 \cdot \log 10^{12}$$

$$NS = 120 \text{ dB}$$

O limite inferior da escala de nível sonoro é zero decibel. Não existe limite superior; o limiar da dor para a orelha humana corresponde a 120 decibels. No entanto, estudos mostram que valores acima de 80 decibels podem causar problemas de audição, dependendo do tempo de exposição.

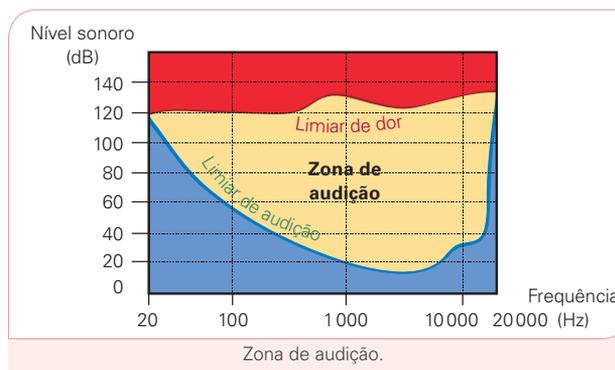
Observação

De acordo com o sistema internacional de unidades, o plural de decibel é decibels.

A tabela a seguir relaciona os tipos de sons mais comuns, com a intensidade sonora do ambiente e seu correspondente nível sonoro.

Fonte	Nível Sonoro	Intensidade Sonora I
	dB	W/m ²
Avião a jato a 50 m	130	10
Limite da dor	120	1
Serra elétrica a 1 m de distância	110	0,1
Discoteca, 1 m do alto-falante	100	0,01
Caminhão diesel, 10 m de distância	90	0,001
Calçada de via movimentada, 5 m	80	0,0001
Aspirador de pó, distância de 1 m	70	0,00001
Voz em conversa normal à 1 m	60	0,000001
Casa comum	50	0,0000001
Biblioteca silenciosa	40	0,00000001
Quarto silencioso à noite	30	0,000000001
Estúdio de TV em silêncio	20	0,0000000001
Farfalhar de folhas ao vento	10	0,00000000001
Limiar da audição	0	0,000000000001

Na tabela anterior, podemos observar o nível sonoro tanto para o limiar da audição quanto para o limiar da dor. No entanto, esses limites podem sofrer variação, dependendo da frequência com que são emitidos.



Como podemos observar, o limiar de audição pode sofrer grande variação dependendo da frequência considerada, já o limiar da dor apresenta uma menor variação em relação à frequência.

Em razão de alguns tipos de trabalho serem realizados com altos níveis sonoros e, assim, apresentarem risco à saúde do trabalhador, existe uma norma trabalhista (NR15) que regulamenta o tempo de exposição máximo de um indivíduo a um ruído sem proteção adequada. A tabela a seguir mostra alguns valores que constam na norma.

NÍVEL DE RUÍDO	MÁXIMA EXPOSIÇÃO DIÁRIA
dB	PERMISSÍVEL
85	8 horas
90	4 horas
95	2 horas
100	1 hora
105	30 minutos
110	15 minutos
115	7 minutos

Limite de exposição sem proteção.

Para poder mensurar o nível sonoro, é necessário um decibelímetro, que mede o nível sonoro do ambiente em decibels.



Decibelímetro.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

Acafe-SC – Define-se a intensidade de uma onda (I) como potência transmitida por unidade de área disposta perpendicularmente à direção de propagação da onda. Porém, essa definição não é adequada para medir nossa percepção de sons, pois nosso sistema auditivo não responde de forma linear à intensidade das ondas incidentes, mas de forma logarítmica. Define-se, então, nível sonoro (β) como $\beta = 10 \cdot \log(I/I_0)$, sendo β dado em decibels (dB) e $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$. Supondo que uma pessoa, posicionada de forma que a área de $6,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ de um de seus tímpanos esteja perpendicular à direção de propagação da onda, ouça um som contínuo de nível sonoro igual a 60 dB durante 5,0 s, a quantidade de energia que atingiu seu tímpano nesse intervalo de tempo foi

- a) $1,8 \cdot 10^{-8} \text{ J}$.
- b) $3,0 \cdot 10^{-12} \text{ J}$.
- c) $3,0 \cdot 10^{-10} \text{ J}$.
- d) $1,8 \cdot 10^{-14} \text{ J}$.
- e) $6,0 \cdot 10^{-9} \text{ J}$.

Resolução

$$\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$60 = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$$

$$I = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

$$I = \frac{P}{A} \text{ e } P = \frac{E}{\Delta t}$$

$$E = I \cdot A \cdot \Delta t$$

$$E = 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-5} \cdot 5$$

$$E = 3 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

Alternativa correta: C.

ROTEIRO DE AULA

Ondas sonoras II

Limiar da audição é a intensidade mínima de som capaz de sensibilizar o tímpano.

Limiar da dor é a intensidade máxima de som tolerável.

Nível sonoro ou sonoridade é uma medida da intensidade sonora em uma escala logarítmica.

A unidade de nível sonoro no sistema internacional de unidades é decibel, cujo plural é decibels.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Enem

C1-H1

Visando reduzir a poluição sonora de uma cidade, a Câmara de Vereadores aprovou uma lei que impõe o limite máximo de 40 dB (decibéis) para o nível sonoro permitido após as 22 horas.

Ao aprovar a referida lei, os vereadores estão limitando qual característica da onda?

- A altura da onda
- A amplitude
- A frequência
- A velocidade
- O timbre

O nível de intensidade sonora em decibels está relacionado com a intensidade sonora, que, por sua vez, está vinculada com a amplitude da onda.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

2. Determine o nível sonoro num ponto situado a 10 m de uma fonte sonora de potência 12 000 W.

Dados: $\pi = 3$ e $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

Ponto p_1 :

$$I = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

$$I = \frac{12\,000}{4 \cdot 3 \cdot 10^2} = 10 \text{ W/m}^2$$

$$NS = 10 \cdot \log \left(\frac{10^1}{10^{-12}} \right) = 130 \text{ dB}$$

3. UFMS-RS – Dois engenheiros chegam à entrada de uma mina de extração de sal que se encontra em grande atividade. Um deles está portando um decibelímetro e verifica que a intensidade sonora é de 115 dB. Considerando as qualidades fisiológicas do som, qual é a definição de intensidade sonora?

- Velocidade da onda por unidade de área
- Frequência da onda por unidade de tempo.
- Potência por unidade de área da frente de onda
- Amplitude por unidade de área da frente de onda
- Energia por unidade de tempo

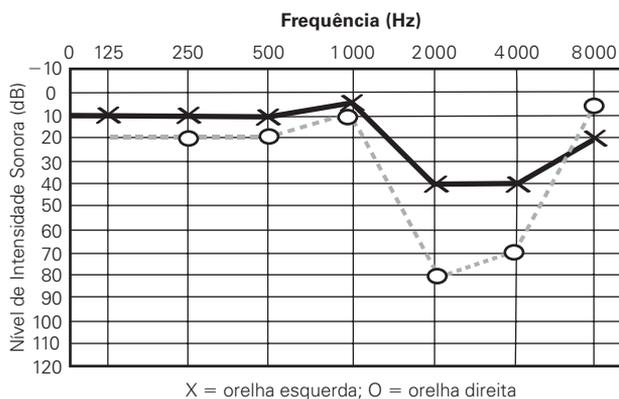
Por definição: $I = \frac{P}{A}$

Ou seja, intensidade resume-se à quantidade de energia que passa por tempo (potência) em uma certa área.

4. Fatec-SP – Considere o texto, o gráfico e a tabela para responder à questão.

O barulho, no ambiente de trabalho, pode ser muito prejudicial, pois a exposição diária e contínua a ruídos com intensidade superior a 85 dB (decibéis) pode levar a danos permanentes nas células sensoriais da ore-

lha, causando desde perda parcial até perda total da audição. Por esse motivo, nesses locais, o trabalhador deve sempre utilizar o equipamento de proteção individual. Em um exame médico periódico, foi realizado um teste de audiometria de via aérea para verificar a acuidade auditiva de um trabalhador. Nesse tipo de teste, o paciente fica em uma cabine acústica, hermeticamente isolada, usando um fone de ouvido e um botão acionador em sua mão. O médico executa, então, sons com diferentes frequências e em níveis crescentes de intensidade sonora. Toda vez que o paciente consegue perceber o som, ele aciona o botão, e esse acionamento registra em um audiograma o nível mínimo de intensidade sonora que ele consegue escutar em cada uma das frequências testadas. O resultado do teste realizado por esse trabalhador está apresentado no audiograma a seguir, com a tabela de referência de perda auditiva de Lloyd e Kaplan, utilizada para fazer o diagnóstico.



X = orelha esquerda; O = orelha direita

Tabela de referência de perda auditiva de Lloyd e Kaplan

Média tonal	Grau de perda auditiva
≤ 25 dB	Audição normal
26 – 40 dB	Leve
41 – 55 dB	Moderado
56 – 70 dB	Moderadamente severo
71 – 90 dB	Severo
≥ 91 dB	Profundo

Disponível em: <<http://tinyurl.com/lcxpain>>. Acesso em: 1º maio 2015.

Com base nas informações apresentadas no audiograma (gráfico) e na tabela de referência, é correto afirmar que

- o nível de intensidade sonora é medido pelo logaritmo da razão da frequência incidente pela frequência padrão.
- a orelha esquerda apresenta perda auditiva profunda a sons de 1 000 Hz
- as duas orelhas apresentam perdas auditivas profundas em 4 000 Hz.
- a orelha direita apresenta perda auditiva severa a frequências de 2 kHz.
- as duas orelhas apresentam perdas auditivas entre 125 Hz e 1 000 Hz.

Para $f = 2 \text{ kHz} = 2\,000 \text{ Hz}$, a orelha direita apresenta sonoridade de 80 dB com grau severo de perda auditiva.

5. Unicamp-SP (adaptado) – O primeiro trecho do metrô de São Paulo, entre as estações Vila Prudente e Oratório, foi inaugurado em agosto de 2014. Uma das vantagens do trem utilizado em São Paulo é que cada carro é feito de ligas de alumínio, mais leve que o aço, o que, ao lado de um motor mais eficiente, permite ao trem atingir uma velocidade de oitenta quilômetros por hora.

Outra vantagem do metrô de São Paulo em relação a outros tipos de transporte urbano é o menor nível de ruído que ele produz. Considere que o trem emite ondas esféricas como uma fonte pontual. Se a potência sonora emitida pelo trem é igual a $P = 1,2 \text{ mW}$, qual é o nível sonoro S em dB, a uma distância $R = 10 \text{ m}$ do trem? O nível sonoro S em dB é dado pela expressão

$$S = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}, \text{ em que } I \text{ é a intensidade da onda}$$

sonora e $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ é a intensidade de referência padrão correspondente ao limiar da audição do ouvido humano.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

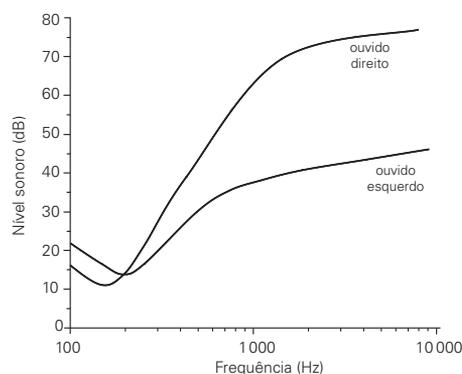
$$I = \frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 3 \cdot 10^2} = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

$$S = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} = 10 \cdot \log \frac{10^{-6}}{10^{-12}}$$

$$S = 60 \text{ dB}$$

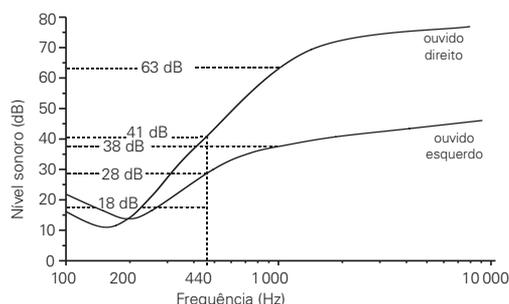
6. FGV-SP

A avaliação audiológica de uma pessoa que apresentava dificuldades para escutar foi realizada, determinando-se o limiar de nível sonoro de sua audição (mínimo audível) para várias frequências, para os ouvidos direito e esquerdo separadamente. Os resultados estão apresentados nos gráficos a seguir, em que a escala de frequência é logarítmica, e a de nível sonoro, linear.



Com base nesses gráficos, pode-se concluir que essa pessoa

- não escuta um sussurro de 18 dB, independentemente de sua frequência.
- percebe o som da nota musical lá, de 440 Hz, apenas com o ouvido esquerdo, independentemente do nível sonoro.
- é surda do ouvido esquerdo.
- escuta os sons de frequências mais altas melhor com o ouvido direito do que com o esquerdo.
- escuta alguns sons sussurrados, de frequência abaixo de 200 Hz, apenas com o ouvido direito.



O gráfico nos dá a **menor** intensidade sonora que cada ouvido da pessoa pode perceber. Para frequências abaixo de 200 Hz, o ouvido direito consegue ouvir nível sonoro abaixo de 15 dB.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Unita-SP – A orelha humana pode detectar intensidades sonoras que vão de 10^{-12} W/m^2 a 1 W/m^2 . Usando como intensidade de referência 10^{-12} W/m^2 , determine os níveis de intensidade sonora em decibels (dB).

8. UEG-GO – A sensibilidade da orelha humana varia de acordo com a idade. À medida que as pessoas envelhecem, a máxima frequência audível diminui, enquanto o nível de intensidade sonora deve aumentar para ser detectável. Sobre as características da audição humana, é correto afirmar:

- O aumento da frequência traz um acréscimo no comprimento e na velocidade de propagação da onda sonora, melhorando a sensibilidade da orelha para aquela frequência.
- Os ruídos de baixa frequência (ruídos graves) e os de alta frequência (ruídos agudos) fazem vibrar as mesmas regiões da membrana basilar.
- Seu limite inferior, em nível de intensidade sonora, é 0 decibel, que representa uma intensidade de 10^{-12} W/m^2 .
- Quanto maior a intensidade do som, menor a vibração do tímpano e menor o deslocamento basilar.

9. Sistema Dom Bosco – Considere as seguintes afirmações sobre as ondas sonoras:

- IX.** Eco e reverberação são fenômenos relacionados à reflexão da onda sonora.
- X.** Decibel (dB) é a unidade do nível de intensidade sonora.
- XI.** A frequência da onda ultrassônica é menos elevada do que a da onda sonora.

Está correto apenas o que se afirma em:

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) I e II.
- e) II e III.

10. Durante um jogo de futebol, a intensidade sonora é próxima de 80 dB. Supondo que, no momento do gol, a intensidade sonora torne-se 1 000 vezes maior, qual é o valor do nível sonoro, em dB, no momento do gol?

- a) 85 dB
- b) 185 dB
- c) 110 dB
- d) 100 dB
- e) 90 dB

11. Uncisal-AL

O nível de intensidade sonora N de uma determinada fonte, medido em decibéis (dB), é definido pela equação $N = 10 \cdot \log(I/I_0)$, em que I é a intensidade sonora da fonte e $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ é a intensidade do som de referência adotado, que corresponde, aproximadamente, ao limite de audibilidade humana na frequência de 1 kHz. Sabendo que o aparelho auditivo humano percebe intensidades sonoras de até 1 W/m^2 sem que haja sensação de desconforto, então o nível de intensidade sonora correspondente ao limiar de sensação dolorosa é igual a

- a) 1 dB.
- b) 10 dB.
- c) 120 dB.
- d) 10^{-11} dB.
- e) 10^{-12} dB.

12. UFSC (adaptado) – A audição e a fala são extremamente importantes para os seres humanos. Graças a elas, podemos detectar, emitir e interpretar ondas sonoras com diferentes propriedades físicas. Por exemplo, devido à audição, podemos escutar sons com intensidade a partir de 10^{-12} W/m^2 , enquanto a fala nos permite, em um tom de conversa normal, emitir potências sonoras de 10^{-5} W .

Assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

01) Os seres humanos podem ouvir sons de qualquer frequência.

02) A população de Florianópolis é de 400 000 habitantes. Todos os habitantes conversando ao mesmo tempo, em tom normal, emitem potência 25 vezes menor que uma lâmpada de 100 W.

04) As ondas sonoras são ondas mecânicas transversais.

08) A unidade bel (B) exprime a altura de um som.

16) Um som emitido por você na sala (ambiente) em que se encontra terá a mesma intensidade a qualquer distância.

Dê a soma da(s) alternativa(s) correta(s).

13. UFT-TO – Sobre ondas sonoras, considere as seguintes informações:

- I.** Decibel (dB) é a unidade usada para medir a característica do som que é a sua altura.
- II.** A frequência da onda ultrassônica é mais elevada do que a da onda sonora.
- III.** Eco e reverberação são fenômenos relacionados à reflexão da onda sonora.

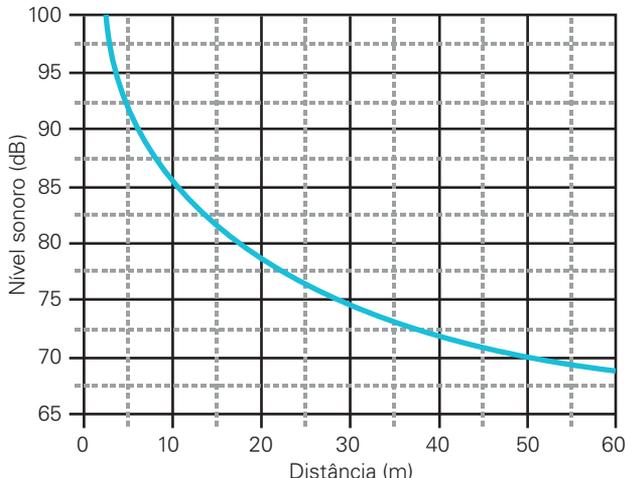
Está correto apenas o que se afirma em

- a) I
- b) II
- c) III
- d) I e III
- e) II e III

14. Unicamp-SP – O nível sonoro, N , é medido em decibéis (dB) de acordo com a expressão $N = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$, em que I é a intensidade da onda sonora e $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

é a intensidade de referência padrão correspondente ao limiar da audição do ouvido humano. Numa certa construção, o uso de proteção auditiva é indicado para trabalhadores expostos durante um dia de trabalho a um nível igual ou superior a 85 dB.

O gráfico a seguir mostra o nível sonoro em função da distância de uma britadeira em funcionamento na obra.



- A que distância mínima da britadeira os trabalhadores podem permanecer sem proteção auditiva?
- A frequência predominante do som emitido pela britadeira é de 100 Hz. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, qual é o comprimento de onda para essa frequência?
- Qual é a intensidade da onda sonora emitida pela britadeira a uma distância de 50 m?

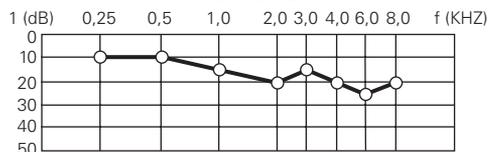
15. ITA-SP – Uma banda de *rock* irradia uma certa potência em um nível de intensidade sonora igual a 70 dB. Para elevar esse nível a 120 dB, a potência irradiada deverá aumentar

- 71 %.
- 171 %.
- 7 100 %.
- 9 999 900 %.
- 10 000 000 %.

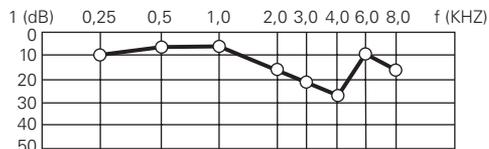
16. Fuvest-SP – O resultado do exame de audiometria de uma pessoa é mostrado nas figuras a seguir. Os gráficos representam o nível de intensidade sonora mínima I , em decibéis (dB), audível por suas orelhas direita e esquerda, em função da frequência f do som, em kHz. A comparação desse resultado com o de exames anteriores mostrou que, com o passar dos anos, ela teve perda auditiva. Com base nessas informações, foram feitas as seguintes afirmações sobre a audição dessa pessoa:

- Ela ouve sons de frequência de 6 kHz e intensidade de 20 dB com a orelha direita, mas não com a esquerda.
- Um sussurro de 15 dB e frequência de 0,25 kHz é ouvido por ambas as orelhas.
- A diminuição de sua sensibilidade auditiva, com o passar do tempo, pode ser atribuída a degenerações dos ossos martelo, bigorna e estribo, da orelha externa, onde ocorre a conversão do som em impulsos elétricos.

OUVIDO DIREITO



OUVIDO ESQUERDO



É correto apenas o que se afirma em

- I.
- II.
- III.
- I e III.
- II e III.

17. UEM-PR – O Ministério Brasileiro do Trabalho estabeleceu o intervalo de tempo máximo que um trabalhador pode ser exposto diariamente a níveis sonoros intensos (acima de 80 dB). A norma do Ministério do Trabalho reduziu à metade o intervalo de tempo de exposição a cada 5 dB a partir de 85 dB. A tabela a seguir apresenta a relação entre o nível sonoro e o intervalo de tempo máximo a que um trabalhador pode ser exposto a ele diariamente.

Nível Sonoro (dB)	Intervalo de tempo máximo (h)
85	8
90	4
95	2
100	1

A equação que relaciona o nível sonoro e a intensidade sonora é dada por $N = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$, em que N é o nível

sonoro dado em dB, I é a intensidade sonora dada em W/m^2 e I_0 é a intensidade sonora de referência, que é igual a $1 \cdot 10^{-12} W/m^2$. Assinale o que for correto.

- O intervalo de tempo máximo em que um trabalhador pode ser exposto diariamente a um nível sonoro de 110 dB é de 0,25 h.
 - O intervalo de tempo máximo em que um trabalhador pode ser exposto diariamente varia linearmente com a variação da intensidade sonora.
 - Se o nível sonoro for de 110 dB, a intensidade sonora é de $0,1 W/m^2$.
 - Quando o nível sonoro é aumentado em dez unidades, a razão I/I_0 é multiplicada por 10.
 - Se a intensidade sonora for de $1 \cdot 10^{-3} W/m^2$, o intervalo de tempo máximo em que o trabalhador pode ser exposto a ela diariamente é de 4 h.
- Dê a soma do(s) item(ns) correto(s).

ESTUDO PARA O ENEM

18. UENP-PR

Para medir a intensidade das ondas sonoras, costuma-se utilizar, na prática, o nível de intensidade sonora medido em uma escala logarítmica, definida por

$$\alpha = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \text{ db, em que } I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \text{ é a menor}$$

intensidade do som detectável pelo ouvido humano,

que corresponde ao nível zero de intensidade ou limiar de audibilidade.

Quanto ao nível e à intensidade sonora, relacione a coluna da esquerda com a da direita.

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| I. Avião próximo: $\alpha = 100$ db | (A) $I = 10^{-10}$ W/m ² |
| II. Rua barulhenta: $\alpha = 90$ db | (B) $I = 10^{-8}$ W/m ² |
| III. Conversa comum: $\alpha = 60$ db | (C) $I = 10^{-6}$ W/m ² |
| IV. Música suave: $\alpha = 40$ db | (D) $I = 10^{-3}$ W/m ² |
| V. Murmúrio: $\alpha = 20$ db | (E) $I = 10^{-2}$ W/m ² |

Assinale a alternativa que contém a associação correta.

- a) a) I-A, II-B, III-D, IV-E, V-C.
 b) b) I-D, II-A, III-C, IV-B, V-E.
 c) c) I-D, II-B, III-E, IV-C, V-A.
 d) d) I-E, II-A, III-D, IV-C, V-B.
 e) e) I-E, II-D, III-C, IV-B, V-A.

19. UFRGS-RS

C1-H1

A menor intensidade de som que um ser humano pode ouvir é da ordem de 10^{-16} W/cm². Já a maior intensidade suportável (limiar da dor) situa-se em torno de 10^{-3} W/cm².

Usa-se uma unidade especial para expressar essa grande variação de intensidades percebidas pela orelha humana: o bel (B). O significado dessa unidade é o seguinte: dois sons diferem de 1 B quando a intensidade de um deles é 10 vezes maior (ou menor) que a do outro diferem de 2 B quando essa intensidade é 100 vezes maior (ou menor) que a do outro, de 3 B quando ela é 1 000 vezes maior (ou menor) que a do outro, e assim por diante. Na prática, usa-se o decibel (dB), que corresponde a 1/10 do bel.

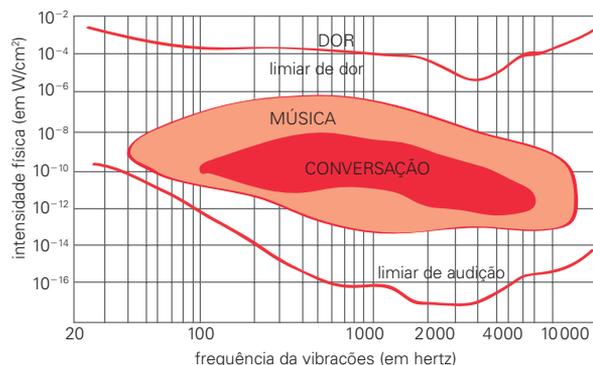
Quantas vezes maior é, então, a intensidade dos sons produzidos em *show* de *rock* (110 dB) quando comparada com a intensidade do som produzido por uma buzina de automóvel (90 dB)?

- a) 1,22
 b) 10
 c) 20
 d) 100
 e) 200

20. Fameca-SP

C1-H1

A figura mostra um audiograma, gráfico que demonstra a relação entre o limite de recepção e a frequência de vibração dos sons que a orelha humana é capaz de perceber. No eixo vertical, estão os valores da intensidade física e, no eixo horizontal, estão os valores da frequência.



Maurício Pietrocola et al. *Física em contextos*, 2012. Adaptado.

Analisando o gráfico, conclui-se corretamente que

- a) uma emissão sonora de 1,0 kHz e de intensidade 10^{-4} W/m² causa sensação dolorosa.
 b) uma emissão sonora de 800 Hz e de intensidade 10^{-10} W/m² causa sensação dolorosa.
 c) é impossível ouvir uma emissão de 1,0 kHz e de intensidade 10^{-5} W/m².
 d) o limiar de dor para uma emissão sonora de 100 Hz é o mesmo que para uma emissão de 5,0 kHz.
 e) o ser humano não consegue ouvir sons emitidos com intensidade de 10^{-14} W/m² e frequência de 800 Hz.

6

CORDAS SONORAS

- Cordas sonoras
- Harmônicos
- Instrumentos musicais

HABILIDADES

- Relacionar, em fenômenos acústicos, comprimento de onda, frequência e velocidade de ondas.
- Analisar as características sonoras de instrumentos musicais com base em conceitos de ondulatória.



MASAOTAIRA/ISTOCKPHOTO

Cordas sonoras dentro do piano.

No módulo 3, estudamos o conceito de ondas estacionárias. Elas são resultantes da interferência entre ondas que se propagam em sentidos opostos com as mesmas características: frequência, velocidade de propagação, comprimento de onda e amplitude. Usaremos esse conceito para estudar as cordas sonoras, presentes em diversos instrumentos musicais, como o piano da imagem, o violão, o violino, a harpa etc.

Harmônicos

Quando uma corda sonora é posta para oscilar, ela pode gerar diferentes modos de vibração, denominados harmônicos. Observe a ilustração a seguir.

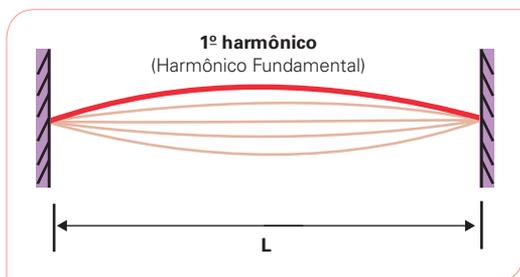


Ilustração dos harmônicos.

O primeiro harmônico é denominado também de fundamental, pois é ele quem determina a frequência do som resultante. Os demais harmônicos (superiores) são responsáveis por caracterizar o timbre, que, como vimos no módulo 4, é a qualidade fisiológica do som que permite identificar sons de mesma frequência emitidos por instrumentos musicais distintos. Apesar de os harmônicos serem produzidos simultaneamente, quando tocamos um instrumento, vamos estudar as características dos três primeiros harmônicos de forma individual.

PRIMEIRO HARMÔNICO

Na imagem a seguir, observamos a formação de uma onda estacionária em uma corda vibrante fixa nas suas extremidades.



Nessa imagem, podemos observar a formação de um ventre, ponto com máxima amplitude de vibração, e dois nós, ponto com amplitude de vibração nula. Também podemos perceber que o comprimento dessa corda equivale a meio comprimento de onda.

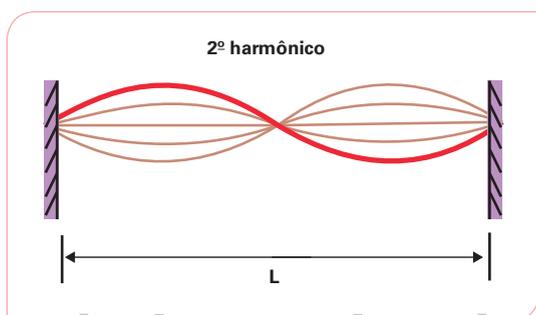
$$L = 1 \cdot \frac{\lambda_1}{2}$$

Dessa forma, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_1 \cdot f_1 \Rightarrow v = \frac{2 \cdot L \cdot f_1}{1} \text{ ou } f_1 = 1 \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

SEGUNDO HARMÔNICO

Nesta imagem, podemos observar a formação de dois ventres e três nós.



Também podemos perceber que o comprimento dessa corda equivale a um comprimento de onda ou a dois meios comprimentos de onda.

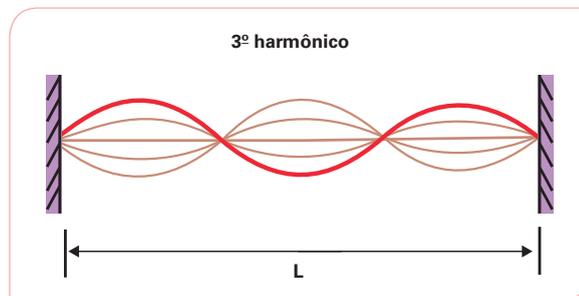
$$L = 2 \cdot \frac{\lambda_2}{2}$$

Da mesma forma, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_2 \cdot f_2 \Rightarrow v = \frac{2 \cdot L \cdot f_2}{2} \text{ ou } f_2 = 2 \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

TERCEIRO HARMÔNICO

Nesta imagem, podemos observar a formação de três ventres e quatro nós.



Também podemos perceber que o comprimento dessa corda equivale a um comprimento de onda e meio ou três meios comprimentos de onda.

$$L = 3 \cdot \frac{\lambda_3}{2}$$

Novamente, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_3 \cdot f_3 \Rightarrow v = \frac{2 \cdot L \cdot f_3}{3} \text{ ou } f_3 = 3 \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

ENÉSIMO HARMÔNICO

Com base nas equações anteriores, podemos deduzir que as frequências dos harmônicos superiores (segundo e terceiro harmônicos) são múltiplas da frequência do primeiro harmônico. Dessa forma, podemos escrever:

$$f_n = n \cdot f_1 \text{ ou } f_n = n \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

$$v = \frac{2 \cdot L \cdot f_n}{n}$$

Nessa equação, n é um número natural e inteiro e diferente de zero ($n = 1, 2, 3, \dots$), logo, podemos concluir que ela conta com infinitos harmônicos.

Lembre que a velocidade de uma onda que se propaga numa corda pode ser obtida pela equação de Taylor:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

em que T é a tração e μ é a densidade linear da corda, que pode ser obtida pela razão entre a massa (m) e o comprimento da corda (L).

$$\mu = \frac{m}{L}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. UFPA – No trabalho de restauração de um antigo piano, um músico observa que se faz necessário substituir uma de suas cordas. Ao efetuar a troca, fixando rigidamente a corda pelas duas extremidades ao piano, ele verifica que as frequências de 840 Hz, 1 050 Hz e 1 260 Hz são três frequências de ressonâncias sucessivas dos harmônicos gerados nela. Se a velocidade de propagação de uma onda transversal na corda for 210 m/s, pode-se afirmar que o comprimento da corda colocada no piano, em cm, é

- a) 100
- b) 90
- c) 30
- d) 50

Resolução

$$f_n = 840 \text{ Hz}$$

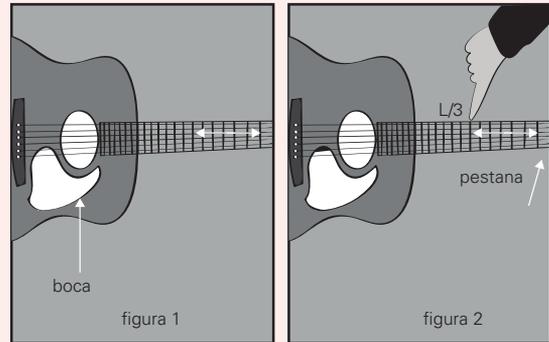
$$f_{n+1} = 1050 \text{ Hz}$$

$$f_{n+1} - f_n = n \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

$$1050 - 840 = 1 \cdot \frac{210}{2 \cdot L}$$

$$L = 0,5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

2. UFU-MG – Uma corda de um violão emite uma frequência fundamental de 440,0 Hz ao vibrar livremente, quando tocada na região da boca, como mostra a figura 1. Pressiona-se, então, a corda a $L/3$ de distância da pestana, como mostra a figura 2.



A frequência fundamental emitida pela corda pressionada, quando tocada na região da boca, será de

- a) 660,0 Hz.
- b) 146,6 Hz.
- c) 880,0 Hz.
- d) 293,3 Hz.

Resolução

$$v = \frac{2 \cdot L \cdot f_n}{n}$$

$$v = \frac{2 \cdot L \cdot f_1}{1} = \frac{2 \cdot L \cdot 440}{1} = 880 \cdot L$$

$$\frac{\lambda'_1}{2} = \frac{2 \cdot L}{3} \Rightarrow \lambda'_1 = \frac{4 \cdot L}{3}$$

$$v = \lambda'_1 \cdot f'_1 \Rightarrow 880 \cdot L = \frac{4 \cdot L}{3} \cdot f'_1$$

$$f'_1 = 660 \text{ Hz}$$

ROTEIRO DE AULA

Cordas sonoras

O primeiro harmônico é denominado também de fundamental, pois é ele quem determina a frequência do som resultante.

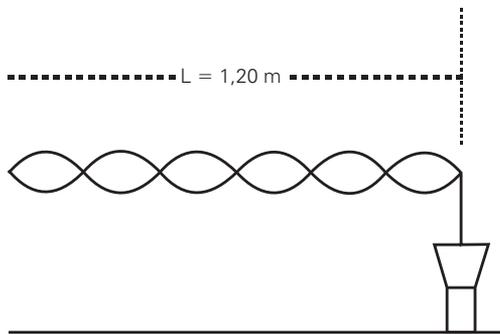
Harmônicos superiores são responsáveis por caracterizar o timbre.

As frequências dos harmônicos superiores são múltiplos da frequência do harmônico fundamental.

A velocidade de propagação das ondas nas cordas pode ser obtida pela raiz quadrada da razão entre a força de tensão e a densidade linear.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

- 1. UFPR** – Num estudo sobre ondas estacionárias, foi feita uma montagem na qual uma fina corda teve uma das suas extremidades presa numa parede e a outra, num alto-falante. Verificou-se que o comprimento da corda, desde a parede até o alto-falante, era de 1,20 m. O alto-falante foi conectado a um gerador de sinais, de maneira que havia a formação de uma onda estacionária quando o gerador emitia uma onda com frequência de 6 Hz, conforme é mostrado na figura a seguir.



Com base nessa figura, determine, apresentando os respectivos cálculos:

- a) Qual é o número do harmônico representado?

O número do harmônico em cordas é igual ao número de ventres

formados, portanto é o 6º harmônico.

- b) O comprimento de onda da onda estacionária.

A figura mostra três ondas completas, portanto:

$$\lambda = \frac{1,20}{3}$$

$$\lambda = 0,40 \text{ m}$$

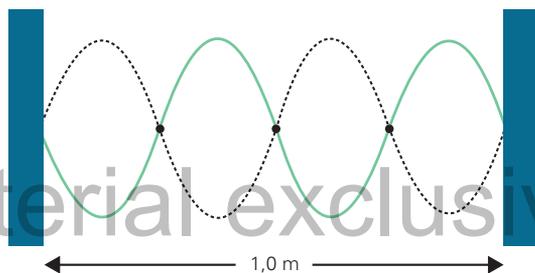
- c) A velocidade de propagação da onda na corda.

$$v = \lambda \cdot f$$

$$v = 0,40 \cdot 6$$

$$v = 2,4 \text{ m/s}$$

- 2. PUC-PR** – Uma corda de 1,0 m de comprimento está fixa em suas extremidades e vibra na configuração estacionária, conforme a figura a seguir.



Conhecida a frequência de vibração igual a 1 000 Hz, podemos afirmar que a velocidade da onda na corda é

- a) 500 m/s.
b) 1 000 m/s.
c) 250 m/s.
d) 100 m/s.
e) 200 m/s.

$$f_n = \frac{n \cdot v}{2 \cdot L}$$

$$1\,000 = \frac{4 \cdot v}{2 \cdot 1}$$

$$v = 500 \text{ m/s}$$

- 3. IME-RJ** – Quando uma corda de violão é tocada, o comprimento de onda da onda sonora produzida pela corda

- a) é maior que o comprimento de onda da onda produzida na corda, já que a distância entre as moléculas do ar é maior que a distância entre os átomos da corda.
b) é menor que o comprimento de onda da onda produzida na corda, já que a massa específica do ar é menor que a massa específica da corda.
c) é igual ao comprimento de onda da onda produzida na corda, já que as frequências das duas ondas são iguais.
d) pode ser maior ou menor que o comprimento de onda da onda produzida na corda, dependendo das velocidades de propagação da onda sonora e da onda produzida na corda.
e) pode ser maior ou menor que o comprimento de onda da onda produzida na corda, dependendo das frequências da onda sonora e da onda produzida na corda.

Como as frequências são iguais, temos:

$$f_c = f_s$$

$$\frac{v_c}{\lambda_c} = \frac{v_s}{\lambda_s}$$

$$\frac{\lambda_s}{\lambda_c} = \frac{v_s}{v_c}$$

Logo, os comprimentos de onda são proporcionais às velocidades.

- 4. UEL-PR (adaptado)** – Uma das cordas de um violoncelo é afinada em lá ($f = 440 \text{ Hz}$), quando não pressionada com o dedo, ou seja, quando está com seu comprimento máximo, que é de 60 cm, desde o cavalete até a pestana. Qual deve ser o comprimento da corda para produzir uma nota de frequência $f = 660 \text{ Hz}$?

$$f_n = \frac{n \cdot v}{2 \cdot L}$$

$$L = \frac{n \cdot v}{2 \cdot f}$$

$$0,6 = \frac{1 \cdot v}{2 \cdot 440}$$

$$v = 528 \text{ m/s}$$

$$L' = \frac{1 \cdot 528}{2 \cdot 660}$$

$$L' = 0,4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

5. UFU-MG (adaptado) – O violão é um instrumento musical composto por seis cordas de diferentes densidades lineares de massa (μ). Normalmente, as cordas que ficam nas posições mais superiores possuem maior densidade, em comparação com as que ficam nas posições inferiores. Essa densidade é importante para os diferentes sons que são emitidos. Considere um violão afinado corretamente com as cordas vibrando com o mesmo harmônico (n); com todas as cordas com o mesmo comprimento (L); e com a velocidade (v) da onda produzida na corda dada pela equação $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, em que T é a força de tensão na corda. Determine a equação que define a frequência de vibração da corda.

$$f_n = \frac{nv}{2L} \text{ e } v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Logo:

$$f_n = \frac{n}{2L} \cdot \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

6. Enem

C1-H1

Em um violão afinado, quando se toca a corda lá com seu comprimento efetivo (harmônico fundamental), o som produzido tem frequência de 440 Hz.

Se a mesma corda do violão é comprimida na metade do seu comprimento, a frequência do novo harmônico

- se reduz à metade, porque o comprimento de onda dobrou.
- dobra, porque o comprimento de onda foi reduzido à metade.
- quadruplica, porque o comprimento de onda foi reduzido à metade.
- quadruplica, porque o comprimento de onda foi reduzido à quarta parte.
- não se modifica, porque é uma característica independente do comprimento da corda que vibra.

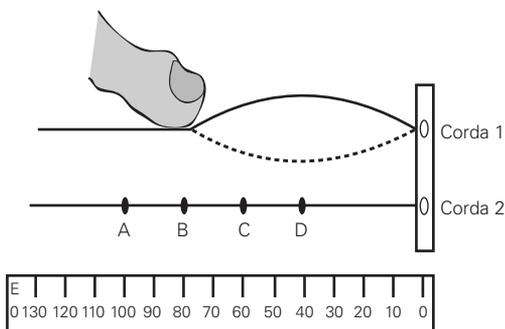
Pela relação $f_n = \frac{nv}{2L}$, percebe-se que a frequência é inversamente proporcional ao comprimento da corda. Sendo assim, quando o comprimento da corda é reduzido pela metade, a frequência dobra.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Acafe-SC – Um professor de Física, querendo ensinar ondas estacionárias aos seus alunos, construiu um experimento com duas cordas, como mostra a figura. Pressionou a corda 1 a 80 cm do ponto fixo e, tocando nela, criou o primeiro harmônico de uma onda estacionária.



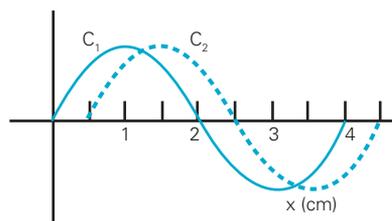
Sabendo que a frequência conseguida na corda 1 é 440 Hz e que a velocidade da onda na corda 2 é o dobro da velocidade da onda na corda 1, determine a posição que alguém deverá pressionar a corda 2 para conseguir o primeiro harmônico de uma onda estacionária com o dobro da frequência conseguida na corda 1.

A alternativa correta é

- C.
- A.
- B.
- D.

8. Fuvest – A figura representa imagens instantâneas de duas cordas flexíveis idênticas, C_1 e C_2 , tracionadas por forças diferentes, nas quais se propagam ondas.

Durante uma aula, estudantes afirmaram que as ondas nas cordas C_1 e C_2 têm:



- a mesma velocidade de propagação;
- o mesmo comprimento de onda;
- a mesma frequência.

Está correto apenas o que se afirma em

- I.
- II.
- III.
- I e II.
- II e III.

9. Vunesp (adaptado) – Seja dada uma corda de violão, de comprimento L e massa por unidade de comprimento igual a μ , tensionada pela força F .

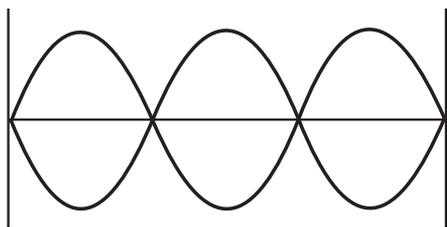
- Obtenha uma expressão que relacione os possíveis comprimentos de onda com o número $n \in \mathbb{N}$.

b) Desenhe os 4 primeiros modos de vibração para a corda.

10. Cefet-MG – A velocidade da onda que se propaga em uma corda depende de dois fatores: tensão e densidade linear. Se essas grandezas dobrarem de valor, então a velocidade de propagação será multiplicada por

- a) 0,25 c) 1,0 e) 4,0
b) 0,50 d) 2,0

11. Unifev-SP – A figura mostra o terceiro harmônico de uma onda estacionária que se estabeleceu em uma corda tensionada entre duas extremidades fixas.



(<http://virtual.ufc.br>. Adaptado.)

Sabendo-se que a velocidade de propagação da onda nessa corda é de 2,0 m/s e a frequência de oscilação do terceiro harmônico é 5,0 Hz:

a) calcule a distância entre as duas extremidades fixas, em metros;

b) desenhe a configuração da onda estacionária de frequência imediatamente inferior à mostrada na figura (segundo harmônico).

12. EBMSP-BA (adaptado) – Considerando-se uma corda de violão, fixada em suas extremidades – de formato cilíndrico, com o diâmetro da seção transversal D , de densidade μ e comprimento L – e colocada em vibração com força tensora de intensidade F , é correto afirmar:

a) As ondas estacionárias são produzidas na corda quando as vibrações produzidas exibirem números múltiplos de λ nessa corda, sendo λ o comprimento de onda.

b) A frequência f do som fundamental emitido é calculada pela equação $f = \frac{1}{D \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \mu}}$.

$$f = \frac{1}{D \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \mu}}$$

c) A velocidade de propagação das ondas na corda é linearmente proporcional à intensidade da força tensora.

d) A onda sonora produzida por essa corda, que vibra no modo fundamental, tem frequência igual a v/L , sendo v a velocidade de propagação do som.

e) O comprimento de onda das ondas produzidas na corda é igual ao comprimento de onda do som emitido que se propaga no meio gasoso.

13. ITA-SP – Um fio metálico, preso nas extremidades, tem comprimento L e diâmetro d e vibra com uma frequência fundamental de 600 Hz. Outro fio do mesmo material, mas com comprimento $3L$ e diâmetro $d/2$, quando submetido à mesma tensão, vibra com uma frequência fundamental de

- a) 200 Hz. d) 800 Hz.
b) 283 Hz. e) 900 Hz.
c) 400 Hz.

14. UFC-CE – Duas cordas de diâmetros iguais foram construídas de um mesmo material, uma de comprimento $L_1 = 60$ cm e outra de comprimento $L_2 = 40$ cm. A primeira é submetida a uma tensão $T_1 = 40$ N e a segunda, a uma tensão $T_2 = 90$ N. Quando postas em oscilação, verifica-se que a de comprimento L_1 tem frequência fundamental de 36 Hz. Com base nesses dados, determine, em Hz, para a corda L_2 , a sua frequência fundamental.

15. FGV-SP – A nota lá da escala cromática musical é tida como referência na afinação dos instrumentos. No violão comum de 6 cordas, a quinta corda (segunda de cima para baixo), devidamente afinada, emite a nota lá vibrando com frequência de 220 Hz. Se o instrumentista colocar seu dedo num traste localizado a meia distância dos extremos dessa corda e percuti-la, ele ouvirá a nota lá vibrando com frequência de

- 440 Hz, mantida a velocidade de propagação da onda formada.
- 110 Hz, mantida a velocidade de propagação da onda formada.
- 440 Hz, com velocidade de propagação da onda dobrada.
- 110 Hz, com velocidade de propagação da onda dobrada.
- 440 Hz, com velocidade de propagação da onda reduzida à metade.

16. UFJF-MG – Consideremos uma corda fixa nas suas extremidades e sujeita a uma certa tensão. Se excitarmos um ponto dessa corda por meio de um vibrador de frequência qualquer ou pela ação de uma excitação externa, toda a extensão da corda entra em vibração. É o que acontece, por exemplo, com as cordas de um violão. Existem certas frequências de excitação para as quais a amplitude de vibração é máxima. Essas frequências próprias da corda são chamadas modos normais de vibração. Além disso, formam-se ondas estacionárias exibindo um padrão semelhante àquele mostrado na figura 1a.

Com base nessas informações, um estudante usou o laboratório didático de sua escola e montou o seguinte experimento: uma corda tem uma de suas extremidades presa a um diapásio elétrico que oscila com frequência constante, e a outra extremidade passa por uma polia na extremidade de uma mesa e é presa a uma massa m pendurada do lado de fora, conforme ilustrado na figura 1b.

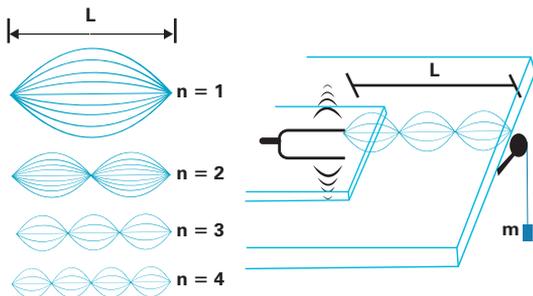
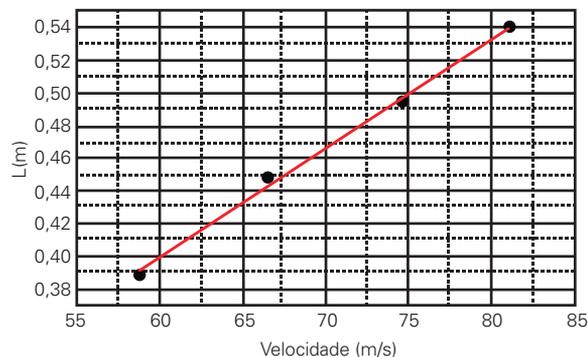


Figura 1a

Figura 1b

- No primeiro experimento, foi usado um diapásio elétrico de frequência constante $f = 150$ Hz. Ele fixou a corda para um comprimento $L = 80$ cm. Nessa configuração, obteve o padrão de oscilação da corda formando 3 ventres, conforme a figura 1b. Nesse primeiro experimento, qual a velocidade de propagação da onda?

- Para um segundo diapásio, de frequência desconhecida, foi realizada uma experiência variando a posição do diapásio para obter comprimentos L diferentes. Para cada valor de L , é possível alterar a massa m para obter um único ventre. Sabe-se que a velocidade de propagação da onda pode ser calculada pela expressão $v = \sqrt{T/D}$, em que T é tensão à qual a corda está submetida e D é a densidade linear de massa da corda. Com essas informações, ele determinou, para cada comprimento L , qual a velocidade de propagação da onda na corda construindo um gráfico de L por V , conforme imagem a seguir.
- Com base neste gráfico, encontre a frequência desconhecida do segundo diapásio.



- UFPR** – Um instrumento musical possui cordas metálicas de comprimento L . Uma das cordas possui diâmetro d , densidade ρ e, quando sujeita a uma tensão T , vibra com uma frequência fundamental de 420 Hz. Suponha que um músico troque essa corda por outra de mesmo material e comprimento, mas com a metade do diâmetro original. Considere que as cordas estão fixas nas suas extremidades. Faça o que se pede, justificando suas respostas.

- Encontre a expressão para a velocidade de propagação da onda na corda em função das grandezas T , d e ρ .

b) Determine a velocidade da onda na nova corda, quando sujeita a uma tensão quatro vezes superior à primeira, em função da velocidade na corda original.

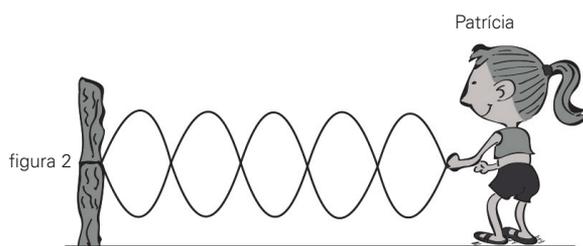
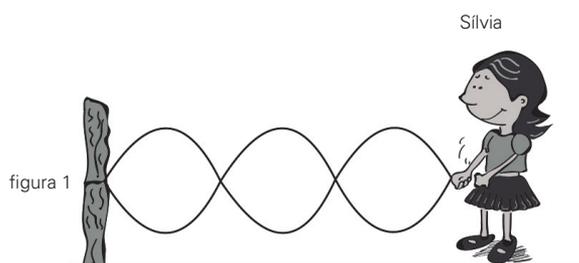
c) Calcule a frequência fundamental nessa nova situação.

ESTUDO PARA O ENEM

18. UFTM-MG

C1-H1

Sílvia e Patrícia brincavam com uma corda quando perceberam que, prendendo uma das pontas num pequeno poste e agitando a outra ponta em um mesmo plano, faziam com que a corda oscilasse de forma que alguns de seus pontos permaneciam parados, ou seja, estabelecia-se na corda uma onda estacionária. A figura 1 mostra a configuração da corda quando Sílvia está brincando e a figura 2 mostra a configuração da mesma corda quando Patrícia está brincando.



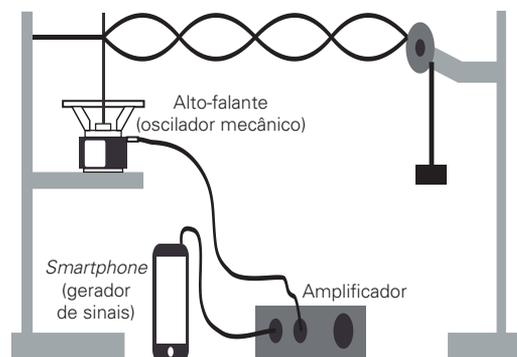
Considerando-se iguais, nas duas situações, as velocidades de propagação das ondas na corda, e chamando de f_s e f_p as frequências com que Sílvia e Patrícia, respectivamente, estão fazendo a corda oscilar, pode-se afirmar corretamente que a relação f_s/f_p é igual a

- a) 1,6
- b) 1,2
- c) 0,8
- d) 0,6
- e) 0,4

19. FCM-MG (adaptado)

C1-H1

A figura mostra uma haste vertical ligada a um alto-falante que oscila a 400 Hz ligado a uma corda que passa por uma roldana e é esticada por um peso, formando uma onda estacionária.



Alterando-se gradativamente o número de vibrações da haste, a onda se desfaz e, em seguida, observa-se outra configuração de uma nova onda estacionária, com menor comprimento de onda. Para que tal fato aconteça, a nova frequência do alto-falante será de

- a) 200 Hz.
- b) 300 Hz.
- c) 500 Hz.
- d) 600 Hz.
- e) 700 Hz.

20. IFBA

C1-H1

Fisicamente, um violão é um conjunto de cordas vibrantes que, quando afinadas e tensionadas pela força correta, emitem um som cuja frequência corresponde ao primeiro harmônico da corda, também conhecido como som fundamental. Considere uma dessas cordas com densidade linear de 10^{-2} kg/m cuja parte vibrante é de 55 cm de comprimento, tensionada por uma força de 144 N. Observando os valores das frequências na tabela a seguir, qual nota, aproximadamente, essa corda emitirá?

Tabela de frequências do primeiro harmônico emitidas pelas cordas de um violão afinado

Corda	Nota	Frequência
1	Mi (E)	329,65 Hz
2	Si (B)	246,95 Hz
3	Sol (G)	196,00 Hz
4	Ré (D)	146,85 Hz
5	Lá (A)	110,00 Hz
6	Mi (E)	82,40 Hz

- a) Mi
- b) Si
- c) Sol
- d) Ré
- e) Lá

TUBOS SONOROS

No módulo anterior, estudamos as cordas sonoras e os harmônicos que elas podem produzir. Novamente, utilizaremos o conceito de ondas estacionárias para estudar os tubos sonoros, presentes em diversos instrumentos musicais de sopro, como podemos observar na imagem ao lado.

Tubos sonoros

Assim como as cordas, os tubos sonoros podem gerar diferentes modos de vibração, denominados harmônicos. Eles são formados pelas ondas estacionárias decorrentes do ar soprado dentro dos tubos, que formam os instrumentos de sopro.

Existem dois tipos de tubos sonoros. Os **tubos abertos**, que possuem duas extremidades abertas, e os **tubos fechados**, que possuem uma extremidade fechada e a outra aberta. Observe as ilustrações a seguir.



GETTY IMAGES/STOCKPHOTO

Instrumentos de sopro

- Tubos sonoros
- Harmônicos
- Instrumentos musicais

HABILIDADES

- Relacionar, em fenômenos acústicos, comprimento de onda, frequência e velocidade de ondas.
- Analisar as características sonoras de instrumentos musicais com base em conceitos de ondulatória.



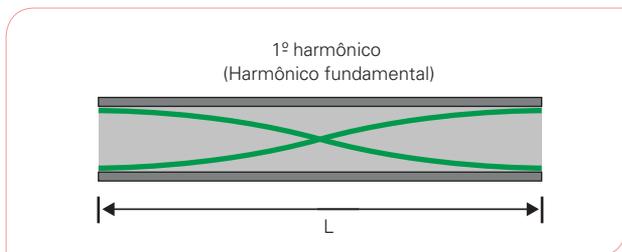
Tubos abertos e fechados.

Nos tubos abertos, uma parcela do ar soprado no interior deles sofre reflexão ao entrar em contato com o ar do meio externo, em razão da diferença de temperatura e pressão entre eles, formando as ondas estacionárias. Nos tubos fechados o princípio é semelhante, no entanto, o ar sofre reflexão ao atingir a extremidade fechada.

Tubos abertos

PRIMEIRO HARMÔNICO

Na imagem a seguir, observamos a formação de uma onda estacionária em um tubo aberto.



Nessa imagem, podemos notar a formação de dois ventres (pontos com máxima amplitude de vibração) e um nó (ponto com amplitude de vibração nula). Também podemos perceber que o comprimento desse tubo equivale a meio comprimento de onda.

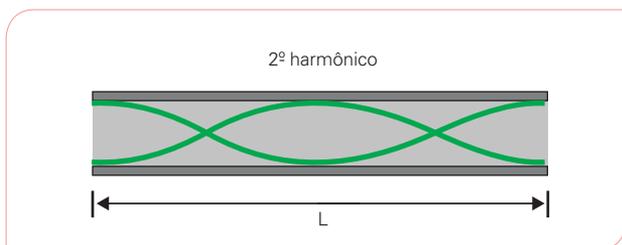
$$L = 1 \cdot \frac{\lambda_1}{2}$$

Dessa forma, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_1 \cdot f_1 \Rightarrow v = \frac{2 \cdot L \cdot f_1}{1} \text{ ou } f_1 = 1 \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

SEGUNDO HARMÔNICO

Nesta imagem, podemos observar a formação de três ventres e dois nós.



Também podemos perceber que o comprimento desse tubo equivale a um comprimento de onda ou dois meios comprimentos de onda.

$$L = 2 \cdot \frac{\lambda_2}{2}$$

Da mesma forma, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_2 \cdot f_2 \Rightarrow v = \frac{2 \cdot L \cdot f_2}{2} \text{ ou } f_2 = 2 \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

TERCEIRO HARMÔNICO

Nesta imagem, podemos observar a formação de quatro ventres e três nós.



Também podemos perceber que o comprimento desse tubo equivale a um comprimento e meio de onda ou a três meios comprimentos de onda.

$$L = 3 \cdot \frac{\lambda_3}{2}$$

Novamente, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_3 \cdot f_3 \Rightarrow v = \frac{2 \cdot L \cdot f_3}{3} \text{ ou } f_3 = 3 \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

ENÉSIMO HARMÔNICO

Com base nas equações anteriores, podemos deduzir que as frequências dos harmônicos superiores (segundo e terceiro harmônicos) são múltiplos da frequência do primeiro harmônico. Dessa forma, podemos escrever:

$$f_n = n \cdot f_1 \text{ ou } f_n = n \cdot \frac{v}{2 \cdot L}$$

$$v = \frac{2 \cdot L \cdot f_n}{n}$$

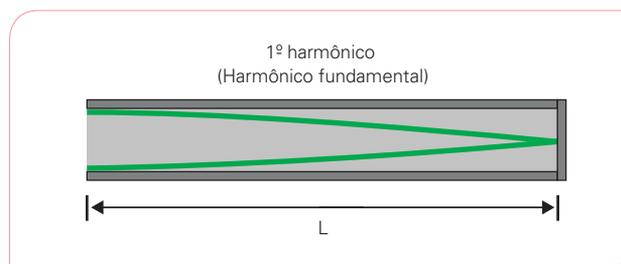
Nessas equações, n é um número natural e inteiro e diferente de zero ($n = 1, 2, 3, \dots$), logo podemos concluir que ele possui infinitos harmônicos.

Observe que as equações obtidas para os tubos abertos são idênticas às que foram obtidas para as cordas vibrantes no módulo anterior.

Tubos fechados

PRIMEIRO HARMÔNICO

Na imagem a seguir, observamos a formação de uma onda estacionária em um tubo fechado.



Nessa imagem, podemos observar a formação de um ventre e um nó. Também podemos perceber que o comprimento desse tubo equivale a um quarto de comprimento de onda.

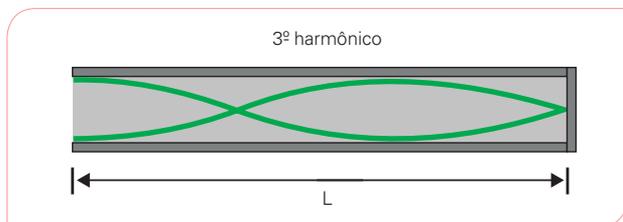
$$L = 1 \cdot \frac{\lambda_1}{4}$$

Dessa forma, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_1 \cdot f_1 \Rightarrow v = \frac{4 \cdot L \cdot f_1}{1} \text{ ou } f_1 = 1 \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$$

TERCEIRO HARMÔNICO

Como na extremidade aberta sempre se forma um ventre e na extremidade fechada, um nó, não existe segundo harmônico. Na imagem a seguir, podemos observar a formação de dois ventres e dois nós.



Também podemos perceber que o comprimento desse tubo equivale a três quartos de comprimento de onda.

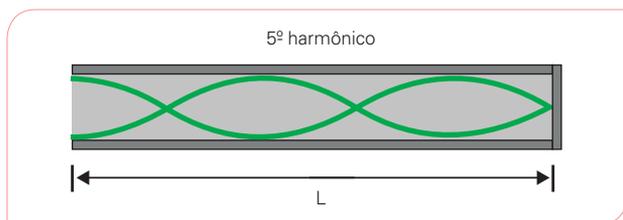
$$L = 3 \cdot \frac{\lambda_3}{4}$$

Da mesma forma, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_3 \cdot f_3 \Rightarrow v = \frac{4 \cdot L \cdot f_3}{3} \text{ ou } f_3 = 3 \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$$

QUINTO HARMÔNICO

Pela mesma razão que não houve formação do segundo harmônico, não existe o quarto harmônico. Nesta imagem, podemos observar a formação de três ventres e três nós.



Também podemos perceber que o comprimento desse tubo equivale a cinco quartos de comprimento de onda.

$$L = 5 \cdot \frac{\lambda_5}{4}$$

Novamente, utilizando a equação fundamental da ondulatória, podemos obter as seguintes equações:

$$v = \lambda_5 \cdot f_5 \Rightarrow v = \frac{4 \cdot L \cdot f_5}{5} \text{ ou } f_5 = 5 \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$$

ENÉSIMO HARMÔNICO

Com base nas equações anteriores, podemos deduzir que os tubos fechados só possuem harmônicos ímpares, e as frequências dos harmônicos superiores (terceiro e quinto harmônicos) são múltiplos ímpares da frequência do primeiro harmônico. Dessa forma, podemos escrever:

$$f_n = n \cdot f_1 \text{ ou } f_n = n \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$$

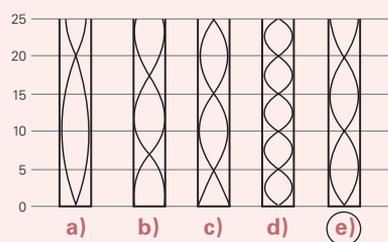
$$\frac{4 \cdot L \cdot f_n}{v}$$

Nessas equações, n é um número natural, ímpar, inteiro e diferente de zero ($n = 1, 3, 5, \dots$), logo podemos concluir que ele possui infinitos harmônicos ímpares.

Tanto nas cordas sonoras, quanto nos tubos sonoros, as frequências nas quais os harmônicos são formados são denominadas frequências de ressonância.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Fuvest-SP – Um músico sopra a extremidade aberta de um tubo de 25 cm de comprimento, fechado na outra extremidade, emitindo um som na frequência $f = 1700$ Hz. A velocidade do som no ar nas condições do experimento é $v = 340$ m/s. Dos diagramas a seguir, aquele que melhor representa a amplitude de deslocamento da onda sonora estacionária no tubo pelo sopro do músico é



Resolução

$$f_n = n \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$$

$$1700 = n \cdot \frac{340}{4 \cdot 0,25}$$

$$n = 5$$

2. Unesp – Um aluno, com o intuito de produzir um equipamento para a feira de ciências de sua escola, selecionou 3 tubos de PVC de cores e comprimentos diferentes, para a confecção de tubos sonoros. Ao bater com a mão espalmada em uma das extremidades de cada um dos tubos, são produzidas ondas sonoras de diferentes frequências. A tabela a seguir associa a cor do tubo com a frequência sonora emitida por ele. Cor: vermelho – azul – roxa; Frequência: 290 – 440 – 494. Podemos afirmar corretamente que os comprimentos dos tubos vermelho (L_{vermelho}), azul (L_{azul}) e roxo (L_{roxo}) guardam a seguinte relação entre si:

a) $L_{\text{vermelho}} < L_{\text{azul}} > L_{\text{roxo}}$

b) $L_{\text{vermelho}} = L_{\text{azul}} = L_{\text{roxo}}$

c) $L_{\text{vermelho}} > L_{\text{azul}} = L_{\text{roxo}}$

d) $L_{\text{vermelho}} > L_{\text{azul}} > L_{\text{roxo}}$

e) $L_{\text{vermelho}} < L_{\text{azul}} < L_{\text{roxo}}$

Resolução

Apesar da questão não mencionar se os tubos são abertos ou fechados, o comprimento do tubo, em ambos os casos, é inversamente proporcional à frequência.

$$f_n = n \cdot \frac{v}{2 \cdot L} \text{ ou } f_n = n \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$$

Dessa forma, o tubo que possui menor frequência terá maior comprimento ($L_{\text{vermelho}} > L_{\text{azul}} > L_{\text{roxo}}$).

Alternativa correta: a.

ROTEIRO DE AULA

Tubos sonoros

Os _____ **tubos abertos** _____, possuem duas extremidades abertas.

Os _____ **tubos fechados** _____, possuem uma extremidade fechada e outra aberta.

As frequências dos harmônicos superiores dos tubos abertos são múltiplos da frequência do harmônico _____ **fundamental** _____.

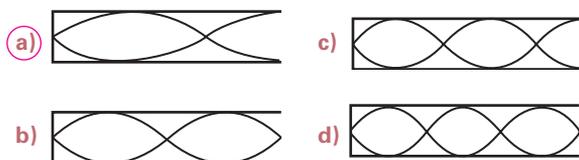
As frequências dos harmônicos superiores dos tubos fechados são múltiplos _____ **ímpares** _____ da frequência do harmônico fundamental.

As frequências nas quais os harmônicos são formados são denominadas frequências de _____ **ressonância** _____.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **UFV-MG** – Das figuras a seguir, aquela que representa corretamente o padrão de ondas estacionárias, oscilando no terceiro harmônico em um tubo aberto na extremidade direita e fechado na extremidade esquerda, é



Na situação de um tubo fechado, tem-se a formação de 1,5 fuso e 2 nós, conforme o item a.

2. **Unifenas-MG** – Um tubo sonoro fechado de comprimento 1 metro possui uma onda estacionária de 3 nós. Considerando que a velocidade de propagação do som no ar seja igual a 340 m/s, determine a frequência emitida.

Tubo fechado com 3 nós = quinto harmônico

$$f_5 = \frac{5 \cdot v}{4 \cdot L} = \frac{5 \cdot 340}{4 \cdot 1} = 425 \text{ Hz.}$$

3. **Ufpr (adaptado)** – Um órgão é um instrumento musical composto por diversos tubos sonoros, abertos ou fechados nas extremidades, com diferentes comprimentos. Num certo órgão, um tubo A é aberto em ambas as extremidades e possui uma frequência fundamental de 200 Hz. Nesse mesmo órgão, um tubo B tem uma das extremidades aberta e a outra fechada, e a sua frequência fundamental é igual à frequência do segundo harmônico do tubo A. Considere a velocidade do som no ar igual a 340 m/s. Determine:

f) a) o comprimento do tubo A;

Tubo A aberto: $f_1^A = 200 \text{ Hz.}$

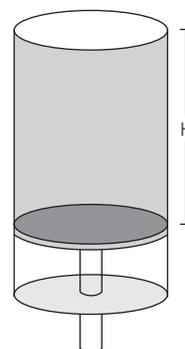
$$L_A = \frac{v}{2 \cdot f_1^A} = \frac{340}{2 \cdot 200} = 0,85 \text{ m}$$

g) o comprimento do tubo B.

Tubo B fechado: $f_1^B = 400 \text{ Hz.}$

$$L_B = \frac{v}{4 \cdot f_1^B} = \frac{340}{4 \cdot 400} = 0,2125 \text{ m}$$

4. **PUC-GO (adaptado)**



Um exemplo do fenômeno de ressonância pode ser observado em um tubo sonoro que amplifica um som em uma frequência específica. Suponha um tubo com um êmbolo que, ao se mover, modifica a profundidade H da cavidade do tubo, como mostra a figura.

Um diapasão de 500 Hz é posto para vibrar próximo à boca do tubo, fazendo com que ele amplifique o som produzido, por causa da ressonância. Considerando-se que a menor profundidade H em que ocorre a amplificação do som (ressonância) seja igual a 17 cm e que as demais condições permaneçam inalteradas, podemos afirmar que:

- IX. O comprimento de onda será igual a 34 cm.
- X. O segundo harmônico ocorrerá quando a profundidade H for igual a 51 cm.
- XI. A velocidade do som nas condições locais será igual a 340 m/s.
- XII. Se a profundidade máxima da cavidade do tubo for de 80 cm, então será possível observar um terceiro harmônico nesse tubo.

Com base nas sentenças anteriores, marque a alternativa em que todos os itens estão corretos:

- a) I e II.
- b) I, e IV.
- c) II e III.
- d) III e IV.
- e) III, somente.

I – Incorreta. Trata-se de um tubo fechado. Portanto, vale a seguinte relação: $f_n = n \cdot \frac{v}{4 \cdot H}$, em que $\lambda_n = \frac{4 \cdot H}{n}$. A menor profundidade cor-

responderá ao primeiro harmônico, de modo que $\lambda_1 = 68 \text{ cm.}$

II – Incorreta. O tubo fechado apresenta apenas harmônicos ímpares.

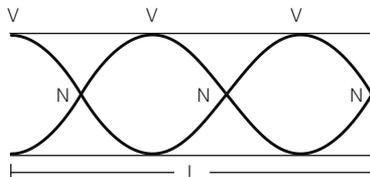
III – Correta. O som manterá sua velocidade de propagação.

IV – Correta. A condição para que ocorra o terceiro harmônico é:

$$f_3 = \frac{3 \cdot v}{4 \cdot H_3} = 3 \cdot f_1 = \frac{v}{4 \cdot H_1}, \text{ isto é, } H_3 = 3 \cdot H_1 = 3 \cdot 17 = 51 \text{ cm.}$$

O comprimento do tubo deverá ser maior ou igual a 51 cm.

5. Unesp – Na geração da voz humana, a garganta e a cavidade oral agem como um tubo, com uma extremidade aproximadamente fechada na base da laringe, onde estão as cordas vocais, e uma extremidade aberta na boca. Nessas condições, sons são emitidos com maior intensidade nas frequências e comprimentos de ondas onde há um nó (N) na extremidade fechada e um ventre (V) na extremidade aberta, como ilustra a figura. As frequências geradas são chamadas harmônicos ou modos normais de vibração. Em um adulto, esse tubo do trato vocal tem aproximadamente 17 cm. A voz normal de um adulto ocorre em frequências situadas aproximadamente entre o primeiro e o terceiro harmônicos.



Considerando que a velocidade do som no ar é 340 m/s, os valores aproximados, em hertz, das frequências dos três primeiros harmônicos da voz normal de um adulto são

- a) 50, 150, 250
- b) 100, 300, 500
- c) 170, 510, 850
- d) 340, 1 020, 1 700
- e) 500, 1 500, 2 500

A figura mostra o quinto harmônico.

Sendo:

$$f_n = \frac{n \cdot v}{4 \cdot L}$$

Temos:

$$f_5 = \frac{5 \cdot 340}{4 \cdot 0,17}$$

$$f_5 = 2 500 \text{ Hz}$$

Logo:

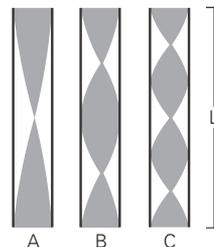
$$f_1 = \frac{f}{5} = \frac{2 500}{5} = 500 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 3 \cdot f_1 = 3 \cdot 500 = 1 500 \text{ Hz}$$

6. Enem

C1-H1

Em uma flauta, as notas musicais possuem frequências e comprimentos de onda (λ) muito bem definidos. As figuras mostram esquematicamente um tubo de comprimento L , que representa de forma simplificada uma flauta, em que estão indicados: em A, o primeiro harmônico de uma nota musical (comprimento de onda λ_A); em B, seu segundo harmônico (comprimento de onda λ_B); e, em C, o seu terceiro harmônico (comprimento de onda λ_C), em que $\lambda_A > \lambda_B > \lambda_C$.



Em função do comprimento do tubo, qual o comprimento de onda da oscilação que forma o próximo harmônico?

- a) $\frac{L}{4}$
- b) $\frac{L}{5}$
- c) $\frac{L}{2}$
- d) $\frac{L}{8}$
- e) $\frac{6 \cdot L}{8}$

Para tubos sonoros abertos, o comprimento de onda é dado por:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

O próximo harmônico é $n = 4$.

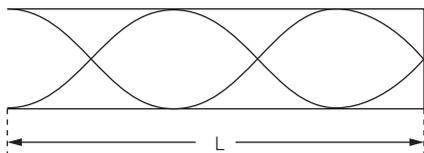
$$\lambda_4 = \frac{2L}{n} = \frac{L}{2}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. IFMG – Um instrumento musical primitivo é feito por um tubo oco aberto em uma de suas extremidades e fechado na outra e é minimamente representado na figura a seguir.



Sendo seu comprimento $L = 2,5$ m e considerando que a velocidade do som nesse ambiente seja de 320 m/s, é correto afirmar:

- a) Uma expressão que pode corretamente ser usada para se determinar a frequência do som emitido por esse instrumento é $f = \frac{n \cdot v}{2 \cdot L}$, em que v é a ve-

locidade do som no ambiente, L é o comprimento do tubo e n é o número do harmônico emitido pelo instrumento para $n = 1, 2, 3 \dots$

- b) A frequência do som emitido por esse instrumento é de 220 Hz.
- c) No interior do tubo, quanto maior a velocidade de propagação do som no ar, menor será a frequência do som emitido por esse instrumento.
- d) O comprimento de onda dentro do tubo representado será de aproximadamente 2,5 m.
- e) Um outro instrumento, em condições similares a este, com 5,0 m de comprimento, emitiria um som de frequência 80 Hz.

- 8. **UEM-PR** – Em um laboratório, situado ao nível do mar, um cientista faz vibrar um diapasão de frequência de 660 Hz junto à boca de uma proveta totalmente preenchida com água. Por meio de um dispositivo especial, ele faz o nível de água na proveta variar e observa que,

para alguns níveis de água específicos no interior da proveta, ou seja, para algumas distâncias (H) específicas da superfície da água até a extremidade superior (a boca) da proveta, o som proveniente dela é fortemente reforçado. Considerando que o primeiro reforço é observado para $H = 12,5$ cm, assinale o que for correto.

- 01)** Quando ocorre o reforço sonoro, há a formação de ondas estacionárias no interior da proveta, que são ondas resultantes da ressonância da proveta com a frequência da fonte sonora, ou seja, com as ondas provenientes do diapasão.
- 02)** As frequências de ressonância no interior da proveta são dadas por $f_n = n \cdot v/4 \cdot H$, sendo v a velocidade do som no ar no interior da proveta e n um número inteiro, ímpar, positivo e diferente de zero.
- 04)** Quando $H = 12,5$ cm e a velocidade do som no interior da proveta é de 330 m/s, há a formação de um nodo na superfície da água e de um antinodo na extremidade superior da proveta.
- 08)** Quando $H = 0,625$ m, a proveta ressona no sexto harmônico do diapasão, e há a formação de quatro nodos no interior da proveta.
- 16)** Quando a proveta ressona no sétimo harmônico do diapasão, o comprimento de onda das ondas estacionárias em seu interior é de 0,5 m, e há a formação de 5 antinodos no interior da proveta.

Dê a soma do(s) item(ns) correto(s).

- 9. Fuvest-SP** – Uma flauta andina, ou flauta de pã, é constituída por uma série de tubos de madeira, de comprimentos diferentes, atados uns aos outros por fios vegetais. As extremidades inferiores dos tubos são fechadas. A frequência fundamental de ressonância em tubos desse tipo corresponde ao comprimento de onda igual a 4 vezes o comprimento do tubo. Em uma dessas flautas, os comprimentos dos tubos correspondentes, respectivamente, às notas Mi (660 Hz) e Lá (220 Hz) são, aproximadamente,

Note e adote: a velocidade do som no ar é igual a 330 m/s.

- a) 6,6 cm e 2,2 cm.
b) 22 cm e 5,4 cm.
c) 12 cm e 37 cm.
d) 50 cm e 1,5 m.
e) 50 cm e 16 cm.

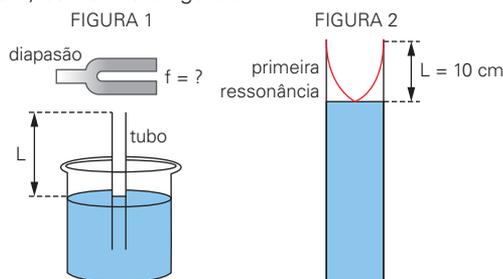
- 10. UERN** – Uma pessoa, ao soprar na extremidade aberta de um tubo fechado, obteve o som do primeiro harmônico cuja frequência é 375 Hz. Se o som no local se propaga com velocidade de 330 m/s, então o comprimento desse tubo é de

- a) 20 cm.
b) 22 cm.
c) 24 cm.
d) 26 cm.

- 11. Udesc** – Ondas sonoras estacionárias são produzidas no interior de um tubo fechado de comprimento L_1 , e de um outro tubo, também fechado, de comprimento L_2 . Assinale a alternativa que representa a razão L_2/L_1 para que a frequência do 5º harmônico do primeiro tubo corresponda à frequência do 3º harmônico do segundo tubo.

- a) 3/5 b) 5/3 c) 3/2 d) 4/3 e) 7/5

- 12. Unesp** – Um experimento foi feito com a finalidade de determinar a frequência de vibração de um diapasão. Um tubo cilíndrico aberto em suas duas extremidades foi parcialmente imerso em um recipiente com água e o diapasão vibrando foi colocado próximo ao topo desse tubo, conforme a figura 1. O comprimento L da coluna de ar dentro do tubo foi ajustado movendo-o verticalmente. Verificou-se que o menor valor de L , para o qual as ondas sonoras geradas pelo diapasão são reforçadas por ressonância dentro do tubo, foi de 10 cm, conforme a figura 2.



Considerando a velocidade de propagação do som no ar igual a 340 m/s, é correto afirmar que a frequência de vibração do diapasão, em Hz, é igual a

- a) 425 b) 850 c) 1360 d) 3400 e) 1700

- 13. Faculdade Albert Einstein-SP** – Em 1816, o médico francês René Laënnec, durante um exame clínico numa senhora, teve a ideia de enrolar uma folha de papel bem apertada e colocar seu ouvido numa das extremidades, deixando a outra livre para ser encostada na paciente. Dessa forma, não só era evitado o contato indesejado com a paciente, como os sons se tornavam muito mais audíveis. Estava criada, assim, a ideia fundamental do estetoscópio [do grego, "stéthos" (peito) e "skopéo" (olhar)].

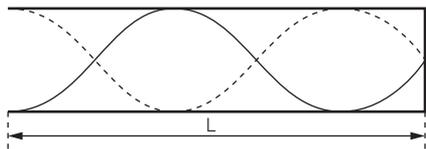
Ele é utilizado por diversos profissionais, como médicos e enfermeiros, para auscultar (termo técnico correspondente a escutar) sons vasculares, respiratórios ou de outra natureza em diversas regiões do corpo.

É composto por três partes fundamentais: a peça auricular tem formato anatômico para adaptar-se ao canal auditivo; os tubos condutores do som a conectam à peça auscultatória; e, por fim, a peça auscultatória é componente metálico colocado em contato com o corpo do paciente. Essa peça é composta por uma campânula, que transmite melhor os sons de baixa frequência, como as batidas do coração e as do diafragma, e os sons de alta frequência, como os do pulmão e do abdômen.

A folha de papel enrolada pelo médico francês René Laënnec pode ser interpretada como um tubo sonoro aberto. Considerando o comprimento desse tubo igual a 34 cm e que, ao auscultar um paciente, houve a formação, no interior desse tubo, de uma onda estacionária longitudinal de segundo harmônico e que se propagava com uma velocidade de 340 m/s, qual a frequência dessa onda, em hertz?

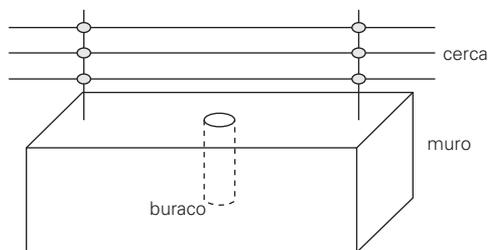
- a) 250
- b) 500
- c) 1 000
- d) 2 000

14. **UFPE** – A figura mostra uma onda estacionária em um tubo de comprimento $L = 5$ m, fechado em uma extremidade e aberto na outra.



Considere que a velocidade do som no ar é 340 m/s e determine a frequência do som emitido pelo tubo, em hertz.

15. **UFPR** – Uma cerca elétrica foi instalada em um muro onde existe um buraco de forma cilíndrica e fechado na base, conforme representado na figura. Os fios condutores da cerca elétrica estão fixos em ambas as extremidades e esticados sob uma tensão de 80 N. Cada fio tem comprimento igual a 2,0 m e massa de 0,001 kg. Certo dia, alguém tocou no fio da cerca mais próximo do muro e esse fio ficou oscilando em sua frequência fundamental. Essa situação fez com que a coluna de ar no buraco, por ressonância, vibrasse na mesma frequência do fio condutor. As paredes do buraco têm um revestimento adequado, de modo que ele age como um tubo sonoro fechado na base e aberto no topo.



Considerando que a velocidade do som no ar seja de 330 m/s e que o ar no buraco oscile no modo fundamental, assinale a alternativa que apresenta corretamente a profundidade do buraco.

- a) 0,525 m
- b) 0,650 m
- c) 0,825 m
- d) 1,250 m
- e) 1,500 m

16. **ITA-SP** – Dois tubos de órgão, A e B, têm o mesmo comprimento L ; A é fechado e B é aberto. Sejam f_A e f_B as frequências fundamentais emitidas, respectivamente, por A e B. Designando por V a velocidade do som no ar, podemos afirmar que

- a) $f_A = 2 \cdot f_B$
- b) $f_A = \frac{V}{2 \cdot L}$
- c) $f_B = \frac{V}{4 \cdot L}$
- d) $f_B = 4 \cdot f_A$
- e) $f_A = \frac{V}{4 \cdot L}$

17. **Fuvest-SP** – Um alto-falante emitindo som com uma única frequência é colocado próximo à extremidade aberta de um tubo cilíndrico vertical preenchido com um líquido. Na base do tubo, há uma torneira que permite escoar lentamente o líquido, de modo que a altura da coluna de líquido varie uniformemente no tempo. Partindo-se do tubo completamente cheio com o líquido e considerando apenas a coluna de ar criada no tubo, observa-se que o primeiro máximo de intensidade do som ocorre quando a altura da coluna de líquido diminui 5 cm e que o segundo máximo ocorre um minuto após a torneira ter sido aberta.

Determine

- a) o módulo da velocidade v de diminuição da altura da coluna de líquido;
- b) a frequência f do som emitido pelo alto-falante.

Sabendo que uma parcela da onda sonora pode se propagar no líquido, determine

- c) o comprimento de onda λ desse som no líquido;
- d) o menor comprimento L da coluna de líquido para que haja uma ressonância desse som no líquido.

Note e adote

Velocidade do som no ar: $v_{\text{ar}} = 340 \text{ m/s}$.

Velocidade do som no líquido: $v_{\text{liq}} = 1700 \text{ m/s}$.

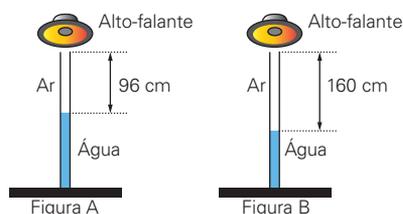
Considere a interface ar-líquido sempre plana.

A ressonância em líquidos envolve a presença de nós na sua superfície.

ESTUDO PARA O ENEM

18. UFU-MG

C1-H1



Em uma experiência para medir a velocidade do som no ar, utilizou-se um tubo contendo água, aberto em uma extremidade, e um gerador de áudio com um alto-falante que gerava uma onda de 250 Hz. Observou-se que ocorria ressonância quando a coluna de ar era de 96 cm (figura A), e que, abaixando o nível da água, a próxima ressonância ocorria quando a profundidade da coluna de ar era de 160 cm (figura B).

Considerando os dados anteriores, é possível afirmar que a velocidade do som nessa região é

- a) 160 m/s. c) 330 m/s. e) 480 m/s.
b) 320 m/s. d) 340 m/s.

19. Enem (adaptado)

C1-H1

Em instrumentos de corda afinados, quando se toca a corda m com seu comprimento efetivo (harmônico fundamental), o som produzido tem frequência de 330 Hz. Se a mesma corda é alongada no dobro do seu comprimento, a frequência do novo harmônico

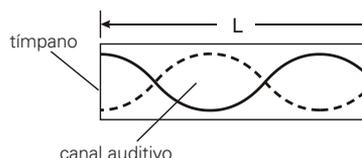
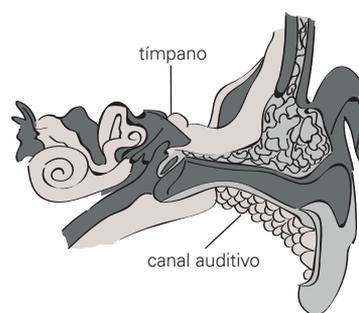
- a) se reduz à metade, porque o comprimento de onda dobrou.
b) dobra, porque o comprimento de onda foi reduzido à metade.
c) quadruplica, porque o comprimento de onda foi reduzido à metade.
d) quadruplica, porque o comprimento de onda foi reduzido à quarta parte.
e) não se modifica, porque é uma característica independente do comprimento da corda que vibra.

20. Enem

C1-H1

Um dos modelos usados na caracterização dos sons ouvidos pelo ser humano baseia-se na hipótese de que ele funciona como um tubo ressonante. Nesse caso, os sons externos produzem uma variação de pressão do ar no interior do canal auditivo, fazendo a membrana (tímpano) vibrar. Esse modelo pressupõe que o sistema funciona de forma equivalente à propagação de ondas

sonoras em tubos com uma das extremidades fechadas pelo tímpano. As frequências que apresentam ressonância com o canal auditivo têm sua intensidade reforçada, enquanto outras podem ter sua intensidade atenuada.



Considerere que, no caso de ressonância, ocorra um nó sobre o tímpano e um ventre da onda na saída do canal auditivo, de comprimento L igual a 3,4 cm. Assumindo que a velocidade do som no ar (v) é igual a 340 m/s, a frequência do primeiro harmônico (frequência fundamental, $n = 1$) que se formaria no canal, ou seja, a frequência mais baixa que seria reforçada por uma ressonância no canal auditivo, usando esse modelo é

- a) 0,025 kHz, valor que considera a frequência do primeiro harmônico igual a $n \cdot v/4 \cdot L$ e equipara o ouvido a um tubo com ambas as extremidades abertas.
b) 2,5 kHz, valor que considera a frequência do primeiro harmônico igual a $n \cdot v/4 \cdot L$ e equipara o ouvido a um tubo com uma extremidade fechada.
c) 10 kHz, valor que considera a frequência do primeiro harmônico igual a $n \cdot v/L$ e equipara o ouvido a um tubo com ambas as extremidades fechadas.
d) 2500 kHz, valor que expressa a frequência do primeiro harmônico como igual a $n \cdot v/L$, aplicável ao ouvido humano.
e) 10000 kHz, valor que expressa a frequência do primeiro harmônico como igual a $n \cdot v/L$, aplicável ao ouvido e ao tubo aberto e fechado.

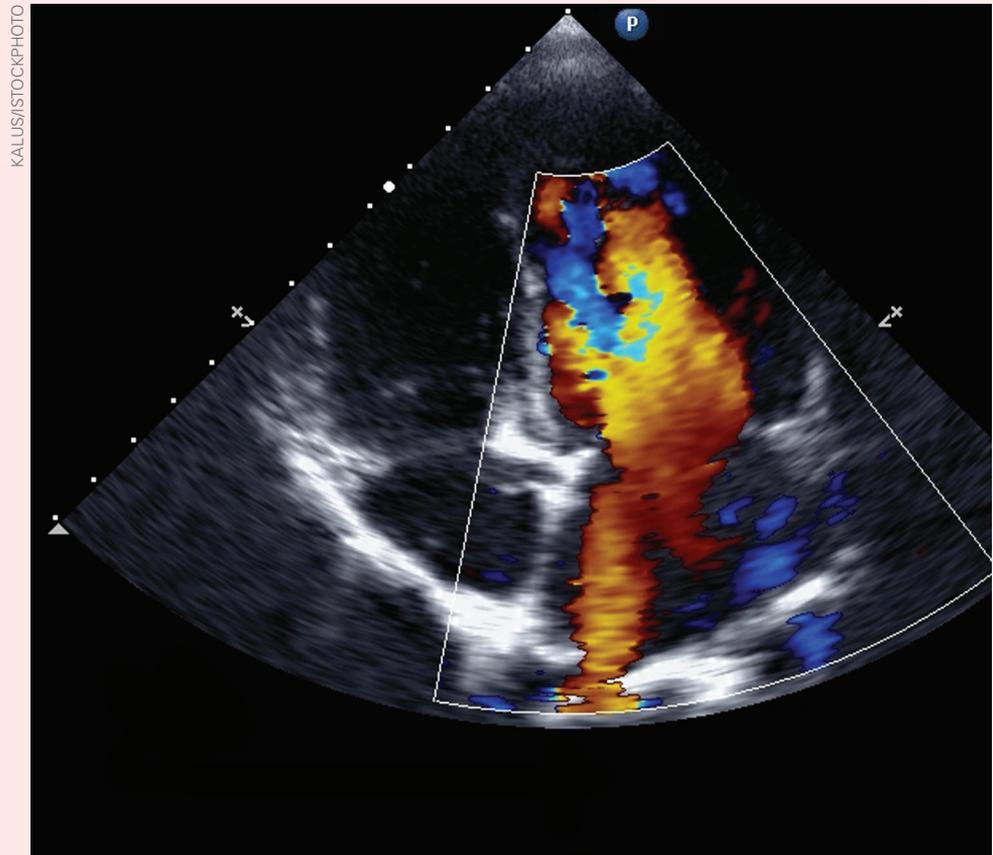
8

EFEITO DOPPLER

- Efeito Doppler

HABILIDADES

- Prever e explicar a variação na frequência das ondas usando o efeito Doppler.



Exame de ecocardiograma.

O efeito Doppler-Fizeau é um fenômeno ondulatório que pode ocorrer com ondas mecânicas (sonoras) ou eletromagnéticas (luminosas). Trata-se de uma alteração aparente na frequência percebida, em razão do movimento relativo entre a fonte e o observador. Existem muitas aplicações práticas desse fenômeno, entre as quais podemos citar os radares Doppler, que são utilizados tanto para o controle de velocidade de automóveis nas rodovias quanto para a localização e determinação de velocidade de aeronaves. Ele também é empregado nos exames de ecocardiograma, como o da imagem anterior, para analisar o fluxo sanguíneo.

Efeito Doppler para o som

Descrito teoricamente pela primeira vez pelo físico austríaco Christian Doppler, o efeito Doppler, nome pelo qual ficou conhecido para as ondas sonoras, é a alteração aparente na frequência observada ou percebida quando há movimento relativo entre a fonte e o observador. Um exemplo prático é a sirene de uma ambulância em movimento. Quando ela se aproxima de um observador, a frequência percebida por ele é maior (som mais agudo) que a frequência real emitida pela fonte. Quando a fonte se afasta do observador, a frequência percebida por ele será menor (som mais grave).

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino



Efeito Doppler.

Na imagem anterior, podemos observar a ambulância (fonte sonora) aproximando-se de uma pessoa (observador A) localizada no ponto A e afastando-se de outra pessoa localizada no ponto B (observador B).

Quando a ambulância se aproxima do observador A, podemos detectar um achatamento das frentes de onda, com conseqüente diminuição no comprimento de onda. Esse fato acarreta um aumento aparente na frequência notada pois a velocidade de propagação da onda sonora no ar permanece constante.

Ao mesmo tempo que a ambulância se aproxima do observador A, ela se afasta do B. Nesse caso, podemos perceber um aumento do espaço entre as frentes de onda, com conseqüente aumento do comprimento de onda. O resultado é uma diminuição aparente na frequência observada, pois a velocidade de propagação da onda sonora no ar permanece constante.

Apesar de as ondas sonoras se propagarem em todas as direções, nosso estudo ficará restrito a uma única direção, ou seja, quando a fonte e o observador apresentam movimento relativo na mesma direção. Dessa forma, teremos três situações possíveis:

- 1) A fonte das ondas sonoras aproxima-se ou afasta-se do observador;
- 2) O observador aproxima-se ou afasta-se da fonte de onda sonora;
- 3) A fonte e o observador aproximam-se ou afastam-se, e ambos possuem velocidade.

Em todas as situações, temos que:

- Na aproximação: $f_o > f_f$ e $\lambda_o < \lambda_f$
- No afastamento: $f_o < f_f$ e $\lambda_o > \lambda_f$

Nas expressões anteriores, f_o é a frequência observada ou aparente, f_f é a frequência da fonte ou real, λ_o é o comprimento de onda observado e λ_f é o comprimento de onda da fonte.

A frequência observada (f_o) e a frequência da fonte (f_f) relacionam-se pela equação a seguir, conhecida como equação do efeito Doppler.

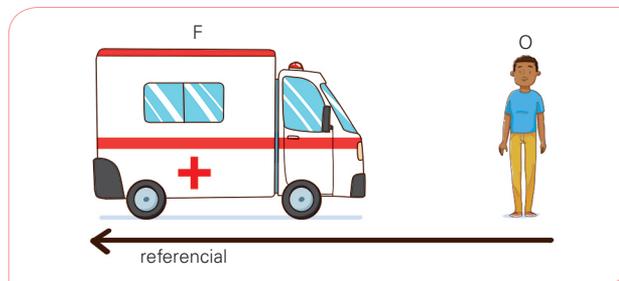
$$f_o = f_f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

Na equação anterior, v é a velocidade de propagação das ondas no meio (velocidade do som), v_f é a velocidade da fonte e v_o é a velocidade do observador.

Para determinar qual sinal (+ ou -) deve ser utilizado na equação, devemos **adotar o referencial posi-**

tivo do observador para a fonte. Dessa forma, se o observador se desloca no mesmo sentido do referencial, sua velocidade será positiva; caso contrário, será negativa. A mesma regra se aplica para a velocidade da fonte.

Exemplo



Nesse caso, quem se mover para a esquerda terá velocidade positiva e quem se mover para a direita terá velocidade negativa.

Efeito Doppler para a luz

O efeito Doppler para as ondas eletromagnéticas foi descrito pelo físico francês Hippolyte Fizeau, que desconhecia o trabalho de Christian Doppler. Por esse motivo, muitos autores o denominam efeito Doppler-Fizeau. O efeito é semelhante ao que ocorre com as ondas sonoras, ou seja, as ondas eletromagnéticas também sofrem uma alteração aparente na frequência observada ou percebida quando há movimento relativo entre a fonte e o observador.

Como vimos anteriormente, uma variação aparente na frequência é acompanhada de uma variação do comprimento de onda, visto que a velocidade de propagação da onda no meio é constante. Para a luz, os desvios no comprimento de onda acarretam mudança na cor. Assim, quando o agente emissor se aproxima do observador, temos o desvio da cor para o azul; quando ele se afasta, ocorre o desvio da cor para o vermelho. Isso significa que, caso uma estrela se afaste da Terra, haverá um desvio da luz por ela emitida para o vermelho, e, caso se aproxime, o desvio será para o azul.

Esse fato foi comprovado anos mais tarde pelo físico Eduard Hubble, que, ao medir o espectro de emissão da luz de algumas galáxias, percebeu que elas apresentavam desvio para o vermelho. Isso significa que as galáxias estão se afastando umas das outras, fato esse que apoia a teoria do Big Bang para a origem do Universo.

A equação do efeito Doppler para as ondas eletromagnéticas leva em consideração a teoria da relatividade proposta por Albert Einstein. Dessa forma, temos:

- Na aproximação: $f_o = f_f \cdot \sqrt{\frac{c + v_f}{c - v_f}}$

- No afastamento: $f_o = f_f \cdot \sqrt{\frac{c - v_f}{c + v_f}}$

Na equação anterior, v_f é a velocidade da fonte e c é a velocidade da luz no vácuo.

Analisando as equações anteriores, podemos observar que, se a velocidade da fonte for desprezível em relação à velocidade da luz, não haverá efeito Doppler para a luz. Esse fato explica por que o efeito Doppler é mais perceptível nas ondas sonoras.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Cefet-MG – Uma ambulância, emitindo um som de frequência f , move-se com uma velocidade v em direção a um pedestre que se encontra parado na margem de uma rodovia. Considerando que a velocidade do som no ar é v_s , a frequência f' ouvida pelo pedestre vale

$$\text{a) } f' = \frac{v}{v_s + v} \cdot f \quad \text{d) } f' = \frac{v_s}{v_s - v} \cdot f$$

$$\text{b) } f' = \frac{v_s}{v_s + v} \cdot f \quad \text{e) } f' = f$$

$$\text{c) } f' = \frac{v_s - v}{v_s} \cdot f$$

Resolução

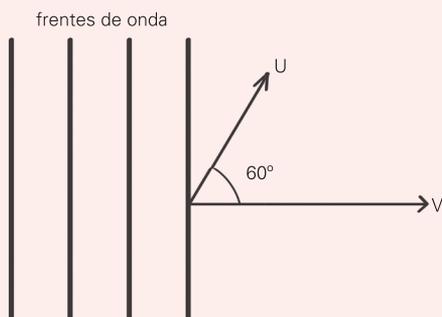
$$f_o = f_f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

Adotando o referencial observador – fonte –, temos:

$$f' = f \cdot \frac{v_s}{v_s - v}$$

2. Fuvest-SP – Uma onda sonora considerada plana, proveniente de uma sirene em repouso, propaga-se no ar parado, na direção horizontal, com velocidade v igual a 330 m/s e comprimento de onda igual a 16,5 cm.

Na região em que a onda está se propagando, um atleta corre, em uma pista horizontal, com velocidade U igual a 6,60 m/s, formando um ângulo de 60° com a direção de propagação da onda. O som que o atleta ouve tem uma frequência aproximada de



Efeito Doppler é alteração aparente na frequência percebida, em razão do movimento relativo entre a fonte e o observador.

- a) 1960 Hz.
- b) 1980 Hz.**
- c) 2000 Hz.
- d) 2020 Hz.
- e) 2040 Hz.

Resolução

Encontrando a componente horizontal da velocidade:

$$U_x = U \cdot \cos 60^\circ$$

$$U_x = 6,6 \cdot 0,5$$

$$U_x = 3,3 \text{ m/s}$$

Calculando a frequência:

$$v = \lambda \cdot f$$

$$330 = 0,165 \cdot f_f$$

$$f_f = 2000 \text{ Hz}$$

Aplicando a equação do efeito Doppler:

$$f_o = f_f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

$$f_o = 2000 \cdot \frac{330 - 3,3}{330 + 0}$$

$$f_o \approx 1980 \text{ Hz}$$

ROTEIRO DE AULA

EFEITO
DOPPLER

Efeito Doppler é a alteração aparente na frequência percebida, em razão do movimento relativo entre a fonte e o observador.

Na aproximação , a frequência observada é maior que a frequência da fonte.

No afastamento , a frequência observada é menor que a frequência da fonte.

Ao aplicar a equação do efeito Doppler, devemos adotar o referencial positivo do observador para a fonte .

No efeito Doppler para a luz, quando o emissor se aproxima do observador, temos o desvio da cor para o azul ; quando se afasta o desvio da cor é para o vermelho .

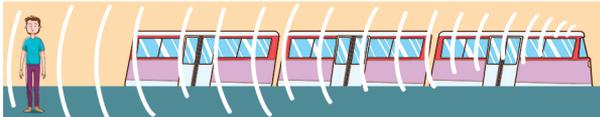
EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **UEA-SP** – Um observador ouve o apito de um trem se aproximando e depois se afastando, conforme as figuras 1 e 2.

aproximação



afastamento



Sabendo que o apito do trem soa com frequência natural contínua, a frequência do apito ouvida pelo observador

- aumenta na aproximação e permanece constante no afastamento do trem.
- aumenta tanto na aproximação quanto no afastamento do trem.
- é constante tanto na aproximação quanto no afastamento do trem.
- aumenta na aproximação e diminui no afastamento do trem.**
- diminui na aproximação e aumenta no afastamento do trem.

Na aproximação, o comprimento de ondas é menor, portanto, a frequência aparente é maior. O contrário acontece com o afastamento.

2. **FGV-SP** – Um carro trafega a 20 m/s em uma estrada reta. Ele aproxima-se de uma pessoa parada no acostamento querendo atravessar a estrada. O motorista do carro, para alertá-la, toca a buzina, cujo som por ele ouvido tem 640 Hz. A frequência do som da buzina percebida pela pessoa parada é, aproximadamente,

(Dica: considere que a velocidade do som no ar é igual a 340 m/s e que não há vento).

- 760 Hz.
- 720 Hz.
- 640 Hz.
- 600 Hz.
- 680 Hz.**

Na aproximação:

$$f_o = f_i \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_i}$$

$$f_o = 640 \cdot \frac{340}{340 - 20}$$

$$f_o = 640 \cdot \frac{340}{340 - 20} = 680 \text{ Hz}$$

3. **IFSC – (adaptado)** O que define a frequência de uma onda, seja mecânica seja eletromagnética, é a fonte. Mas existe uma situação em que a frequência percebida por um observador é diferente da frequência emitida pela fonte. Essa diferença entre a frequência percebida e a emitida é explicada pelo efeito Doppler. Esse fenômeno é consequência do movimento relativo entre fonte e observador.

Vamos analisar a seguinte situação: uma viatura da polícia move-se com velocidade constante, com a sirene ligada, emitindo uma frequência de 900 Hz. Um observador parado na calçada presencia o movimento da viatura e ouve o som da sirene com uma frequência de 1000 Hz. Sabendo que a velocidade do ar é de 340 m/s, determine a velocidade da viatura.

$$f_o = f_i \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_i}$$

$$1000 = 900 \cdot \frac{340}{340 - v_i}$$

$$v_i = 34 \text{ m/s}$$

4. **UFMS-RS** – A luz visível, como a refletida nesta página, permitindo sua leitura, é a classificação dada às ondas eletromagnéticas com frequência na faixa $4 \cdot 10^{14}$ a $7,5 \cdot 10^{14}$ Hz. Ela recebe essa denominação porque demarca a faixa de sensibilidade da retina à radiação eletromagnética. Outras faixas do espectro eletromagnético recebem denominações distintas, como micro-ondas, raios-X e ultravioleta.

A respeito das propriedades físicas dos fenômenos de propagação de ondas eletromagnéticas, considere as afirmações a seguir.

- No vácuo, os raios-X propagam-se com velocidade maior que a luz visível.
- A velocidade de uma dada onda eletromagnética altera-se quando esta muda de um meio de propagação para outro com diferentes índices de refração.
- A frequência percebida de uma onda eletromagnética depende do movimento relativo entre a fonte e o observador.

Está(ão) correta(s)

- II, apenas.
- III, apenas.
- I e II.
- I e III.
- II e III.**

I. Incorreta. Todas as ondas eletromagnéticas propagam-se com mesma velocidade no vácuo.

II. Correta. Ocorre a refração. Nela, o comprimento da onda muda, o que afeta sua velocidade.

III. Correta. A frequência será determinada pelo efeito Doppler relativístico.

5. Cesupa – Um aparelho de radar é usado para medir a velocidade de automóveis por meio do efeito Doppler. Esse dispositivo emite uma onda de radar e capta a parte da onda que é refletida no automóvel. A velocidade do carro é determinada pela análise das mudanças que ocorrem entre a onda emitida e a captada pelo sistema. Marque a afirmativa correta sobre esse sistema:

- a) A velocidade do carro é determinada pela diferença na amplitude entre a onda refletida e a emitida, que diminui ou aumenta conforme o carro se move com velocidade maior ou menor do que a onda emitida.
- b) A velocidade do carro é determinada pela diferença na frequência entre a onda emitida e a captada pelo aparelho.
- c) Se o carro é observado se afastando do dispositivo, a velocidade da onda refletida é menor do que a da onda emitida pelo aparelho.
- d) Quanto mais energia da onda for refletida por um carro que se afasta do aparelho, menor será a velocidade medida.

O efeito Doppler fará que a onda captada tenha sua frequência alterada. Nesse caso, ela é reduzida em razão do afastamento do carro. A diferença entre essa frequência e a emitida pelo aparelho possibilita a estimativa da velocidade do carro.

6. USF-SP (adaptado)

C1-H1

Há muitas aplicações da Física que são extremamente úteis na Medicina. Indubitavelmente, o estudo das ondas e de seus fenômenos auxilia a área em vários exames e no diagnóstico de doenças. As características das ondas sonoras ou luminosas sofrem alterações com

a movimentação da fonte emissora de ondas ou do observador. Pode haver a variação da frequência de uma onda quando refletida em células vermelhas (hemácias) em movimento. Por exemplo, quando uma onda é emitida pelo equipamento e é refletida em hemácias que se deslocam em sentido oposto à localização do aparelho, a frequência da onda refletida é maior do que a onda emitida.

Com base nas informações do texto, por meio dessa diferença de frequência da onda emitida e recebida, sabe-se

- a) o número de células presentes no sangue, por meio do fenômeno resultante do batimento das ondas.
- b) a densidade do sangue, por meio da ressonância das ondas na superfície das células sanguíneas.
- c) o fluxo sanguíneo decorrente da difração das ondas na superfície das células.
- d) a densidade do sangue, por meio da amplitude da onda resultante entre a onda incidente e a refletida.
- e) a velocidade com que o sangue se movimenta, por meio das relações matemáticas originárias do efeito Doppler.

A diferença entre a frequência refletida e a emitida é capaz de informar a direção e a velocidade em que o sangue está, da mesma maneira que um radar rodoviário é capaz de informar a velocidade de um carro.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Udesc – Um carro de bombeiros transita a 90 km/h, com a sirene ligada, em uma rua reta e plana. A sirene emite um som de 630 Hz. Uma pessoa parada na calçada da rua, esperando para atravessar pela faixa de pedestre, escuta o som da sirene e observa o carro de bombeiros se aproximando. Nessa situação, a frequência do som ouvido pela pessoa é igual a

(Admita que a velocidade de propagação do som no ar seja igual a 340 m/s).

- a) 620 Hz.
- b) 843 Hz.
- c) 570 Hz.
- d) 565 Hz.
- e) 680 Hz.

8. Mackenzie-SP – Um observador move-se em direção a uma fonte sonora fixa que emite som de frequência f . Para que o observador perceba uma frequência $2 \cdot f$, qual é a razão entre a sua velocidade e a de propagação do som?

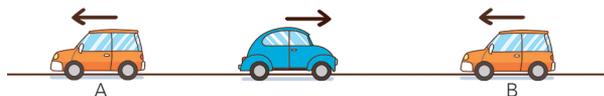
- a) 1
- b) $1/4$
- c) 2
- d) $1/2$
- e) $1/8$

9. ITA-SP – Um pesquisador percebe que a frequência de uma nota emitida pela buzina de um automóvel parece cair de 284 Hz para 266 Hz à medida que o veículo passa por ele. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é 330 m/s, determine a velocidade do automóvel.

10. UFPB

Em um trecho reto de determinada estrada, um fusca move-se do ponto A para o ponto B com velocidade de 20 m/s. Dois outros carros estão passando pelos pontos A e B, com velocidade de 20 m/s, porém com sentido contrário ao do fusca, conforme ilustrado na figura a seguir. Nesse momento, o motorista do fusca começa a buzinar e o som emitido pela buzina tem frequência f .

Denominando as frequências ouvidas pelos motoristas dos carros que passam pelos pontos A e B de f_A e f_B , respectivamente, é correto afirmar que



- $f_A = f_B > f$.
- $f_A = f_B < f$.
- $f_A > f > f_B$.
- $f_A < f < f_B$.
- $f_A = f_B = f$.

11. UPF-RS – Em certas observações astronômicas, os cientistas encontram situações nas quais é possível detectar o efeito Doppler com a luz. Nessas situações, a percepção de que a cor da luz emitida por certa estrela parece ser mais avermelhada do que realmente é significa que

- a estrela está muito distante da Terra.
- a estrela está se afastando da Terra.
- a luz sofre refração na atmosfera.
- a luz se propaga com velocidade muito grande no vácuo.
- a estrela está se aproximando da Terra.

12. UEM-PR – Assinale o que for correto sobre ondas.

- 01) Ondas sonoras não transportam energia em meios materiais.
- 02) A frequência de uma onda não se altera quando ela passa de um meio material para outro.
- 04) A altura de um som é caracterizada pela frequência da onda.
- 08) O som é uma onda transversal.
- 16) O efeito Doppler ocorre apenas com ondas sonoras, e não com a luz.

Dê a soma do(s) item(ns) correto(s).

13. Acafe-SC

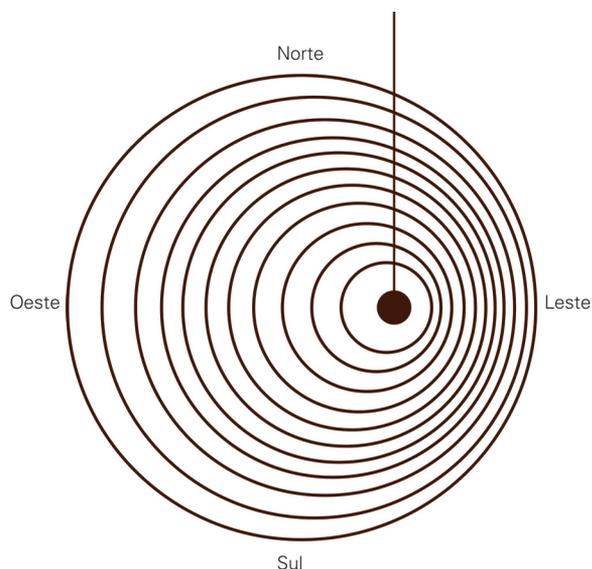
A previsão do tempo feita em noticiários de TV e jornais costuma exibir mapas mostrando áreas de chuva forte. Esses mapas são, muitas vezes, produzidos por um radar Doppler, que tem tecnologia muito superior à do radar convencional. Os radares comuns podem indicar apenas o tamanho e a distância de partículas, tais como gotas de chuva. O radar Doppler é capaz, além disso, de registrar a velocidade e a direção na qual as partículas se movimentam, fornecendo um quadro do fluxo do vento em diferentes elevações.

Revista Scientific American Brasil, seção: Como funciona. Ano 1, n. 8, jan. 2003, p. 90-91. Adaptado.

O radar Doppler funciona com base no fenômeno da

- difração das ondas e na diferença de direção das ondas difratadas.
- refração das ondas e na diferença de velocidade das ondas emitidas e refratadas.
- reflexão das ondas e na diferença de frequência das ondas emitidas e refletidas.
- interferência das ondas e na diferença entre uma interferência construtiva e uma destrutiva.

14. Unimontes-MG – Uma fonte pontual emite pulsos periódicos enquanto se movimenta com velocidade de módulo v na superfície de um tanque de água, formando um padrão de ondas em que se observa o efeito Doppler (veja a figura).



Pela configuração apresentada na figura, podemos afirmar corretamente que a fonte pontual se move

- de leste para oeste.
- de sul para norte.
- de norte para sul.
- de oeste para leste.

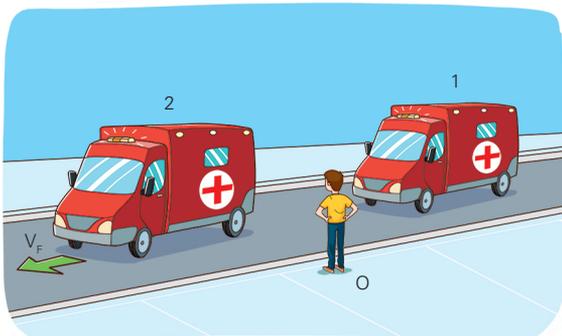
15. ITA-SP (adaptado) – Quando em repouso, uma corneta elétrica emite um som de frequência 512 Hz. Numa experiência acústica, um estudante deixa cair a corneta do alto de um edifício. Qual a distância percorrida pela corneta, durante a queda, até o instante em que o estudante detecta o som na frequência de 485 Hz? (Despreze a resistência do ar.)

Admita que a aceleração da gravidade e a velocidade de propagação do som no ar sejam $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ e 340 m/s , respectivamente.

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES:

Considere um observador O parado na calçada de uma rua quando uma ambulância passa com a sirene ligada (conforme a figura). Ele nota que a altura do som da sirene diminui repentinamente depois que a ambulância o ultrapassa. Uma observação mais detalhada revela que a altura sonora da sirene é maior quando a ambulância se aproxima do observador e menor quando a ambulância se afasta. Esse fenômeno, juntamente com outras situações físicas nas quais ele ocorre, é denominado efeito Doppler. (...)

JUNIOR, F. R. *Os Fundamentos da Física*. 8. ed. vol. 2. São Paulo: Moderna, 2003. p. 429. Adaptado.



16. UEPB – Acerca do assunto tratado no texto, que descreve o efeito Doppler, analise e identifique, nas proposições a seguir, a(s) que se refere(m) ao efeito descrito.

- I. Quando a ambulância se afasta, o número de cristas de onda por segundo que chegam ao ouvido do observador é maior.
- II. As variações na tonalidade do som da sirene da ambulância percebidas pelo observador devem-se a variações de frequência da fonte sonora.
- III. Quando uma fonte sonora se movimenta, a frequência do som percebida pelo observador parado é diferente da frequência real emitida pela fonte.
- IV. É possível observar o efeito Doppler não apenas com o som, mas também com qualquer outro tipo de onda.

Após a análise feita, conclui-se que é (são) correta(s) apenas a(s) proposição(ões):

- a) I.
- b) III e IV.
- c) II.
- d) I e III.
- e) II e IV.

17. UEPB – Ainda acerca do assunto tratado no texto que descreve o efeito Doppler, resolva a seguinte situação-problema:

Considere ainda o observador (conforme a figura) parado na calçada munido de um detector sonoro. Quando uma ambulância passa por ele a uma velocidade constante com a sirene ligada, o observador percebe que o som que ele ouvia teve sua frequência diminuída de 1 000 Hz para 875 Hz. Sabendo que a velocidade do som no ar é 333,0 m/s, a velocidade da ambulância que passou pelo observador, em m/s, é

- a) 22,2
- b) 23,0
- c) 24,6
- d) 32,0
- e) 36,0

ESTUDO PARA O ENEM

18. Enem

C1-H1

O morcego emite pulsos de curta duração de ondas ultrassônicas, os quais voltam na forma de ecos após atingirem objetos no ambiente, trazendo informações a respeito das suas dimensões, suas localizações e dos seus possíveis movimentos. Isso se dá em razão da sensibilidade do morcego em detectar o tempo gasto para os ecos voltarem, bem como das pequenas variações nas frequências e nas intensidades dos pulsos ultrassônicos. Essas características lhe permitem caçar pequenas presas mesmo quando estão em movimento em relação a ele. Considere uma situação unidimensional em que uma mariposa se afasta, em movimento retilíneo e uniforme, de um morcego em repouso.

A distância e velocidade da mariposa, na situação descrita, seriam detectadas pelo sistema de um morcego por quais alterações nas características dos pulsos ultrassônicos?

- a) Intensidade diminuída, tempo de retorno aumentado e frequência percebida diminuída.

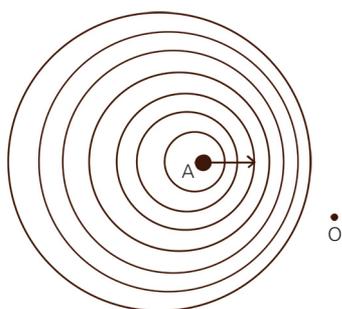
- b) Intensidade aumentada, tempo de retorno diminuído e frequência percebida diminuída.
- c) Intensidade diminuída, tempo de retorno diminuído e frequência percebida aumentada.
- d) Intensidade diminuída, tempo de retorno aumentado e frequência percebida aumentada.
- e) Intensidade aumentada, tempo de retorno aumentado e frequência percebida aumentada.

19. Enem

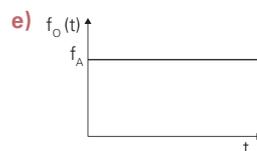
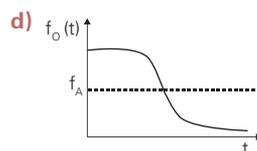
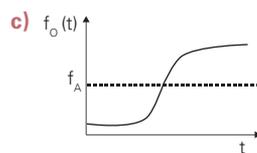
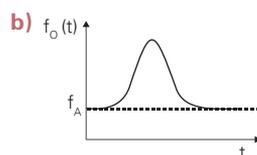
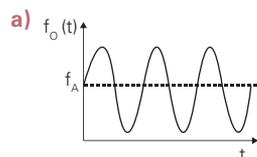
C1-H1

Uma ambulância A em movimento retilíneo e uniforme aproxima-se de um observador O, em repouso. A sirene emite um som de frequência constante f_A . O desenho ilustra as frentes de onda do som emitido pela ambulância.

O observador possui um detector que consegue registrar, no esboço de um gráfico, a frequência da onda sonora detectada em função do tempo $f_0(t)$, antes e depois da passagem da ambulância por ele.



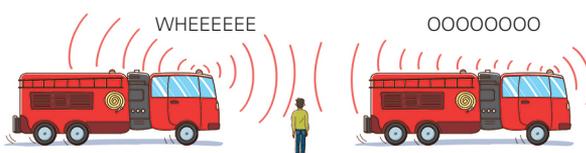
Qual esboço gráfico representa a frequência $f_o(t)$ detectada pelo observador?



20.

C1-H1

O efeito Doppler é evidente quando você presta atenção na altura do som emitido pela sirene de um carro de bombeiros que passa por você.



O efeito Doppler também ocorre com a luz. As galáxias, por exemplo, apresentam um deslocamento para o vermelho na luz que elas emitem.

Efeito Doppler. In: HEWITT, Paul G. *Física conceitual*. 11. ed. Porto Alegre: Bookman, 2011. p. 347. Adaptado.

Na figura, se o carro representasse uma galáxia – e a sirene emitisse luz, portanto –, a sequência “WHEEEEEEE-OOOOOOOOOOH” (dos sons de frequências aparentes alteradas pelo efeito Doppler sonoro) equivaleriam, no efeito Doppler luminoso, a um deslocamento para o

- a) azul, continuamente.
- b) vermelho, continuamente.
- c) azul ou para o vermelho, continuamente.
- d) vermelho, seguido por um deslocamento para o azul.
- e) azul, seguido por um deslocamento para o vermelho.

FÍSICA 2B

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS



Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

INTRODUÇÃO À ÓPTICA GEOMÉTRICA I



ALPHASPIRIT/STOCKPHOTO.COM

Fibra óptica.

Neste módulo, iniciamos o estudo da óptica geométrica, área da física responsável pelo estudo dos fenômenos luminosos, como reflexão, refração e dispersão. Para o estudo desses fenômenos, conhecer a natureza da luz não é essencial; no entanto, julgamos que sua compreensão, mesmo de forma qualitativa, possibilite uma melhor compreensão do assunto a ser tratado. São inúmeras as aplicações da óptica geométrica, dentre as quais podemos destacar as fibras ópticas, como a da imagem anterior, que são capazes de transmitir uma infinidade de dados em uma fração de segundo.

Luz

NATUREZA DA LUZ

Nos módulos anteriores, classificamos a luz como onda eletromagnética, ou seja, ela não precisa de um meio material pra se propagar. Esse modelo conhecido como teoria ondulatória da luz foi proposto pelo físico holandês Christiaan Huygens, no século XVIII, e ganhou força quando o físico escocês James Clerk Maxwell, na metade do século XIX, percebeu que as ondas poderiam ser originadas por campos elétricos e magnéticos, fato esse comprovado pelo físico alemão Heinrich Rudolf Hertz, anos mais tarde.

No entanto, o fato de a luz ser classificada como onda não explicava o efeito fotoelétrico, proposto por Albert Einstein no início do século XX. No efeito fotoelétrico as partículas de luz, que são denominadas fótons, colidem com elétrons de um determinado material, fazendo que estes sejam ejetados, ou seja, um comportamento típico de partícula. Dessa forma, a teoria corpuscular da luz, na qual esta é composta por um feixe de partículas, volta a ser considerada. Ela tinha sido dominante durante todo o século XVIII, em razão da publicação do livro *Óptica*, de Isaac Newton.

- Natureza da luz
- Velocidade da luz
- Reflexão
- Refração
- Dispersão
- Fontes de luz
- Meios de propagação
- Cores dos objetos

HABILIDADES

- Compreender qualitativamente as teorias acerca da natureza da luz.
- Compreender a definição do ano-luz como unidade de medida e a velocidade da luz como constante universal.
- Compreender o fenômeno de dispersão luminosa e os conceitos de luz poli e monocromática.
- Conceituar fenômenos luminosos de reflexão e refração.
- Diferenciar fontes primárias de fontes secundárias de luz.
- Diferenciar fontes puntiformes de fontes extensas.
- Classificar meios de propagação em transparentes, translúcidos e opacos.
- Compreender os mecanismos físicos por trás das cores que observamos nos objetos.

Dessa forma, não havia uma solução para a natureza da luz. O problema só foi resolvido com o desenvolvimento da mecânica quântica no século XX, assunto que será abordado em Física Moderna. Com base nas teorias da mecânica quântica, a luz tem natureza dual, ou seja, ora se comporta como partícula, ora se comporta como onda, sem apresentar simultaneamente as duas características (dualidade onda-partícula).

Como mencionamos na introdução, para o estudo da óptica geométrica não é necessário conhecer a natureza da luz. Dessa forma, vamos considerar de modo simplista que **a luz é o agente físico capaz de sensibilizar nossos olhos**.

Fontes de luz

De acordo com a definição de luz, só podemos enxergar os objetos que enviam luz para os nossos olhos. Existem dois tipos de objetos: os que possuem luz própria, como o Sol, ou os corpos que refletem a luz, como a Lua.

Os corpos que possuem luz própria são denominados luminosos ou **fontes primárias de luz**. Como exemplos, podemos citar o Sol, demais estrelas, uma lâmpada acesa, um ferro incandescente etc.

Fontes primárias



Sol.



Lâmpadas acesas.

Os corpos que refletem a luz proveniente de uma fonte primária são denominados iluminados ou **fontes secundárias de luz**. Como exemplos, podemos citar a Terra, a Lua, uma lâmpada apagada, um ferro na temperatura ambiente etc.

Fontes secundárias



Lua.



Lâmpadas apagadas.

Também podemos classificar as fontes como pontual ou extensa. A **fonte pontual** ou puntiforme tem dimensões desprezíveis quando comparadas com as distâncias que a separam de outros corpos. Como exemplo, podemos citar uma lâmpada de led do *flash* do celular numa distância superior a 10 metros. Já a **fonte extensa** tem dimensões consideráveis em relação às distâncias que a separam de outros

corpos. Como exemplo, podemos citar a lâmpada fluorescente tubular instalada no teto de uma residência.

Fonte pontual



Flash celular ($d > 10$ m).

Fonte extensa



Lâmpada tubular.

Outra forma de classificar a luz emitida por uma fonte é a quantidade de cores que ela emite. Dessa forma, as fontes são classificadas como monocromáticas ou policromáticas. As **fontes monocromáticas** emitem somente uma cor; um exemplo é a luz emitida pelo *laser*. As **fontes policromáticas** emitem luz de diversas cores; um exemplo é a luz branca do Sol, que é composta por infinitas cores, dentre as quais se destacam: vermelha, laranja, amarela, verde, azul, anil e violeta.

Fonte monocromática



Laser.

Fonte policromática



Arco-íris formado pela luz branca proveniente do Sol.

Tanto a luz monocromática quanto a luz policromática possuem praticamente a mesma velocidade de propagação no vácuo e no ar.

VELOCIDADE DA LUZ

Christiaan Huygens foi um dos primeiros físicos a calcular a velocidade da luz. No entanto, foi o físico francês Louis Fizeau, que descobriu o efeito Doppler para as ondas eletromagnéticas, realizando um experimento que permitiu medir com maior precisão esse valor. Léon Foucault, outro físico francês, aperfeiçoou o experimento de Fizeau, melhorando a precisão do valor. Por fim, medidas mais precisas foram realizadas pelo físico americano Albert Michelson. Atualmente, o valor considerado para a velocidade da luz é aproximadamente $299\,792\,458$ m/s – no entanto, para fins didáticos, utilizamos:

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

ANO-LUZ

Para medir distâncias astronômicas, utilizamos a unidade de medida ano-luz, em vez de quilômetros ou metros. Um ano-luz corresponde à distância percorrida pela luz em um ano. Dessa forma, para calcular o valor equivalente a 1 ano-luz, em metros, utilizaremos a velocidade da luz.

$$1 \text{ ano} \approx 3,16 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow d = c \cdot \Delta t$$

$$d = 3 \cdot 10^8 \cdot 3,16 \cdot 10^7$$

$$d \approx 9,5 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

A princípio, parece uma distância muito grande, no entanto o planeta Kepler-452b, que possui características semelhantes às da Terra, está a cerca de 1 400 anos-luz de distância do nosso planeta.

Raios e feixes de luz

As linhas orientadas que representam o sentido e a direção de propagação da luz são denominadas **raios de luz**. O conjunto dos raios de luz é chamado pincel de luz, ou **feixe de luz**. Os feixes podem ter forma cilíndrica, cônica convergente ou cônica divergente. Por exemplo, quando observamos um *laser*, o feixe tem uma forma cilíndrica; já quando a luz do sol atravessa uma lupa e concentra-se em um ponto, sua forma é cônica convergente; e, quando temos um holofote circular, trata-se de uma forma cônica divergente.



Feixe cilíndrico.

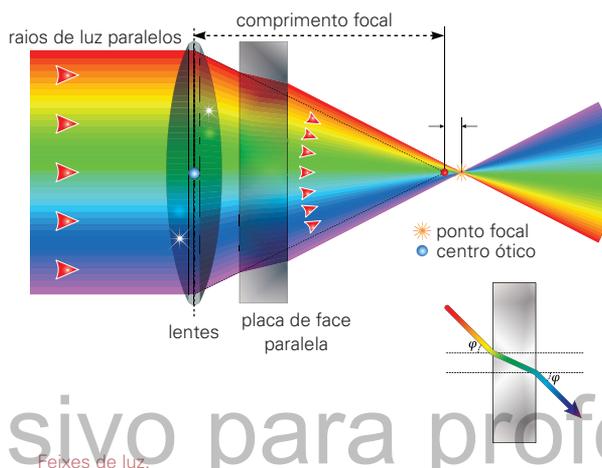


Feixe cônico convergente.



Feixe cônico divergente.

Também é possível observar os feixes de luz em laboratório com o uso de uma fonte de luz e uma lente.



FENÔMENOS LUMINOSOS

REFLEXÃO

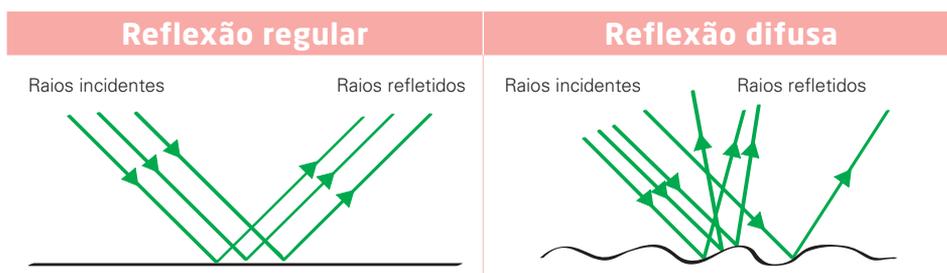
A reflexão luminosa ocorre quando o raio ou o feixe de luz atinge a superfície de separação de um determinado meio e retorna para o meio original. Existem dois tipos de reflexão, a regular e a difusa.

Na reflexão regular ou especular, os raios refletidos continuam paralelos após a reflexão, pois incidiram sobre uma superfície plana e polida como a de um espelho. Já na reflexão difusa, os raios refletidos não são mais paralelos, atingindo diferentes direções. A figura a seguir ilustra as duas situações.



Reflexão regular e difusa.

INAMALI/ISTOCKPHOTO.COM



A reflexão no espelho do quarto é regular. No entanto, podemos enxergar os diversos detalhes da imagem por causa da reflexão difusa que a luz proveniente das lâmpadas do quarto sofre nos diferentes objetos. Por exemplo, podemos enxergar um quadro e sua composição de cores.

A COR DOS OBJETOS

Como definimos no início do módulo, luz é o agente físico capaz de sensibilizar nossos olhos. Sendo assim, se enxergamos um objeto de cor vermelha, é porque esse objeto reflete a luz vermelha e absorve as demais cores. Observe a imagem anterior. Se podemos identificar a cor vermelha no quadro, é porque este absorveu todas as cores provenientes das fontes policromáticas brancas (lâmpadas), e refletiu somente a vermelha. Dessa forma, a cor que enxergamos dos objetos depende da fonte de luz a qual forem submetidas.

Caso a fonte de luz seja policromática branca, os objetos vão refletir a cor de seus pigmentos e absorverão as demais cores. Dessa forma, um objeto branco vai refletir praticamente todas as cores e um objeto preto as absorverá. No entanto, caso a fonte seja monocromática, os objetos que possuírem pigmentos com a mesma cor da fonte (incluindo os brancos) vão refletir a luz, e os demais vão absorvê-la, ficando pretos.



Bandeira do Brasil iluminada por diferentes fontes de luz.

Na ilustração anterior, quando a bandeira é iluminada com luz branca, podemos visualizar todas as suas cores. Quando ela é iluminada com luz monocromática verde, vemos somente as cores verde e preta, pois os elementos verdes e os elementos brancos refletem a luz verde, e os demais absorvem-na, ficando pretos. Se for iluminada com luz monocromática azul, podemos observar somente as cores azul e preta, pois os elementos azuis e brancos refletem a luz azul e os demais absorvem-na, ficando pretos. Por fim, se for iluminada com luz monocromática amarela, podemos observar somente as cores amarela e preta, pois os elementos amarelos e brancos refletem a luz amarela, e os demais absorvem-na, ficando pretos.

REFRAÇÃO

O fenômeno da refração ocorre quando a luz muda de meio – por exemplo, quando atravessa uma janela. Nesse caso, a luz passa do ar para o vidro e retorna para o ar. Nesse fenômeno, a velocidade de propagação da luz muda, pois ela é característica do meio.



Refração na janela.



Refração em copos d'água.

Só podemos enxergar os objetos dentro do prédio porque a luz sofre refração atravessando as janelas.

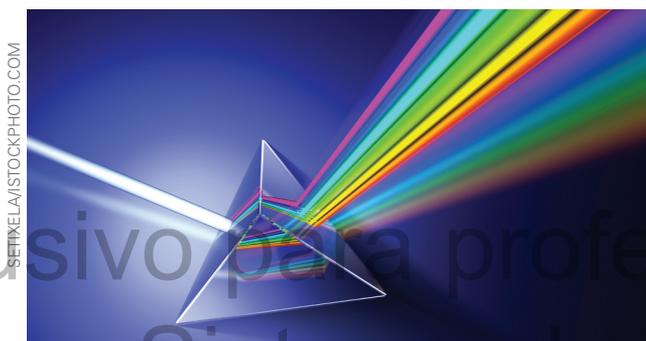
Dependendo do ângulo com que a luz incide na superfície de separação entre dois meios, ela pode sofrer um desvio.

Na imagem ao lado, os canudos parecem quebrados, pois a luz sofre refração em razão da diferença na velocidade de propagação entre a água e o ar.

DISPERSÃO

A dispersão luminosa é caracterizada pela separação da luz branca, policromática, em infinitas cores. A causa da separação das cores é a refração, ou seja, a diferença na velocidade de propagação para cada cor em um determinado meio. Por exemplo, na formação do arco-íris, a dispersão ocorre nas gotículas de água.

Esse fenômeno foi estudado por Isaac Newton na metade do século XVII. Ao fazer incidir um feixe de luz branca em um prisma, ele observou a separação das cores. Newton foi além e descobriu também que as diferentes cores poderiam ser combinadas novamente, formando a luz branca.



Dispersão no prisma.

MEIOS DE PROPAGAÇÃO

A luz pode se propagar em diferentes meios, os quais podemos classificar como: transparentes, translúcidos e opacos.

Nos meios transparentes, os objetos podem ser vistos com nitidez, pois a luz percorre trajetórias regulares até os olhos do observador. Como exemplos, podemos citar o ar, o vidro comum, água limpa e parada etc. Já nos meios translúcidos, a imagem dos objetos não é nítida, pois as trajetórias dos raios de luz são irregulares. Os exemplos são os vidros foscos, a água turva, a neblina etc. Por fim, os meios opacos não permitem a propagação da luz. São exemplos: o concreto, o aço, a madeira etc.

Meio transparente	Meio opaco	Meio translúcido
		
Ar atmosférico.	Vidro translúcido.	Parede.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. UEM-PR – Analise as alternativas a seguir e assinale o que for correto.

01) Quando um feixe de raios de luz paralelos incide sobre uma superfície e é refletido em todas as direções, com perda do paralelismo dos raios refletidos, ocorre reflexão regular.

02) A reflexão difusa é a maior responsável pela visão dos objetos iluminados que nos cercam.

04) A luz visível branca é composta por infinitas luzes monocromáticas, situadas na região das cores do arco-íris.

08) Um corpo branco, iluminado com luz branca, absorve as luzes de todas as cores.

16) Considerando que não há refração da luz, um corpo vermelho iluminado com luz branca reflete a luz vermelha e absorve a maior parte da luz das demais cores.

Dê a soma do(s) item(ns) correto(s).

Resolução

22 (02 + 04 + 16)

01) Incorreta. Foi descrita a reflexão irregular ou difusa.

02) Correta. A luz espalha-se em todas as direções, chegando ao observador em qualquer posição.

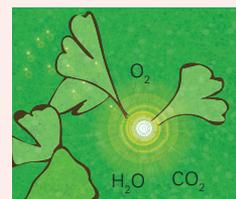
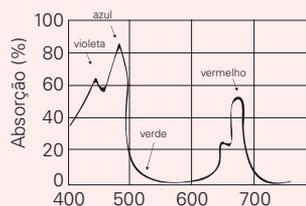
04) Correta. A luz branca é policromática.

08) Incorreta. Ele reflete todas as cores.

16) Correta. Se enxergamos vermelho, é porque essa cor foi refletida.

2. UFRN – A coloração das folhas das plantas é determinada, principalmente, pelas clorofilas a e b – nelas presentes –, que são dois dos principais pigmentos responsáveis pela absorção da luz necessária para a realização da fotossíntese.

O gráfico a seguir mostra o espectro conjunto de absorção das clorofilas a e b em função do comprimento de onda da radiação solar visível. Com base nessas informações, é correto afirmar que, para realizar a fotossíntese, as clorofilas absorvem, predominantemente,



Comprimento de onda (nm)

- a)** o violeta, o azul e o vermelho, e refletem o verde.
b) o verde, e refletem o violeta, o azul e o vermelho.
c) o azul, o verde e o vermelho, e refletem o violeta.
d) o violeta, e refletem o verde, o vermelho e o azul.

Resolução

Pelo gráfico, o verde praticamente não é absorvido, só podendo ser refletido.

ROTEIRO DE AULA

Introdução à óptica geométrica I

Luz é o agente físico capaz de sensibilizar nossos olhos.

Corpos que possuem luz própria são denominados luminosos ou fontes primárias de luz.

Fontes secundárias de luz refletem a luz proveniente de uma fonte primária.

As fontes monocromáticas emitem somente uma cor; um exemplo é a luz emitida pelo *laser*. As fontes policromáticas emitem luz de diversas cores.

Um ano-luz corresponde à distância percorrida pela luz em um ano.

Raios de luz são linhas orientadas que representam o sentido e a direção de propagação da luz.

Feixes de luz podem ser cônicos convergentes, cônicos divergentes ou cilíndricos.

A reflexão ocorre quando o feixe de luz atinge a superfície de separação de um determinado meio e retorna para o meio original.

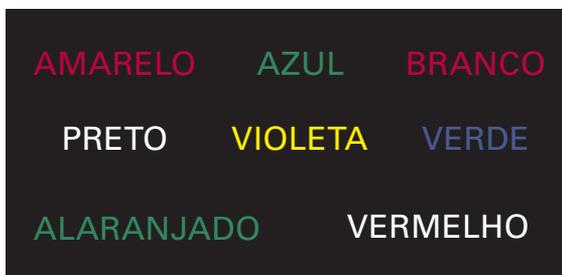
O fenômeno da refração ocorre quando a luz muda de meio.

A dispersão é caracterizada pela separação da luz branca, policromática, em infinitas cores.

Os meios de propagação podem ser classificados como: transparentes, translúcidos e opacos.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. PUC-SP (adaptado) – Observe atentamente a imagem a seguir. Temos uma placa metálica de fundo preto sobre a qual foram escritas palavras com cores diferentes.



Supondo que as cores utilizadas sejam constituídas por pigmentos puros, ao levarmos essa placa para um ambiente absolutamente escuro e ao iluminarmos com luz monocromática azul, as únicas palavras e cores resultantes, respectivamente, que serão percebidas por um observador de visão normal são

- a) preto, azul e vermelho e azul.
- b) preto, verde e vermelho e preto e azul.**
- c) preto e vermelho e preto, azul e verde.
- d) verde e preto e azul.
- e) preto, verde e vermelho e azul.

Ao incidir luz monocromática azul sobre a chapa, teremos apenas duas situações em que a luz será refletida com grande intensidade: quando ela atingir palavras em cor azul (VERDE) e quando ela atingir palavras em cor branca (PRETO e VERMELHO). Nessas situações, o observador enxergará as palavras na cor azul, e o restante da chapa será visível na cor preta.

2. Fameca-SP (adaptado) – A Nasa divulgou recentemente a descoberta de mais um planeta fora do Sistema Solar, o GJ5043, de cor rosa. Ele fica a 57 anos-luz da Terra e orbita uma estrela não muito diferente do Sol. Sabendo que a velocidade da luz no vácuo tem valor $3,0 \cdot 10^8$ m/s, determine a ordem de grandeza da distância, em metros, que separa esse planeta do nosso.

$$\text{Um ano-luz equivale a } \left(1 \text{ ano} \cdot \frac{365 \text{ dias}}{\text{ano}} \cdot 24 \frac{\text{horas}}{\text{dia}} \cdot 3600 \frac{\text{s}}{\text{hora}} \right) \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \approx 9,5 \cdot 10^{15} \text{ m.}$$

Assim, 57 anos-luz equivalem a $5,4 \cdot 10^{17}$ m, cuja ordem de grandeza é 10^{18} .

3. PUCCamp-SP (adaptado) – Andrômeda é uma galáxia distante $2,3 \cdot 10^6$ anos-luz da Via Láctea, a nossa galáxia. Sabendo-se que a luz proveniente de Andrômeda viaja a uma velocidade de $3,0 \cdot 10^5$ km/s, determine a distância aproximada de Andrômeda até a Terra, em km.

$$\text{Um ano-luz equivale a } \left(1 \text{ ano} \cdot \frac{365 \text{ dias}}{\text{ano}} \cdot 24 \frac{\text{horas}}{\text{dia}} \cdot 3600 \frac{\text{s}}{\text{hora}} \right) \cdot \left(3 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \approx 9,5 \cdot 10^{12} \text{ km.}$$

Assim, $2,3 \cdot 10^6$ anos-luz equivalem a $2,3 \cdot 10^6 \cdot 9,5 \cdot 10^{12} \approx 2,18 \cdot 10^{19}$ km.

4. Cefet-MG (adaptado) – Em 1672, Isaac Newton publicou um trabalho onde apresentava ideias sobre as cores dos corpos. Passados aproximadamente três séculos e meio, hoje, as ideias propostas por ele ainda são aceitas. Imagine um objeto de cor vermelha quando iluminado pela luz do Sol. Se esse mesmo objeto é

colocado em um ambiente iluminado exclusivamente por luz monocromática verde, podemos afirmar que um observador perceberá esse objeto como sendo

- a) verde, pois é a cor que incidiu sobre o objeto.
- b) vermelho, pois a cor do objeto independe da radiação incidente.
- c) preto, porque o objeto só reflete a cor vermelha.**
- d) um tom entre o verde e o vermelho, pois ocorre mistura das cores.
- e) branco, pois a luz refletida será policromática.

O objeto só refletirá luzes incidentes de cor vermelha, portanto, se tornará preto quando iluminado pela luz verde.

5. Unicamp-SP – O Teatro de Luz Negra, típico da República Tcheca, é um tipo de representação cênica caracterizada pelo uso do cenário escuro com uma iluminação estratégica dos objetos exibidos. No entanto, o termo Luz Negra é fisicamente incoerente, pois a coloração negra é justamente a ausência de luz. A luz branca é a composição de luz com vários comprimentos de onda e a cor de um corpo é dada pelo comprimento de onda da luz que ele predominantemente reflete. Assim, um quadro que apresente as cores azul e branca quando iluminado pela luz solar, ao ser iluminado por uma luz monocromática de comprimento de onda correspondente à cor amarela, apresentará, respectivamente, uma coloração

- a) amarela e branca.
- b) negra e amarela.**
- c) azul e negra.
- d) totalmente negra.

Como somente incide radiação da cor amarela – na porção azul, que reflete apenas o comprimento de onda referente a essa radiação, não ocorre reflexão alguma, e ela apresenta coloração negra –, na porção branca, que reflete igualmente todas as radiações, há reflexão somente da radiação amarela e ela apresenta, então, coloração amarela.

6. Enem

C1-H1

É comum aos fotógrafos tirar fotos coloridas em ambientes iluminados por lâmpadas fluorescentes, que contêm uma forte composição de luz verde. A consequência desse fato na fotografia é que todos os objetos claros, principalmente os brancos, aparecerão esverdeados. Para equilibrar as cores, deve-se usar um filtro adequado para diminuir a intensidade da luz verde que chega aos sensores da câmera fotográfica. Na escolha desse filtro, utiliza-se o conhecimento da composição das cores-luz primárias: vermelho, verde e azul; e das cores-luz secundárias: amarelo = vermelho + verde; ciano = verde + azul e magenta = vermelho + azul.

Disponível em: <<http://nautilus.fis.uc.pt>>. Acesso em: 20 maio 2014. Adaptado.

Na situação descrita, qual deve ser o filtro utilizado para que a fotografia apresente as cores naturais dos objetos?

- a) Ciano
- b) Verde**
- c) Amarelo
- d) Magenta**
- e) Vermelho

Para diminuir a intensidade da luz verde, deve-se escolher um filtro que transmita pouco essa luz. Sendo assim, o filtro mais adequado é o magenta, que transmite melhor as componentes vermelha e azul.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UPF-RS – Em relação aos fenômenos relacionados à luz, julgue as seguintes afirmativas.

- I. A luz é uma forma de energia radiante que se propaga na forma de ondas eletromagnéticas.
- II. Um meio em que a luz se propaga, segundo trajetórias irregulares, não propiciando a visualização nítida dos objetos, é chamado transparente.
- III. A cor que um corpo apresenta, por reflexão da luz, ao ser iluminado, depende da constituição da luz que ele reflete difusamente.
- IV. Dentre os fenômenos associados às ondas de luz, é possível citar a reflexão, a refração, a interferência e a difração.

Pode-se afirmar:

- a) Todas estão corretas.
- b) Apenas I, II e IV estão corretas.
- c) Apenas I, III e IV estão corretas.
- d) Apenas I, II e III estão corretas.
- e) Apenas I e IV estão corretas.

8. Unicentro-PR – Leia o texto a seguir:

Astrônomos do observatório Keck, no Havaí, anunciaram a descoberta da galáxia mais distante da Terra no Universo conhecido. AEGSY8p7 está localizada a 13,2 bilhões de anos-luz. Como o Universo tem idade estimada em 13,8 bilhões de anos, isso significa que a galáxia observada já tinha se formado apenas 600 milhões de anos após o Big Bang.

Disponível em: <<http://oglobo.globo.com/sociedade/ciencia/astronomos-des-cobrem-galaxia-mais-distante-no-universo-conhecido-17098206>>. Acesso em: 5 ago. 2015.

Sobre o termo ano-luz a que se refere o texto, assinale a alternativa correta.

- a) Trata-se de uma unidade de velocidade.
- b) Trata-se de uma unidade de tempo.
- c) Trata-se de uma unidade de massa.
- d) Trata-se de uma unidade de comprimento.
- e) Trata-se de uma unidade de energia.

9. Etec-SP – Os centros urbanos possuem um problema crônico de aquecimento denominado **ilha de calor**. A cor cinza do concreto e a cor vermelha das telhas de barro nos telhados contribuem para esse fenômeno.

O adensamento de edificações em uma cidade implica diretamente no aquecimento. Isso acarreta no desperdício de energia, devido ao uso de ar condicionado e ventiladores. Um estudo realizado por uma ONG aponta que é possível diminuir a temperatura do interior das construções. Para tanto, sugere que todas as edificações pintem seus telhados de cor branca, integrando a campanha chamada "One Degree Less" ("Um grau a menos").

Para justificar a cor proposta pela ONG, o argumento físico é de que a maioria das ondas incidentes presentes na luz branca é

- a) absorvida pela tinta branca, sendo mantida a energia no telhado.
- b) refletida pela tinta branca, sendo mantida a energia no telhado.
- c) refletida pela tinta branca, sendo devolvida a energia para o exterior da construção.

d) refratada pela tinta branca, sendo transferida a energia para o interior da construção.

e) refratada pela tinta branca, sendo devolvida a energia para o exterior da construção.

10. UCB-DF (adaptado)

A Nasa, agência espacial americana, descobriu novos planetas no sistema planetário da estrela Trappist-1, localizada a 40 anos-luz do Sol. Segundo artigo publicado na revista *Nature* em 22/02/2017, o sistema tem sete planetas com um tamanho próximo ao da Terra e estão localizados em uma zona temperada, ou seja, com temperatura entre 0°C e 100°C.

Disponível em: <<http://g1.globo.com/ciencia-e-saude/noticia/cientistas-descobrem-novos-planetas-em-sistema-a-40-anos-luz-do-sol.html>>. Acesso em: 24 abr. 2017. Adaptado.

Considerando que o objeto mais rápido lançado pelo homem no espaço é a Helios-2, que viaja a $2,5 \cdot 10^5$ km/h, quantos anos, aproximadamente, uma nave com seres humanos, viajando nessa velocidade, demoraria para chegar ao sistema Trappist-1?

Dados: velocidade de propagação da luz no vácuo, $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s.

11. IFCE – Considere as seguintes afirmativas.

- I. Os meios transparentes são meios que a luz percorre em trajetórias bem definidas, ou seja, a luz passa por esses meios regularmente.
- II. Nos meios translúcidos, a luz não se propaga. Esses meios absorvem e refletem essa luz, e a luz absorvida é transformada em outras formas de energia.
- III. Nos meios opacos, a luz não passa por eles com tanta facilidade como nos meios transparentes: sua trajetória não é regular.

É (são) verdadeira(s)

- a) apenas I.
- b) apenas II.
- c) apenas III.
- d) I e III.
- e) II e III.

12. Uece – Considere duas lâminas planas: uma lâmina L1, semitransparente, que, quando exposta à luz do Sol, produz uma sombra verde, com comprimento de onda λ_{VERDE} ; e outra lâmina L2, opaca, que, ao ser iluminada pelo sol, parece verde a um observador. É correto afirmar que as ondas do espectro eletromagnético visível com comprimento de onda λ_{VERDE} são mais intensamente

- refletidas por L1 e L2.
- transmitidas por L1 e refletidas por L2.
- transmitidas por L1 e L2.
- refletidas por L1 e transmitidas por L2.

13. Udesc – Recentemente, um grupo de astrônomos brasileiros da Universidade de São Paulo (USP) e da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), em parceria com o Observatório Europeu do Sul (ESO), descobriram a estrela gêmea do Sol mais velha já identificada, com 8,2 bilhões de anos – quase o dobro da idade do Sol, que tem 4,6 bilhões de anos. A estrela Hipparcos 102152 fica a 250 anos-luz da Terra, na constelação de Capricórnio. Considerando essa informação, analise as proposições.

- A luz gasta 250 anos para percorrer a distância entre Hipparcos 102152 e a Terra.
- A idade da estrela Hipparcos 102152 é de 250 anos.
- Qualquer fenômeno que ocorra, hoje, na estrela Hipparcos 102152, será percebido na Terra somente daqui a 250 anos.
- Uma foto da estrela Hipparcos 102152 tirada hoje mostra como ela será daqui a 250 anos.

Assinale a alternativa correta.

- Somente as afirmativas I e II estão corretas.
- Somente as afirmativas II e IV estão corretas.
- Somente as afirmativas I e IV estão corretas.
- Somente as afirmativas I e III estão corretas.
- Somente as afirmativas II e III estão corretas.

14. FGV-SP – Sob a luz solar, Tiago é visto, por pessoas de visão normal para cores, usando uma camisa amarela, e Diana, um vestido branco. Se iluminadas exclusivamente por uma luz azul, as mesmas roupas de Tiago e Diana parecerão, para essas pessoas, respectivamente,

- verde e branca.
- verde e azul.
- amarela e branca.
- preta e branca.
- preta e azul.

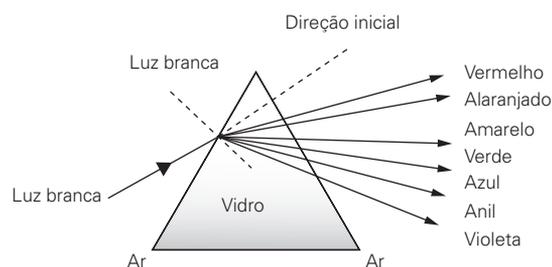
15. UCS-RS – Alfredo Moser, um mecânico mineiro, desenvolveu um sistema de iluminação baseado em garrafas pet de dois litros preenchidas com uma solução de água e cloro. Capaz de iluminar ambientes fechados durante o dia, a lâmpada de Moser já é usada em diversos países. Sua instalação exige que ela seja adaptada no teto de forma que metade do seu corpo fique para fora da casa e metade para dentro. A intenção é que a luz do sol incida na parte da garrafa que fica acima do telhado e seja desviada pelo líquido dentro da garrafa para o interior da residência. Uma ideia simples

e eficiente que está baseada na propriedade da luz é conhecida como

- indução.
- reverberação.
- interferência.
- condução elétrica.
- refração.

16. Unisinos-RS

Um dos dez experimentos mais importantes da Física divulgados pela revista científica Physics World é o que está ilustrado na figura a seguir, realizado pela primeira vez por Isaac Newton. Neste experimento, pode-se separar, utilizando-se um prisma de base triangular, a luz branca em suas componentes.



Disponível em: <https://www.colegioweb.com.br/prismas-opticos/estudo-do-angulo-de-desvio.html>. Acesso em 07 set. 2017.

Os dois principais fenômenos ondulatórios que estão associados ao efeito óptico ilustrado na figura são

- reflexão e refração.
- reflexão e difração.
- difração e interferência.
- refração e dispersão.
- difração e ressonância.

17. UEM-PR – Assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

01) As diferentes cores observadas pelos olhos dos seres humanos estão associadas com os diferentes comprimentos de onda das radiações eletromagnéticas visíveis.

02) As cores dos objetos são definidas pelas suas características de absorção e reflexão da luz, ou seja, corpos puramente azuis, por exemplo, possuem essa cor porque absorvem vários comprimentos de onda diferentes e refletem apenas o comprimento de onda referente à cor azul.

04) Um corpo puramente vermelho iluminado com uma fonte de luz branca, quando observado por um olho humano que não apresenta nenhuma disfunção visual, parece ser preto.

08) O comprimento de onda da luz vermelha é maior que o comprimento de onda da luz azul.

16) A frequência da luz verde é menor que a frequência da luz violeta.

Dê a soma da(s) alternativa(s) correta(s).

ESTUDO PARA O ENEM

18. UEPB

C1-H1

O olho humano tem dois tipos de células fotossensíveis localizadas na retina: os bastonetes, sensíveis à intensidade da luz, e os cones, sensíveis à frequência da luz, ou seja, às cores. A visão em cores é determinada pela existência, em nossos dois órgãos visuais, de três tipos de cones. Um deles é mais sensível à luz vermelha; outro, à luz verde; e o terceiro, à luz azul.

Física, 2º ano. 1 ed. São Paulo: Editora P.D., 2010.
Coleção quanta física, v. 1.

Pedro, João e Maria, que usam camisas nas cores branca, vermelha e verde, respectivamente, vão assistir a um filme e, ao entrarem na sala de cinema, esta se encontra iluminada por uma luz monocromática verde. No interior da sala, as camisas de Pedro, João e Maria serão vistas, respectivamente, nas cores

- a) verde, preta e verde.
- b) verde, verde e verde.
- c) verde, vermelha e verde.
- d) branca, preta e verde.
- e) branca, vermelha e verde.

19. IFSC

C1-H1

Quando se vai a um *shopping*, de modo geral, percebemos pessoas passeando com suas famílias; também é comum vê-las observando os produtos nas vitrines e, muitas vezes, elas não observam só os objetos que se encontram em exposição, como também a imagem

de si próprias formada pelo vidro. A formação dessa imagem pode ser explicada pela

- a) reflexão parcial da luz.
- b) reflexão total da luz.
- c) transmissão da luz.
- d) refração da luz.
- e) difração da luz.

20. Udesc

C1-H1

Com relação aos fenômenos da reflexão e da refração da luz branca, analise as proposições.

- I. A transparência dos vidros é explicada pelos fenômenos de refração e reflexão.
- II. A dispersão da luz branca em um prisma de vidro se dá em razão da reflexão na face de incidência do prisma.
- III. A luz branca dispersa em um prisma é composta somente pelas cores primárias: vermelha, verde e azul.

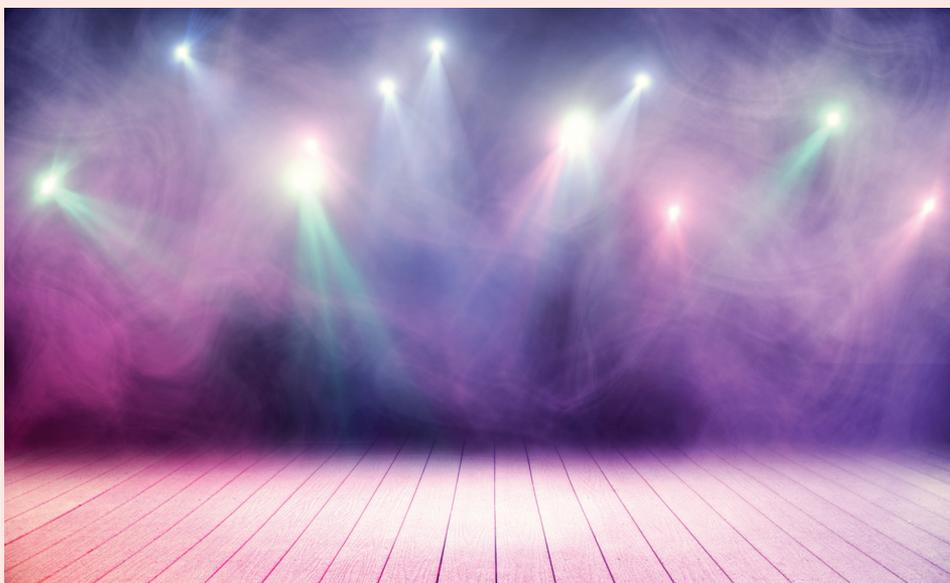
Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas II e III estão corretas.
- b) Somente a afirmativa I está correta.
- c) Somente as afirmativas I e II estão corretas.
- d) Somente a afirmativa III está correta.
- e) Todas afirmativas estão corretas.

INTRODUÇÃO À ÓPTICA GEOMÉTRICA II

10

PESHKOVI/STOCKPHOTO



Luzes de palco.

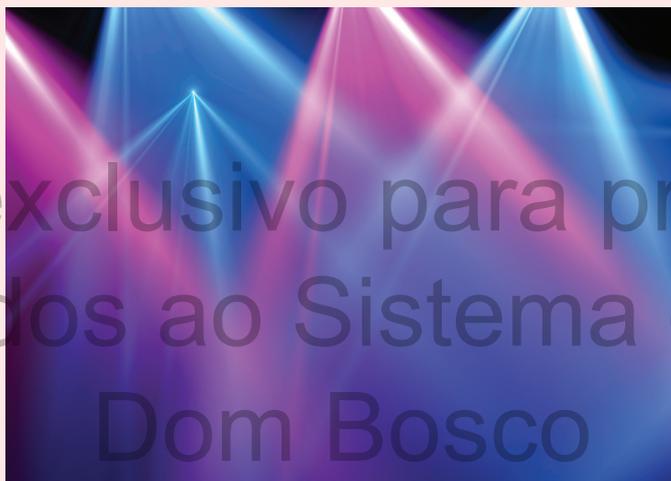
Neste módulo, estudaremos os princípios da óptica geométrica e suas consequências. Na imagem anterior, podemos identificar pelo menos dois dos três princípios. Um deles é o da propagação retilínea dos raios de luz e o outro é o da independência dos raios de luz. Também podemos observar regiões do palco com sombra e penumbra.

Princípio da independência dos raios de luz

Na imagem de abertura, você deve ter observado que um feixe de luz vermelha cruza um feixe de luz azul e ambos continuam suas trajetórias de forma separada, independente. Essa é a base desse princípio, o qual podemos enunciar da seguinte forma:

Após se cruzarem, dois feixes de luz mantêm suas características iniciais.

Na imagem ao lado, podemos verificar de forma mais clara que os feixes de luz mantêm suas características originais, após o cruzamento, ou seja, o feixe vermelho permanece vermelho e o feixe azul continua azul.



TEEKID/STOCKPHOTO

Feixes de luz.

- Princípios da óptica geométrica
- Sombra e penumbra
- Eclípses
- Câmara escura

HABILIDADES

- Compreender qualitativamente as teorias acerca da natureza da luz.
- Representar geometricamente os feixes de luz, utilizando-se dos princípios de propagação da luz.
- Compreender a formação de sombras e penumbras, bem como explicar a ocorrência dos eclipses.
- Compreender o funcionamento de uma câmara escura, fazendo uma analogia ao olho humano.

Princípio da reversibilidade dos raios de luz

Ao olhar para um espelho, enxergamos outras pessoas, pois elas refletem a luz do meio e o espelho, por sua vez, reflete essa luz até nossos olhos. Observe a imagem a seguir em que uma pessoa pode enxergar o olho da outra.



Casal se olhando no espelho.

Nessa situação, se o senhor pode enxergar a senhora por reflexão, a senhora também pode enxergá-lo da mesma forma. Isso se deve ao **princípio da reversibilidade dos raios de luz**, em que a trajetória de propagação dos raios de luz não se modifica após sofrer inversão de sentido. Esse princípio é válido para meios transparentes, como o ar, e, isotrópicos, no quais as propriedades são as mesmas em qualquer direção. Dessa forma, podemos dizer que:

Nos meios transparentes e isotrópicos, a trajetória dos raios de luz é independente do sentido de propagação.

Princípio da propagação retilínea dos raios de luz

Tanto na imagem de abertura do módulo quanto na que ilustra o princípio da independência dos raios de luz, podemos perceber que as trajetórias dos raios de luz são retilíneas. Isso se deve ao **princípio da propagação retilínea dos raios de luz**, segundo o qual, a luz, ao percorrer um meio transparente e homogêneo, propaga-se em linha reta. Meios homogêneos são aqueles que possuem as mesmas propriedades físicas (temperatura, pressão, densidade etc.) em todo o volume ocupado. Observe a imagem a seguir de uma



LOOKING2THESKY/ISTOCKPHOTO

Cirurgia a laser.

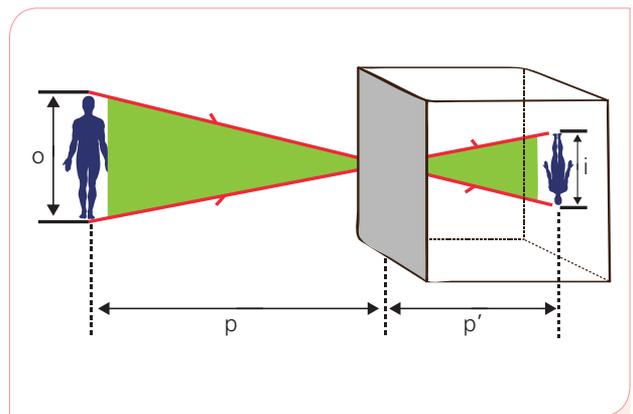
Na imagem, podemos observar o feixe de *laser* percorrendo uma trajetória retilínea, pelo ar, até atingir o olho. Esse fato ilustra o princípio da propagação retilínea dos raios de luz, que pode ser assim enunciado:

Nos meios transparentes e homogêneos, a trajetória dos raios de luz é retilínea.

Algumas das consequências da propagação retilínea dos raios de luz são: a formação de uma imagem invertida em uma câmara escura de orifício, a formação de sombra, de penumbra e dos eclipses.

CÂMARA ESCURA DE ORIFÍCIO

A câmara escura de orifício é constituída de uma caixa fechada, na qual é feito um orifício para a entrada da luz. Acredita-se que a finalidade inicial da câmara foi demonstrar que a luz se propaga em linha reta. A primeira caixa teria sido construída no século VI pelo professor de geometria Antêmio de Trales, um dos arquitetos da Basílica de Santa Sofia, em Constantinopla, atual Istambul. Somente no século XIX, as câmaras escuras foram adaptadas para gerar as primeiras fotografias.



Câmara escura de orifício.

Na ilustração anterior, o é altura do objeto, p é sua distância até o orifício, i é a altura da imagem e p' sua distância até o orifício, que também corresponde à espessura da câmara.

Como existe semelhança entre os triângulos destacados, podemos escrever:

$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

A **imagem** formada na câmara escura é projetada no fundo dela; logo, podemos dizer que ela é **real**. Em razão da propagação retilínea dos raios de luz, a imagem é **invertida**. E, como podemos observar, ela é **menor** que o objeto.

SOMBRA E PENUMBRA

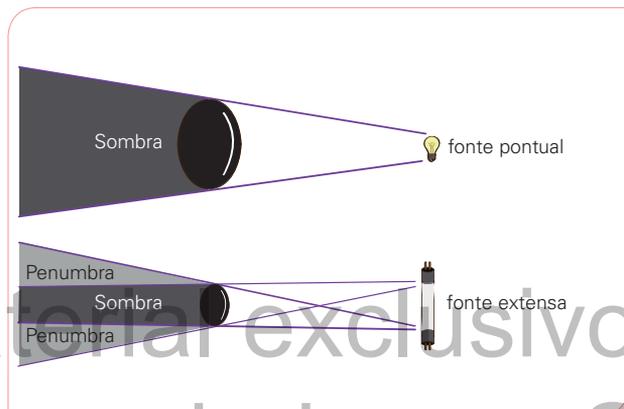
Outra evidência de que a luz se propaga em linha reta é a formação de sombra e penumbra. Observe que, na imagem de abertura do módulo, existe uma região no fundo do palco que não recebe iluminação; essa é uma região de **sombra**. Na mesma imagem, temos uma região parcialmente iluminada, a qual chamamos de **penumbra**.



PATRITCHAYAI/ISTOCKPHOTO

Sombra e penumbra.

Na imagem anterior, podemos observar tanto a formação de sombra quanto a formação de penumbra. No entanto, elas nem sempre ocorrem juntas. Caso a fonte de luz seja pontual, ou seja, suas dimensões serão desprezíveis em relação às distâncias consideradas, haverá somente a formação de sombra. Para fontes extensas, teremos a formação tanto de sombra, quanto de penumbra.



Sombra e penumbra.

Na ilustração anterior, podemos observar a formação de sombra quando iluminamos um obstáculo com uma fonte pontual e a formação de sombra e de penumbra por causa da utilização da fonte extensa. Esse efeito ocorre durante os eclipses solares e lunares, como podemos ver a seguir.

Ilustração do eclipse solar

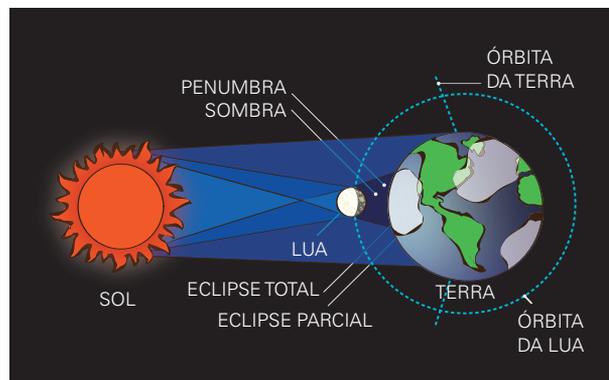


Imagem do eclipse solar



KARAYUSCHI/ISTOCKPHOTO

ECLIPSE SOLAR

Ocorre quando a Lua fica posicionada entre o Sol e a Terra, servindo de obstáculo para a luz. Pode ser do tipo total, quando o observador na Terra estiver na região de sombra, e do tipo parcial, quando esse observador estiver na região de penumbra. Veja a ilustração e a imagem a seguir.

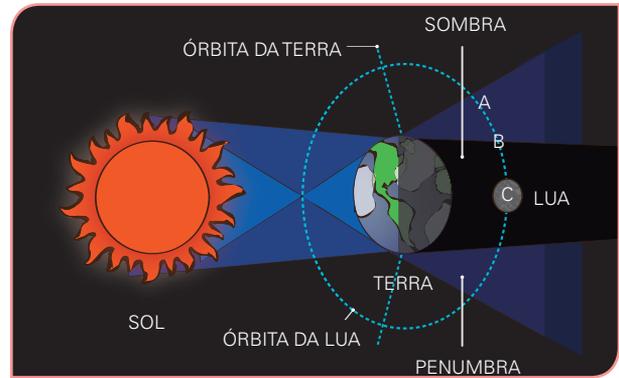
Na ilustração do eclipse solar, podemos observar a região de sombra (eclipse solar total) e a região de penumbra (eclipse solar parcial). Na imagem do eclipse solar, presenciamos um eclipse anular que ocorre quando a Lua não consegue cobrir totalmente o Sol.

ECLIPSE LUNAR

Ocorre quando a Terra fica posicionada entre o Sol e a Lua, servindo de obstáculo para a luz. Pode ser do tipo: **penumbral**, quando a Lua fica na região de penumbra projetada pela Terra; do tipo **parcial**, quando a Lua fica entre a região de penumbra e som-

bra projetadas pela Terra; ou do tipo **total**, quando a Lua fica na região de sombra projetada pela Terra. No caso do eclipse total, a Lua fica avermelhada e não some totalmente, pois a luz sofre refração na atmosfera terrestre. Observe as ilustrações e as imagens a seguir.

Ao atingir a atmosfera terrestre, a luz sofre refração e dispersão, e os comprimentos de luz com menor frequência, na região do vermelho e do alaranjado, atingem a Lua, resultando no aspecto avermelhado.



A - Eclipse lunar penumbral

LUKASZ SZCZEPAŃSKI/ISTOCKPHOTO



B - Eclipse lunar parcial

NARXX/ISTOCKPHOTO



C- Eclipse lunar total

JOUEINI/ISTOCKPHOTO



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Cefet-MG – Para descrever a formação de sombras, penumbras e imagens em espelho plano, é necessário que a luz visível tenha como principal característica a

- a) frequência definida.
- b) amplitude constante.
- c) propagação retilínea.
- d) velocidade constante.

Resolução

É o princípio da propagação retilínea que possibilita a formação de sombra, penumbra e imagens em espelhos.

2. UEL-PR – Num instante X, a Lua interpõe-se entre a Terra e o Sol. Três observadores, P, S e I, encontram-se na superfície da Terra, todos no hemisfério voltado para o Sol,

respectivamente nas regiões de penumbra, de sombra e de iluminação. Assim, no instante X,

- a) S observa o eclipse total, P observa um eclipse parcial e I não percebe o eclipse do Sol.
- b) P e S observam o eclipse total do Sol, enquanto I, não.
- c) P observa o eclipse parcial do Sol, S observa o eclipse total da Lua e I não percebe nenhum eclipse.
- d) todos percebem o eclipse total do Sol.
- e) P observa o eclipse parcial do Sol, S observa o eclipse total do Sol e I observa o eclipse parcial da Lua.

Resolução

S, na área de sombra, percebe o eclipse total do Sol, P percebe o eclipse parcial, pois está na região de penumbra e I não percebe o eclipse, pois está na região iluminada.

ROTEIRO DE AULA

Introdução
à óptica
geométrica II

Princípio _____ da independência _____ dos raios de luz. Após se cruzarem, dois feixes de luz mantêm suas características iniciais.

Princípio _____ da reversibilidade _____ dos raios de luz. Nos meios transparentes e isotrópicos, a trajetória dos raios de luz é independente do sentido de propagação.

Princípio _____ da propagação retilínea _____ dos raios de luz. Nos meios transparentes e homogêneos, a trajetória dos raios de luz é retilínea.

Câmara escura de orifício

$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

_____ Sombra _____ é a região do espaço que não recebe iluminação.

_____ Penumbra _____ é a região do espaço parcialmente iluminada.

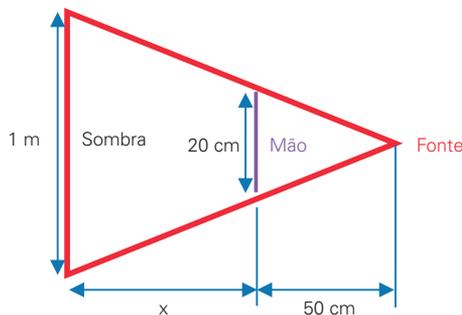
_____ Eclipse solar _____ ocorre quando a Lua fica posicionada entre o Sol e a Terra.

_____ Eclipse lunar _____ ocorre quando a Terra fica posicionada entre o Sol e a Lua.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Etec-SP – Produzir sombras na parede é uma brincadeira simples. Para brincar, basta que você providencie uma vela e um ambiente escuro. Em certa noite, quando a luz havia acabado, Fernando e seu irmãozinho aproveitaram a luz de uma vela acesa deixada sobre a mesa para brincarem com sombras. Fernando posicionou cuidadosamente sua mão espalmada entre a chama e a parede, de forma que a palma da mão estivesse paralela à parede. A ação assustou seu irmãozinho, uma vez que a sombra projetada na parede tinha cinco vezes a largura da mão espalmada de Fernando. Sabendo que a distância da mão de Fernando até a chama da vela era de 0,5 m e que a largura de sua mão quando espalmada é de 20 cm, a distância entre a parede e a chama da vela (considerada puntiforme) era de

- a) 0,5 m.
- b) 1,0 m.
- c) 2,0 m.
- d) 2,5 m.**
- e) 5,0 m.



Por semelhança de triângulos, temos: $\frac{20}{100} = \frac{50}{x + 50}$, $x = 2$ m.

Assim, a distância entre a chama da vela e a parede é 2,5 m.

2. Fesp – Um edifício projeta no solo uma sombra de 40 m. No mesmo instante, um observador toma uma haste vertical de 20 cm e nota que sua sombra mede 0,80 m. Qual é a altura do edifício?

Por semelhança de triângulos, temos: $\frac{H}{h} = \frac{S}{s} \rightarrow \frac{H}{0,20} = \frac{40}{0,80} \rightarrow H = 10$ m

3. Cefet-MG – Considere uma situação em que há um alinhamento perfeito entre o Sol, a Terra e a Lua, com o centro dos três astros formando uma linha reta. Nesse caso, é possível observar a partir _____ o fenômeno chamado _____ quando _____ se encontra entre _____ e _____.

A opção que contém os termos que completam corretamente as lacunas é

- a) da Lua, eclipse solar, a Lua, o Sol, a Terra.
- b) da Terra, eclipse solar, a Terra, a Lua, o Sol.
- c) da Terra, eclipse lunar, a Terra, a Lua, o Sol.**
- d) da Lua, eclipse terrestre, a Terra, o Sol, a Lua.

Um observador na Terra observará um eclipse lunar quando a Terra estiver entre a Lua e o Sol, bloqueando a luz proveniente do Sol que atinge a Lua.

4. Unicentro-PR (adaptado) – A imagem formada em uma câmara escura tem 4,0 cm de altura quando o objeto está situado a 20,0 m da parede com orifício. Para qual a distância o objeto deverá ser afastado da sua posição inicial a fim de que o tamanho da imagem se reduza a 1,0 cm?

Por semelhança de triângulos:

$$\frac{0,04}{o} = \frac{p'}{20}$$

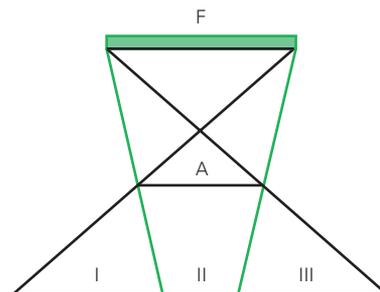
$$o \cdot p' = 0,8$$

$$\text{Assim, } p(i) = \frac{0,8}{i}$$

Para $p(1 \text{ cm}) = 80$ m.

O deslocamento deverá ser $\Delta s = (80 - 20) \text{ m} = 60$ m.

5. UFRJ – Na figura a seguir, F é uma fonte de luz extensa e A, um anteparo opaco.



Pode-se afirmar que I, II e III são, respectivamente, regiões de

- a) sombra, sombra e penumbra.
- b) sombra, sombra e sombra.
- c) penumbra, sombra e penumbra.**
- d) sombra, penumbra e sombra.
- e) penumbra, penumbra e sombra.

I. Região parcialmente iluminada (penumbra).

II. Região sem iluminação (sombra).

III. Região parcialmente iluminada (penumbra).

6. Enem

C1-H1

A sombra de uma pessoa que tem 1,80 m de altura mede 60 cm. No mesmo momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2 m. Mais tarde, a sombra do poste diminuiu 50 cm, então a sombra da pessoa passou a medir

- a) 30 cm.
b) 45 cm.
 c) 50 cm.
 d) 80 cm.
 e) 90 cm.

$$\frac{H}{h} = \frac{S}{s} \rightarrow \frac{1,80}{h} = \frac{0,60}{2,0} \rightarrow h = 6 \text{ m}$$

Calculando a nova sombra da pessoa:

$$\frac{H}{h} = \frac{S}{s} \rightarrow \frac{1,80}{6,0} = \frac{S}{1,5} \rightarrow S' = 0,45 \text{ m} = 45 \text{ cm}$$

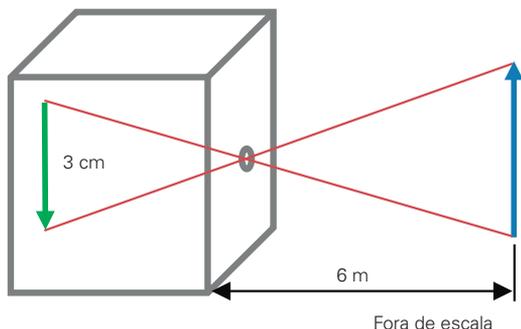
Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Vunesp

A figura mostra um objeto luminoso colocado a 6,0 m de uma câmara escura de orifício, o que produz na parede da câmara oposta ao orifício uma imagem de 3,0 cm de altura.



Se a distância do objeto à câmara for reduzida para 2,0 m, a imagem produzida terá uma altura de

- a) 18 cm.
b) 6 cm.
 c) 12 cm.
 d) 9 cm.
 e) 1 cm.

8. IFMG (adaptado) – Num eclipse lunar, a posição relativa entre Sol, Lua e Terra é a seguinte:

- a) É impossível a ocorrência de um eclipse da Lua.
 b) A Lua entre o Sol e a Terra.
 c) O Sol entre a Lua e a Terra.
 d) A Terra e a Lua à esquerda do Sol.
e) A Terra entre o Sol e a Lua.

9. EEAR-SP – Associe corretamente os princípios da óptica geométrica com suas respectivas definições constantes.

IV. Princípio da propagação retilínea da luz

V. Princípio da independência dos raios de luz

VI. Princípio da reversibilidade dos raios de luz

() Num meio homogêneo, a luz propaga-se em linha reta.

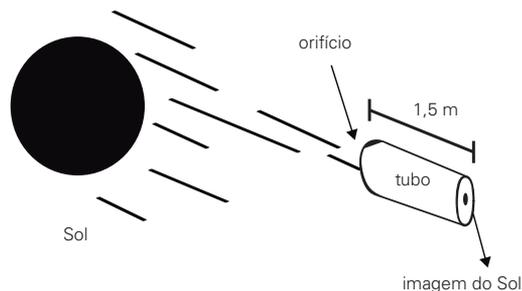
() A trajetória ou caminho de um raio não depende do sentido da propagação.

() Os raios de luz propagam-se independentemente dos demais.

Assinale a alternativa que apresenta a sequência correta para o preenchimento das lacunas anteriores.

- a) I, II e III
 b) II, I e III
 c) III, II e I
d) I, III e II

10. UFU-MG – Um método para determinar o diâmetro do Sol consiste no emprego de um tubo de cartão, por exemplo; em uma de suas extremidades, é feito um pequeno furo com um alfinete e, na outra, coloca-se um papel semitransparente. A luz que viaja do Sol até nós, ou seja, que percorre 150 milhões de quilômetros, atravessa o pequeno orifício e projeta no papel semitransparente uma imagem do astro-rei, conforme o esquema a seguir.



Para o tubo com o comprimento mostrado no esquema, o diâmetro da imagem é de 1,4 cm.

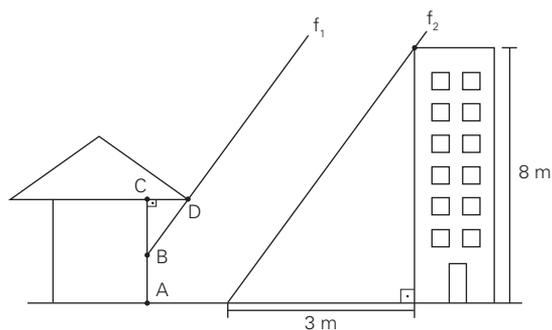
a) Com base na situação descrita, calcule o diâmetro do Sol.

- b) Por que a Lua, mesmo tendo diâmetro muito menor do que o do Sol, consegue encobri-lo por completo, conforme percebido por um observador que está em um local da Terra onde esteja ocorrendo um eclipse total do Sol?

11. Unifau-SP – Uma câmara escura de orifício muito pequeno é feita de uma caixa quadrada de lado L . Considere um objeto de altura H , localizado a uma distância D do orifício de entrada da luz na câmara. Sabendo que $L < D$, é correto afirmar que

- a imagem do objeto formada no anteparo, no fundo da caixa, no lado oposto do orifício, não é invertida.
- a imagem invertida do objeto formada no anteparo, no fundo da caixa, no lado oposto do orifício, tem o mesmo tamanho do objeto.
- a imagem invertida do objeto formada no anteparo, no fundo da caixa, no lado oposto do orifício, é menor do que o objeto.
- a imagem não invertida do objeto formada no anteparo, no fundo da caixa, no lado oposto do orifício, tem o mesmo tamanho do objeto.
- nenhuma imagem do objeto é formada no anteparo, no fundo da caixa, no lado oposto do orifício, pois o orifício é muito pequeno.

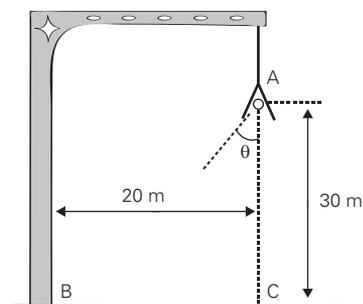
12. Cefet-MG – Na figura a seguir, o segmento AC representa uma parede cuja altura é $2,9$ m. A medida do segmento AB é $1,3$ m, e o segmento CD representa o beiral da casa. Os raios de sol r_1 e r_2 passam ao mesmo tempo pela casa e pelo prédio, respectivamente.



Considerando os dados e a figura, o comprimento do beiral, em metros, é

- a) 0,60 b) 0,65 c) 0,70 d) 0,75

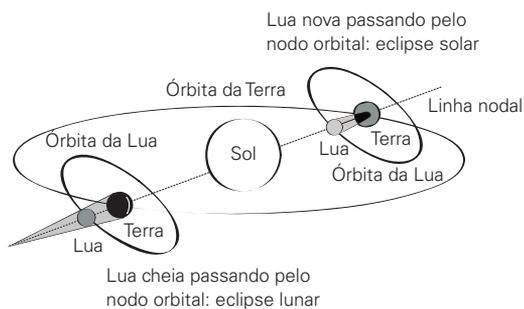
13. Unifau-SP – Numa antiga cidade do interior do estado de São Paulo, um poste de iluminação apresenta o formato indicado na figura a seguir, ou seja, formando um cone de luz.



Sabendo que $\text{tg } \theta = 0,58$, é correto afirmar que

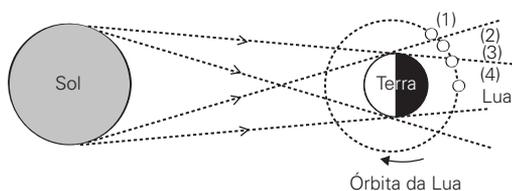
- a luz emitida por sua fonte luminosa pontual A , protegida da chuva pelo dispositivo na forma de cone, consegue iluminar o pé do poste no ponto B .
 - o raio de luz que mais se aproxima do pé do poste está $2,6$ m distante do ponto B .
 - o raio de luz que mais se aproxima do pé do poste está $6,2$ m distante do ponto B .
 - o raio de luz que mais se aproxima do pé do poste está 20 m distante do ponto B .
 - o raio de luz que mais se aproxima do pé do poste está 2 m distante do ponto B .
- 14. UEM-PR** – Com base no princípio da propagação retilínea da luz, determine a altura de um edifício sabendo-se que ele projeta no solo uma sombra de 15 m de comprimento no mesmo instante em que um muro de 2 m de altura projeta uma sombra no solo de 4 m.

- 15. IFSP** – Mecanismos do eclipse: a condição para que ocorra um eclipse é que haja um alinhamento total ou parcial entre Sol, Terra e Lua. A inclinação da órbita da Lua com relação ao Equador da Terra provoca o fenômeno de a Lua nascer em pontos diferentes no horizonte a cada dia. Se não houvesse essa inclinação, todos os meses teríamos um eclipse da Lua (na lua cheia) e um eclipse do Sol (na Lua nova).

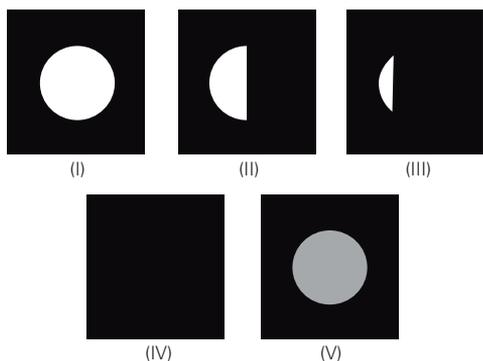


Disponível em: <www.seara.ufc.br/astrofísica/fenomenos/eclipses.htm>. Acesso em: out. 2012.

A seguir, vemos a Lua representada na figura nas posições 1, 2, 3 e 4, correspondentes a instantes diferentes de um eclipse.



As figuras a seguir mostram como um observador, na Terra, pode ver a Lua. Numa noite de lua cheia, ele vê como na figura I.



Assinale a alternativa em que haja correta correspondência entre a posição da Lua, a figura observada e o tipo de eclipse.

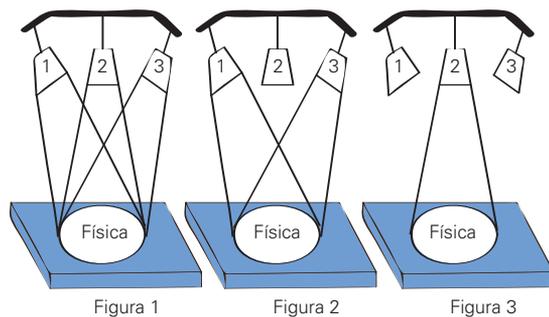
	Lua na posição	Figura observada	Tipo de eclipse
a)	1	III	Solar parcial
b)	2	II	Lunar parcial
c)	3	I	Solar total
d)	4	IV	Lunar total
e)	5	V	Lunar parcial

16. Uerj – A altura da imagem de um objeto, posicionado a uma distância P_1 do orifício de uma câmara escura, corresponde a 5% da altura desse objeto. A altura da imagem desse mesmo objeto, posicionado

a uma distância P_2 do orifício da câmara escura, corresponde a 50% de sua altura. Calcule P_1 em função de P_2 .

17. UFSC – Um estudante possui uma luminária constituída por três lâmpadas de mesma intensidade sobre a mesa. Cada lâmpada emite luz de cor primária. Para verificar os conhecimentos aprendidos nas aulas de Física, ele faz três experimentos (figuras 1, 2 e 3), nos quais direciona as três lâmpadas para uma mesma palavra colocada sobre a mesa. Na figura 1, as três lâmpadas estão acesas; na figura 2, as lâmpadas 1 e 3 estão acesas; e, na figura 3, apenas a lâmpada 2 está acesa. Na figura 3, o estudante visualiza a palavra Física na cor verde.

Com base no exposto anteriormente, é correto afirmar:



- 01) Na figura 1, ocorre a união das três luzes primárias – amarela, vermelha e azul –, que resulta na luz branca.
- 02) Na figura 2, a palavra Física aparece na cor preta, porque as luzes que incidem sobre ela são azuis e vermelhas.
- 04) A lâmpada 2 emite luz de cor verde, por isso a palavra Física, na figura 3, aparece na cor verde.
- 08) A relação entre as frequências das luzes das lâmpadas 1, 2 e 3 é $f_3 < f_2 < f_1$, portanto, as cores das luzes das lâmpadas 1, 2 e 3 são vermelha, verde e azul, respectivamente.

16) A palavra Física aparece na cor preta na figura 2 porque as luzes das lâmpadas 1 e 3 formam a cor preta.

Dê a soma do(s) item(ns) correto(s).

ESTUDO PARA O ENEM

18. CPS-SP (adaptado)

C1-H1

Produzir sombras na parede é uma brincadeira simples. Para brincar, basta que você providencie uma vela e um ambiente escuro. Em certa noite, quando a luz havia acabado, Fernanda e sua irmãzinha aproveitaram a luz de uma vela acesa deixada sobre a mesa para brincarem com sombras. Fernanda posicionou cuidadosamente sua mão espalmada entre a chama e a parede, de forma que a palma da mão estivesse paralela à parede. A ação assustou sua irmãzinha, uma vez que a sombra projetada na parede era bem maior que a palma da mão de sua irmã. Sabendo que a distância da mão de Fernanda até a chama da vela era de 0,3 m, a largura de sua mão quando espalmada é de 15 cm e a distância entre a parede e a chama da vela (considerada puntiforme) era de 1,5 m, aproximadamente em quantas vezes a sombra da mão de Fernanda será aumentada na parede?

- a) 5 b) 8 c) 7 d) 9 e) 6

19. Enem

C1-H1

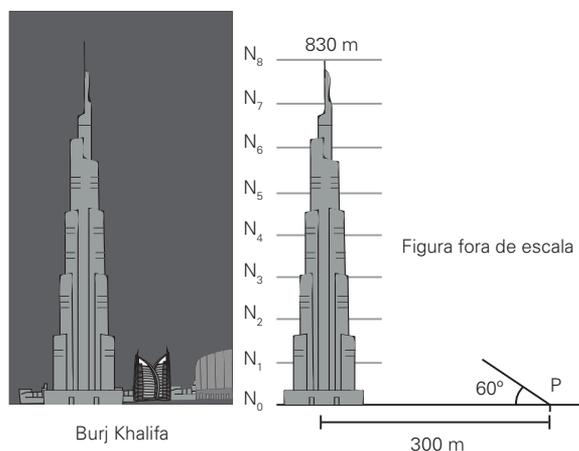
Algumas crianças, ao brincarem de esconde-esconde, tapam os olhos com as mãos, acreditando que, ao adotarem tal procedimento, não poderão ser vistas. Essa percepção da criança contraria o conhecimento científico porque, para serem vistos, os objetos

- a) refletem partículas de luz (fótons), que atingem os olhos.
 b) geram partículas de luz (fótons), convertidas pela fonte externa.
 c) são atingidos por partículas de luz (fótons), emitidas pelos olhos.
 d) refletem partículas de luz (fótons), que se chocam com os fótons emitidos pelos olhos.
 e) são atingidos pelas partículas de luz (fótons), emitidas pela fonte externa e pelos olhos.

20. PUCCamp-SP

C1-H1

O Burj Khalifa, localizado em Dubai, é considerado o edifício mais alto do mundo, com cerca de 830 m. A figura a seguir representa a extensão vertical desse edifício altíssimo, dividida em 8 níveis igualmente espaçados.



Dado: adote $\sqrt{3} = 1,73$ em suas contas finais.

Utilizando os dados fornecidos, um feixe de *laser* emitido pelo ponto indicado na figura por P atingiria a coluna central do Burj Khalifa, aproximadamente, na marca

- a) N_5 .
 b) N_6 .
 c) N_7 .
 d) N_4 .
 e) N_3 .

ESPELHOS PLANOS I

11



CHOKER/STOCKPHOTO

Nuvens refletidas em prédio espelhado.

Neste módulo, daremos início ao estudo dos espelhos planos. Como as imagens que enxergamos são provenientes da luz refletida, estudaremos o princípio do tempo mínimo e as leis da reflexão, os quais serão úteis na compreensão das imagens formadas por espelhos planos, como a de abertura, que reflete o desenho das nuvens em determinada região no céu (campo visual).

Espelhos planos

Na abertura, utilizamos a imagem de um edifício envidraçado para representar os espelhos planos, pois podemos considerar que qualquer superfície plana e polida, capaz de refletir a luz que nela incide, é um **espelho plano**.

Espelho plano é qualquer superfície plana e polida capaz de refletir a luz.

Os espelhos planos utilizados em residências geralmente são fabricados pela deposição de nitrato de prata em uma das faces do vidro comum (face refletora) e uma pintura preta impermeável na outra face (face opaca).

Utilizaremos a seguinte representação para os espelhos planos.



Representação de espelhos planos.

- Princípio do tempo mínimo
- Leis da reflexão
- Espelhos planos
- Campo visual

HABILIDADES

- Compreender e reconhecer as leis da reflexão.
- Reconhecer as características da imagem formada num espelho plano.
- Relacionar o fenômeno de reflexão com o campo visual de um espelho plano.

Princípio do tempo mínimo

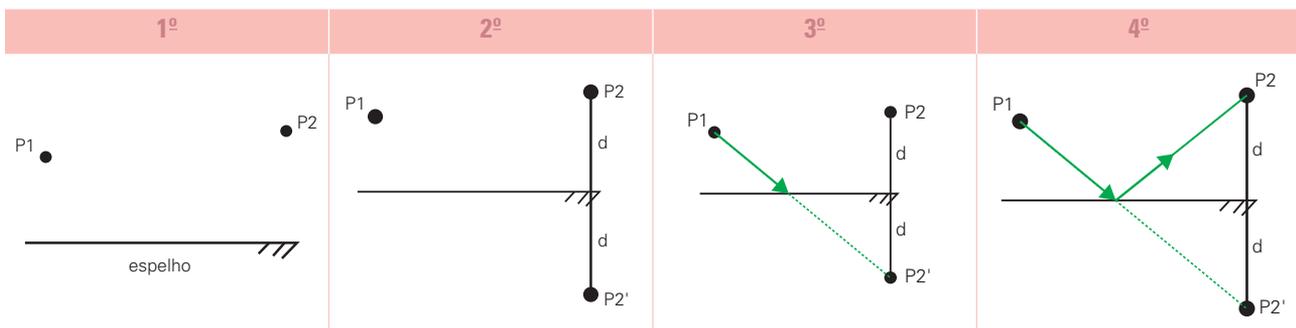
O matemático grego Herão de Alexandria, no século I, foi um dos primeiros a estudar a trajetória da luz, demonstrando que a luz sempre percorre o menor caminho para ir de um ponto a outro. No entanto, esse princípio só é válido para a reflexão. Somente no século XVII o matemático francês Pierre de Fermat propôs o que conhecemos hoje como princípio do tempo mínimo.

A luz, quando se propaga entre dois pontos, faz sempre a trajetória do tempo mínimo.

Existe uma mudança significativa no que foi proposto por Herão de Alexandria, pois a luz não fará sempre o menor caminho, mas fará o caminho de menor tempo. Dessa forma, o fenômeno da refração também pôde ser explicado e a óptica geométrica recebeu significativas contribuições.

A fim de simplificar nosso estudo, apresentaremos um método geométrico para encontrar a trajetória de menor caminho entre dois pontos a ser percorrido pela luz na reflexão.

- Medir a distância (d) do ponto aonde se quer chegar (P_2) até o espelho.
- Desenhar um ponto imaginário (P_2') na mesma distância e na mesma vertical do ponto original (P_2).
- Unir o ponto inicial (P_1) e o ponto imaginário (P_2') com uma reta.
- Unir o ponto em que a reta tocou o espelho com o ponto final (P_2).

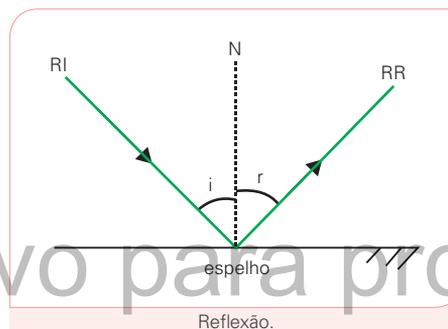


Leis da reflexão

As leis da reflexão são consequências do princípio do tempo mínimo. As leis apresentadas a seguir são válidas, tanto para a reflexão especular, quanto para a reflexão difusa.

Na reflexão, permanecem constantes a frequência, a velocidade de propagação e o comprimento de onda da luz.

Primeira lei: o raio incidente (RI), o raio refletido (RR) e a reta normal (N) são coplanares.



De acordo com a primeira lei, RI, RR e N são coplanares, ou seja, estão em um mesmo plano, por exemplo, o plano da folha.

Segunda lei: o ângulo de incidência (i) é igual ao ângulo de reflexão (r).

A segunda lei garante que o ângulo formado entre o raio incidente e a reta normal é igual ao ângulo formado entre o raio refletido e a reta normal.

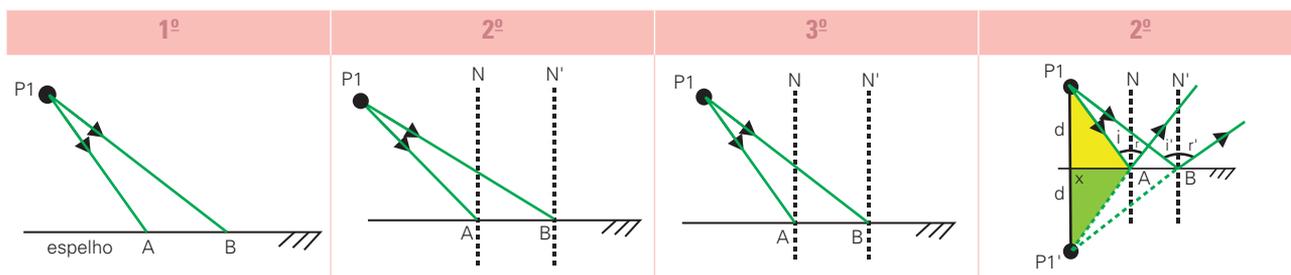
$$i = r$$

Formação de imagem em espelho plano

IMAGEM DE UM OBJETO PONTUAL

Para traçar a imagem de um objeto pontual posicionado na frente de um espelho plano, devemos aplicar as leis da reflexão. Dessa forma, elaboramos um procedimento que possibilita a obtenção dessa imagem.

- Traçar dois raios de luz partindo do ponto inicial (P_1) até o espelho.
- Desenhar a reta normal (N) para cada ponto em que o raio toca o espelho.
- Utilizar o transferidor para medir o ângulo de incidência e traçar o raio refletido com o mesmo ângulo ($i = r$). Repetir o procedimento para o outro raio.
- Prolongar os raios refletidos até que se encontrem.



A imagem (P_1') do objeto real (P_1) é formada pelo prolongamento dos raios de luz. A **imagem** obtida pelo prolongamento dos raios de luz é denominada **virtual**.

Podemos observar na quarta imagem que os triângulos P_1XA e $P_1'XA$ são congruentes. Logo, a distância (d), de P_1 até X , é igual à distância (d), de P_1' até X . Dessa forma, podemos concluir que a imagem do ponto (P_1') é simétrica ao objeto (P_1).

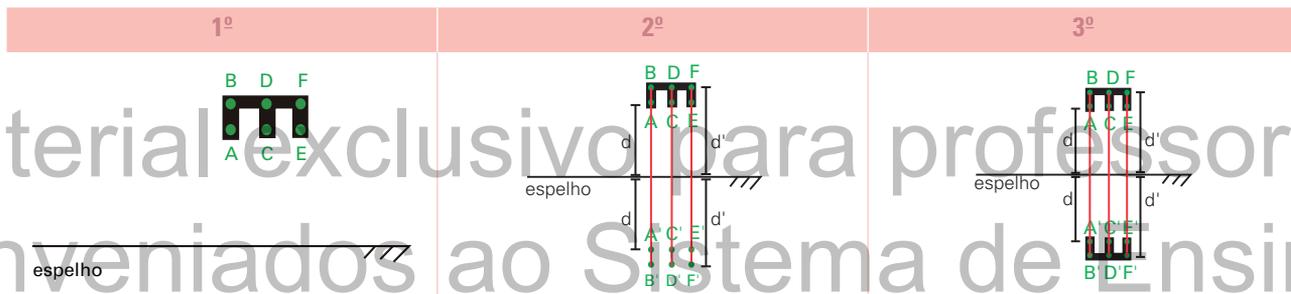
Para os espelhos planos, a distância do objeto até o espelho é igual à distância da imagem até o objeto.

A imagem é simétrica ao objeto e virtual.

IMAGEM DE UM OBJETO EXTENSO

Para traçar a imagem de um objeto extenso posicionado na frente de um espelho plano, utilizaremos a simetria entre os pontos da imagem. Dessa forma, elaboramos um procedimento simples que possibilita a obtenção dessa imagem.

- Traçar pontos nas extremidades do objeto e nomeá-los.
- Medir a distância de cada ponto ao espelho e desenhar seus respectivos pontos imagem.
- Unir os pontos.



Podemos observar que a imagem é do mesmo tamanho do objeto e que não houve inversão, pois o A que estava no lado esquerdo do objeto permaneceu do lado esquerdo na imagem. No entanto, percebemos que houve reversão na letra E, portanto, a imagem não é superponível ao objeto, isto é, quando colocada por cima deste, os pontos não coincidem. Essa propriedade dos espelhos planos é chamada de enantiomorfismo. Observe as imagens a seguir.



FRANCKREPORTER/ISTOCKPHOTO



KERRICK/ISTOCKPHOTO

Ambulância.

Na imagem anterior, podemos observar que a palavra ambulância está escrita de forma reversa. O motivo é que, após sofrer reversão no espelho, ela vai aparecer de forma correta para o motorista.

A imagem formada no espelho plano tem o mesmo tamanho do objeto, é direita, virtual e enantiomorfa, não superponível ao objeto.

Observação

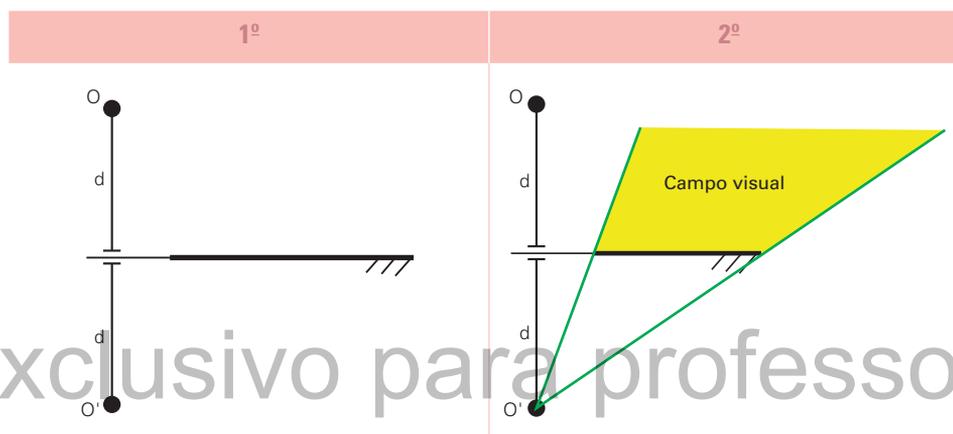
Uma imagem superponível ao objeto é denominada homorfa.

Campo visual

Tanto na imagem de abertura quanto na imagem do retrovisor do automóvel da imagem anterior, podemos observar uma determinada região do espaço que pode ser vista por reflexão no espelho. Essa região é denominada **campo visual**.

Para estabelecer o campo visual de um espelho, basta acompanhar o seguinte procedimento:

- Medir a distância do observador ao espelho e desenhar seu respectivo ponto imagem.
- Desenhar retas que passem pelo ponto imagem e pelas bordas do espelho.

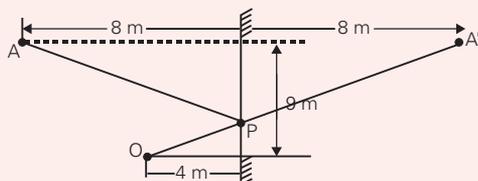


Dessa forma, o campo visual corresponde à região real do espaço compreendida entre as retas e o espelho.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. AFA-SP – Um observador O, colocado a 4 m de um espelho plano, vê a imagem de um objeto A que se encontra a 8 m do mesmo espelho, conforme mostra a figura. Um raio de luz que parte de A e atinge o observador O por reflexão no espelho percorrerá, nesse trajeto de A para O

- a) 10 m.
 b) 12 m.
 c) 15 m.
 d) 18 m.

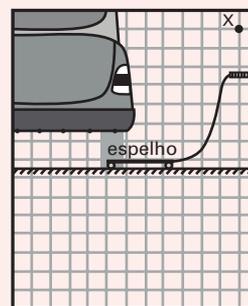
**Resolução**

O raio de luz percorrerá 9 m na vertical e $8 + 4 = 12$ m na horizontal

$$d^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$$

$$d = 15 \text{ m}$$

2. UFSCar-SP – Para melhorar a qualidade do ar, a administração da cidade de São Paulo exige que seus veículos passem periodicamente por uma inspeção em que são medidos os níveis de emissão de gases poluentes e observadas eventuais irregularidades, como a ausência do filtro catalisador. Para facilitar o trabalho do fiscal, um espelho plano foi estrategicamente montado sobre rodinhas, permitindo que, pela reflexão, observe-se a parte de baixo do carro.

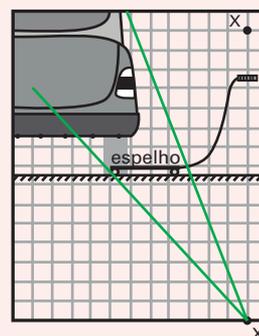


Considerando a posição X do olho do fiscal e a posição do espelho plano, é correto afirmar que, dos pontos indicados, o fiscal é capaz de enxergar, no máximo, até o ponto

- a) P. b) Q. c) R. d) S. e) T.

Resolução

Desenhando ao campo visual, percebemos que o fiscal só enxerga até o ponto S.



ROTEIRO DE AULA

Espelhos planos I

Princípio do tempo mínimo :
A luz, quando se propaga entre dois pontos, faz sempre a trajetória do tempo mínimo.

Espelho plano é qualquer superfície plana e polida capaz de refletir a luz.

Primeira lei da reflexão: o raio incidente (RI), o raio refletido (RR) e a reta normal (N) são coplanares .

Segunda lei de reflexão: incidência o ângulo de (i) é igual ao ângulo de reflexão (r).

Para os espelhos planos, a imagem é simétrica ao objeto e virtual.

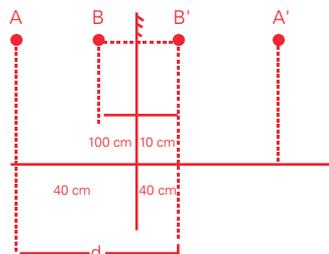
A imagem formada no espelho plano enantiomorfa é não superponível ao objeto.

Campo visual é a região do espaço que pode ser vista por reflexão no espelho.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

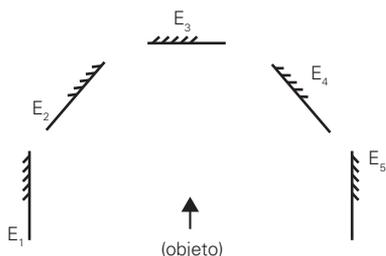
1. PUC-RJ (adaptado) – Um objeto está a 10 cm da superfície de um espelho plano. Um observador posiciona-se a 40 cm do espelho e seus olhos se encontram à mesma altura do objeto. Calcule a distância, em centímetros, entre a imagem do objeto formada pelo espelho e o observador.

$d = 40 + 10 = 50 \text{ cm}$



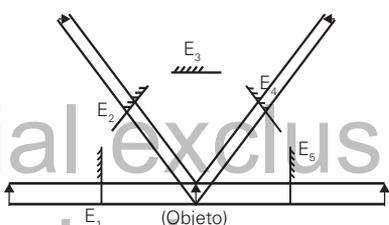
2. Sistema Dom Bosco – A magia dos espelhos em sua casa

Os espelhos estão sempre em alta. Além de proporcionarem uma sensação de amplitude, eles dão um toque de sofisticação aos ambientes, refletindo com charme a iluminação e o estilo dos moradores. Considere que um ambiente foi decorado com 5 espelhos planos, E_1, E_2, E_3, E_4 e E_5 , e um objeto foi colocado entre eles, conforme a figura. Assinale a sequência que representa corretamente as imagens do objeto conjugadas nesses espelhos.

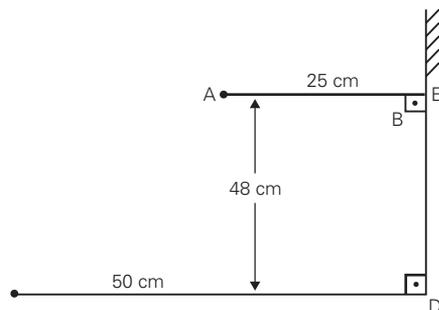


- a) $E_1: \uparrow$ $E_2: \rightarrow$ $E_3: \downarrow$ $E_4: \leftarrow$ $E_5: \uparrow$
- b) $E_1: \uparrow$ $E_2: \nearrow$ $E_3: \downarrow$ $E_4: \nearrow$ $E_5: \uparrow$
- c) $E_1: \uparrow$ $E_2: \nearrow$ $E_3: \uparrow$ $E_4: \nwarrow$ $E_5: \uparrow$
- d) $E_1: \uparrow$ $E_2: \nwarrow$ $E_3: \downarrow$ $E_4: \nearrow$ $E_5: \uparrow$
- e) $E_1: \downarrow$ $E_2: \rightarrow$ $E_3: \uparrow$ $E_4: \rightarrow$ $E_5: \downarrow$

As imagens devem ser simétricas aos espelhos. A figura mostra as imagens formadas.



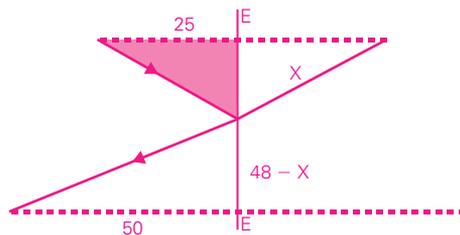
3. UEL-PR – A figura representa um espelho plano E vertical e dois segmentos de reta AB e CD perpendiculares ao espelho.



Supondo que um raio de luz parta de A e atinja C por reflexão no espelho, o ponto de incidência do raio de luz no espelho dista de D, em centímetros,

- a) 48
- b) 40
- c) 32**
- d) 24
- e) 16

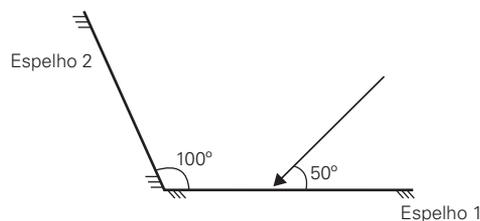
Considerando-se os triângulos a seguir, podemos escrever:



$\frac{48 - x}{50} = \frac{50}{25} \Rightarrow x = 16 \text{ cm}$

A distância D será, então:
 $D = (48 - 16) \text{ cm} = 32 \text{ cm}.$

4. Unigranrio-RJ – Dois espelhos planos formam um ângulo de 100° entre si. Um raio de luz incide no espelho 1 fazendo com ele um ângulo de 50° , conforme indicado na figura a seguir.



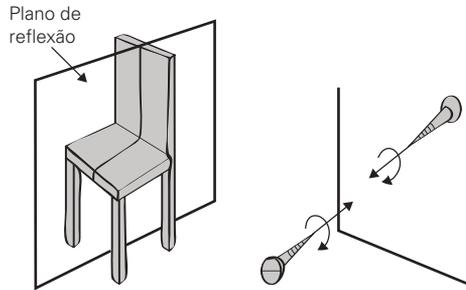
Sabendo que o raio é refletido na direção do espelho 2, determine o ângulo que o raio de luz faz com o espelho 2 ao incidir nele.

- a) 30°**
- b) 40°
- c) 60°
- d) 110°
- e) 150°

O feixe será refletido do espelho 1 com ângulo igual a 50° (i.e., equivalente ao ângulo incidente). Teremos, assim, um triângulo formado pelo feixe e os dois espelhos, cuja soma dos ângulos internos é 180° . O ângulo do feixe incidente no espelho 2 será 30° .

5. Sistema Dom Bosco – Enantiomorfismo: curiosidades e mitos

A simetria de reflexão é a simetria de um objeto colocado em frente a um espelho plano. O espelho não precisa existir, na realidade. Basta haver um plano imaginário onde ele estaria situado para reproduzir todo o objeto.



Olhando para um espelho plano comum, vemos nossa imagem, uma pessoa igual a nós, nos encarando e arremedando nossos gestos. Isso nos é familiar, mas há uma característica da imagem refletida que precisa ser salientada: ela nem sempre pode ser superposta ao objeto refletido.

Um objeto e sua imagem refletida são ditos “enantiomorfos” (belo nome para ser decorado!). Essa palavra vem do grego: enantios = opostos e morfos = forma. A mão direita é a enantiomorfa da mão esquerda, e vice-versa.

O mesmo vale para um par de sapatos, um par de luvas ou suas orelhas. Dois objetos enantiomorfos podem, ou não, ser capazes de superposição. Uma esfera, por exemplo, pode ser superposta à sua imagem. O mesmo acontece com um cubo. Mas não acontece com um parafuso. Para enfiar um parafuso normal na madeira, devemos girá-lo no sentido horário. O parafuso enantiomorfo (imagem no espelho) teria de ser girado no sentido anti-horário, para furar a madeira.

O mesmo vale para um saca-rolhas. Essa diferença causada pela operação de simetria só ocorre na reflexão. A rotação, por exemplo, não muda em absolutamente nada o objeto simétrico sobre o qual opera. Essa curiosa característica da reflexão tem consequências espantosas na Física e na Biologia.

Disponível em: <<http://www.searadaciencia.ufc.br/especiais/fisica/simetria/simetria2.htm>>.

Após ler esse interessante texto, interprete a situação a seguir e responda ao que se pede.

Num relógio de ponteiros, cada número foi substituído por um ponto. Uma pessoa, ao observar a imagem desse relógio refletida em um espelho plano, lê 8 h. Se fizermos a leitura diretamente no relógio, verificaremos que ele está marcando

- a) 6 h. c) 9 h. e) 10 h.
b) 2 h. **d) 4 h.**

Se em um relógio de pontos a imagem enantiomorfa marca 8 h, o relógio marca na verdade 4 h.

6. UPE

C1-H1

Como funciona o foco automático das câmeras fotográficas?

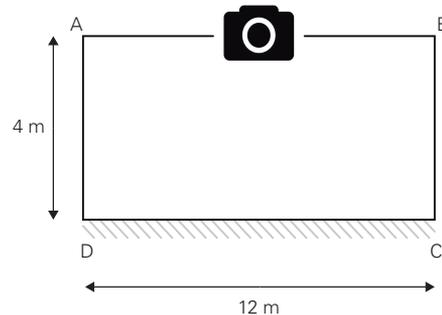
Existem basicamente dois sistemas: o primeiro é usado por câmeras do tipo reflex. Apertando levemente o botão disparador, alguns feixes de luz entram na máquina e, depois de rebatidos, atingem um sensor. Este envia as informações para um microprocessador dentro da máquina, que calcula a distância e ajusta o foco por meio de um pequeno motor, que regula a lente na posição adequada. O segundo

sistema é aquele que envia raios de luz infravermelha, usado em geral por máquinas compactas, totalmente automáticas. Na frente do corpo da câmera, há um dispositivo que emite os raios. Eles batem no objeto focalizado e voltam para um sensor localizado logo abaixo do emissor infravermelho. Com base nos reflexos, a máquina calcula a distância do objeto e ajusta o foco.

Disponível em: <<https://super.abril.com.br/mundo-estranho/como-funciona-o-foco-automatico-das-cameras-fotograficas/>>.

Acesso em: set. 2018.

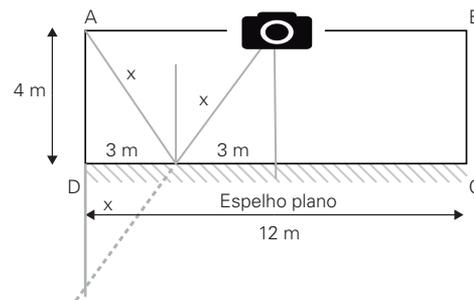
Um sistema de segurança foi criado para a vigilância e o monitoramento de todos os pontos de uma sala. Para isso, utilizou-se uma câmera de foco automático, do tipo reflex, instalada no centro da parede AB, e um espelho em toda a parede CD, conforme ilustra a figura a seguir (vista superior da sala).



A sala, de formato retangular, possui dimensões 12 m × 4 m × 3 m. Então, para focar corretamente um objeto no ponto A da sala, na mesma altura da câmera, o foco deverá ser ajustado em

- a) 4 m. **d) 10 m.**
b) 6 m. e) 16 m.
c) 8 m.

Para o caso citado, temos a seguinte representação:



Cálculo da distância x pelo teorema de Pitágoras:

$$x^2 = 3^2 + 4^2$$

$$x = 5 \text{ m}$$

Logo:

$$d = 2x$$

$$d = 2 \cdot 5 \text{ m}$$

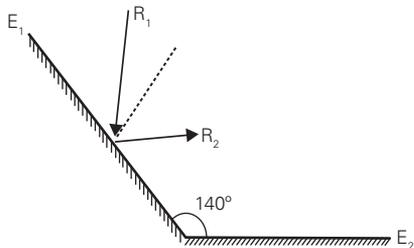
$$d = 10 \text{ m}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

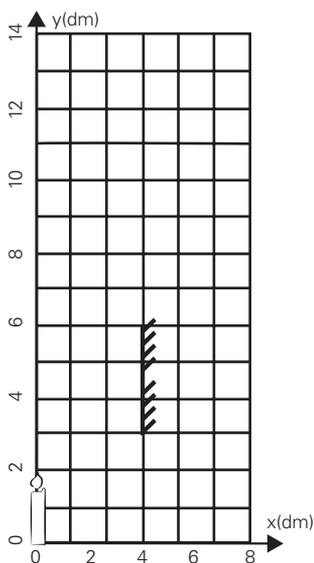
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. A figura a seguir mostra dois espelhos planos, E_1 e E_2 , que formam um ângulo de 140° entre eles. Um raio luminoso R_1 incide e é refletido no espelho E_1 , de acordo com a figura a seguir.



Nessa situação, para que o raio refletido R_2 seja paralelo ao espelho E_2 , o ângulo de incidência de R_1 no espelho E_1 deve ser de

- 20°
 - 30°
 - 40°
 - 50°
 - 60°
8. UFJF-MG – Uma vela de 20 cm está posicionada próxima a um espelho E plano de 30 cm, conforme indicado na figura. Um observador deverá ser posicionado na mesma linha vertical da vela, ou seja, no eixo y, de forma que ele veja uma imagem da vela no espelho.

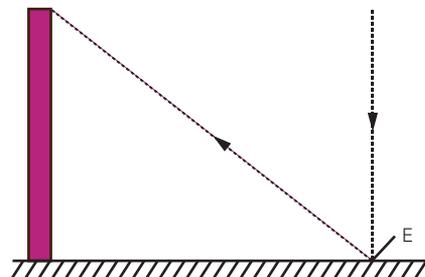


Qual o intervalo de y em que o observador pode ser posicionado para que ele possa ver a imagem em toda sua extensão?

- $0 \text{ dm} \leq y \leq 6 \text{ dm}$
 - $3 \text{ dm} \leq y \leq 6 \text{ dm}$
 - $4 \text{ dm} \leq y \leq 7 \text{ dm}$
 - $5 \text{ dm} \leq y \leq 10 \text{ dm}$
 - $6 \text{ dm} \leq y \leq 10 \text{ dm}$
9. UFPB – Uma usina solar é uma forma de se obter energia limpa. A configuração mais comum é constituída

de espelhos móveis espalhados por uma área plana, os quais projetam a luz solar refletida para um mesmo ponto situado no alto de uma torre.

Nesse sentido, considere a representação simplificada dessa usina por um único espelho plano E e uma torre, conforme mostrado na figura.



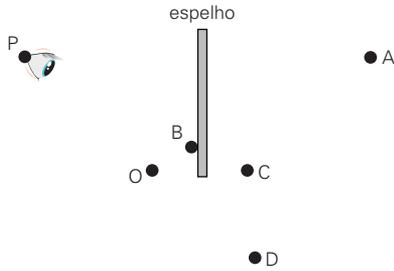
Com relação a essa figura, considere os seguintes itens:

- A altura da torre é de 100 m.
- A distância percorrida pela luz do espelho até o topo da torre é de 200 m.
- A luz do Sol incide verticalmente sobre a área plana.
- As dimensões do espelho E devem ser desprezadas.

Nessa situação, conclui-se que o ângulo de incidência de um feixe de luz solar sobre o espelho E é de

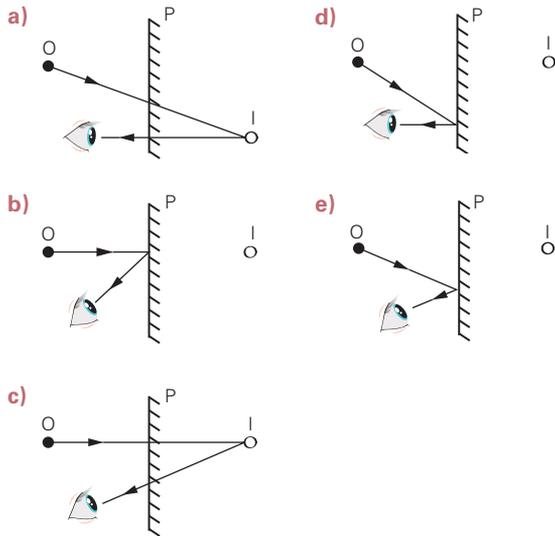
- 90°
 - 60°
 - 5°
 - 30°
 - 0
10. Ufam (adaptado) – Enquanto mantém um espelho plano quadrado com 20 cm de lado na vertical, uma jovem observa que o espelho permite que ela veja exatamente a imagem de uma árvore quando o espelho é colocado a 40 cm de seus olhos. Se a distância entre a árvore e o espelho é de 50 m, qual será a altura da árvore em metros?

- 11. Cesgranrio-RJ** – Um observador está localizado numa posição P, de frente para um espelho, como na figura a seguir. Se uma pequena lâmpada for colocada na posição do ponto O, o observador

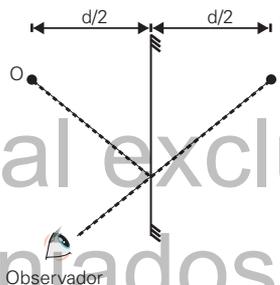


- verá a imagem da lâmpada no ponto B.
- verá a imagem da lâmpada no ponto C.
- verá a imagem da lâmpada no ponto D.
- não verá a imagem da lâmpada, pois a imagem está fora de seu campo visual.
- verá a imagem da lâmpada no ponto A.

- 12. UFRGS-RS** – Nos diagramas a seguir, O representa um pequeno objeto luminoso que está colocado diante de um espelho plano P, perpendicular à página, ambos imersos no ar; I representa a imagem do objeto formada pelo espelho, e o olho representa a posição de quem observa a imagem. Qual dos diagramas indica corretamente a posição da imagem e o traçado dos raios que chegam ao observador?

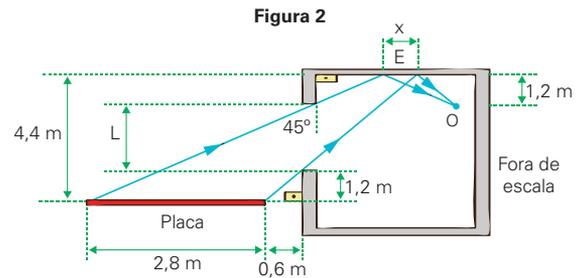
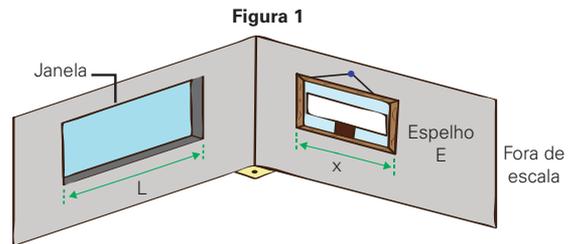


- 13. Unita-SP** – Na figura a seguir, O representa uma fonte de luz monocromática e colimada, I representa a imagem da fonte O, e E representa um espelho plano.



É correto afirmar que

- a imagem é real e simétrica em relação ao espelho plano E, e a luz emitida pela fonte apresenta várias frequências.
 - a imagem é real e não simétrica em relação ao espelho plano E, e a luz emitida pela fonte apresenta várias frequências.
 - a imagem é virtual e simétrica em relação ao espelho plano E, e a luz emitida pela fonte apresenta uma única frequência.
 - a imagem é virtual e simétrica em relação ao espelho plano E, e a luz emitida pela fonte apresenta várias frequências.
 - a imagem é virtual e não simétrica em relação ao espelho plano E, e a luz emitida apresenta uma única frequência.
- 14. Unifesp** – Dentro de uma casa, uma pessoa observa, por meio de um espelho plano E, uma placa com a inscrição VENDO colocada fora da casa, ao lado de uma janela aberta. A janela e o espelho têm as dimensões horizontais mínimas para que o observador consiga ver a placa em toda sua extensão lateral. A figura 1 representa o espelho e a janela vistos de dentro da casa. A figura 2 representa uma visão de cima da placa, do espelho plano E, do observador O e de dois raios de luz emitidos pela placa que atingem, depois de refletidos em E, os olhos do observador.



Considerando as medidas indicadas na figura 2, calcule, em metros:

- a largura (L) da janela;

- b) a largura mínima (x) do espelho E , para que o observador possa ver por inteiro a imagem da placa conjugada por ele.

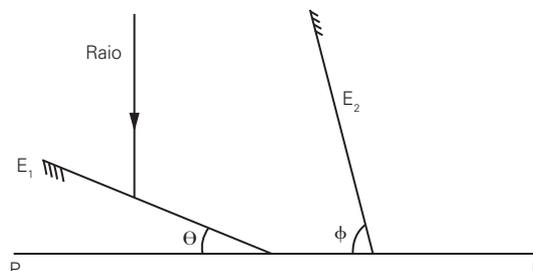
15. UEM-PR – Um homem de 1,80 m de altura está parado sobre uma superfície plana a 2,0 m de um espelho plano que está à sua frente. Ele observa no espelho toda a extensão de seu próprio corpo, dos pés à cabeça, e um poste, de 2 m de altura, disposto 3 m atrás de si. Com base nessas informações, assinale o que for correto.

- 01)** A imagem observada pelo homem no espelho plano é direita, virtual, igual e enantiomorfa.
02) O espelho possui uma altura mínima de 90 cm.
04) Se o homem der um passo para frente, diminuindo sua distância em relação ao espelho em 40 cm, ele não observará mais sua imagem, dos pés à cabeça, no espelho plano.
08) A distância do poste até a imagem do homem, formada no espelho plano, é de 5,0 m.
16) A distância do homem à sua imagem, formada no espelho plano, é o dobro da distância do homem até o espelho.

Dê a soma da(s) alternativa(s) correta(s).

16. UFC-CE – A figura mostra um espelho E_1 , inclinado num ângulo $\theta = 15^\circ$ em relação ao plano horizontal P , e um raio de luz que incide sobre ele numa direção

perpendicular ao plano P . Um segundo espelho, E_2 , deve ser colocado de modo tal que o raio proveniente de E_1 , ao ser refletido em E_2 , tenha direção paralela ao plano P . Para que isso ocorra, o ângulo ϕ , entre o espelho E_2 e o plano horizontal P , deve ser de



- a) 75°
b) 60°
c) 45°
d) 30°
e) 15°

17. Fuvest – O telêmetro de superposição é um instrumento ótico, de concepção simples, que no passado foi muito utilizado em câmeras fotográficas e em aparelhos de medição de distâncias. Uma representação esquemática de um desses instrumentos O espelho semitransparente E_1 está posicionado a 45° em relação à linha de visão, horizontal, AB . O espelho E_2 pode ser girado, com precisão, em torno de um eixo perpendicular à figura, passando por C , variando-se, assim, o ângulo β entre o plano de E_2 e a linha horizontal. Deseja-se determinar a distância AB do objeto que está no ponto B ao instrumento.

- a) Desenhe na figura, com linhas cheias, os raios de luz que, partindo do objeto que está em B , atingem o olho do observador – um atravessa o espelho E_1 e o outro é refletido por E_2 no ponto C . Suponha que ambos cheguem ao olho do observador paralelos e superpostos.

b) Desenhe, com linhas tracejadas, o trajeto aproximado de um raio de luz que parte do objeto em B' , incide em C e é refletido por E_2 .

c) Determine o valor do ângulo γ entre as linhas AB e BC .

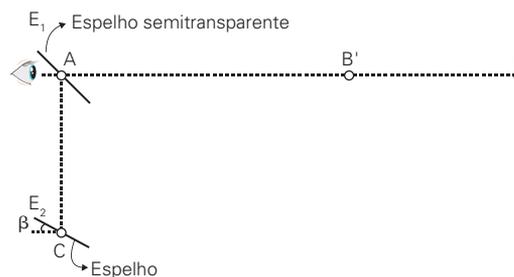
d) Com $AC = 10$ cm, determine o valor de AB .

Note e adote:

$\text{sen}(22^\circ) = 0,37$; $\text{cos}(22^\circ) = 0,93$; $\text{sen}(44^\circ) = 0,70$;
 $\text{cos}(44^\circ) = 0,72$;

$\text{sen}(88^\circ) = 0,99$; $\text{cos}(88^\circ) = 0,03$

As direções AB e AC são perpendiculares entre si.

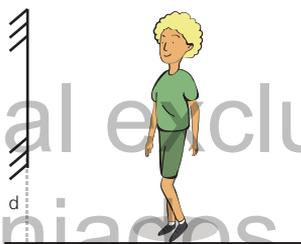


ESTUDO PARA O ENEM

18. IFSul-RS

C1-H1

Uma garota deseja pendurar no seu quarto um espelho plano, na vertical, de maneira que possa ver sua imagem completa, isto é, da cabeça aos pés. Estando os olhos da garota a 1,60 m de altura do solo, a máxima distância d do espelho em relação ao chão, para que ela veja a imagem de seu sapato, deverá ser de



- a) 60 cm.
- b) 90 cm.
- c) 80 cm.
- d) 50 cm.
- e) 40 cm.

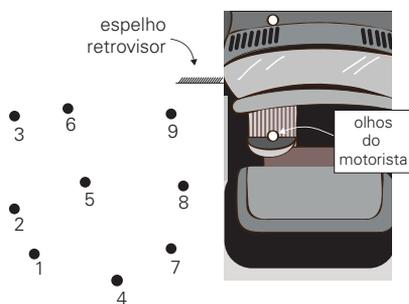
19.

C1-H1

Pontos cegos de um veículo são zonas não visíveis para o motorista. Elas não são cobertas por nenhum dos espelhos nem visíveis diretamente, estando em geral escondidas por alguma parte do veículo ou em um ângulo que não é visualizado nos espelhos. Nessas áreas em que ocorrem os pontos cegos, podem estar objetos ou pessoas, além de carros, motos ou bicicletas que, ocultos, podem sofrer graves acidentes provocados por mudança de faixa, por exemplo. Quando

o condutor visualiza de repente outro veículo, até então não visto, tanto a olho nu quanto com a ajuda dos retrovisores, pode-se considerar que este estava no ponto cego. Ao se manobrar para estacionar ou também no momento de mudança de faixa, o que está invisível pode sofrer algum tipo de colisão.

A figura a seguir mostra um espelho retrovisor plano na lateral esquerda de um carro. O espelho está disposto verticalmente e a altura do seu centro coincide com a altura dos olhos do motorista. Os pontos da figura pertencem a um plano horizontal que passa pelo centro do espelho. Nesse caso, os pontos que podem ser vistos (que não são pontos cegos) pelo motorista são



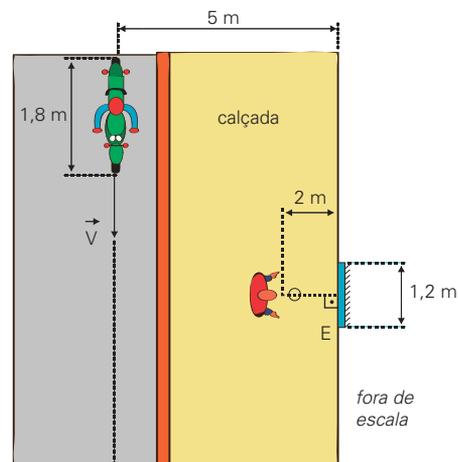
- a) 1, 4, 5 e 9 d) 2, 5, 6 e 9
 b) 4, 7, 8 e 9 e) 1, 4, 7 e 8
 c) 1, 2, 5 e 9

20. Unesp

C1-H1

Uma pessoa está parada numa calçada plana e horizontal diante de um espelho plano vertical E, pendurado na fachada de uma loja. A figura representa a visão de cima

da região. Olhando para o espelho, a pessoa pode ver a imagem de um motociclista e de sua motocicleta que passam pela rua com velocidade constante $v = 0,8 \text{ m/s}$, em uma trajetória retilínea paralela à calçada, conforme indica a linha tracejada.



Considerando que o ponto O na figura representa a posição dos olhos da pessoa parada na calçada, é correto afirmar que ela poderá ver a imagem por inteiro do motociclista e de sua motocicleta refletida no espelho durante um intervalo de tempo, em segundos, igual a

- a) 2
 b) 3
 c) 4
 d) 5
 e) 1

12

ESPELHOS PLANOS II

- Translação
- Rotação
- Associação de espelhos

HABILIDADES

- Relacionar a distância que um espelho plano translada com o deslocamento obtido pela sua imagem.
- Relacionar a distância que um objeto translada com o deslocamento obtido pela sua imagem.
- Diferenciar rotação de translação de um espelho plano.
- Associar o ângulo entre espelhos planos com o número de imagens obtidas por um ou mais objetos.



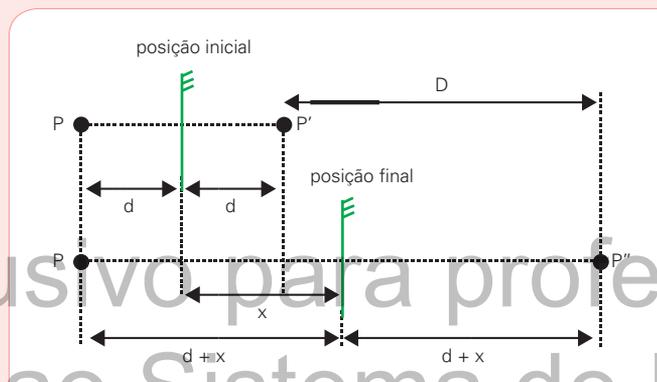
GEHRING/J/STOCKPHOTO

Espelho em translação.

Neste módulo, daremos continuidade ao estudo dos espelhos planos. Em algumas situações do cotidiano, é possível que um espelho sofra translação, ou seja, que haja movimento relativo entre o espelho e o objeto observado, como na imagem de abertura. Em outras situações, ele pode ser rotacionado, como na abertura de uma porta espelhada, ou até mesmo que espelho e objeto sejam associados, formando um ângulo entre si como em uma sala de dança.

Translação de espelhos planos

Na abertura, utilizamos a imagem de um veículo em movimento; na realidade, estamos interessados em estudar o que acontece com a imagem quando um espelho sofre translação, ou seja, existe movimento relativo entre o objeto e o espelho. Vamos considerar um objeto pontual P na frente de um espelho plano e que este seja deslocado de uma distância x em relação à sua posição inicial.



Translação de espelho plano.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino

Dom Bosco

Considere que d é a distância inicial entre o objeto P e o espelho na posição inicial, e D é a distância entre as posições inicial e final da imagem. Dessa forma, temos:

$$\begin{aligned} D + 2 \cdot d &= 2 \cdot (d + x) \\ D + 2 \cdot d &= 2 \cdot d + 2 \cdot x \\ D &= 2 \cdot x \end{aligned}$$

Logo, o deslocamento entre as imagens corresponde ao dobro do deslocamento do espelho em relação ao objeto. Como o intervalo de tempo decorrido para o deslocamento do espelho é o mesmo para a imagem, ela deve possuir o dobro da velocidade de deslocamento do espelho, pois precisa percorrer uma distância duas vezes maior, no mesmo intervalo de tempo.

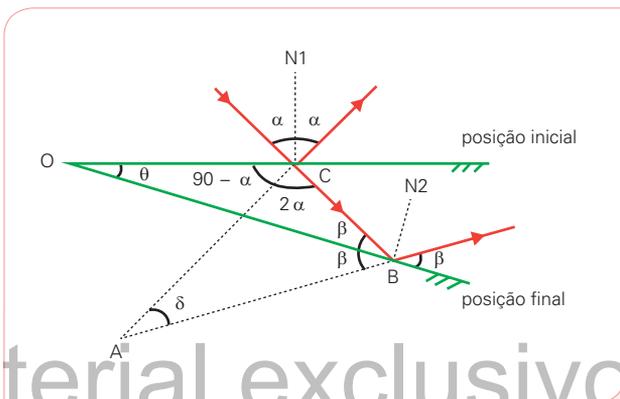
Considerando V como a velocidade de deslocamento da imagem e v como a velocidade de deslocamento do espelho, podemos escrever:

$$V = 2 \cdot v$$

Na translação de espelhos planos, o deslocamento entre as imagens corresponde ao dobro do deslocamento do objeto em relação ao espelho. O mesmo vale para a velocidade de deslocamento.

Rotação de espelhos planos

A rotação de espelhos planos é pouco comum no cotidiano, mas pode ocorrer, por exemplo, quando estamos observando nosso reflexo em porta espelhada e alguém a abre. Dessa vez, estamos interessados em descobrir o ângulo de rotação (δ) do raio de luz refletido na superfície espelhada quando essa sofre uma rotação de ângulo θ .



Rotação de espelho plano.

Considere que α é o ângulo de incidência da luz na posição inicial e δ é o ângulo formado entre o raio

refletido nas posições inicial e final. Dessa forma, temos no triângulo BOC :

$$\begin{aligned} \theta + 90 - \alpha + 2 \cdot \alpha + \beta &= 180 \\ \beta &= 90 - \alpha - \theta \end{aligned}$$

No triângulo ABC , temos:

$$\begin{aligned} \delta + 2 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta &= 180 \\ \delta + 2 \cdot \alpha + 2 \cdot (90 - \alpha - \theta) &= 180 \\ \delta &= 2 \cdot \theta \end{aligned}$$

Logo, o ângulo de rotação do raio refletido corresponde ao dobro do ângulo de rotação do espelho.

Na rotação de espelhos planos, o ângulo de rotação do raio refletido corresponde ao dobro do ângulo de rotação do espelho.

Associação de espelhos planos

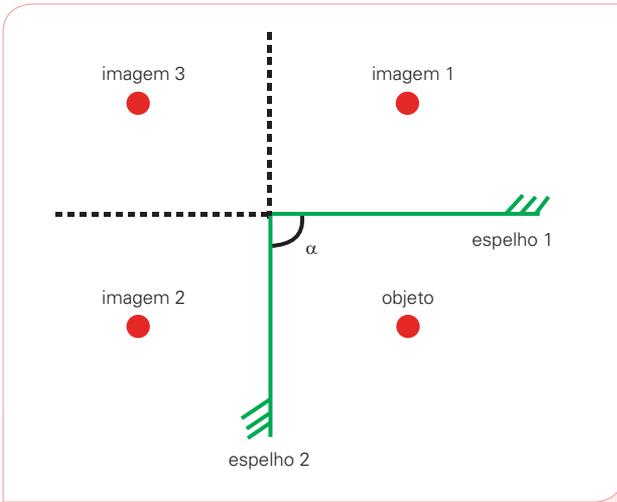
Um fenômeno interessante que ocorre quando associamos espelhos planos é a formação de múltiplas imagens. O número de imagens formadas pela associação de dois espelhos planos depende do ângulo entre eles. Observe a imagem a seguir.



Associação de espelhos planos.

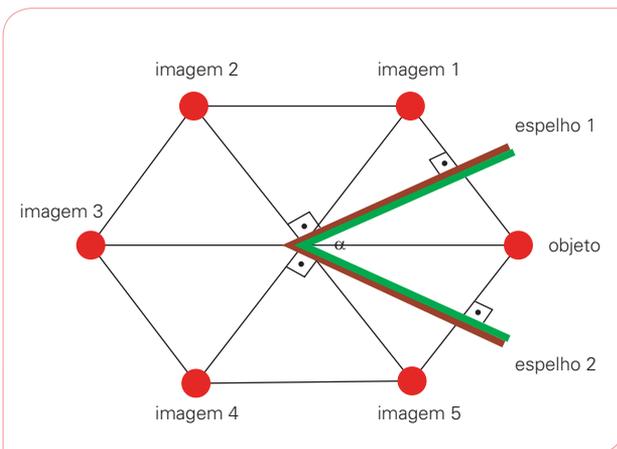
Na imagem anterior, podemos ver uma menina entre dois espelhos planos, que fazem 90° entre si. Podemos notar a formação de múltiplas imagens, no entanto, estamos interessados somente nas três imagens mais próximas. Uma é formada no espelho do lado direito da menina, outra é formada do lado esquerdo e, por fim, temos uma formada atrás da menina, entre os dois espelhos.

Podemos representar a situação observada na imagem da seguinte forma:

Representação da associação de espelhos planos ($\alpha = 90^\circ$).

Na imagem anterior, podemos perceber que os espelhos determinaram quatro regiões; uma contém o objeto e as outras três contêm imagens.

Para $\alpha = 60^\circ$, podemos fazer a seguinte representação:

Representação da associação de espelhos planos ($\alpha = 60^\circ$).

Dessa vez, os espelhos determinaram seis regiões; uma contém o objeto e as outras cinco contêm imagens.

Dessa forma, podemos perceber que o número de regiões delimitadas é inversamente proporcional ao ângulo ($360^\circ/\alpha$). Para encontrar uma expressão que permita calcular o número de imagens (N), podemos estabelecer o número de regiões e descontar uma que pertence ao objeto, logo:

$$N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

Essa expressão é válida com as seguintes condições:

- para um único objeto;
- se o número de regiões ($360^\circ/\alpha$) for par e inteiro, o objeto pode ser colocado em qualquer lugar entre os espelhos;

- se o número de regiões ($360^\circ/\alpha$) for ímpar e inteiro, o objeto pode ser colocado somente no plano bissetor entre os espelhos.

Nas imagens formadas pela associação de espelhos, podemos notar o seguinte padrão:

Número de imagens formadas	Homorfas	Enantiomorfas
1	0	1
2	0	2
3	1	2
4	2	2
5	2	3
6	3	3
7	3	4
...

Para N maior ou igual a três imagens:

- todos os N que forem par formarão igual número de imagens homorfas e enantiomorfas ($N/2$).
- todos os N que forem ímpar formarão número de imagens:
 - homorfas iguais a $(N - 1)/2$
 - enantiomorfas iguais a $[(N - 1)/2] + 1$

Na imagem a seguir, podemos observar a formação de múltiplas imagens, em razão de as faces refletoras do espelho terem sido dispostas paralelamente.

VALERY KUDRYAVTSEV/ISTOCKPHOTO

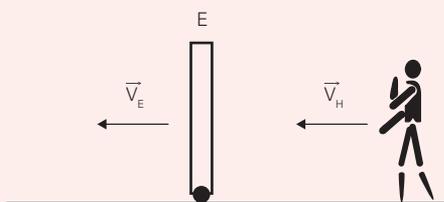


Associação de espelhos planos de forma paralela.

Cada imagem formada funciona como objeto para o outro espelho e, assim, formam-se múltiplas imagens do casal.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Unimontes-MG – Um homem caminha, com velocidade de módulo $v_H = 3\text{m/s}$ em relação ao solo, em direção a um espelho plano vertical E, o qual também se move com velocidade de módulo $v_E = 4\text{m/s}$ em relação ao solo. Qual o módulo da velocidade da imagem em relação ao homem?



- a) 1 m/s
- b) 3 m/s
- c) 2 m/s**
- d) 4 m/s

Resolução

A velocidade de afastamento do espelho em relação ao homem é igual a 1 m/s ($v = 4 - 3$).

Logo, para os espelhos planos, a velocidade de afastamento da imagem é 2 m/s ($2 \cdot v$).

2. Unifor-CE – O ângulo entre dois espelhos planos é de 20° . Um objeto de dimensões desprezíveis é colocado em uma posição tal que obterá várias imagens formadas pelo conjunto de espelhos. Das imagens observadas, quantas serão enantiomorfas?

- a) 8
- b) 9**
- c) 10
- d) 17
- e) 18

Resolução

O número de imagens formadas é:

$$n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

$$n = \frac{360^\circ}{20^\circ} - 1$$

$$n = 17$$

Número de imagens formadas	Homorfas	Enantiomorfas
1	0	1
2	0	2
3	1	2
4	2	2
5	2	3
...
17	8	9

ROTEIRO DE AULA

ESPELHOS PLANOS II

Na _____ **translação** _____ de espelhos planos, o deslocamento entre as imagens corresponde ao dobro do deslocamento do objeto em relação ao espelho.

A _____ **velocidade** _____ de deslocamento entre as imagens corresponde ao dobro da _____ **velocidade** _____ do deslocamento do objeto em relação ao espelho.

Na rotação de espelhos planos, o ângulo de rotação do raio _____ **refletido** _____ corresponde ao dobro do ângulo de rotação do espelho.

Para calcular o número de _____ **imagens formadas** _____ na associação de dois espelhos planos, utilizamos a seguinte equação:

$$N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

Múltiplas imagens são formadas quando os espelhos são dispostos de forma _____ **paralela** _____.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Cefet-MG (adaptado) – Dois espelhos planos fornecem de um objeto 11 (onze) imagens. Determine o ângulo formado entre eles.

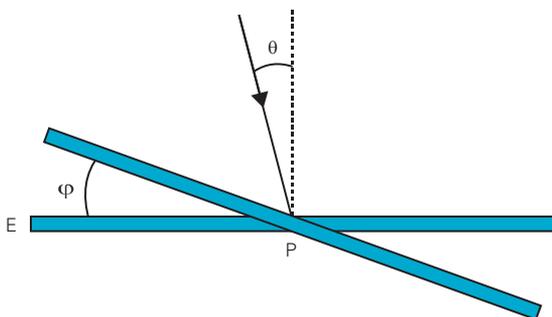
$$n = \frac{360^\circ}{\beta} - 1$$

$$11 = \frac{360^\circ}{\beta} - 1$$

$$11 + 1 = \frac{360^\circ}{\beta}$$

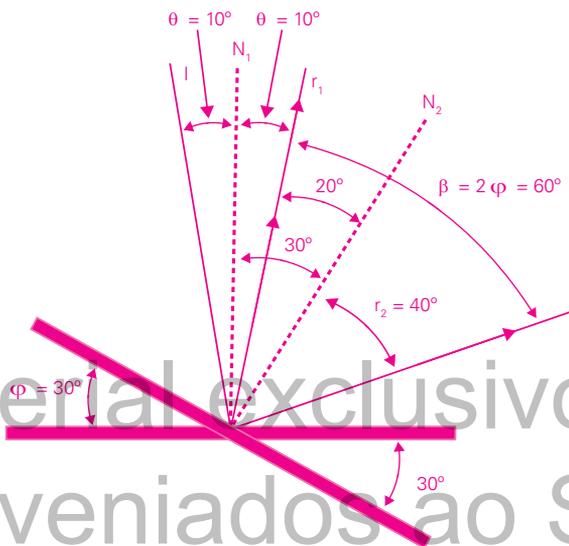
$$\beta = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

2. Uece (adaptado) – Um raio de luz incide sobre um espelho plano horizontal, no ponto P, formando um ângulo de 10° com a normal ao espelho. Gira-se o espelho em torno de um eixo, contido no plano do espelho e que passa por P, em um ângulo $\varphi = 30^\circ$, conforme mostra a figura.



Com base nessas informações, julgue as afirmativas.

- I. O raio refletido gira 60° .
 - II. O raio refletido forma 40° com a normal ao espelho, após o giro.
 - III. O ângulo entre as normais e as duas posições do espelho é 30° .
- f) Somente a afirmativa I está correta.
 g) Somente as afirmativas I e II estão corretas.
 h) Somente as afirmativas II e III estão corretas.
 i) Todas as afirmativas estão incorretas.
 j) Todas as afirmativas estão corretas.



3. IFCE – Um garoto parado na rua vê sua imagem refletida por um espelho plano preso verticalmente na traseira de um ônibus que se afasta com velocidade escalar constante de 36 km/h . Em relação ao garoto e ao ônibus, as velocidades da imagem são, respectivamente,

- a) 20 m/s e 10 m/s .
 b) zero e 10 m/s .
 c) 20 m/s e zero.
 d) 10 m/s e 20 m/s .
 e) 20 m/s e 20 m/s .

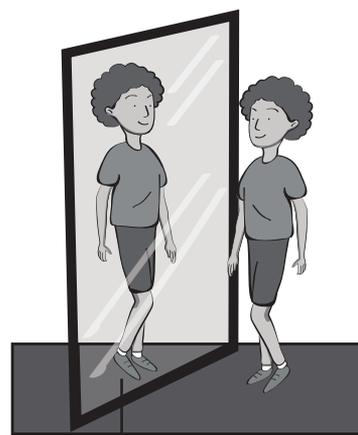
$$v = 36 \text{ km/h} \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

Em relação ao garoto, a imagem desloca-se com o dobro da velocidade:
 $v = 20 \text{ m/s}$

Em relação ao ônibus, a imagem tem o mesmo deslocamento, logo, a mesma velocidade:

$$v = 10 \text{ m/s}$$

4. Senai-SP – Observe a figura a seguir.



Espelho plano

Disponível em: <http://www.cienciamao.usp.br/tudo/exibir.php?midia=riv&cod=_espelhoespelhoconhecendoespelhosplanos>. Acesso em: set. 2018. Adaptado.

Assinale a alternativa que completa de forma correta e respectiva as lacunas no texto a seguir.

Considerando a figura, quando o garoto erguer a mão _____, a imagem refletida _____. Ao empurrar o espelho com seu braço direito, o garoto rotacionará o espelho em 30° no sentido anti-horário, o que fará com que sua imagem seja rotacionada em um ângulo igual a _____ no sentido _____.

- a) esquerda – desaparecerá completamente – 30° – anti-horário
 b) direita – será ampliada – 60° – horário
 c) esquerda – levantará a mão esquerda – 60° – anti-horário
 d) direita – levantará a mão direita – 30° – horário
 e) esquerda – levantará a mão direita – 60° – anti-horário

A imagem virtual será enantiomorfa em relação ao garoto, de modo que, ao levantar a mão esquerda, a imagem levantará a mão direita.

A imagem refletida por um espelho em rotação será rotacionada em um ângulo equivalente ao dobro do ângulo de rotação dele, e no mesmo sentido.

5. Mackenzie-SP – Um objeto extenso de altura h está fixo, disposto frontalmente diante de uma superfície refletora de um espelho plano, a uma distância de 120,0 cm. Aproximando-se o espelho do objeto de uma distância de 20,0 cm, determine a distância em que a imagem se encontra do objeto.

A distância da imagem ao objeto será o dobro da distância do objeto

ao espelho, isto é, $2 \cdot 100 \text{ cm} = 200 \text{ cm}$.

6. UEMG

C1-H1

Um espelho reflete raios de luz que nele incidem. Se usássemos os espelhos para refletir, quantas reflexões interessantes poderíamos fazer. Enquanto a filosofia se incumbem de reflexões internas, que incidem e voltam para dentro da pessoa, um espelho trata de reflexões externas.

Mas, como escreveu Luiz Vilela, “você verá”.

Você está diante de um espelho plano, vendo-se totalmente. Num certo instante, e é disso que é feita a vida, de instantes, você se aproxima do espelho a 1,5 m/s e está a 2,0 m de distância dele.

Nesse instante, a sua imagem, fornecida pelo espelho, estará

- a) a 2,0 m de distância do espelho, com uma velocidade de 3,0 m/s em relação a você.
- b) a 2,0 m de distância do espelho, com uma velocidade de 1,5 m/s em relação a você.
- c) a uma distância maior que 2,0 m do espelho, com uma velocidade de 3,0 m/s em relação ao espelho.
- d) a uma distância menor que 2,0 m do espelho, com uma velocidade de 1,5 m/s em relação ao espelho.

Em um espelho plano, a distância entre a imagem e o espelho é a mesma que entre o objeto e o espelho. Com isso, nota-se que a velocidade em relação ao espelho da imagem é igual à velocidade do objeto, nesse caso, 1,5 m/s. Sendo assim, por velocidade relativa, temos que a velocidade entre o objeto e a imagem é o dobro, portanto, 3 m/s.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

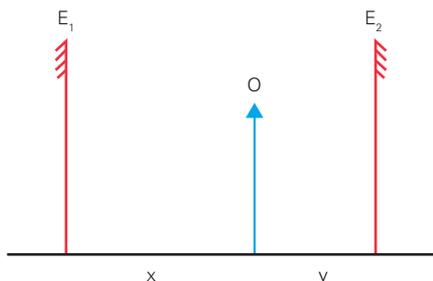
Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Unifor-CE – Ao acordar pela manhã, Camilla levantou-se e saiu em direção perpendicular ao espelho plano colado à parede de seu quarto, com velocidade constante de 45,0 cm/s. Nessa situação, pode-se afirmar que

- a) a imagem de Camilla aproximou-se dela a 45,0 cm/s.
- b) a imagem de Camilla aproximou-se do espelho a 90,0 cm/s.
- c) a imagem de Camilla aproximou-se dela a 90,0 cm/s.
- d) a imagem de Camilla afasta-se do espelho a 45,0 cm/s.
- e) a imagem de Camilla afasta-se dela a 90,0 cm/s.

8. VUNESP – Um objeto O está parado entre dois espelhos planos, E_1 e E_2 , a uma distância x do primeiro e y do segundo, como mostra a ilustração.

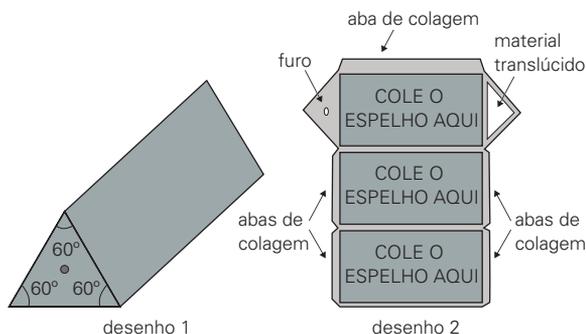


Com o objeto mantido parado, aumentou-se de 2 m a distância de cada espelho em relação ao objeto, de modo que a distância entre as imagens dobrou. A distância inicial em metros entre os espelhos é

- a) 6
- b) 3
- c) 2
- d) 5
- e) 4

9. UEG-GO – Um estudante de Física está posicionado a uma distância de 12 m de um espelho plano. Se ele se deslocar a uma velocidade de 2,0 m/s em direção ao espelho, em quanto tempo estará a um metro de distância da sua imagem?

- 10. Etec-SP** – O caleidoscópio consiste em um prisma regular de base triangular, obtido da união de três espelhos planos retangulares, todos com as suas faces espelhadas voltadas uma para as outras (desenho 1). Em uma das bases triangulares, é colado um material translúcido, enquanto a outra base é opaca, contendo apenas um furo em seu centro. Dentro do caleidoscópio, encontram-se pequenos objetos soltos, tais como contas ou pedacinhos de papel.

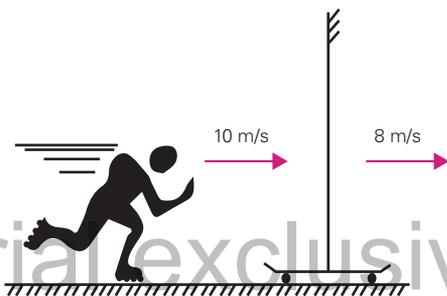


Ao olharmos para o interior do caleidoscópio através do furo da base opaca, podemos ver as imagens obtidas pelas inúmeras reflexões dos objetos nos espelhos.

Desejando construir seu caleidoscópio, João o fez com papel-cartão escuro (desenho 2). Ele colou dois espelhos consecutivos, bem como as abas correspondentes das laterais nas bases formadas com os triângulos equiláteros.

Enquanto esperava a cola secar, decidiu olhar as imagens de um botão que ele segurou entre esses dois espelhos. Como o caleidoscópio ainda não estava fechado por completo, ele pôde olhar diretamente para as faces refletoras dos espelhos. O número máximo de imagens distintas do botão que podem ser vistas por João é

- a) um.
b) dois.
c) três.
d) cinco.
e) seis.
- 11. UEA-AM (adaptado)** – A situação apresentada a seguir mostra um espelho plano vertical, apoiado sobre rodas, movendo-se, sem atrito, com velocidade constante de 8,0 m/s em relação ao solo. Um homem sobre patins move-se 10 m/s em relação ao solo, no mesmo sentido do movimento do espelho.



Com que velocidade o homem está se aproximando de sua imagem produzida pelo espelho?

- 12. UFG-GO** – Espelhos conjugados são muito usados em truques no teatro, na TV etc. para aumentar o número de imagens de um objeto colocado entre eles. Se o ângulo entre dois espelhos planos conjugados for $\frac{\pi}{3}$ rad, quantas imagens serão obtidas?

- a) Duas
b) Quatro
c) Cinco
d) Seis
e) Sete

- 13. EEAR-SP** – Um dado, comumente utilizado em jogos, cujos números nas faces são representados pela quantidade de pontos pretos, é colocado na frente de dois espelhos planos que formam entre si um ângulo de 60° . Nesses espelhos, é possível observar nitidamente as imagens de apenas uma das faces do dado, e a soma de todos os pontos pretos observados nos espelhos, referentes a essa face, totaliza 20 pontos. Portanto, a face voltada para os espelhos que gera as imagens nítidas é a de número:

- a) 1
b) 2
c) 4
d) 5

- 14. Cesupa** – Três objetos são colocados entre dois espelhos planos verticais articulados. A seguir, ajusta-se a abertura entre os espelhos até visualizar um total de 18 objetos (3 objetos reais e mais 15 imagens). Nessas condições, podemos afirmar que a abertura final entre esses espelhos será

- a) zero
b) 30°
c) 45°
d) 60°
e) 90°

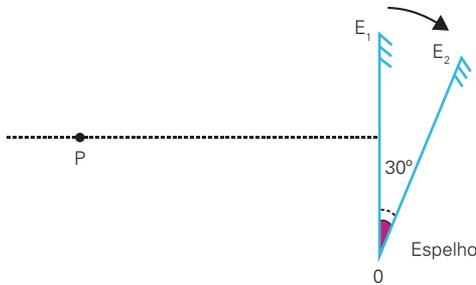
- 15. Sistema Dom Bosco** – Uma árvore de 3 m de altura se encontra a 12 m de um espelho plano, que é grande o suficiente para que a imagem seja vista por inteiro. No caso em que o espelho seja aproximado da árvore da metade da distância original, a altura da nova imagem e sua distância ao espelho, serão, respectivamente, iguais a

- a) 3 m e 6 m.
b) 6 m e 3 m.
c) 6 m e 6 m.
d) 6 m e 12 m.
e) 3 m e 12 m.

- 16. Unifor-CE** – O ângulo entre dois espelhos planos é de 20° . Um objeto de dimensões desprezíveis é colocado em uma posição tal que obterá várias imagens formadas pelo conjunto de espelhos. Das imagens observadas, assinale na opção a seguir, quantas serão enantiomorfos.

- a) 8
b) 9
c) 10
d) 17
e) 18

- 17. Unesp** – Considere um objeto luminoso pontual, fixo no ponto P , inicialmente alinhado com o centro de um espelho plano E . O espelho gira, da posição E_1 para a posição E_2 , em torno da aresta cujo eixo passa pelo ponto O , perpendicularmente ao plano da figura, com um deslocamento angular de 30° , como indicado a seguir.



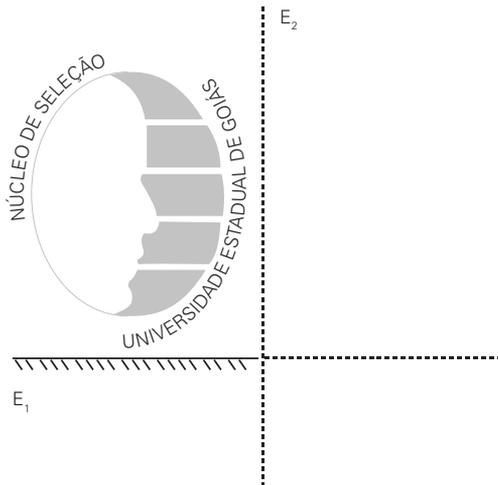
Copie o ponto P , o espelho em E_1 e em E_2 , desenhando a imagem do ponto P quando o espelho estiver em $E_1 (P_1)$ e quando o espelho estiver em $E_2 (P_2)$. Considerando um raio de luz perpendicular a E_1 , emitido pelo objeto luminoso em P , determine os ângulos de reflexão desse raio quando o espelho estiver em $E_1 (\alpha_1)$ e quando o espelho estiver em $E_2 (\alpha_2)$.

ESTUDO PARA O ENEM

18. UEG-GO

C1-H1

Na figura a seguir, o logo do Núcleo de Seleção da UEG é colocado em frente a dois espelhos planos (E_1 e E_2) que formam um ângulo de 90° .



Qual alternativa corresponde às três imagens formadas pelos espelhos?



b)



c)



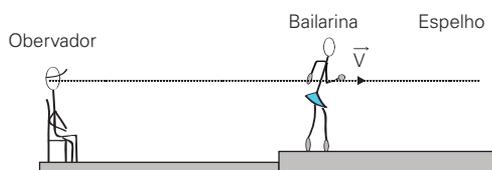
d)



19. UFMS

C1-H1

Em uma apresentação de dança, um espelho plano serve como pano de fundo em um palco de teatro. Suponha que a bailarina se coloque entre o espelho e o público, que assiste à dança. Nesse instante, um observador do público está em uma posição da qual vê a imagem refletida da bailarina no espelho e vê também a bailarina na mesma linha de seus olhos, conforme mostra a figura.



A bailarina aproxima-se do espelho com velocidade v , em relação ao palco. Se a bailarina vê sua própria imagem e também a do observador refletida no espelho, é correto afirmar que

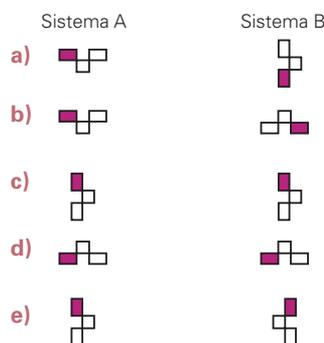
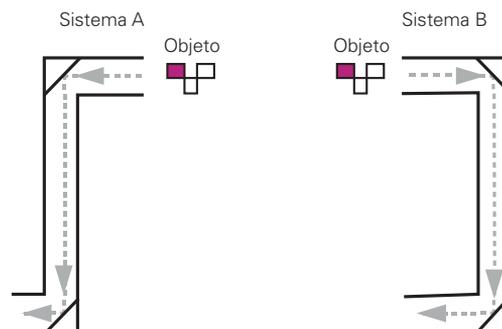
- o observador percebe que a imagem da bailarina, refletida no espelho, aproxima-se dele com velocidade $2 \cdot v$.
- a bailarina percebe que a imagem do observador, refletida no espelho, aproxima-se dela com velocidade $2 \cdot v$.
- a bailarina percebe que sua própria imagem, refletida no espelho, aproxima-se dela com velocidade $2 \cdot v$.
- a imagem refletida da bailarina no espelho é uma imagem real.
- a distância da bailarina até o espelho é o dobro da distância da bailarina até sua imagem refletida.

20. Unimontes-MG

C1-H1

Dois sistemas ópticos, representados a seguir, usam espelhos planos, ocorrendo as reflexões indicadas.

Após as reflexões, suas imagens finais são:



13

ESPELHOS ESFÉRICOS I

- Espelhos côncavos
- Espelhos convexos
- Condições de nitidez de Gauss
- Raios notáveis
- Construção geométrica de imagens

HABILIDADES

- Reconhecer os tipos de espelhos.
- Reconhecer os elementos dos espelhos esféricos.
- Caracterizar as condições de nitidez de Gauss.
- Reconhecer os raios notáveis.
- Construir geometricamente as imagens.

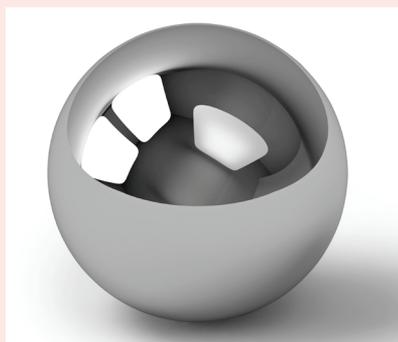


Espelho esférico convexo de sinalização.

Neste módulo, daremos início ao estudo dos espelhos esféricos. Existem muitas aplicações práticas que envolvem os espelhos esféricos, dentre as quais podemos citar os espelhos de segurança e sinalização, como na imagem anterior. Outras aplicações estão relacionadas a espelhos de maquiagem, odontológicos, médicos, instrumentos ópticos, retrovisores de automóveis etc.

Tipos de espelhos esféricos

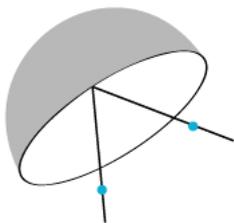
Os espelhos esféricos recebem esse nome porque são formados por calotas esféricas. As calotas esféricas, por sua vez, são obtidas ao seccionar uma esfera.



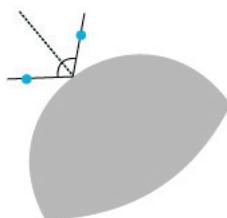
Esfera metálica.

Ao seccionar uma esfera como a da imagem anterior, podemos obter duas calotas esféricas. Caso a superfície refletora da calota for interna, dará origem a um espelho **esférico côncavo**; caso a superfície refletora seja externa, dará origem a um espelho **esférico convexo**.

Espelho côncavo



Espelho convexo



Para efeitos didáticos, utilizaremos a seguinte representação para os espelhos esféricos.

Espelho côncavo



Espelho convexo



Espelho esférico côncavo, superfície refletora interna.

Espelho esférico convexo, superfície refletora externa.

Aplicações dos espelhos esféricos

Como mencionamos na introdução, existem muitas aplicações para os espelhos esféricos. A seguir, relacionamos alguns tipos de aplicações com espelho esférico.

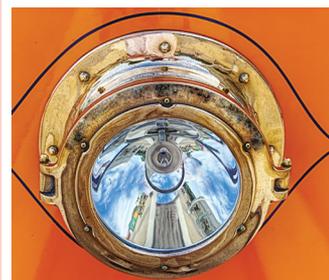
Espelhos côncavos



Espelho de maquiagem.



Espelho odontológico.



Espelho de farol.

Espelhos convexos



Espelho de lojas.

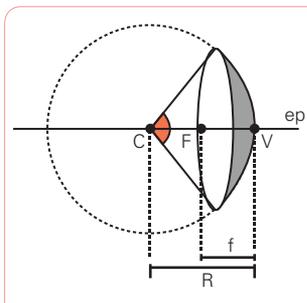


Espelho odontológico.



Espelho de farol.

Elementos geométricos dos espelhos esféricos



Elementos geométricos dos espelhos esféricos.

- **Centro de curvatura (C):** ponto central da esfera da qual foi cortada a calota esférica.
- **Vértice (V):** ponto mais externo da calota.
- **Raio (R):** raio da esfera da qual foi cortada a calota esférica.
- **Eixo principal (ep):** reta que passa pelo centro de curvatura e pelo vértice.
- **Ângulo de abertura (α):** definido pelo centro de curvatura e pelas retas que passam pelas bordas do espelho.
- **Foco (F):** ponto médio entre o centro de curvatura e o vértice.
- **Distância focal (f):** distância entre o foco e o vértice, ou seja, metade do raio de curvatura ($f = R/2$).

Formação geométrica de imagens em espelhos esféricos

CONDIÇÕES DE NITIDEZ DE GAUSS

Johann Carl Friedrich Gauss foi um matemático e físico alemão que viveu no século XIX e contribuiu significativamente para o progresso da Matemática e da Física. Em um de seus trabalhos, publicado em 1840, fez uma análise da formação de imagens, estabelecendo condições para que ela apresentasse maior resolução e nitidez. Elas ficaram conhecidas como **condições de nitidez de Gauss**. São elas:

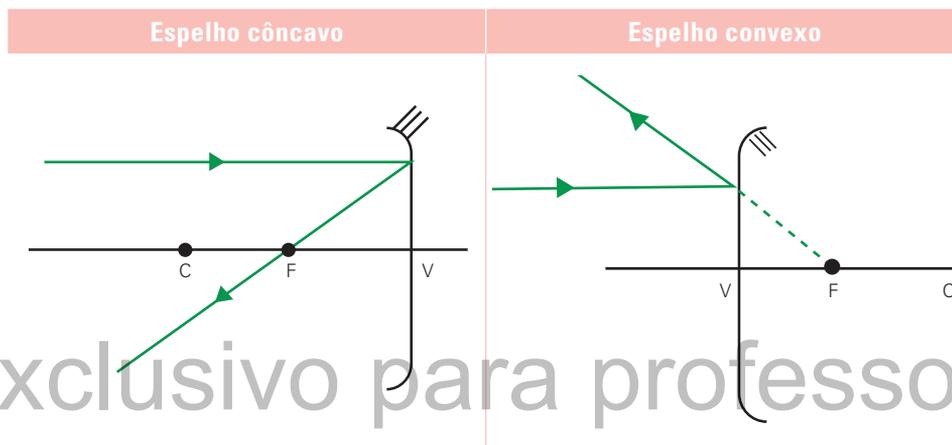
- 1ª: O ângulo de abertura do espelho deve ser pequeno ($\alpha < 10^\circ$), o que implica em um grande raio;
- 2ª: Os raios de luz incidentes do espelho devem ser paralelos ou pouco inclinados e devem estar próximos ao eixo principal.

Outra forma de se referir às condições de nitidez de Gauss é dizer que os raios de luz incidentes devem ser paraxiais ao espelho.

RAIOS NOTÁVEIS

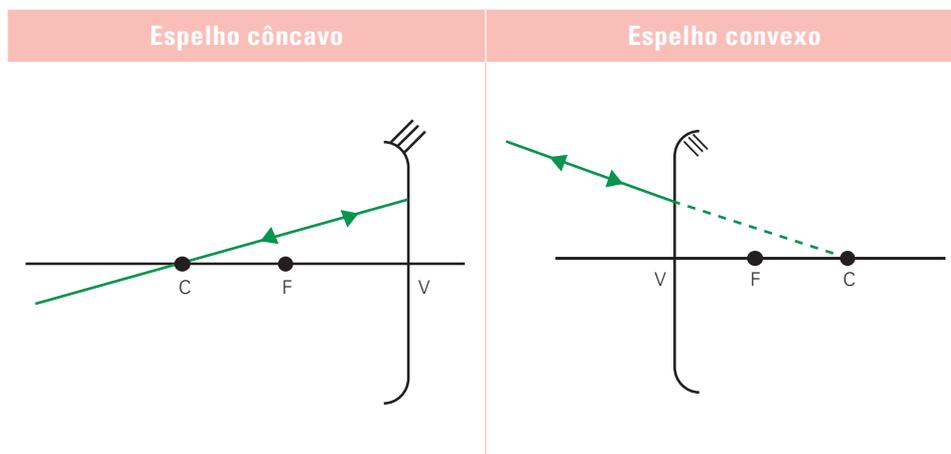
Para construir geometricamente a imagem de objetos em espelhos esféricos, podemos fazer uso das leis da refração, assim como fizemos com os espelhos planos. No entanto, conhecendo o comportamento de alguns raios de luz, conhecidos como notáveis, o processo torna-se bem mais simples.

1º raio notável: o raio que incidir paralelamente ao eixo principal deve sofrer reflexão e passar pelo foco, no caso de espelhos côncavos, ou apontar para o foco, no caso de espelhos convexos.

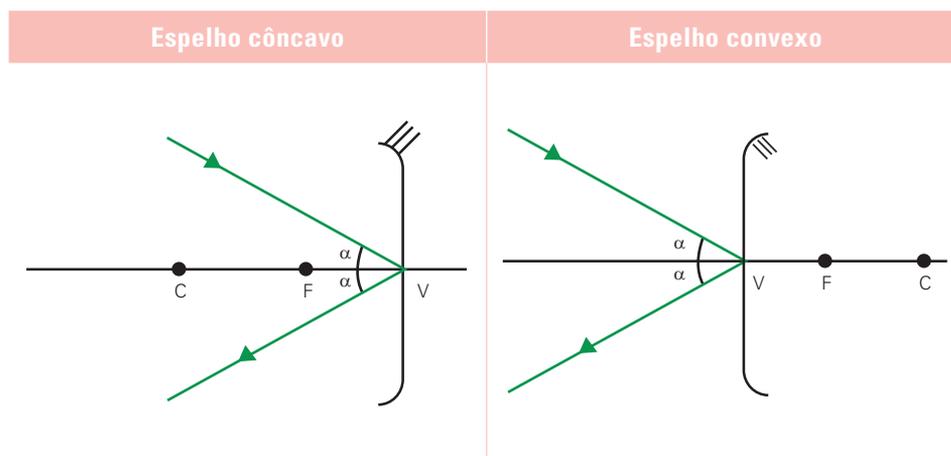


Pelo princípio da reversibilidade, o inverso também é válido. Dessa forma, se o raio incidir pelo foco, deve sair paralelo.

2º raio notável: o raio que incidir pelo centro de curvatura deve sofrer reflexão e passar por ele mesmo, no caso de espelhos côncavos, ou apontar para o centro, no caso de espelhos convexos.



3º raio notável: o raio que incidir pelo vértice deve sofrer reflexão e sair simetricamente ao eixo principal.



Construção geométrica de imagens em espelhos esféricos

Para construir geometricamente a imagem de um objeto real posicionado de forma perpendicular ao eixo principal, devemos utilizar pelo menos dois raios notáveis.

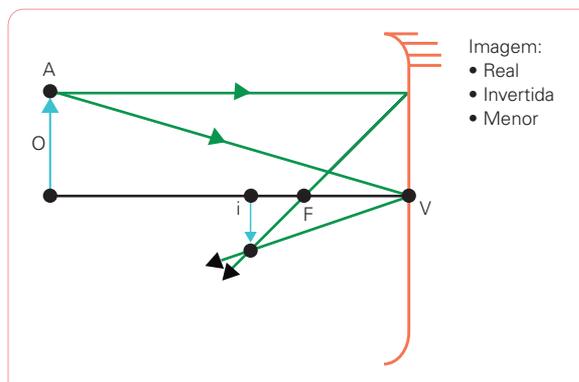
Os espelhos côncavos apresentam cinco casos distintos de imagens, um para cada posição que o objeto ocupar em relação ao eixo principal. Já os espelhos convexos contam com um único caso.

Em cada caso, classificaremos as imagens de acordo com a natureza, a orientação em relação ao eixo principal e o tamanho em relação ao objeto. Dessa forma:

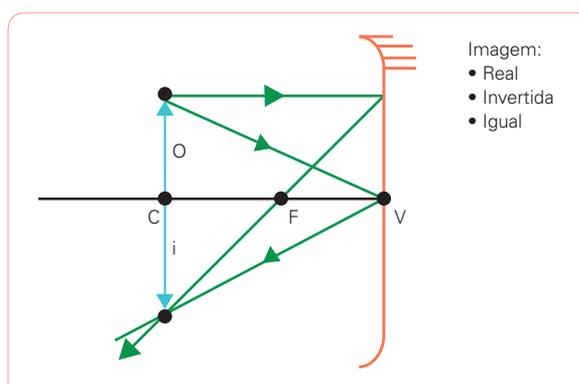
- **Natureza:** **real**, formada pelo cruzamento dos raios de luz; **virtual**, formada pelo cruzamento do prolongamento dos raios de luz; **imprópria**, ou no infinito, quando os raios não se cruzam.
- **Orientação:** **direita**, mesma posição em relação ao eixo principal do objeto; **invertida**, posição contrária à do objeto em relação ao eixo principal.
- **Tamanho:** **maior**, **menor** ou **igual** à altura do objeto.

ESPELHOS CÔNCAVOS

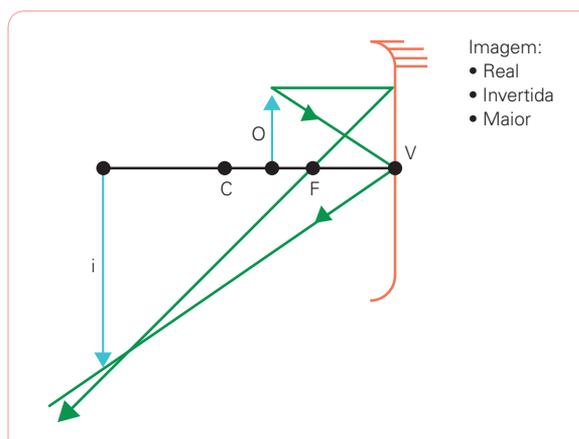
1º caso: objeto antes do centro de curvatura



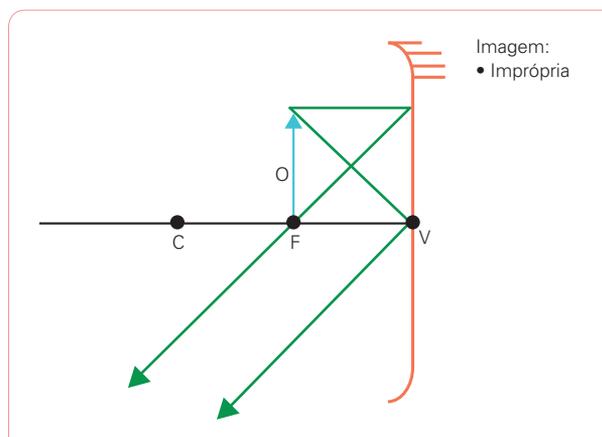
2º caso: objeto no centro de curvatura



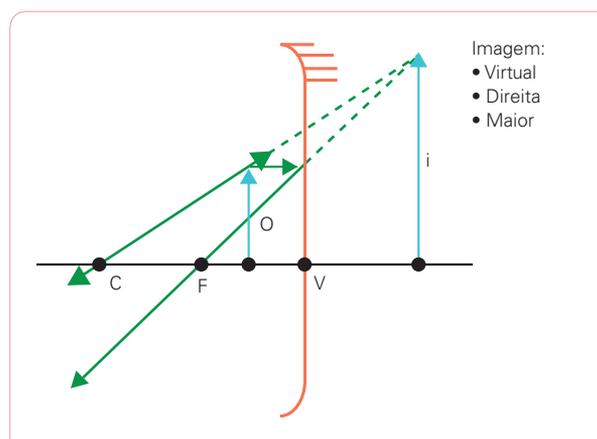
3º caso: objeto entre o centro de curvatura e o foco



4º caso: objeto no foco

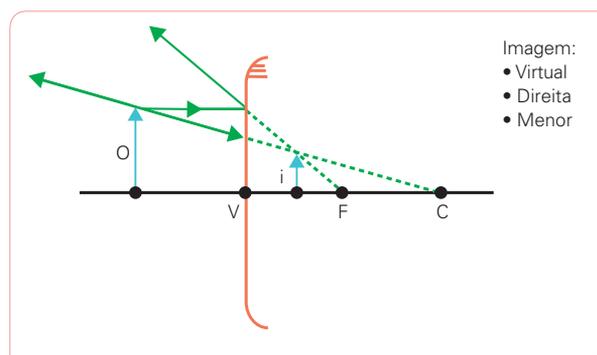


5º caso: objeto entre o foco e o vértice



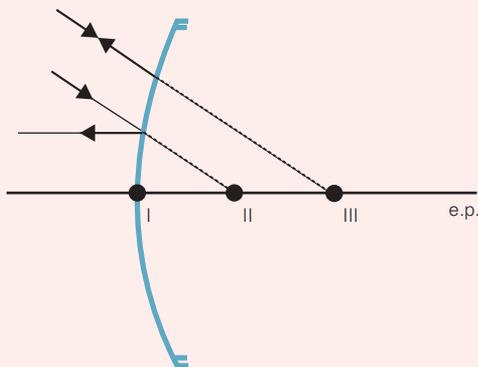
ESPELHOS CONVEXOS

Caso único: objeto posicionado na frente do espelho.



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. PUCCamp-SP – Com base na figura a seguir, que representa um espelho esférico convexo, em seu eixo principal e em dois raios de luz incidentes,



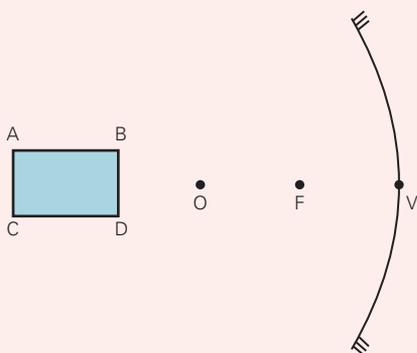
pode-se concluir que os pontos I, II e III são, desse espelho, respectivamente,

- a) foco, centro de curvatura e vértice.
- b) vértice, foco e centro de curvatura.**
- c) foco, vértice e centro da curvatura.
- d) vértice, centro de curvatura e foco.
- e) centro de curvatura, foco e vértice.

Resolução

O ponto I é o vértice, onde o espelho toca o eixo principal; o ponto II é o foco, pois o raio que incide na direção do foco reflete paralelo ao eixo principal; e o ponto III é o centro de curvatura, pois o raio que incide na direção do centro volta sobre ele mesmo.

2. UFG-GO – Um objeto retangular é colocado diante de um espelho côncavo, conforme representado na figura a seguir.

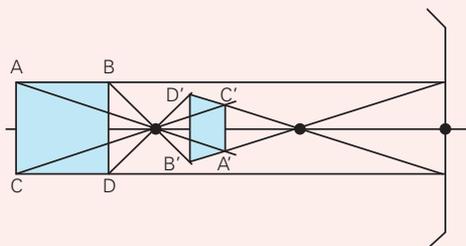


Para a situação apresentada, a imagem conjugada por esse espelho é

- a)**
- b)
- c)
- d)
- e)

Resolução

Traçando-se dois raios notáveis a partir de cada um dos quatro pontos, obtemos os respectivos pontos imagens, que formam a figura mostrada em A.



ROTEIRO DE AULA

Espelhos esféricos I

Espelho esférico convexo,
superfície refletora externa.

Espelho esférico côncavo,
superfície refletora interna.

Distância focal (f): é a distância entre o
foco e o vértice, ou seja, metade
do raio de curvatura.

Para satisfazer às condições de nitidez de
Gauss, os raios de luz incidentes devem
ser paraxiais ao espelho.

O raio que incidir paralelamente
ao eixo principal deve sofrer reflexão e
passar pelo foco, no caso de espelhos
côncavos, ou apontar para o foco, no caso
de espelhos convexos.

O raio que incidir pelo centro de
curvatura deve sofrer re-
flexão e passar por ele mesmo, no caso
de espelhos côncavos, ou apontar para o
centro, no caso de espelhos convexos.

O raio que incidir pelo vértice
deve sofrer reflexão e sair simetricamente
ao eixo principal.

Espelhos convexos só formam
imagens virtuais, direitas e menores que
o objeto.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **UEG-GO** – Os espelhos esféricos convexos possuem a propriedade de ampliar o campo visual do observador e, em razão disso, apresentam várias aplicações. As imagens fornecidas por esses espelhos

- a) são sempre reais, menores e invertidas.
- b) são sempre virtuais, maiores e invertidas.
- c) são sempre virtuais, menores e direitas.**
- d) são sempre reais, maiores e direitas.

Para um objeto real, os espelhos convexos conjugam sempre uma imagem virtual, direita e menor que o objeto. Em razão disso, eles ampliam o campo visual do observador.

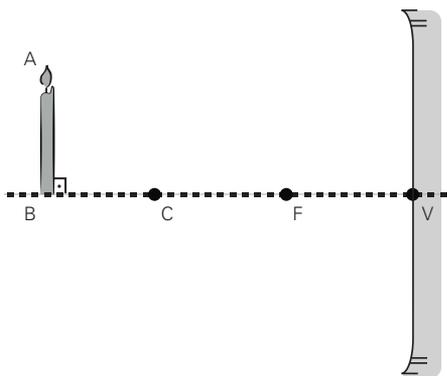
2. **Unitau-SP** – Os espelhos são instrumentos muito úteis na vida cotidiana. São usualmente classificados em planos e curvos. Os espelhos curvos mais comuns são o côncavo e o convexo.

Sobre os espelhos planos, côncavos e convexos, é totalmente correto afirmar que

- a) os espelhos planos fornecem imagens reais de objetos reais, ao passo que os espelhos côncavo e convexo fornecem imagens somente virtuais.
- b) os espelhos planos e convexos fornecem imagens virtuais de objetos reais, ao passo que os espelhos côncavos fornecem imagens virtuais e reais, dependendo da distância do objeto ao espelho.**
- c) os espelhos planos e côncavos fornecem imagens virtuais de objetos reais, ao passo que os espelhos convexos fornecem imagens virtuais e reais, dependendo da distância do objeto ao espelho.
- d) os espelhos planos e côncavos fornecem imagens reais de objetos reais, ao passo que os espelhos convexos fornecem imagens virtuais.
- e) os espelhos planos e convexos fornecem imagens virtuais e reais de objetos reais, ao passo que os espelhos côncavos fornecem imagens somente virtuais.

Os espelhos planos e convexos só fornecem imagens virtuais de objetos reais. Já os espelhos côncavos podem fornecer imagens reais e virtuais, dependendo da posição do objeto real.

3. Um objeto luminoso foi colocado diante de um espelho esférico côncavo. Com o auxílio de uma régua, trace alguns raios de luz para obter a imagem. Para as características da imagem formada, determine:



a) Natureza:

Real (pode ser projetada)

b) Localização:

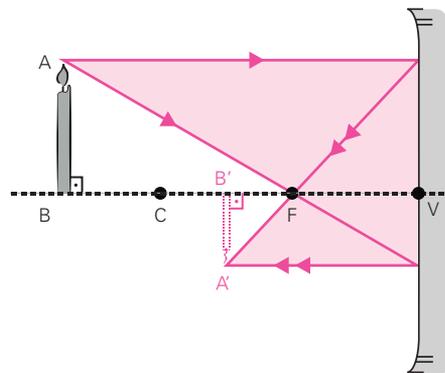
Entre C e F

c) Dimensões em relação ao objeto:

Menores

d) Orientação em relação ao objeto:

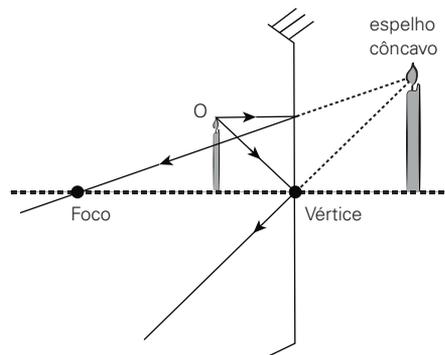
Invertida



4. **PUC-RS** – Um salão de beleza projeta instalar um espelho que aumenta 1,5 vez o tamanho de uma pessoa posicionada em frente a ele. Para o aumento ser possível e a imagem se apresentar direita (direta), a pessoa deve se posicionar, em relação ao espelho,

- a) antes do centro de curvatura.
- b) no centro de curvatura.
- c) entre o centro de curvatura e o foco.
- d) no foco.
- e) entre o foco e o vértice do espelho.**

Como se trata de objeto real, para que a imagem seja direita, ela deve também ser virtual. Então o objeto deve estar posicionado entre o foco e o vértice do espelho, como mostra a figura.



5. **UFTM-MG** – Uma loja especializada possui, fixo em uma parede, um mostruário com diversos modelos de espelhos esféricos. Uma pessoa coloca um lápis entre o vértice e o foco de um espelho esférico côncavo. A imagem conjugada pelo espelho é

- a) real, menor e invertida.
- b) real, maior e direita.
- c) virtual, maior e direita.**
- d) virtual, menor e invertida.
- e) virtual, menor e direita.

Para um objeto real colocado entre o foco e o vértice do espelho côncavo, a imagem conjugada é virtual, direita e maior que o objeto.

6. UFPA (adaptado)

C5-H17

Em 2016, ocorreram os Jogos Olímpicos no Brasil, e a tocha olímpica foi acesa, em frente ao templo de Hera, na Grécia, usando-se um espelho parabólico muito próximo de um espelho esférico de raio R , que produz o mesmo efeito com um pouco menos de eficiência. Esse tipo de espelho, consegue acender um elemento inflamável, usando a luz do Sol.

Pode-se afirmar que o elemento inflamável acende em razão de esse tipo de espelho

- a) refletir os raios do Sol, dispersando-os.
- b) refletir mais luz que os espelhos planos.
- c) refletir os raios do Sol, concentrando-os.**
- d) absorver bastante a luz do Sol.
- e) transmitir integralmente a luz do Sol.

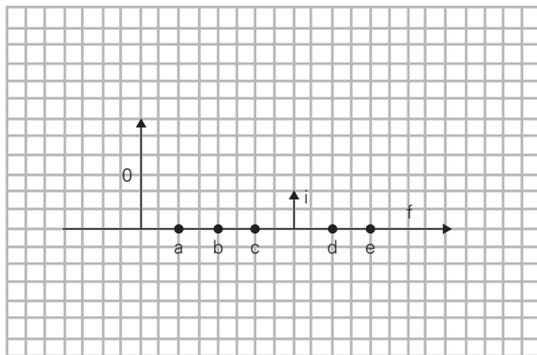
O espelho parabólico reflete os raios solares para um mesmo ponto (foco), onde toda energia refletida é concentrada.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Ufal – O esquema a seguir representa o eixo principal (r) de um espelho esférico, um objeto real O e sua imagem i conjugada pelo espelho.

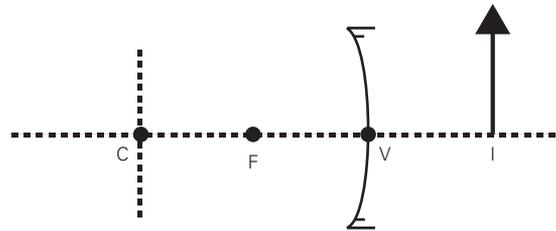


Considerando os pontos a, b, c, d, e, é correto afirmar que o espelho é

- a) côncavo e seu vértice se encontra em d.
 - b) côncavo e seu foco se encontra em c.
 - c) côncavo e seu centro se encontra em e.
 - d) convexo e seu vértice se encontra em c.
 - e) convexo e seu foco se encontra em e.
8. **Faceres Medicina** – Um objeto está próximo a um espelho côncavo. As características das imagens formadas no espelho quando o objeto se encontra entre o foco e o vértice do espelho são:
- a) Virtual, invertida e maior.
 - b) Real, invertida e maior.
 - c) Virtual, direita e menor.
 - d) Real, invertida e menor.
 - e) Virtual, direita e maior..

9. **Unicamp-SP** – Espelhos esféricos côncavos são comumente utilizados por dentistas, porque, dependendo da posição relativa entre objeto e imagem, eles permitem visualizar detalhes precisos dos dentes do paciente. Na figura a seguir, pode-se observar esquematicamente a imagem formada por um espelho côncavo. Fazendo

uso de raios notáveis, podemos dizer que a flecha que representa o objeto



C: Centro de curvatura
F: Foco
V: Vértice
I: Imagem

- a) se encontra entre F e V e aponta na direção da imagem.
 - b) se encontra entre F e C e aponta na direção da imagem.
 - c) se encontra entre F e V e aponta na direção oposta à imagem.
 - d) se encontra entre F e C e aponta na direção oposta à imagem.
10. **Mackenzie-SP** – Uma garota encontra-se diante de um espelho esférico côncavo e observa que a imagem direita de seu rosto é ampliada duas vezes. O rosto da garota só pode estar
- a) entre o centro de curvatura e o foco do espelho côncavo.
 - b) sobre o centro de curvatura do espelho côncavo.
 - c) entre o foco e o vértice do espelho côncavo.
 - d) sobre o foco do espelho côncavo.
 - e) antes do centro de curvatura do espelho côncavo.
11. **UEMG**
Tentando se equilibrar sobre a dor e o susto, Salinda contemplou-se no espelho. Sabia que ali encontraria a sua igual, bastava o gesto contemplativo de si mesma.
EVARISTO, Conceição. *Olhos D'água*, 2014, p. 57.
Um espelho, mais do que refletir imagens, leva-nos a refletir. Imagens reais, imagens virtuais. Imagens do nosso exterior e do nosso interior.
Salinda contemplou-se diante de um espelho e não se

viu igual, mas menor. Era a única alteração vista na sua imagem. Uma imagem menor.

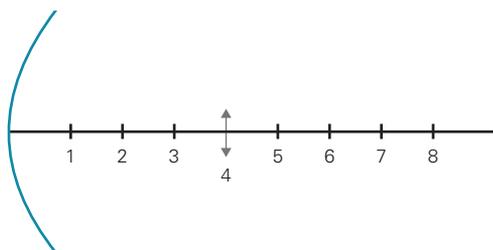
Diante disso, podemos afirmar que o espelho onde Salinda viu sua imagem refletida poderia ser

- convexo.
- plano.
- convexo ou plano, dependendo da distância.
- côncavo, que pode formar todo tipo de imagem.

12. UEMG – Muitos profissionais precisam de espelhos em seu trabalho. Porteiros, por exemplo, necessitam de espelhos que lhes permitam ter um campo visual maior, ao passo que dentistas utilizam espelhos que lhes fornecem imagens com maior riqueza de detalhes. Os espelhos mais adequados para esses profissionais são, respectivamente, espelhos

- planos e côncavos.
- planos e convexos.
- côncavos e convexos.
- convexos e côncavos.

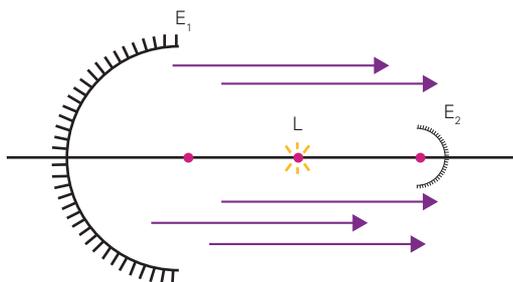
13. PUC-RS – A figura a seguir mostra um espelho côncavo e diversas posições sobre o seu eixo principal. Um objeto e sua imagem, produzida por esse espelho, são representados pelas flechas na posição 4.



O foco do espelho está no ponto identificado pelo número

- 1
- 2
- 3
- 4
- 8

14. Fuvest-SP – Um holofote é constituído por dois espelhos esféricos côncavos, E_1 e E_2 , de modo que a quase totalidade da luz proveniente da lâmpada L seja projetada pelo espelho maior E_1 , formando um feixe de raios quase paralelos. Nesse arranjo, os espelhos devem ser posicionados de forma que a lâmpada esteja, aproximadamente,



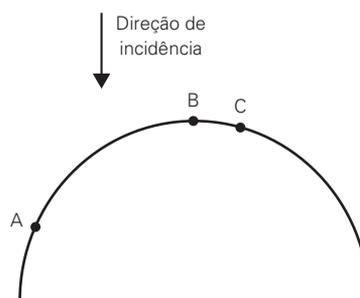
- nos focos dos espelhos E_1 e E_2 .
- no centro de curvatura de E_2 e no vértice de E_1 .
- no foco de E_2 e no centro de curvatura de E_1 .
- nos centros de curvatura de E_1 e E_2 .
- no foco de E_1 e no centro de curvatura de E_2 .

15. UEM-PR (adaptado) – Das afirmativas a seguir, assinale o que for correto.

- Uma imagem virtual não pode ser mostrada numa tela.
- Um espelho convexo nunca forma uma imagem real de um objeto real.
- Um espelho côncavo sempre forma uma imagem virtual.
- Um espelho côncavo nunca forma uma imagem real ampliada de um objeto real.
- A imagem virtual formada por um espelho côncavo é sempre menor que o objeto.
- Todos os raios paralelos ao eixo de um espelho esférico convergem para o mesmo ponto depois de refletidos. Esse ponto é o centro de curvatura do espelho.

Dê a soma dos números dos itens corretos.

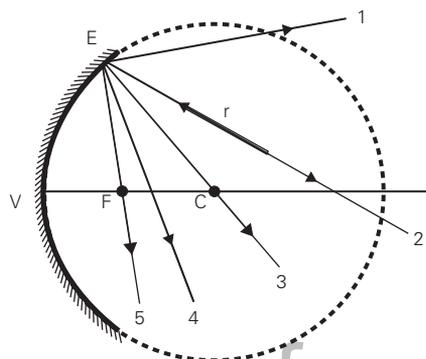
16. Fuvest-SP – Luz solar incide verticalmente sobre o espelho esférico convexo visto na figura a seguir.



Os raios refletidos nos pontos A, B e C do espelho têm, respectivamente, ângulos de reflexão θ_A , θ_B e θ_C , tais que

- $\theta_A > \theta_B > \theta_C$
- $\theta_A > \theta_C > \theta_B$
- $\theta_A < \theta_C < \theta_B$
- $\theta_A < \theta_B < \theta_C$
- $\theta_A = \theta_B = \theta_C$

17. PUC-RS – Na figura a seguir, ilustra-se um espelho esférico côncavo E e seus respectivos centros de curvatura (C), foco (F) e vértice (V). Um dos infinitos raios luminosos que incidem no espelho tem sua trajetória representada por r . As trajetórias de 1 a 5 referem-se a possíveis caminhos seguidos pelo raio luminoso refletido no espelho.



O número que melhor representa a trajetória percorrida pelo raio r , após refletir no espelho E , é

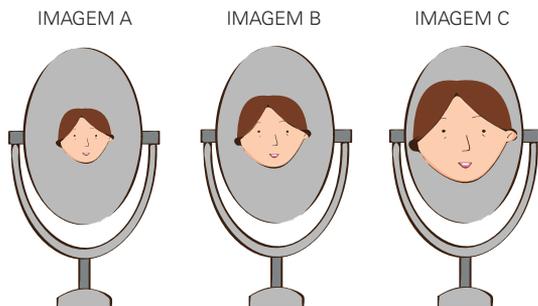
- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

ESTUDO PARA O ENEM

18. Unesp

C5-H17

Quando entrou em uma ótica para comprar novos óculos, um rapaz deparou-se com três espelhos sobre o balcão: um plano, um esférico côncavo e um esférico convexo, todos capazes de formar imagens nítidas de objetos reais colocados à sua frente. Notou ainda que, ao se posicionar sempre a mesma distância desses espelhos, via três diferentes imagens de seu rosto, representadas na figura a seguir.



Em seguida, associou cada imagem vista por ele a um tipo de espelho e classificou-as quanto às suas naturezas.

Uma associação correta feita pelo rapaz está indicada na alternativa

- a) o espelho A é o côncavo e a imagem conjugada por ele é real.
- b) o espelho B é o plano e a imagem conjugada por ele é real.
- c) o espelho C é o côncavo e a imagem conjugada por ele é virtual.
- d) o espelho A é o plano e a imagem conjugada por ele é virtual.
- e) o espelho C é o convexo e a imagem conjugada por ele é virtual.

19. UEA-AM

C5-H17

A figura mostra dois espelhos colocados em um cruzamento com a finalidade de aumentar a segurança no local para motoristas e pedestres.

As imagens das árvores mostradas nos espelhos da figura são direitas e menores do que as próprias árvores. Esses espelhos são



Disponível em: <www.alunosonline.com.br>.

- a) côncavos e as imagens são reais.
- b) convexos e as imagens são virtuais.
- c) côncavos e as imagens são virtuais.
- d) convexos e as imagens são reais.
- e) planos e as imagens são virtuais.

20. Mackenzie-SP

C5-H17

O uso de espelhos retrovisores externos convexos em automóveis é uma determinação de segurança do governo americano desde 1970, porque

- a) a imagem aparece mais longe que o objeto real, com um aumento do campo visual, em relação ao de um espelho plano.
- b) a distância da imagem é a mesma que a do objeto real em relação ao espelho, com aumento do campo visual, em relação ao de um espelho plano.
- c) a imagem aparece mais perto que o objeto real, com um aumento do campo visual, em relação ao de um espelho plano.
- d) a imagem aparece mais longe que o objeto real, com uma redução do campo visual, em relação ao de um espelho plano.
- e) a distância da imagem é maior que a do objeto real em relação ao espelho, sem alteração do campo visual, quando comparado ao de um espelho plano.

ESPELHOS ESFÉRICOS

14

Sloot/Stockphoto.com



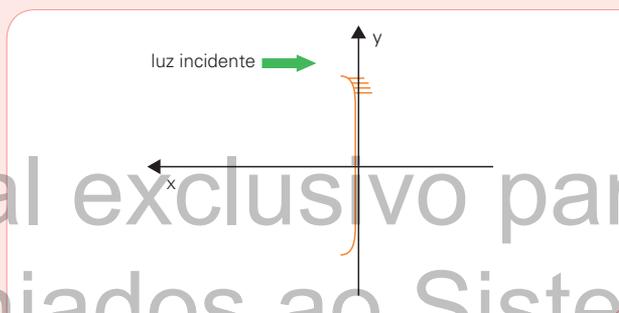
Forno solar de Odeillo.

Neste módulo, continuaremos o estudo dos espelhos esféricos, determinando as imagens de maneira analítica. Utilizaremos as equações de Gauss para determinar as características das imagens formadas por espelhos esféricos, como a distância focal, a distância do objeto ao espelho, a distância da imagem ao espelho, o tamanho do objeto e o tamanho da imagem. Essas grandezas são úteis para a construção de espelhos, como o espelho côncavo do forno solar de Odeillo, na França.

Referencial de Gauss

Para determinar as características da imagem utilizando as equações de Gauss, devemos adotar o seguinte referencial:

- para o eixo das abscissas (x): o sentido adotado deve ser contrário ao da luz incidente;
- para o eixo das ordenadas (y): o sentido adotado deve ser de baixo para cima.



Referencial de Gauss.

- Referencial de Gauss
- Determinação analítica das imagens
- Equação de Gauss
- Equação do aumento

HABILIDADES

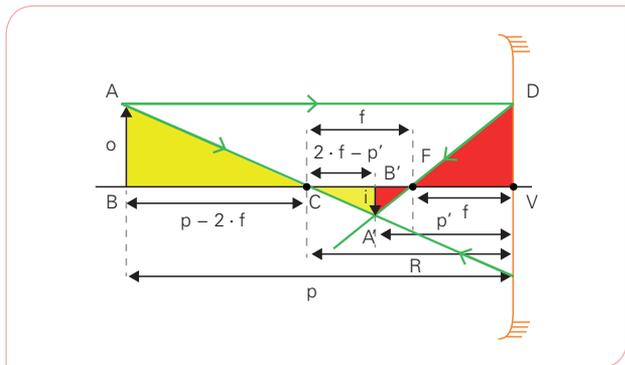
- Compreender o referencial de Gauss.
- Aplicar as equações de Gauss, analisando fisicamente o significado dos resultados obtidos.

CONVENÇÕES E CONSEQUÊNCIAS DO REFERENCIAL DE GAUSS

Grandeza	Sinal de acordo com referencial de Gauss
f é a distância focal.	Espelho côncavo $f > 0$ Espelho convexo, $f < 0$
p é a distância do objeto ao vértice.	Objeto real, $p > 0$ Objeto virtual, $p < 0$
p' é a distância da imagem ao vértice.	Imagem real, $p' > 0$ Imagem virtual, $p' < 0$
o é altura do objeto.	Objeto direito, $o > 0$ Objeto invertido, $o < 0$
i é altura da imagem.	Imagem direita, $i > 0$ Imagem invertida, $i < 0$

Equações de Gauss

Vamos considerar o primeiro caso de construção geométrica de imagens, estudado no módulo anterior. Nesse caso, o objeto real de tamanho (o) é posicionado a uma distância (p) do espelho côncavo de distância focal (f), e p é maior que o raio (R).



Utilizando os dois primeiros raios notáveis, foi possível determinar geometricamente a posição da imagem em relação ao espelho (p'), bem como seu tamanho (i). Também foi possível a delimitação de quatro triângulos retângulos, os quais estão em destaque na ilustração. Para demonstrar a equação de Gauss, utilizaremos o referencial de Gauss e a semelhança de triângulos, dois a dois.

Entre os triângulos ABC e A'B'C, temos que:

$$\frac{-i}{o} = \frac{2 \cdot f - p'}{p - 2 \cdot f} \quad (1)$$

Entre os triângulos FVD e FA'B', temos que:

$$\frac{-i}{o} = \frac{p' - f}{f} \quad (2)$$

Observação

O sinal negativo para i nas equações (1) e (2) decorre do referencial de Gauss (imagem invertida).

Igualando as equações (1) e (2) e dividindo ambos os membros por $p \cdot p' \cdot f$, temos que:

$$\frac{2 \cdot f - p'}{p - 2 \cdot f} = \frac{p' - f}{f}$$

$$p \cdot p' = p \cdot f + p' \cdot f$$

$$\frac{p \cdot p'}{p \cdot p' \cdot f} = \frac{p \cdot f}{p \cdot p' \cdot f} + \frac{p' \cdot f}{p \cdot p' \cdot f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

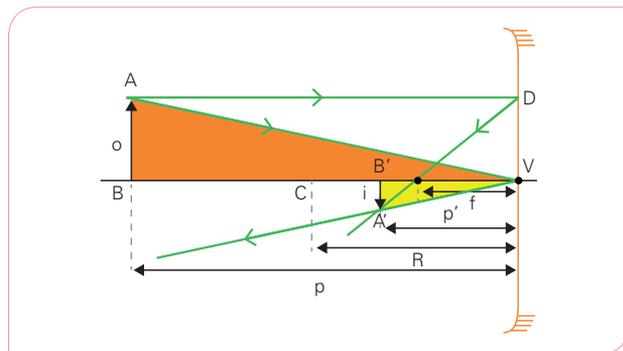
Equação de Gauss

A última equação é conhecida como equação dos pontos conjugados de Gauss, ou somente equação de Gauss.

Como geralmente estamos interessados em obter o foco, podemos escrever a equação de Gauss da seguinte forma:

$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'}$$

Voltando a observar o primeiro caso da construção geométrica de imagens para espelhos côncavos, utilizando o primeiro e o terceiro raios notáveis, temos que:



Novamente, empregando o referencial de Gauss, a semelhança de triângulos, temos.

Entre os triângulos A'B'V e ABV, temos que:

$$\frac{-i}{o} = \frac{p'}{p}$$

Ou podemos escrever que:

$$A = \frac{i}{o} = \frac{-p'}{p}$$

Equação do aumento

Nessa equação, A representa o aumento linear.

Essa grandeza permite saber se a imagem é direita ou invertida e se ela é maior, menor ou igual ao tamanho do objeto.

Resumidamente, temos:

Grandeza	Sinal de acordo com o referencial de Gauss
A é o aumento linear.	Imagem direita, $A > 0$
	Imagem invertida, $A < 0$
	Imagem menor que o objeto, $0 < A < 1$
	Imagem igual ao objeto, $ A = 1$
	Imagem maior que o objeto, $ A > 1$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. UERN – Um homem, para se barbear, utiliza um espelho côncavo e verifica que a imagem formada no espelho fica invertida e do mesmo tamanho de seu rosto quando este se encontra a 60 cm do espelho. Desejando obter uma imagem direita e ampliada três vezes, o homem deverá

- a) se afastar 10 cm do espelho.
- b) se afastar 15 cm do espelho.
- c) se aproximar 20 cm do espelho.
- d) se aproximar 40 cm do espelho.**

Resolução

$$f = \frac{R}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}$$

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} = 3$$

$$p' = -3 \cdot p$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

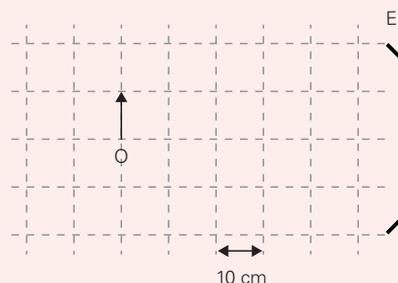
$$\frac{1}{30} = \frac{1}{3} + \frac{1}{-3 \cdot p}$$

$$p = 20 \text{ cm}$$

Portanto, ele deverá se aproximar 40 cm do espelho.

Alternativa correta: D

2. UFRGS-RS – Observe a figura a seguir.



Na figura, E representa um espelho esférico côncavo com distância focal de 20 cm, e O, um objeto extenso colocado a 60 cm do vértice do espelho.

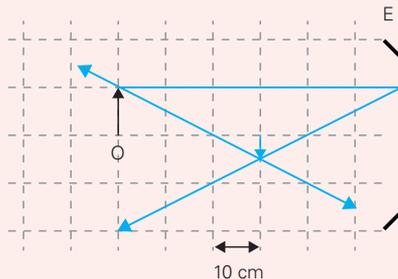
Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado a seguir, na ordem em que aparecem.

A imagem do objeto formada pelo espelho é _____, _____ e situa-se a _____ do vértice do espelho.

- a) real – direita – 15 cm
- b) real – invertida – 30 cm**
- c) virtual – direita – 15 cm
- d) virtual – invertida – 30 cm
- e) virtual – direita – 40 cm

Resolução

Graficamente, temos:



$$p' = 30 \text{ cm}$$

ROTEIRO DE AULA

ESPELHOS ESFÉRICOS II

Referencial de Gauss

Para o eixo das abscissas (x): o sentido adotado deve ser

_____ **contrário** _____ ao da luz incidente.

Para o eixo das ordenadas (y): o sentido adotado deve ser de

_____ **baixo** _____ para _____ **cima** _____.

f é a distância focal.

Espelho _____ **côncavo** _____, $f > 0$

Espelho _____ **convexo** _____, $f < 0$

p é a distância do objeto ao vértice.

Objeto _____ **real** _____, $p > 0$

Objeto _____ **virtual** _____, $p < 0$

p' é a distância da imagem ao vértice.

Imagem real, $p' > 0$

Imagem virtual, $p' < 0$

A é o aumento linear.

Imagem _____ **direita** _____, $A > 0$

Imagem _____ **invertida** _____, $A < 0$

Imagem _____ **menor** _____ que o objeto,

$0 < |A| < 1$ Imagem igual ao objeto, $|A| = 1$

Imagem _____ **maior** _____ que o objeto, $|A| > 1$

Equação dos pontos conjugados de Gauss

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Equação do aumento

$$A = \frac{p'}{p} = -\frac{p'}{p}$$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. UFU-MG – Uma pessoa projeta em uma tela a imagem de uma lâmpada, porém, em um tamanho quatro vezes maior do que seu tamanho original. Para isso, ela dispõe de um espelho esférico e coloca a lâmpada a 60 cm de seu vértice.

Com base na situação descrita, responda ao que se pede:

a) Que tipo de espelho foi usado e permitiu esse resultado? Justifique matematicamente sua resposta.

Como a imagem é projetada em uma tela, ela é real. Toda imagem real de um objeto real é invertida e o texto diz que a imagem é ampliada, ou seja, maior. Logo, o único espelho esférico que pode conjugar uma imagem real é o côncavo.

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$-4 = -\frac{p'}{60} \Rightarrow p' = 240 \text{ cm}$$

Aplicando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad (2)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{60} + \frac{1}{240} \Rightarrow f = 48 \text{ cm}$$

O espelho é côncavo, pois $f > 0$.

b) Se um outro objeto for colocado a 10 cm do vértice desse mesmo espelho, a que distância dele a imagem será formada?

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{48} = \frac{1}{10} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' \approx -12,6 \text{ cm}$$

Sendo assim, a imagem está a 12,6 cm do vértice do espelho para "dentro do espelho".

2. FMJ-SP – Um professor quer projetar *slides* numa tela a uma distância de 10,0 m do projetor. Sabendo-se que o espelho do projetor é côncavo e que sua distância focal é de 2,0 cm, a distância aproximada, em cm, em que cada *slide* deve se situar em relação ao espelho é

- a) 5,0
- b) 0,5
- c) 10,0
- d) 1,0
- e) 2,0

Aplicando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1000} + \frac{1}{p'}$$

$$p' \approx 2 \text{ cm}$$

3. UPE – Um objeto foi colocado sobre o eixo principal de um espelho côncavo de raio de curvatura igual a 6,0 cm. Com base nesse fato, é possível observar que uma imagem real foi formada a 12,0 cm de distância do vértice do espelho. Dessa forma, é correto afirmar que o objeto se encontra a uma distância do vértice do espelho igual a

- a) 2,0 cm.
- b) 4,0 cm.
- c) 5,0 cm.
- d) 6,0 cm.
- e) 8,0 cm.

A distância focal do espelho é dada por:

$$f = \frac{R}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$$

Aplicando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{p} + \frac{1}{12} \Rightarrow p = 4 \text{ cm}$$

4. Um objeto luminoso de 2 cm de altura é posicionado perpendicularmente sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo, cuja distância focal vale 10 cm e está a 20 cm. Sabendo-se que o espelho satisfaz às condições de Gauss, as características da imagem por ele formada são

- a) 2 cm de altura, real e invertida em relação ao objeto.
- b) 4 cm de altura, real e invertida em relação ao objeto.
- c) 6 cm de altura, real e direita em relação ao objeto.
- d) 2 cm de altura, virtual e invertida em relação ao objeto.
- e) 4 cm de altura, virtual e direita em relação ao objeto.

Aplicando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{20} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = 20 \text{ cm}$$

$p' > 0 \Rightarrow$ imagem real

O aumento linear transversal (A) é dado por:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{i}{2} = -\frac{20}{20} \Rightarrow i = -2 \text{ cm}$$

$i < 0 \Rightarrow$ imagem invertida

5. Num anteparo a 60 cm de um espelho esférico, forma-se uma imagem nítida de um objeto real situado a 20 cm do espelho. Determine:

a) a natureza do espelho;

Imagens projetadas só podem ser reais. Assim, a imagem gerada é real.

Como objeto e imagem são reais, o espelho é **côncavo**.

b) a distância focal e o raio de curvatura do espelho.

Passando-se os dados:

$$p' = 60 \text{ cm e } p = 20 \text{ cm}$$

Da equação de Gauss, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60} \Rightarrow f = 15 \text{ cm}$$

Como: $R = 2f$, temos:

$$R = 30 \text{ cm}$$

6. PUCCamp-SP

C1-H1

O espelho esférico convexo de um retrovisor de automóvel tem raio de curvatura de 80 cm. Esse espelho conjuga, para certo objeto sobre o seu eixo principal, imagem 20 vezes menor. Nessas condições, a distância do objeto ao espelho, em metros, é de

a) 1,9

b) 3,8

c) 7,6

d) 9,5

e) 12

$$|R| = 80 \text{ cm} \Rightarrow f = -40 \text{ cm}$$

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

$$i = \frac{o}{20} \Rightarrow A = \frac{1}{20}$$

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{1}{20} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p = -20 p'$$

Aplicando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow -\frac{1}{40} = \frac{1}{-20p'} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = -38 \text{ cm}$$

$$p = -20 p' \Rightarrow p = -20 \cdot (-38) = 760 \text{ cm} = 7,6 \text{ m}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. FMJ-SP – Um objeto é colocado perpendicularmente sobre o eixo principal de um espelho esférico de distância focal 2 m, que atende às condições de nitidez de Gauss. A imagem formada é virtual, direita e com o dobro do comprimento do objeto. Nas condições descritas, relativas à natureza e à posição da imagem formada, determine

a) o tipo do espelho esférico empregado;

b) a distância, em metros, do objeto ao vértice do espelho esférico.

8. Unimontes-MG – Um objeto a 20 cm de distância de um espelho tem sua imagem formada a 12 cm dele. Se a imagem formada é real, o tipo de espelho e o seu foco em centímetros são, respectivamente,

a) convexo, -7,5

b) côncavo, 15

c) côncavo, 7,5

d) convexo, -15

9. Unioeste-PR – Um espelho esférico convexo de distância focal igual a 22,5 cm forma, de um objeto real, uma imagem com um terço do tamanho dele. Considerando satisfatórias as condições de nitidez de Gauss, assinale a alternativa correta.

a) A distância do objeto ao espelho é igual a 60,0 cm.

b) A distância da imagem ao espelho é igual a 15,0 cm.

c) A imagem é real.

d) A distância entre o objeto e a imagem é igual a 30,0 cm.

e) A imagem é invertida em relação ao objeto.

10. Udesc – Um aluno coloca seu rosto a uma distância de 40,0 cm de um espelho convexo de distância focal igual a 10,0 cm. A alternativa que representa corretamente a posição e as características da imagem do seu rosto formada pelo espelho é

a) +10,0 cm, imagem virtual e invertida, 4 vezes menor.

b) -8,0 cm, imagem virtual e direita, 5 vezes menor.

c) +10,0 cm, imagem virtual e invertida, 5 vezes menor.

d) -8,0 cm, imagem real e direita, 5 vezes menor.

11. Mackenzie-SP – Obedecendo às condições de Gauss, um espelho esférico fornece, de um objeto retilíneo de altura y , colocado perpendicularmente ao seu eixo principal, uma imagem direita e de altura $2 \cdot y$. A distância entre essa imagem e o objeto é de 30 cm. O raio de curvatura desse espelho mede

a) 10 cm.

b) 20 cm.

c) 30 cm.

d) 40 cm.

e) 50 cm.

12. FURG-RS – Considere a frase a seguir:

Um objeto colocado a uma distância de 10 cm de um espelho curvo gera uma imagem virtual ampliada em 2 vezes, sendo o espelho do tipo _____ com distância focal de _____ cm.

A melhor opção para preencher as lacunas é

- a) côncavo, 20/3
- b) côncavo, 20
- c) convexo, 20/3
- d) convexo, 20
- e) plano, 10

13. UFU-MG – Um objeto de 4 cm de altura é colocado à distância de 10 cm de um espelho côncavo, cuja distância focal é de 60 cm. Nessa configuração, sua imagem terá

- a) 4,0 cm de altura, será direita, real e localizada a 10 cm do vértice do espelho.
- b) 4,8 cm de altura, será direita, virtual e localizada a 12 cm do vértice do espelho.
- c) 4,8 cm de altura, será invertida, virtual e localizada a 12 cm do vértice do espelho.
- d) 2,0 cm de altura, será invertida, real e localizada a 5 cm do vértice do espelho.

14. Uerj – Um lápis é colocado perpendicularmente à reta que contém o foco e o vértice de um espelho esférico côncavo.

Considere os seguintes dados:

- comprimento do lápis = 10 cm;
- distância entre o foco e o vértice = 40 cm;
- distância entre o lápis e o vértice = 120 cm.

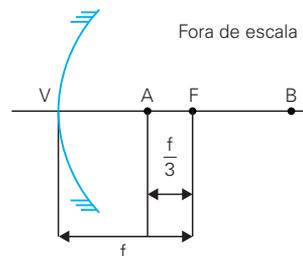
Calcule o tamanho da imagem do lápis.

15. PUC-PR – Um espelho côncavo produz uma imagem real invertida do mesmo tamanho de um objeto situado a 40 cm de distância.

Podemos afirmar que a distância focal do espelho é

- a) 20 cm.
- b) 40 cm.
- c) 10 cm.
- d) 80 cm.
- e) 120 cm.

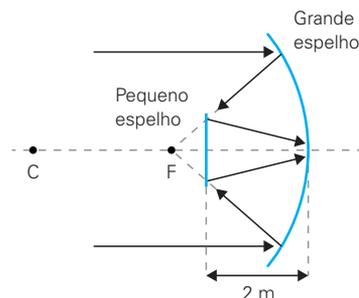
16. IJSO Brasil – Um espelho esférico côncavo possui vértice V e foco principal F. Sua distância focal é $f = 10$ cm. Dois pontos luminosos, A e B, são colocados sobre o eixo principal do espelho, conforme indica a figura.



A imagem de A é A' e a de B é B', coincidente com o próprio B. A distância entre A' e B' é igual a

- a) 10 cm.
- b) 20 cm.
- c) 30 cm.
- d) 40 cm.
- e) 50 cm.

17. UFJF-MG – A luz de um feixe paralelo de um objeto distante atinge um grande espelho, de raio de curvatura $R = 5,0$ m, de um poderoso telescópio, como mostra a figura. Após atingir o grande espelho, a luz é refletida por um pequeno espelho, também esférico e não plano como parece, que está a 2 m do grande. Sabendo que a luz é focalizada no vértice do grande espelho esférico, responda ao que se pede nos itens seguintes.



a) O objeto no ponto F, para o pequeno espelho, é real ou virtual? Justifique sua resposta.

b) Calcule o raio de curvatura r do pequeno espelho.

c) O pequeno espelho é côncavo ou convexo? Justifique sua resposta.

ESTUDO PARA O ENEM

18. Uepa-PA

C5-H17

Num tratamento dentário, é comum o odontólogo usar um pequeno espelho para observar as características do dente do paciente. Considere um dente de 0,8 cm de altura, posicionado a 1,0 cm de um espelho côncavo de distância focal igual a 5,0 cm. Com base nessas informações, o tamanho da imagem que o odontólogo consegue ver, em cm, é igual a

- a) 0,6
- b) 0,8
- c) 1,0
- d) 1,2
- e) 1,4

19. Puccamp-SP

C5- H17

Uma vela acesa foi colocada a uma distância p do vértice de um espelho esférico côncavo de 1,0 m de distância focal. Verificou-se que o espelho projetava em uma parede uma imagem da chama dessa vela, ampliada 5 vezes.

O valor de p , em cm, é

- a) 60
- b) 90
- c) 100
- d) 120
- e) 140

20. OPF-SP

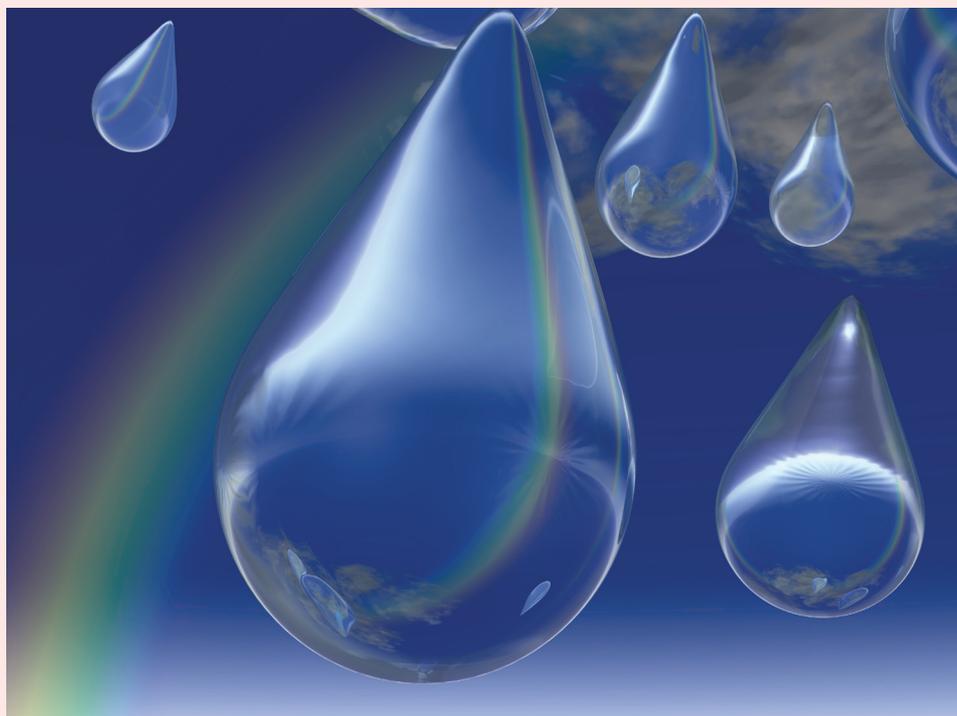
C5-H17

Nos ônibus que circulam nas cidades brasileiras, é comum vermos espelhos retrovisores que não são planos. Seu objetivo é ampliar o campo de visão do motorista. Considere que um carro tenha 2 m de altura e esteja a 3 m do espelho cuja distância focal, em módulo, é 0,25 m. Qual é o tipo de espelho que está sendo utilizado no ônibus e qual o tamanho da imagem do carro?

- a) Convexo; a imagem é 13 vezes menor.
- b) Côncavo; a imagem é 13 vezes maior.
- c) Convexo; a imagem é 11 vezes menor.
- d) Côncavo; a imagem é 11 vezes menor.
- e) Convexo; a imagem é 11 vezes maior.

REFRAÇÃO I

15



TRUELIGHT/STOCKPHOTO.COM

Dispersão da luz em gotas d'água.

Neste módulo, daremos início ao estudo da refração luminosa. Nos módulos de ondulatória, estudamos a refração das ondas mecânicas e eletromagnéticas. Em razão da grande quantidade de fenômenos ópticos associados à refração, dentre os quais podemos citar a formação de miragens e do arco-íris, como o da imagem de abertura, estudaremos neste e no próximo módulo as leis que regem esses fenômenos, suas causas e aplicações.

Refração da luz

O fenômeno da refração luminosa ocorre quando um raio de luz atinge a superfície de separação de um meio e atravessa-o, sofrendo alteração na velocidade de propagação. Como exemplo, podemos citar a luz passando do ar para a água nas gotas da imagem de abertura. Nessa situação, ocorre uma mudança na velocidade em que a luz se propaga, que pode estar acompanhada de um desvio na sua trajetória. O desvio, se houver, depende do ângulo de incidência do raio de luz com a reta normal, como veremos mais adiante.

A frequência da luz incidente só depende da fonte; dessa forma, permanece constante na refração. Como necessariamente temos mudança na velocidade, o comprimento de onda também se altera. De acordo com a equação fundamental da ondulatória ($v = \lambda \cdot f$), a velocidade de propagação e o comprimento de onda são diretamente proporcionais; se houver aumento na velocidade, haverá aumento no comprimento de onda, e o mesmo ocorrerá caso haja diminuição.

- Índice de refração
- Leis da refração

HABILIDADES

- Descrever fenômenos ondulatórios, como reflexão e refração.
- Reconhecer as características de propagação e os fenômenos de refração e reflexão da luz em meios materiais.
- Aplicar os conceitos de reflexão e refração para a compreensão de fenômenos ondulatórios em situações diversas.
- Aplicar as leis de Snell-Descartes em situações que envolvem refração.

Refração é a alteração provocada na velocidade de propagação da luz, quando esta muda de meio.

Observação

Toda refração é acompanhada por uma reflexão, pois parte da luz incidente retorna ao meio original.

Índice de refração

ÍNDICE DE REFRAÇÃO ABSOLUTO

Uma das formas de caracterizar um determinado meio de propagação da luz, como o ar ou a água, é estabelecendo como ele afeta sua velocidade de propagação. Dessa forma, o **índice de refração absoluto de um meio (n)** estabelece uma comparação entre a velocidade de propagação da luz no meio (v) e a da luz no vácuo (c). Ele pode ser calculado pela razão entre as duas velocidades.

$$n = \frac{c}{v}$$

Na equação anterior, o valor de n deverá ser maior ou igual a um, pois o maior valor de v possível é a própria velocidade da luz c , que ocorre quando o meio em que ela se propaga é o vácuo. Qualquer outro meio de propagação terá, portanto, índice de refração absoluto maior que um. Por exemplo, no ar, o índice de refração (0 °C e 1 atm) é aproximadamente 1,0000292, logo, para efeitos didáticos, utilizaremos 1. Desse modo, consideremos que a luz se propaga no ar com a mesma velocidade com que se propaga no vácuo ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s). Já para a água (20 °C e 1 atm), o valor é aproximadamente 1,33, ou seja, a luz propaga-se no vácuo com uma velocidade 33,3% maior que na água. Segue tabela para alguns meios materiais.

Meio material	n
Ar seco (0 °C, 1 atm)	≈ 1 (1,000292)
Gás carbônico (0 °C, 1 atm)	≈ 1 (1,00045)
Gelo (-8 °C)	1,310
Água (20 °C)	1,333
Etanol (20 °C)	1,362
Glicerina	1,470
Monoclorobenzeno	1,527
Vidros	de 1,4 a 1,7
Diamante	2,417

ÍNDICE DE REFRAÇÃO RELATIVO

Quando estamos examinando o comportamento da luz em dois meios, por exemplo, ar-água ou água-diamante, é útil trabalhar com o **índice de refração relativo**. Esse índice estabelece uma comparação direta entre os meios em questão; logo, pode ser calculado

pela razão entre os índices de refração absoluto dos dois meios quaisquer.

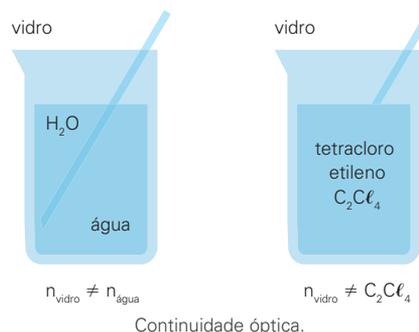
$$n_{A;B} = \frac{n_A}{n_B}$$

A equação anterior permite calcular o índice de refração do meio A em relação ao meio B, por exemplo, o $n_{\text{ar-água}}$.

Caso o índice de refração relativo seja:

- menor que 1, dizemos que o meio A é menos refringente que o meio B ($n_A < n_B$).
- maior que 1, dizemos que o meio A é mais refringente que o meio B ($n_A > n_B$).
- igual a 1, dizemos que o meio A é tão refringente quanto o meio B ($n_A = n_B$).

Quando o índice de refração relativo é igual a 1, podemos dizer que existe continuidade óptica entre os meios.

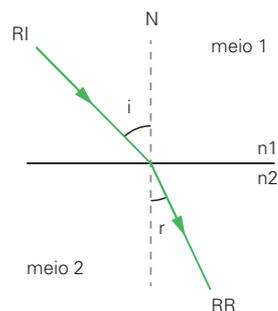


Na água, é possível enxergar o bastão de vidro, pois os índices de refração absolutos são diferentes. Como os índices de refração absolutos do tetracloreto de etileno e do bastão de vidro são iguais, o índice de refração relativo será 1; assim, não será possível distinguir o vidro do bastão e o tetracloreto de etileno, caracterizando a continuidade óptica.

Leis da refração

As leis da refração também são consequências do princípio do tempo mínimo, apresentado no módulo sobre espelhos planos.

Primeira lei: o raio incidente (RI), o raio refratado (RR) e a reta normal (N) são coplanares.



De acordo com a primeira lei, RI, RR e N são coplanares, ou seja, estão em um mesmo plano, por exemplo, o plano da folha. O ângulo de incidência (i) é formado entre o raio incidente e a reta normal (N); o ângulo de refração (r) é formado entre o raio refratado e a reta normal (N).

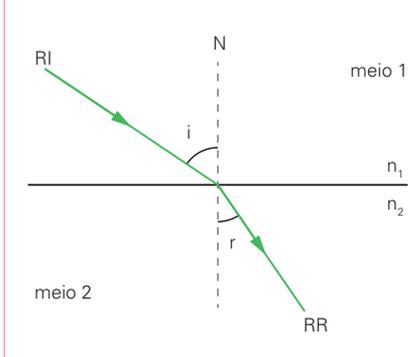
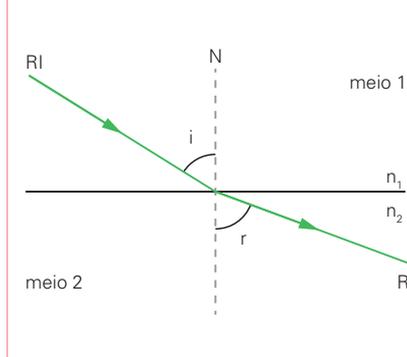
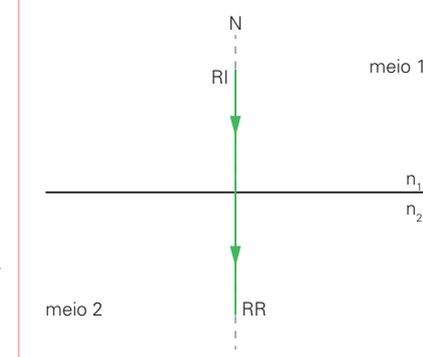
Segunda lei: o produto do índice de refração, do meio pelo qual a luz incide, pelo seno do ângulo de incidência (i), é igual ao produto do índice de refração, do meio pelo qual a luz refrata pelo seno do ângulo de refração (r).

A segunda lei, também conhecida como lei de Snell-Descartes, pode ser escrita em forma de equação.

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r$$

Lei de Snell-Descartes

CONSEQUÊNCIAS DA LEI DE SNELL-DESCARTES

$0^\circ < i < 90^\circ$	$0^\circ < i < 90^\circ$	$i = 0^\circ$
Se $n_1 < n_2$, o meio 2 é mais refringente que o meio 1, portanto, o raio de luz aproxima-se da reta normal ($r < i$).	Se $n_1 > n_2$, o meio 1 é mais refringente que o meio 2, portanto, o raio de luz afasta-se da reta normal ($r > i$).	Se a incidência for normal, não haverá desvio do raio refratado.
		

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. EEAR-SP – O vidro tem índice de refração absoluto igual a 1,5. Sendo a velocidade da luz no ar e no vácuo aproximadamente igual a $3 \cdot 10^8$ m/s, pode-se calcular que a velocidade da luz no vidro é igual a

- a) $2 \cdot 10^5$ m/s.
b) $2 \cdot 10^5$ km/s.
 c) $4,5 \cdot 10^8$ m/s.
 d) $4,5 \cdot 10^8$ km/s.

Resolução

$$n = \frac{c}{v}$$

$$1,5 = \frac{3 \cdot 10^8}{v}$$

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5}$$

$$v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 2 \cdot 10^5 \text{ km/s}$$

2. PUC-RJ – Um feixe luminoso proveniente de um *laser* propaga-se no ar e incide sobre a superfície horizontal da água fazendo um ângulo de 45° com a vertical. O ângulo que o feixe refratado forma com a vertical é

Dados:

Índice de refração no ar: 1,0
 Índice de refração na água: 1,5

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{sen } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

- a) menor que 30° .
b) maior que 30° e menor que 45° .
 c) igual a 45° .
 d) maior que 45° e menor que 60° .
 e) maior que 60° .

Resolução

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2} \cdot \text{sen } r$$

$$\text{sen } r = \frac{\sqrt{2}}{3} \approx 0,47$$

$r < 30^\circ$

ROTEIRO DE AULA

Refração I

Refração é a alteração provocada na _____ **velocidade** _____ de propagação da luz quando esta muda de meio.

O índice de refração _____ **absoluto** _____ de um meio (n) estabelece uma comparação entre a velocidade de propagação da luz no meio (v) e a da luz no vácuo (c).

O índice de refração _____ **relativo** _____ estabelece uma comparação direta entre dois meios.

Primeira lei da refração: o raio incidente (RI), o raio refratado (RR) e a reta normal (N) são _____ **coplanares** _____.

Segunda lei da refração :

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r$$

Se $n_1 < n_2$, o meio 2 é mais refringente que o meio 1, portanto, o raio de luz _____ **aproxima-se** _____ da reta normal ($r < i$).

Se $n_1 > n_2$, o meio 1 é mais refringente que o meio 2, portanto, o raio de luz _____ **afasta-se** _____ da reta normal ($r > i$).

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. PUC-RJ (adaptado) – Sabendo que a velocidade de uma onda eletromagnética em um meio é dada por $1,2 \cdot 10^8$ m/s, qual é o índice de refração desse meio?

Considere: velocidade da luz no vácuo $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s

O índice de refração absoluto n é a razão entre a velocidade da luz c em um dado meio e a velocidade da onda eletromagnética v nesse meio.

$$n = \frac{c}{v}$$

Usando os valores fornecidos, temos:

$$n = \frac{3,0 \cdot 10^8}{1,2 \cdot 10^8} = 2,5$$

2.

Muitas vezes, assistindo a desenhos ou filmes, nós nos deparamos com cenas nas quais um viajante tem uma visão de água, e, quando se aproxima para bebê-la, ela desaparece. Esse tipo de miragem, mostrada na televisão, é um pouco exagerada, mas, ao contrário do que muita gente pensa, é normal enxergarmos água em estradas ou em paisagens desérticas em dias muito quentes ou frios. As miragens, também conhecidas como espelhismo, não são uma alucinação provocada pelo forte calor. Elas são um fenômeno óptico real que ocorre na atmosfera, formando diferentes tipos de imagens, podendo, inclusive, ser fotografadas. Tal fenômeno ocorre devido às propriedades de refração da luz. Sabemos que em dias de alta temperatura as camadas de ar, nas proximidades do solo, são mais quentes que as camadas superiores.

Disponível em: <<http://www.infoescola.com/fenomenos-opticos/miragem/>>. Adaptado.

Ao viajarmos num dia quente por uma estrada asfaltada, é comum enxergarmos ao longe uma poça d'água. Podemos explicar o aparecimento dessa miragem em função

- a) da diminuição da densidade do ar com o aumento da temperatura.
- b) da variação de frequência da luz ao mudar de meio.
- c) da dispersão da luz que é proporcional ao índice de refração do ar.
- d) da polarização da luz com o ar quente sobre o asfalto.
- e) do ciclo de convecção que é formado pela diferença de temperatura.

A velocidade da luz diminui quando a densidade aumenta. Isso acontece quando aumentamos a altura em relação ao solo. A temperatura diminui aumentando a densidade e provocando a refração.

3. Enem

C1-H1

Em um experimento, coloca-se glicerina dentro de um tubo de vidro liso. Em seguida, parte do tubo é colocada em um copo de vidro que contém glicerina e a parte do tubo imersa fica invisível. Esse fenômeno ocorre porque a

- a) intensidade da luz é praticamente constante no vidro.
- b) parcela de luz refletida pelo vidro é praticamente nula.
- c) luz que incide no copo não é transmitida para o tubo de vidro.
- d) velocidade da luz é a mesma no vidro e na glicerina.
- e) trajetória da luz é alterada quando ela passa da glicerina para o vidro.

Nós enxergamos as bordas de um objeto de vidro por causa da refração. Nesse caso, a glicerina e o vidro confundem-se, pois têm o mesmo índice de refração e, conseqüentemente, não provocam a refração quando a luz passa de um meio para outro.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

4. Mackenzie-SP (adaptado) – Um raio de luz monocromática de frequência $f = 1,0 \times 10^{15}$ Hz, com velocidade $v = 3,0 \times 10^5$ km/s, que se propaga no ar, cujo índice de refração é igual a 1, incide sobre uma lâmina de vidro ($n_{\text{vidro}} = \sqrt{2}$), formando um ângulo 45° com a superfície da lâmina. Encontre o seno do ângulo de refração.

Usando a lei de Snell:

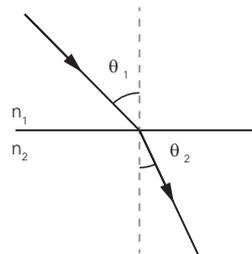
$$n_i \cdot \text{sen } i = n_r \cdot \text{sen } r$$

$$1 \cdot \text{sen } 45^\circ = \sqrt{2} \cdot \text{sen } r$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \text{sen } r$$

$$\text{sen } r = \frac{1}{2}$$

5. UFRS – Um feixe de luz monocromática atravessa a interface entre dois meios transparentes com índices de refração n_1 e n_2 , respectivamente, conforme representa a figura a seguir.



Com base na figura, é correto afirmar que, ao passar do meio com n_1 para o meio com n_2 , a velocidade, a frequência e o comprimento de onda da onda, respectivamente,

- a) permanece, aumenta e diminui.
- b) permanece, diminui e aumenta.
- c) aumenta, permanece e aumenta.
- d) diminui, permanece e diminui.
- e) diminui, diminui e permanece.

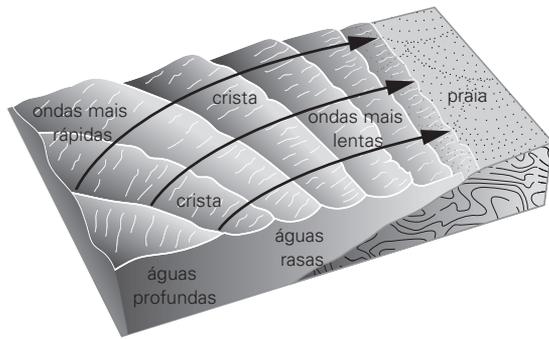
O raio aproxima-se da normal ao passar de um meio de menor índice de refração para outro de maior índice de refração. Com isso, a velocidade do feixe diminui e seu comprimento de onda diminui e a frequência não se altera.

6. Unesp

C1-H1

A figura representa ondas chegando a uma praia. Observa-se que, à medida que se aproximam da areia, as cristas vão mudando de direção, tendendo a ficar paralelas à orla. Isso ocorre devido ao fato de que a parte da onda que atinge a região mais rasa do mar tem sua velocidade de propagação diminuída, enquanto a parte

que se propaga na região mais profunda permanece com a mesma velocidade até alcançar a região mais rasa, alinhando-se com a primeira parte.



O que foi descrito no texto e na figura caracteriza um fenômeno ondulatório chamado

- a) reflexão.
- b) difração.
- c) refração.**
- d) interferência.
- e) polarização.

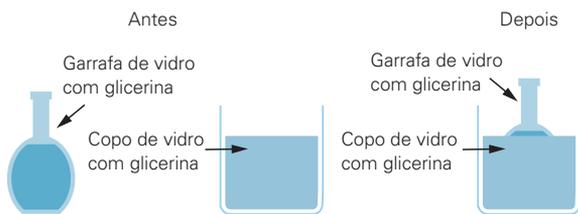
Consideram-se as partes fundas e rasas como meios diferentes em razão da mudança na velocidade de propagação da onda quando ela passa de um para outro. Logo, a passagem de uma onda para meio diferente chama-se refração.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

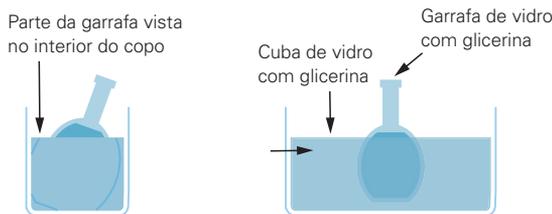
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Existe um experimento físico conhecido como “garrafa invisível”. Nele, são colocados glicerina, com índice de refração de 1,47, dentro de um tubo de vidro liso. Em seguida, parte do tubo é colocada em um copo de vidro, que possui índice de refração igual a 1,50, que também contém glicerina. Então, ao olharmos o experimento lateralmente, percebemos que a parte do tubo imersa fica invisível.



Vista lateral do experimento com o copo.

É possível constatar que o desaparecimento da garrafa é aparente. Mas como fazer para a parte da garrafa submersa voltar a aparecer dentro da água? Basta girar um pouco a garrafa dentro do copo, conforme a figura. A imagem volta a aparecer e com tamanho aumentado em relação à garrafa fora da água. Também poderíamos ver a garrafa se usássemos uma cuba de mesmo material, mas com tamanho maior do que o copo.



Ao inclinar a garrafa no interior do copo, é possível ver parte dela submersa.

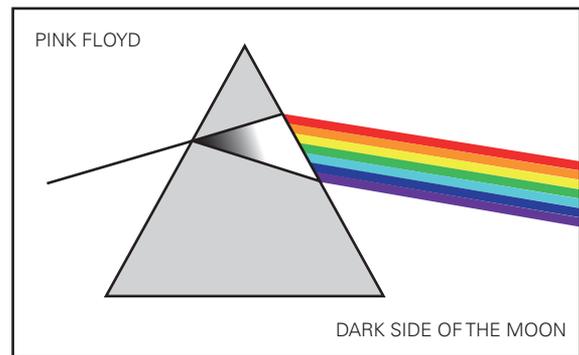
Vista lateral do experimento com a cuba.

Sobre esse fenômeno da garrafa se tornar invisível e voltar a aparecer, podemos afirmar que ocorre porque

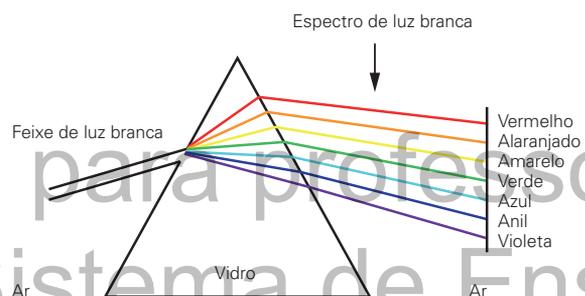
- a) a velocidade da luz é praticamente constante no vidro.
- b) o índice de refração do vidro é muito próximo do índice de refração da água.
- c) a luz que incide no copo não é transmitida para o tubo de vidro.**

- d) as paredes da garrafa dentro da água confundem-se com as paredes do próprio copo.
- e) a trajetória da luz é alterada quando ela passa da glicerina para o vidro.

8. Um dos discos clássicos do rock, o álbum *The Dark Side of the Moon*, do grupo inglês **Pink Floyd**, lançado em 1973, traz em sua capa uma bonita figura da luz branca sendo decomposta em um prisma óptico, o que caracteriza o fenômeno da **dispersão**. Pelo que se conclui da ilustração, o prisma é de vidro (ou de material semelhante) e está imerso no ar.



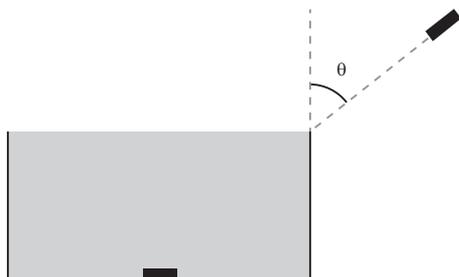
Cada frequência do espectro da luz branca sofre um desvio diferente na travessia do prisma, permitindo a obtenção de um feixe policromático no qual se distinguem as cores fundamentais presentes, também, num arco-íris.



A respeito do fenômeno da dispersão da luz no prisma, analise as alternativas a seguir e aponte a correta:

- A cor que mais se desvia é a violeta, pois, ao refratar-se do ar para o vidro, sofre menor variação de velocidade de propagação que as demais cores.
- A cor que menos se desvia é a violeta, pois, ao refratar-se do ar para o vidro e do vidro para o ar, sofre maior variação no comprimento de onda que as demais cores.
- O diferente desvio sofrido pelas cores componentes do espectro da luz branca é determinado pelo índice de refração que o vidro apresenta para cada frequência, isto é, para a luz violeta ele apresenta maior índice de refração que para a luz vermelha.
- Na travessia do prisma, a cor de maior frequência sofre o menor desvio, enquanto a cor de menor frequência sofre o maior desvio.
- O desvio sofrido pelas cores componentes do espectro da luz branca é determinado pela variação de frequência que cada uma delas sofre na refração do ar para o vidro e do vidro para o ar.

9. **Fuvest-SP** – Uma moeda está no centro do fundo de uma caixa d'água cilíndrica de 0,87 m de altura e base circular com 1,0 m de diâmetro, totalmente preenchida com água, como esquematizado na figura.



Se um feixe de luz *laser* incidir em uma direção que passa pela borda da caixa, fazendo um ângulo θ com a vertical, ele só poderá iluminar a moeda se

Note e adote:

Índice de refração da água: 1,4

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$$

$$\sin(20^\circ) = \cos(70^\circ) = 0,35$$

$$\sin(30^\circ) = \cos(60^\circ) = 0,50$$

$$\sin(45^\circ) = \cos(45^\circ) = 0,70$$

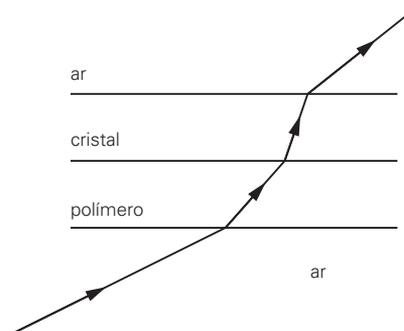
$$\sin(60^\circ) = \cos(30^\circ) = 0,87$$

$$\sin(70^\circ) = \cos(20^\circ) = 0,94$$

- $\theta = 20^\circ$
- $\theta = 30^\circ$
- $\theta = 45^\circ$
- $\theta = 60^\circ$
- $\theta = 70^\circ$

10. **FGV-SP** – Em um laboratório de ótica, é realizada uma experiência de determinação dos índices de refração absolutos de diversos materiais. Dois blocos de mesmas dimensões e em forma de finos paralelepípedos

são feitos de cristal e de certo polímero, ambos transparentes. Suas faces de maior área são, então, sobrepostas e um estreito feixe de luz monocromática incide vindo do ar e no ar emergindo após atravessar os dois blocos, como ilustra a figura.



Chamando de n_{ar} , n_{po} e n_{cr} os índices de refração absolutos do ar, do polímero e do cristal, respectivamente, a correta relação de ordem entre esses índices, de acordo com a figura, é

- $n_{ar} > n_{po} > n_{cr}$.
- $n_{cr} > n_{po} > n_{ar}$.
- $n_{cr} > n_{ar} > n_{po}$.
- $n_{ar} > n_{cr} > n_{po}$.
- $n_{po} > n_{cr} > n_{ar}$.

11. Um raio de luz passa do ar para a água, após atingir a superfície da água com um ângulo de incidência de 45° . Quando entra na água, quais das seguintes propriedades da luz variam?

IV. Comprimento de onda

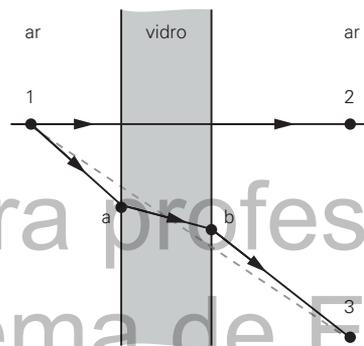
V. Frequência

VI. Velocidade de propagação

VII. Direção de propagação

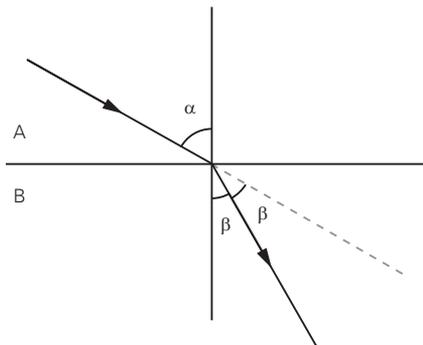
- I e II, somente
- II, III e IV, somente
- I, III e IV, somente
- III e IV, somente
- I, II, III e IV

12. **UFU-MG** – Considere um raio de luz que parte do ponto 1 e vai até o ponto 2, seguindo por um caminho retilíneo, justamente porque é aquele que tal raio o percorrer em menor tempo possível. Na mesma situação, um raio sai do ponto 1 e chega a 3, mas, em vez de fazer o caminho seguindo a linha tracejada, ele atravessa a lâmina de vidro, passando por a e b.



- a) Explique por que o raio de luz não segue a linha tracejada, e sim desvia-se, passando por a e b.
- b) Sabendo-se que o índice de refração do vidro é 1,5, qual a velocidade com que o raio de luz o atravessa?

13. **Ibmec-SP** – Um raio de luz monocromática propaga-se do meio A para o meio B, de tal forma que o ângulo de refração β vale a metade do ângulo de incidência α . Se o índice de refração do meio A vale 1 e o $\sin \beta = 0,5$, o índice de refração do meio B vale

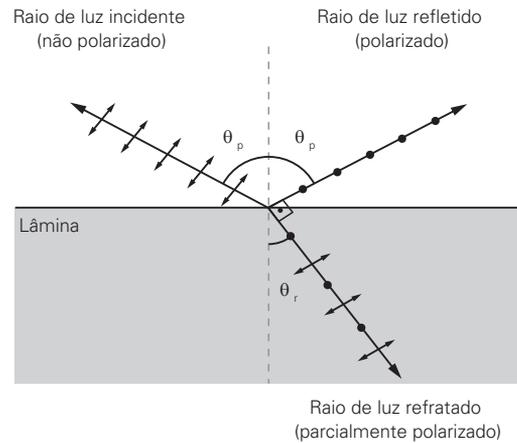


- a) $\sqrt{2}$
 b) 3
 c) $\sqrt{3}$
 d) 0,75
 e) 0,5

14. **Enem**

C1-H1

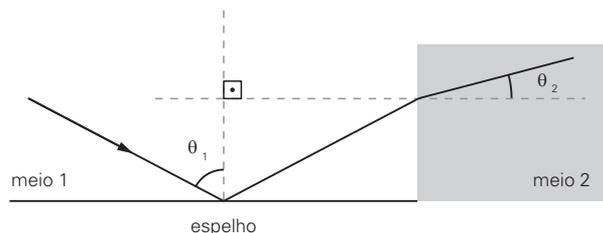
A fotografia feita sob luz polarizada é usada por dermatologistas para diagnósticos. Isso permite ver detalhes da superfície da pele que não são visíveis com o reflexo da luz branca comum. Para se obter luz polarizada, pode-se utilizar a luz transmitida por um polaroide ou a luz refletida por uma superfície na condição de Brewster, como mostra a figura. Nessa situação, o feixe da luz refratada forma um ângulo de 90° com o feixe da luz refletida, fenômeno conhecido como lei de Brewster. Nesse caso, o ângulo da incidência θ_p , também chamado de ângulo de polarização, e o ângulo de refração θ_r estão em conformidade com a lei de Snell.



Considere um feixe de luz não polarizada proveniente de um meio com índice de refração igual a 1, que incide sobre uma lâmina e faz um ângulo de refração θ_r de 30° .

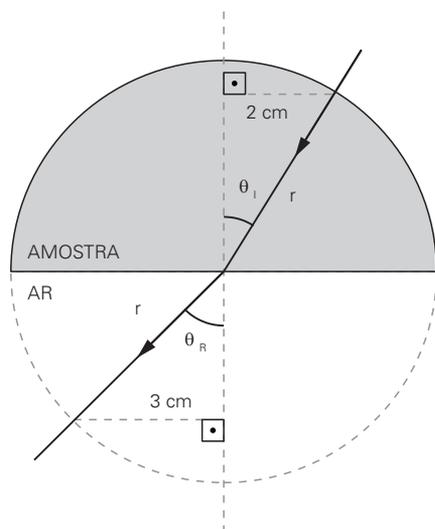
Nessa situação, qual deve ser o índice de refração da lâmina para que o feixe refletido seja polarizado?

- a) $\sqrt{3}$
 b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 c) 2
 d) $\frac{1}{2}$
 e) $e \frac{\sqrt{3}}{2}$
15. **UFPR** – Um feixe de luz incide num espelho plano fazendo um ângulo $\theta_1 = 60^\circ$ com a normal ao espelho, propagando-se pelo ar (meio 1). O feixe refletido propaga-se no meio 1 e incide na interface entre o meio 1 e o meio 2, onde sofre refração. O feixe refratado sai com ângulo θ_2 com relação à normal à interface, conforme mostra a figura a seguir. As duas normais são perpendiculares entre si. Sabe-se que o índice de refração do ar vale $n_1 = 1$, que $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, que $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e que $\sin \theta_2 = \frac{1}{5}$ e $\cos \theta_2 = \frac{2\sqrt{6}}{5}$. Além disso, a velocidade da luz no meio 1 é $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s.



Levando em consideração os dados apresentados, determine o valor da velocidade da luz no meio 2.

- 16. Fatec-SP** – Durante um ensaio com uma amostra de um material transparente e homogêneo, um aluno do curso de Materiais da Fatec precisa determinar de que material a amostra é constituída. Para isso, ele utiliza o princípio da refração, fazendo incidir sobre uma amostra semicircular, de raio r , um feixe de *laser* monocromático, conforme a figura.



Material	n
ar	1,00
resina	1,50
policarbonato	1,59
cristal dopado	1,60
cristal de titânio	1,71
cristal de lantânio	1,80

Utilizando os dados da figura e as informações apresentadas na tabela de referência, podemos concluir corretamente que o material da amostra é

Lembre-se de que: $n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$

- cristal de lantânio.
- cristal de titânio.
- cristal dopado.
- policarbonato.
- resina.

- 17. UPF-RS** – Sobre o comportamento da luz em diferentes meios, são feitas as seguintes afirmações:

- Um feixe de luz monocromático tem frequência definida.
- No vácuo, os diferentes feixes de luz monocromáticos propagam-se com velocidades distintas.
- A passagem da luz de um meio para outro, acompanhada de uma variação em sua velocidade de propagação, recebe o nome de refração da luz.
- O índice de refração absoluto de um meio define-se como o quociente entre a velocidade da luz no vácuo e a velocidade da luz no meio em questão.

Está correto apenas o que se afirma em

- I, II e III.
- I, III e IV.
- I e III.
- II e IV.
- III e IV.

ESTUDO PARA O ENEM

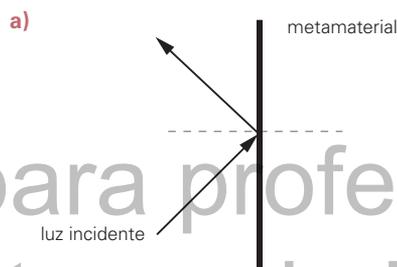
18. Enem

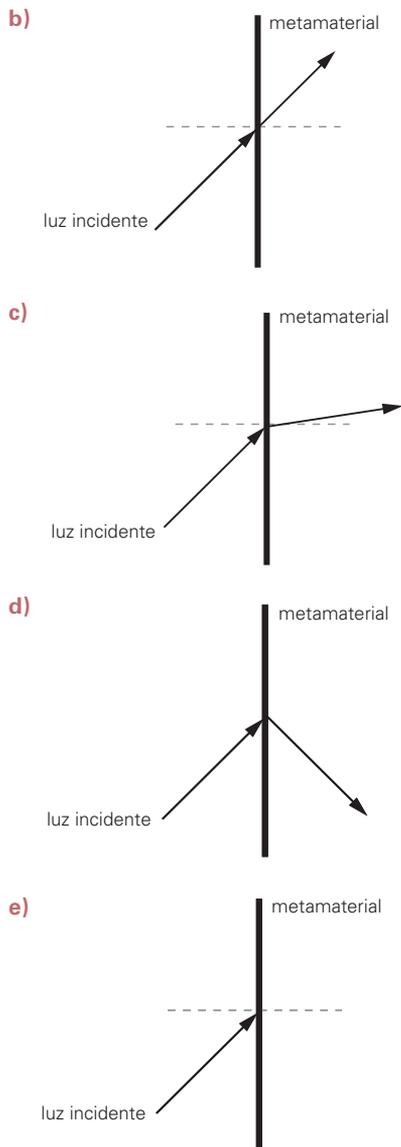
C1-H1

Um grupo de cientistas liderado por pesquisadores do Instituto de Tecnologia da Califórnia (Caltech), nos Estados Unidos, construiu o primeiro metamaterial que apresenta valor negativo do índice de refração relativo para a luz visível. Denomina-se metamaterial um material óptico artificial, tridimensional, formado por pequenas estruturas menores do que o comprimento de onda da luz, o que lhe dá propriedades e comportamentos que não são encontrados em materiais naturais. Esse material tem sido chamado de “canhoto”.

Disponível em: <<http://www.inovacaotecnologica.com.br>>. Acesso em: 28 abr. 2010. Adaptado.

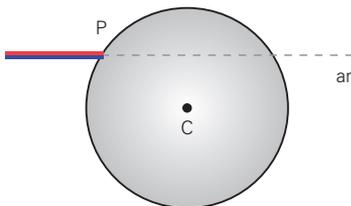
Considerando o comportamento atípico desse metamaterial, qual é a figura que representa a refração?



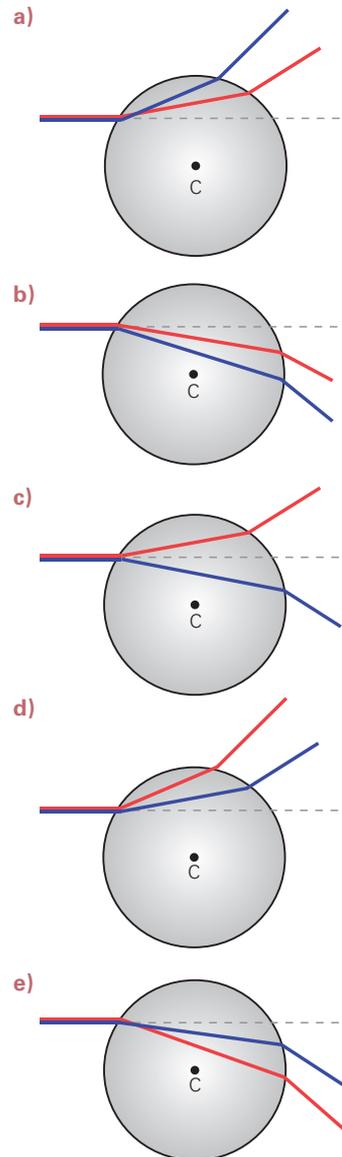
**19. Famerp-SP**

C1-H1

Dois raios de luz monocromáticos provenientes do ar, um azul e o outro vermelho, incidem no ponto P da superfície de uma esfera maciça de centro C, paralelos um ao outro, na direção da linha tracejada indicada na figura. A esfera é feita de vidro transparente e homogêneo.



Se o índice de refração absoluto do vidro é maior para a cor azul do que para a vermelha e se não houve reflexão total dentro da esfera, a figura que representa corretamente a trajetória desses raios desde a sua incidência no ponto P até a sua emergência da esfera está indicada em

**20. Enem**

C1-H1

Será que uma miragem ajudou a afundar o Titanic? O fenômeno Mico, conhecido como Fata Morgana, pode fazer com que uma falsa parede de água apareça sobre o horizonte molhado. Quando as condições são favoráveis, a luz refletida pela água fria pode ser desviada por uma camada incomum de ar quente acima, chegando até o observador, vinda de muitos ângulos diferentes. De acordo com estudos de pesquisadores da Universidade de San Diego, uma Fata Morgana pode ter obscurecido os *icebergs* de visão da tripulação que estava a bordo do Titanic. Dessa forma, a certa distância, o horizonte verdadeiro fica encoberto por uma névoa escurecida, que se parece muito com águas calmas no escuro.

Disponível em: <<http://apod.nasa.gov>>. Acesso em: 6 set. 2012. Adaptado.

O fenômeno óptico que, segundo os pesquisadores, provoca a Fata Morgana é a

- a) ressonância. d) reflexão.
b) refração. e) difusão.
c) difração.

REFRAÇÃO II

16



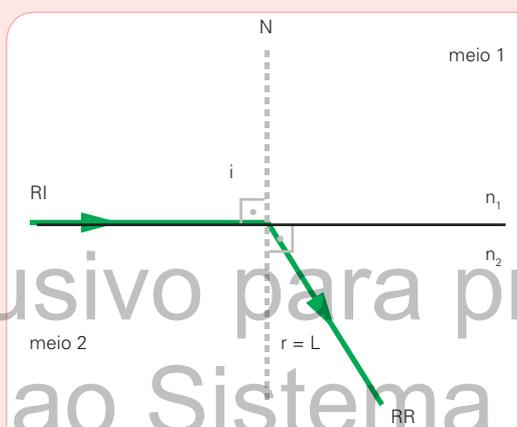
DALISH/SHUTTERSTOCK

Miragem.

Neste módulo, daremos continuidade ao estudo da refração luminosa e estudaremos a reflexão total das ondas luminosas. Esse fenômeno óptico está associado à refração e pode explicar a formação de miragens como a que ocorre na estrada, na imagem de abertura. Ele também pode explicar a transmissão de sinais nas fibras ópticas.

Ângulo limite

Para estudar o fenômeno da reflexão total, primeiramente, vamos estudar o conceito de ângulo limite para a refração. De acordo com lei de Snell-Descartes, quando a luz incide de um meio menos refringente para outro mais refringente, o ângulo de incidência sempre será maior que o ângulo de refração (a luz aproxima-se da normal). O ângulo máximo de incidência é de 90° , logo o ângulo máximo de refração será menor que 90° . A esse ângulo de refração, que é obtido quando



- Ângulo limite
- Reflexão total
- Dioptros planos
- Lâmina de faces paralelas

HABILIDADES

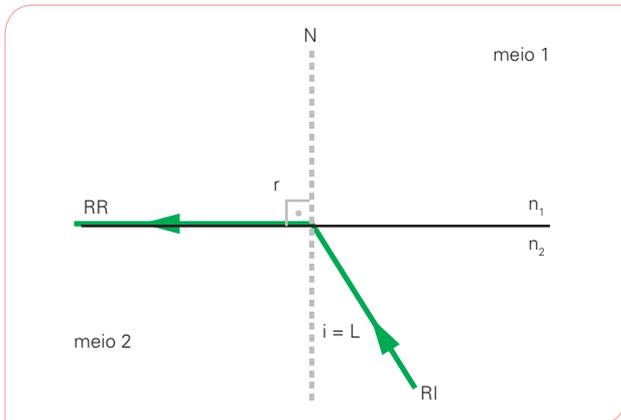
- Reconhecer situações em que ocorre reflexão total, relacionando os índices de refração dos meios envolvidos.
- Aplicar os conceitos de reflexão e refração, para a compreensão de fenômenos ondulatórios, em situações diversas.
- Aplicar as leis de Snell-Descartes em situações que envolvem refração.

Material exclusivo para professores convertiados ao Sistema de Ensino

Dom Bosco

a luz incide de forma rasante, chamamos de **ângulo limite de refração (L)**.

Vamos considerar agora que a luz se propague do meio mais refringente em direção ao meio menos refringente. Nesse caso, segundo a lei de Snell-Descartes, o ângulo de incidência será menor que o de refração (a luz afasta-se da normal). O máximo valor possível para o ângulo de refração será de 90° , logo o ângulo de incidência será menor que 90° . Esse ângulo corresponde ao máximo ângulo de incidência para que ocorra refração (rasante), então ele também pode ser denominado de ângulo limite de incidência.



A fim de determinar esse ângulo limite de incidência, vamos aplicar a lei de Snell-Descartes, para o caso de a luz incidir do meio mais refringente (n_{maior}) para o meio menos refringente (n_{menor}).

$$n_2 \cdot \sin L = n_1 \cdot \sin 90^\circ$$

$$\frac{\sin L}{1} = \frac{n_1}{n_2}$$

Como $n_2 > n_1$, podemos escrever:

$$\sin L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}} \text{ ou } L = \text{arc sen} \left(\frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}} \right)$$

Observação

Obteríamos resultado análogo caso tivéssemos utilizado a luz se propagando do meio menos refringente para o meio mais refringente.

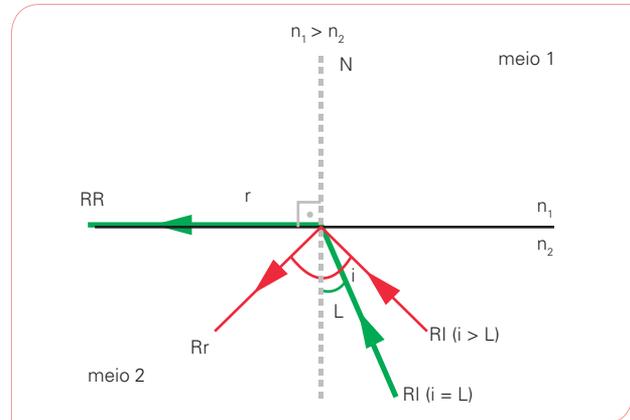
O ângulo limite de incidência para ocorrer refração, quando a luz se propaga do meio mais refringente para o menos refringente, é o máximo ângulo de incidência.

Reflexão total

No tópico anterior, vimos que existe um ângulo limite de incidência para que ocorra refração. Esse ângulo só é menor que 90° , quando a luz se propaga do meio mais refringente para o meio menos refringente. No entanto, é possível que o ângulo de incidência da luz

seja maior que esse limite. Caso isso ocorra, não haverá refração no raio de luz, mas sim **reflexão total**.

A reflexão total é um fenômeno que ocorre com a luz quando ela atinge a interface de separação de dois meios, fazendo um ângulo de incidência, com a reta normal, maior que o ângulo limite. Dessa forma, a luz retorna ao meio de origem, respeitando as leis da reflexão.



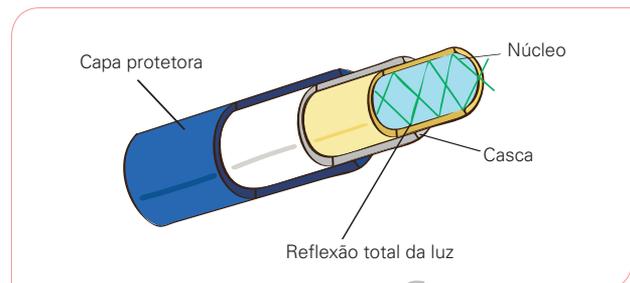
Logo, duas condições são necessárias para que ocorra reflexão total:

- 1ª A luz propague-se do meio mais refringente (n_{maior}) para o meio menos refringente (n_{menor}).
- 2ª O ângulo de incidência da luz (i) deve ser maior que o ângulo limite (L).

APLICAÇÕES DA REFLEXÃO TOTAL

A reflexão total pode explicar como os dados viajam em altas velocidades através de fibras ópticas e a formação da miragem, que foi apresentada na foto de abertura.

No caso da fibra óptica, primeiramente, devemos converter o sinal elétrico em luminoso, em um aparelho chamado fotoemissor. Esse aparelho emite um feixe de luz que sofrerá sucessivas reflexões totais. Isso é possível porque o material da casca possui um índice de refração menor que o do núcleo.



As principais vantagens da utilização de fibras ópticas em relação aos cabos tradicionais de cobre são: aumento significativo na velocidade e na quantidade de transmissão de dados e o fato de as fibras não sofrerem interferências eletromagnéticas.

Fibra óptica.

DESTINACIODEM/123RF.COM

As miragens também são decorrentes da reflexão total. Existem dois tipos de miragens: as inferiores, como a da imagem da abertura, e as superiores.

As miragens ocorrem porque os índices de refração dependem da temperatura. Dessa forma, o ar que está em contato com o solo, na miragem inferior, tem maior temperatura e menor índice de refração que a camada de ar logo acima. Assim, a luz do Sol, proveniente de uma camada de ar mais fria (mais refringente), ao atingir uma camada de ar mais quente (menos refringente), pode sofrer reflexão total, quando o ângulo de incidência é maior que o ângulo limite.

Para formar uma imagem, o cérebro recebe inúmeros raios de luz; dessa forma, ele obtém raios provenientes do céu e os raios provenientes da reflexão total. Nosso cérebro também interpreta que os raios de luz se propagam em linha reta, assim, temos a impressão de que eles provêm de uma imagem do céu no asfalto, que confundimos com água, em razão do brilho intenso. Se os raios de luz que sofrem reflexão total forem provenientes do topo de uma montanha, veremos uma imagem invertida dela.



Miragem inferior.

Na imagem anterior, podemos ver tanto o efeito ilusório de água quanto a miragem da montanha invertida.

Já na miragem do tipo superior ou marítima, o ar mais quente (menos refringente) está na parte de cima, pois o ar em contato com o mar está mais frio (mais refringente). Dessa forma, um observador pode receber novamente tanto os raios provenientes do objeto quanto os provenientes da reflexão total. Mas, em razão da inversão nas temperaturas, das camadas de ar, a miragem forma-se no céu. Essas miragens podem ter originado a lenda dos navios fantasmas.

Em uma situação muito rara, camadas de ar frio e camadas de ar quente, trazidas provavelmente por ventos terrestres, podem se alternar. Dessa forma, as imagens direitas e invertidas dos objetos podem formar uma grande estrutura no horizonte. Esse fenômeno ficou conhecido como **Fata Morgana**. Especula-se que um

fenômeno desse tipo pode ter encoberto o *iceberg* que causou o famoso naufrágio do navio Titanic em 1912.

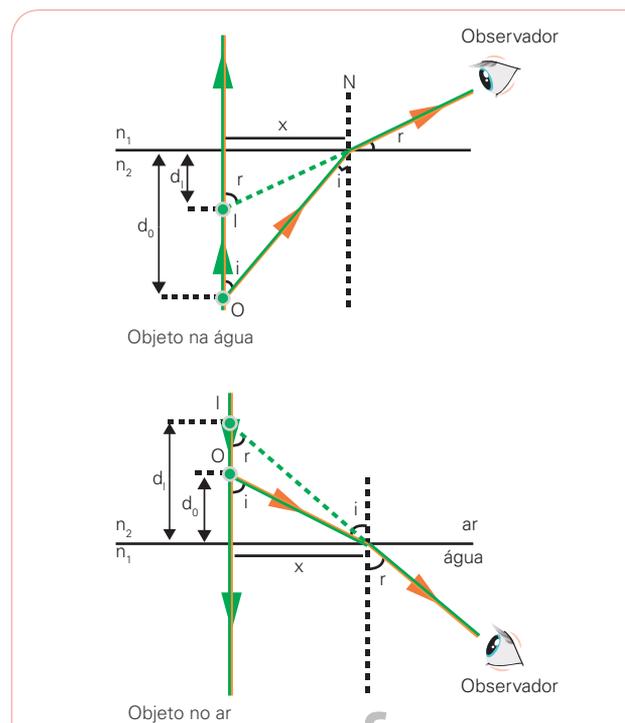
Dioptro plano

Ao observar peixes em um aquário ou em um lago tranquilo, você está vendo um dioptro plano.



Aquário em um shopping de Dubai.

Quando a luz percorre dois meios homogêneos e transparentes, separados por uma superfície plana, podemos dizer que ela atravessou um **dioptro plano**. Vamos analisar o que ocorre com a luz no dioptro plano ar-água.



Vamos aplicar a lei de Snell-Descartes para o primeiro caso, no qual o observador recebe a luz proveniente de um objeto na água, como o peixe de um lago.

$$n_{\text{água}} \cdot \sin i = n_{\text{ar}} \cdot \sin r$$

Quando o observador está numa pequena distância x da reta vertical, podemos dizer que o seno de um ângulo é praticamente igual à sua tangente, logo:

$$\begin{aligned} n_{\text{água}} \cdot \operatorname{tg} i &= n_{\text{ar}} \cdot \operatorname{tg} r \\ n_{\text{água}} \cdot \frac{x}{d_o} &= n_{\text{ar}} \cdot \frac{x}{d_i} \\ \frac{d_i}{d_o} &= \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{água}}} \end{aligned}$$

Aplicando a lei de Snell-Descartes, para o objeto no ar, temos que:

$$\begin{aligned} n_{\text{ar}} \cdot \operatorname{tg} i &= n_{\text{água}} \cdot \operatorname{tg} r \\ n_{\text{ar}} \cdot \frac{x}{d_o} &= n_{\text{água}} \cdot \frac{x}{d_i} \\ \frac{d_i}{d_o} &= \frac{n_{\text{água}}}{n_{\text{ar}}} \end{aligned}$$

Podemos generalizar essas equações ao perceber que, no primeiro caso, o n_{ar} corresponde ao índice de refração do meio do observador e $n_{\text{água}}$ é índice de refração do meio do objeto. No segundo caso, o n_{ar} corresponde ao índice de refração do meio do objeto e $n_{\text{água}}$ é índice de refração do meio do observador. Logo, para ambos os casos:

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{observador}}}{n_{\text{objeto}}}$$

Nessa equação, d_i é a distância da imagem até a superfície de separação e d_o é a distância do objeto até a superfície de separação.

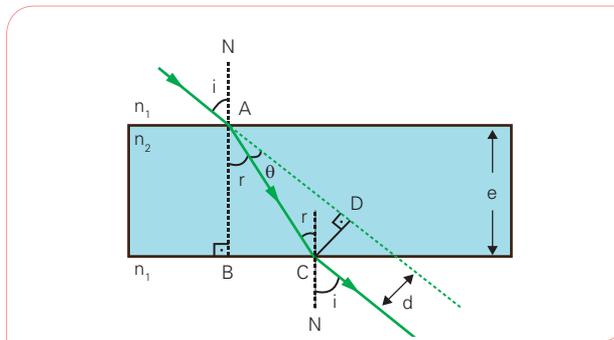
Lâminas de faces paralelas

Ao observar objetos através de uma janela, estamos olhando uma lâmina de faces paralelas.



Vista de uma janela.

Quando a luz percorre dois ou três meios homogêneos e transparentes, separados por superfícies planas, podemos dizer que ela atravessou uma **lâmina de faces paralelas**. Vamos analisar o que ocorre com a luz na lâmina ar-vidro-ar, como a da janela da figura anterior.



Nesse caso, estamos considerando uma lâmina formada somente por dois meios, assim o raio incidente será paralelo ao emergente, pois a luz sofrerá o mesmo desvio na sua trajetória nas duas faces onde ocorre refração. Também podemos observar que, nesse caso, a luz sofre um deslocamento lateral (d) em razão da espessura (e) da lâmina.

Para obter o deslocamento lateral, temos que:

No triângulo ABC,

$$\cos r = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{e}{\overline{AC}}$$

No triângulo ACD,

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \frac{d}{\overline{AC}}$$

Dividindo as equações, membro a membro, isolando o d e considerando que $\theta = i - r$,

$$d = \frac{e \cdot \operatorname{sen}(i - r)}{\cos r}$$

Observação

No caso de o terceiro meio ser diferente do primeiro, os raios incidente e emergente não serão paralelos e a equação anterior não será válida.

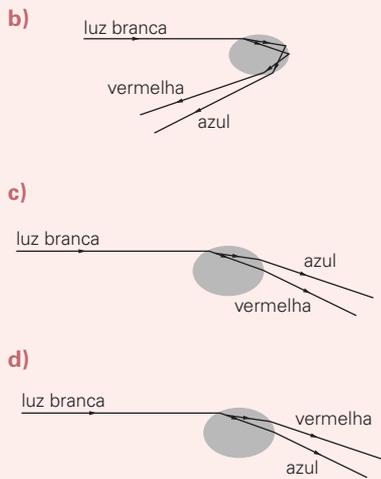
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. UFMG – Um arco-íris forma-se devido à dispersão da luz do Sol em gotas de água na atmosfera.

Após incidir sobre gotas de água na atmosfera, raios de luz são refratados; em seguida, eles são totalmente refletidos e novamente refratados. Sabe-se que o índice de refração da água para a luz azul é maior que para a luz vermelha.

Considerando essas informações, assinale a alternativa em que estão mais bem representados os fenômenos que ocorrem em uma gota de água e dão origem a um arco-íris.



**Resolução**

De acordo com a lei de Snell: $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_{\text{gota}}}{n_{\text{ar}}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{sen } r = \frac{n_{\text{ar}} \cdot \text{sen } i}{n_{\text{gota}}}$$

Como o índice de refração da gota é maior para a luz azul, essa radiação apresenta menor ângulo de refração ($r_a < r_v$), ou seja, sofre maior desvio ao se refratar.

2. FEI-SP – Numa aula de natação, o professor atira uma moeda na água e pede a um de seus alunos que vá buscá-la. O aluno observa a moeda e estima que a profundidade da piscina seja 1,5 m. Na verdade, a profundidade da piscina, em m, é

Dados: $n_{\text{ar}} = 1$ e $n_{\text{água}} = \frac{4}{3}$

a) 0,500

b) 1,125

c) 1,200

d) 2,500

e) 2,000

Resolução

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_{\text{observador}}}{n_{\text{objeto}}}$$

$$\frac{1,5}{d_o} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

$$d_o = 2 \text{ m}$$

ROTEIRO DE AULA

Refração II

O ângulo limite é o máximo ângulo de incidência para que ainda ocorra refração, quando a luz se propaga do meio mais refringente para o menos refringente.

1ª condição para reflexão total: que a luz propague-se do meio mais refringente (n_{maior}) para o meio menos refringente (n_{menor}).

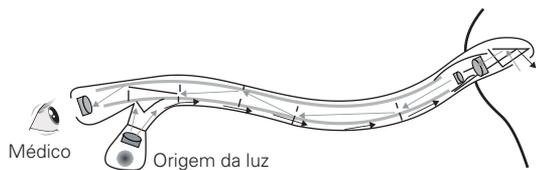
2ª condição para reflexão total: o ângulo de incidência da luz (i) deve ser maior que o ângulo limite (L).

Um dióptro plano é caracterizado por dois meios homogêneos e transparentes , separados por uma superfície plana.

A lâmina de faces paralelas é caracterizada por dois ou três meios homogêneos e transparentes, separados por superfícies planas.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Acafe-SP – O uso de fibras ópticas em aplicações médicas tem evoluído bastante desde as aplicações pioneiras do Fiberscope, em que um feixe de fibras de vidro servia basicamente para iluminar e observar órgãos no interior do corpo humano. Hoje em dia, tem-se uma variedade de aplicações de sistemas sensores com fibras ópticas em diagnóstico e cirurgia.



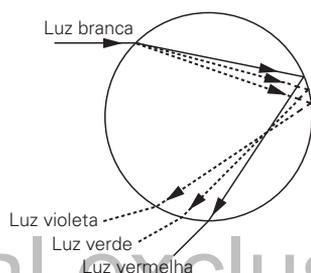
Assinale a alternativa **correta** que completa as lacunas das frases a seguir.

O princípio é que, quando lançado um feixe de luz numa extremidade da fibra, e pelas características ópticas do meio (fibra), esse feixe percorre a fibra por meio de _____ sucessivas. A fibra possui no mínimo duas camadas: o núcleo (filamento de vidro) e o revestimento (material eletricamente isolante). No núcleo, ocorre a transmissão da luz propriamente dita. A transmissão da luz dentro da fibra é possível graças a uma diferença de índice de _____ entre o revestimento e o núcleo, e o núcleo possui sempre um índice de refração mais elevado, característica que, aliada ao ângulo de _____ do feixe de luz, possibilita o fenômeno da _____ total.

- a) refrações – refração – incidência – reflexão
b) reflexões – refração – incidência – reflexão
 c) reflexões – incidência – refração – refração
 d) interferências – refração – incidência – reflexão

O feixe de luz percorre a fibra por meio de reflexões sucessivas, sendo possível por causa da diferença entre os índices de refração do revestimento e do núcleo. Em razão do ângulo de incidência dos feixes de luz, é possível a ocorrência do fenômeno da reflexão total.

2. UFPA – O arco-íris é um fenômeno óptico que acontece quando a luz branca do Sol incide sobre gotas esféricas de água presentes na atmosfera. A figura a seguir mostra as trajetórias de três raios de luz, um vermelho (com comprimento de onda $\lambda = 700$ nm), um verde ($\lambda = 546$ nm) e um violeta ($\lambda = 436$ nm), que estão num plano que passa pelo centro de uma esfera (também mostrado na figura). Antes de passar pela esfera, esses raios fazem parte de um raio de luz branca incidente.



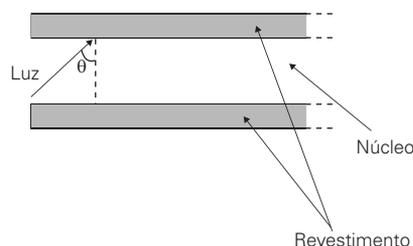
Analisando as trajetórias desses raios quando passam do meio para a esfera e da esfera de volta para o meio, é correto afirmar que

- a) o índice de refração da esfera é igual ao índice de refração do meio.
 b) o índice de refração da esfera é maior do que o do meio e é diretamente proporcional ao comprimento de onda (λ) da luz.
c) o índice de refração da esfera é maior do que o do meio e é inversamente proporcional ao comprimento de onda (λ) da luz.
 d) o índice de refração da esfera é menor do que o do meio e é diretamente proporcional ao comprimento de onda (λ) da luz.
 e) o índice de refração da esfera é menor do que o do meio e é inversamente proporcional ao comprimento de onda (λ) da luz.

De acordo com a lei de Snell: $\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$.

Nota-se que o índice de refração (n) é inversamente proporcional ao comprimento de onda (λ).

3. Fuvest-SP – Uma fibra ótica é um guia de luz, flexível e transparente, cilíndrico, feito de sílica ou polímero, de diâmetro não muito maior que o de um fio de cabelo, usado para transmitir sinais luminosos a grandes distâncias, com baixas perdas de intensidade. A fibra ótica é constituída de um núcleo, por onde a luz se propaga, e de um revestimento, como esquematizado na figura a seguir (corte longitudinal). Sendo o índice de refração do núcleo 1,60 e o do revestimento, 1,45, o menor valor do ângulo de incidência θ do feixe luminoso, para que toda a luz incidente permaneça no núcleo, é, aproximadamente,



Note e adote

θ (graus)	sen θ	cos θ
25	0,42	0,91
30	0,50	0,87
45	0,71	0,71
50	0,77	0,64
55	0,82	0,57
60	0,87	0,50
65	0,91	0,42
$n_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen } \theta_2$		

- a) 45° b) 50° c) 55° d) 60° **e) 65°**

Aplicando a lei de Snell para ângulo limite

$$n_{\text{núcleo}} \cdot \text{sen } \theta = n_{\text{revest}} \cdot \text{sen } 90^\circ$$

$$\text{sen } \theta = \frac{n_{\text{revest}}}{n_{\text{núcleo}}} = \frac{1,45}{1,60}$$

$$\text{sen } \theta = 0,91$$

$$\text{Pela tabela: } \theta = 65^\circ$$

4. UPE

A Lei 13.290 modifica o Art. 40 do Código de Trânsito Brasileiro e diz: "O condutor manterá acesos os faróis do veículo, utilizando luz baixa durante a noite e durante o dia, nos túneis providos de iluminação pública e nas rodovias;". (...) Aumenta mesmo a visibilidade? Sim. Mesmo de dia, a luz faz diferença; afirma-se que, ao acender os faróis, a visibilidade do veículo aumenta em 60%. (...) Em situações de Sol a pino, que criam "miragens" na pista (efeito de pista molhada), é muito difícil distinguir se um veículo está vindo em sua direção ou indo na direção contrária. (...) E isso aumenta a segurança? Sim. No Brasil, a maior causa de morte no trânsito são as colisões frontais. Embora sejam apenas 4,1% das ocorrências, causam 33,7% dos óbitos. Essas colisões acontecem, principalmente, em tentativas malsucedidas de ultrapassagem. Já com a luz acesa, o veículo pode ser visto antes, prevenindo quem vem na direção oposta, evitando acidentes.

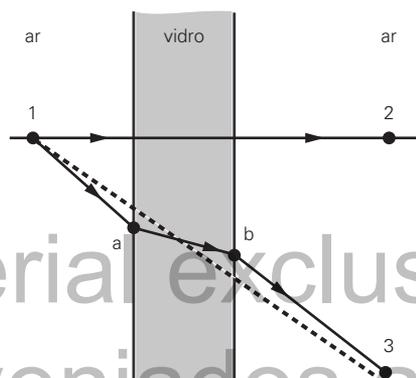
Disponível em: <<http://www.penaestrada.com.br/lei-do-farol-aceso-duvidas/>>. Acesso em: 14 jul. 2016. Adaptado.

Acerca das informações do texto e dos conhecimentos básicos da óptica geométrica, é correto afirmar que

- a) a cor de um veículo não influencia na sua visibilidade por parte de outros motoristas.
- b)** o fenômeno da "miragem" citado no texto pode ser explicado por efeitos decorrentes da refração e reflexão da luz.
- c) o tempo de reação de um motorista – intervalo de tempo entre visualizar um objeto e promover uma intervenção no veículo – diminui com o uso dos faróis nas estradas.
- d) um total de 4,1% das ocorrências de colisões aconteceram porque os faróis dos veículos estavam apagados.
- e) o fenômeno da ressonância luminosa explica, de forma mais completa, a "miragem" observada por motoristas em uma estrada.

A miragem ocorre pelo fato de as camadas de ar mais próximas ao asfalto estarem em temperatura maior do que as camadas superiores e serem menos densas. Com isso, provocam diversas refrações e reflexão da luz que chegam aos nossos olhos.

5. UFU-MG – Considere um raio de luz que parte do ponto 1 e vai até o ponto 2, seguindo por um caminho retilíneo, justamente porque é aquele que tal raio percorre em menor tempo possível. Na mesma situação, um raio sai do ponto 1 e chega ao 3, mas, em vez de fazer o caminho seguindo a linha tracejada, ele atravessa a lâmina de vidro, passando por a e b.



- a) Explique por que o raio de luz não segue a linha tracejada, e sim desvia-se, passando por a e b.

A diferença entre os índices de refração do vidro e do ar provoca a alteração na velocidade do raio de luz e, portanto, seu desvio.

- b) Sabendo-se que o índice de refração do vidro é 1,5, qual a velocidade com que o raio de luz o atravessa?

Adotando $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, temos:

$$n = \frac{c}{v}$$

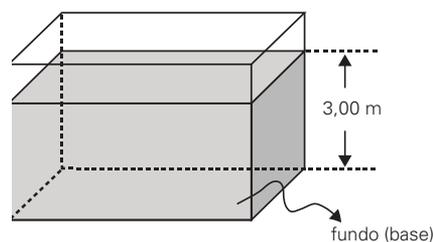
$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5}$$

$$v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

6. Mackenzie-SP

C1-H1

Certa piscina contém água, de índice de refração absoluto igual a $4/3$, e sua base se encontra 3,00 m abaixo da superfície livre.



Quando uma pessoa, na beira da piscina, olha perpendicularmente para seu fundo (base), terá a impressão de vê-lo

Dado: Índice de refração absoluto do ar $n = 1$

- a) 2,25 m mais próximo, em relação à profundidade real.
- b) 1,33 m mais próximo, em relação à profundidade real.
- c)** 0,75 m mais próximo, em relação à profundidade real.
- d) 1,33 m mais distante, em relação à profundidade real.
- e) 0,75 m mais distante, em relação à profundidade real.

$$\frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{água}}} = \frac{h_i}{h_o}$$

$$\frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{h_i}{3}$$

$$h_i = 2,25 \text{ m.}$$

Portanto, a imagem é sobrelevada de 0,75 m.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

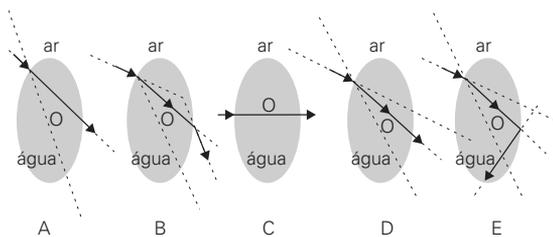
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UFSC-SC

A aparência do arco-íris é causada pela dispersão da luz do Sol, a qual sofre refração pelas gotas de chuva. A luz sofre uma refração inicial quando penetra na superfície da gota de chuva; dentro da gota, ela é refletida e sofre nova refração ao sair da gota.

Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Arco-íris>>. Acesso em: 25 jul. 2006.

Com o intuito de explicar o fenômeno, um aluno desenhou as possibilidades de caminhos ópticos de um feixe de luz monocromática em uma gota d'água, de forma esférica e de centro geométrico O, representadas nas figuras A, B, C, D e E.



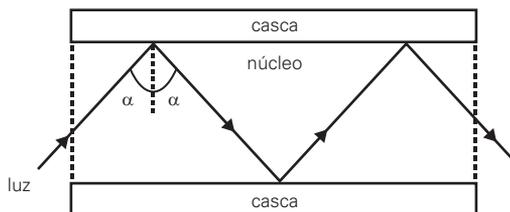
Admitindo-se que o índice de refração do ar (n_{ar}) seja menor que o índice de refração da água ($n_{\text{água}}$), assinale a(s) afirmativa(s) correta(s).

- 01) A velocidade da luz no ar é maior do que na água.
 02) A e D são caminhos ópticos aceitáveis.
 04) B e C são caminhos ópticos aceitáveis.
 08) D e E são caminhos ópticos aceitáveis.
 16) A e C são caminhos ópticos aceitáveis.
 32) B e E são caminhos ópticos aceitáveis.

Dê a soma da(s) afirmativa(s) correta(s).

8. **Especex-SP** – Uma fibra óptica é um filamento flexível, transparente e cilíndrico, que possui uma estrutura simples composta por um núcleo de vidro, por onde a luz se propaga, e uma casca de vidro, ambos com índices de refração diferentes.

Um feixe de luz monocromático, que se propaga no interior do núcleo, sofre reflexão total na superfície de separação entre o núcleo e a casca segundo um ângulo de incidência α , conforme representado no desenho a seguir (corte longitudinal da fibra).



desenho ilustrativo - fora de escala
(corte longitudinal da fibra)

Com relação à reflexão total mencionada anteriormente, são feitas as afirmativas a seguir.

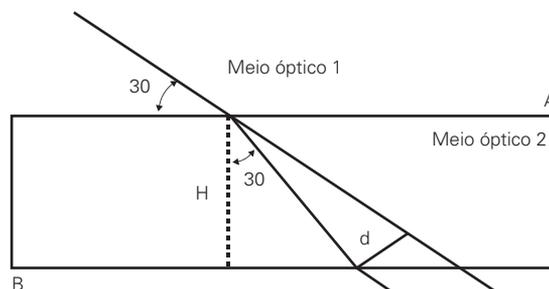
- I. O feixe luminoso propaga-se do meio menos refringente para o meio mais refringente.

- II. Para que ela ocorra, o ângulo de incidência α deve ser inferior ao ângulo limite da superfície de separação entre o núcleo e a casca.
 III. O ângulo limite da superfície de separação entre o núcleo e a casca depende do índice de refração do núcleo e da casca.
 IV. O feixe luminoso não sofre refração na superfície de separação entre o núcleo e a casca.

Dentre as afirmativas anteriores, as únicas corretas são

- a) I e II, apenas.
 b) III e IV, apenas.
 c) II e III, apenas.
 d) I e IV, apenas.
 e) I e III, apenas.

9. **Unitau-SP** – Um raio luminoso viaja no meio óptico 1 e atinge a superfície A que divide os dois meios ópticos da figura a seguir. Conseqüentemente, devido aos dois meios ópticos serem totalmente distintos, o raio luminoso sofre uma refração, passando a viajar no meio óptico 2, que tem espessura H. Alcançando a superfície B, refrata mais uma vez, passando a viajar no meio óptico 1.



Com relação à figura proposta, é correto afirmar que o desvio lateral d do raio incidente com o refratado é

- a) $\frac{H}{\sqrt{3}}$
 b) $2 \cdot \frac{H}{\sqrt{3}}$
 c) $H \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
 d) $H \cdot \sqrt{3}$
 e) $H \cdot \sqrt{2}$

10. **Udesc** – A luz, ao atravessar um material, altera sua trajetória e sua velocidade. Essas mudanças estão associadas ao fenômeno da refração.

Com base na refração da luz, analise as afirmativas.

- V. O índice de refração de um material é obtido pela razão entre a velocidade da luz no vácuo e a velocidade da luz no material, e o seu valor é sempre maior do que 1.
 VI. A velocidade da luz na água corresponde a um valor aproximado a 75% da velocidade da luz no vácuo.
 VII. Um raio de luz proveniente do interior de uma piscina aproxima-se de uma reta perpendicular à interface ar-água, ao passar da água da piscina para o ar. Isso

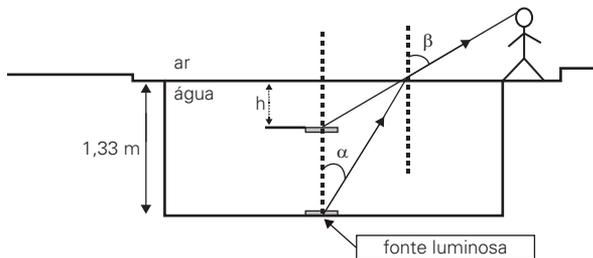
faz que um observador externo tenha a impressão de que a piscina é mais funda que na realidade.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas II e III estão corretas.
- b) Somente as afirmativas I e III estão corretas.
- c) Somente a afirmativa I está correta.
- d) Somente as afirmativas I e II estão corretas.
- e) Todas as afirmativas estão corretas.

11. Espcex-SP – Uma fonte luminosa está fixada no fundo de uma piscina de profundidade igual a 1,33 m.

Uma pessoa na borda da piscina observa um feixe luminoso monocromático, emitido pela fonte, que forma um pequeno ângulo α com a normal da superfície da água, e que, depois de refratado, forma um pequeno ângulo β com a normal da superfície da água, conforme o desenho.



desenho ilustrativo - fora de escala

A profundidade aparente "h" da fonte luminosa vista pela pessoa é de

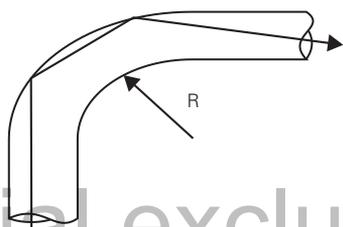
Dados: sendo os ângulos α e β pequenos, considere $\text{tg } \alpha \cong \sin \alpha$ e $\text{tg } \beta \cong \sin \beta$.

índice de refração da água: $n_{\text{água}} = 1,33$

índice de refração do ar: $n_{\text{ar}} = 1$

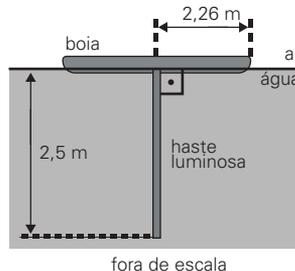
- a) 0,80 m.
- b) 1,00 m.
- c) 1,10 m.
- d) 1,20 m.
- e) 1,33 m.

12. ITA-SP – Um tubo de fibra óptica é basicamente um cilindro longo e transparente, de diâmetro d e índice de refração n . Se o tubo é curvado, parte dos raios de luz pode escapar e não se refletir na superfície interna do tubo. Para que haja reflexão total de um feixe de luz inicialmente paralelo ao eixo do tubo, o menor raio de curvatura interno R (ver figura) deve ser igual a



- a) nd .
- b) d/n .
- c) $d/(n-1)$.
- d) $nd/(n-1)$.
- e) $\sqrt{nd}/(\sqrt{n}-1)$.

13. Unesp – Uma haste luminosa de 2,5 m de comprimento está presa verticalmente a uma boia opaca circular de 2,26 m de raio, que flutua nas águas paradas e transparentes de uma piscina, como mostra a figura. Devido à presença da boia e ao fenômeno da reflexão total da luz, apenas uma parte da haste pode ser vista por observadores que estejam fora da água.



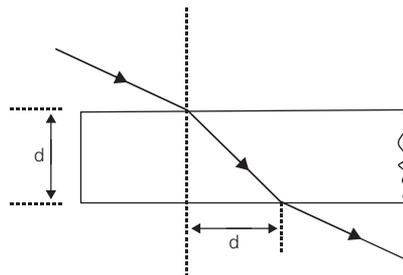
Considere que o índice de refração do ar seja 1,0, o da água da piscina seja $\frac{4}{3}$, $\sin 48,6^\circ = 0,75$ e $\text{tg } 48,6^\circ = 1,13$.

Um observador que esteja fora da água poderá ver, no máximo, uma porcentagem do comprimento da haste igual a

- a) 70%.
- b) 60%.
- c) 50%.
- d) 20%.
- e) 40%.

14. FMP-RJ – A figura a seguir ilustra um raio monocromático que se propaga no ar e incide sobre uma lâmina de faces paralelas, delgada e de espessura d com ângulo de incidência igual a 60° . O raio sofre refração, propaga-se no interior da lâmina e, em seguida, volta a se propagar no ar.

Se o índice de refração do ar é 1, então o índice de refração do material da lâmina é



- a) $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- b) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- d) $\sqrt{6}$
- e) $\sqrt{3}$

15. UFG-GO – Um feixe de luz branca é empregado para transmitir sinais de telecomunicação. Para isso, é instalada uma fibra óptica que possui índice de refração para o azul de 1,528 e, para o vermelho de 1,513. Considerando-se os raios de luz azul e vermelho e que a distância entre duas cidades quaisquer é de 300 km, determine:

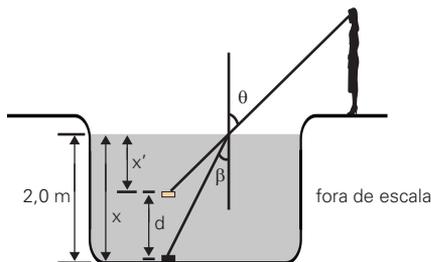
a) o raio de luz que chega primeiro. Justifique sua resposta;

b) o atraso entre os raios ao percorrerem essa distância.

Dado:

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

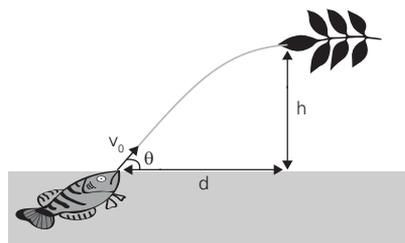
16. Famerp-SP – Uma pessoa observa uma moeda no fundo de uma piscina que contém água até a altura de 2,0 m. Devido à refração, a pessoa vê a imagem da moeda acima da sua posição real, como ilustra a figura. Considere os índices de refração absolutos do ar e da água iguais a 1,0 e $\frac{4}{3}$, respectivamente.



a) Considerando $\sin \theta = 0,80$, qual o valor do seno do ângulo β ?

b) Determine quantos centímetros acima da posição real a pessoa vê a imagem da moeda.

17. UFG-GO – Os peixes da família Toxotidae, pertencentes à ordem dos Perciformes, naturais da Ásia e da Austrália, são encontrados em lagoas e no litoral. Eles são vulgarmente chamados de peixes-arqueiros pela peculiar técnica de caça que utilizam. Ao longo da evolução, tais peixes desenvolveram a extraordinária habilidade de atingir suas presas, geralmente insetos que descansam sobre ramos ou folhas próximos à superfície da água, por meio de um violento jato de água disparado pela boca. Para acertar seus alvos com tais jatos de água, instintivamente, os peixes levam em conta tanto a refração da água quanto o ângulo de saída do jato em relação à superfície da água. Conforme o exposto, considere um peixe-arqueiro que aviste um inseto a uma distância d e uma altura h , como indicado na figura.



Para os casos em que $h = d$, calcule a distância horizontal aparente, ou seja, a distância da presa percebida pelo peixe-arqueiro devido à refração, supondo que a água possua um índice de refração $n = \sqrt{2}$.

Dados:

$$n_{\text{ar}} = 1$$

$$n_{\text{água}} = \sqrt{2}$$

$$h = d \Rightarrow \theta = 45^\circ.$$

ESTUDO PARA O ENEM

18. Enem

C1-H1

A banda larga brasileira é lenta. No Japão, já existem redes de fibras ópticas que permitem acessos à internet com velocidade de 1 gigabit por segundo (Gbps), o suficiente para baixar em um minuto, por exemplo, 80 filmes. No Brasil, a maioria das conexões ainda é de 1 megabit por segundo (Mbps), ou seja, menos de um milésimo dos acessos mais rápidos do Japão. A fibra óptica é composta basicamente de um material dielétrico (sílica ou plástico), segundo uma estrutura cilíndrica, transparente e flexível. Ela é formada de uma região central envolta por uma camada, também de material dielétrico, com índice de refração diferente ao do núcleo. A transmissão em uma fibra óptica acontecerá de forma correta se o índice de refração do núcleo, em relação ao revestimento, for

- a) superior e ocorrer difração.
- b) superior e ocorrer reflexão interna total.
- c) inferior e ocorrer reflexão interna parcial.
- d) inferior e ocorrer interferência destrutiva.
- e) inferior e ocorrer interferência construtiva.

19. Enem

C1-H1

As miragens existem e podem induzir à percepção de que há água onde não existe. Elas são a manifestação de um fenômeno óptico que ocorre na atmosfera.

Disponível em: <www.invivo.fiocruz.br>. Acesso em: 29 fev. 2012.

Esse fenômeno óptico é consequência da

- a) refração da luz nas camadas de ar próximas do chão quente.
- b) reflexão da luz ao incidir no solo quente.
- c) reflexão difusa da luz na superfície rugosa.
- d) dispersão da luz nas camadas de ar próximas do chão quente.
- e) difração da luz nas camadas de ar próximas do chão quente.

20. Enem

C1-H1

Uma proposta de dispositivo capaz de indicar a qualidade da gasolina vendida em postos e, conseqüentemente, evitar fraudes, poderia utilizar o conceito de refração luminosa. Nesse sentido, a gasolina não adulterada, na temperatura ambiente, apresenta razão entre os senos dos raios incidente e refratado igual a 1,4. Desse modo, fazendo incidir o feixe de luz proveniente do ar com um ângulo fixo e maior que zero, qualquer modificação no ângulo do feixe refratado indicará adulteração no combustível.

Em uma fiscalização rotineira, o teste apresentou o valor de 1,9. Qual foi o comportamento do raio refratado?

- a) Mudou de sentido.
- b) Sofreu reflexão total.
- c) Atingiu o valor do ângulo limite.
- d) Direcionou-se para a superfície de separação.
- e) Aproximou-se da normal à superfície de separação.

FÍSICA 3A

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS

1

ELETRIZAÇÃO

- Carga elétrica
- Quantidade de carga elétrica
- Conservação de carga elétrica
- Processos de eletrização
- Eletrização por atrito
- Eletrização por contato
- Eletrização por indução
- Indução Total

HABILIDADES

- Identificar fenômenos eletrostáticos intencionais e acidentais do cotidiano.
- Aplicar o princípio de conservação e a quantização da carga em processos de eletrização.

Eletrização



STEFANO GARAU/SHUTTERSTOCK

Relâmpago.

Nos dias de hoje, dificilmente realizamos alguma atividade sem depender de determinados aparelhos que, para funcionar, baseiam-se nos fenômenos elétricos e magnéticos. Esses fenômenos estão presentes em nosso cotidiano, em eletrodomésticos, computadores, carros, lâmpadas, além de fenômenos naturais, como relâmpagos.

Embora o estudo da eletricidade tenha se desenvolvido como ciência somente a partir do século XVII, ela já havia despertado o interesse, desde a Grécia Antiga, nos filósofos gregos, que observaram a atração da palha por um pedaço de âmbar recém-friccionado. Essa atração se deve a uma força de natureza elétrica, o que não era muito evidente naquela época. Os filósofos gregos também descobriram um tipo de pedra, a magnetita, que atrai pequenos pedaços de ferro quando aproximada deles. Hoje, sabemos que esta pedra é um ímã natural, ou seja, constituída de um material ferromagnético, que exerce uma força de natureza magnética sobre determinados tipos de materiais.

A partir do século XVIII, o estudo dessa ciência teve um avanço significativo, principalmente em pesquisas de cientistas como Benjamin Franklin (1706-1790), que propôs que os corpos eletrizados tinham uma espécie de fluido elétrico, que hoje conhecemos como **carga elétrica**. Além disso, Alessandro Volta (1745-1827) desenvolveu a pilha voltaica, mais um importante marco na história da eletricidade.

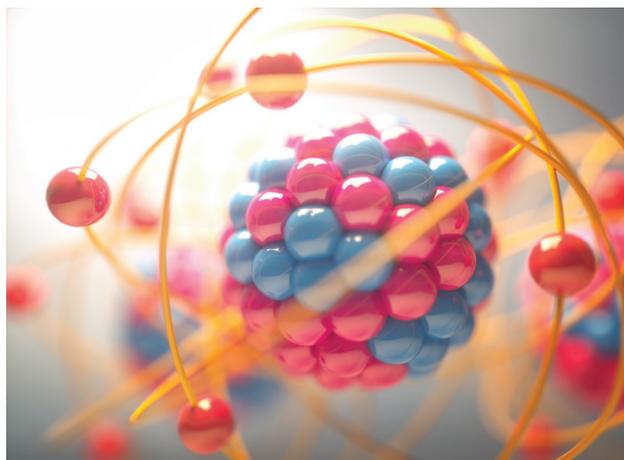
Até então, a força elétrica e a força magnética eram estudadas separadamente; em 1820, o cientista Hans Christian Orsted (1777-1851) descobriu uma relação entre elas, observando que a corrente elétrica presente em um fio pode alterar a direção em que a agulha de uma bússola aponta os polos. Devido a essa relação, surgiu um novo campo de estudo, o **eletromagnetismo**.

Nikola Tesla (1856-1943) forneceu diversas contribuições no estudo da corrente alternada e no eletromagnetismo. Inúmeras contribuições também foram feitas para a ciência do eletromagnetismo, representadas em pesquisas de André Marie Ampère (1775-1836), no campo da eletroquímica, Michael Faraday (1791-1867), no desenvolvimento da indução eletromagnética, e James Clerk Maxwell (1831-1879), na formalização matemática e aperfeiçoamento do trabalho de Faraday.

CARGA ELÉTRICA

A maioria dos materiais não apresenta características elétricas, ou seja, é neutra. Se realizarmos, porém, experimentos simples, como caminhar sobre um tapete, nosso corpo pode ser eletrizado. O mesmo efeito pode ocorrer quando, por exemplo, tiramos uma blusa de lã. Esse fato nos indica que existem cargas elétricas em nossos corpos, no tapete e até mesmo em uma blusa de lã.

A **carga elétrica** é uma propriedade intrínseca de cada corpo, presente nas partículas fundamentais que compõem a matéria. Os átomos apresentam três tipos de partículas: **prótons**, que têm carga elétrica positiva; **elétrons**, que têm carga elétrica negativa; e **nêutrons**, que não têm carga elétrica. Quando friccionamos dois corpos de materiais diferentes, causamos um desequilíbrio na distribuição de cargas elétricas, deixando-os, assim, eletrizados.



Modelo de um átomo: prótons e nêutrons em seu núcleo e elétrons orbitando-os na eletrosfera.

Os materiais podem ser classificados de acordo com a facilidade com que as cargas elétricas se movem em seu interior. Os materiais chamados de **condutores** são aqueles que possibilitam às cargas elétricas mover-se com facilidade em seu interior, como os metais, a água mineral e o corpo humano. Já os materiais que não possibilitam a locomoção de cargas são chamados de **isolantes ou dielétricos**, como a água destilada, o plástico e a borracha. Existem também os **semicondutores**, materiais com propriedades intermediárias e relacionados a condutores e isolantes; por exemplo, o silício, utilizado na construção de circuitos integrados (*chips*) de computadores.

Por fim, há também os **supercondutores**, materiais que não apresentam resistência alguma à passagem de cargas elétricas.

Quantidade de carga elétrica

A quantidade de carga elétrica presente em um corpo pode ser representada pela letra **Q** ou **q** e, no Sistema Internacional de Unidades (SI), é medida em **Coulomb (C)**. Existem dois tipos de carga: **positiva (próton)** e **negativa (elétron)**. Quando um corpo contém **quantidades iguais** de cargas elétricas positivas e negativas, dizemos que ele está **eletricamente neutro**. Quando essa **quantidade é diferente**, dizemos que o corpo está **eletricamente carregado**.

Tanto em um próton quanto em um elétron, a quantidade de carga é igual em valor absoluto e corresponde à menor quantidade de carga elétrica encontrada na natureza, a **quantidade elétrica elementar (e)**.

Em 1909, o valor de **e** foi calculado pelo físico americano Robert Andrews Millikan (1868-1953) por meio do experimento da gota de óleo, que consiste em balancear forças elétricas e gravitacionais em uma minúscula gota de óleo eletrizada, situada entre dois eletrodos de metal, ou seja, um capacitor. Conhecendo-se o campo elétrico presente, a carga pode ser determinada. O resultado obtido foi de aproximadamente $1,59 \cdot 10^{-19}$ C. Atualmente, o valor mais preciso é dado por:

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Portanto, podemos escrever a carga elétrica do próton (q_p), do elétron (q_e) e do nêutron (q_n) como

$$\begin{aligned} q_p &= + 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ q_e &= - 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ q_n &= 0 \end{aligned}$$

A carga elétrica do próton é igual, em módulo, à do elétron. Assim, como essa é a menor quantidade de carga elétrica encontrada na natureza, qualquer quantidade de carga elétrica em um corpo é um múltiplo de **e**, além disso, diz-se que a quantidade de carga elétrica de um corpo é **quantizada**. Assim, concluímos que:

Um corpo com carga elétrica **positiva** só pode apresentar quantidade de carga elétrica (Q) dada por:

$$+ 1 \cdot e; + 2 \cdot e; + 3 \cdot e; \dots; + n \cdot e, \text{ em que } n \text{ é um número inteiro positivo.}$$

Um corpo com carga elétrica **negativa** só pode apresentar quantidade de carga elétrica (Q) dada por:

$$- 1 \cdot e; - 2 \cdot e; - 3 \cdot e; \dots; - n \cdot e, \text{ em que } n \text{ é um número inteiro positivo.}$$

De modo geral, pode-se escrever que a quantidade de carga elétrica de um corpo é dada por:

$$Q = n \cdot e, \forall n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Conservação de carga elétrica

Antes da fricção, os corpos não apresentam efeitos elétricos; isso significa que a quantidade de carga elétrica de cada corpo é nula, ou seja, o número de prótons de um corpo é igual ao número de elétrons. Durante um processo de fricção, os corpos envolvidos ficam eletrizados. Nesse processo é fornecida energia suficiente para que as cargas elétricas negativas (elétrons) se transfiram de um corpo para o outro. Assim, desequilibrando-se o número de elétrons no corpo, cria-se uma diferença entre o número de prótons (n_p) e elétrons (n_e): enquanto um cede elétrons, o outro recebe elétrons. Portanto,

- se $n_e = n_p$: o corpo é eletricamente neutro.
- se $n_e > n_p$: o corpo é eletricamente negativo (recebeu elétrons).
- se $n_e < n_p$: o corpo é eletricamente positivo (cedeu elétrons).

Se os corpos do experimento estão isolados, ou seja, não sofrem influência de outros corpos, a quantidade de carga elétrica cedida por um é igual à recebida pelo outro. Eles adquirem quantidades de carga elétrica iguais em módulo, porém com sinais contrários. Em um sistema isolado, portanto, a quantidade total de carga elétrica permanece constante; esta é a chamada **Lei da Conservação de Carga Elétrica**.

PROCESSOS DE ELETRIZAÇÃO

Em dias frios e com pouca umidade relativa do ar, é comum levar um choque ao tocar a carroceria de um carro. Quando em movimento, o atrito do veículo com o ar faz com que ele se eletrize. Em virtude da baixa umidade do ar, o veículo se comporta como um **isolante** elétrico, permitindo que cargas elétricas armazenadas nele ali permaneçam por um certo tempo.

Ao tocar na carroceria do carro, cargas elétricas fluem no corpo humano em direção à terra, caracterizando choque elétrico. Mas se o corpo estiver isolado, ele fica eletrizado. Podemos classificar os processos de eletrização em **atrito**, **contato** e **indução**.

Eletrização por atrito

Quando friccionamos dois corpos neutros de substâncias diferentes, um corpo cede elétrons, ficando eletrizado positivamente, e o outro recebe elétrons, ficando eletrizado negativamente. A eletrização por atrito em isolantes é diferente da eletrização por atrito em condutores. Quando feita em isolantes, a carga obtida é concentrada na região de fricção; já quando feita em condutores, devido às suas características, as cargas espalham-se pelo corpo do condutor.

Ação

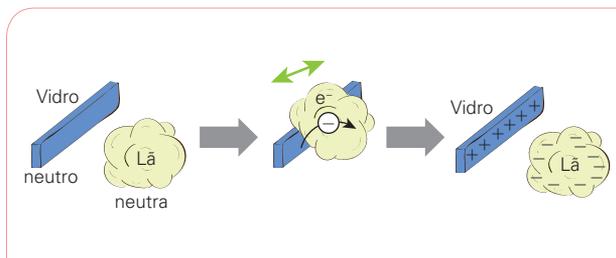
Eletrizado

Cedeu elétrons

Positivamente

Recebeu elétrons

Negativamente



Bastonete de vidro e chumaço de lã. Ao friccionar um no outro, os materiais adquirem cargas positivas e negativas, respectivamente, sempre respeitando a Lei da Conservação de Carga Elétrica, então $|Q_{\text{vidro}}| = |Q_{\text{lã}}|$.

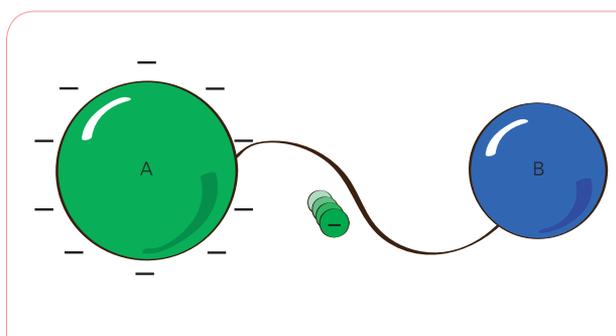
Nesse exemplo, ao friccionar os dois materiais, a Lei da Conservação de Carga Elétrica nos mostra que a quantidade de carga cedida é igual à quantidade de carga recebida, ou seja $|q_{\text{vidro}}| = |q_{\text{lã}}|$.

Eletrização por contato

A eletrização por contato é produzida quando dois corpos condutores, com pelo menos um deles eletrizado, entram em contato. Assim, a carga elétrica tende a distribuir-se entre eles, equilibrando a carga dos dois corpos. Logo, no fim desse processo, os dois corpos terão a mesma carga e o mesmo sinal. Portanto, a carga final de cada um dos corpos pode ser calculada pela média aritmética entre as cargas dos corpos.

Em termos de **potencial elétrico**, ocorre a passagem de elétrons do corpo de menor potencial para o de maior potencial, atingindo-se o chamado **equilíbrio eletrostático**.

A figura 1 mostra um **corpo A** inicialmente eletrizado com carga elétrica negativa, que é colocado em contato com um **corpo B** inicialmente neutro. Quando o contato é feito, elétrons do **corpo A** migram para o **corpo B**, pois o potencial elétrico de **A**, que é negativo, é menor que o potencial elétrico de **B**, que é nulo.



Eletrização por contato.

No caso em que os dois corpos têm mesmo tamanho, a carga elétrica final pode ser calculada como a média aritmética entre as duas cargas, sendo a esfera A, eletrizada pela carga q , e a esfera B, neutra. Após o contato, q'_A é a carga final da esfera A, e q'_B , a carga final da esfera B. Pela **Lei do Equilíbrio Eletrostático**, concluímos que:

$$q'_A + q'_B = q$$

Após o contato, obtemos:

$$q'_A = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{q + 0}{2} = \frac{q}{2}$$

$$\text{Logo, } \frac{q}{2} + q'_B = q \Rightarrow q'_B = \frac{q}{2}$$

Portanto, tanto o corpo A quanto o corpo B ficarão em equilíbrio eletrostático com a carga elétrica final de $\frac{q}{2}$.

Em caso de corpos de tamanhos diferentes, após o contato, a carga elétrica final é diretamente proporcional ao seu raio. Logo:

$$\frac{q_A}{R_A} = \frac{q'_B}{R_B}$$

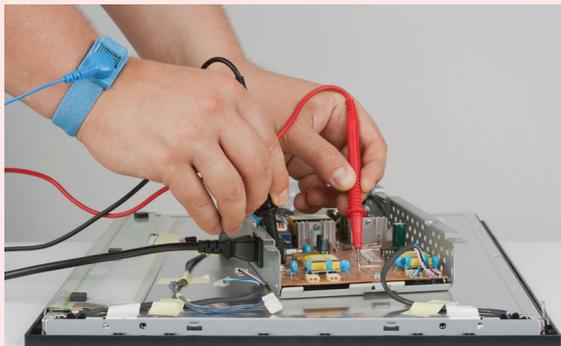
Pela Lei do Equilíbrio Eletrostático, $q'_A + q'_B = q$; logo, resolvendo o sistema linear, obtemos:

$$q'_A = \left(\frac{R_A}{R_A + R_B} \right) q \text{ e } q'_B = \left(\frac{R_B}{R_A + R_B} \right) q$$

Se ambas as esferas estiverem carregadas inicialmente com cargas q_A e q_B , pelo mesmo raciocínio, obtemos:

$$q'_A = \left(\frac{R_A}{R_A + R_B} \right) (q_A + q_B) \text{ e } q'_B = \left(\frac{R_B}{R_A + R_B} \right) (q_A + q_B)$$

A eletrização por contato pode queimar algum componente eletrônico de um equipamento. Para que isso não aconteça, usa-se uma pulseira antiestática, na qual um condutor estabelece o contato entre o corpo humano e a terra. Com isso, o corpo fica eletricamente descarregado.



Em alguns casos é essencial o uso de uma pulseira antiestática para não comprometer componentes eletrônicos.

MARSEL307/DREAMSTIME.COM

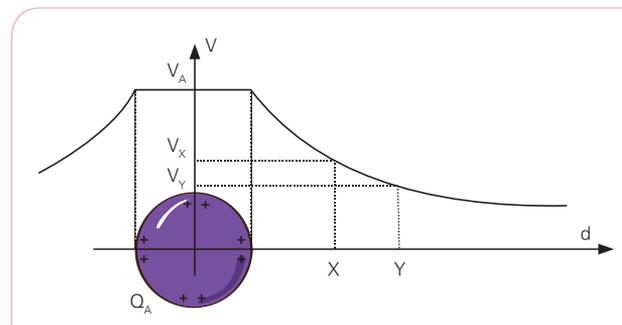
Eletrização por indução

A eletrização também pode ser feita **sem que haja contato entre os corpos**, sendo que tal processo é chamado de eletrização por indução. Esse tipo de eletrização consiste em separar cargas positivas e nega-

tivas de um condutor inicialmente neutro, chamado de **induzido**, mediante outro corpo (condutor ou isolante) eletrizado, chamado de **indutor**.

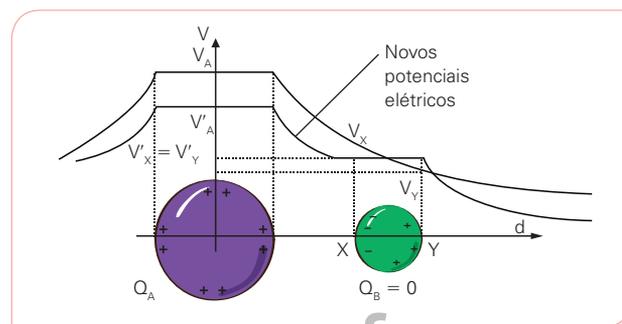
Para explicar com mais detalhes, utilizaremos o exemplo a seguir:

1. Inicialmente temos um indutor (esfera A) eletrizado positivamente com carga q_A . O gráfico mostra como varia o potencial elétrico V gerado por ele em função da distância.



Uma esfera (corpo indutor) de carga elétrica q_A e o gráfico da variação de potencial gerada por ela.

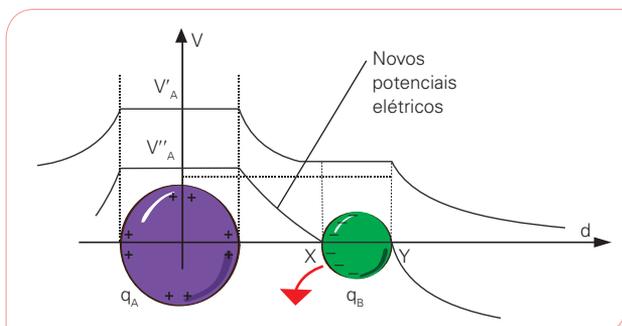
2. Colocamos o induzido (esfera B), inicialmente neutro, nas proximidades do indutor; por exemplo, entre os pontos **X** e **Y**. Então, pela **Lei da Atração e Repulsão**, as cargas positivas do indutor atraem as cargas negativas e repelem as cargas positivas de A, forçando um movimento de cargas no corpo induzido e, conseqüentemente, produzindo uma **diferença de potencial (ddp)**. Cargas elétricas, elétrons livres do condutor em movimento espontâneo, vão do ponto **Y**, de menor potencial elétrico, para o **X**, de maior potencial elétrico. Com a chegada de elétrons livres à região **X**, o potencial elétrico do ponto **X** diminui, e na região de **Y**, cargas elétricas dos átomos que ali permaneceram e perderam elétrons livres (cátions) elevam o potencial elétrico de **Y**. Esse fenômeno ocorre até que novos potenciais elétricos V'_X e V'_Y dos pontos **X** e **Y** se igualem, atingindo-se o equilíbrio eletrostático.



Esfera A (indutor) e esfera B (induzido) e os novos potenciais elétricos de A em função da distância dos pontos X e Y.

Como o condutor B não recebeu nem cedeu elétrons, continua eletricamente neutro, apesar de ter sofrido separação de cargas e estar, assim, polarizado.

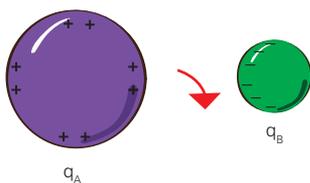
3. Liga-se, por meio de fio condutor (fio terra), qualquer ponto do condutor B (induzido) à terra e observa-se que ocorre o movimento de elétrons livres novamente, pois entre esse ponto do condutor B ($V_B \neq 0$) e a terra ($V = 0$) vai haver **diferença de potencial elétrico (ddp)**, até que seja mais uma vez atingido o equilíbrio eletrostático, ou seja, até que o potencial elétrico de B se iguale ao da terra.



Esfera A (indutor) e esfera B (induzido) e os novos potenciais elétricos de A em função da distância dos pontos X e Y.

4. Apesar de o condutor **B** ter ficado eletrizado negativamente, pois recebeu elétrons da terra, não se pode afastar o condutor **A** ainda. Em razão do excesso de cargas negativas em **B**, se isso ocorrer, seu potencial elétrico fica negativo e todos os elétrons livres recebidos da terra retornam a ela até que o potencial de **B** se anule. Assim, ele retorna à situação inicial (eletricamente neutro), desfazendo a ligação com a terra ainda na presença do condutor **A** (indutor) e, em seguida, afastando-o, fazendo com que o condutor **B** (induzido) fique eletrizado negativamente.

Desligando o fio terra ainda na presença de **A**.



Processo de remoção do fio terra do induzido (B).

5. No fim do processo, o induzido sempre se eletriza com a carga de sinal contrário ao da carga do indutor.

Afastando-se o indutor **A**, as cargas de **B** redistribuem-se por todo o condutor.



Processo de remoção do fio terra do induzido (B).

Um exemplo de fenômeno natural de eletrização por indução é a ocorrência de descargas elétricas na atmosfera (raios). Nesse caso, a nuvem está eletricamente carregada, atuando como um corpo indutor, e a superfície da terra atua como o corpo induzido, criando um campo elétrico entre os dois corpos. Quando esse campo é muito forte, o ar conduz a eletricidade e acontece uma descarga elétrica.



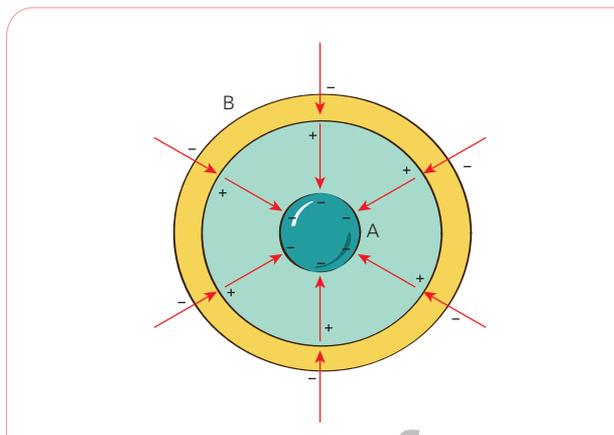
Descarga elétrica (raio).

Indução total

As linhas de força são um conjunto de linhas imaginárias, de tal forma que a força que atua sobre uma carga de prova em qualquer ponto do espaço é tangente à cada linha naquele ponto.

Um caso particular da eletrização por indução ocorre quando todas as linhas de força estão unidas ao indutor e ao induzido. Esse caso é chamado de **indução**, e a carga induzida é igual, em quantidade, à carga indutora.

A figura a seguir representa um condutor **A** eletrizado colocado no interior de um condutor oco **B** eletricamente neutro.



Esfera oca B e esfera A, inicialmente eletrizada com carga negativa. Também são representadas as linhas de força do indutor A.

Todas as linhas de força do indutor A estão unidas ao induzido B e, sendo $-q$ a carga elétrica de A, cargas induzidas em B serão $+q$ e $-q$.

ROTEIRO DE AULA

ELETRIZAÇÃO

CARGAS ELÉTRICAS

Prótons, nêutrons e elétrons

Quantidade de carga elétrica

Elementar (e)

$$q^1 = q^2$$

Lei da Conservação de Carga Elétrica

$$|q_p| = |q_e|$$
$$q = n \cdot e$$

Conservação da carga

$$n_e = n_p \text{ (neutro)}$$
$$n_e > n_p \text{ (negativo)}$$
$$n_e < n_p \text{ (positivo)}$$

Eletrização

Atrito

Contato

Indução

Fricção com transferência de carga de um material para outro

Corpos condutores com um ao menos eletrizado

Sem contato entre os corpos, mas com atração por campo com variação pela distância

Potencial elétrico

Presença de um indutor e um induzido. Lei da Atração e Repulsão (ddp)

Tende ao equilíbrio eletrostático(Lei do Equilíbrio Eletrostático)

Aterramento para o equilíbrio eletrostático

Indução total:

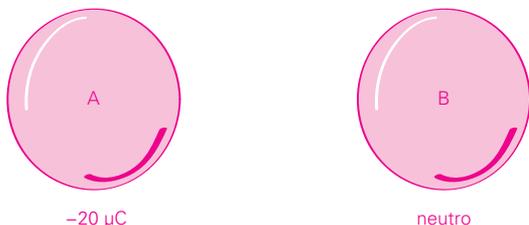
$$q_{\text{induzida}} = q_{\text{indutora}}$$

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

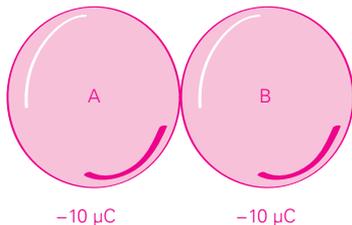
1. **Mackenzie-SP** – Uma esfera metálica **A**, eletrizada com carga elétrica igual a $-20,0 \mu\text{C}$, é colocada em contato com outra esfera idêntica **B**, eletricamente neutra. Em seguida, encosta-se a esfera **B** em outra **C**, também idêntica eletrizada com carga elétrica igual a $50,0 \mu\text{C}$. Após esse procedimento, as esferas **B** e **C** são separadas. A carga elétrica armazenada na esfera **B**, no final desse processo, é igual a:

- a) $20,0 \mu\text{C}$
 b) $30,0 \mu\text{C}$
 c) $40,0 \mu\text{C}$
 d) $50,0 \mu\text{C}$
 e) $60,0 \mu\text{C}$

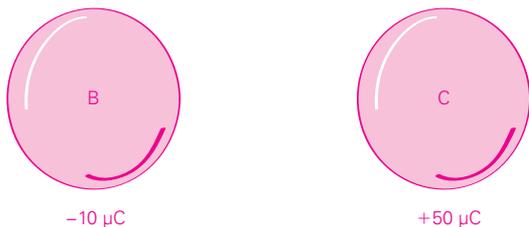
Inicialmente temos as esferas:



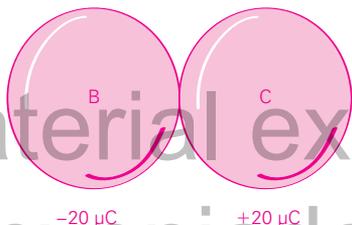
Após o contato da esfera **A** (eletrizada) com a esfera **B** (neutra), as cargas se distribuem igualmente entre os corpos, portanto, $Q_A = Q_B = -10 \mu\text{C}$.



Agora, as esferas **B** (agora eletrizada negativamente) e **C**, antes do contato:



Após o contato da esfera **B** com a esfera **C**, as cargas se distribuem igualmente entre os corpos, portanto, $Q_B = Q_C = \frac{-10 + 50}{2} \mu\text{C} = +20 \mu\text{C}$.

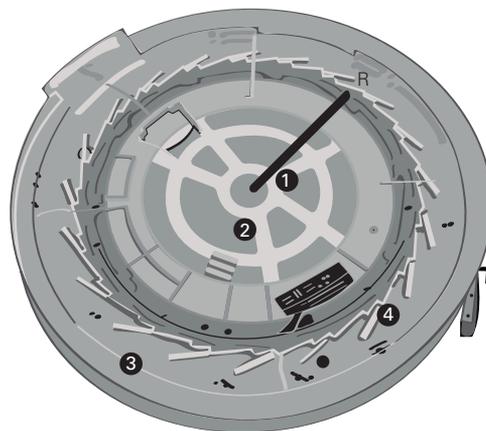


Portanto, a esfera **B** ficará carregada positivamente com $20 \mu\text{C}$.

2. **FCM-MG (adaptado)**

C1-H2

Novos combates à tuberculose: como combater a bactéria causadora da tuberculose quando ela já apresenta resistência a diversos antibióticos? O Laboratório Nacional de Luz Síncrotron (LNLS) em Campinas possui uma linha de pesquisa para analisar moléculas que se ligam a enzimas importantes da *Mycobacterium tuberculosis* como ponto de partida para novos fármacos. O LNLS possui um tubo circular a vácuo, onde um feixe de elétrons move-se com velocidade próxima da luz ($3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$), numa órbita circular de raio $R = 32 \text{ m}$.



O fluxo de elétrons constitui uma corrente elétrica de $0,12 \text{ A}$, em uma seção transversal do tubo, que pode ser considerado como um fio condutor. Vale lembrar que a carga do elétron é de $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, o número total de elétrons contidos na órbita é, aproximadamente, de

- a) $3 \cdot 10^{19}$
 b) $5 \cdot 10^{11}$
 c) $12 \cdot 10^{11}$
 d) $16 \cdot 10^{19}$
 e) 0

Primeiramente, calculamos o tempo de órbita dos elétrons.

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 32}{3 \cdot 10^8} = 6,7 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

Agora, obtemos o número de elétrons (n) a partir das relações:

$$I = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = I \cdot \Delta t \text{ e } Q = n \cdot e$$

$$I \cdot \Delta t = n \cdot e \Rightarrow n = \frac{I \cdot \Delta t}{e}$$

Sendo, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, temos:

$$n = \frac{I \cdot \Delta t}{e} = \frac{0,12 \cdot 6,7 \cdot 10^{-7}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 5 \cdot 10^{11} \therefore n = 5 \cdot 10^{11} \text{ elétrons}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

3. FGV-SP (adaptado) – Deseja-se eletrizar um objeto metálico, inicialmente neutro, pelos processos de eletrização conhecidos, e obter uma quantidade de carga negativa de $3,2 \mu\text{C}$. Sabendo-se que a carga elementar vale $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, para conseguir a eletrização desejada será preciso quantos elétrons?

Para obter uma carga negativa, teremos que acrescentar um número

n de elétrons.

Como $Q = n \cdot e$, sendo e a carga elementar, concluímos que $n = \frac{Q}{e}$; logo:

$$n = \frac{3,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 2,0 \cdot 10^{13} = 20 \cdot 10^{12}$$

Resposta: Precisar-se-á de 20 trilhões de elétrons.

4. UFRGS – Uma carga negativa Q é aproximada de uma esfera condutora isolada, eletricamente neutra. A esfera é, então, aterrada com um fio condutor.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado a seguir, na ordem em que aparecem.

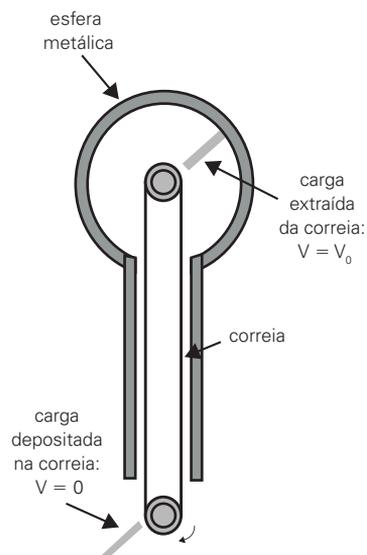
Se a carga Q for afastada para bem longe enquanto a esfera está aterrada, e, a seguir, for desfeito o aterramento, a esfera ficará _____.

Por outro lado, se primeiramente o aterramento for desfeito e, depois, a carga Q for afastada, a esfera ficará _____.

- a) eletricamente neutra – positivamente carregada
 b) eletricamente neutra – negativamente carregada
 c) positivamente carregada – eletricamente neutra
 d) positivamente carregada – negativamente carregada
 e) negativamente carregada – positivamente carregada

Se o indutor (esfera eletrizada) já estiver longe quando o aterramento for desfeito, a esfera que estava aterrada (induzido), será neutralizada durante o processo de afastamento do indutor. Agora, caso o aterramento seja desfeito antes de o indutor ser afastado, a esfera condutora isolada terá carga elétrica induzida. Já que a carga elétrica negativa sofrerá repulsão para o fio terra, a esfera induzida ficará com carga positiva, que é contrária à carga do indutor (negativo).

5. Unicamp-SP (adaptado) – Geradores de Van de Graaff têm a finalidade de produzir altas diferenças de potencial. Consistem em uma esfera metálica na qual é acumulada a carga proveniente de uma correia em movimento. A carga é inicialmente depositada na parte inferior da correia, que está aterrada (potencial $V = 0$, ver figura), e é extraída da correia quando atinge a parte superior, que está no potencial V_0 , fluindo para a esfera metálica. O movimento da correia é mantido por um pequeno motor.



Em um gerador em operação, a carga transportada por unidade de comprimento da correia é igual a $\lambda = 1,25 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}$. Se a taxa com que essa carga é transferida para a esfera metálica é dada por $i = 5,0 \cdot 10^{-9} \text{ C/s}$, calcule a velocidade da correia.

A velocidade da correia pode ser descrita como a divisão da taxa de carga transferida para a esfera metálica pela carga transportada por unidade de comprimento da correia; logo:

$$v = \frac{i}{\lambda} = \frac{5,0 \cdot 10^{-9} \text{ C/s}}{1,25 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s} = 0,04 \text{ m/s} = 4 \text{ cm/s}$$

6. Fuvest-SP – Um objeto metálico, X, eletricamente isolado, tem carga negativa $5,0 \cdot 10^{-12} \text{ C}$. Um segundo objeto metálico, Y, neutro, mantido em contato com a Terra, é aproximado do primeiro e ocorre uma faísca entre ambos, sem que eles se toquem. A duração da faísca é $0,5 \text{ s}$ e sua intensidade é 10^{-11} A . No final desse processo, as cargas elétricas totais dos objetos X e Y são, respectivamente,

- a) zero e zero.
 b) zero e $-5,0 \cdot 10^{-12} \text{ C}$
 c) $-2,5 \cdot 10^{-12} \text{ C}$ e $2,5 \cdot 10^{-12} \text{ C}$
 d) $-2,5 \cdot 10^{-12} \text{ C}$ e $+2,5 \cdot 10^{-12} \text{ C}$
 e) $+5,0 \cdot 10^{-12} \text{ C}$ e zero

Dado que $1 \text{ A} = \frac{1 \text{ C}}{\text{s}}$

Durante o período da faísca, a carga transferida foi de

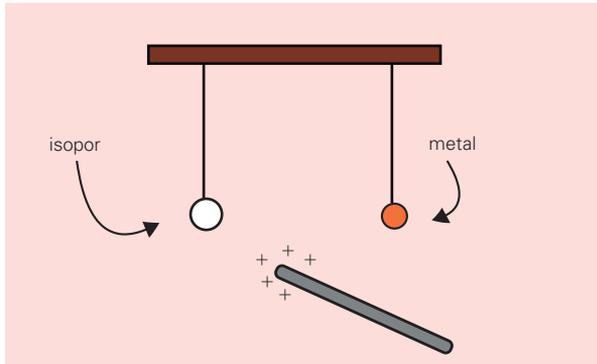
$$0,5 \text{ s} \cdot 10^{-11} \frac{\text{C}}{\text{s}} = 5,0 \cdot 10^{-12} \text{ C}$$

Logo, como o objeto metálico (condutor Y estava em contato com a Terra, toda carga transferida para ele fica neutralizada.

Assim, como toda a carga de X foi transferida para Y durante a faísca e a carga de Y foi neutralizada pela Terra, concluímos que as cargas de X e Y são nulas.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. **UFRJ** – Uma bolinha de isopor e outra de metal com carga nula são penduradas em um suporte por fios isolantes, como mostra a figura a seguir.



Aproximando um bastão eletricamente carregado de carga positiva de cada uma delas, podemos afirmar que:

- as duas bolinhas se afastam do bastão.
- as duas bolinhas se aproximam do bastão.
- a bolinha de isopor se aproxima e a bolinha de metal se afasta do bastão.
- a bolinha de isopor não se move e a bolinha de metal se afasta do bastão.
- a bolinha de isopor aproxima-se do bastão e a bolinha de metal não se move.

8. **Udesc-SC (adaptado)** – Duas esferas idênticas, **A** e **B**, feitas de material condutor, apresentam as cargas $+3$ e -5 e, e são colocadas em contato.

Após o equilíbrio, a esfera **A** é colocada em contato com outra esfera idêntica **C**, a qual possui carga elétrica de $+3$ e. Calcule o valor da carga elétrica final da esfera **A**.

9. **UFSC** – A eletricidade estática gerada por atrito é fenômeno comum no cotidiano. Pode ser observada ao pentearmos o cabelo em um dia seco, ao retirarmos um casaco de lã ou até mesmo ao caminharmos sobre um tapete. Ela ocorre porque o atrito entre materiais gera desequilíbrio entre o número de prótons e elétrons de cada material, tornando-os carregados positivamente ou negativamente. Uma maneira de identificar qual tipo de carga um material adquire quando atritado com outro é consultando uma lista elaborada experimentalmente, chamada série **triboelétrica**, como a mostrada a seguir. A lista está ordenada de tal forma que qualquer material adquire carga positiva quando atritado com os materiais que o seguem.

Materiais		Materiais	
1	Pele humana seca	10	Papel
2	Couro	11	Madeira
3	Pele de coelho	12	Latão
4	Vidro	13	Poliéster
5	Cabelo humano	14	Isopor
6	Náilon	15	Filme de PVC
7	Chumbo	16	Poliuretano
8	Pele de gato	17	Polietileno
9	Seda	18	Teflon

Com base na lista **triboelétrica**, assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

- A pele de coelho atritada com teflon ficará carregada positivamente, pois receberá prótons do teflon.
- Uma vez eletrizados por atrito, vidro e seda quando aproximados vão se atrair.
- Em processo de eletrização por atrito entre vidro e papel, o vidro adquire carga de $+5$ unidades, então o papel adquire carga de -5 unidades.
- Atritar couro e teflon produzirá mais eletricidade estática do que atritar couro e pele de coelho.
- Dois bastões de vidro aproximados depois de atritados com pele de gato vão se atrair.
- Um bastão de madeira atritado com outro bastão de madeira ficará eletrizado.

Dê como resposta a soma da(s) alternativa(s) correta(s)

10. **UFSCar-SP** – Considere dois corpos sólidos envolvidos em processos de eletrização. Um dos fatores que pode ser observado tanto na eletrização por contato quanto na por indução é o fato de que, em ambas:

- torna-se necessário manter um contato direto entre os corpos.
- deve-se ter um dos corpos ligado temporariamente a um aterramento.
- ao fim do processo de eletrização, os corpos adquirem cargas elétricas de sinais opostos
- um dos corpos deve, inicialmente, estar carregado eletricamente.
- para ocorrer, os corpos devem ser bons condutores elétricos.

11. **Ufrgs-RS** – Considere dois balões de borracha, **A** e **B**. O balão **B** tem excesso de cargas negativas; o balão **A**, ao ser aproximado do balão **B**, é repelido por ele. Por outro lado, quando certo objeto metálico isolado é aproximado do balão **A**, este é atraído pelo objeto. Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem. A respeito das cargas elétricas líquidas no balão **A** e no objeto, pode-se concluir que o balão **A** só pode _____ e o objeto só pode _____.

- a) ter excesso de cargas negativas – ter excesso de cargas positivas.
- b) ter excesso de cargas negativas – ter excesso de cargas positivas ou estar eletricamente neutro.
- c) ter excesso de cargas negativas – estar eletricamente neutro.
- d) estar eletricamente neutro – ter excesso de cargas positivas ou estar eletricamente neutro.
- e) estar eletricamente neutro – ter excesso de cargas positivas.

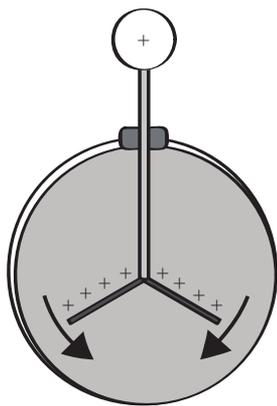
12. PUC-RJ – Dois bastões metálicos idênticos estão carregados com a carga de $9\ \mu\text{C}$. Eles são colocados em contato com um terceiro bastão, também idêntico aos outros dois, mas cuja carga líquida é zero. Após o contato entre eles ser estabelecido, afastam-se os três bastões. Qual é a carga líquida resultante, em μC , no terceiro bastão?

- a) 3,0
- b) 4,5
- c) 6,0
- d) 9,0
- e) 18

13. Esferas idênticas **A**, **B**, **C** e **D** feitas de material condutor e com as cargas $+3\ \text{e}$, $-5\ \text{e}$, $-4\ \text{e}$ e $+6\ \text{e}$ são colocadas em contato. Após o equilíbrio, assinale a alternativa que contém o valor da carga elétrica final da esfera **C**.

- a) $+10\ \text{e}$
- b) $-1\ \text{e}$
- c) $+4\ \text{e}$
- d) $-2\ \text{e}$
- e) $0\ \text{e}$

14. Acafe-SC – Utilizado nos laboratórios didáticos de física, os eletroscópios são aparelhos geralmente usados para detectar se um corpo possui carga elétrica ou não.



Considerando o eletroscópio da figura anterior, carregado positivamente, assinale a alternativa **correta** que completa a lacuna da frase a seguir.

Tocando-se o dedo na esfera, verifica-se que as lâminas se fecham, porque o eletroscópio _____.

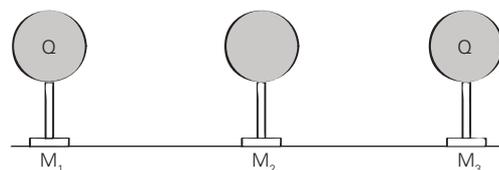
- a) perde elétrons.
- b) ganha elétrons.
- c) ganha prótons.
- d) perde prótons.

15. PUC-RJ (adaptado) – Dois bastões metálicos idênticos estão carregados com a carga de $9,0\ \mu\text{C}$. Eles são colocados em contato com um terceiro bastão, também idêntico aos outros dois, mas cuja carga líquida é zero.

Após o contato entre eles ser estabelecido, afastam-se os três bastões.

Qual é a carga líquida resultante, em μC , no terceiro bastão?

16. Fuvest-SP – Três esferas metálicas, M_1 , M_2 , M_3 , de mesmo diâmetro e montadas em suportes isolantes, estão bem afastadas entre si e longe de outros objetos.



Inicialmente M_1 e M_3 têm cargas iguais, com valor Q , e M_2 está descarregada. São realizadas duas operações, na sequência indicada:

- I. A esfera M_1 é aproximada de M_2 até que ambas fiquem em contato elétrico. A seguir, M_1 é afastada até retornar à sua posição inicial.
- II. A esfera M_3 é aproximada de M_2 até que ambas fiquem em contato elétrico. A seguir, M_3 é afastada até retornar à sua posição inicial.

Após essas duas operações, as cargas nas esferas serão cerca de:

	M_1	M_2	M_3
a)	$Q/2$	$Q/4$	$Q/4$
b)	$Q/2$	$3Q/4$	$3Q/4$
c)	$2Q/3$	$2Q/3$	$2Q/3$
d)	$3Q/4$	$Q/2$	$3Q/4$
e)	Q	zero	Q

17. UFSC – Uma placa de vidro eletrizada com carga positiva é mantida próxima a uma barra metálica isolada e carregada com carga $+q$, conforme mostra a figura seguinte.



É correto afirmar que:

- 01)** se a barra for conectada ao solo por um fio condutor, a placa de vidro for afastada e, a seguir, a ligação com o solo for desfeita, a barra ficará carregada negativamente.
- 02)** se a barra for conectada ao solo por um fio condutor e, a seguir, for desconectada novamente, com a placa de vidro mantida próxima, a placa de vidro ficará neutra.
- 04)** se a placa de vidro atrair um pequeno pedaço de cor-

tiça suspenso por um fio isolante, pode-se concluir que a carga da cortiça é necessariamente negativa.

- 08)** se a placa de vidro repelir um pequeno pedaço de cortiça suspenso por um fio isolante, pode-se concluir que a carga da cortiça é necessariamente positiva.
- 16)** nas condições expressas na figura, a carga $+q$ da barra metálica distribui-se uniformemente sobre toda a superfície externa da barra.

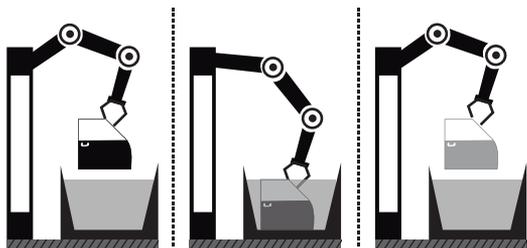
Dê como resposta a soma da(s) alternativa(s) correta(s)

ESTUDO PARA O ENEM

18. PUC-PR

C2-H6

Uma indústria automotiva faz a pintura de peças de um veículo usando a pintura eletrostática, processo também conhecido como pintura a pó. Nele, a pinça de um braço robótico condutor que segura a peça é ligada a um potencial de 1 kV. A pinça junto com a peça é imersa em um tanque de tinta em pó a 0 V. A diferença de potencial promove a adesão da tinta à peça, que depois é conduzida pelo mesmo braço robótico a um forno para secagem. Após essa etapa, o robô libera a peça pintada e o processo é reiniciado. A ilustração a seguir mostra parte desse processo.



A indústria tem enfrentado um problema com a produção em série: após duas ou três peças pintadas, a tinta deixa de ter adesão nas peças. Uma possível causa para tal problema é:

- a)** o movimento do braço robótico carregando a peça no interior da tinta gera atrito e aquece o sistema, anulando a diferença de potencial e impedindo a adesão eletrostática.
- b)** a ausência de materiais condutores faz com que não exista diferença de potencial entre a peça e a tinta.
- c)** cada peça pintada diminui a diferença de potencial até que, após duas ou três peças pintadas, ela torne-se nula.
- d)** quando a pinça e a peça são imersas na tinta, ambos entram em equilíbrio eletrostático, o que impede que a tinta tenha aderência sobre a superfície da peça.
- e)** com o tempo, a pinça acaba ficando recoberta por uma camada de tinta que atua como isolante elétrico, anulando a diferença de potencial entre a peça e a tinta.

19. UFPE

C5-H17

Considere os materiais:

1	Borracha	5	Vidro
2	Porcelana	6	Ouro
3	Alumínio	7	Mercúrio
4	Nylon	8	Madeira

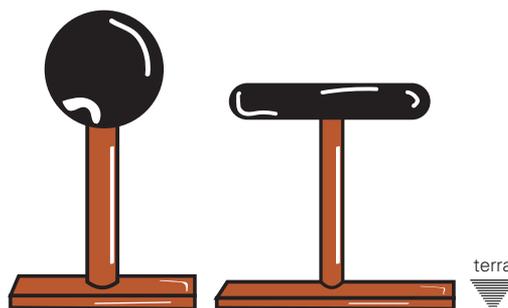
Assinale a alternativa, na qual os três materiais citados são bons condutores.

- a)** 5, 7 e 8
b) 3, 5 e 6
c) 3, 4 e 6
d) 3, 6 e 7
e) 1, 3 e 7

20. Unesp

C2-H5

Indução eletrostática é o fenômeno no qual se pode causar a separação de cargas em um corpo neutro pela aproximação de outro já eletrizado. O condutor que está eletrizado é chamado indutor, e o condutor no qual a separação de cargas ocorreu é chamado induzido. A figura mostra uma esfera condutora indutora positivamente eletrizada, induzindo a separação de cargas em um condutor inicialmente neutro.



Analisando a figura e sobre o processo de eletrização por indução, são feitas as seguintes afirmações:

- I.** Para eletrizar o corpo neutro por indução, deve-se aproximar o indutor, conectar o induzido à terra, afastar o indutor e, finalmente, cortar o fio terra.
- II.** Para eletrizar o corpo neutro por indução, deve-se aproximar o indutor, conectar o induzido à terra, afastar o indutor e, finalmente, afastar o indutor.
- III.** Na situação da figura, a conexão do induzido à terra, com o indutor nas suas proximidades, faz com que prótons do induzido escoem para a terra, por repulsão.
- IV.** No final do processo de eletrização por indução, o corpo inicialmente neutro e que sofreu indução adquire carga de sinal negativo.

Está correto, apenas, o contido em:

- a)** II. **d)** II e IV.
b) I e III. **e)** II, III e IV.
c) I e IV.

LEI DE COULOMB

CREATIVE TRAVEL PROJECTS/SHUTTERSTOCK



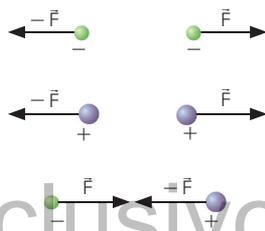
Raios saindo das nuvens.

No século XVIII, o francês Charles François Dufay detectou a existência de dois tipos de cargas elétricas, as quais denominou "vítrea" e "resinosa". Ele notou que um bastão de vidro atritado com seda adquiria carga elétrica diferente da obtida por um bastão de resina atritado com lã. Mais tarde, Benjamin Franklin escolheu arbitrariamente as palavras "carga positiva" para vítrea e "carga negativa" para resinosa.

Dufay, em seus experimentos, concluiu:

Cargas elétricas de mesmo nome (sinal) repelem-se e de nomes contrários atraem-se.

Essa conclusão ficou conhecida como lei de Dufay, como mostrado no esquema a seguir.



Cargas elétricas pontiformes de mesmos sinais se repelem e de sinais diferentes se atraem. Representação de cargas e seus vetores nos três casos: duas cargas negativas, duas cargas positivas, uma negativa e uma positiva.

- Força elétrica
- Pêndulo eletrostático
- Lei de Coulomb
- Gráfico $F \times d$

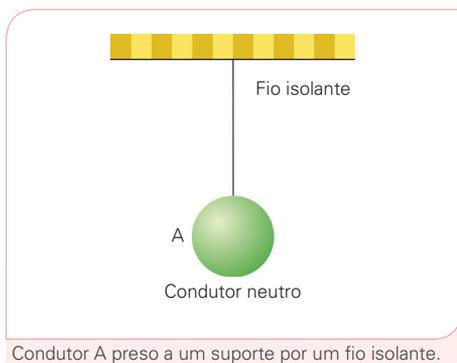
HABILIDADES

- Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum ao longo do tempo ou em diferentes culturas.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas Ciências Físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da eletrostática.
- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

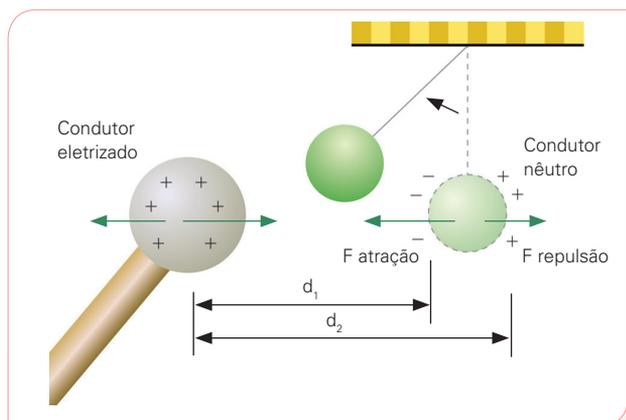
FORÇA ELÉTRICA

Pêndulo eletrostático

É possível que um corpo inicialmente neutro sofra atração eletrostática pelo fenômeno da indução. Tome-mos como exemplo uma esfera condutora neutra, leve, suspensa num suporte por um fio isolante.



Observe que, quando aproximamos um corpo eletrizado (**B**) do pêndulo neutro (**A**), o condutor **B** induz a separação de cargas no condutor **A**, dessa forma, as cargas de sinais contrários ficam mais próximas entre si do que as de mesmo sinal; ou seja, a distância d_1 entre cargas de sinais contrários é menor que a distância d_2 entre as cargas de mesmo sinal. Como $d_1 < d_2$, a força de atração ($\vec{F}_{\text{atração}}$) é maior que a força de repulsão ($\vec{F}_{\text{repulsão}}$), o que faz o condutor **A** aproximar-se do condutor **B**.

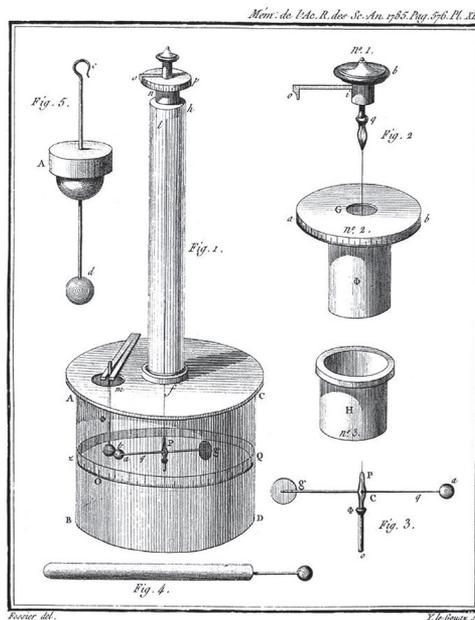


Movimento do condutor A produzido pela força de atração do condutor eletrizado B.

LEI DE COULOMB

Em 1784, o físico francês **Charles Augustin de Coulomb (1736-1806)** obteve experimentalmente a relação da força de interação entre duas cargas puntiformes com o auxílio de uma **balança de torção** de extrema sensibilidade. Este tipo de balança é um instrumento que a partir da torção de um fio, é capaz de medir a intensidade da força de atração entre dois corpos.

Além de possibilitar a Coulomb realizar seu experimento, também permitiu a **Henry Cavendish (1731-1810)** realizar o experimento com o qual mediu a densidade da Terra.



Balança de Coulomb — a medida da intensidade da força de atração ou repulsão entre esferas carregadas A e B é feita pela torção do fio.

Essa relação, conhecida como lei de Coulomb, estabelece:

A intensidade da força de interação elétrica entre duas cargas puntiformes é diretamente proporcional ao produto dos módulos das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.

Matematicamente, obtemos:

$$F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$$

Em que:

- q_1 e q_2 : são os módulos das cargas;
- d : é distância entre as cargas.

A constante k de proporcionalidade está relacionada ao meio em que as cargas se encontram. Sendo esse meio o vácuo, seu valor, em unidades do SI, é:

$$k = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

denominada **constante eletrostática do vácuo**.

A constante k também pode ser definida em termos de outra constante, a **permissividade elétrica no vácuo** (ϵ_0), que é dada por:

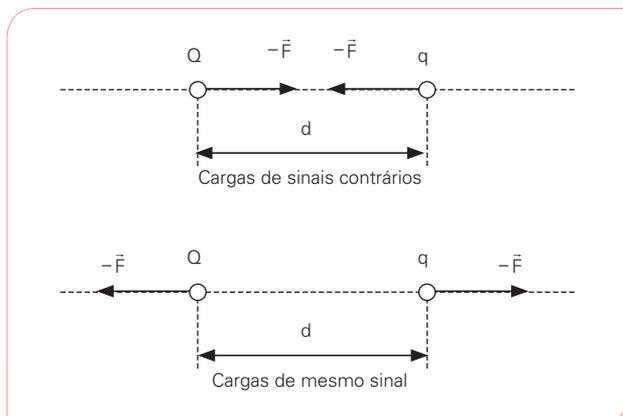
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Portanto,

$$\epsilon_0 \cong 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

A equação que representa a lei de Coulomb fornece o módulo da força elétrica entre duas cargas elétricas puntiformes. A direção da força de interação entre as duas cargas elétricas é a reta que contém ambas. Em relação ao sentido, ocorre:

- atração, quando cargas elétricas possuem sinais contrários;
- repulsão, quando cargas elétricas possuem mesmo sinal.



Cargas de sinais contrários se atraem e cargas de sinais iguais se repelem com intensidade de força F .

Gráfico $F \times D$

Variando-se a distância d de separação entre duas cargas elétricas Q e q , o módulo da força (F) de interação entre elas varia. Veja alguns valores na tabela a seguir.

Distância	$\frac{d}{2}$	d	$2 \cdot d$	$3 \cdot d$
Força	$4 \cdot F$	F	$\frac{F}{4}$	$\frac{F}{9}$

Observe que quando o valor da distância é dobrado, o módulo da força diminui a $1/4$ do valor original e, reduzindo-se o valor da distância à metade, o módulo da força quadruplica.

Com base na tabela, pode-se construir o gráfico $F \times d$, em coordenadas cartesianas:

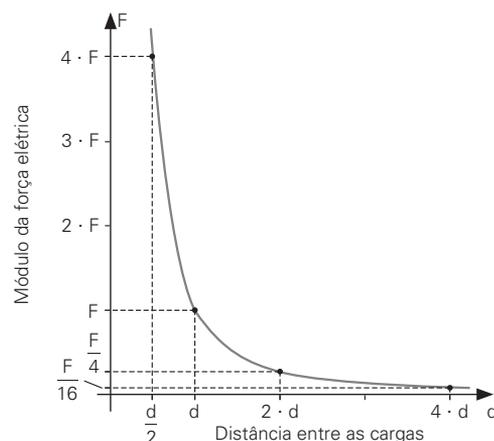


Gráfico do módulo da Força Elétrica \times Distância entre as cargas.

Com base no gráfico pode-se observar que quando a distância d tende ao infinito, o módulo da força tende a zero. Da mesma forma, quando a distância d tende a zero, o módulo da força tende ao infinito.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Duas partículas eletrizadas se atraem com força de intensidade $F = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ N}$ quando a distância entre elas é $d = 1 \text{ m}$. Sabendo que uma das partículas tem carga igual a $+1 \mu\text{C}$ e a constante eletrostática no vácuo é de $9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$, determine a carga da segunda partícula.

Sendo q_1 e q_2 as partículas do sistema, se $q_1 = +1 \mu\text{C}$, obtemos

$$F = k \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot |q_2|}{d^2}$$

Como $F = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ N}$, logo,

$$1,8 \cdot 10^{-2} \text{ N} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot q_2 \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$$

Assim, $q_2 = 2 \cdot 10^6 \text{ C} = 2 \mu\text{C}$.

Como a força é de atração e o sinal de q_1 é positivo, então $q_2 = -2 \mu\text{C}$.

2. Duas partículas se repelem a uma distância $d = 3 \text{ m}$. Suas cargas elétricas são iguais a $5 \mu\text{C}$ cada. Dada a constante eletrostática no vácuo $k = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$, calcule a força elétrica resultante.

$$F = k \cdot \frac{Q \cdot Q}{d^2}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{d^2}$$

$$F = 25 \cdot 10^{-3} \text{ N} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

ROTEIRO DE AULA

LEI DE COULOMB

Cargas iguais se repelem

Pêndulo eletrostático

Cargas diferentes se atraem

Indução:
Corpo neutro sofre atração
eletrostática

Se a distância tende a infinito, o
módulo da força tende a zero.

Se o módulo da força tende a infinito, a
distância tende a zero.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **EEAR-SP** – Duas cargas são colocadas em uma região onde há interação elétrica entre elas. Quando separadas por uma distância d , a força de interação elétrica entre elas tem módulo igual a F . Triplicando-se a distância entre as cargas, a nova força de interação elétrica em relação à força inicial, será

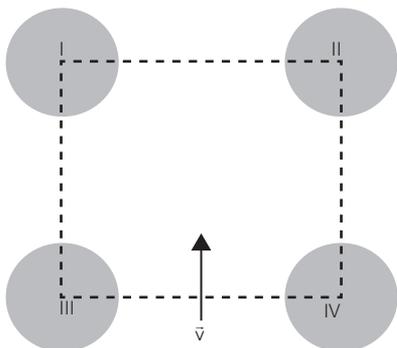
- f) diminuída 3 vezes
g) diminuída 9 vezes
 h) aumentada 3 vezes
 i) aumentada 9 vezes

$$F = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d} ; F' = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{(3d)^2} = \frac{1}{9} \cdot K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2} = \frac{1}{9} \cdot F \therefore F' = \frac{1}{9} \cdot F$$

2. **Fuvest-SP**

C5-H17

Os centros de quatro esferas idênticas, **I**, **II**, **III** e **IV**, com distribuições uniformes de carga, formam um quadrado. Um feixe de **elétrons** penetra na região delimitada por esse quadrado, pelo ponto equidistante dos centros das esferas **III** e **IV**, com velocidade inicial \vec{v} na direção perpendicular à reta que une os centros de **III** e **IV**, conforme representado na figura.



A trajetória dos elétrons será retilínea, na direção de \vec{v} , e eles serão acelerados com velocidade crescente dentro da região plana delimitada pelo quadrado, se as esferas **I**, **II**, **III** e **IV** estiverem, respectivamente, eletrizadas com cargas

- a) $+Q, -Q, -Q, +Q$
 b) $+2Q, -Q, +Q, -2Q$
c) $+Q, +Q, -Q, -Q$
 d) $-Q, -Q, +Q, +Q$
 e) $+Q, +2Q, -2Q, -Q$

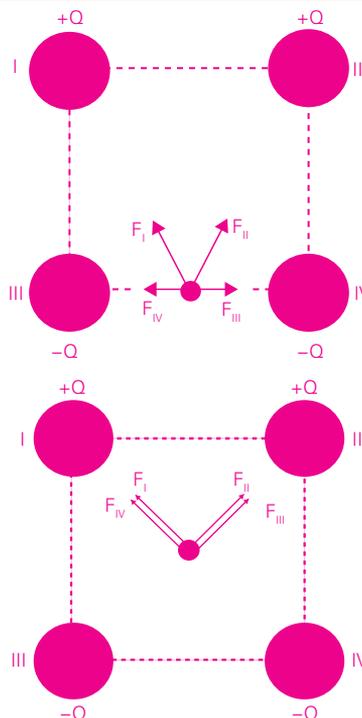
Note e adote: e é um número positivo.

Seja retilíneo e plano dentro da região delimitada pelo quadrado, a força resultante deve ter a direção e sentido de \vec{v} .

Assim, para que essa força seja retilínea, vertical e para cima, a força resultante horizontal deve ser nula. Portanto, quando o feixe de elétrons penetrar a região delimitada, para que eles sejam acelerados, é necessário ter uma força resultante de atração por I e II e de repulsão de III e IV. Logo, I e II devem ter cargas positivas e III e IV devem ter cargas negativas.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.



Portanto, é necessário que as cargas de **I**, **II**, **III** e **IV** sejam respectivamente iguais a $+Q, +Q, -Q, -Q$ respectivamente.

3. **Udesc-SC adaptado** – Duas pequenas esferas estão separadas por uma distância de 30 cm. As duas esferas repelem-se com uma força de $7,5 \cdot 10^{-6}$ N. Considerando que a carga elétrica das duas esferas é 20 nC, calcule a carga elétrica de cada esfera.

Dado: $k = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

Pela Lei de Coulomb, $F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$, então,

$$7,5 \cdot 10^{-6} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{0,09} \rightarrow q_1 \cdot q_2 = 7,5 \cdot 10^{-17} \text{ C}^2 \text{ (I)}$$

$$\text{Mas } q_1 + q_2 = 20 \text{ nC} = 20 \cdot 10^{-9} \text{ C, ou seja, } q_2 = 20 \cdot 10^{-9} - q_1$$

Substituindo na equação (I), obtemos:

$$q_1 \cdot (20 \cdot 10^{-9} - q_1) = 7,5 \cdot 10^{-17} \text{ C}^2$$

$$20 \cdot 10^{-9} \cdot q_1 - q_1^2 = 7,5 \cdot 10^{-17}$$

$$q_1^2 - 20 \cdot 10^{-9} \cdot q_1 + 7,5 \cdot 10^{-17} = 0$$

Resolvendo a equação de segundo grau, obtemos:

$$q_1 = 15 \text{ nC ou } q_1 = 5 \text{ nC}$$

$$\text{Logo, } q_1 = 5 \text{ nC ou } q_2 = 15 \text{ nC.}$$

4. **PUC-RJ (adaptado)** – Duas cargas pontuais q_1 e q_2 são colocadas a uma distância R entre si. Nesta situação, observa-se uma força de módulo F_0 sobre a carga q_2 . Se agora a carga q_2 for reduzida à metade e a distância entre as cargas for reduzida para $R/4$, qual será o módulo da força atuando em q_1 ?

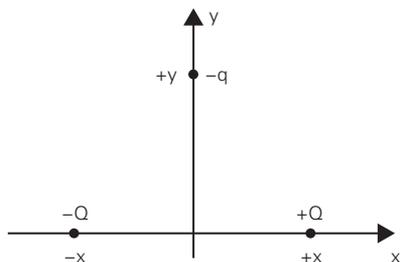
- a) $F_0/32$
 b) $F_0/2$
 c) $2F_0$
 d) $8F_0$
 e) $16F_0$

Sabemos que $F_0 = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{R^2}$

Reduzindo a carga de q_2 para $q_2/2$ e a distância de R para $R/4$, obtemos a nova força

$$F_1 = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2/2}{(R/4)^2} = 8 \cdot k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{R^2} = 8F_0 \therefore F_1 = 8F_0$$

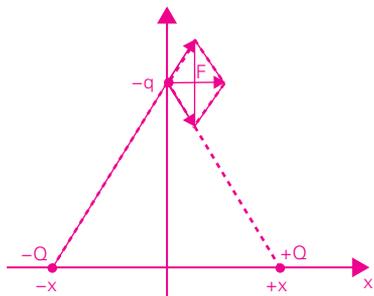
5. Mackenzie-SP



Dois corpos eletrizados com cargas elétricas puntiformes $+Q$ e $-Q$ são colocados sobre o eixo x nas posições $+x$ e $-x$ respectivamente. Uma carga elétrica de prova $-q$ é colocada sobre o eixo y na posição $+y$ como mostra a figura acima.

A força eletrostática resultante sobre a carga elétrica de prova

- a) tem direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.
 b) tem direção horizontal e sentido da direita para a esquerda.
 c) tem direção vertical e sentido ascendente.
 d) tem direção vertical e sentido descendente.
 e) é um vetor nulo.



Haverá a repulsão entre a carga $-Q$ e a carga de prova $-q$ e haverá atração entre a carga $+Q$ e a carga de prova $-q$. Como as distâncias entre as cargas $-Q$ e $-q$ e $+Q$ e $-q$ são iguais, as forças de interações entre as cargas em análise possuem a mesma intensidade. Assim, analisando os vetores forças elétricas resultantes, vemos que o vetor resultante terá direção horizontal e sentido da direita para a esquerda.

6. FACISA-SP – Três bolinhas (A, B e C) de isopor, neutras, são penduradas em um suporte, usando fios isolantes, em forma de pêndulos e afastadas uma das outras. Ao tocar nas bolinhas com materiais eletrizados, verificamos que as bolinhas A e B se repelem entre si e o mesmo ocorre com as bolinhas B e C. Nesse sentido, podemos concluir que

- a) as três bolinhas possuem cargas de mesmo sinal.
 b) A e C contêm cargas de sinais opostos.
 c) A e C não se eletrizam.
 d) seguramente A, B e C são negativas.
 e) seguramente A, B e C são positivas.

A

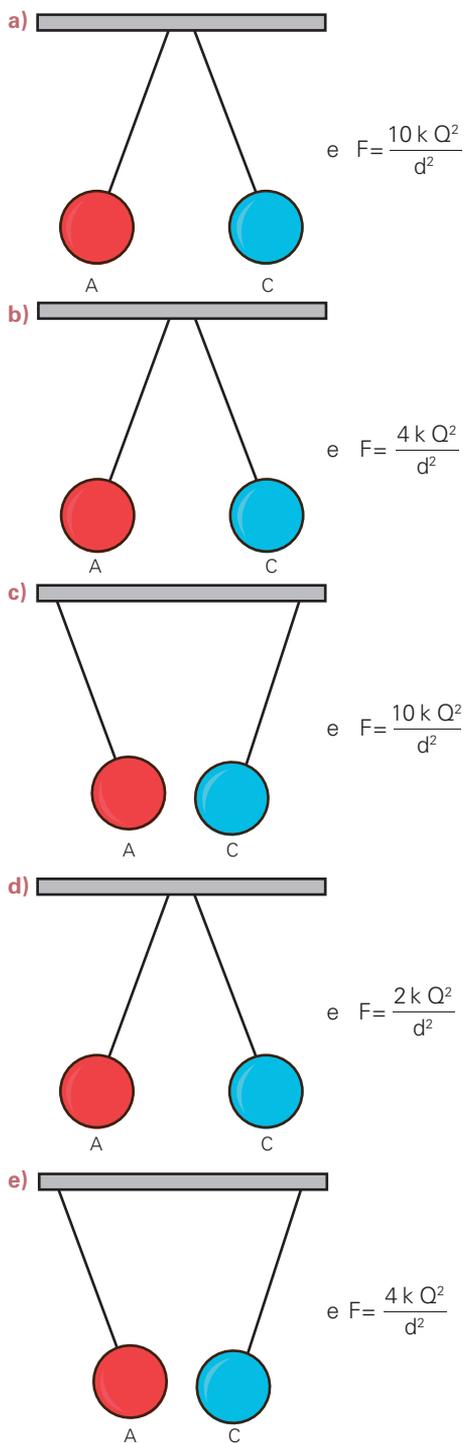
Ao dizer "eletrizados" o exercício não deixou claro se eram eletrizados negativamente ou positivamente, logo, por se repelirem, as cargas são de mesmos sinais, pois se fossem de sinais diferentes, seriam atraídas entre si.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UNESP-SP – Em um experimento de eletrostática, um estudante dispunha de três esferas metálicas idênticas, **A**, **B** e **C**, eletrizadas, no ar, com cargas elétricas $5Q$, $3Q$ e $-2Q$, respectivamente.



Utilizando luvas de borracha, o estudante coloca as três esferas simultaneamente em contato e, depois de separá-las, suspende **A** e **C** por fios de seda, mantendo-as próximas. Verifica, então, que elas interagem eletricamente, permanecendo em equilíbrio estático a uma distância d uma da outra. Sendo k a constante eletrostática do ar, assinale a alternativa que contém a correta representação da configuração de equilíbrio envolvendo as esferas **A** e **C** e a intensidade da força de interação elétrica entre elas.

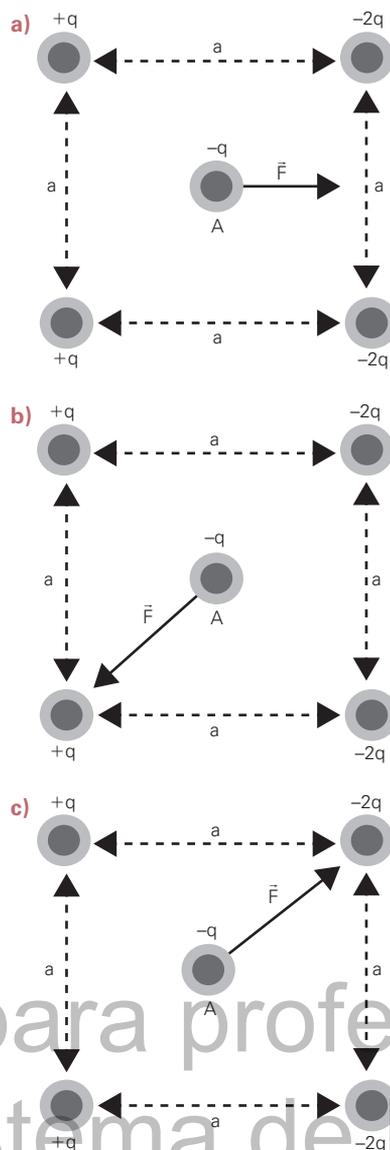


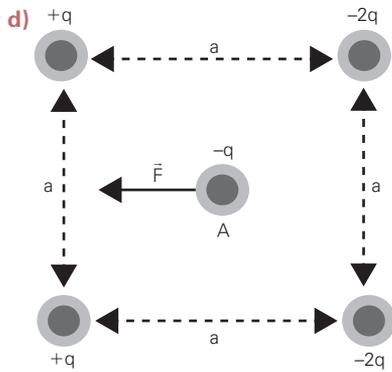
8. PUC-RS (adaptado) – Três esferas de dimensões desprezíveis **A**, **B** e **C** estão eletricamente carregadas com cargas elétricas respectivamente iguais a $2q$, q e q . Todas se encontram fixas, apoiadas em suportes isolantes e alinhadas horizontalmente, como mostra a figura abaixo:



O módulo da força elétrica exercida por **B** na esfera **C** é F . Calcule o módulo da força elétrica exercida por **A** na esfera **B** em função de F .

9. Unicamp-SP – A atração e a repulsão entre partículas carregadas têm inúmeras aplicações industriais, tal como a pintura eletrostática. As figuras a seguir mostram um mesmo conjunto de partículas carregadas, nos vértices de um quadrado de lado a , que exercem forças eletrostáticas sobre a carga **A** no centro desse quadrado. Na situação apresentada, o vetor que melhor representa a força resultante agindo sobre a carga **A** se encontra na figura





10. UERN-RN – Duas esferas metálicas idênticas estão carregadas com cargas elétricas de sinais iguais e módulos diferentes e se encontram situadas no vácuo, separadas uma da outra por uma distância x . Sobre a força elétrica, que atua em cada uma destas esferas, tem-se que são:

- iguais em módulo e possuem sentidos opostos.
- iguais em módulo e possuem o mesmo sentido.
- diferentes em módulo e possuem sentidos opostos.
- diferentes em módulo e possuem o mesmo sentido.

11. Fuvest-SP – Três objetos com cargas elétricas idênticas estão alinhados, como mostra a figura. O objeto **C** exerce sobre **B** uma força igual a $3,0 \cdot 10^{-6}$ N.



A força elétrica resultante dos efeitos **A** e **C** sobre **B** tem intensidade de:

- $2,0 \cdot 10^{-6}$ N
- $6,0 \cdot 10^{-6}$ N
- $12,0 \cdot 10^{-6}$ N
- $24,0 \cdot 10^{-6}$ N
- $30,0 \cdot 10^{-6}$ N

12. FUVEST-SP (adaptada) – Duas pequenas esferas, E_1 e E_2 , feitas de materiais isolantes diferentes, inicialmente neutras, são atritadas uma na outra e ficam eletrizadas. Em seguida, as esferas são afastadas e mantidas a uma distância de 30 cm, muito maior que seus raios. A esfera E_1 ficou com carga elétrica positiva de 0,8 nC. Determine

- a diferença N entre o número de prótons e o de elétrons da esfera E_1 , após o atrito;

- o sinal e o valor da carga elétrica Q de E_2 , após o atrito;

- o módulo da força elétrica F que atua entre as esferas depois de afastadas.

Note e adote:

$$1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$$

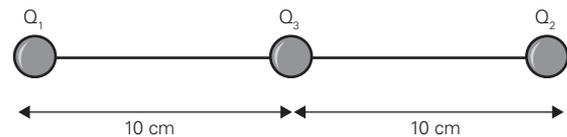
$$\text{Carga do elétron} = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{Constante eletrostática: } k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

Não há troca de cargas entre cada esfera e o ambiente.

13. UFPE-PE (adaptado) – Considerando que as três cargas da figura estão em equilíbrio, qual o valor da carga Q_1 , em unidades de 10^{-9} C? Considere $Q_3 = -3 \cdot 10^{-9}$ C.

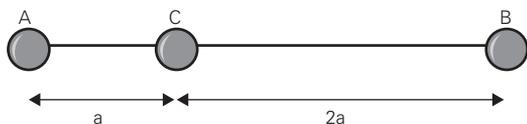
- 10
- 12
- 14
- 16



14. Ufam-AM – Duas cargas elétricas puntiformes estão separadas por uma distância d . Esta distância é alterada até que a força entre as cargas fique quatro vezes menor. A nova separação entre as cargas é de:

- $0,5d$
- $2d$
- $4d$
- $0,25d$
- $3d$

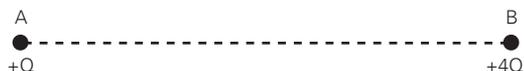
- 15. Unicentro-PR (adaptado)** – A figura representa três pequenas esferas, **A**, **B** e **C**, fixadas no vácuo e eletrizadas com a mesma carga Q .



Considerando-se que a força de repulsão entre **A** e **B** tem intensidade igual a 40,0 N, a intensidade da força elétrica exercida por **A** e **B** sobre a esfera **C**, em N é:

- a) 300 N c) 360 N e) 420 N
b) 330 N d) 390 N

16. Cesgranrio-RJ



A figura acima ilustra duas cargas elétricas puntiformes que são mantidas fixas a uma distância de 1 metro. Uma terceira carga positiva q será abandonada em um ponto C interior ao segmento imaginário AB que une as cargas $+Q$ e $+4Q$. Esse ponto C será escolhido aleatoriamente. A probabilidade de que a terceira carga, assim que for abandonada, se desloque sobre o segmento no sentido de A para B é:

- a) 1/6 c) 1/5
b) 2/5 d) 2/3 e) 1/3

- 17. UNICAMP-SP (adaptada)** – Forças eletrostáticas estão presentes no fenômeno da polinização de uma flor. Ao se aproximar da flor, um grão de pólen com carga eletrostática faz com que elétrons se acumulem na ponta do estigma da flor, o que por sua vez atrai o pólen, levando à fecundação da flor. A força elétrica entre duas cargas

é dada por $F = k_e \cdot \frac{Q \cdot q}{d^2}$, em que $k_e = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

Se $q_1 = q_2 = 4,0 \cdot 10^{-14} \text{ C}$ são as cargas do grão e do estigma e a massa do grão de pólen é 0,1 g, calcule a distância d entre o grão de pólen e o estigma para que a força elétrica atrativa entre eles se iguale ao peso do grão.

Considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$

ESTUDO PARA O ENEM

18. PUC-GO

C2-H5

Memórias de um pesquisador

Não era bem vida, era uma modorra – mas de qualquer modo suportável e até agradável. Terminou bruscamente, porém, eu estando com vinte e oito anos e um pequeno bujão de gás explodindo mesmo à minha frente, no laboratório de eletrônica em que trabalhava, como auxiliar. Me levaram às pressas para o hospital, os médicos duvidando que eu escapasse. Escapei, mas não sem danos. Perdi todos os dedos da mão esquerda e três (sobraram o polegar e o mínimo) da direita. Além disso fiquei com o rosto seriamente queimado. Eu já não era bonito antes, mas o resultado final – mesmo depois das operações plásticas – não era agradável de se olhar. Deus, não era nada agradável.

No entanto, nos primeiros meses após o acidente eu não via motivos para estar triste. Aposentei-me com um bom salário. Minha velha tia, com quem eu morava, desvelava-se em cuidados. Preparava os pastéis de que eu mais gostava, cortava-os em pedacinhos que introduzia em minha boca – derramando sentidas lágrimas cuja razão, francamente, eu não percebia. Deves chorar por meu pai – eu dizia – que está morto, por minha mãe que está morta, por meu irmão mais velho que está morto; mas choras por mim. Por quê? Escapei com vida de uma explosão que teria liquidado qualquer um; não preciso mais trabalhar; cuidas de mim com desvelo; de que devo me queixar?

Cedo descobri. Ao visitar certa modista.

Esta senhora, uma viúva recatada mas ardente, me recebia todos os sábados, dia em que os filhos estavam fora.

Quando me senti suficientemente forte telefonei explicando minha prolongada ausência e marcamos um encontro.

Ao me ver ficou, como era de se esperar, consternada. Vais te acostumar, eu disse, e propus irmos para a cama. Me amava, e concordou. Logo me deparei com uma dificuldade: o coto (assim eu chamava o que tinha me sobrado da mão esquerda) e a pinça (os dois dedos restantes da direita) não me forneciam o necessário apoio. O coto, particularmente, tinha uma certa tendência a resvalar pelo corpo coberto de suor da pobre mulher. Seus olhos se arregalavam; quanto mais apavorada ficava, mais suave e mais o coto escorregava.

Sou engenhoso. Trabalhando com técnicos e cientistas aprendi muita coisa, de modo que logo resolvi o problema: com uma tesoura, fiz duas incisões no colchão. Ali ancorei coto e pinça. Pude assim amá-la, e bem.

– Não aguentava mais – confessei, depois. – Seis meses no seco!

Não me respondeu. Chorava. – Vais me perdoar, Armando – disse – eu gosto de ti, eu te amo, mas não suporto te ver assim. Peço-te, amor, que não me procures mais.

– E quem vai me atender daqui por diante? – perguntei, ultrajado.

Mas ela já estava chorando de novo. Levantei-me e saí. Não foi nessa ocasião, contudo, que fiquei deprimido. Foi mais tarde, exatamente uma semana depois.

[...]

SCLiar, Moacyr. *Melhores contos*. Seleção de Regina Zilbermann. São Paulo: Global, 2003. p. 176-177.

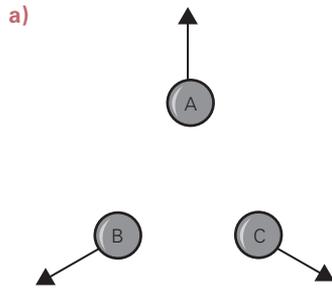
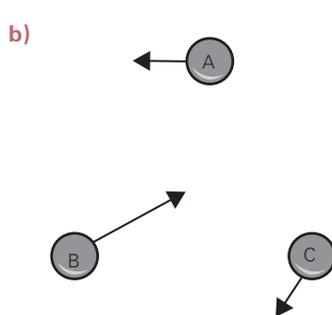
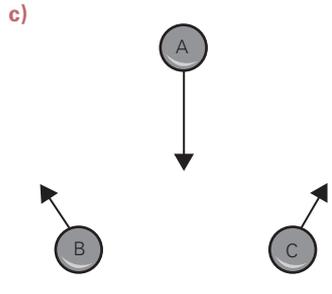
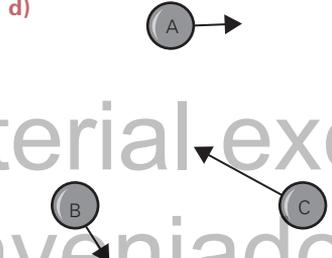
No texto temos referência a um laboratório de eletrônica. Em laboratórios de eletrônica se podem realizar vários experimentos envolvendo conceitos eletromagnéticos, tais como força e campo elétrico e magnético. A força elétrica entre duas cargas puntiformes de mesmo sinal, Q_1 e Q_2 , separadas por uma distância d , tem valor F . Se triplicarmos o valor da carga Q_1 e reduzirmos tanto o valor da carga Q_2 quanto a distância d , à metade, a nova força elétrica entre as duas cargas será de:

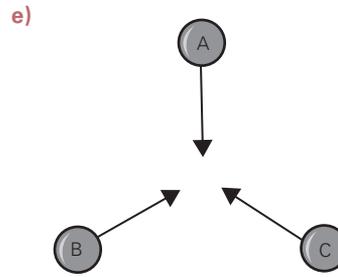
- a) $6F$
- b) $3F$
- c) $3F/4$
- d) $3F/8$

19. UFPA-PA

C2-H5

Cada figura abaixo mostra três corpos, **A**, **B** e **C**, carregados eletricamente, assim como a força eletrostática sobre cada um deles devida à interação com os outros dois. Identifique qual alternativa é incompatível com as leis da eletrostática.

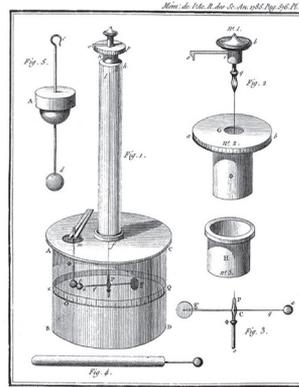
- a) 
- b) 
- c) 
- d) 



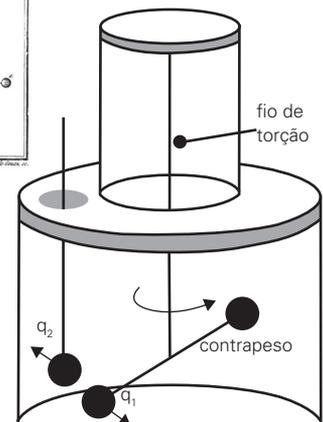
20. UFJF-MG

C1-H3

Em 1785, Charles Augustin de Coulomb, com um auxílio de uma balança de torção, investigou a interação entre cargas elétricas. A balança é composta por uma haste isolante, com duas esferas em suas extremidades, sendo uma isolante (contrapeso) e outra condutora, como mostram as figuras abaixo. Todo o conjunto é suspenso por um fio de torção. Quando o sistema entra em equilíbrio, a esfera condutora é carregada com uma carga q_1 e outra esfera, com carga q_2 , é aproximada da esfera metálica. O sistema sofre uma torção, que depende do sinal e intensidade das cargas. Com isso, é possível determinar a força de interação entre as esferas carregadas em função do ângulo de rotação. Assim, assinale a alternativa que descreve a Lei de Coulomb.



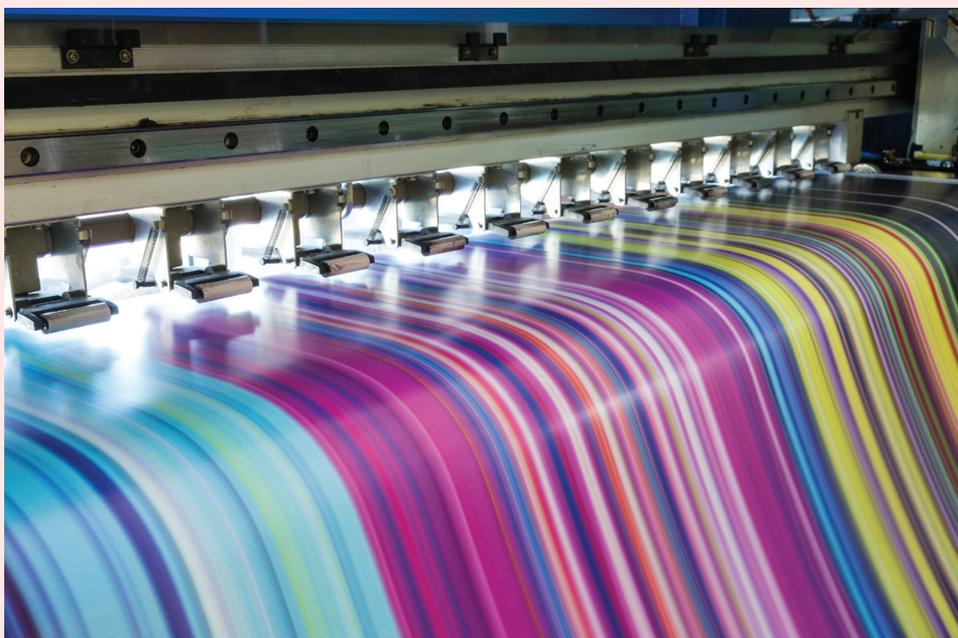
A balança de torção de Coulomb, *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 1784.



Esquema simplificado da balança de torção de Coulomb

- a) A força elétrica é proporcional ao produto das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.
- b) A força elétrica é proporcional ao produto das massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.
- c) A força elétrica é proporcional ao somatório das cargas e inversamente proporcional à distância entre elas.
- d) Independentemente dos sinais das cargas, a torção no fio não mudará de direção.
- e) Quanto maior a massa das esferas, maior a aceleração causada pela força Coulombiana.

CAMPO ELÉTRICO



MUMEMORIES/STOCKPHOTO

Impressoras de jato de tinta funcionam a partir do envio de gotas de tinta eletricamente carregadas, aceleradas por um campo elétrico por onde passam, até atingirem a superfície do papel.

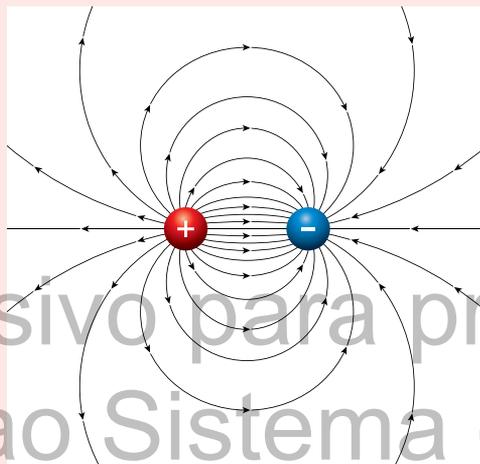
CONCEITO DE CAMPO ELÉTRICO

Sabemos que entre dois corpos eletrizados existe uma força, que pode ser de atração ou de repulsão. Você já se perguntou como uma partícula percebe a existência de outra, sem que haja um contato entre elas?

Para responder a esta pergunta, podemos fazer uma analogia com o campo gravitacional, estabelecida por Newton, no século XVII. Segundo Newton, a matéria, que é constituída por massa, gera ao seu redor um campo – **o campo gravitacional** – que deforma o espaço ao seu redor, causando forças em corpos que venham a ocupar essa região.

Analogamente, as cargas elétricas também geram um campo – **o campo elétrico** – capaz de exercer forças em outras cargas que venham a ocupar essa região.

A ideia de campo elétrico só foi estabelecida no século XIX, por Michael Faraday, junto com o conceito de *linhas de força*, hoje conhecidas como **linhas de campo elétrico**, que são as orientações dos campos elétricos na vizinhança do corpo eletrizado.



PETERHERMESFURIAN/STOCKPHOTO

- Campo elétrico
- Vetor campo elétrico
- Campo elétrico em virtude de uma carga elétrica puntiforme
- Gráfico de $E \times d$
- Campo elétrico em virtude de várias cargas elétricas puntiformes

HABILIDADES

- Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da eletrostática.
- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

O **campo elétrico** é um *campo vetorial*, ou seja, uma distribuição de vetores em torno de um corpo eletricamente carregado, como um bastão de vidro eletrizado.

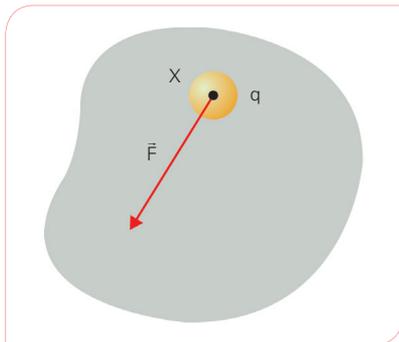
Ao aproximar um bastão eletrizado de um pêndulo eletrostático, nota-se que, enquanto a distância entre ambos é grande, nada indica que exista alguma força entre eles. A partir de certa distância, torna-se evidente a existência de algo que origina uma interação entre ambos, seja de atração, seja de repulsão.



Essa região de influência do bastão, em virtude da carga elétrica na qual ocorrem as interações, indica a existência de um campo elétrico. Assim sendo, quando se quiser comprovar a existência ou não de um campo elétrico em dada região, basta colocar nela uma *carga de prova*. Se for verificada a existência de uma força (ação) de natureza elétrica, é possível afirmar que existe campo elétrico nesta região.

VETOR CAMPO ELÉTRICO

Ao colocarmos uma *carga de prova* em um ponto qualquer, podemos perceber a existência de um campo elétrico. A carga de prova q , positiva, fica sujeita à ação de uma força elétrica \vec{F} , como podemos ver na figura a seguir.

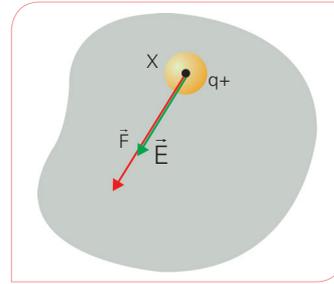


No ponto X, onde é colocada a carga de prova q , o campo elétrico é representado pelo vetor campo elétrico, definido pela razão entre força elétrica e módulo de carga elétrica q , ou seja:

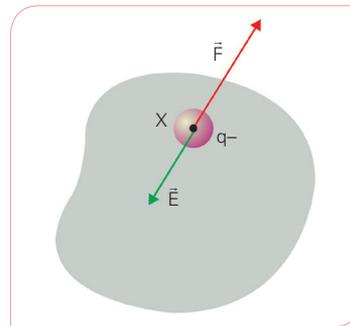
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

O vetor campo elétrico no ponto X tem

- **Direção:** a mesma da força \vec{F} ;
- **Sentido:** igual ao de \vec{F} se q for positiva, e oposto ao de \vec{F} , se q for negativa;
- **Intensidade:** $E = \frac{F}{|q|}$.



Se a carga de prova q for **negativa**, o sentido da força elétrica \vec{F} será oposto ao anterior, mas o sentido do campo elétrico será o mesmo, pois a carga de prova é utilizada somente para constatar a existência do campo. Observe a figura a seguir:



Como $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$, a unidade de campo elétrico no sistema internacional de unidades pode ser determinada da seguinte maneira:

[E] = $\frac{[F]}{[q]} = [k] \cdot \frac{[q_1] \cdot [q_2]}{[d^2]} \cdot \frac{1}{[q]} = \text{N} \cdot \frac{\text{m}^2 \cdot \text{C}^2}{\text{C}^2 \cdot \text{m}^2} \cdot \frac{1}{\text{C}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow [E] = \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Porém, podemos representar o campo elétrico em outra unidade, o volt por metro, dado que

$$1\text{V} = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{C}}$$

$$[E] = \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

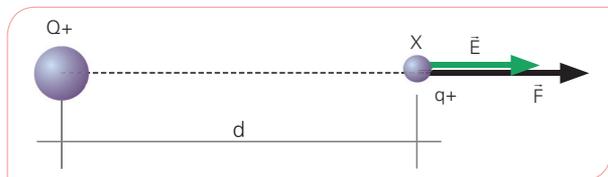
CAMPO ELÉTRICO EM VIRTUDE DE CARGA ELÉTRICA PUNTIFORME

Considere uma carga elétrica puntiforme Q positiva e isolada, ou seja, que não sofra influência de outras cargas elétricas. Essa carga Q gera, ao seu redor, um campo elétrico.

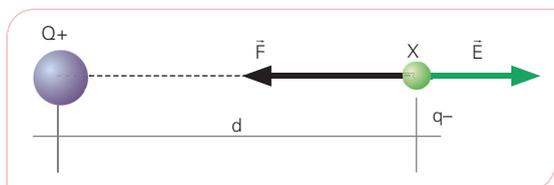
Pode-se determinar o campo elétrico num ponto X situado à distância d da carga elétrica, conforme figura:



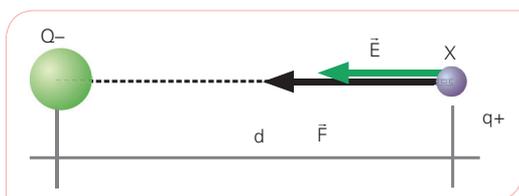
Colocando uma carga de prova q positiva no ponto X, nota-se que ela fica sujeita à força de repulsão \vec{F} . Isso permite concluir que nesse ponto existe um campo elétrico \vec{E} , apontando para fora, em virtude da carga elétrica Q positiva, que é a geradora do campo.



Observe que, se trocarmos a carga positiva q por outra negativa, a força entre as cargas será de atração, porém o vetor campo elétrico não sofrerá alteração. Lembre-se: O vetor campo elétrico é independente da carga de prova.

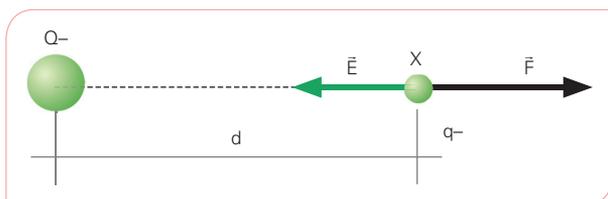


Voltemos ao primeiro caso. O que ocorrerá se substituirmos a carga geradora $+Q$ por uma de sinal contrário, diante da mesma carga de prova positiva $+q$?



Repare que agora o campo elétrico aponta para dentro, pois a carga geradora é negativa e a força elétrica também é para dentro, devido à atração entre as cargas de sinais contrários.

Por fim, mantendo-se a carga geradora negativa e trocando a carga de prova q por outra também negativa, o vetor \vec{E} não se altera, mas a força passa a ser de repulsão.



Resumo:

- O vetor campo elétrico tem direção da reta que passa pelo ponto e pela carga Q geradora;
- Carga elétrica positiva sempre gera campo elétrico nos pontos ao seu redor com sentido de afastamento em relação a ela;
- Carga elétrica negativa sempre gera campo elétrico nos pontos ao seu redor com sentido de aproximação em relação a ela.

GRÁFICO $E \times D$

Temos que $E = \frac{F}{|q|}$ e, pela **Lei de Coulomb**, $F = k \cdot \frac{|Q_1| \cdot |q_2|}{d^2}$, logo $E = k \cdot \frac{Q \cdot q_2}{d^2} \cdot \frac{1}{|q|} = k \cdot \frac{|Q|}{d^2}$

Com isso, podemos construir um gráfico do campo elétrico E em função da distância d .

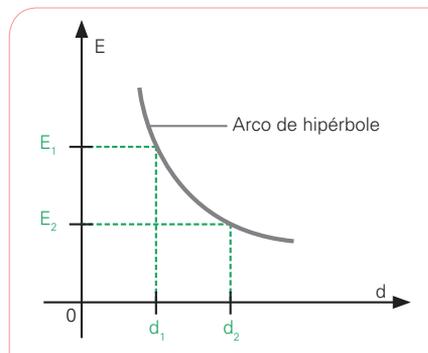


Gráfico $E \times d$

Se a distância d tende ao infinito, o campo elétrico E tende a zero. Analogamente, se d tende a zero, E tende ao infinito.

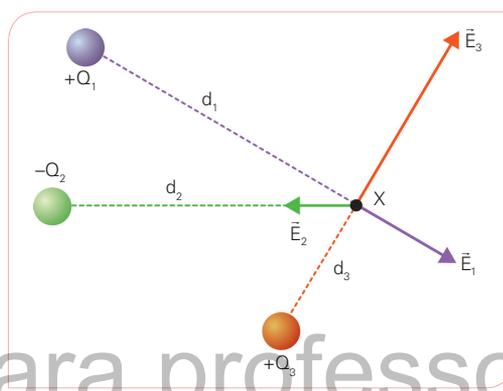
$$\text{Se } d \rightarrow \infty \Leftrightarrow E \rightarrow 0$$

$$\text{Se } d \rightarrow 0 \Leftrightarrow E \rightarrow \infty$$

CAMPO ELÉTRICO EM VIRTUDE DE VÁRIAS CARGAS ELÉTRICAS PUNTIFORMES

Supõe-se que numa região do espaço existam várias cargas elétricas puntiformes Q_1, Q_2, \dots . Cada uma delas gera, ao seu redor, um campo elétrico, independentemente da presença das outras. Portanto, em cada ponto dessa região tem-se a superposição de vários campos elétricos, cada qual gerado por uma das cargas.

Como exemplo, veja, na figura seguinte, a ilustração dos campos elétricos gerados pelas cargas elétricas Q_1, Q_2 e Q_3 num ponto X da região em torno das cargas:



O campo elétrico resultante no ponto X é dado pela soma vetorial dos campos elétricos \vec{E}_1, \vec{E}_2 e \vec{E}_3 :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

Ou seja, para o caso de duas dimensões, somamos os componentes do eixo das abscissas e do eixo das ordenadas dos campos elétricos \vec{E}_1 , \vec{E}_2 e \vec{E}_3

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y$$

No eixo \mathbf{x} : $\vec{E}_x = E_1 \cdot \hat{x} + E_2 \cdot \hat{x} + E_3 \cdot \hat{x}$ (\hat{x} é o vetor unitário do eixo \mathbf{x}).

No eixo \mathbf{y} : $\vec{E}_y = E_1 \cdot \hat{y} + E_2 \cdot \hat{y} + E_3 \cdot \hat{y}$ (\hat{y} é o vetor unitário do eixo \mathbf{y}).

$$\text{Sendo } E_i = k \cdot Q_i \frac{Q_i}{d_i^2}, \quad \forall i = 1, 2, 3$$

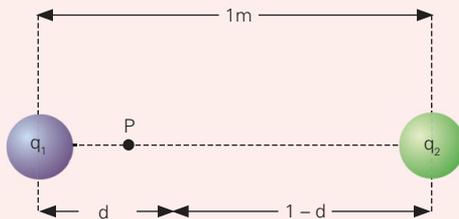
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. PUC-RJ – Duas cargas pontuais $q_1 = 3,0 \mu\text{C}$ e $q_2 = 6,0 \mu\text{C}$ são colocadas a uma distância de $1,0 \text{ m}$ entre si. Calcule a distância, em metros, entre a carga q_1 e a posição, situada entre as cargas, onde o campo elétrico é nulo. Considere: $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

- a) 0,3
- b) 0,4**
- c) 0,5
- d) 0,6
- e) 2,4

Resolução

Chamamos a distância da carga q_1 até o ponto P (ponto onde o campo elétrico é nulo) de d ; logo, a distância de P até q_2 é de $1 - d$, como mostra a figura a seguir.



Assim, temos que o campo elétrico gerado por q_1 deve ser igual ao campo elétrico gerado por q_2 , então

$$\begin{aligned} E_1 &= k \cdot \frac{q_1}{d^2} = \\ &= k \cdot \frac{q_2}{(1 - d)^2} = E_2 \end{aligned}$$

$$\text{Portanto, } \frac{3,0}{d^2} = \frac{6,0}{(1 - d)^2} \rightarrow (1 - d)^2 = 2d^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |1 - d| = d\sqrt{2}$$

$$\text{Considerando que } d > 0, \text{ temos } 1 - d = d\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \frac{1}{(1 + \sqrt{2})} \approx 0,4 \therefore d \approx 0,4 \text{ m}$$

2. UNISC – Qual dessas expressões representa a lei de Coulomb em eletricidade?

- a) $F = \frac{K \cdot Q \cdot q}{r}$
- b) $V = \frac{K \cdot Q}{r}$
- c) $F = \frac{K \cdot Q \cdot q}{2 \cdot r}$
- d) $E = \frac{K \cdot q}{r^2}$
- e) $F = \frac{K \cdot Q \cdot q}{r^2}$

A intensidade da Força elétrica trocada entre cargas pontiformes será diretamente proporcional estas cargas envolvidas e inversamente proporcional ao quadrado da distância.

ROTEIRO DE AULA

CAMPO ELÉTRICO

CAMPO VETORIAL

VETOR CAMPO ELÉTRICO

(Carga de prova sujeita à força elétrica)

Direção

É a mesma força

Sentido

Se positiva: igual ao da força.
Se negativa: oposto ao da força.

intensidade

A força varia a intensidade de acordo com o módulo das quantidades de carga.

LINHAS DE CAMPO ELÉTRICO

Para uma carga puntiforme:
o vetor tem direção da reta que passa pelo ponto e pela carga geradora.

q_+ : campo ao redor com afastamento

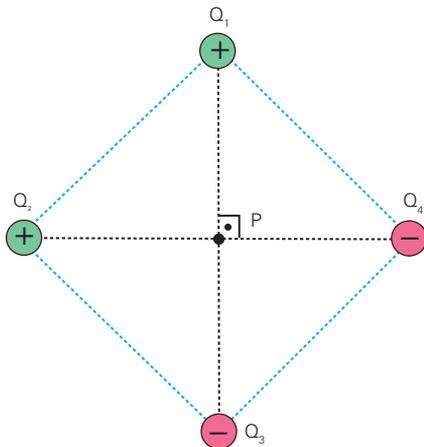
Q_- : campo ao redor com aproximação

Para várias cargas puntiformes:

o campo elétrico resultante é dado pela soma vetorial dos campos.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

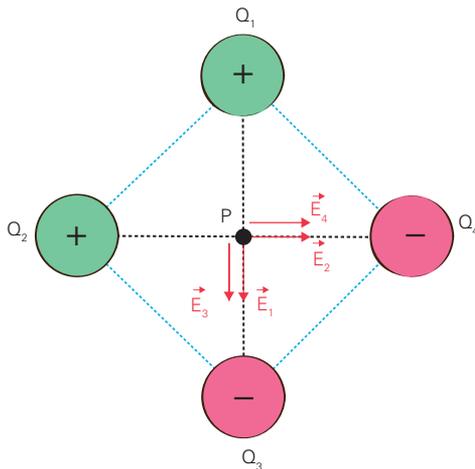
1. Famerp-SP (adaptado) – Quatro cargas elétricas puntiformes, Q_1, Q_2, Q_3 e Q_4 , estão fixas nos vértices de um quadrado, de modo que $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4$. As posições das cargas e seus respectivos sinais estão indicados na figura.



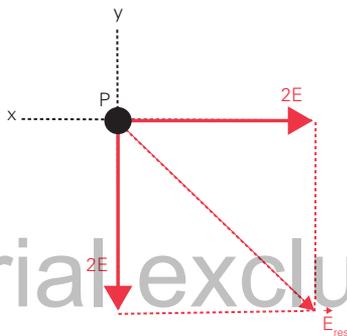
Vestibular FAMERP

Se E for o módulo do campo elétrico no ponto P , centro do quadrado, devido à carga Q_1 , qual será o módulo do campo elétrico resultante no ponto P , devido à presença das quatro cargas?

Desenhando os vetores dos campos elétricos gerados pelas cargas, temos



Assim, o campo elétrico resultante \vec{E}_{res} é dado como a soma vetorial dos 4 campos elétricos, logo $\vec{E}_{res} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = 2 \cdot E \cdot \hat{x} + 2 \cdot E \cdot \hat{y}$

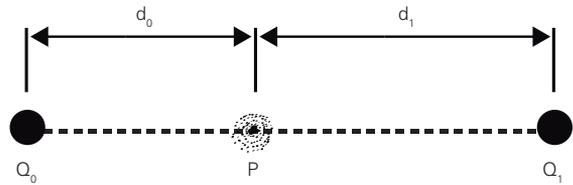


Assim, $E_{res} = \sqrt{(2E)^2 + (2E)^2} = 2E\sqrt{2}$

2. Escola Naval-SP

C6-H21

Analise a figura a seguir.



Fonte: Escola Naval - RJ.

Duas cargas puntiformes desconhecidas (Q_0, Q_1) estão fixas em pontos distantes, d_0 e d_1 do ponto P , localizado sobre a reta que une as cargas (ver figura). Supondo que, se um elétron é cuidadosamente colocado em P e liberado do repouso, ele se desloca para direita (no sentido da carga Q_1). Sendo assim, pode-se afirmar que, se Q_0, Q_1

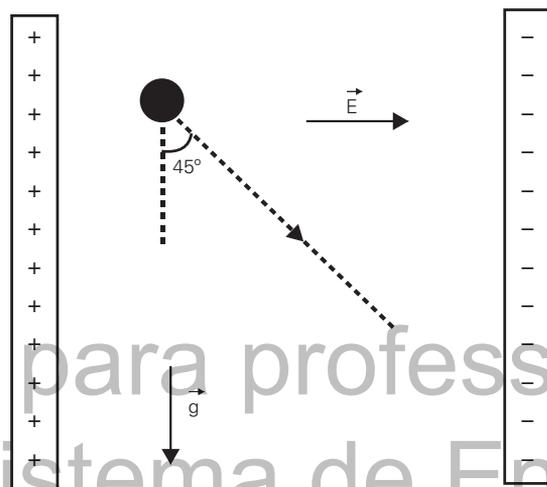
- são positivas, então $d_1 < d_0$.
- são negativas, então $d_0 < d_1$.
- têm sinais contrários, Q_1 é a carga negativa.
- têm sinais contrários, Q_0 é a carga positiva.
- têm o mesmo sinal, o campo elétrico resultante em P aponta para a esquerda.

Como a partícula está se deslocando para a direita, temos que a força tem sentido da esquerda para a direita. Com isso, e sendo que a partícula possui carga elétrica negativa, concluímos que o campo elétrico resultante em P aponta para a esquerda.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Utilizar leis físicas e/ou químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e/ou do eletromagnetismo.

3. FPS-PE – Uma partícula de massa M e carga Q é liberada do repouso numa região de vácuo entre duas placas carregadas, onde existe um campo elétrico uniforme de módulo E e direção horizontal (ver figura a seguir).



A ação das forças peso e elétrica sobre a partícula faz com que a sua trajetória seja diagonal, formando um ângulo de 45° com a vertical. O módulo da aceleração da gravidade é denotado por g . Pode-se afirmar que a razão carga massa (Q/M) da partícula é igual a

- a) $g \cdot E$
- b) $1/(g \cdot E)$
- c) g/E
- d) E/g

A força elétrica tem direção horizontal e sentido para a direita de módulo $F = Q \cdot E$ e a força peso $P = M \cdot g$ tem direção vertical e sentido para baixo.

Com isso, podemos somar os vetores \vec{F} e \vec{P} , resultando em

$$\text{tg}(45^\circ) = \frac{P}{F} = \frac{M \cdot g}{Q \cdot E} \Rightarrow 1 = \frac{M \cdot g}{Q \cdot E} \Rightarrow \frac{Q}{M} = \frac{g}{E}$$

4. Fuvest-SP – Em um ponto do espaço:

- V. Uma carga elétrica não sofre ação da força elétrica se o campo nesse local for nulo.
 - VI. Pode existir campo elétrico sem que aí exista força elétrica.
 - VII. Sempre que houver uma carga elétrica, esta sofrerá ação da força elétrica.
- a) $V - F - F$
 - b) $F - V - F$
 - c) $V - V - F$
 - d) $F - F - F$

- I. VERDADEIRO – Só existe força se existir um campo elétrico e uma carga ($F = E \cdot q$)
- II. VERDADEIRO – Só existe força num campo elétrico se existir uma carga ($F = E \cdot q$)
- III. FALSO – Pois pode não existir um campo elétrico atuando nessa carga.

5. PUC-RJ – Duas partículas carregadas exercem uma sobre a outra uma força atrativa de $7,2 \mu\text{N}$ quando a separação entre elas é de $0,10 \text{ m}$. Considere: a constante de Coulomb igual a $9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

Calcule:

- a) a carga de uma das partículas sabendo que a outra tem $-4,0 \text{ nC}$;

Temos que, pela Lei de Coulomb,

$$F = 7,2 \cdot 10^{-6} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{q \cdot 4,0 \cdot 10^{-9}}{(0,1)^2}$$

Como a força é de atração, a outra carga é positiva.

$$q = \frac{7,2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-2}}{9,0 \cdot 10^9 \cdot 4,0 \cdot 10^{-9}} = 2,0 \cdot 10^{-9} = 2,0 \text{ nC} \cdot q = 2,0 \text{ nC}$$

- b) o módulo do campo elétrico à meia distância entre as cargas.

$$\text{Temos que } F = E \cdot q \rightarrow E = \frac{F}{q} = k \cdot \frac{Q}{d^2}$$

Então, o campo gerado por Q (negativa) é

$$E_1 = K \cdot \frac{Q}{d^2} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-9}}{(0,05)^2} = 1,44 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

Já o campo gerado por q (positiva) é

$$E_2 = K \cdot \frac{q}{d^2} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{2,0 \cdot 10^{-9}}{(0,05)^2} = 0,72 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

Como os dois vetores possuem mesma direção e mesmo sentido o campo elétrico resultante terá intensidade

$$E_R = E_1 + E_2 = 1,44 \cdot 10^4 + 0,72 \cdot 10^4 = 2,16 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\therefore E_R = 2,16 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

6. Mackenzie-SP – Considere as seguintes afirmações, admitindo que em uma região do espaço está presente uma carga geradora de campo elétrico (Q) e uma carga de prova (q) nas suas proximidades.

- I. Quando a carga de prova tem sinal negativo ($q < 0$), os vetores força e campo elétrico têm mesma direção, mas sentidos opostos.
- II. Quando a carga de prova tem sinal positivo ($q > 0$), os vetores força e campo elétrico têm mesma direção e sentido.
- III. Quando a carga geradora do campo tem sinal positivo ($Q > 0$), o vetor campo elétrico tem sentido de afastamento da carga geradora e quando tem sinal negativo ($Q < 0$), tem sentido de aproximação, independentemente do sinal que possua a carga de prova. Assinale:

- a) se todas as afirmações são verdadeiras.
- b) se apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
- c) se apenas a afirmação III é verdadeira.
- d) se apenas as afirmações II e III são verdadeiras.
- e) se todas as afirmações são falsas.

- I. VERDADEIRO
- II. VERDADEIRO
- III. VERDADEIRO

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

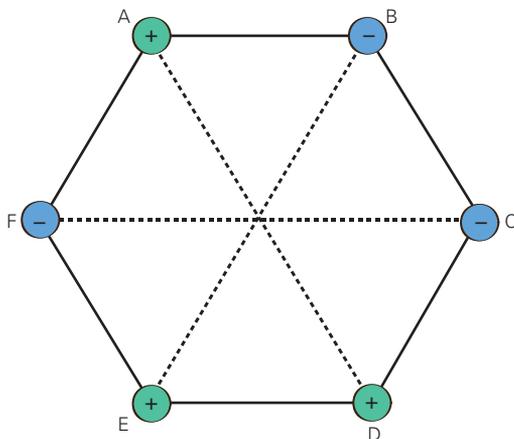
7. Emescam-ES – Em relação aos fenômenos elétricos, assinale abaixo a única alternativa **errada** no que se refere ao sistema de duas cargas elétricas positivas q_1 e q_2 , mantidas fixas a uma distância d entre elas.

- a) Ao duplicarmos o valor das duas cargas, verificamos que a força de repulsão entre elas quadruplica.
- b) Ao reduzirmos a distância entre elas pela metade, verificamos que a força de repulsão também quadruplica.
- c) Ao triplicarmos o valor de uma das cargas e a distância entre elas, verificamos que a força de repulsão elétrica permanece inalterada.

- d) O vetor campo elétrico só é nulo num determinado ponto entre as cargas, situado na linha que liga as duas.
- e) Caso as cargas tenham massas diferentes e sejam liberadas de suas posições iniciais, elas irão sofrer acelerações diferentes, provocando afastamento entre elas.

8. PUC-SP – Seis cargas elétricas puntiformes se encontram no vácuo fixas nos vértices de um hexágono regular de lado l . As cargas têm mesmo módulo, $|Q|$, e seus sinais estão indicados na figura.

Dados: constante eletrostática do vácuo, $k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$; $l = 3,0 \cdot 10^1 \text{ cm}$; $Q = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ C}$

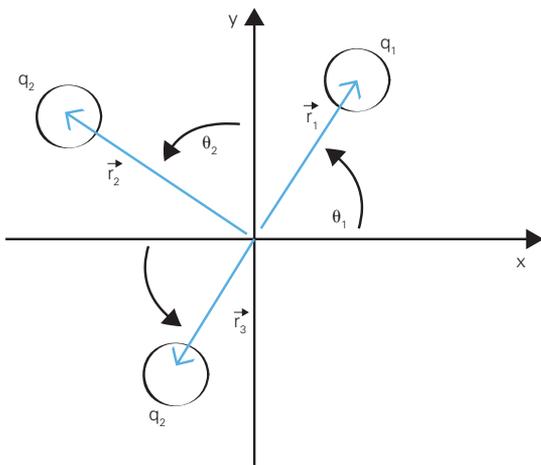


No centro do hexágono, o módulo e o sentido do vetor campo elétrico resultante são, respectivamente:

- a) $5,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$; de E para B.
- b) $5,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$; de B para E.
- c) $5,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$; de A para D.
- d) $1,0 \cdot 10^7 \text{ N/C}$; de B para E.
- e) $1,0 \cdot 10^7 \text{ N/C}$; de E para B.

9. PUC-Rio (adaptado) – A figura a seguir apresenta três cargas elétricas q_1 , q_2 e q_3 que estão localizadas às distâncias de $r_1 = 2,0 \text{ cm}$, $r_2 = 2,0 \text{ cm}$ e $r_3 = 1,0 \text{ cm}$ da origem do sistema de coordenadas, como mostra a figura. Sabendo que $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 30^\circ$, $q_1 = 1 \mu\text{C}$, $q_2 = 3 \mu\text{C}$ e $q_3 = -3 \mu\text{C}$, determine o módulo do campo elétrico da carga q_2 atuando na carga q_3 e da carga q_1 atuando na carga q_2 .

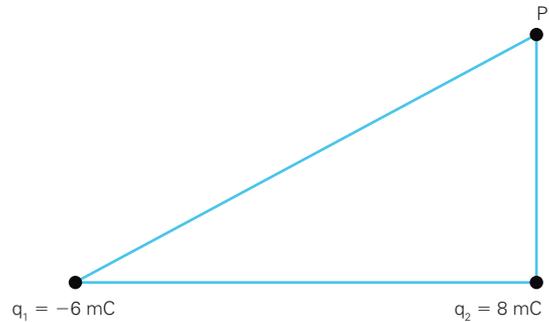
Considere: $1/4 \pi \epsilon_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$



10. UFPI (adaptado) – Uma carga de prova q , colocada num ponto de um campo elétrico $E = 2,0 \cdot 10^3 \text{ N/C}$, sofre ação de uma força $F = 18 \cdot 10^{-5} \text{ N}$. Determine o valor dessa carga, em Coulombs.

- a) $9 \cdot 10^{-6}$
- b) $9 \cdot 10^{-8}$
- c) $6 \cdot 10^{-6}$
- d) $6 \cdot 10^{-8}$

11. UEL-PR – Duas cargas elétricas, q_1 e q_2 , estão fixas nos vértices de um triângulo, como mostra a figura:



$q_1 = -6 \text{ mC}$

$q_2 = 8 \text{ mC}$

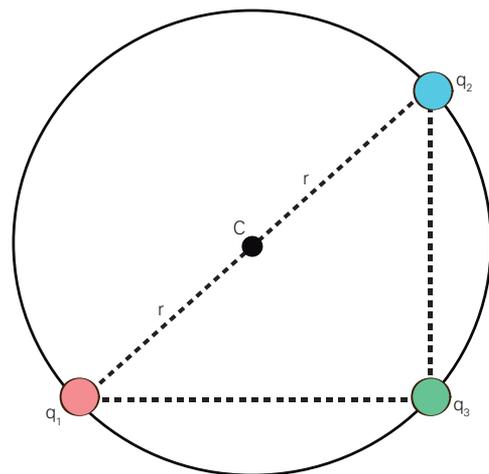
O vetor que melhor representa o campo elétrico, produzido exclusivamente pelas cargas q_1 e q_2 , no ponto P é:

- a) ↖
- b) ↑
- c) ↗
- d) ↘
- e) ↙

12. Mackenzie-SP – Uma carga elétrica puntiforme com $4,0 \mu\text{C}$, que é colocada em um ponto P do vácuo, fica sujeita a uma força elétrica de intensidade $1,2 \text{ N}$. O campo elétrico nesse ponto P tem intensidade de:

- a) $3,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$.
- b) $2,4 \cdot 10^5 \text{ N/C}$.
- c) $1,2 \cdot 10^5 \text{ N/C}$.
- d) $4,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$.
- e) $4,8 \cdot 10^5 \text{ N/C}$.

13. Unesp (adaptado) – Três esferas puntiformes, eletrizadas com cargas elétricas $q_1 = q_2 = +Q$ e $q_3 = -2Q$, estão fixas e dispostas sobre uma circunferência de raio r e centro C , em uma região onde a constante eletrostática é igual a k_0 , conforme representado na figura.

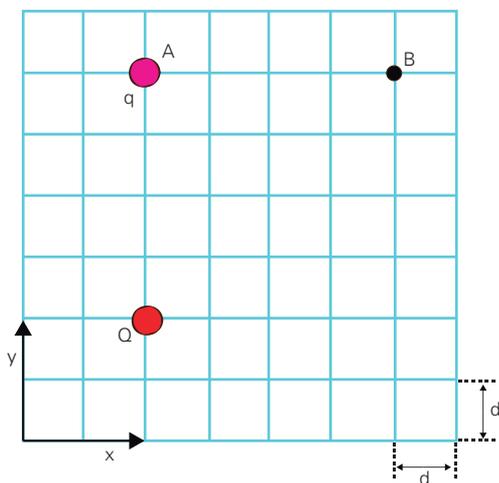


Considere E_c o módulo do campo elétrico no ponto C devido às três cargas. Determine o valor de E_c .

14. CFT-MG – Em um campo elétrico uniforme, uma partícula carregada positivamente com $20 \mu\text{C}$ está sujeita a uma força elétrica de módulo 10 N . Reduzindo pela metade a carga elétrica dessa partícula, a força, em newtons, que atuará sobre ela será igual a

- a) 2,5. c) 10.
b) 5,0. d) 15.

15. Unifesp (adaptado) – Uma carga elétrica puntiforme $Q > 0$ está fixa em uma região do espaço e cria um campo elétrico ao seu redor. Outra carga elétrica puntiforme q , também positiva, é colocada em determinada posição desse campo elétrico, podendo mover-se dentro dele. A malha quadriculada representada na figura está contida em um plano xy , que também contém as cargas.

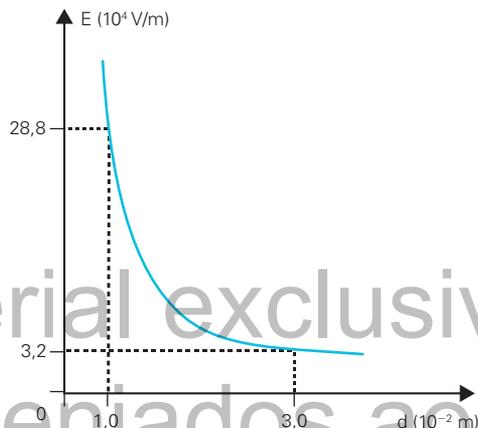


Quando na posição A, q fica sujeita a uma força eletrostática de módulo F exercida por Q .

Qual o módulo da força eletrostática F' entre Q e q , em função apenas de F , quando q estiver na posição B?

- a) $F' = 2F$ c) $F' = 4F$
b) $F' = F/2$ d) $F' = F/4$

16. Mackenzie-SP – O módulo do vetor campo elétrico (E) gerado por uma esfera metálica de dimensões desprezíveis, eletrizada positivamente, no vácuo ($k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$), varia com a distância ao seu centro (d), segundo o diagrama dado. Sendo $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (módulo da carga do elétron ou do próton) a carga elementar, podemos afirmar que essa esfera possui:



- a) um excesso de $1 \cdot 10^{10}$ elétrons em relação ao número de prótons.
b) um excesso de $2 \cdot 10^{10}$ elétrons em relação ao número de prótons.
c) um excesso de $1 \cdot 10^{10}$ prótons em relação ao número de elétrons.
d) um excesso de $2 \cdot 10^{10}$ prótons em relação ao número de elétrons.
e) igual número de elétrons e prótons.

17. Unicamp-SP – O fato de os núcleos atômicos serem formados por prótons e nêutrons suscita a questão da coesão nuclear, uma vez que os prótons, que têm carga positiva $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, repelem-se através da força eletrostática. Em 1935, H. Yukawa propôs uma teoria para a força nuclear forte, que age a curtas distâncias e mantém os núcleos coesos.

- a) Considere que o módulo da força nuclear forte entre dois prótons F_N é igual a vinte vezes o módulo da força eletrostática entre eles F_E , ou seja, $F_N = 20F_E$. O módulo da força eletrostática entre dois prótons separados por uma distância d é dado por $F_E = K \cdot \frac{q^2}{d^2}$, em que $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. Obtenha o módulo da força nuclear forte F_N entre os dois prótons, quando separados por uma distância $d = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, que é uma distância típica entre prótons no núcleo.

- b) As forças nucleares são muito maiores que as forças que aceleram as partículas em grandes aceleradores como o LHC. Num primeiro estágio de acelerador, partículas carregadas deslocam-se sob a ação de um campo elétrico aplicado na direção do movimento. Sabendo que um campo elétrico de módulo $E = 2,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$ age sobre um próton num acelerador, calcule a força eletrostática que atua no próton.

ESTUDO PARA O ENEM

18. Enem

C1-H3

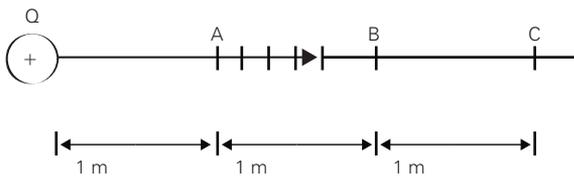
Durante a formação de uma tempestade, são observadas várias descargas elétricas, os raios, que podem ocorrer: das nuvens para o solo (descarga descendente), do solo para as nuvens (descarga ascendente) ou entre uma nuvem e outra. As descargas ascendentes e descendentes podem ocorrer por causa do acúmulo de cargas elétricas positivas ou negativas, que induz uma polarização oposta no solo. Essas descargas elétricas ocorrem devido ao aumento da intensidade do(a)

- campo magnético da Terra.
- corrente elétrica gerada dentro das nuvens.
- resistividade elétrica do ar entre as nuvens e o solo.
- campo elétrico entre as nuvens e a superfície da Terra.
- força eletromotriz induzida nas cargas acumuladas no solo.

19. UFPA

C5-H2

No ponto A, situado no campo de uma carga puntiforme Q positiva, o vetor campo elétrico é representado pela seta indicada na figura. Qual das setas propostas representa corretamente o vetor campo elétrico no ponto B?



-
-
-
-
-

20. UFOP-MG

C6-H21

Dois cargas elétricas, $Q_1 = 10 \mu\text{C}$ e $Q_2 = 5 \mu\text{C}$, estão fixas e separadas por 20 cm. Sobre o ponto onde o vetor campo elétrico resultante é nulo, podemos afirmar que:

- ele localiza-se entre as cargas e mais próximo da carga elétrica Q_1 .
- ele localiza-se à direita da carga elétrica Q_2 .
- ele localiza-se à esquerda da carga elétrica Q_1 .
- ele localiza-se entre as cargas Q_1 e Q_2 e mais próximo de Q_2 .

4

CAMPO ELÉTRICO UNIFORME

Linhas de Campo Elétrico (Linhas de Força)



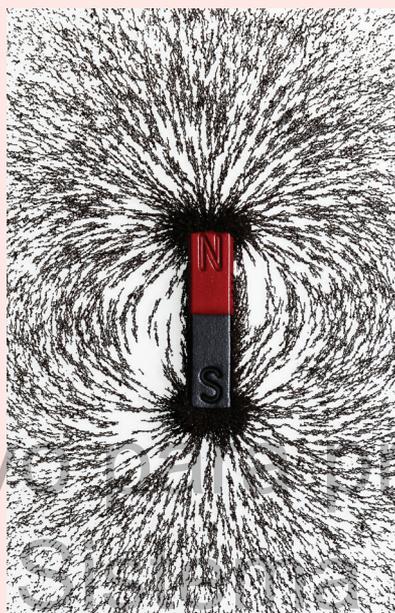
WASJA/ISTOCKPHOTO

A figura ao lado mostra a distribuição de limalhas de ferro espalhadas sobre uma folha de papel, colocada sobre um ímã demarcado com seus dois polos, sendo o norte da cor vermelha. Trata-se de um modo prático de se visualizar o campo magnético gerado pelo ímã.

Para facilitar a visualização do conceito de campo elétrico e explicar as ações a distância entre corpos eletrizados, Michael Faraday (1791-1867) propôs um conceito correlato.

Para ele, linhas formadas pelas limalhas de ferro, embora invisíveis, poderiam ser utilizadas para a visualização de um campo numa região. Faraday nomeou-as de **linhas de força**, hoje conhecidas como **linhas de campo**.

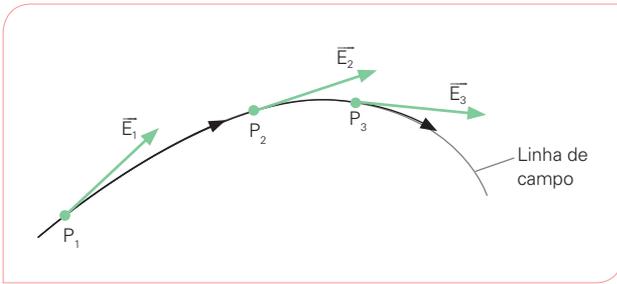
Para um campo elétrico em particular, linhas de campo são imaginárias; orientadas, podem ser retas ou curvas e indicam, ponto a ponto, o vetor campo elétrico na região. Portanto, dado um ponto qualquer em uma linha de campo, a direção do vetor campo elétrico nesse ponto é tangente à curva e seu sentido é o mesmo da linha de campo. Na figura a seguir, observamos o vetor campo elétrico em três pontos distintos.



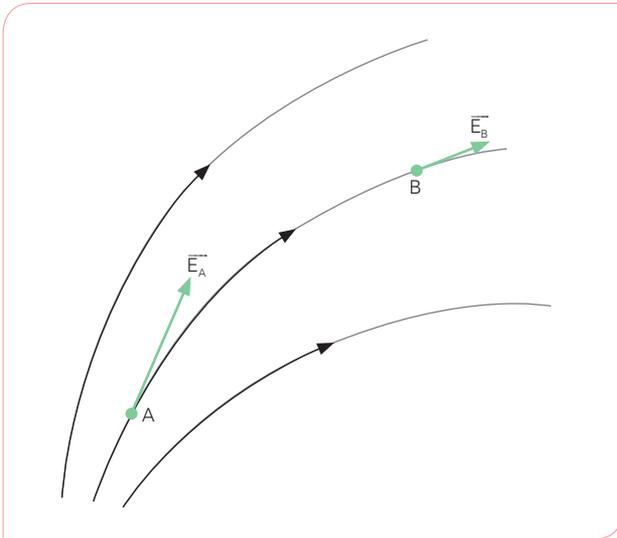
- Linhas de campo elétrico (linhas de força)
- Representação dos campos elétricos
- Equilíbrio de cargas num campo elétrico uniforme

HABILIDADES

- Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da eletrostática.
- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.



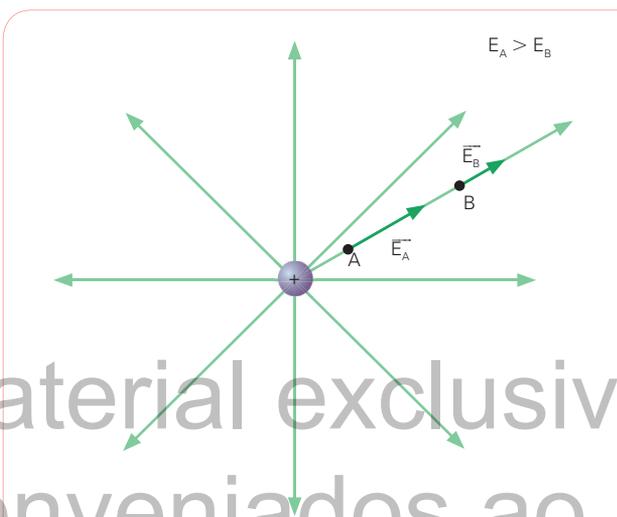
Em relação ao módulo (intensidade) do vetor campo elétrico, ele é proporcional à densidade das linhas de campo, ou seja, onde há maior concentração de linhas de campo o módulo do campo elétrico é mais intenso.



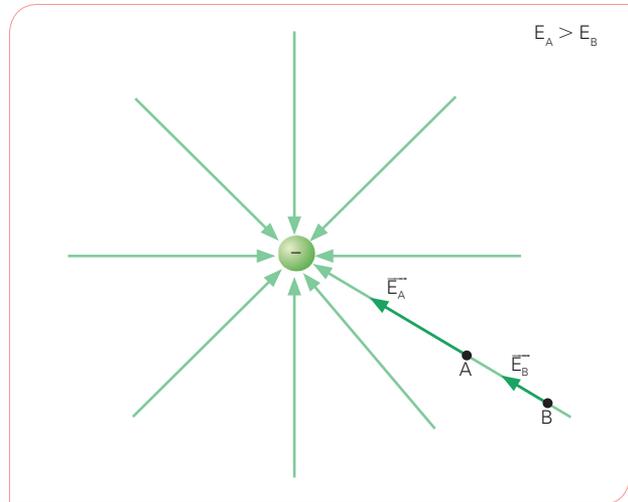
Observe que $E_A > E_B$, pois a densidade das linhas de campo no ponto A é maior que a densidade no ponto B.

REPRESENTAÇÃO DOS CAMPOS ELÉTRICOS

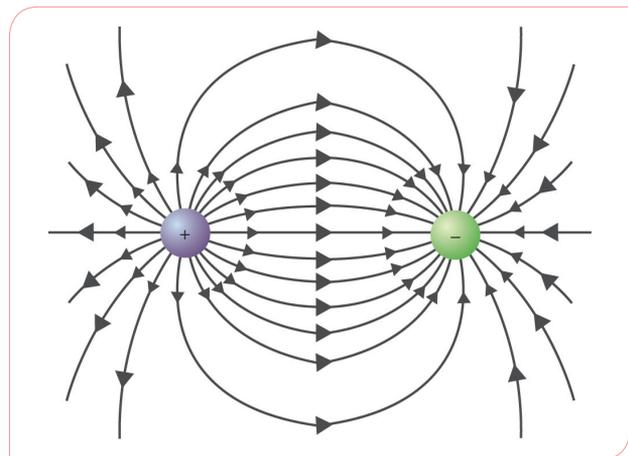
- **Carga elétrica puntiforme positiva:** as linhas de campo são retas concorrentes na carga elétrica, orientadas com o sentido de *afastamento* da carga.



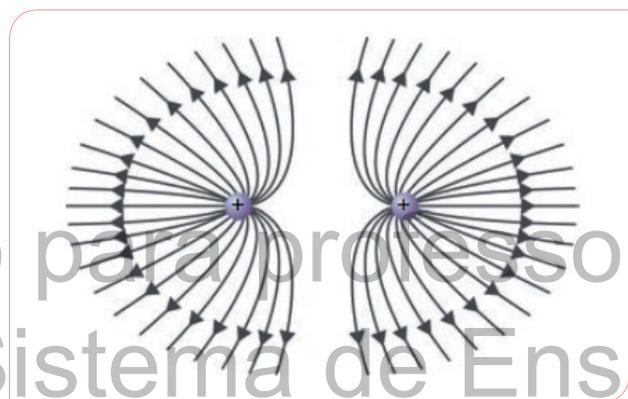
- **Carga elétrica puntiforme negativa:** as linhas de campo são retas concorrentes na carga elétrica, orientadas com o sentido de *aproximação* da carga.



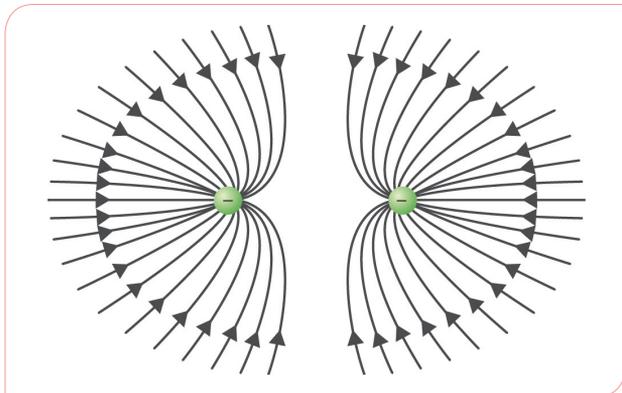
- **Dois cargas elétricas puntiformes de sinais contrários:** as linhas de campo são orientadas da carga positiva para a carga negativa. Observe a semelhança com o conceito que Faraday propôs utilizando um ímã e limalha de ferro.



- **Dois cargas elétricas puntiformes, ambas positivas:** as linhas de campo se formam com o sentido de *afastamento* das cargas, ilustrando a repulsão entre elas.

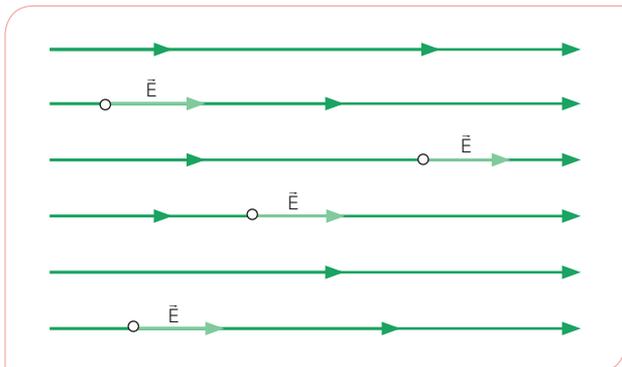


- **Duas cargas elétricas puntiformes, ambas negativas:** as linhas de campo se formam com o sentido de *aproximação* das cargas, ilustrando a repulsão entre elas.



- **Campo elétrico uniforme:** Supondo-se que em dada região existe um campo elétrico, se o vetor campo elétrico possuir o mesmo módulo (intensidade), a mesma direção e o mesmo sentido em todos os pontos dessa região, diz-se que o campo elétrico é uniforme.

As linhas de campo, que representam um campo elétrico uniforme, são retas paralelas igualmente espaçadas umas das outras.



EQUILÍBRIO DE CARGAS NUM CAMPO ELÉTRICO UNIFORME

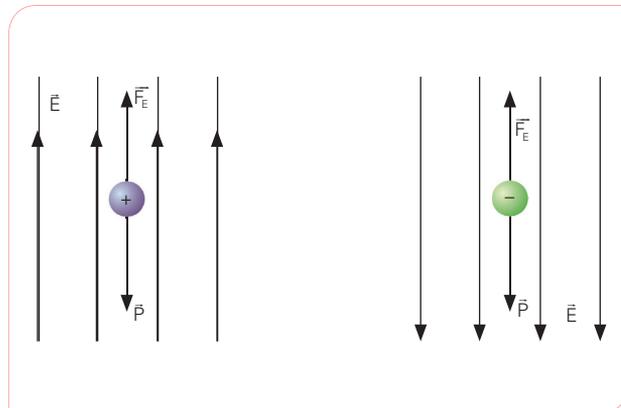
Quando uma partícula eletrizada com carga q , positiva ou negativa, é colocada, inicialmente em repouso, em uma região de campo elétrico uniforme, ela recebe a ação de uma força elétrica, com módulo dado por:

$$F = E \cdot |q|$$

Essa força elétrica possui a mesma direção das linhas de força do campo elétrico e o mesmo sentido das linhas de força, se a carga elétrica for positiva; e o sentido contrário às linhas de forças, se a carga elétrica for negativa. Em qualquer um dos casos, o movimento da partícula é **uniformemente acelerado**.

Assim, para que uma partícula eletrizada permaneça em equilíbrio no campo elétrico, é preciso a existência

de outra força, além da força elétrica. Se forem considerados os efeitos gravitacionais sobre a partícula, essa outra força pode ser a gravitacional (força peso). Nesse caso, elas devem obedecer às condições mostradas na figura.



Portanto, para que exista o equilíbrio de uma partícula de massa m , devemos ter a força elétrica igual, em módulo, à força peso. Nesse caso, para ambos os casos da carga positiva ou negativa, temos

$$F_E = P \Rightarrow E \cdot q = m \cdot g$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Unespar-PR (adaptado) – Considere uma carga elétrica de carga $Q = + 12,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. Qual a intensidade do campo elétrico (E) que ela produz sobre uma carga de prova localizada à $0,3 \text{ m}$ de distância?

(Dado: $k = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$).

- a) $E = 1,2 \cdot 10^9 \text{ N/C}$
- b) $E = 12,0 \cdot 10^9 \text{ N/C}$
- c) $E = 2,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$
- d) $E = 1,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$
- e) $E = 1,2 \cdot 10^6 \text{ N/C}$**

Resolução

Temos que

$$E = k \cdot \frac{q}{d^2} = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{12,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(0,3)^2 \text{ m}^2} =$$

$$= \frac{9,0 \cdot 12,0}{9,0} \cdot \frac{10^3}{10^{-2}} \text{ N/C} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

$$\therefore E = 1,2 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

2. Uma carga de massa m está eletrizada com uma carga elétrica $q = 1 \mu\text{C}$ e encontra-se em um campo elétrico uniforme de módulo $E = 5,0 \cdot 10^1 \text{ N/C}$. Para que essa carga permaneça em repouso dentro desse campo, qual deve ser a sua massa?

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$

Resolução

Temos que o módulo da força elétrica resultante na carga é de $F = E \cdot q = 5,0 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ N} = m \cdot 10 \text{ m/s}^2$
Logo, $5,0 \cdot 10^{-5} \text{ kg} = m$, ou seja, $m = 0,005 \text{ g}$

ROTEIRO DE AULA

LINHAS DE CAMPO ELÉTRICO

Linhas imaginárias
propostas por Faraday

Cargas elétricas puntiformes

Positiva: linhas de campo orientadas com o sentido de afastamento da carga

Várias cargas puntiformes geram campos independentes

Negativa: linhas de campo orientadas com o sentido de aproximação da carga

O vetor campo elétrico é tangente às linhas de campo

Quanto maior a densidade de linhas de campo, maior o campo elétrico

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Fuvest-SP – Em uma aula de laboratório de Física, para estudar propriedades de cargas elétricas, foi realizado um experimento em que pequenas esferas eletrizadas são injetadas na parte superior de uma câmara, em vácuo, onde há um campo elétrico uniforme na mesma direção e sentido da aceleração local da gravidade. Observou-se que, com campo elétrico de módulo igual a $2 \cdot 10^3 \text{ V/m}$, uma das esferas, de massa $3,2 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$, permanecia com velocidade constante no interior da câmara. Essa esfera tem

Note e adote:

carga do elétron = $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

carga do próton = $+1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

aceleração local da gravidade = 10 m/s^2

- a) o mesmo número de elétrons e de prótons.
b) 100 elétrons a mais que prótons.
 c) 100 elétrons a menos que prótons.
 d) 2.000 elétrons a mais que prótons.
 e) 2.000 elétrons a menos que prótons.

Como a esfera está com velocidade constante no interior da câmara, a força resultante é nula. Temos também que como a força deve ter direção contrária à força peso (e ao campo elétrico), então a carga é negativa.

Logo $F = P \Rightarrow E \cdot |q| = m \cdot g \Rightarrow 2 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot |q| = 3,2 \cdot 10^{-15} \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2$

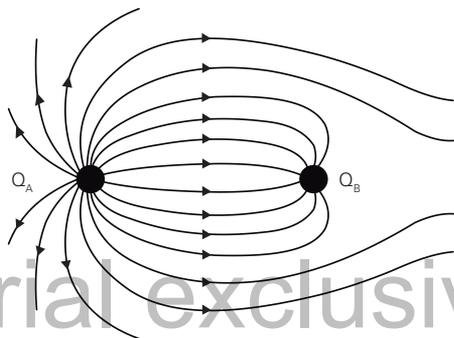
Assim, como $1 \text{ V} = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{C}}$, temos $|q| = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ C} = 100 \cdot e$

Portanto, a esfera tem 100 elétrons a mais que prótons.

2. PUC-RS

C5-H17

Para responder à questão, considere a figura a seguir, que representa as linhas de força do campo elétrico gerado por duas cargas pontuais Q_A e Q_B .

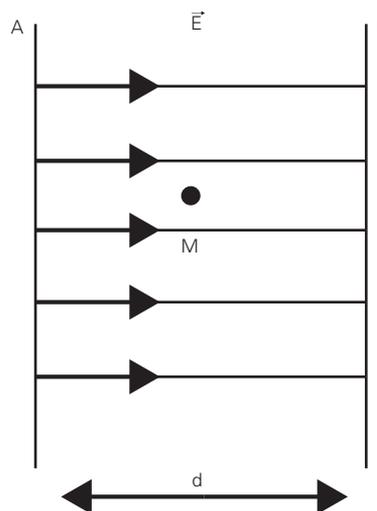


A soma Q_A e Q_B é necessariamente um número

- a) par.
 b) ímpar.
 c) inteiro.
d) positivo.
 e) negativo.

A carga A é positiva e a carga B é negativa, logo se esperava que a soma das cargas seria zero. Porém, como há uma supremacia das linhas de força da carga A em relação à carga B, significa que o módulo da carga de A é maior que o módulo da carga de B, resultando que a soma das cargas será, necessariamente, um valor positivo.

3. FGV-SP (adaptado) – Duas placas metálicas planas A e B, dispostas paralela e verticalmente a uma distância mútua d , são eletrizadas com cargas iguais, mas de sinais opostos, criando um campo elétrico uniforme E em seu interior, onde se produz um vácuo. A figura mostra algumas linhas de força na região mencionada.



Uma partícula, de massa m e carga positiva q é abandonada do repouso no ponto médio M entre as placas. Desprezados os efeitos gravitacionais, essa partícula deverá atingir a placa B com qual velocidade v ?

Temos que a única força que atua na partícula é a elétrica proveniente do campo elétrico uniforme. Como $q > 0$, então ela vai em direção à placa B, logo

$$F = m \cdot a$$

$$F = E \cdot q$$

$$\text{Portanto, } m \cdot a = E \cdot q \Rightarrow a = \frac{E \cdot q}{m}$$

$$\text{Mas } v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S. \text{ Temos que } v_0 = 0 \text{ e } \Delta S = d/2$$

$$\text{Assim, } v^2 = 2 \cdot \frac{E \cdot q}{m} \cdot \frac{d}{2} = \frac{E \cdot q \cdot d}{m}$$

$$\text{Então, } v = \sqrt{\frac{E \cdot q \cdot d}{m}}$$

4. Acafe-SC – Em uma atividade de eletrostática, são dispostas quatro cargas pontuais (de mesmo módulo) nos vértices de um quadrado. As cargas estão dispostas em ordem cíclica seguindo o perímetro a partir de qualquer vértice.

A situação em que o valor do campo elétrico no centro do quadrado **não** será nulo é:

- a) $+|q|, -|q|, +|q|, -|q|$
 b) $+|q|, +|q|, +|q|, +|q|$
 c) $+|q|, -|q|, -|q|, -|q|$
 d) $-|q|, -|q|, -|q|, -|q|$

Nas alternativas a, b e d, o campo elétrico produzido no centro será nulo. Em **a**, as cargas positivas estão à mesma distância do centro e em lados opostos, assim como as cargas negativas, gerando campos que se cancelam. Em **b**, só há cargas positivas, que estão à mesma distância do centro, o que irá gerar campos opostos que se opõem e se cancelam no centro e o mesmo ocorre em **d**, porém com cargas negativas.

5. EsPCEX-SP – Uma partícula de carga Q e massa 10^{-6} kg foi colocada num ponto próximo à superfície da Terra onde existe um campo elétrico uniforme, vertical e ascendente de intensidade $E = 10^5$ N/C.



Sabendo que a partícula está em equilíbrio, considerando a intensidade da aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, o valor da carga q e o seu sinal são, respectivamente:

- a) $10^{-3} \mu\text{C}$, negativa
 b) $10^{-5} \mu\text{C}$, positiva
 c) $10^{-5} \mu\text{C}$, negativa
 d) $10^{-4} \mu\text{C}$, positiva
 e) $10^{-4} \mu\text{C}$, negativa

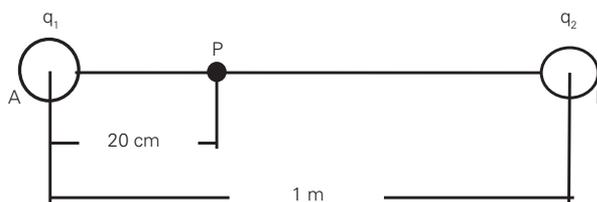
Como a partícula está em equilíbrio, a força elétrica se igualará com a força peso, com mesma direção, porém sentidos opostos.

$$F_e = P \Rightarrow q \cdot E = m \cdot g \Rightarrow q = \frac{m \cdot g}{E}$$

$$q = \frac{10^{-6} \cdot 10}{10^5} = 10^{-10} \text{ C}$$

Como $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$, temos: $q = 10^{-4} \mu\text{C}$

6. IFSUL-RS (adaptado) – As cargas elétricas puntiformes $q_1 = 20 \mu\text{C}$ e $q_2 = 64 \mu\text{C}$ estão fixas no vácuo ($k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$), respectivamente, nos pontos A e B, conforme a figura a seguir.



Qual a intensidade do campo elétrico resultante no ponto P?

Como as cargas q_1 e q_2 são positivas, os campos elétricos gerados por essas cargas no ponto P terão sentidos contrários. Logo, calculamos a intensidade dos campos E_1 e E_2 e depois fazemos a soma vetorial para obter o campo resultante E_R .

$$E_1 = \frac{k \cdot q_1}{d_1^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} = 45 \cdot 10^5 \therefore E_1 = 45 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

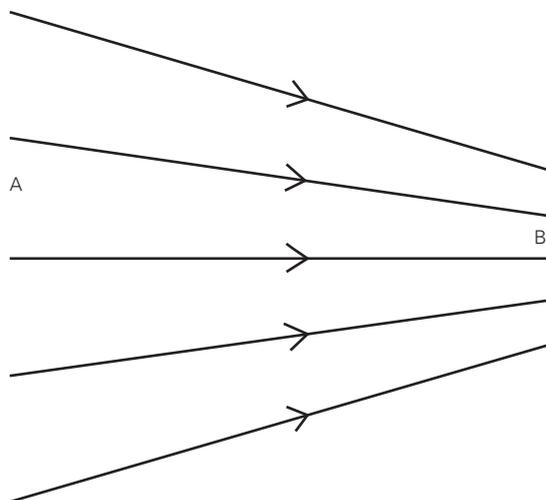
$$E_2 = \frac{k \cdot q_2}{d_2^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 64 \cdot 10^{-6}}{(8 \cdot 10^{-1})^2} = 9 \cdot 10^5 \therefore E_2 = 9 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

Como os vetores possuem sentidos opostos, temos:

$$E_R = E_1 + E_2 = 45 \cdot 10^5 - 9 \cdot 10^5 = 3,6 \cdot 10^6 \therefore E_R = 3,6 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UFSM-RS (adaptado) – A tecnologia dos aparelhos eletroeletrônicos está baseada nos fenômenos de interação das partículas carregadas com campos elétricos e magnéticos. A figura representa as linhas de campo de um campo elétrico.



Assim, analise as afirmativas:

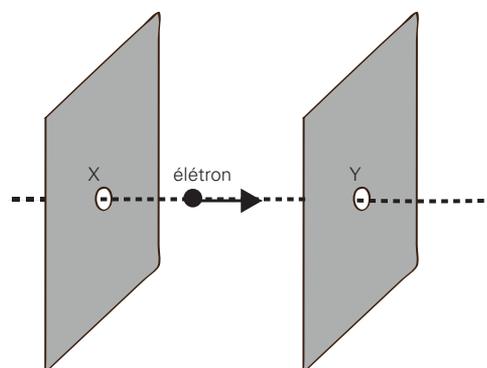
- I. O campo é mais intenso na região A.
- II. Se colocarmos uma partícula carregada positivamente entre as regiões A e B, o seu vetor campo elétrico terá sentido da direita para a esquerda.
- III. Uma partícula com carga negativa pode ser a fonte desse campo.

Está(ão) correta(s)

- a) apenas I.
- b) apenas II
- c) apenas III.
- d) apenas II e III.
- e) I, II e III.

8. Udesc-SC (adaptado) – Qual a carga elétrica de uma partícula com 2,0 g de massa, para que ela permaneça em repouso, quando colocada em um campo elétrico vertical, com sentido para baixo e intensidade igual a 500 N/C?

9. Famerp-SP – A figura representa um elétron atravessando uma região onde existe um campo elétrico. O elétron entrou nessa região pelo ponto X e saiu pelo ponto Y, em trajetória retilínea.



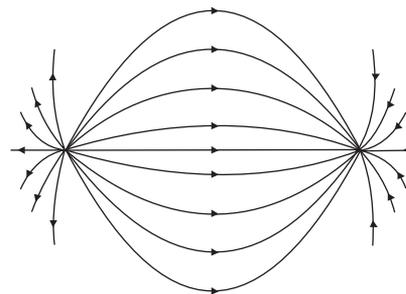
Sabendo que na região do campo elétrico a velocidade do elétron aumentou com aceleração constante, o campo elétrico entre os pontos X e Y tem sentido

- a) de Y para X, com intensidade maior em Y.
- b) de Y para X, com intensidade maior em X.
- c) de Y para X, com intensidade constante.
- d) de X para Y, com intensidade constante.
- e) de X para Y, com intensidade maior em X.

10. Uece-CE – Considere as seguintes grandezas físicas: tempo, massa, campo elétrico. Essas grandezas são, respectivamente,

- a) escalar, vetorial e vetorial.
- b) vetorial, vetorial e vetorial.
- c) vetorial, escalar e escalar.
- d) escalar, escalar e vetorial.

11. UFF-RJ – Estão representadas, a seguir, as linhas de força do campo elétrico criado por um dipolo.



Considerando-se o dipolo, afirma-se:

- I. A representação das linhas de campo elétrico resulta da superposição dos campos criados pelas cargas pontiformes.
- II. O dipolo é composto por duas cargas de mesma intensidade e sinais contrários.
- III. O campo elétrico criado por uma das cargas modifica o campo elétrico criado pela outra.

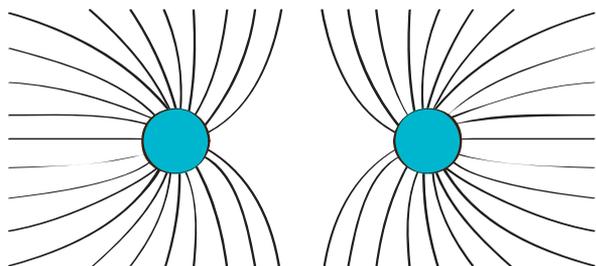
Com relação a essas afirmativas, conclui-se o seguinte:

- a) Apenas a I é correta.
- b) Apenas a II é correta.
- c) Apenas a III é correta.
- d) Apenas a I e a II são corretas.
- e) Apenas a II e a III são corretas.

12. UPF-RS – No estudo da eletricidade e do magnetismo são utilizadas as linhas de campo. As linhas de campo elétrico ou magnético são linhas imaginárias cuja tangente em qualquer ponto é paralela à direção do vetor campo. Sobre as linhas de campo, assinale a afirmativa **correta**.

- a) As linhas de campo magnético e os vetores força magnética são sempre paralelos.
- b) As linhas de campo elétrico numa região do espaço onde existem cargas elétricas se dirigem de um ponto de menor potencial para um de maior potencial.
- c) As linhas de campo magnético no interior de um ímã se dirigem do polo norte do ímã para seu polo sul.
- d) As linhas de campo elétrico que representam o campo gerado por uma carga elétrica em repouso são fechadas.
- e) As linhas de força de um campo elétrico uniforme são linhas retas paralelas igualmente espaçadas e todas têm o mesmo sentido.

13. FEI-SP – A figura a seguir mostra as linhas de força de um campo elétrico criado por duas cargas elétricas puntiformes.



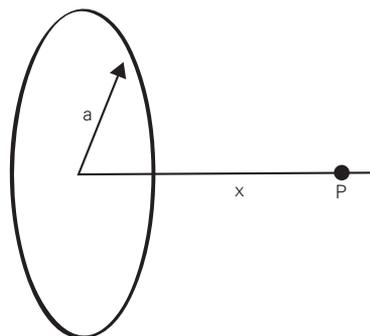
Analise as afirmações a seguir e assinale a alternativa correta.

- I. O campo elétrico representado na figura pode ser criado por cargas positivas.
 - II. Pode-se concluir que o campo elétrico criado pelas cargas é uniforme.
 - III. O campo representado pode ser criado por cargas elétricas de sinais contrários.
- a) Somente a afirmação I é verdadeira.
 - b) Somente a afirmação II é verdadeira.
 - c) Somente a afirmação III é verdadeira.
 - d) Somente as afirmações I e II são verdadeiras.
 - e) Somente as afirmações I e III são verdadeiras.

14. UPF-RS (adaptado) – Durante uma experiência em um laboratório de física, um balão (desses usados em festas de aniversário) cheio de ar, de massa total $m = 1$ g, carregado eletricamente com uma carga q negativa, flutua estaticamente numa região do espaço onde existe um campo elétrico uniforme na direção vertical e no sentido de cima para baixo. Desprezando-se o empuxo sobre o balão e considerando que a

aceleração gravitacional local é $g = 10$ m/s² e que o valor do campo elétrico é de 50 N/C, determine o valor da carga elétrica do balão.

15. UEG – A figura a seguir descreve um anel metálico, de raio a , carregado positivamente com carga Q , no ponto P , o campo elétrico dado pela expressão.

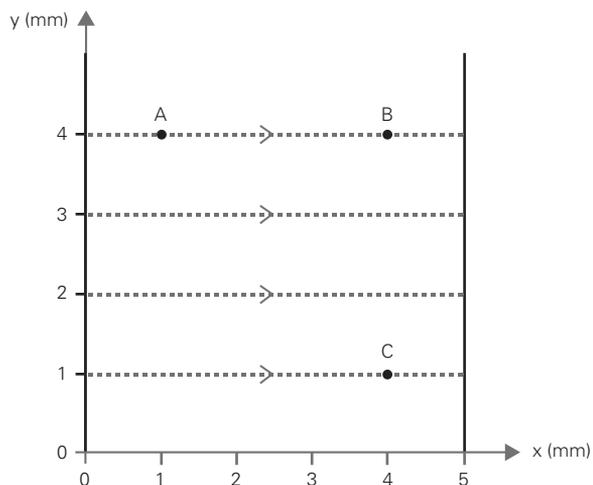


$$E_p = \frac{k Q x}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

No limite de $x \gg a$ (leia-se x muito maior que a), a expressão do campo elétrico E_p é equivalente

- a) ao campo elétrico de uma carga pontual com a carga do anel.
- b) a aproximação de $a \ll x$ que leva a um valor nulo nas duas situações.
- c) à mesma expressão apresentada no enunciado do problema.
- d) à equação E_p , salvo uma correção necessária no valor de Q .

16. Fuvest-SP (adaptado) – A região entre duas placas metálicas, planas e paralelas está esquematizada na figura a seguir.



As linhas tracejadas representam o campo elétrico uniforme existente entre as placas. A distância entre as placas é 5 mm e a diferença de potencial entre elas é 300 V. As coordenadas dos pontos **A**, **B** e **C** são mostradas na figura.

Note e adote:

O sistema está em vácuo.

Carga do elétron = $-1,6 \cdot 10^{19}$ C.

Determinando os módulos E_A , E_B e E_C do campo elétrico nos pontos A, B e C, respectivamente; obtemos:

- a) $E_A = E_B = E_C = 6,0 \cdot 10^4$ N/C
- b) $E_A = E_B = E_C = 3,0 \cdot 10^4$ N/C
- c) $E_A = E_B = E_C = 2,0 \cdot 10^4$ N/C
- d) $E_A = E_B = 6,0 \cdot 10^4$ N/C e $E_C = 5,0 \cdot 10^4$ N/C
- e) $E_A = E_B = 6,0 \cdot 10^4$ N/C e $E_C = 3,0 \cdot 10^4$ N/C

17. Fuvest-SP – Os primeiros astronautas a pousar na Lua observaram a existência de finas camadas de poeira pairando acima da superfície lunar. Como não há vento na Lua, foi entendido que esse fenômeno estava ligado ao efeito fotoelétrico causado pela luz solar: elétrons são extraídos dos grãos de poeira do solo lunar ao receberem energia da radiação eletromagnética proveniente do Sol e, assim, os grãos tornam-se positivamente carregados. O mesmo processo também arranca elétrons da superfície lunar, contribuindo para a carga positiva do lado iluminado da superfície da Lua. A altura de equilíbrio acima da superfície lunar dessas camadas depende da massa e da carga dos grãos. A partir dessas informações, determine

- a) o módulo F_e da força eletrostática que age sobre cada grão em equilíbrio da camada, sabendo que um grão de poeira tem massa $m = 1,2 \cdot 10^{-14}$ kg e que a aceleração da gravidade nas proximidades da superfície da Lua é $g_L = 1,6$ m/s².
- b) o módulo E do campo elétrico na posição dessa camada de poeira, sabendo que a carga adquirida por um grão é $Q = 1,9 \cdot 10^{-15}$ C.

- c) a frequência mínima f dos fótons da luz solar capazes de extrair elétrons dos grãos de poeira.
- d) a carga q emitida em 2 s por um grão de poeira, devido ao efeito fotoelétrico, considerando que cada fóton arranque apenas um elétron do grão.

Note e adote:

Carga do elétron: $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Energia do fóton: $\epsilon = hf$; f é a frequência e $h \approx 6 \cdot 10^{-34}$ J · s é a constante de Planck.

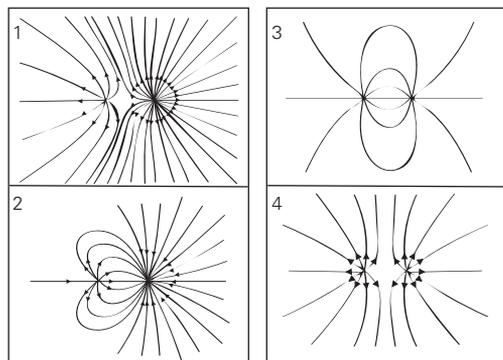
Desconsidere as interações entre os grãos e a influência eletrostática dos elétrons liberados.

ESTUDO PARA O ENEM

18. UFRGS-RS

C5-H17

Na figura está mostrada uma série de quatro configurações de linhas de campo elétrico.



Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas da sentença a seguir, na ordem em que aparecem. Nas figuras _____, as cargas são de mesmo sinal e, nas figuras _____, as cargas têm magnitudes distintas.

- a) 1 e 4 - 1 e 2
- b) 1 e 4 - 2 e 3
- c) 3 e 4 - 1 e 2
- d) 3 e 4 - 2 e 3
- e) 2 e 3 - 1 e 4

19. Uece-CE

C6-H23

Imediatamente antes de um relâmpago, uma nuvem tem em seu topo predominância de moléculas com cargas elétricas positivas, enquanto sua base é carregada negativamente. Considere um modelo simplificado que trata cada uma dessas distribuições como planos de carga paralelos e com distribuição uniforme. Sobre o vetor campo elétrico gerado por essas cargas em um ponto entre o topo e a base, é correto afirmar que

- a) é vertical e tem sentido de baixo para cima.
- b) é vertical e tem sentido de cima para baixo.

c) é horizontal e tem mesmo sentido da corrente de ar predominante no interior da nuvem.

d) é horizontal e tem mesmo sentido no norte magnético da Terra.

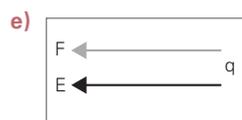
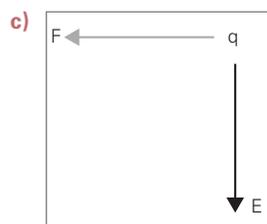
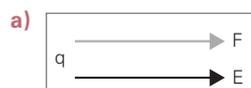
20. UEA-AM

C6-H21

Dois cargas elétricas pontiformes, Q e q , sendo Q positiva e q negativa, são mantidas a uma certa distância uma da outra, conforme mostra a figura.



A força elétrica \vec{F} , que a carga negativa q sofre, e o campo elétrico \vec{E} , presente no ponto onde ela é fixada, estão corretamente representados por:



FÍSICA 3B

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS



Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

POTENCIAL ELÉTRICO I

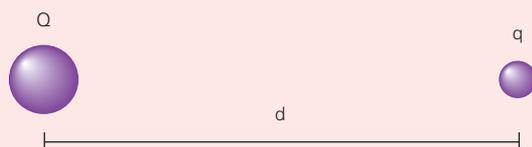
Energia potencial elétrica



SHUTTERSTOCK

Torres de transmissão de energia – a diferença de potencial é fundamental no processo de transmissão de energia.

Para compreender a diferença de potencial que permite a transmissão de energia elétrica, é necessário compreender outra grandeza importante: O **potencial elétrico**. Para isso, considere duas cargas elétricas puntiformes e situadas em uma região do espaço e separadas a uma distância entre elas.



Vamos analisar duas situações, de acordo com o sinal das cargas:

- Se a carga Q estiver fixa e possuir o mesmo sinal da carga q , haverá uma força de repulsão entre elas e q entrará em movimento de modo a afastar-se de Q .
- Caso Q tenha o mesmo sinal da carga q , haverá uma força de atração entre elas e q entrará em movimento aproximando-se de Q .

Note que em ambos os casos q adquire energia cinética por causa da força elétrica. Porém, como a energia não pode ser criada ou destruída, somente transformada, a energia cinética ocorre em virtude de o sistema formado pelas duas cargas apresentar energia potencial que é transformada em energia cinética.

- Energia potencial elétrica
- Potencial elétrico
- Potencial elétrico de uma carga elétrica puntiforme
- Gráfico $V \times d$

HABILIDADES

- Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas Ciências Físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da eletrostática.
- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

Um sistema formado por duas cargas, separadas por uma distância d , apresenta energia potencial.

Como se trata de cargas elétricas, essa energia armazenada no sistema é denominada **energia potencial elétrica**.

A energia potencial elétrica do sistema formado pelas cargas Q e q é dada por:

$$E_p = k \cdot \frac{Q \cdot q}{d}$$

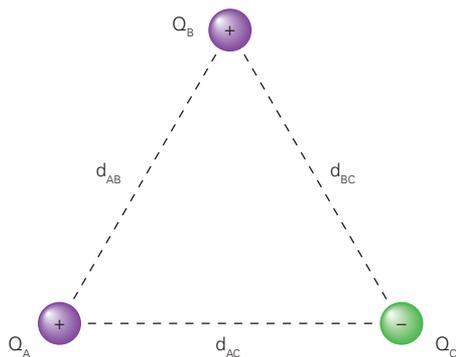
Onde k é a constante eletrostática do meio, e d é a distância entre as duas cargas.

No sistema internacional (SI), cargas elétricas são dadas em Coulomb, a distância em metro e energia potencial elétrica em joule. A constante k é dada em $N \cdot m^2/C^2$.

Energia é uma grandeza escalar. Na equação anterior, os sinais das cargas elétricas devem acompanhar os devidos valores. Portanto, o resultado numérico para a energia potencial elétrica pode ser positivo ou negativo, dependendo dos sinais das cargas elétricas envolvidas na configuração.

Observação: no caso de o sistema ser constituído por três ou mais cargas elétricas, a energia potencial elétrica deste é dada pela soma algébrica das energias potenciais calculadas para cada par de cargas.

Exemplo para três cargas, Q_A , Q_B , Q_C , na figura a seguir.



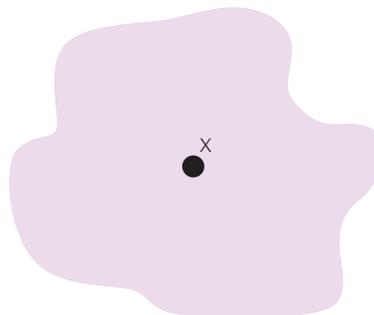
A energia potencial elétrica do sistema constituído pelas três cargas elétricas é dada por:

$$E_{p(sist)} = E_{pAB} + E_{pAC} + E_{pBC}$$

$$E_{p(sist)} = k \cdot \left(\frac{Q_A \cdot Q_B}{d_{AB}} + \frac{Q_A \cdot Q_C}{d_{AC}} + \frac{Q_B \cdot Q_C}{d_{BC}} \right)$$

Potencial elétrico

Considere uma região do espaço representada a seguir, na qual existe um campo elétrico, e seja X um ponto qualquer dessa região.



Uma carga elétrica de prova q , colocada no ponto X , adquire energia potencial elétrica que pode ser transformada em *energia cinética* se a carga de prova for livre para se movimentar.

A razão da energia potencial elétrica por unidade de carga elétrica é uma propriedade do ponto X e é denominada potencial elétrico (V):

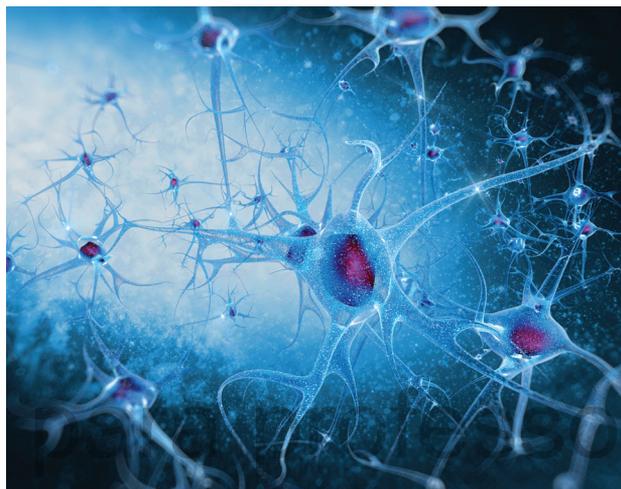
$$V = \frac{E_p}{q}$$

Cada ponto da região tem um potencial elétrico que, por ser uma grandeza escalar, não pode ser representado geometricamente como se faz com o vetor campo elétrico.

No sistema internacional de unidades (SI), a unidade de energia é o joule (J) e a de carga elétrica é o Coulomb (C). Portanto, a unidade de potencial elétrico é denominada volt (V), de modo que:

$$1V = 1 \cdot \frac{N \cdot m}{C} = 1 \cdot \frac{J}{C}$$

Por exemplo, se o potencial elétrico de um ponto X é de $V_x = 5V$, temos que o potencial elétrico $V_x = 5J/C$. Ou seja, o ponto X consegue dotar de 5 J de energia potencial elétrica a cada 1C de carga elétrica nesse ponto.



SHUTTERSTOCK

A membrana plasmática do neurônio transporta ativamente alguns íons do líquido extracelular para o interior da fibra, e outros, do interior da fibra, de volta ao líquido extracelular.

A ESCADA DE JACOB

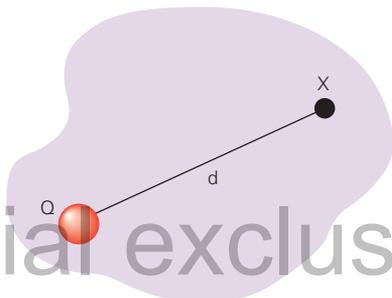
Muitos experimentos utilizam alta-tensão, ou seja, existe uma diferença de potencial muito grande entre dois pontos. Um desses experimentos é a chamada *Escada de Jacob*, que utiliza alguns equipamentos como uma fonte de alta-tensão e duas hastes de metal em formato de "V". Quando o circuito é ligado, é formado um arco elétrico que causa a ruptura dielétrica do ar, a qual produz uma descarga de plasma. Por ser quente, este arco sobe e se rompe no ponto mais extremo das hastes, enquanto um novo arco se forma na sua base, repetindo o ciclo.



SHUTTERSTOCK

POTENCIAL ELÉTRICO DE UMA CARGA ELÉTRICA PUNTIFORME

Considerando uma carga elétrica Q , gerando um campo elétrico ao seu redor, X é um ponto distante d da carga Q , conforme figura.



Se no ponto X for colocada uma carga de prova q , o sistema apresentará energia potencial elétrica dada por:

$$E_p = k \cdot \frac{Q \cdot q}{d}$$

Como a energia potencial elétrica pode ser obtida por meio do produto da carga de prova e da diferença de potencial elétrico, $E_p = q \cdot V$, temos que

$$q \cdot V = k \cdot \frac{Q \cdot q}{d}. \text{ Portanto: } V = k \cdot \frac{Q}{d}.$$

Essa expressão fornece o potencial elétrico gerado pela carga Q no ponto X , a uma distância d da carga geradora.

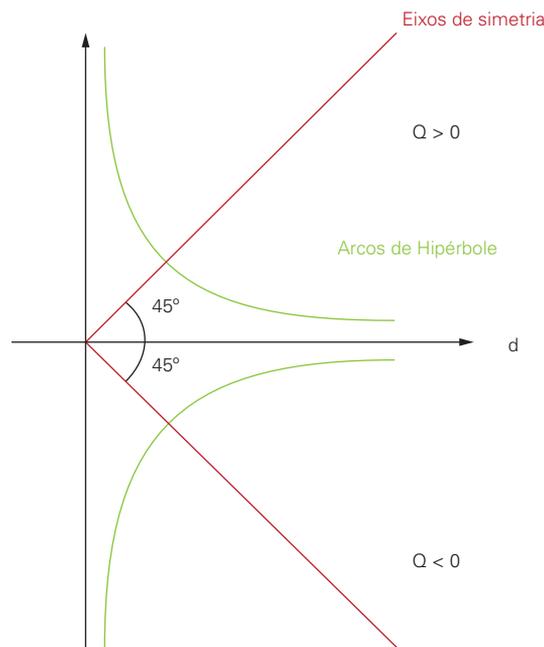
Com base nessa expressão, conclui-se que:

- o potencial elétrico num ponto de um campo elétrico depende somente da carga geradora Q ;
- aumentando-se a distância d , do ponto X à carga Q , o potencial elétrico diminui. Se d tender a infinito, V tende a zero ($d \rightarrow \infty \rightarrow V \rightarrow 0$);
- como o sinal da carga é preservado em $V = k \cdot \frac{Q}{d}$,

a carga elétrica positiva ($Q > 0$) gera potencial elétrico positivo ($V > 0$), e carga elétrica negativa ($Q < 0$) gera potencial elétrico negativo ($V < 0$).

GRÁFICO $V \times D$

Considerando uma carga elétrica Q puntiforme, isolada, e um ponto situado à distância d da carga, ao variar-se a distância d do ponto à carga, obtém-se:



Repare que os gráficos que representam esses potenciais têm formato de hipérbole.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Duas cargas elétricas $Q_1 = +1 \mu\text{C}$ e $Q_2 = -1 \mu\text{C}$ estão situadas no vácuo a uma distância $d = 2 \text{ m}$ entre elas. Sendo $k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. Calcule a energia potencial elétrica desse sistema de cargas.

Resolução

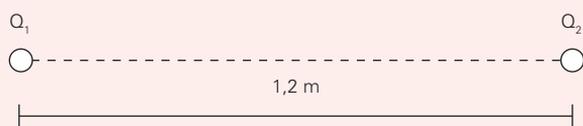
A energia potencial elétrica do sistema é dada por:

$$E_p = E_1 + E_2$$

$$E_p = \frac{k_0}{d} \cdot (Q_1 \cdot Q_2) = \frac{9,0 \cdot 10^9}{2} \cdot (-1,0 \cdot 10^{-12}) =$$

$$= -4,5 \cdot 10^{-3} \text{ J} \therefore E_p = -4,5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

2. Duas cargas elétricas puntiformes, $Q_1 = 2,0 \text{ mC}$ e $Q_2 = -6,0 \text{ mC}$, encontram-se no vácuo, distanciadas em $1,2 \text{ m}$. Determine a que distância da carga Q_1 encontra-se o ponto sobre o segmento de reta que as une, no qual o potencial elétrico devido a ambas é nulo.



a) $0,2 \text{ m}$

b) $0,3 \text{ m}$

c) $0,4 \text{ m}$

d) $0,6 \text{ m}$

e) $1,0 \text{ m}$

Resolução

Chamamos de x o ponto entre as cargas em que o potencial é zero ($V_x = 0$).

Então, $V_x = V_1 + V_2 = 0$

$$k \cdot \frac{Q_1}{x} + k \cdot \frac{Q_2}{1,2 - x} = 0 \rightarrow \frac{2,0 \cdot 10^{-3}}{x} - \frac{6,0 \cdot 10^{-3}}{1,2 - x} = 0$$

$$2,0 \cdot 10^{-3} \cdot (1,2 - x) = 6,0 \cdot 10^{-3} \cdot x$$

$$1,2 - x = 3x$$

$$4x = 1,2$$

$$x = 0,3 \text{ m}$$

ROTEIRO DE AULA

ENERGIA POTENCIAL ELÉTRICA

Duas cargas a uma distância d ; apresentam energia elétrica Q .

Dada pela energia potencial elétrica por unidade de carga em um ponto qualquer de uma região de influência do campo elétrico.

Sistema

Potencial elétrico (V)

Três ou mais cargas; a energia potencial elétrica é a soma algébrica das energias potenciais para cada par de carga.

Carga puntiforme

O potencial elétrico depende da carga geradora

Quanto maior a distância, menor o potencial elétrico

O sinal da carga é preservado

Se $Q > 0$
 $V > 0$

Se $Q < 0$

$V < 0$

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **PUC-PR** – Um sistema de cargas pontuais é formado por duas cargas positivas $+q$ e uma negativa $-q$, todas de mesma intensidade, cada qual fixa em um dos vértices de um triângulo equilátero de lado r . Se substituirmos a carga negativa por uma positiva de mesma intensidade, qual será a variação da energia potencial elétrica do sistema? A constante de Coulomb é denotada por k .

- a) $\frac{2kq^2}{r}$
 b) $\frac{-2kq^2}{r}$
 c) $\frac{-4kq^2}{r}$
 d) $\frac{4kq^2}{r}$
 e) $\frac{kq^2}{r}$

Inicialmente, temos duas cargas positivas $+q$ e uma negativa $-q$.

$$\text{Logo, a energia potencial elétrica é } E_p = \frac{k}{r}(q^2 + (-q^2) + (-q^2)) = -\frac{k \cdot q^2}{r}.$$

Após substituirmos a carga negativa por uma positiva, temos

$$E_p = \frac{k}{r}(q^2 + q^2 + q^2) = \frac{3 \cdot k \cdot q^2}{r}.$$

Logo, a variação de energia potencial elétrica do sistema é dada por

$$\Delta E = E_p - E_p = \left(\frac{3 \cdot k \cdot q^2}{r}\right) - \left(-\frac{k \cdot q^2}{r}\right) = \frac{4 \cdot k \cdot q^2}{r}.$$

$$\therefore \Delta E = \frac{4 \cdot k \cdot q^2}{r}.$$

2. **UFRN (adaptado)**

C6-H23

Informações divulgadas revelam que o Brasil é um dos países onde há uma grande ocorrência de raios. Estes são descargas elétricas que ocorrem na atmosfera, geralmente entre a nuvem e o solo ou entre duas nuvens. Segundo especialistas, no Brasil, ocorrem a cada segundo, em média, três raios tipo nuvem-solo, e, em cada um desses raios, é gerada uma energia da ordem de 10^9 J. Considere a rigidez dielétrica do ar igual a $3 \cdot 10^6$ V/m, isto é, a maior intensidade do campo elétrico que pode ser aplicado ao ar sem que ele se torne condutor, e que $E = V/d$, onde V é a intensidade do campo elétrico, V a diferença de potencial elétrico entre a nuvem e o solo e d a distância entre a nuvem e o solo. Supondo que as cargas elétricas estão uniformemente distribuídas na base de uma nuvem que se situa a 3 km de altura do solo e induzem, neste, cargas de

sinais opostos, calcule a diferença de potencial mínima, V_M , capaz de quebrar a rigidez dielétrica do ar de modo que ocorram raios.

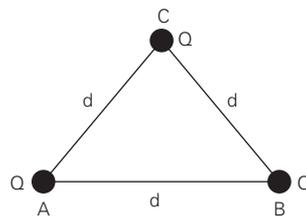
Para quebrar a rigidez dielétrica do ar e ocorrer descarga elétrica a maior intensidade do campo elétrico deve superar $E = 3 \cdot 10^6$ V/m.

$$\text{Como } d = 3 \cdot 10^3 \text{ e } E = \frac{V}{d}, \text{ então } 3 \cdot 10^6 = \frac{V}{10^3} \rightarrow V = 9 \cdot 10^9 \text{ V.}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da Física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Avaliar possibilidades de geração, uso ou transformação de energia em ambientes específicos, considerando implicações éticas, ambientais, sociais e/ou econômicas.

3. **UPE-PE (adaptado)** – Considere três cargas elétricas puntiformes, positivas e iguais a Q , colocadas no vácuo, fixas nos vértices A, B e C de um triângulo de lado d , de acordo com a figura a seguir:



A energia potencial elétrica do par de cargas, disponibilizadas nos vértices A e B, é igual a 0,8 J. Nessas condições, determine a energia potencial elétrica do sistema constituído das três cargas, em joules.

A energia potencial elétrica das cargas nos vértices A e B é dada por $E_{pAB} = \frac{k}{d} \cdot Q^2 = 0,8$ J

$$\text{Logo, nos vértices A, B e C, temos } E_{pABC} = \frac{k}{d} \cdot \left(\frac{Q}{2} + Q^2 + Q^2\right) = 3 \cdot \frac{k}{d} \cdot Q^2 = 3 \cdot 0,8 = 2,4 \text{ J. } \therefore E_{pABC} = 2,4 \text{ J.}$$

4. **EsPCEx-SP** – Duas esferas metálicas de raios R_A e R_B , com $R_A < R_B$, estão no vácuo e isoladas eletricamente uma da outra. Cada uma é eletrizada com uma mesma quantidade de carga positiva. Posteriormente as esferas são interligadas por meio de um fio condutor de capacitância desprezível e, após atingir o equilíbrio eletrostático, a esfera A possuirá uma carga Q_A e um potencial V_A , e a esfera B uma carga Q_B e um potencial V_B . Com base nas informações anteriores, podemos, então, afirmar que:

- a) $V_A < V_B$ e $Q_A = Q_B$
 b) $V_A = V_B$ e $Q_A = Q_B$

- c) $V_A < V_B$ e $Q_A < Q_B$
d) $V_A = V_B$ e $Q_A > Q_B$
 e) $V_A > V_B$ e $Q_A = Q_B$

Após atingir o equilíbrio eletrostático, $V_A = V_B$.
 Como temos esferas de raios diferentes, cada esfera tem carga

inversamente proporcional ao seu raio, ou seja, $\frac{Q_A}{R_A} = \frac{Q_B}{R_B}$.

Logo, se $R_A < R_B$, então $Q_A > Q_B$.

- 5. Fuvest-SP** – Um raio proveniente de uma nuvem transportou para o solo uma carga de 10 C sob uma diferença de potencial de 100 milhões de volts. A energia liberada por esse raio é
- Note e adote: $1 \text{ J} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ kWh}$

- a) 30 MWh.
 b) 3 MWh.
c) 300 kWh.
 d) 30 kWh.
 e) 3 kWh.

Temos que $100\,000\,000 \text{ V} = 100 \cdot 10^6 \text{ V} = 1,0 \cdot 10^8 \text{ V}$, ou seja, uma diferença de potencial de $1,0 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{C}$, em 10 C, temos, $1,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m} = 1,0 \cdot 10^9 \text{ J} = 1,0 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-7} \text{ kWh} = 3 \cdot 10^2 \text{ kWh} = 300 \text{ kWh}$.

- 6. PUC-Rio (adaptado)** – Duas partículas com cargas Q e $-Q$ têm posições iniciais $(x, y, z) = (0, 0, R)$ e $(0, 0, 0)$, respectivamente. A carga Q está fixa enquanto uma força (variável) leva a carga Q , em velocidade muito baixa e constante, até a nova posição $(0, 0, 2R)$. Considere a constante eletrostática k conhecida. Calcule a diferença de energia potencial do sistema entre a posição final e a posição inicial.

A energia potencial elétrica inicial era $-k \cdot \frac{Q^2}{R}$.

A energia potencial elétrica final é $-k \cdot \frac{Q^2}{2R}$.

Logo, $\Delta E_p = E_{p_f} - E_{p_i} = -k \cdot \frac{Q^2}{2R} - (-k \cdot \frac{Q^2}{R}) = +k \cdot \frac{Q^2}{2R}$

$\Delta E_p = +k \cdot \frac{Q^2}{2R}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 7. UEG-GO** – Uma carga Q está fixa no espaço; a uma distância d dela existe um ponto P , no qual é colocada uma carga de prova q_0 . Considerando-se esses dados, verifica-se que, no ponto P ,

- a) o potencial elétrico devido a Q diminui com inverso de d .
 b) a força elétrica tem direção radial e se aproximando de Q .
 c) o campo elétrico depende apenas do módulo da carga Q .
 d) a energia potencial elétrica das cargas depende do inverso de d^2 .

- 8. Uece** – Considere a energia potencial elétrica armazenada em dois sistemas compostos por: (i) duas cargas elétricas de mesmo sinal; (ii) duas cargas de sinais opostos. A energia potencial no primeiro e no segundo sistema, respectivamente,

- a) aumenta com a distância crescente entre as cargas e diminui com a redução da separação.
 b) diminui com a distância decrescente entre as cargas e não depende da separação.
 c) aumenta com a distância crescente entre as cargas e não depende da separação.
 d) diminui com o aumento da distância entre as cargas e aumenta se a separação cresce.

- 9. UFRR** – O aumento de vida de prateleira de alimentos é obtido por várias técnicas de conservação de alimentos, como as técnicas térmicas, por exemplo, pasteurização, até as técnicas nucleares, como a irradiação por nêutron. Há uma técnica, em particular, que usa campos elétricos pulsantes, que provocam variações, no potencial elétrico de células, destruindo as paredes celulares. Em um modelo simplificado, admite-se que

a membrana da célula de um patógeno (microrganismo que pode provocar doenças) seja rompida se houver uma diferença de potencial estabelecida entre as paredes celulares, V_{pc} , em torno de 1 V e que o diâmetro médio de uma célula seja de um micro, $d = 1 \cdot \mu \cdot \text{m}$. O equipamento onde se coloca o alimento é um tipo de capacitor plano com placas paralelas, onde é estabelecido um campo elétrico uniforme e pulsado. Com base no texto, estime a intensidade do campo elétrico necessário para romper a membrana celular do patógeno, em seguida, marque a alternativa correta:

a) intensidade do campo elétrico de $1 \frac{\text{M} \cdot \text{V}}{\text{m}}$;

b) intensidade do campo elétrico de $2 \frac{\text{M} \cdot \text{V}}{\text{m}}$;

c) intensidade do campo elétrico de 1 V/m ;

d) intensidade do campo elétrico de 2 V/m ;

e) faltam dados para se fazer qualquer estimativa sobre a intensidade do campo elétrico necessário para romper a membrana celular do patógeno.

- 10. Unimontes-MG (adaptado)** – Em um dado flash de relâmpago, a diferença de potencial entre a nuvem e o solo é $1 \cdot 10^9 \text{ V}$, e a quantidade de carga transferida é de 31,25 C. Qual será a variação de energia potencial elétrica?

11. Udesc-SC – Ao longo de um processo de aproximação de duas partículas de mesma carga elétrica, a energia potencial elétrica do sistema:

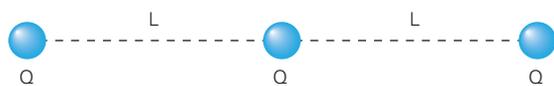
- diminui.
- aumenta.
- aumenta inicialmente e, em seguida, diminui.
- permanece constante.
- diminui inicialmente e, em seguida, aumenta.

12. PUC-RJ – Ao colocarmos duas cargas pontuais $q_1 = 5,0 \mu \cdot C$ e $q_2 = 2,0 \mu \cdot C$ a uma distância realizamos trabalho. Determine a energia potencial eletrostática, em joules, deste sistema de cargas pontuais.

Dado: $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}$

- 1
- 10
- $3,0 \cdot 10^{-1}$
- $2,0 \cdot 10^{-5}$
- $5,0 \cdot 10^{-5}$

13. Uespi – Três cargas puntiformes idênticas, Q , estão fixas no vácuo de acordo com o arranjo da figura.



Denotando por k a constante elétrica no vácuo, a energia potencial eletrostática do sistema de cargas é igual a:

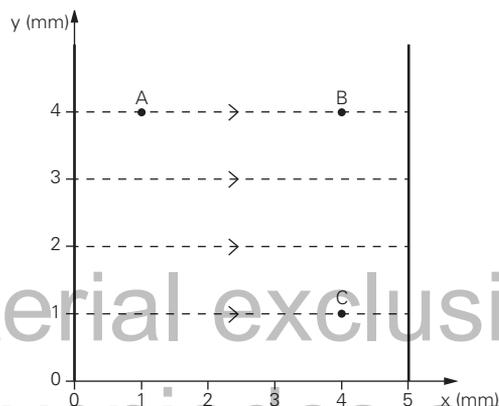
- $\frac{k \cdot Q^2}{L}$
- $2 \cdot \frac{k \cdot Q^2}{L}$
- $2,5 \cdot \frac{k \cdot Q^2}{L}$
- $3,5 \cdot \frac{k \cdot Q^2}{L}$
- $5 \cdot \frac{k \cdot Q^2}{L}$

14. UEPG (adaptado) – As afirmativas a seguir dizem respeito à grandeza *potencial elétrico*. Nesse âmbito, marque o que for correto.

- O potencial elétrico é uma grandeza escalar.
- O potencial elétrico pode ser medido em Coulomb/segundo, grandeza esta que no sistema internacional é chamada de joule (J).
- O potencial elétrico num ponto localizado a uma certa distância de uma carga elétrica negativa é também negativo e independe do valor das cargas de prova que porventura sejam aí colocadas.

Dê como resposta a soma da(s) alternativa(s)

15. Fuvest-SP (adaptado) – A região entre duas placas metálicas, planas e paralelas está esquematizada na figura a seguir.



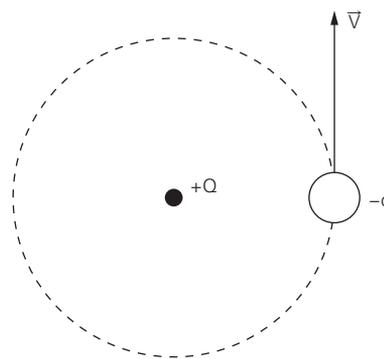
As linhas tracejadas representam o campo elétrico uniforme existente entre as placas. A distância entre as placas é 5 mm e a diferença de potencial entre elas é 300 V. As coordenadas dos pontos A, B e C são mostradas na figura.

Note e adote:

O sistema está em vácuo.
Carga do elétron = $-1,6 \cdot 10^{19} \text{ C}$.

Determine as diferenças de potencial V_{AB} e V_{BC} entre os pontos A e B e entre os pontos B e C, respectivamente.

16. AFA-MG (adaptado) – Uma partícula de massa 2 kg e carga elétrica negativa de 1 C gira em órbita circular com velocidade escalar constante de módulo igual a 40 m/s, próxima a uma carga elétrica positiva de 2 C fixa, conforme ilustra a figura a seguir.

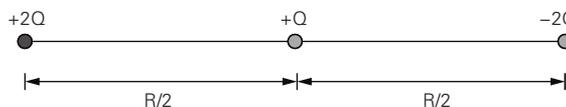


Sabendo que a distância entre as duas é de 1m, a velocidade da carga $-q$, em m/s, é

- $9 \cdot 10^4$
- $9,5 \cdot 10^4$
- $7 \cdot 10^4$
- $8,5 \cdot 10^4$

17. UFRGS-RS – Considere que U é a energia potencial elétrica de duas partículas com cargas $+2Q$ e $-2Q$ fixas a uma

distância R uma da outra. Uma nova partícula de carga $+Q$ é agregada a este sistema entre as duas partículas iniciais, conforme representado na figura a seguir.



A energia potencial elétrica desta nova configuração do sistema é

- a) zero.
- b) $\frac{U}{4}$.
- c) $\frac{U}{2}$.
- d) U .
- e) $3 U$.

ESTUDO PARA O ENEM

18. Urca-CE

C5-H18

Dentre os muitos aspectos apresentados pela região Nordeste, o que mais se destaca é a seca, causada pela escassez de chuvas, proporcionando pobreza e fome. Para romper esse ciclo vicioso, é necessário unir toda a sociedade. Só assim será possível garantir a condição básica do direito à vida: viver sem fome. A alimentação diária de um jovem deve conter 2400 quilocalorias (kcal) de nutrientes energéticos para que seus órgãos possam desenvolver suas funções. A unidade (cal) é utilizada no campo da Física relacionado com o conceito de energia. Outra unidade relacionada com o conceito de energia é conhecida por:

- a) ampère.
- b) newton.
- c) watt.
- d) elétron-volt.
- e) Coulomb.

19. IFSC

C6-H21

Atingido por um raio na noite da última quinta-feira, o dedo médio da mão direita do Cristo Redentor (aquele popularmente conhecido como “pai de todos”) será restaurado [...]. A restauração será feita com incentivos da Lei Rouanet e pelo Instituto do Patrimônio Histórico e Artístico Nacional (Iphan).

Disponível em: <<http://veja.abril.com.br/noticia/brasil/dedo-de-cristo-redentor-serarestaurado>>. Acesso: 20 mar. 2014. (Adaptado)



Fonte: Vestibular IFSC-SC. Disponível em: <<http://veja.abril.com.br/noticia/brasil/dedo-de-cristo-redentor-serarestaurado>>. Acesso: 20 mar. 2014. (Adaptado)

A descarga elétrica a que o texto se refere aconteceu no dia 16/01/2014. Assinale a alternativa que explica CORRETAMENTE o fenômeno ao qual o Cristo Redentor foi vítima.

- a) O ar é bom condutor de eletricidade.
- b) Entre o Cristo Redentor e a nuvem havia uma diferença de potencial que permitiu a descarga elétrica.
- c) O Cristo Redentor foi construído de material condutor.
- d) Existe um excesso de carga elétrica na Terra.
- e) A descarga elétrica foi um aviso para que o ser humano trate melhor o planeta em que vive.

20. Fuvest-SP

C6-H21

Um sistema formado por três cargas elétricas puntiformes iguais, colocadas em repouso nos vértices de um triângulo equilátero, tem energia potencial eletrostática igual a U . Substitui-se uma das cargas por outra, na mesma posição, mas com o dobro do valor. A energia potencial eletrostática do novo sistema será igual a:

- a) $\frac{4}{3} U$
- b) $\frac{3}{2} U$
- c) $\frac{5}{3} U$
- d) $2U$
- e) $3 U$

6

POTENCIAL ELÉTRICO II

Potencial elétrico de várias cargas elétricas puntiformes

- Potencial elétrico de várias cargas elétricas puntiformes
- Superfície equipotencial
- Carga elétrica isolada

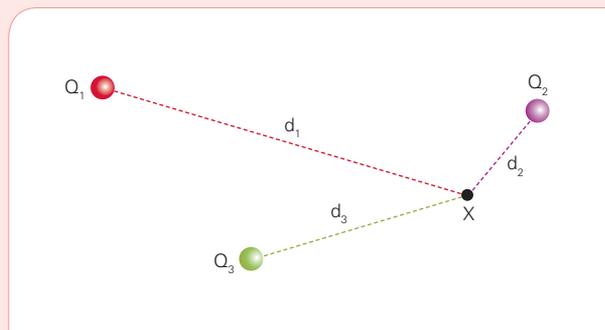
HABILIDADES

- Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas Ciências Físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da eletrostática.
- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.



Para se manusear peças eletrônicas com semicondutores é necessário utilizar roupas e materiais que minimizem a eletricidade estática, que podem danificar os componentes.

Considere uma região do espaço na qual existe campo elétrico gerado pelas cargas Q_1 , Q_2 , Q_3 , e X seja um ponto qualquer dessa região.



Cada uma das cargas gera um potencial elétrico no ponto X calculado por

$$V_i = k \cdot \frac{Q_i}{d_i}, \text{ para } i = 1, 2, 3. \text{ Assim, tem-se:}$$

$$V_1 = k \cdot \frac{Q_1}{d_1}, V_2 = k \cdot \frac{Q_2}{d_2} \text{ e } V_3 = k \cdot \frac{Q_3}{d_3}.$$

O potencial elétrico resultante no ponto X é obtido pela soma algébrica (levam-se em consideração os sinais) dos potenciais das cargas Q_1 , Q_2 e Q_3 .

$$V_R = V_1 + V_2 + V_3$$

Substituindo os potenciais na equação acima, temos:

$$V_R = k \cdot \frac{Q_1}{d_1} + k \cdot \frac{Q_2}{d_2} + k \cdot \frac{Q_3}{d_3}$$

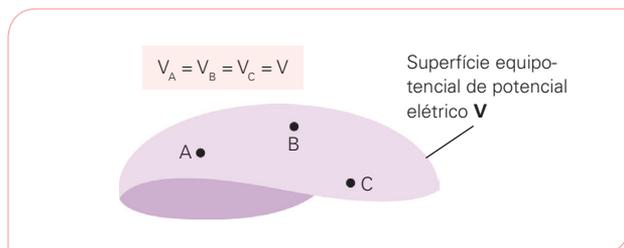
$$V_R = k \cdot \left(\frac{Q_1}{d_1} + \frac{Q_2}{d_2} + \frac{Q_3}{d_3} \right)$$

No caso de n cargas elétricas, $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$, o potencial elétrico resultante num ponto qualquer do campo elétrico gerado por elas é dado por:

$$V_R = k \cdot \left(\frac{Q_1}{d_1} + \frac{Q_2}{d_2} + \dots + \frac{Q_n}{d_n} \right) = k \cdot \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{d_i}$$

SUPERFÍCIE EQUIPOTENCIAL

É uma região de campo elétrico em que todos os pontos têm o mesmo potencial elétrico.

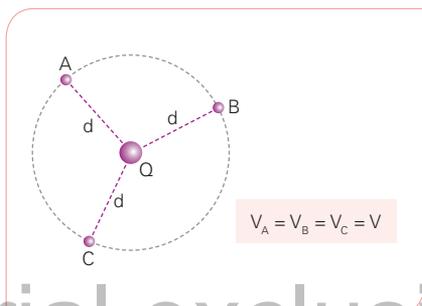


CARGA ELÉTRICA ISOLADA

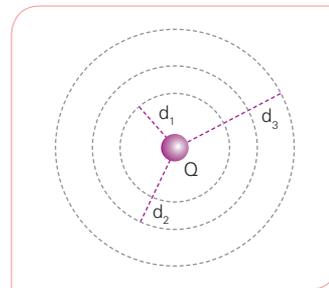
Quando se considera uma carga elétrica isolada Q , geradora de campo elétrico, o potencial elétrico num ponto qualquer do campo pode ser calculado por:

$$V = k \cdot \frac{Q}{d}$$

Dessa forma, qualquer ponto em torno da carga elétrica Q , que dela estiver a uma distância d , tem o mesmo potencial elétrico V e todos pertencerão à mesma superfície equipotencial.

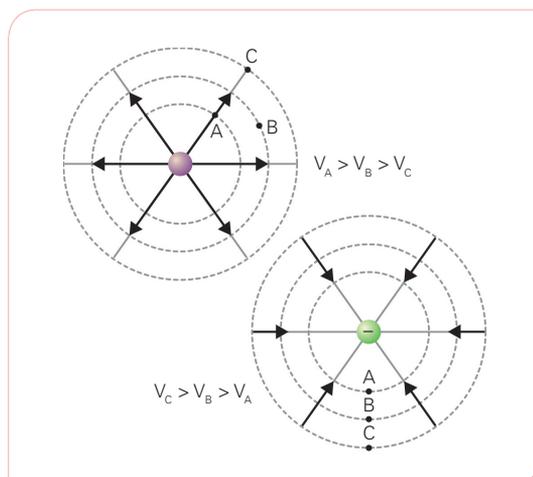


Para cada valor de d , tem-se uma superfície esférica diferente. Dessa forma, superfícies equipotenciais são cascas esféricas, uma dentro da outra, com centro na carga elétrica Q .

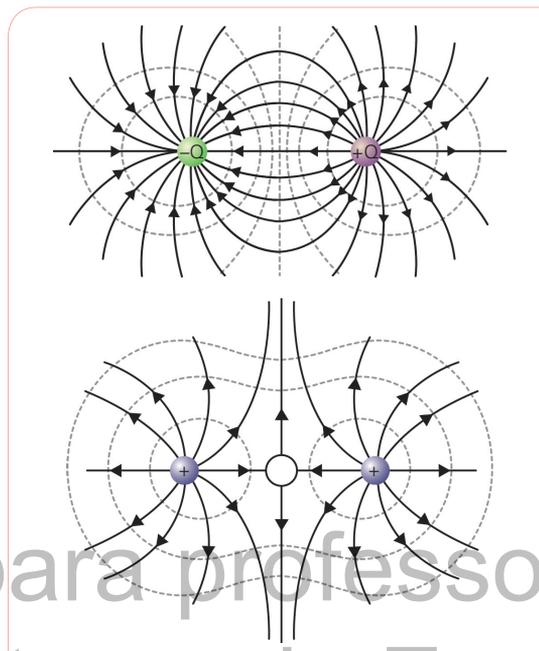


Propriedades

- Linhas de campo (linhas de força) são sempre normais às superfícies equipotenciais.
- Nas figuras seguintes, considere que as linhas cheias representam as superfícies de campo e as tracejadas, superfícies equipotenciais.
- Para cargas puntiformes:
- Esquemáticamente, temos no primeiro momento:



Depois:



- O potencial elétrico decresce no sentido das linhas de campo.

- Deslocando-se uma carga elétrica entre dois pontos numa mesma superfície equipotencial, o trabalho da força elétrica será nulo.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Um sistema é formado por três cargas elétricas $Q_1 = +5 \mu\text{C}$, $Q_2 = -3 \mu\text{C}$ e $Q_3 = +8 \mu\text{C}$, no vácuo, situadas a uma distância $d = 9 \text{ cm}$ de um ponto X. Sendo $k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$, o potencial elétrico gerado pelas cargas no ponto X é

- a. $2,0 \cdot 10^4 \text{ V}$
- b. $1,0 \cdot 10^5 \text{ V}$
- c. $2,0 \cdot 10^6 \text{ V}$
- d. $1,0 \cdot 10^6 \text{ V}$**
- e. $1,3 \cdot 10^7 \text{ V}$

Resolução

Temos que $V_R = V_1 + V_2 + V_3$

$$\begin{aligned} V_R &= \frac{k_0}{d} \cdot (Q_1 + Q_2 + Q_3) = \\ &= \frac{9,0 \cdot 10^9}{9,0 \cdot 10^{-2}} \cdot (5 - 3 + 8) \cdot 10^{-6} = \\ &= 1,0 \cdot 10^6 \text{ V} \therefore V_R = 1,0 \cdot 10^6 \text{ V.} \end{aligned}$$

2. Duas cargas elétricas $Q_1 = +1 \mu\text{C}$ e $Q_2 = -1 \mu\text{C}$ estão situadas no vácuo a uma distância $d = 2 \text{ m}$ entre elas. Sendo $k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$. Calcule o potencial elétrico no ponto médio entre as cargas.

O potencial elétrico no ponto médio ($d = 1 \text{ m}$) é dado por:

$$V_R = V_1 + V_2$$

$$\begin{aligned} V_R &= \frac{k_0}{d} \cdot (Q_1 + Q_2) = \\ &= \frac{9,0 \cdot 10^9}{1} \cdot (1,0 \cdot 10^{-6} - 1,0 \cdot 10^{-6}) = 0 \text{ V.} \end{aligned}$$

ROTEIRO DE AULA

Potencial elétrico II

Energia potencial elétrica para unidade de carga em um ponto qualquer de influência de um campo elétrico Q_1

Para uma superfície equipotencial
pertencente a uma mesma região do
campo elétrico

carga puntiforme Q_2

Deslocando uma partícula numa mesma superfície equipotencial

O trabalho da força será nulo independentemente da trajetória descrita

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

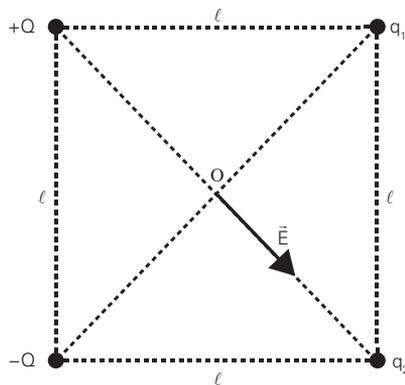
1. UERR (adaptado) – Determine a diferença de potencial entre dois pontos A e B, localizados, respectivamente, a 5 cm e 9 cm de uma carga elétrica Q de carga $7 \mu\text{C}$, situada no vácuo ($k = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$).

$$V_A = k \cdot \frac{q}{d_A} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{7 \cdot 10^{-6}}{5,0 \cdot 10^{-2}} = 12,6 \cdot 10^5 \text{ V}$$

$$V_B = k \cdot \frac{q}{d_B} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{7 \cdot 10^{-6}}{9,0 \cdot 10^{-2}} = 7 \cdot 10^5 \text{ V}$$

A diferença de potencial é $V_A - V_B = 5,6 \cdot 10^5 \text{ V}$

2. AFA-MG – Um sistema é composto por quatro cargas elétricas puntiformes fixadas nos vértices de um quadrado, conforme ilustrado na figura a seguir.



As cargas q_1 e q_2 são desconhecidas. No centro O do quadrado o vetor campo elétrico \vec{E} , devido às quatro cargas, tem a direção e o sentido indicados na figura. A partir da análise deste campo elétrico, pode-se afirmar que o potencial elétrico em O

f) é positivo.

g) é negativo.

h) é nulo.

i) pode ser positivo.

Como o vetor campo elétrico na diagonal que liga Q e q_1 é nulo, temos que $q_1 = -Q$.

Como o vetor \vec{E} aponta para q_2 , temos que $q_2 < 0$; logo, o potencial elétrico é negativo.

3. UECE

C6-H21

Seja o sistema composto por duas cargas elétricas mantidas fixas a uma distância d e cujas massas são desprezíveis. A energia potencial do sistema é

a) inversamente proporcional a $1/d^2$.

b) proporcional a d^2 .

c) proporcional a $1/d$. Como o sistema é composto por duas cargas elétricas, a energia do sistema será: $V_T = V_A + V_B$

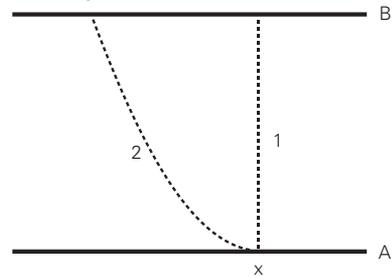
d) proporcional a d.

e) proporcional a d^3

Sendo: $V = \frac{k \cdot q}{d}$

Concluímos que o potencial é proporcional a $1/d$.

4. Fuvest-SP (adaptado) – Na figura, A e B representam duas placas metálicas; a diferença de potencial entre elas é $V_B - V_A = 2,0 \cdot 10^4 \text{ V}$. As linhas tracejadas 1 e 2 representam duas possíveis trajetórias de um elétron, no plano da figura.



Considere a carga do elétron igual a $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ e as seguintes afirmações com relação à energia cinética de um elétron que sai do ponto X na placa A e atinge a placa B:

I. Se o elétron tiver velocidade inicial nula, sua energia cinética, ao atingir a placa B, será $3,2 \cdot 10^{-15} \text{ J}$.

II. A variação da energia cinética do elétron é a mesma, independentemente de ele ter percorrido as trajetórias 1 ou 2.

III. O trabalho realizado pela força elétrica sobre o elétron apenas na região da placa B não é nulo.

a) II. I. VERDADEIRO – $E = 2,0 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 3,2 \cdot 10^{-15} \text{ J}$

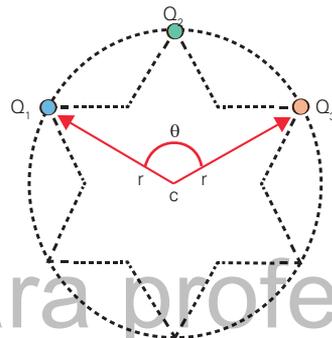
b) III. II. VERDADEIRO – A variação de energia do elétron não depende da trajetória.

c) I e II.

d) I e III. III. FALSO – No deslocamento em uma região equipotencial o trabalho é nulo.

5. PUC-SP – Por meio do processo conhecido como eletrização por atrito, eletriza-se com um tecido uma pequena esfera metálica, inicialmente neutra e presa a um suporte isolante. Após o atrito, constata-se que essa esfera perdeu $1,0 \cdot 10^{20}$ elétrons. A seguir, faz-se o contato imediato e sucessivo dessa esfera com outras três (3) esferas idênticas a ela, inicialmente neutras, fixadas em suportes isolantes e separadas entre si conforme mostra a figura. Depois dos contatos, a esfera inicialmente eletrizada por atrito é levada para bem longe das demais. Supondo o local do experimento eletricamente isolado, k a constante eletrostática do meio do local do experimento e o potencial de referência no infinito igual a zero, determine o potencial elétrico no ponto C devido às cargas das esferas fixas.

Dado: carga do elétron = $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$



a) $\frac{12 \cdot k \cdot \text{sen } \theta}{r}$

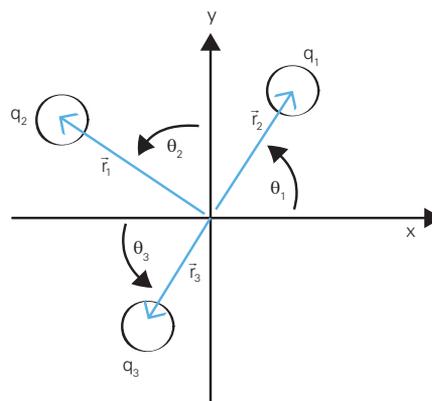
- b) $\frac{14 \cdot k}{r^2}$
- c) $\frac{14 \cdot k}{r} \cdot \cos \theta$
- d) $\frac{16 \cdot k}{r^2}$
- e) $\frac{14 \cdot k}{r}$**

Inicialmente temos a esfera eletrizada com a carga $Q = 1,0 \cdot 10^{20} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 16 \text{ C}$. Com isso, após cada contato, a esfera ficará com metade de sua carga, ou seja, $Q' = Q/2$, então $Q_1 = 8 \text{ C}$, $Q_2 = 4 \text{ C}$ e $Q_3 = 2 \text{ C}$. Portanto, o potencial elétrico no ponto C

é dado por $V_c = \frac{k}{r} \cdot (8 + 4 + 2) = \frac{14 \cdot k}{r}$.
 $V_c = \frac{14k}{r}$

6. PUC-RJ (adaptado) – A figura a seguir apresenta três cargas elétricas q_1 , q_2 e q_3 que estão localizadas às distâncias de $r_1 = 2,0 \text{ cm}$, $r_2 = 2,0 \text{ cm}$ e $r_3 = 1,0 \text{ cm}$ da origem do sistema de coordenadas, como mostra a figura. Sabendo que $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 30^\circ$, $q_1 = 1 \mu\text{C}$, $q_2 = 3 \mu\text{C}$ e $q_3 = -3 \mu\text{C}$.

Considere: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$



Determine o potencial eletrostático na origem do sistema de coordenadas;

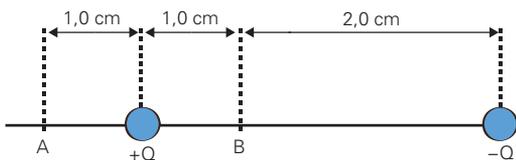
O potencial eletrostático V é dado por $V = k \cdot \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right)$, que, ao substituímos os valores do enunciado, nos dá $V = 0$ na origem do sistema de coordenadas.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. UERJ – A aplicação de campo elétrico entre dois eletrodos é um recurso eficaz para separação de compostos iônicos. Sob o efeito do campo elétrico, os íons são atraídos para os eletrodos de carga oposta. Admita que a distância entre os eletrodos de um campo elétrico é de 20 cm e que a diferença de potencial efetiva aplicada ao circuito é de 6V. Nesse caso, a intensidade do campo elétrico, em V/m, equivale a:

- a) 40
- b) 30
- c) 20
- d) 10

8. UFPE – Duas cargas elétricas puntiformes, de mesmo módulo Q e sinais opostos, são fixadas à distância de 3,0 cm entre si. Determine o potencial elétrico no ponto A, em volts, considerando que o potencial no ponto B é 60 volts.



9. UFSC-SC – A figura 1 mostra um caminhão-tanque que pode ser utilizado no transporte de combustível das refinarias para os postos de combustível. O tanque usado para o transporte de combustível é todo metálico, com aberturas em cima para a colocação do combustível e inspeção e com saídas na parte de baixo para a transferência do combustível – figura 2 – para os postos de combustível. A transferência do combustível do caminhão para o posto segue uma norma de procedimentos que servem para garantir a segurança de todos, principalmente no sentido de evitar fagulhas que possam dar início a uma explosão. Um dos principais procedimentos é aterrar o tanque ao solo.

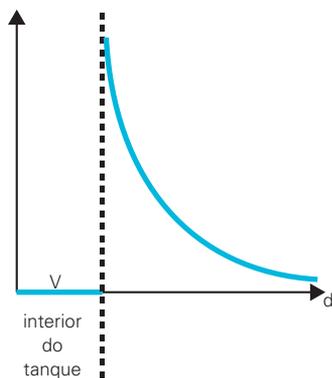


JOHNNYHEI/ISTOCKPHOTO



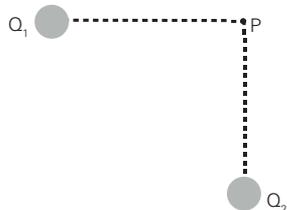
Considerando o exposto acima, dê a soma das proposições CORRETA(S).

- 01) O potencial elétrico no interior do tanque eletricamente carregado pode ser analisado como um condutor metálico eletricamente carregado. Representa-se graficamente o potencial elétrico, dentro e fora do tanque, da seguinte forma:



- 02) Estando o tanque eletricamente neutro, ele não possui cargas elétricas.
- 04) Durante uma viagem, o tanque adquire uma carga elétrica de módulo $270,0 \mu\text{C}$. O valor do campo elétrico e do potencial elétrico a $200,0 \text{ m}$ do tanque vale, aproximadamente e respectivamente, $1,21 \cdot 10^4 \text{ N/C}$ e $60,75 \text{ V}$.
- 08) O aterramento do tanque visa fazer com que o caminhão-tanque fique com uma carga elétrica resultante igual a zero, porque, em função dos pneus, feitos de borracha, e do seu atrito com o ar, o caminhão pode ficar eletricamente carregado.
- 16) Admitindo que o caminhão-tanque esteja carregado eletricamente, o campo elétrico no interior do tanque é zero e o potencial elétrico é constante, pois as cargas elétricas se encontram em repouso na superfície externa do tanque.
10. Duas cargas idênticas são colocadas no vácuo a uma certa distância uma da outra. No ponto médio entre as cargas, o campo elétrico resultante será _____ e o potencial elétrico resultante será _____ do potencial de uma das cargas. A sequência de palavras que completa corretamente as lacunas será:
- a) nulo – o dobro
b) nulo – a metade
c) o dobro – o dobro
d) a metade – o dobro

11. **EEAR-SP** – São dadas duas cargas, conforme a figura:



Considerando E_1 o módulo do campo elétrico devido à carga Q_1 , E_2 , o módulo do campo elétrico devido à carga Q_2 , V_1 o potencial elétrico devido à carga Q_1 e V_2 o potencial elétrico devido à carga Q_2 , considere E_p o campo elétrico e V_p o potencial resultante no ponto P.

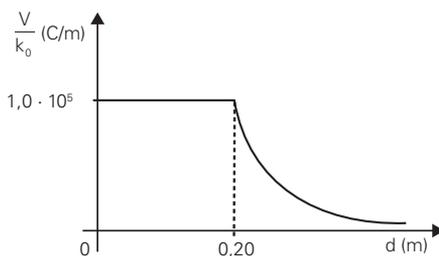
Julgue as expressões abaixo como verdadeiras (V) ou falsas (F).

- () $E_p = E_1 + E_2$
() $V_p = V_1 + V_2$
() $\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$
() $\vec{V}_p = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$

Assinale a alternativa que apresenta a sequência correta.

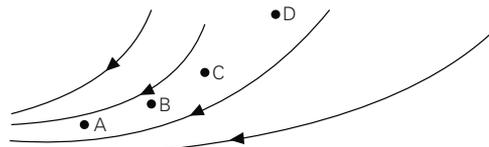
- a) V – V – F – F c) F – F – V – V
b) V – F – F – V d) F – V – V – F

12. **UEG-GO** – Considere uma esfera condutora carregada com carga Q , que possua um raio R . O potencial elétrico dividido pela constante eletrostática no vácuo dessa esfera em função da distância d , medida a partir do seu centro está descrito no gráfico a seguir.



Qual é o valor da carga elétrica Q , em Coulomb?

13. **IFSP** – Na figura a seguir, são representadas as linhas de força em uma região de um campo elétrico. A partir dos pontos A, B, C, e D situados nesse campo, são feitas as seguintes afirmações:

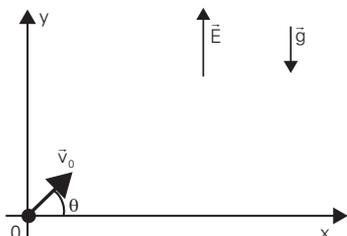


- I. A intensidade do vetor campo elétrico no ponto B é maior que no ponto C.
- II. O potencial elétrico no ponto D é menor que no ponto C.
- III. Uma partícula carregada negativamente, abandonada no ponto B, se movimentaria espontaneamente para regiões de menor potencial elétrico.
- IV. A energia potencial elétrica de uma partícula positiva diminui quando se movimenta de B para A.

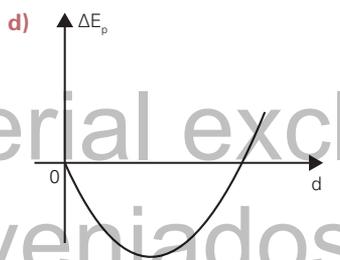
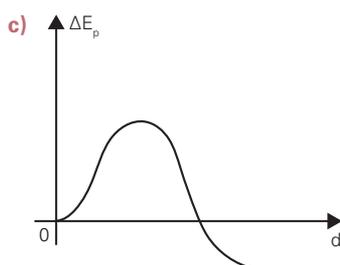
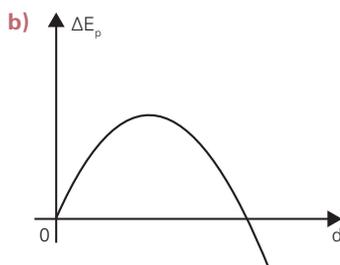
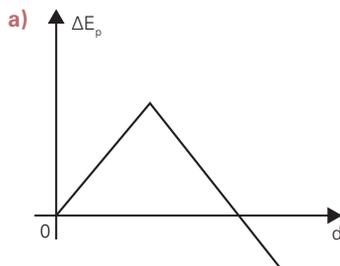
É correto o que se afirma apenas em

- a) I. d) II e IV.
 b) I e IV. e) I, II e III.
 c) II e III.

- 14. AFA-MG** – Uma partícula de massa m e carga elétrica $-q$ é lançada com um ângulo θ em relação ao eixo x , com velocidade igual a \vec{v}_0 , numa região onde atuam um campo elétrico \vec{E} e um campo gravitacional \vec{g} , ambos uniformes e constantes, conforme indicado na figura abaixo.



Desprezando interações de quaisquer outras naturezas com essa partícula, o gráfico que melhor representa a variação de sua energia potencial (ΔE_p) em função da distância (d) percorrida na direção do eixo x é



- 15. PUC-RJ** – Quatro cargas (Q , $2Q$, $-Q$ e $-2Q$) estão colocadas nos vértices de um quadrado de lado L .

a) Faça um desenho da configuração das 4 cargas de modo que o sistema possua a mais baixa energia eletrostática. Calcule essa energia.

b) Na situação do item anterior, calcule o módulo da resultante das forças eletrostáticas agindo sobre a carga $+Q$.

- 16. Uerj (adaptado)** – Em um laboratório, um pesquisador colocou uma esfera eletricamente carregada em uma câmara na qual foi feito vácuo.

O potencial e o módulo do campo elétrico medidos a certa distância dessa esfera valem, respectivamente, 600 V e 200 V/m .

O valor da carga elétrica da esfera é:

- a) $2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ d) $4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
 b) $2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ e) $4 \cdot 10^{-7} \text{ C}$
 c) $2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

- 17. Esc. Naval-RJ** – Observe a figura a seguir.



A figura acima mostra uma região de vácuo onde uma partícula puntiforme, de carga elétrica positiva q_1 e massa m , está sendo lançada com velocidade v_0 em sentido ao centro de um núcleo atômico fixo de carga q_2 . Sendo K_0 a constante eletrostática no vácuo e sabendo que a partícula q_1 está muito longe do núcleo, qual será a distância mínima de aproximação x , entre as cargas?

- a) $\frac{K_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{m \cdot v_0^2}$ d) $\sqrt{\frac{K_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{m \cdot v_0^2}}$
 b) $\frac{2K_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{m \cdot v_0^2}$ e) $\sqrt{\frac{K_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{2m \cdot v_0^2}}$
 c) $\frac{K_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{2m \cdot v_0^2}$

ESTUDO PARA O ENEM

18. UPE

C6-H21

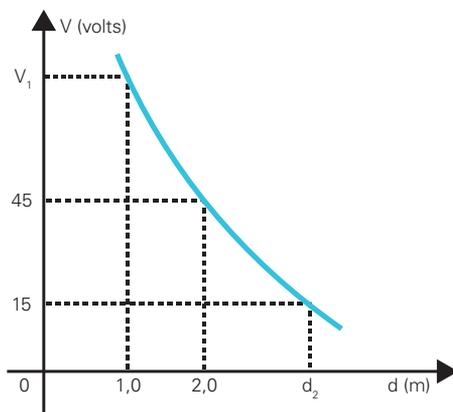
Considere a Terra como uma esfera condutora, carregada uniformemente, cuja carga total é $3,2 \cdot 10^{-15} \text{ C}$ e a distância entre o centro da Terra e um ponto P na superfície da Lua é de aproximadamente $4 \cdot 10^8 \text{ m}$. A constante eletrostática no vácuo é de aproximadamente $9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$. É CORRETO afirmar que a ordem de grandeza do potencial elétrico nesse ponto P, na superfície da Lua, vale, em volts,

- a) 10^{-2} c) 10^{-4} e) 10^{-12}
 b) 10^{-3} d) 10^{-5}

19. Fameca-SP

C5-H17

O gráfico representa o potencial gerado por uma carga elétrica puntiforme, em função da distância dessa carga aos pontos do campo elétrico. O meio é o vácuo.



Dados: constante eletrostática do vácuo:

$$k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

O potencial elétrico V_1 e a distância d_2 , que podem ser obtidos a partir do gráfico, e a carga Q que gera o potencial assumem os seguintes valores:

- a) $V_1 = 180 \text{ V}$; $d_2 = 6,0 \text{ m}$; $Q = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
 b) $V_1 = 90 \text{ V}$; $d_2 = 6,0 \text{ m}$; $Q = 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
 c) $V_1 = 90 \text{ V}$; $d_2 = 3,5 \text{ m}$; $Q = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
 d) $V_1 = 180 \text{ V}$; $d_2 = 3,5 \text{ m}$; $Q = 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$
 e) $V_1 = 90 \text{ V}$; $d_2 = 6,0 \text{ m}$; $Q = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$

20. UCS-RS

C1-H2

O transistor MOSFET é um componente muito importante na eletrônica atual, sendo o elemento essencial, por exemplo, na composição dos processadores de computador. Ele é classificado como um transistor de *Efeito de Campo*, pois, sobre uma parte dele, chamada *porta*, atua um campo que provoca uma diferença de potencial cujo papel é regular a intensidade da passagem de corrente elétrica entre as duas outras partes do MOSFET, a *fonte* e o *dreno*. O campo em questão é o

- a) magnético.
 b) de frequências.
 c) gravitacional.
 d) nuclear.
 e) elétrico.

TRABALHO NO CAMPO ELÉTRICO

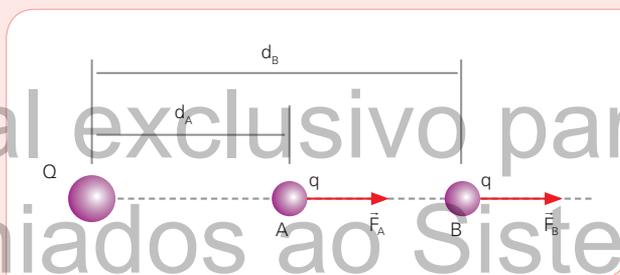
Trabalho da Força Elétrica

GETTY IMAGES/ISTOCKPHOTO



O LHC (Large Hadron Collider) é parte de um projeto conduzido pela Organização Europeia de Pesquisa Nuclear, também conhecida como CERN (em inglês). O LHC é mais um componente do complexo de aceleradores do CERN nas cercanias de Genebra, Suíça.

Suponha um sistema com duas cargas elétricas Q e q de mesmo sinal, sendo que a carga Q está fixa e a carga q é móvel. Assim, em razão da força elétrica de repulsão entre elas, q entra em movimento, afastando-se de Q que permanece fixa. Na figura a seguir os pontos **A** e **B** representam duas posições ocupadas pela carga q em seu movimento, \vec{F}_A e \vec{F}_B representam as forças elétricas nos pontos **A** e **B**, respectivamente, em virtude da interação entre cargas elétricas e d_A e d_B as distâncias entre as cargas nos pontos A e B correspondentes. Neste caso, a força elétrica realiza trabalho motor, pois força e deslocamento possuem mesma direção e mesmo sentido.



- Trabalho da força elétrica
- Campo elétrico uniforme
- Movimento de cargas em um campo elétrico uniforme

HABILIDADES

- Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas Ciências Físicas como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da eletrostática.
- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

De acordo com o teorema da energia cinética, o **trabalho da força resultante é igual à variação de energia cinética**. Como a força elétrica (\vec{F}_e) é a única força no sistema, então ela é a força resultante. Assim:

$$\tau_{F_e} = \Delta E_c \Rightarrow E_{c(B)} - E_{c(A)} \quad (1)$$

Sendo a força elétrica conservativa, a soma das energias cinética e potencial é constante. Portanto, pode-se escrever:

$$E_{c(B)} + E_{p(B)} = E_{c(A)} + E_{p(A)}$$

$$\text{Ou seja, } E_{c(B)} - E_{c(A)} = E_{p(A)} - E_{p(B)} \quad (2)$$

Substituindo a equação (1) em (2), temos que o trabalho da força elétrica é igual à diferença entre energia potencial inicial e energia potencial final:

$$\tau_{F_e} = E_{p(A)} - E_{p(B)}$$

Podemos relacionar o trabalho da força elétrica com o potencial elétrico, pois $E_p = q \cdot V$

$$\tau_{F_e} = q \cdot (V_A - V_B)$$

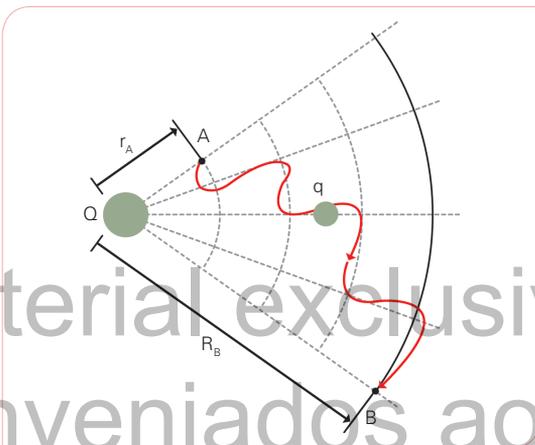
Como a diferença de potencial é dada por $U_{AB} = V_A - V_B$, então:

$$\tau_{F_e} = q \cdot U_{AB}$$

A energia elétrica potencial é dada por $E_p = k \cdot \frac{Q \cdot q}{d}$, então temos que o trabalho da força elétrica é

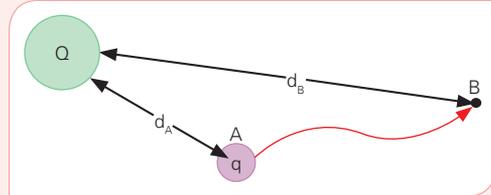
$$\begin{aligned} \tau_{F_e} &= k \cdot \frac{Q \cdot q}{d_A} - k \cdot \frac{Q \cdot q}{d_B} \\ \tau_{F_e} &= k \cdot Q \cdot q \left(\frac{1}{d_A} - \frac{1}{d_B} \right) \end{aligned}$$

Observação: para uma força conservativa, o trabalho não depende da trajetória, somente das energias potencial inicial e final. Por exemplo, se a carga q movimentar-se de **A** para **B** segundo a trajetória mostrada na figura seguinte ou para qualquer outra trajetória, o trabalho da força elétrica continua a ser representado pela expressão anterior, ou seja:



EXERCÍCIO RESOLVIDO

A carga elétrica puntiforme $Q = 10 \mu\text{C}$ está fixa no ponto mostrado na figura e a de prova $q = 1,0 \mu\text{C}$ é levada do ponto **A** para o ponto **B**, conforme a trajetória da figura. As distâncias da carga Q para o ponto A e para o ponto B são $d_A = 10 \text{ cm}$ e $d_B = 20 \text{ cm}$. Considere $k = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}$.



Nesse deslocamento, o trabalho da força elétrica é

- a) 2,5 J
- b) 4,5 J
- c) 0,45 J**
- d) 5,0 J
- e) 0,90 J

Resolução

O trabalho da força elétrica é dado pela diferença entre energias potenciais elétricas inicial e final.

$$\tau = E_{p(A)} - E_{p(B)}$$

$$\tau = k \cdot Q \cdot q \cdot \left(\frac{1}{d_A} - \frac{1}{d_B} \right)$$

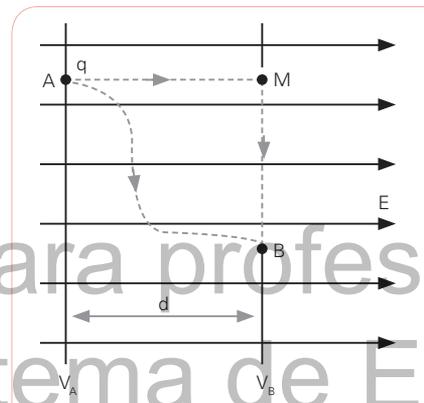
$$\tau = 9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 1,0 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,2} \right) =$$

$$= 9 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{1}{0,2} \right) = 45 \cdot 10^{-2} \text{ J} = 0,45 \text{ J},$$

$$\therefore \tau = 0,45 \text{ J}$$

Campo Elétrico Uniforme

A figura seguinte traz a representação das linhas de campo (retas horizontais) e das superfícies equipotenciais (retas verticais) de um campo elétrico uniforme e de uma carga elétrica de prova q sendo transportada do ponto **A**, na superfície equipotencial V_A , para o ponto **B**, na superfície equipotencial V_B .



No deslocamento da carga de prova de **A** para **B**, o trabalho realizado pela força elétrica é o mesmo para qualquer trajetória escolhida, pois a força elétrica é conservativa. Assim, podemos escolher uma trajetória de **A** para **B** passando pelo ponto **M**, logo, pode-se escrever:

$$\tau_{AB} = \tau_{AM} + \tau_{MB}$$

Nessa expressão, o trabalho realizado pela força elétrica de **M** até **B** é zero ($\tau_{MB} = 0$), pois ambos são pontos de uma mesma superfície equipotencial. Como $\tau_{AB} = F \cdot d \cdot \cos \theta$ e $\tau_{AB} = q \cdot (V_A - V_B)$, podemos escrever a equação de τ_{AB} como:

$$F \cdot d \cdot \cos 0^\circ = q \cdot (V_A - V_B)$$

Temos que $F = E \cdot q$, $\cos 0^\circ = 1$, $U = V_A - V_B$, portanto,

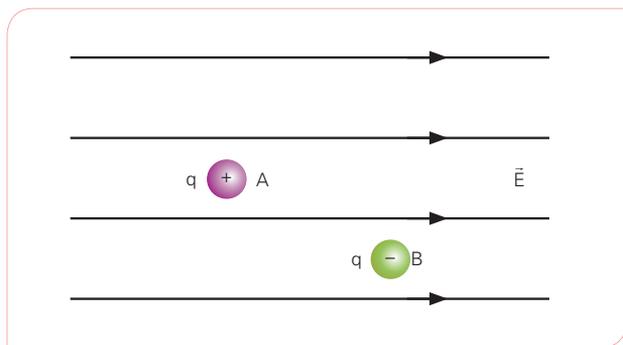
$$E \cdot q \cdot d = q \cdot U$$

Ou seja, $U = E \cdot d$

A diferença de potencial (d.d.p.) entre duas superfícies equipotenciais num **campo elétrico uniforme** é o produto do módulo do vetor campo elétrico pela distância entre duas superfícies equipotenciais.

Movimento de Cargas num Campo Elétrico Uniforme

Considere duas cargas elétricas puntiformes, $+q$ e $-q$, abandonadas em repouso nos pontos **A** e **B**, respectivamente, de um campo elétrico uniforme, conforme figura.



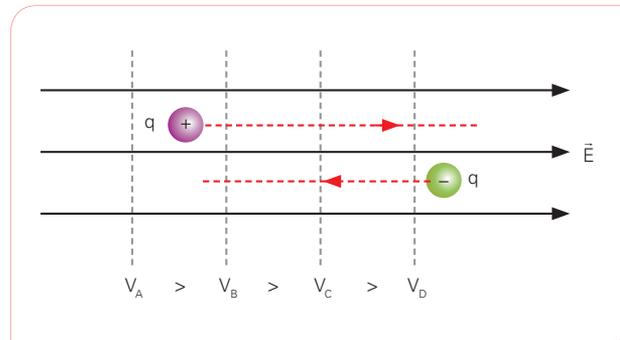
Na carga elétrica $+q$, a força elétrica encontra-se na mesma direção e sentido do campo elétrico. Em $-q$, a força elétrica encontra-se na mesma direção, mas sentido contrário ao campo elétrico. Como a velocidade inicial das cargas é zero, elas entram em movimento na direção e no sentido da força resultante.

Desprezando-se efeitos gravitacionais, temos que a única força que atua na carga elétrica é a força elétrica, portanto, a força resultante F_R é igual à força elétrica F_E . Assim, as duas cargas descrevem movimentos re-

tilíneos uniformemente acelerados a partir do repouso; portanto:

$$F_R = F_E \Rightarrow m \cdot a = q \cdot E \Rightarrow a = \frac{q \cdot E}{m}$$

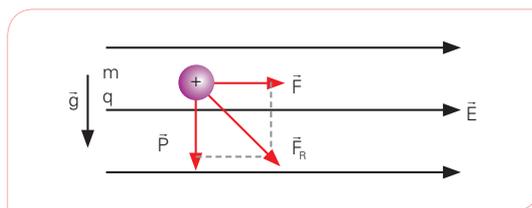
A carga $+q$ movimenta-se na direção e no sentido das linhas de campo, e a $-q$, na mesma direção, mas em sentido contrário ao das linhas de campo.



Em resumo, pode-se dizer que o movimento espontâneo de uma carga elétrica positiva é na mesma direção e sentido das linhas de campo ou dos pontos de maior potencial elétrico para pontos de menor potencial elétrico. Em relação às cargas elétricas negativas, o movimento espontâneo é feito no sentido contrário ao das linhas de campo ou de pontos de menor potencial para pontos de maior potencial elétrico.

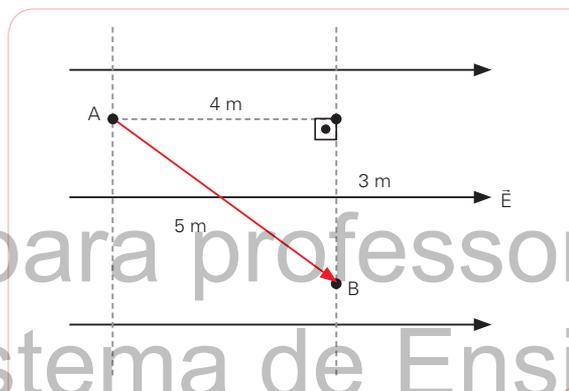
Observação:

Levando-se em conta efeitos gravitacionais, considera-se, além da força elétrica, também a força peso. Neste caso, o movimento da carga elétrica é na direção e no sentido da força resultante, conforme figura.



Exemplo:

A figura seguinte representa uma carga de prova de $2 \mu\text{C}$ deslocando-se entre dois pontos, **A** e **B**, de um campo elétrico uniforme de intensidade 120 V/m .



Para se encontrar a d.d.p. entre os pontos **A** e **B**, consideramos d a distância entre os dois potenciais, logo, pelo Teorema de Pitágoras: $5^2 = 3^2 + d^2 \Rightarrow d = 4 \text{ m}$
Logo, como $U = E \cdot d$

$$U_{AB} = 120 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ m} = 480 \text{ V} \therefore U_{AB} = 480 \text{ V}$$

Assim, o trabalho realizado pela força elétrica sobre a carga nesse deslocamento é dado por:

$$\begin{aligned} \tau_{AB} &= q \cdot U_{AB} \Rightarrow \tau_{AB} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 480 \\ \therefore \tau_{AB} &= 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ J} \end{aligned}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

UFSM-RS – Uma partícula com carga $q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ se desloca do ponto **A** ao ponto **B**, que se localizam numa região em que existe um campo elétrico. Durante esse deslocamento, a força elétrica realiza um trabalho igual a $4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ sobre a partícula. A diferença de potencial $V_A - V_B$ entre os dois pontos considerados vale, em V:

- a) $-8 \cdot 10^{-10}$
- b) $8 \cdot 10^{-10}$
- c) $-2 \cdot 10^4$
- d) $2 \cdot 10^4$
- e) $0,5 \cdot 10^{-4}$

Resolução

O trabalho realizado pela força elétrica é igual ao produto da carga e da diferença de potencial, assim:

$$\begin{aligned} \tau_{AB} &= q \cdot U_{AB} \Rightarrow U_{AB} = \frac{\tau_{AB}}{q} \\ U_{AB} &= \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-7}} = 2 \cdot 10^4 \text{ V} \\ U_{AB} &= 2 \cdot 10^4 \text{ V} \end{aligned}$$

ROTEIRO DE AULA

TRABALHO DA FORÇA ELÉTRICA

Para levar uma carga puntiforme de A para B em um campo elétrico, o trabalho não depende da trajetória da carga (a força elétrica é conservativa)

Campo elétrico uniforme:
 $U = E \cdot d$

CONDUTORES EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO

Todos os pontos apresentam o mesmo potencial elétrico

Cargas distribuem-se na superfície do
condutor

Campo elétrico nulo no interior do condutor

Cargas elétricas em movimento caótico

Vetor campo elétrico é perpendicular à
superfície do condutor

Condutores esféricos (situações)

Ponto extremo ao condutor

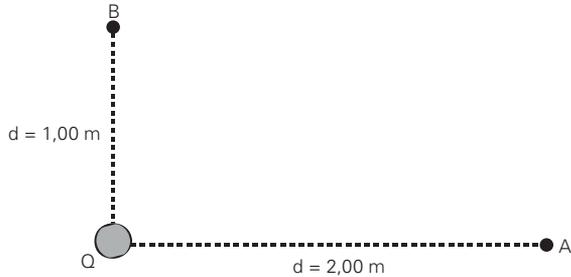
Ponto interno ao condutor

Ponto infinitamente próximo ao condutor

Ponto na superfície do condutor

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Mackenzie-SP



Uma carga elétrica de intensidade $Q = 10,0 \mu\text{C}$, no vácuo, gera um campo elétrico em dois pontos A e B, conforme figura acima. Sabendo-se que a constante eletrostática do vácuo é $k_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}$ o trabalho realizado pela força elétrica para transferir uma carga $q = 2,00 \mu\text{C}$ do ponto B até o ponto A é, em mJ, igual a

- a) 90,0
b) 180
c) 270
d) 100
e) 200

$$\text{O potencial elétrico no ponto A: } V_A = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-6}}{2} = 4,5 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$\text{O potencial elétrico no ponto B: } V_B = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-6}}{1} = 9,0 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$\tau_{BA} = q \cdot (V_A - V_B) = 2,0 \cdot 10^{-6} \cdot (9,0 \cdot 10^4 - 4,5 \cdot 10^4) = 9,0 \cdot 10^{-2} \text{ J} = 90,0 \text{ mJ}$$

$$\tau = 90,0 \text{ mJ}$$

2. UERR (adaptado) – Uma carga elétrica puntiforme de $1,2 \mu\text{C}$ move-se entre os pontos A e B de um campo elétrico. Sabendo que o potencial elétrico no ponto A é $V_A = 10 \text{ V}$ e no ponto B é $V_B = 3 \text{ V}$, qual foi o trabalho realizado pela força elétrica durante esse transporte?

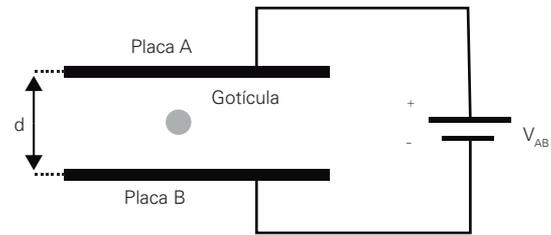
$$\tau_{AB} = q \cdot (V_A - V_B) = 1,2 \cdot 10^{-6} \cdot (10 - 3) = 8,4 \cdot 10^{-6} \text{ J} = 8,4 \mu\text{J}$$

$$\tau = 8,4 \mu\text{J}$$

3. UEG-GO (adaptado)

C6-H20

Embora as experiências realizadas por Millikan tenham sido muito trabalhosas, as ideias básicas nas quais elas se apoiam são relativamente simples. Simplificadamente, em suas experiências, R. Millikan conseguiu determinar o valor da carga do elétron equilibrando o peso de gotículas de óleo eletrizadas, colocadas em um campo elétrico vertical e uniforme, produzido por duas placas planas ligadas a uma fonte de voltagem, conforme ilustrado na figura a seguir.



Supondo que cada gotícula contenha cinco elétrons em excesso, ficando em equilíbrio entre as placas separadas por $d = 1,50 \text{ cm}$ e submetendo-se a uma diferença de potencial $V_{AB} = 600 \text{ V}$, qual a massa de cada gota vale, em kg?

Dados: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$

Vamos igualar a força peso com a força elétrica $P = F_E$.

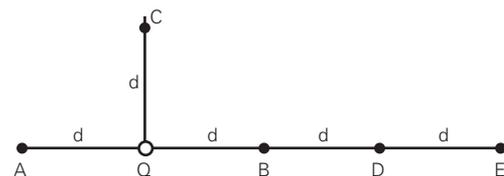
$$\text{Logo, } m \cdot g = q \cdot E = q \cdot \frac{V}{d} \Rightarrow m = \frac{q \cdot V}{g \cdot d} = \frac{5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 600}{10 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}} = 3,2 \cdot 10^{-15}$$

$$m = 3,2 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da Física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

4. Unioeste-PR – A figura a seguir representa uma carga puntual positiva Q, igual a 16 nC , e os pontos A, B, C, D e E. A distância 'd' é igual a 20 cm e a constante eletrostática do meio é igual a $9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.



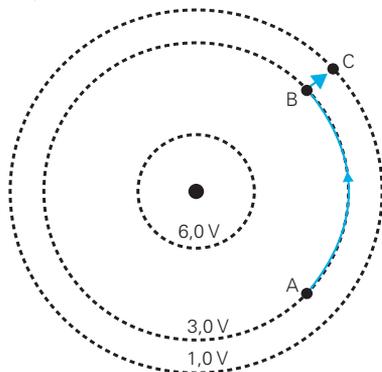
Considerando o potencial igual a zero no infinito, assinale a alternativa CORRETA.

- a) O potencial elétrico no ponto A é igual a $-0,72 \text{ kV}$.
b) A diferença de potencial entre os pontos B e D é igual a $+0,72 \text{ kV}$.
c) O campo elétrico no ponto A possui intensidade igual a $3,6 \text{ kN} \cdot \text{C}^{-1}$ apontando para Q.
d) O campo elétrico no ponto D possui intensidade igual a $0,90 \text{ kN} \cdot \text{C}^{-1}$ apontando para E.
e) O trabalho realizado pela força elétrica, quando uma carga puntual de $1,0 \text{ nC}$ é transportada de B para D passando por C, é igual a $0,72 \mu\text{J}$.

$$E_B = k \cdot \frac{Q}{d^2}$$

$$E_B = 90 \text{ kN} \cdot \text{C}^{-1}$$

- 5. PUC-RS** – A figura a seguir mostra três linhas equipotenciais em torno de uma carga positiva que pode ser considerada puntiforme (as dimensões da carga são muito menores que as distâncias consideradas no problema).



O trabalho realizado por uma força externa ao deslocar, com velocidade constante, a carga de prova de $1,0 \cdot 10^{-6}$ C de A até C através do caminho indicado ABC, em joules, é:

a) $-5,0 \cdot 10^{-6}$ **c)** $-2,0 \cdot 10^{-6}$ **e)** $2,0 \cdot 10^{-6}$

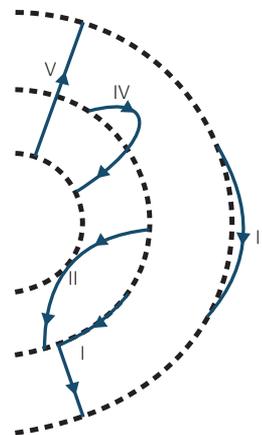
b) $-3,0 \cdot 10^{-6}$ **d)** $1,0 \cdot 10^{-6}$

$\tau_{AB} = 1,0 \cdot 10^{-6} \cdot (3,0 - 1,0) = 2,0 \cdot 10^{-6}$ J

$\tau_{BC} = 1,0 \cdot 10^{-6} \cdot (6,0 - 3,0) = 3,0 \cdot 10^{-6}$ J

$\tau = \tau_{AB} + \tau_{BC} = 5,0 \cdot 10^{-6}$ J

- 6. Unifesp** – Na figura, as linhas tracejadas representam superfícies equipotenciais de um campo elétrico; as linhas cheias I, II, III, IV e V representam cinco possíveis trajetórias de uma partícula de carga q , positiva, realizadas entre dois pontos dessas superfícies, por um agente externo que realiza trabalho mínimo.



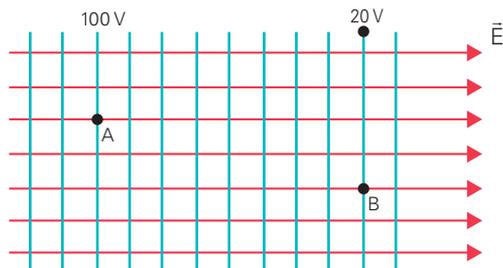
A trajetória em que esse trabalho é maior, em módulo, é:

- a)** I **c)** III **e)** V
b) II **d)** IV

A trajetória em que o trabalho é maior é na trajetória que tem maior variação de potencial elétrico, logo é a trajetória V.

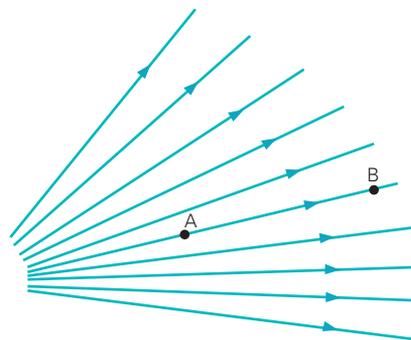
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 7. Uerj** – O esquema abaixo representa um campo elétrico uniforme \vec{E} , no qual as linhas verticais correspondem às superfícies equipotenciais. Uma carga elétrica puntiforme, de intensidade $400 \mu\text{C}$, colocada no ponto **A**, passa pelo ponto **B** após algum tempo.



Determine, em joules, o trabalho realizado pela força elétrica para deslocar essa carga entre os pontos A e B.

- 8. Unisa-SP** – Considere uma região de campo elétrico representada pela configuração das linhas de força e dois pontos A e B situados, respectivamente, a distâncias d e $2d$ da carga geradora de campo.



Assinale alternativa correta.

- a)** O campo elétrico é mais intenso no ponto B da figura.
b) Ao abandonar um elétron no ponto A, este irá se dirigir ao ponto B.
c) O valor do potencial elétrico no ponto A é metade daquele no ponto B.
d) A carga geradora desse campo tem sinal negativo.
e) O trabalho realizado sobre um próton para levá-lo de B para A é resistente.

- 9. Fesp** – Considere as afirmações:

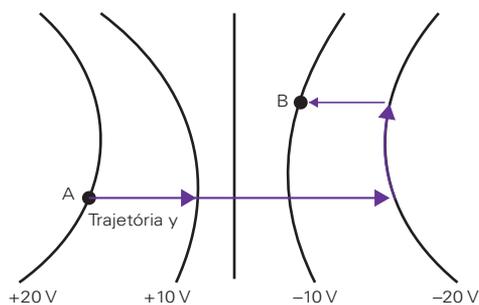
V. Percorrendo-se uma linha de força no seu sentido, o potencial elétrico, ao longo de seus pontos, aumenta.

- VI. As linhas de força são paralelas às superfícies equipotenciais.
- VII. Num campo elétrico uniforme, as superfícies equipotenciais são esféricas e concêntricas.

São corretas:

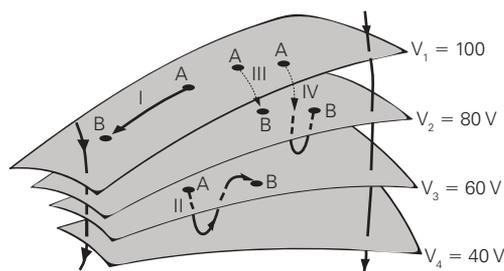
- a) I
b) II
c) I e II
d) todas
e) nenhuma

10. **Escola Naval-RJ** – A figura representa algumas superfícies equipotenciais de um campo eletrostático e os valores dos potenciais correspondentes. O trabalho realizado pelo campo para levar uma carga $q = 3 \cdot 10^{-6}$ C do ponto A ao ponto B, através da trajetória y, vale, em joules,



- a) $6 \cdot 10^{-5}$
b) $9 \cdot 10^{-5}$
c) $12 \cdot 10^{-5}$
d) $15 \cdot 10^{-5}$
e) $18 \cdot 10^{-5}$

11. **UnB-DF** – A figura a seguir ilustra quatro superfícies equipotenciais com os seus respectivos valores de potencial. Os algarismos I, II, III e IV indicam trajetórias que iniciam no ponto A e terminam no ponto B.



RESNIK, H.; WALKER, J. *Eletromagnetismo*. Ed. LTC.

Com relação às informações apresentadas no texto acima, é correto afirmar que a diferença de potencial entre os pontos A e B:

- a) é igual a 100 V na trajetória I.
b) é igual a 0 V na trajetória II.
c) é maior na trajetória III que na da trajetória IV.
d) é maior na trajetória I que na da trajetória II.
e) é igual nas trajetórias II e III.

12. **UEM-PR** – Uma carga pontual positiva, $Q = 5 \cdot 10^{-6}$ C, está disposta no vácuo. Uma outra carga pontual positiva, $q = 2 \cdot 10^{-6}$ C, é abandonada em um ponto A, situado a uma distância $d = 3$ cm da carga Q. Analise as alternativas a seguir e assinale o que for correto.

- 01) Quando q está em A, a força elétrica Q exerce em q é 100 N.
02) O potencial elétrico gerado por Q em A é $15 \cdot 10^5$ V.
04) A diferença de potencial em razão da carga Q entre um ponto B, distante 6 cm de Q e a 3 cm de ponto A, é $-7,5 \cdot 10^5$ V.
08) O trabalho realizado pela força elétrica por Q sobre q, para levá-la de A até B, é -20 J.
16) A variação da energia potencial eletrostática da carga q, quando essa carga é liberada em A e se move até B, é nula.

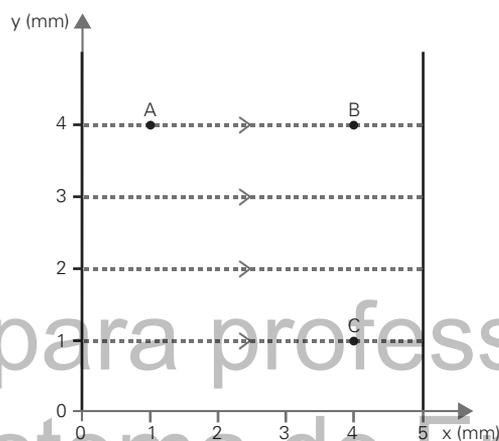
Dê a soma da(s) alternativa(s) correta(s)

13. **UEM-PR** – Despreze os efeitos do atrito e do campo gravitacional e assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

- 01) Uma carga elétrica fixada em uma região onde existe um campo elétrico possui energia potencial elétrica.
02) Uma carga elétrica, quando solta em uma região onde existe um campo elétrico, adquire energia cinética.
04) Uma carga elétrica positiva +Q é colocada em uma região na qual existe um campo elétrico uniforme, gerado por duas placas metálicas paralelas e eletrizadas com cargas elétricas com sinais opostos. A carga é atraída pela placa carregada positivamente e repelida pela placa carregada negativamente. Segundo essa descrição, um trabalho será realizado pela carga elétrica.
08) O trabalho realizado por um campo elétrico sobre uma carga elétrica é igual à variação da energia cinética desta carga.
16) O ganho de energia cinética de uma carga inserida em um campo elétrico é igual à perda de sua energia total.

Dê a soma da(s) alternativa(s) correta(s)

14. **Fuvest-SP (adaptado)** – A região entre duas placas metálicas, planas e paralelas está esquematizada na figura a seguir.



As linhas tracejadas representam o campo elétrico uniforme existente entre as placas. A distância entre as placas é 5 mm e a diferença de potencial entre elas é 300 V. As coordenadas dos pontos **A**, **B** e **C** são mostradas na figura.

Note e adote:

O sistema está em vácuo.

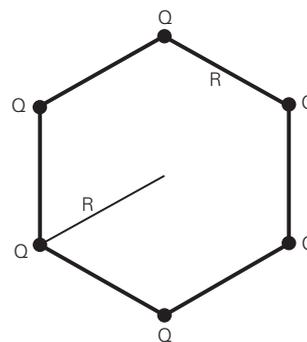
Carga do elétron = $-1,6 \cdot 10^{19}$ C.

Calcule o trabalho W realizado pela força elétrica sobre um elétron que se desloca do ponto C ao ponto A.

- 15. Acafe-SC** – Entende-se que a diferença de potencial (ddp) entre dois pontos de um campo elétrico corresponde:

- à capacidade de armazenar carga elétrica.
- à energia consumida por um aparelho elétrico qualquer.
- ao deslocamento dos elétrons livres entre dois pontos considerados.
- ao trabalho (energia) realizado pela força elétrica entre dois pontos considerados por unidade de carga.
- à energia consumida por unidade de tempo.

- 16. UFRGS-RS** – Seis cargas elétricas iguais a Q estão dispostas, formando um hexágono regular de aresta R , conforme mostra a figura a seguir.



Com base nesse arranjo, sendo k a constante eletrostática, considere as seguintes afirmações.

- O campo elétrico resultante no centro do hexágono tem módulo igual a $6 kQ/R^2$.
- O trabalho necessário para se trazer uma carga q , desde o infinito até o centro do hexágono, é igual a $6 kQq/R$.
- A força resultante sobre uma carga de prova q , colocada no centro do hexágono, é nula.

Quais estão corretas?

- Apenas I
- Apenas II.
- Apenas I e III.
- Apenas II e III.
- I, II e III.

- 17. ITA-SP** – Assinale a alternativa que expressa o trabalho necessário para colocar cada uma de quatro cargas elétricas iguais, q , nos vértices de um retângulo de altura a e base $2a\sqrt{2}$, sendo $k = \frac{1}{4}\pi\epsilon_0$, em que ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo.

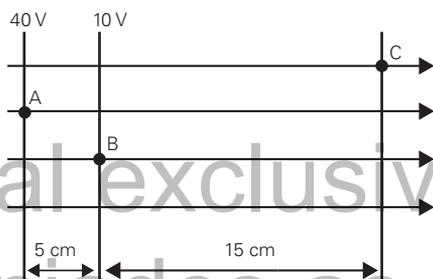
- $\frac{k \cdot (4 + \sqrt{2}) \cdot q^2}{2a}$
- $\frac{k \cdot (8 + 2\sqrt{2}) \cdot q^2}{2a}$
- $\frac{k \cdot (16 + 3\sqrt{2}) \cdot q^2}{6a}$
- $\frac{k \cdot (20 + 3\sqrt{2}) \cdot q^2}{6a}$
- $\frac{k \cdot (12 + 3\sqrt{2}) \cdot q^2}{6a}$

ESTUDO PARA O ENEM

18. FEI-SP

C6-H21

Na figura, estão representadas algumas linhas de força e superfícies equipotenciais de um campo eletrostático uniforme. Qual, em *microjoules*, o trabalho da força elétrica que atua em uma partícula de carga $q = 4 \mu\text{C}$, no deslocamento de A até C?



- 325
- 480
- 5,2
- 25
- 620

19. Unesp

C4-H15

Modelos elétricos são, frequentemente, utilizados para explicar a transmissão de informações em diversos sistemas do corpo humano. O sistema nervoso, por exemplo, é composto por neurônios (figura 1), células delimitadas por uma fina membrana lipoproteica que separa o meio intracelular do meio extracelular. A parte interna da membrana é negativamente carregada, e a parte externa possui carga positiva (figura 2), de maneira análoga ao que ocorre nas placas de um capacitor.

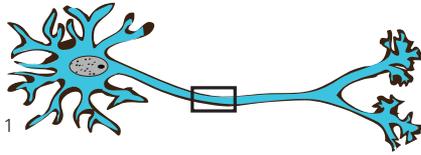


Figura 1

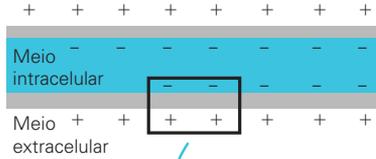


Figura 2

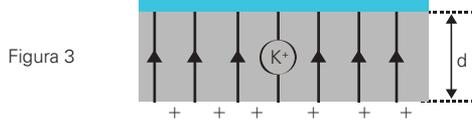


Figura 3

Disponível em: <<http://biotravel.com.br>>. Adaptado.

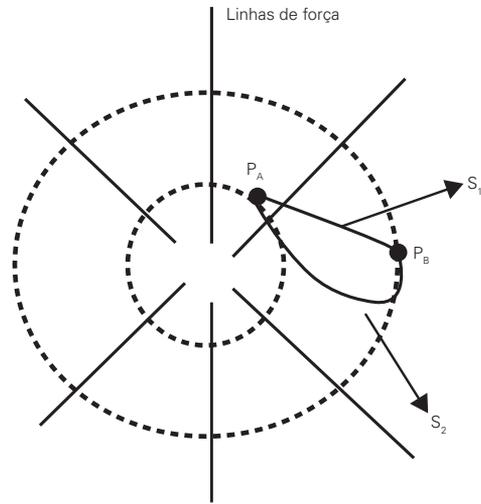
A figura 3 representa um fragmento ampliado dessa membrana, de espessura d , que está sob ação de um campo elétrico uniforme, representado na figura por suas linhas de força paralelas entre si e orientadas para cima. A diferença de potencial entre o meio intracelular e o extracelular é V . Considerando a carga elétrica elementar como e , o íon de potássio K^+ , indicado na figura 3, sob ação desse campo elétrico, ficaria sujeito a uma força elétrica cujo módulo pode ser escrito por:

- a) $e \cdot V \cdot d$ c) $\frac{V \cdot d}{e}$ e) $\frac{e \cdot V}{d}$
 b) $\frac{e \cdot d}{V}$ d) $\frac{e}{V \cdot d}$

20. Unimontes-MG

C5-H17

Num experimento, um estudante observa uma partícula carregada, inserida num meio em que há um campo elétrico criado por uma carga puntiforme positiva (veja a figura).



A partícula desloca-se do ponto P_A para o ponto P_B , por dois caminhos diferentes, S_1 e S_2 . O estudante monitora o trabalho realizado sobre a partícula, W , e a variação de sua energia potencial, U , enquanto ela se move de A para B, por cada um dos caminhos. Os valores anotados são U_1, W_1 e U_2, W_2 , para os caminhos S_1 e S_2 , respectivamente. É CORRETO afirmar que

- a) $U_1 = U_2$ e $W_1 = W_2$
 b) $U_1 = U_2$ e $W_1 \neq W_2$
 c) $U_1 \neq U_2$ e $W_1 = W_2$
 d) $U_1 \neq U_2$ e $W_1 \neq W_2$

CONDUTORES EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO

8

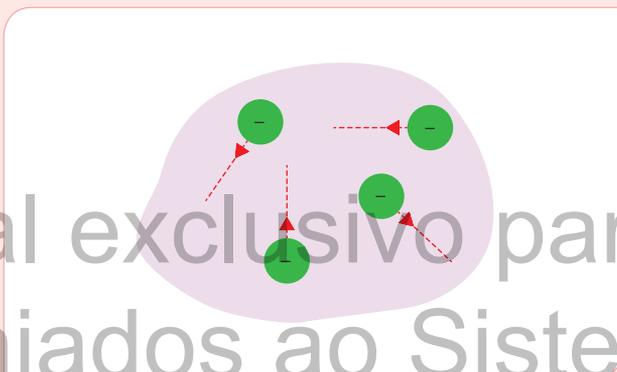


GETTY IMAGES/STOCKPHOTO

Quando um raio atinge um avião, a eletricidade percorre a fuselagem de alumínio da aeronave e sai por alguma extremidade, não causando danos além de uma leve chameuscada. Os raios possuem cargas elétricas de mesmo sinal; logo, elas se repelem e mantêm a maior distância possível entre si, ocupando a superfície externa do material condutor.

Campo e potencial

Diz-se que um condutor está em equilíbrio eletrostático quando em seu interior não há movimento ordenado de seus elétrons livres. Os elétrons ficam em movimento caótico.



- Condutores em equilíbrio eletrostático
- Condutores esféricos

HABILIDADES

- Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.
- Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas Ciências Físicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.
- Utilizar leis físicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da eletrostática.
- Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

Em relação ao campo elétrico e ao potencial elétrico num condutor em equilíbrio eletrostático, destacam-se propriedades:

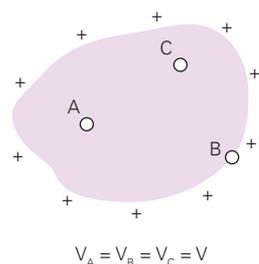
As cargas elétricas em excesso distribuem-se na superfície do condutor, não permanecendo em seu interior.

Cargas elétricas em excesso têm mesmo sinal e repelem-se, afastando-se uma das outras, mantendo a maior distância possível entre si. Desta forma, ocupam a superfície externa do condutor.

Todos os pontos internos e da superfície externa do condutor em equilíbrio eletrostático têm o mesmo potencial elétrico.

Se houvesse campo elétrico em pontos do interior do condutor, os elétrons livres neles encontrados estariam sujeitos à força elétrica e entrariam em movimento de rearranjo, contrariando o conceito de equilíbrio eletrostático. Como o potencial elétrico depende do campo elétrico, se houvesse um potencial elétrico no interior do condutor, ele perderia o equilíbrio eletrostático.

O campo elétrico em pontos do interior de um condutor em equilíbrio eletrostático é nulo.



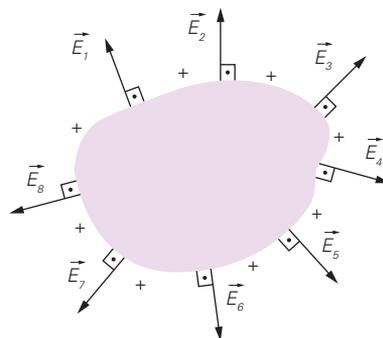
Se dois pontos quaisquer do condutor tivessem potenciais elétricos diferentes, haveria entre eles uma diferença de potencial (d.d.p.) que acarretaria um movimento de rearranjo de cargas elétricas no condutor até o equilíbrio eletrostático no condutor ser estabelecido.

O campo elétrico em pontos do interior de um condutor em equilíbrio eletrostático é nulo.

As cargas elétricas em excesso em um condutor mantêm-se na superfície em virtude da resultante das forças de repulsão entre si. A resultante que impulsiona as cargas elétricas é perpendicular à superfície e, como o vetor campo elétrico tem a mesma direção da força, então ele também é perpendicular à superfície.

A superfície do condutor é equipotencial, todos os seus pontos têm mesmo potencial elétrico. Assim, em

cada um deles, o **vetor campo elétrico é perpendicular à superfície**, como mostra a figura.



LEITURA COMPLEMENTAR

A gaiola de Faraday

É um tipo de blindagem metálica que envolve um objeto, evitando que sofra descargas elétricas.

Blindagens são recursos usados para se evitar a irradiação de sinais indesejáveis tanto de natureza elétrica, magnética como eletromagnética (EMI). A irradiação desses sinais pode causar interferências, principalmente em circuitos de telecomunicações ou ainda em dispositivos sensíveis.

As blindagens podem ser elétricas, magnéticas ou eletromagnéticas. Dentre as blindagens elétricas mais comuns, podemos citar as que envolvem o componente com uma capa metálica ou ainda uma Gaiola de Faraday, devidamente aterradas. Essas blindagens evitam que campos elétricos ou sinais de altas frequências saiam do circuito blindado sendo irradiados para os circuitos vizinhos.

É importante observar que, para que uma blindagem desse tipo funcione, ela deve estar devidamente aterrada. [...]

BRAGA, Newton C. Disponível em: <<http://www.newtonbraga.com.br/index.php/almanaque-tecnologico/196-g/7886-gaiola-de-faraday-alm1021>>.

Condutores esféricos

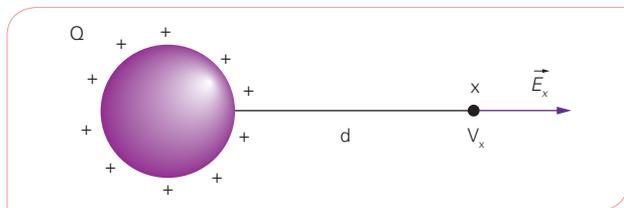
Considera-se que uma esfera é eletrizada em equilíbrio eletrostático quando suas cargas elétricas em excesso distribuem-se sobre a superfície de maneira uniforme. Se a esfera estiver eletrizada positivamente, as linhas de campo, em virtude das cargas em excesso, terão direção radial e sentido de afastamento; se a esfera estiver eletrizada negativamente, terão sentido de aproximação.

Para verificar o equilíbrio eletrostático, analisam-se o campo elétrico e o potencial elétrico em pontos internos na superfície e em pontos externos de um condutor esférico de raio R .

PONTOS EXTERNOS AO CONDUTOR:

Para calcular o campo e o potencial elétrico em pontos externos, deve-se considerar como se toda carga elétrica em excesso estivesse concentrada no centro do condutor esférico.

Para um ponto X, distante d do centro do condutor esférico:



Sendo nulo o potencial elétrico num ponto infinitamente distante ($V_\infty \rightarrow 0$), o valor do potencial elétrico em X é:

$$V_x = k \cdot \frac{Q}{d}$$

Podemos calcular o valor do campo elétrico utilizando $E = \frac{V}{d}$; logo,

$$E_x = k \cdot \frac{Q}{d^2}$$

Observação: para um ponto externo e infinitamente próximo à superfície do condutor esférico, pode-se considerar a distância d aproximadamente igual ao raio R do condutor. Assim, o módulo do vetor campo elétrico é dado por:

$$E_{\text{próx.}} = k \cdot \frac{Q}{R^2}$$

PONTOS NA SUPERFÍCIE DO CONDUTOR

Todos os pontos da superfície do condutor têm o mesmo potencial elétrico, pois ele está em equilíbrio eletrostático, dado por:

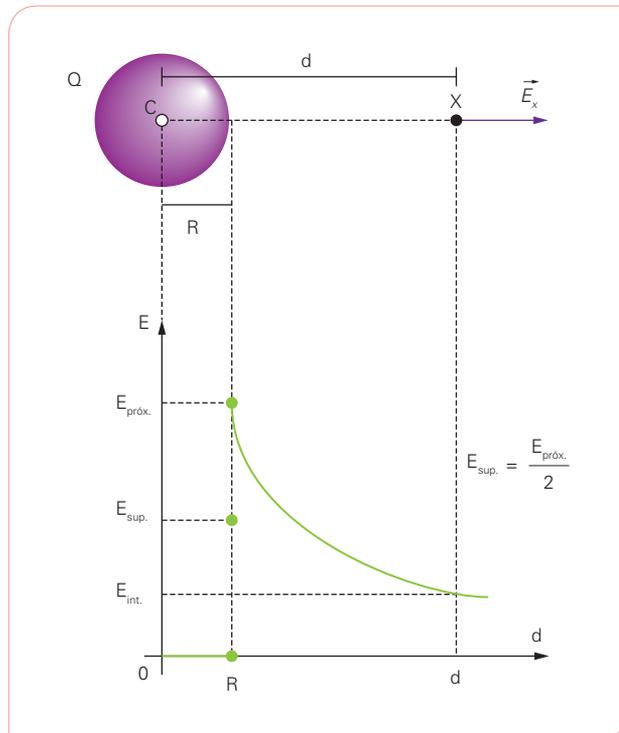
$$V = k \cdot \frac{Q}{R}$$

O campo elétrico sofre redução de metade de sua intensidade ao saltar de um ponto externo infinitamente próximo para outro na superfície do condutor esférico. Assim, têm-se:

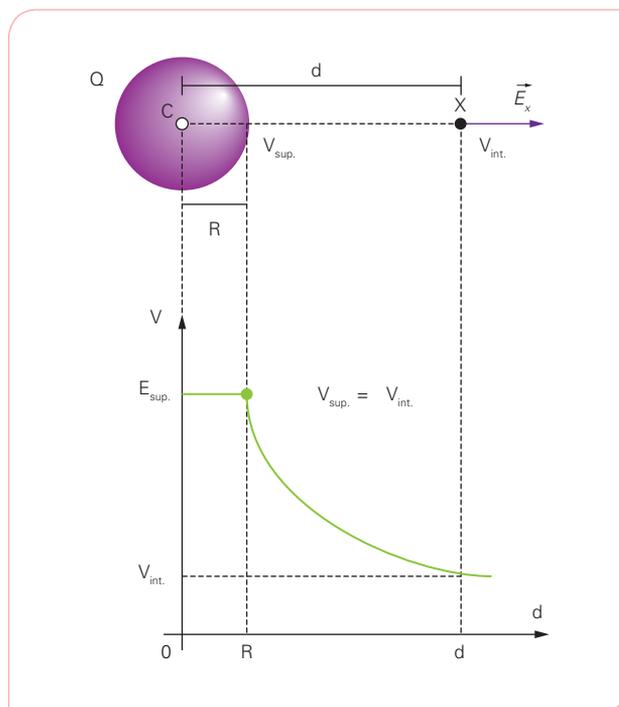
$$E = \frac{1}{2} \cdot E_{\text{próx.}}, \text{ ou seja, } E = k \cdot \frac{Q}{2 \cdot R^2}$$

GRÁFICOS: $E \times d$ e $V \times d$

Dado um condutor esférico eletrizado positivamente, temos os gráficos do campo elétrico e do potencial elétrico em função da distância.



Logo,



ROTEIRO DE AULA

CONDUTORES EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO

Campo e potencial

Movimento Caótico de Elétrons

Cargas elétricas excedentes se distribuem na superfície

Cargas elétricas se afastam e mantêm maior distância possível entre si

Gaiola de Faraday

CONDUTORES PERIFÉRICOS

Condições possíveis

Pontos externos ao condutor

Pontos infinitamente próximos ao condutor

Pontos na superfície do condutor

Pontos internos ao condutor

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. **UEM-PR** – Em relação a conceitos de eletrização, de materiais condutores e de materiais isolantes de eletricidade, assinale o que for correto.

- 01) O eletroscópio é um dispositivo que permite verificar se um corpo está eletrizado.
- 02) Em um material condutor de eletricidade, cargas podem se movimentar por todo o seu interior.
- 04) Comumente, o ar comporta-se como isolante, mas se torna condutor ao ser ionizado.
- 08) Se um corpo condutor eletrizado estiver apoiado em um suporte isolante e for aterrado por meio de um fio condutor, todas as cargas livres do corpo se deslocarão para a Terra.
- 16) Os conceitos de material condutor e de material isolante de eletricidade são relativos, ou seja, a classificação em relação à condução ou ao isolamento elétrico depende da quantidade de cargas livres disponíveis no material e do contexto em que ele está sendo considerado.

Dê a soma da(s) alternativa(s) correta(s)

23 (01 + 02 + 04 + 16)

01. VERDADEIRO, pois essa é a função do eletroscópio.

02. VERDADEIRO, pois as cargas têm livre acesso pelo condutor, tanto na parte externa quanto interna.

04. VERDADEIRO, pois o ar, apesar de ser isolante, se torna condutor devido ao processo de ionização.

08. FALSO, pois o sentido das cargas depende do sinal da carga efetiva do condutor.

16. VERDADEIRO, pois o conceito de material condutor ou isolante é relativo.

2. UFTM-MG

C6-H20

Considere uma esfera oca metálica eletrizada. Na condição de equilíbrio eletrostático,

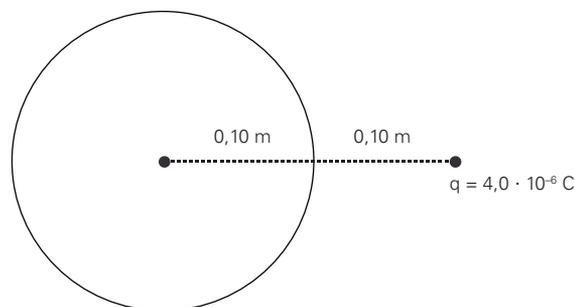
- a) o vetor campo elétrico no interior da esfera não é nulo.
- b) o potencial elétrico em um ponto interior da esfera depende da distância desse ponto à superfície.
- c) o vetor campo elétrico na superfície externa da esfera é perpendicular à superfície.
- d) a distribuição de cargas elétricas na superfície externa da esfera depende do sinal da carga com que ela está eletrizada.
- e) o módulo do vetor campo elétrico em um ponto da região externa da esfera não depende da distância desse ponto à superfície.

Como não há movimento de cargas no interior da esfera, o campo elétrico em seu interior é nulo. Logo, não haverá diferença de potencial entre quaisquer pontos, inclusive da superfície; portanto, o potencial no interior é constante e igual ao da superfície. Por fim, como não há deslocamento de cargas na esfera, não há uma componente tangencial do campo elétrico, só podendo o campo ser perpendicular à superfície da esfera.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da Física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

3. **UFRJ-RJ** – Uma partícula com carga positiva $q = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ é mantida em repouso diante de uma esfera maciça condutora isolada de raio $0,10 \text{ m}$ e carga total nula. A partícula encontra-se a uma distância de $0,20 \text{ m}$ do centro da esfera, conforme ilustra a figura a seguir. A esfera e as cargas que foram induzidas em sua superfície também se encontram em repouso, isto é, há equilíbrio eletrostático.



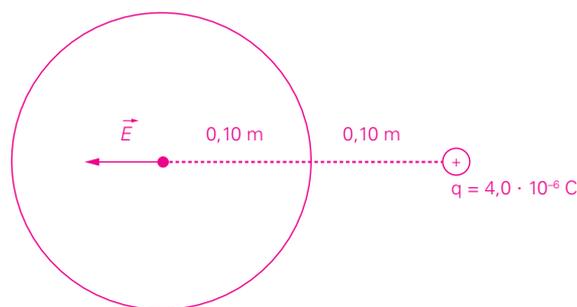
Esfera maciça condutora

Sabendo que a constante de proporcionalidade na lei de Coulomb é $k = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, determine o módulo e indique a direção e o sentido:

a) do campo elétrico no centro da esfera condutora devido à partícula de carga q ;

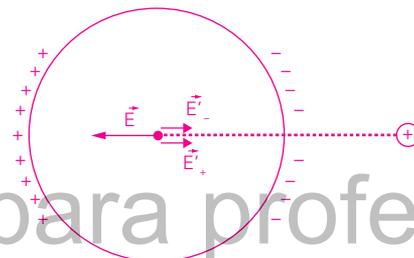
$$E = \frac{kQ}{d^2} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-6}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} = 9 \cdot 10^5 \therefore E = 9 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

O campo elétrico possui sentido da direita para a esquerda.



b) do campo elétrico no centro da esfera condutora devido às cargas induzidas em sua superfície.

Devido ao equilíbrio eletrostático, a esfera condutora possui vetor campo elétrico resultante nulo em seu interior. Através do processo de indução, a partícula eletrizada induz cargas negativas e positivas na superfície da esfera, o que gera um campo elétrico no interior, oposto ao sentido do campo da partícula e, desta forma, o campo resultante se anula.

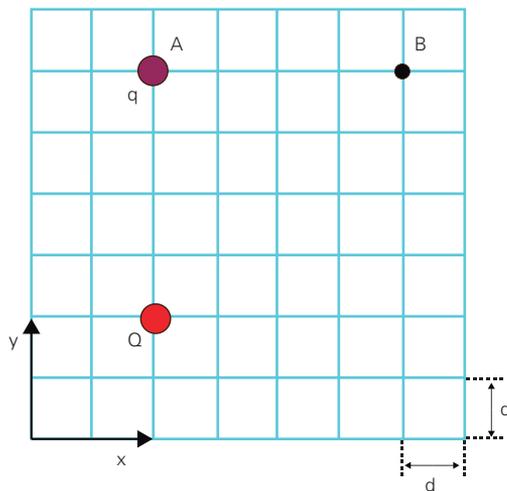


4. ITA-SP – Uma carga q distribui-se uniformemente na superfície de uma esfera condutora, isolada, de raio R . Assinale a opção que apresenta a magnitude do campo elétrico e o potencial elétrico num ponto situado a uma distância $r = R/3$ do centro da esfera.

- a) $E = 0 \text{ V/m}$ e $U = 0 \text{ V}$
b) $E = 0 \text{ V/m}$ e $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}$
 c) $E = 0 \text{ V/m}$ e $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3q}{R}$
 d) $E = 0 \text{ V/m}$ e $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr}{R^2}$
 e) $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{rq}{R^3}$ e $U = 0 \text{ V}$

O exercício propõe a análise do campo elétrico e potencial elétrico em uma distância $r = R/3$; logo, está se referindo a um ponto no interior da esfera. Neste caso, o campo elétrico é nulo e o potencial elétrico é igual ao potencial elétrico na superfície.

5. Unifesp-SP (adaptado) – Uma carga elétrica puntiforme $Q > 0$ está fixa em uma região do espaço e cria um campo elétrico ao seu redor. Outra carga elétrica puntiforme q , também positiva, é colocada em determinada posição desse campo elétrico, podendo mover-se dentro dele. A malha quadriculada representada na figura está contida em um plano xy , que também contém as cargas.



Quando na posição A, q fica sujeita a uma força eletrostática de módulo F exercida por Q . Calcule o módulo da força eletrostática entre Q e q , em função apenas de F , quando q estiver na posição B.

Pelo teorema de Pitágoras, temos $D = (4 \cdot d)^2 + (4 \cdot d)^2$, $D = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot d$

Pela Lei de Coulomb, com a carga q na posição A, temos

$$F = \frac{K \cdot q \cdot Q}{d_A^2} = \frac{K \cdot q \cdot Q}{4 \cdot d^2} = \frac{K \cdot q \cdot Q}{16 \cdot d^2}$$

Temos também que a carga q na posição B distante $D = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot d$ da carga Q , logo $F = \frac{K \cdot q \cdot Q}{(4 \cdot \sqrt{2} \cdot d)^2} = \frac{K \cdot q \cdot Q}{32 \cdot d^2}$, fazendo

a razão entre as duas forças temos: $F = \frac{F}{2}$

6. PUC-MG – Em dias secos e com o ar com pouca umidade, é comum ocorrer o choque elétrico ao se tocar em um carro ou na maçaneta de uma porta em locais onde o piso é recoberto por carpete. Pequenas centelhas elétricas saltam entre as mãos das pessoas e esses objetos. As faíscas elétricas ocorrem no ar quando a diferença de potencial elétrico atinge o valor de 10.000V numa distância de aproximadamente 1 cm. A esse respeito, marque a opção CORRETA.

- a) A pessoa toma esse choque porque o corpo humano é um bom condutor de eletricidade.
b) Esse fenômeno é um exemplo de eletricidade estática acumulada nos objetos.
 c) Esse fenômeno só ocorre em ambientes onde existem fiações elétricas, como é o caso dos veículos e de ambientes residenciais e comerciais.
 d) Se a pessoa estiver calçada com sapatos secos de borracha, o fenômeno não acontece, porque a borracha é um excelente isolante elétrico.

O atrito da pele das pessoas com objetos isolantes (lã, flanela, papel, plástico) torna a pele eletrizada. Em dias normais, esse excesso de cargas é descarregado no contato com o próprio ar. Porém, em dias secos, esse processo torna-se muito lento, acumulando cargas estáticas. No contato com objetos, principalmente metálicos, ocorre uma brusca descarga, que é o choque elétrico.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7. Fuvest-SP – Qual o trabalho realizado pela força elétrica que atua numa carga positiva de 3 C quando esta se desloca de uma distância de 2 m sobre uma superfície equipotencial de 10 V?

8. IFGO-GO – Um cátion com carga de $6 \mu\text{C}$ é posto a se deslocar em uma região onde detectamos a presença de um campo elétrico uniforme e horizontal de intensidade 500 V/m . Sobre essa situação, é correto afirmar que

- se esse cátion se deslocar da esquerda para a direita, certamente sua energia potencial elétrica aumentará.
- se esse cátion se deslocar da direita para a esquerda, certamente sua energia potencial elétrica sofrerá redução.
- o trabalho realizado pela força elétrica com o deslocamento desse cátion será sempre positivo.
- a força elétrica que atua sobre o cátion terá módulo de $3,0 \text{ kN}$.
- o módulo do trabalho realizado pela força elétrica será de $1,5 \cdot 10^{-3}$ para um deslocamento de 50 cm na direção horizontal.

9. UEM-PR – Seja ABD um triângulo equilátero, cujo lado mede 24 cm . Suponha que, em B, exista uma carga elétrica puntiforme $Q_1 = 8,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; em D, outra carga elétrica puntiforme, $Q_2 = -8,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ e que todo o sistema esteja situado no vácuo. Seja M um ponto no segmento BD e que diste 8 cm de D. Considere que a constante de proporcionalidade, no sistema internacional, é $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ e que o potencial elétrico é nulo, se observado infinitamente distante.

Em relação a esses dados, assinale o que for correto.

- O potencial elétrico criado pelas duas cargas no ponto A é $7,2 \cdot 10^4 \text{ V}$.
- O potencial elétrico criado pelas cargas no ponto M é $-9,0 \cdot 10^5 \text{ V}$.
- Em módulo, o valor da força elétrica que Q_1 exerce sobre Q_2 é igual ao valor da força elétrica que Q_2 exerce sobre Q_1 .

10. UEPG-PR – Uma carga elétrica puntiforme Q produz um campo elétrico de módulo $36 \cdot 10^3 \text{ N/C}$ em um ponto situado a 1 cm de distância desta carga. Sobre o assunto, assinale o que for correto.

- A força elétrica sobre uma carga de prova $q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, situada a 2 cm da carga Q, é $5,4 \text{ N}$.
- O trabalho da força elétrica atuante na carga de prova quando ela se desloca do ponto situado a 1 cm da carga Q ao ponto situado a 2 cm é $0,54 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.
- O potencial elétrico produzido pela carga Q num ponto situado a 2 cm de distância da carga é 90 V .
- O campo elétrico gerado pela carga Q em um ponto situado a 2 cm dela é $9 \cdot 10^3 \text{ N/C}$.
- O potencial elétrico produzido pela carga Q num ponto situado a 1 cm de distância da carga é 360 V .

11. FAU-Santos-SP – Uma esfera metálica é eletrizada negativamente. Se ela se encontra isolada, sua carga:

- acumula-se no seu centro
- distribui-se uniformemente por todo o seu volume
- distribui-se por todo o volume e com densidade aumentando com distância ao seu centro
- distribui-se por todo o volume e com densidade diminuindo com a distância ao seu centro
- distribui-se uniformemente por sua superfície

12. UEM-PR – Uma molécula é formada por dois íons, um positivo e outro negativo, separados por uma distância de $3,00 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Os módulos da carga elétrica do íon positivo e do íon negativo são iguais a $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Considere $K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ e assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

- A força elétrica de atração entre estes íons é de $2,56 \text{ nN}$ ($n = 10^{-9}$).
- Se a molécula é inserida em um campo elétrico externo uniforme de intensidade $2,00 \cdot 10^{10} \text{ V/m}$, a intensidade da força elétrica sobre a carga positiva devido a este campo é de aproximadamente $3,20 \text{ nN}$.
- O módulo do campo elétrico na posição do íon negativo, devido à carga do íon positivo, é de $1,60 \cdot 10^{10} \text{ N/C}$.
- Se o módulo da carga elétrica do íon positivo e a distância entre os íons dobrarem, a força entre os íons dobra.
- Se a molécula for deslocada $1,0 \mu\text{m}$ em um caminho perpendicular ao campo elétrico uniforme de intensidade $2,0 \cdot 10^{10} \text{ V/m}$, o trabalho realizado será de $1,0 \text{ mJ}$.

13. ITA-SP – Considere as afirmações a seguir:

- Em equilíbrio eletrostático, uma superfície metálica é equipotencial.
- Um objeto eletrostaticamente carregado induz uma carga uniformemente distribuída numa superfície metálica próxima quando em equilíbrio eletrostático.
- Uma carga negativa desloca-se da região de maior para a de menor potencial elétrico.
- É nulo o trabalho para se deslocar uma carga teste do infinito até o ponto médio entre duas cargas pontuais de mesmo módulo e sinais opostos.

Dessas afirmações, é(são) correta(s) somente

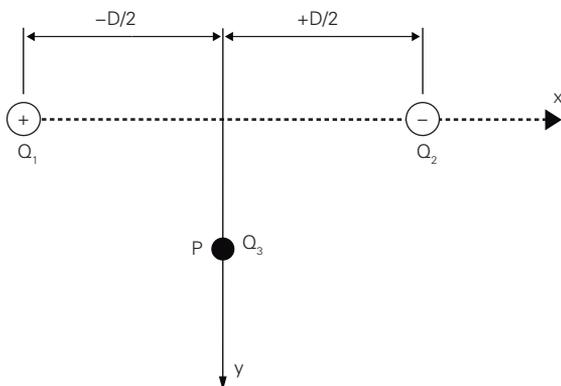
- I e II.
- I, II e III.
- I, II e IV.
- I e IV.
- III.

14. UFC-CE – Uma esfera de cobre com raio da ordem de micrômetros possui uma carga da ordem de dez mil cargas elementares, distribuídas uniformemente sobre sua superfície. Considere que a densidade superficial é mantida constante. Assinale a alternativa que contém a ordem de grandeza do número de cargas elementares em uma esfera de cobre com raio da ordem de milímetros.

- 10^{19} .
- 10^{16} .
- 10^{13} .
- 10^{10} .
- 10^7 .

15. Fuvest-SP – Um grupo de alunos, em uma aula de laboratório, eletriza um canudo de refrigerante por atrito, com um lenço de papel. Em seguida, com o canudo, eles eletrizam uma pequena esfera condutora, de massa 9 g , inicialmente neutra, pendurada em um fio de seda isolante, de comprimento L preso em um ponto fixo P. No final do processo, a esfera e o canudo estão com cargas de sinais opostos.

16. Esc. Naval-RJ – Analise a figura a seguir.



As cargas pontuais $Q_1 = +q_0$ e $Q_2 = -q_0$ estão equidistantes da carga Q_3 , que também possui módulo igual a q_0 , mas seu sinal é desconhecido. A carga Q_3 está fixada no ponto P sobre o eixo y, conforme indica a figura acima. Considerando $D = 2,0$ m e $K \cdot q_0^2 = 10$ Nm (K é a constante eletrostática), qual a expressão do módulo da força elétrica resultante em Q_3 em newtons, e em função de y?

a) $\frac{20 \cdot y}{y^2 + 1}$

b) $\frac{20}{\sqrt{(y^2 + 1)^3}}$

c) $\frac{20}{\sqrt{(y^2 + 1)}}$

d) $\frac{20 \cdot y}{\sqrt{(y^2 + 1)^3}}$

e) Depende do sinal da carga Q_3

17. UPE-PE – Duas esferas isolantes, A e B, possuem raios iguais a R_A e R_B e cargas, uniformemente distribuídas, iguais a Q_A e Q_B , respectivamente.

Sabendo-se que $5Q_A = 2Q_B$ e ainda que $10R_A = 3R_B$, qual a relação entre suas densidades volumétricas de cargas?

a) 100/9

b) 15/8

c) 200/6

d) 400/27

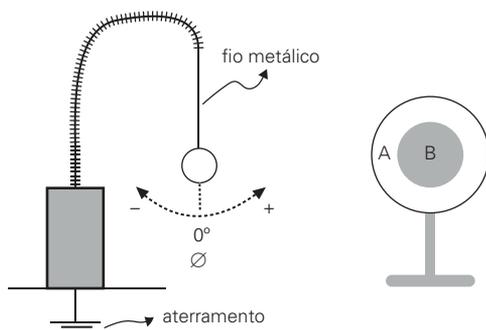
e) 280/9

ESTUDO PARA O ENEM

18. Esc. Naval-RJ

C6-H20

Analise a figura a seguir.



Na figura acima temos uma esfera AB, maciça, de material isolante elétrico, dividida em duas regiões concêntricas, A e B. Em B há um excesso de carga elétrica Q, de sinal desconhecido. A região A está eletricamente neutra. No pêndulo eletrostático temos a esfera metálica C aterrada por um fio metálico. Ao se aproximar a esfera isolante AB da esfera metálica C pela direita, conforme indica a figura, qual será a inclinação ϕ do fio metálico?

- a) Negativa, se $Q < 0$.
 b) Nula, se $Q < 0$.
 c) Positiva, independente do sinal de Q.
 d) Negativa, se $Q > 0$.
 e) Nula, independente do sinal de Q.

19. UPF-RS

C6-H20

Durante uma experiência didática sobre eletrostática, um professor de Física eletriza uma esfera metálica

oca suspensa por um fio isolante. Na sequência, faz as seguintes afirmações:

- I. A carga elétrica transferida para a esfera se distribui na superfície externa desta.
 II. O campo elétrico no interior da esfera é nulo.
 III. O campo elétrico na parte exterior da esfera tem direção perpendicular à superfície desta.
 IV. A superfície da esfera, na situação descrita, apresenta o mesmo potencial elétrico em todos os pontos.
 V. A carga elétrica acumulada na esfera é positiva, pois lhe foram transferidas cargas positivas.

Está correto o que se afirma em:

- a) I apenas.
 b) I e II apenas.
 c) I, II e III apenas.
 d) I, II, III e IV apenas.
 e) I, II, III, IV e V.

20. Enem

C6-H20

Duas irmãs que dividem o mesmo quarto de estudos combinaram de comprar duas caixas com tampas para guardarem seus pertences dentro de suas caixas, evitando, assim, a bagunça sobre a mesa de estudos. Uma delas comprou uma metálica, e a outra, uma caixa de madeira de área e espessura lateral diferentes, para facilitar a identificação. Um dia as meninas foram estudar para a prova de Física e, ao se acomodarem na mesa de estudos, guardaram seus celulares ligados dentro de suas caixas.

Ao longo desse dia, uma delas recebeu ligações telefônicas, enquanto os amigos da outra tentavam ligar e recebiam a mensagem de que o celular estava fora da área de cobertura ou desligado.

Para explicar essa situação, um físico deveria afirmar que o material da caixa, cujo telefone celular não recebeu as ligações, é de

- a) madeira, e o telefone não funcionava porque a madeira não é um bom condutor de eletricidade.
- b) metal, e o telefone não funcionava devido à blindagem eletrostática que o metal proporcionava.

- c) metal, e o telefone não funcionava porque o metal refletia todo tipo de radiação que nele incidia.
- d) metal, e o telefone não funcionava porque a área lateral da caixa de metal era maior.
- e) madeira e o telefone não funcionava porque a espessura desta caixa era maior que a espessura da caixa de metal.

EXERCÍCIOS INTERDISCIPLINARES

21. UFG – Leia o texto a seguir.

Com uma população de quase 1,8 milhão de habitantes, a capital do estado, Manaus, hoje uma das maiores capitais do país, é abastecida por águas superficiais (75%) provenientes do rio Negro e por águas subterrâneas (25%) oriundas do aquífero Alter do Chão. Isto devido à localização da estação de tratamento e das características da rede de distribuição, que não suportam maiores pressões, inviabilizando o alcance da água em todos os bairros, especialmente nas zonas Leste e Norte da cidade.

O aquífero Alter do Chão representa um dos maiores reservatórios de água subterrânea do planeta. Apesar da abundância de recursos hídricos superficiais, em Manaus destaca-se o fato da ocorrência expressiva de abastecimento por águas subterrâneas, advindas desse aquífero, causando o seu rebaixamento em determinados locais da cidade. No bairro Jorge Teixeira, por exemplo, o nível das águas subterrâneas já foi rebaixado em mais de 100 metros, desde 1980, quando tudo começou.

REVISTA ÁGUA E MEIO AMBIENTE SUBTERRÂNEO. São Paulo, ano 3. n. 18, out./nov., 2010. p. 16-22. (Adaptado).

Considerando as informações contidas no texto e a localização da estação de tratamento, conclui-se que uma ação que mitiga o impacto do rebaixamento do nível da água subterrânea e o conceito físico relevante, que explica a limitação da redistribuição de água, são, respectivamente,

- a) a recomposição da vegetação natural, visando ao aumento da área de recarga do aquífero; o princípio de Arquimedes.
- b) o bombeamento de águas profundas, visando ao aumento da vazão do curso d'água adjacente; o princípio de Pascal.
- c) a recomposição da vegetação natural, visando ao aumento da área de recarga do aquífero; o princípio de Pascal.
- d) o bombeamento de águas profundas, visando ao aumento da vazão do curso d'água adjacente; a força da gravidade.
- e) a recomposição da vegetação natural, visando ao aumento da área de recarga do aquífero; a força da gravidade.

22. Enem

C1-H2

A energia solar vai abastecer parte da demanda de energia do campus de uma universidade brasileira. A instalação de painéis solares na área dos estacionamentos e na cobertura do hospital pediátrico será aproveitada nas instalações universitárias e também ligada na rede da companhia elétrica distribuidora de energia.

O projeto inclui 100 m² de painéis solares que ficarão instalados nos estacionamentos, produzindo energia elétrica

e proporcionando sombra para os carros. Sobre o hospital pediátrico serão colocados aproximadamente 300 m² de painéis, sendo 100 m² para gerar energia elétrica utilizada no campus, e 200 m² para geração de energia térmica, produzindo aquecimento de água utilizada nas caldeiras do hospital.

Suponha que cada metro quadrado de painel solar para energia elétrica gere uma economia de 1 kWh por dia e cada metro quadrado produzindo energia térmica permita economizar 0,7 kWh por dia para a universidade. Em uma segunda fase do projeto, será aumentada em 75% a área coberta pelos painéis solares que geram energia elétrica. Nessa fase também deverá ser ampliada a área de cobertura com painéis para geração de energia térmica.

Disponível em: <<http://agenciabrasil.ebc.com.br>. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).>

Para se obter o dobro da quantidade de energia economizada diariamente, em relação à primeira fase, a área total dos painéis que geram energia térmica, em metro quadrado, deverá ter o valor mais próximo de

- a) 231
- b) 431
- c) 472
- d) 523
- e) 672

23. UEM-PR – A velocidade de um glóbulo sanguíneo em uma artéria depende de sua distância em relação à parede arterial. Em uma artéria de formato cilíndrico de raio R (em centímetros), a velocidade (em centímetros por segundo) é descrita pela função $V(x) = C \cdot x(2R - x)$, onde $x(0 < x \leq R)$ é a distância (em centímetros) do glóbulo em relação à parede da artéria, e C é uma constante positiva que depende da composição do sangue e do tipo do glóbulo sanguíneo. Considerando o exposto e conhecimentos sobre as células sanguíneas, assinale o que for correto.

- 01) Segundo o modelo, a velocidade dos glóbulos é maior nas extremidades da artéria.
- 02) A velocidade de um glóbulo a uma distância igual a $R/2$ da parede da artéria é de 75% da velocidade de um glóbulo no eixo central ($x = R$).
- 04) A unidade de medida da constante C é $\text{cm}^{-1}\text{s}^{-1}$.
- 08) A leucocitose é frequente nos indivíduos portadores de infecção, caso em que o organismo aumenta a produção de glóbulos brancos.
- 16) As hemácias dos mamíferos são anucleadas, retangulares, formadas no plasma sanguíneo, e permanecem na corrente sanguínea durante toda a vida do animal.

Dê a soma da(s) alternativa(s) correta(s).

RESPOSTAS E COMENTÁRIOS

FÍSICA 1

Material exclusivo para professores
convencionados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

APRESENTAÇÃO

FÍSICA

As mudanças nos principais processos de seleção e no Enem têm mostrado que a preparação para ingresso na universidade exige muito mais que um bom material didático. Além de dominar conteúdos de ensino médio, os alunos precisam conhecer a diversidade de contextos sociais, tecnológicos, ambientais e políticos. Desenvolver habilidades para obter autonomia e entender criticamente a realidade e os acontecimentos que os cercam são critérios básicos para prosseguir estudo em nível superior.

Os exames seletivos das melhores universidades do país avaliam habilidades como a de saber selecionar, organizar e interpretar dados para enfrentar situações-problema em diferentes áreas do conhecimento; compreender fenômenos naturais, processos histórico-geográficos e de produção tecnológica.

O aluno que conclui ou em vias de concluir o ensino médio deve ser capaz de dominar linguagens e seus códigos, construir argumentações e elaborar respostas aos diversos questionamentos.

De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM), orientadoras das avaliações do Enem, o encaminhamento pedagógico e metodológico para esse segmento deve envolver temáticas diversas, por meio do diálogo entre os conteúdos dos diferentes componentes curriculares de uma ou mais áreas do conhecimento, com propostas curriculares que contemplem as dimensões do trabalho, da ciência, da tecnologia e da cultura como eixos integradores entre os conhecimentos de distintas naturezas; o trabalho como princípio educativo; a pesquisa como princípio pedagógico; os direitos humanos como princípio norteador; a sustentabilidade socioambiental como meta universal.

Pensando nisso, uma equipe de excelência, respaldada na qualidade acadêmica dos conhecimentos e na prática de sala de aula, elaborou esta coleção de livros didáticos integrados para pré-vestibular extensivo e terceiro, abrangendo as áreas de conhecimento com projeto editorial exclusivo e adequado às recentes mudanças. O material contempla assim todos os conteúdos exigidos nos concursos vestibulares de todo o país e no Enem, enriquecidos com variada coletânea de questões selecionadas, quadro de respostas e roteiro de aula integrado a cada módulo, com indicação das respectivas competências e habilidades da Matriz de Referência do Enem. Aliando inovações tecnológicas com propostas metodológicas de ensino voltadas à preparação dos alunos para ingressar em grau superior, a coleção abrange todos os conteúdos do ensino médio, organizados e estruturados em módulos, com desenvolvimento teórico associado a exemplos e exercícios resolvidos que facilitam a aprendizagem.

Os alunos deparam-se com organização e sistematização teóricas seguidas de exercícios em níveis gradativos de dificuldade, o que lhes facilita fixar conceitos e desenvolver habilidades específicas associadas ao conteúdo trabalhado. Como apoio ao professor, em cada módulo as questões do material estão resolvidas e há orientações metodológicas, sugestões de leitura e uso de tecnologias para aprofundamento.

CONTEÚDO

FÍSICA 1

Volume	Módulo	Conteúdo
	1	Cinemática I
	2	Cinemática II
	3	Movimento retilíneo uniforme (MRU)
	4	Velocidade relativa
	5	Movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV)
	6	Equação de Torricelli
	7	Diagrama horário da velocidade
	8	Diagrama horário do espaço e da aceleração

Volume	Módulo	Conteúdo
2	9	Queda livre
	10	Lançamento vertical
	11	Vetores I
	12	Vetores II
	13	Composição de movimentos
	14	Lançamento horizontal
	15	Lançamento oblíquo I
	16	Lançamento oblíquo II

FÍSICA 2

Volume	Módulo	Conteúdo
1	1	Introdução à ondulatória
	2	Fenômenos ondulatórios
	3	Ondas estacionárias
	4	Ondas sonoras I
	5	Ondas sonoras II
	6	Cordas sonoras
	7	Tubos sonoros
	8	Efeito doppler
2	9	Introdução à óptica geométrica I
	10	Introdução à óptica geométrica II
	11	Espelhos planos I
	12	Espelhos planos II
	13	Espelhos esféricos I
	14	Espelhos esféricos II
	15	Refração I
	16	Refração II

FÍSICA 3

Volume	Módulo	Conteúdo
1	1	Eletrização
	2	Lei de Coulomb
	3	Campo elétrico
	4	Campo elétrico uniforme
2	5	Potencial elétrico I
	6	Potencial elétrico II
	7	Trabalho no campo elétrico
	8	Condutores em equilíbrio eletrostático

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

1 CINEMÁTICA I

Comentários sobre o módulo

O professor deve apresentar o que é física aos alunos. Auxiliar os alunos a observar onde ela está presente ao nosso redor.

Apresentar a mecânica como parte da física.

Apresentar a cinemática como parte da mecânica.

Desenvolver os conceitos de ponto material e corpo extenso.

Contextualizar os conceitos de movimento e repouso.

Apresentar os conceitos de trajetória.

Deduzir e interpretar velocidade escalar média.

Diferenciar velocidade escalar média de velocidade escalar instantânea.

Para ir além

Neste capítulo introdutório, seria interessante que o aluno tomasse conhecimento do quanto a física é ampla e de como é feita a sua divisão, sendo que a cinemática é apenas uma parte dela.

O site <<https://efisica.atp.usp.br/home/>> pode auxiliar nessa pesquisa.

Exercícios propostos

$$7. \quad v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{6\,480}{5 \cdot 24} = 54 \therefore v_m = 54 \text{ km/h}$$

8. Dados:

$$\Delta S = 1,6 \text{ km} \quad \Delta t = 4 \text{ min} = \frac{4}{60} \text{ h} = \frac{1}{15} \text{ h}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1,6}{\frac{1}{15}} = 1,6 \cdot 15 = 24 \therefore v_m = 24 \text{ km/h}$$

9. B

Um ponto na hélice do avião parado executa um movimento circular; como o avião se desloca da esquerda para a direita, um observador no solo verá o ponto deslocar-se para a direita e ao mesmo tempo realizar um movimento helicoidal, representado pela letra B.

10. C

Cor, forma, odor e sabor não são grandezas físicas.

11. Shelly Ann Fraser Pryce:

$$v_{\text{Shelly}} = \frac{100}{10,76} \therefore v_{\text{Shelly}} = 9,3 \text{ m/s}$$

$$\text{Usain Bolt: } v_{\text{Bolt}} = \frac{100}{9,58} \therefore v_{\text{Bolt}} = 10,4 \text{ m/s}$$

A diferença de velocidade média dos atletas será:

$$v_m = 10,4 - 9,3 = 1,1 \therefore v_m = 1,1 \text{ m/s}$$

12. C

Para resolver esse problema, deve-se dividi-lo em dois momentos: o tempo de subida do balão e o movimento do som até a orelha do garoto.

$$\text{Subida: } \Delta t_s = \frac{\Delta S_s}{v_s} = \frac{h}{2}$$

$$\text{Movimento do som: } \Delta t_{\text{som}} = \frac{\Delta S_{\text{som}}}{V_{\text{som}}} = \frac{h}{340}$$

Conforme o enunciado, o tempo total é de 5,13 s, logo:

$$\Delta t_{\text{subida}} + \Delta t_{\text{som}} = \Delta t_{\text{total}}$$

$$\frac{h}{2} + \frac{h}{340} = 5,13$$

$$\frac{170h}{340} + \frac{h}{340} = \frac{5,13 \cdot 340}{340}$$

$$h = \frac{5,13 \cdot 340}{171} = 10,2 \therefore h = 10,2 \text{ m}$$

13. B

O sentido de rotação da Terra é de oeste para leste. Assim, quando o avião vai para oeste, a velocidade para o referencial inercial fora da Terra é igual, em módulo, à diferença entre a velocidade de um ponto do equador e a velocidade do avião em relação à Terra. No retorno, essas velocidades se adicionam. Portanto, na ida, o avião parte com velocidade menor que no retorno.

14. E

A Lua leva 28 dias para dar uma volta ao redor da Terra e cada dia possui 24 horas.

$$28 \text{ dias} = 28 \cdot 24 \cdot 3\,600 = 2\,419\,800 \text{ s}$$

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 380\,000}{2\,419\,200} \approx 1,0 \text{ km/s}$$

15. A

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = d + d = 2d$$

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta S_1}{v_1} = \frac{d}{40}$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta S_2}{v_1} = \frac{d}{60}$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{d}{40} + \frac{d}{60} = \frac{5d}{120} = \frac{d}{24}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2d}{d/24} = 2 \cdot 24$$

$$v_m = 48 \text{ km/h}$$

16. D

1 ano-luz corresponde à distância que a luz percorre no vácuo em um ano.

$$\text{Ano-luz} = 3 \cdot 10^5 \text{ km/s} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km} \cong 10^{13} \text{ km}$$

A distância (d) entre as duas galáxias é 2,5 milhões de anos-luz. Então:

$$d = 2,5 \cdot 10^6 \cdot 10^{13} \text{ km} = 2,5 \cdot 10^{19} \text{ km}$$

$$\Delta t = 4 \cdot 10^9 \text{ anos} = 4 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 = 3,5 \cdot 10^{13} \text{ h}$$

$$V = d/\Delta t = 2,5 \cdot 10^{19} / 3,5 \cdot 10^{13} = 7 \cdot 10^5 \text{ km/h}$$

$$\therefore v = 7 \cdot 10^5 \text{ km/h}$$

17. a) Dados: 1 ano = $3 \cdot 10^7$ s; $\Delta t = 9,5$ anos = $9,5 \cdot 3 \cdot 10^7 = 2,85 \cdot 10^8$ s; $\Delta S = 5 \cdot 10^{12}$ m.

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{5 \cdot 10^{12}}{2,85 \cdot 10^8} \Rightarrow v = 1,75 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

- b) Dado: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{c} = \frac{5 \cdot 10^{12}}{3 \cdot 10^8} \text{ m/s} \Rightarrow \Delta t = 1,7 \cdot 10^4 \text{ s}$$

- c) Obtemos:

$$\text{Plutão} \begin{cases} \text{Velocidade média: } v = 4,7 \text{ km/s} \\ \text{Perímetro da órbita: } d = 35,4 \cdot 10^9 \text{ km} \\ \text{Período da órbita: } T \end{cases}$$

$$T = \frac{d}{v} = \frac{35,4 \cdot 10^9}{4,7} = 7,53 \cdot 10^9 \text{ s} =$$

$$= \frac{7,5 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^7} \text{ anos} = 251 \text{ anos}$$

Como esse planeta foi descoberto em 1930, ele completará uma volta em torno do Sol no ano t:

$$t = 1930 + 251 \Rightarrow t = 2181.$$

Estudo para o Enem

18. D

Análise das alternativas falsas:

a) Falsa. Para que a afirmativa fosse verdadeira, seria necessário que cada competidor chegasse com o mesmo tempo, o que é praticamente impossível. Mas o interessante é que a velocidade média dos participantes é a mesma, ou seja, zero. A diferença é que a velocidade escalar média é a razão entre a distância percorrida e o tempo em percorrê-la, e a velocidade média é vetorial, isto é, é a razão entre o deslocamento e o tempo. Como cada participante larga e chega ao mesmo ponto, suas velocidades médias são nulas porque não se deslocam.

b) Falsa. O espaço percorrido é de 4 500 m, mas o deslocamento é nulo.

c) Falsa. A velocidade média é nula, como visto no item a; a velocidade escalar média, porém, é 1,3 m/s.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. E

A velocidade do projétil em relação ao piloto era nula porque seus movimentos tinham mesmo sentido, com velocidades de mesmo módulo.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.

20. E

a) Falsa. São períodos desiguais contendo 5 e 7 meses, podendo incorrer em alguns enganos. O crescimento dos períodos inteiros foi menor para o período de 5 meses (20% contra 41%), mas a taxa média mensal foi maior para o período de 5 meses, quando comparado ao de 7 meses.

$$tx_{12/13 - 05/14} = (123,6 \text{ milhões} - 103,1 \text{ milhões}) / 5 \text{ meses} = 20,5 \text{ milhões}/5 \text{ meses} = 4,1 \text{ milhões}/\text{mês}$$

$$tx_{05/10 - 12/10} = (18,9 \text{ milhões} - 13,4 \text{ milhões}) / 7 \text{ meses} = 5,5 \text{ milhões}/7 \text{ meses} = 0,786 \text{ milhões} / \text{mês}$$

b) Falsa. A variação de cidades cobertas no período de dezembro/11 e dezembro/13 foi de:

$$\Delta \text{Cidades cobertas} = 3190 - 2190 = 1000 \text{ cidades.}$$

c) Falsa. Visualizando o gráfico, o número de acessos em maio de 2014 é da ordem de 123,6 milhões de acessos.

d) Falsa. De maio a dezembro são mais 7 meses, considerando um aumento constante de 4,1 milhões de acessos por mês, ficamos em dezembro de 2014 com uma estimativa de:

$$N \text{ acessos dez}/14 = 123,6 + 7 \cdot 4,1 = 152,3 \text{ milhões}$$

e) Verdadeira.

$$v_{\text{média}} = (3406 - 681) / 4 \cdot (1 \text{ ano} / 12 \text{ meses}) \cong 56,8 \text{ cidades}/\text{mês}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

2 CINEMÁTICA II

Comentários sobre o módulo

Classificar o movimento como progressivo ou retrógrado

Deduzir e interpretar velocidade escalar média.

Diferenciar velocidade escalar média de velocidade escalar instantânea.

Para ir além

Como a Cinemática está apenas no início, neste primeiro capítulo o professor pode sugerir algumas leituras aos alunos sobre os cientistas que forneceram trabalhos que serviram de base para consolidar a física. Um desses cientistas, extremamente importante para o desenvolvimento da física experimental, além de ser um dos primeiros a refutar às ideias de Aristóteles – que resistiam por séculos – foi Galileu Galilei.

O site abaixo pode auxiliar a compreender quem foi Galileu e resume algumas de suas contribuições:

http://www.fep.if.usp.br/~profis/eppur/n1/art/re_jornada_pi.html.

Exercícios propostos

7. B

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{9000 \text{ m}}{300 \text{ s}} = 30 \therefore v_m = 30 \text{ m/s}$$

8. $v_1 = 6 \text{ km/h}$ $v_2 = 20 \text{ km/h}$
 $\Delta t_1 = 2 \text{ h e } 30 \text{ min} = 150 \text{ min}$

O espaço percorrido é o mesmo nos dois casos.

$$\Delta S_1 = \Delta S_2 \Rightarrow v_1 \Delta t_1 = v_2 \Delta t_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6 \cdot 150 = 20 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = 45 \text{ min}$$

9. A

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$\Delta S = v_m \cdot \Delta t = 3,0 \cdot 10^8 \cdot 3,2 \cdot 10^7 = 10$$

$$= 9,6 \cdot 10^{15} \text{ m} = 9,6 \cdot 10^{24} \text{ nm} \therefore v_m = 9,6 \cdot 10^{24} \text{ nm}$$

10. B

Trecho 1 (PQ): $\Delta t_1 = \frac{\Delta S}{v_m} = \frac{1000}{20} = 50 \text{ s}$

Trecho 2 (QR): $\Delta t_2 = \frac{\Delta S}{v_m} = \frac{2000}{10} = 200 \text{ s}$

Percurso todo (QR): $\Delta t_2 = 50 + 200 = 250 \text{ s}$

Percurso todo (QR):

$$v_m = \frac{3000}{250} = 12 \therefore v_m = 12 \text{ m/s}$$

11. B

(F) O deslocamento é zero, pois os nadadores saem do ponto de partida e chegam ao mesmo ponto, logo não há deslocamento, mas todos percorrem 100 m.

(V) Como para cada equipe de quatro nadadores é tomada a distância total e o tempo gasto por todos, a velocidade média é de cada equipe separadamente.

(F) Significa que a velocidade instantânea do nadador oscilou entre a média, podendo ser maior que a média e menor também.

(V) Como a piscina tem um comprimento de 50 m, a largada está em ponto diferente da chegada, sendo o deslocamento o tamanho da piscina.

(V) Neste caso, chegada e partida estão em um mesmo ponto, portanto o deslocamento é nulo e a distância percorrida por todos é de 100 m.

12. B

L = comprimento do túnel

$$\Delta S = L + 150 \quad v = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \Delta t = 50 \text{ s}$$

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad \Delta S = v \cdot \Delta t$$

$$L + 150 = 16 \cdot 50 = 800$$

$$L = 800 - 150 = 650 \therefore L = 650 \text{ m}$$

13.

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{0 - 36}{20} = -1,8 \text{ m/s} \therefore v_m = -1,8 \text{ m/s}$$

14. A

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta S_1}{v_1} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3} \text{ h} = 20 \text{ min}$$

$$\Delta S_2 = v_2 \cdot \Delta t_2 = 50 \cdot 0,5 = 25 \text{ km}$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 20 + 25 = 45 \text{ km}$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_{\text{parado}} + \Delta t_2 = 20 + 10 + 30 = 60 \text{ min} = 1 \text{ h}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{45}{1} = 45 \text{ km/h}$$

15. B

Deve-se analisar a 1ª e a 3ª etapas, já que na segunda etapa, o veículo está parado.

Sendo a distância total percorrida $d = 510$ km, temos:

$$\begin{aligned}d &= v_1 \cdot \Delta t_1 + v_2 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow 510 = \\&= 55,5 \cdot t + 72 \cdot [(t + 6) - (t - 2)] \\510 &= 55,5 t + 72 \cdot 4 \\55,5 t &= 510 - 288 = 222 \\t &= \frac{222}{55,5} = 4 \text{ h} \therefore t = 4 \text{ h}\end{aligned}$$

Logo o tempo do percurso será $t = 6 + 4 = 10$ h e calculamos a velocidade média.

$$v_m = \frac{d}{t} = \frac{510}{10} = 51 \therefore v_m = 51 \text{ km/h}$$

16. A

$$\text{Trecho 1: } v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad \Delta t_1 = \frac{\Delta S}{v_m} = \frac{\frac{D}{2}}{24} = \frac{D}{48}$$

$$\text{Trecho 2: } v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad \Delta t_2 = \frac{\Delta S}{v_m} = \frac{\frac{D}{2}}{8} = \frac{D}{16}$$

$$\text{Percurso todo: } \Delta t_T = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{D}{48} + \frac{D}{16} = \frac{D}{12}$$

$$v_m = \frac{D}{\frac{D}{12}} = 12 \therefore v_m = 12 \text{ m/s}$$

17. B

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta S_1}{v_1} = \frac{(30 - 20)}{50} = 0,2 \text{ h}$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta S_2}{v_2} = \frac{(50 - 30)}{25} = 0,8 \text{ h}$$

$$\Delta S = 50 - 20 = 30 \text{ km}$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 0,2 + 0,8 = 1,0 \text{ h}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{30}{1} = 30 \text{ km/h}$$

Estudo para o Enem

18. E

Da definição de velocidade média, obtemos:

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Podemos ver pela equação que o que importa é a posição final e a posição inicial, não importando o percurso.

Pelo gráfico, vemos que todos partem da origem e todos chegam ao mesmo local no mesmo tempo, logo, a velocidade média deles será igual.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. C

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{2}{\frac{40}{3,6}} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3,6}{40} = \frac{7,2}{40} = 0,18 \therefore \Delta t = 0,18 \text{ s}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

20. D

$$\Delta S_1 = \Delta S_2 = 42 \text{ km}$$

$$\Delta t_1 = 2 \text{ h}$$

$$\Delta t_2 = 2 - 0,5 = 1,5 \text{ h}$$

$$v_1 = \frac{\Delta S_1}{\Delta t_1} + \frac{42}{2} = 21 \text{ km/h}$$

$$v_2 = \frac{\Delta S_2}{\Delta t_2} = \frac{42}{1,5} = 28 \text{ km/h}$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 28 - 21 = 7 \text{ km/h}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

3 MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (MRU)

Comentários sobre o módulo

Contextualizar e com os alunos aplicações e situações cotidianas de movimento retilíneo uniforme e mostrar a eles o quanto é difícil encontrar exemplos desse tipo de movimento.

Deduzir com os alunos a função horária do espaço para o MRU.

Interpretar graficamente a função horária do espaço.

Construir o gráfico de velocidade em função do tempo para o movimento uniforme.

Deduzir matematicamente o encontro de móveis no movimento uniforme.

Para ir além

O movimento retilíneo uniforme pode ser trabalhado de maneira experimental como meio de instigar o interesse dos alunos pela investigação, observação, criação, dedução e compreensão de um fenômeno.

Podem ser realizadas atividades que explorem o MRU, como pequenas corridas no pátio da escola, com o objetivo de determinar a velocidade média dos alunos, utilizando-se de trenas e cronômetros como instrumentos de medição. Comente que, nesses casos, por se tratar de uma aproximação, ignoraremos pequenas acelerações necessária para que o corpo supere a inércia.

Além disso, podem ser desenvolvidas aulas experimentais que envolvam o deslocamento de líquido em tubos, ou deslocamento de miniaturas de carrinhos. Pergunte aos alunos qual a função dos líquidos nesses modelos.

Os *sites* abaixo, podem auxiliar no desenvolvimento dos experimentos.

<http://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/velocidade-escalar-media.htm>.

https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F530_F590_F690_F895/F530_F590_F690_F895_2012_sem2/RicardoYPaixao_RF2_F690.pdf.

Exercícios propostos

7. A

O som se propaga com velocidade constante MRU e levará metade do tempo para descer ao fundo do mar.

$$t = \frac{0,6}{2} = 0,3 \text{ s}$$

$$\Delta S = v \cdot t = 1500 \cdot 0,3 = 450 \therefore \Delta S = 450 \text{ m}$$

8. Supondo que a velocidade do veículo é constante ao longo do percurso e igual a 11 m/s, usamos a expressão da velocidade média para calcular o tempo

de deslocamento entre dois sensores:

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{2 \text{ m}}{11 \text{ m/s}} = 0,18 \text{ m/s} \therefore \Delta t = 0,18 \text{ s}$$

9. C

No gráfico de $v \times t$, a distância total percorrida é numericamente igual à área do gráfico. Como o exercício pede a análise no intervalo de $0 \leq t \leq 20 \text{ s}$, temos $\frac{1}{4}$ de circunferência, portanto:

$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot R^2}{4}$$

$$\text{Área} = \Delta S = \frac{\pi \cdot (20)^2}{4} = 100\pi \therefore \Delta S = 100\pi \text{ m}$$

10. B

Para o cálculo da velocidade do som, basta aplicar a definição do movimento uniforme:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{5}{14,2 \cdot 10^{-3}} = 352 \therefore v = 352 \text{ m/s}$$

11. C

$$\text{Trecho 1: } v = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t = 15 \text{ min} = 0,25 \text{ h}$$

$$S = S_0 + v \cdot t \Rightarrow \Delta S = v \cdot t = 100 \cdot 0,25 = 25 \text{ km}$$

$$\text{Trecho 2: } v = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad \Delta S = 75 \text{ km}$$

$$S = S_0 + v \cdot t \Rightarrow t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{75}{60} = 1,25 \text{ h}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{25 + 75}{0,25 + 1,25} = \frac{100}{1,5} \cong 67 \therefore v_m \cong 67 \text{ km/h}$$

12. C

Ao analisar cada trecho, temos:

De 0 a 3 min: percorreu 1 km;

De 3 a 5 min: percorreu 1 km;

De 5 a 8 min: percorreu 4 km;

De 8 a 11 min: percorreu 1 km.

Total de 7 km percorridos. Portanto, a velocidade média corresponde a:

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{7 \text{ km}}{11 \text{ min} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}}} = \frac{7 \cdot 60}{11 \cdot 1} = \frac{420 \text{ km}}{11 \text{ h}} = 38,2$$

$$\therefore v_m = 38,2 \text{ km/h}$$

13. Florant Manaudou: $t = 21,34 \text{ s}$

$$\text{César Cielo: } v_{\text{Cielo}} = \frac{50 \text{ m}}{21,59 \text{ s}} = 2,316$$

$$\therefore v_{\text{Cielo}} = 2,316 \text{ m/s}$$

A diferença de posição entre o 3º lugar e o 1º lugar é dada pelo trajeto completo da piscina descontado o que o 3º lugar percorreu no tempo do 1º colocado.

$$d = 50 - v_{\text{Cielo}} \cdot t_{\text{Manaudou}} = 50 - 2,316 \cdot 21,34 = \\ = 50 - 49,42 = 0,58 \therefore d = 0,58 \text{ m}$$

14. B

$$\Delta t = 40 \text{ min} = \frac{2}{3} \text{ h} \quad \Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{\Delta S_1}{v_1} + \frac{\Delta S_2}{v_2}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{\Delta S}{20} + \frac{\Delta S}{12} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{12 \cdot \Delta S + 20 \cdot \Delta S}{20 \cdot 12} = \frac{32 \cdot \Delta S}{240} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta S = 5 \text{ km}$$

15. Para saber qual carrinho percorreu a maior distância, devemos calcular a área sob a curva do gráfico para cada um deles, pois se trata de um gráfico de $v \times t$:

$$\Delta S_{\text{I}} = \frac{2 \cdot 0,5}{2} + \frac{(2+0,5) \cdot 1}{2} + 1 \cdot 2 = 0,5 + 1,25 + 2 = 3,75 \text{ m}$$

$$\Delta S_{\text{II}} = \frac{1 \cdot 1}{2} + \frac{(1,52+1) \cdot 2}{2} + 1,5 \cdot 1 = 0,5 + 2,5 + 1,5 = 4,5 \text{ m}$$

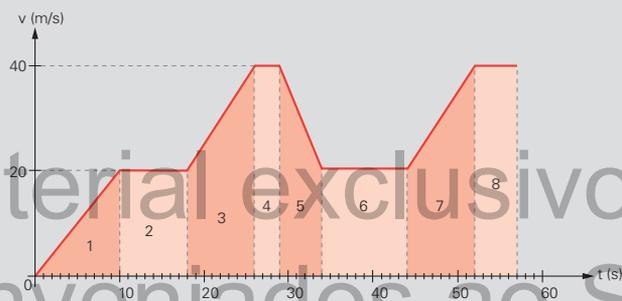
$$\Delta S_{\text{III}} = \frac{2 \cdot 1}{2} + 2 \cdot 1 = 1 + 2 = 3 \text{ m}$$

$$\Delta S_{\text{IV}} = \frac{3 \cdot 0,5}{2} + \frac{(0,5+1) \cdot 1}{2} = 0,75 + 0,75 = 1,5 \text{ m}$$

Logo, o carrinho número II foi o que teve o maior deslocamento.

16. 01 + 04 = 05

01. Verdadeira. Analisando a distância percorrida pelo móvel representado no gráfico, que é dada pela área sob a curva, podemos dizer a qual carro pertence a figura.



Cálculo das áreas numeradas no gráfico:

$$\Delta A_1 = \frac{20 \cdot 10}{2} = 100 \text{ m}$$

$$\Delta A_2 = 20 \cdot 8 = 160 \text{ m}$$

$$\Delta A_3 = \frac{(40 \cdot 20)}{2} \cdot 8 = 240 \text{ m}$$

$$\Delta A_4 = 40 \cdot 3 = 120 \text{ m}$$

$$\Delta A_5 = \frac{(40+20)}{2} \cdot 5 = 150 \text{ m}$$

$$\Delta A_6 = 20 \cdot 10 = 200 \text{ m}$$

$$\Delta A_7 = \frac{(40+20)}{2} \cdot 8 = 240 \text{ m}$$

$$\Delta A_8 = 40 \cdot 5 = 200 \text{ m}$$

$$\Delta A_{\text{Total}} = 100 + 160 + 240 + 120 + 150 + 200 + 240 + 200$$

$$\therefore \Delta A_{\text{Total}} = 1\,410 \text{ m}$$

Como a pista tem comprimento de 1 400 m, o automóvel saiu 10 m atrás da linha de chegada, podendo ser tanto o carro 5 quanto o carro 6.

02. Falsa. Poderia também estar fazendo uma curva com o módulo da velocidade constante sendo um movimento circular uniforme.

04. Verdadeira. A aceleração é dada pela inclinação nos dois trechos e, sendo estes perfeitamente iguais, a aceleração nos dois trechos é igual.

08. Falsa. Ver item [01].

16. Falsa. O repouso ocorre quando a velocidade do móvel é nula e, durante todo o trajeto, esse fato aconteceu apenas na largada.

17. D

Um carro A que passa pelo semáforo a 45 km/h leva um tempo t segundos para passar pelo segundo semáforo.

Um carro B, que está mais distante passa pelo semáforo com uma velocidade de 50 km/h e leva um tempo $t - 8$ segundos.

Ambos aproveitam a “onda verde”.

$$\text{Carro A: } \Delta S = v \cdot t = 45 \cdot t$$

$$\text{Carro B: } \Delta S = 50 \cdot \left(t - \frac{8}{3\,600} \right) = 50 \cdot t - \frac{4}{36} = 50 \cdot t - \frac{1}{9} \\ 45 \cdot t = 50 \cdot t - \frac{1}{9} \Rightarrow t = \frac{1}{45} \text{ h}$$

$$\Delta S = v \cdot t = 45 \cdot \frac{1}{45} = 1 \therefore \Delta S = 1 \text{ km}$$

Estudo para o Enem

18. D

Tomando como unidade (u) o lado de cada quadrículo, e usando a propriedade do gráfico da velocidade \times tempo, as áreas dos trapézios fornecem as distâncias percorridas por Encantado (d_E) e Branca de neve (d_B):

$$d_E = \frac{5+1}{2} \cdot 4 = 12 \text{ u}$$

$$d_B = \frac{6+4}{2} \cdot 3 = 15 \text{ u}$$

$$d_B > d_E$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Conhecer a linguagem própria da física, compreendendo os conceitos e terminologias pertencentes a essa área, além de suas formas de expressão que envolvem, entre outras, tabelas, gráficos e relações matemáticas.

19. D

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{9 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^4} = 6 \cdot 10^{14} \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{6 \cdot 10^{14} \text{ s}}{3 \cdot 10^7 \frac{\text{s}}{\text{ano}}} = 2 \cdot 10^7 \text{ anos}$$

$$\Delta t = 20\,000\,000 \text{ anos}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

20. B

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{(20\,000 + 16\,000) \text{ km}}{95 \cdot 24 \text{ h}} = \frac{36\,000}{2\,280} = 15,79 \text{ .}$$

$$\therefore v_m \cong 16 \text{ km/h}$$

$$v_m = 1,6 \cdot 10^1 \text{ km/h}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Conhecer a linguagem própria da física, compreendendo os conceitos e terminologias pertencentes a essa área, além de suas formas de expressão que envolvem, entre outras, tabelas, gráficos e relações matemáticas.

4 VELOCIDADE ESCALAR RELATIVA

Comentários sobre o módulo

Professor, neste módulo será estudado o conceito de velocidade relativa e o movimento relativo entre dois ou mais móveis que se deslocam com velocidades constantes em relação a um referencial fixo.

Para ir além

Natureza da Ciência numa sequência didática: Aristóteles, Galileu e o movimento relativo.

<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/fisica/artigos/natureza_da_ciencia.pdf>.

Ótimo material sobre o contexto histórico do estudo do movimento relativo.

Para enriquecer ainda mais a aula sobre velocidade relativa, pode-se sugerir os seguintes vídeos.

<<https://www.youtube.com/watch?v5-crD9DTo4Us>>.

<<https://www.youtube.com/watch?v5PnaCH4so6EY>>.

Exercícios propostos

7. A

Como o móvel M está com velocidade de 60 km/h e se deslocará por 30 min (0,5 h), temos:

$$\Delta S_M = v_M \cdot 0,5 = 30 \text{ km} \therefore \Delta S_M = 30 \text{ km}$$

Já que o móvel A se desloca por 30 km e os dois móveis estavam a 50 km de distância, é sinal de que o móvel N se deslocou por $50 - 30 = 20$ km, no mesmo intervalo de tempo. Assim, temos:

$$v_N = \frac{\Delta S_N}{\Delta t} = \frac{20}{0,5} = 40 \quad \therefore \quad v_N = 40 \text{ km/h}$$

8. 11(01 + 02 + 08)

01. Correta, pois em todo movimento uniforme podemos escrever $\Delta S = v \cdot t$.

02. Correta, pois se suas velocidades não são constantes, o movimento é variado e não uniforme.

04. Falso, pois os pinguins migram e não voam.

08. Correto, pois qualquer deslocamento pode ser representado por um vetor.

16. Falso, pois a velocidade relativa é a soma das velocidades, isto é, 150 km/h, pois são deslocamentos com sentidos contrários.

9. a) A escada que sobe percorre um terço de seu comprimento, enquanto a escada que desce percorre dois terços de seu comprimento. Logo, a escada que sobe possui metade da velocidade da escada que desce.

$$v_B = \frac{v_A}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \therefore \quad v_B = 0,5 \text{ m/s}$$

b) $t_d = 12$ s; L = comprimento da escada;
 $v_A = 1$ m/s

$$L = v_A \cdot \Delta t = 1 \cdot 12 = 12 \therefore L = 12 \text{ m}$$

10. C

Velocidade da correnteza: v_c

Velocidade do barco: v_B

Durante a descida: $v_B + v_c = 20$

Durante a subida: $v_B - v_c = 12$

A alternativa cujos valores resolvem as equações é a C.

11. B

Velocidade do avião: v_A

Velocidade do foguete: $v_F = 4v_A$

Velocidade relativa: $v_{rel} = 4v_A - v_A = 3v_A$

Distância relativa = $\Delta S_{rel} = 4$ km

$$\Delta t = \frac{\Delta S_{rel}}{v_{rel}} = \frac{4}{3v_A}$$

Distância percorrida pelo foguete:

$$\Delta S_F = v_F \cdot \Delta t \quad \Delta S_F = 4 \cdot v_A \cdot \frac{4}{3 \cdot v_A} = \frac{16}{3} \cong 5,3 \therefore$$

$$\Delta S_F \cong 5,3 \text{ km}$$

12. B

$$v_{rel} = 100 - 80 = 20 \therefore v_{rel} = 20 \text{ km/h}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta S_{rel}}{v_{rel}} = \frac{10}{20} = 0,5 \quad \therefore \quad \Delta t = 0,5 \text{ h}$$

13. C

Primeiramente, precisamos saber em que momento o comboio chega ao ponto A; para isso, temos:

$$v_c = \frac{\Delta S_c}{\Delta t_c} \quad \Delta t_c = \frac{60}{40} = 1,5 \quad \therefore \quad \Delta t_c = 1,5 \text{ h}$$

Como o comboio parte do ponto B às 8 h, chegará ao ponto A às 9 h e 30 min.

O avião possui velocidade de 400 km/h e percorre 300 km, logo calculamos o tempo de percurso.

$$v_a = \frac{\Delta S_a}{\Delta t_a} \quad \Delta t_a = \frac{300}{400} = 0,75 \text{ h} \quad \therefore \quad \Delta t_a = 45 \text{ min}$$

Para conseguir interceptar o comboio no ponto A, o avião deverá chegar ao ponto juntamente com o comboio, às 9 h e 30 min, logo $9 \text{ h } 30 \text{ min} - 45 \text{ min} = 8 \text{ h } 45 \text{ min}$.

- 14. a)** Como a esteira 1 e a pessoa A possuem deslocamentos no mesmo sentido, em relação ao solo, temos:

$$v_{A/Solo} = v_A + v_{e1} = 1,5 + 1 = 2,5 \therefore v_{A/Solo} = 2,5 \text{ m/s}$$

Logo, o tempo de deslocamento pela esteira de 120 m será:

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v_{A/Solo}} = \frac{120}{2,5} = 48 \quad \therefore \Delta t = 48 \text{ s}$$

- b)** Como a esteira 2 e a pessoa B possuem deslocamentos no mesmo sentido, em relação ao solo, temos:

$$v_{B/Solo} = v_B + v_{e2} = 1,0 + 0,5 = 1,5 \therefore v_{B/Solo} = 1,5 \text{ m/s}$$

E como as pessoas A e B se deslocam em sentidos opostos, temos:

$$v_{A/B} = v_{A/Solo} + v_{B/Solo} = 2,5 + 1,5 = 4,0 \therefore v_{B/Solo} = v_{A/B} = 4,0 \text{ m/s}$$

Já com o valor da velocidade relativa AB, obtemos o tempo de encontro.

$$\Delta t_{\text{encontro}} = \frac{\Delta S}{v_{A/B}} = \frac{120}{4,0} = 30 \quad \therefore \Delta t_{\text{encontro}} = 30 \text{ s}$$

15. B

Primeiramente, calculamos o deslocamento ΔS do motorista apressado em 10 s.

$$\Delta S = v \cdot t = 10 \cdot t$$

O valor da velocidade da viatura v' é obtido pela análise da velocidade relativa entre a viatura e o motorista.

$$v' - v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad v' - v = \frac{10v}{30} = \frac{v}{3} \quad \therefore v' = \frac{4v}{3}$$

16. B

t' = tempo parado

Para o colega A vencer, o seu tempo deve ser menor que o do colega B.

$$\Delta t_A < \Delta t_B$$

O tempo dos colegas será calculado por:

$$\Delta t_A = N \cdot t_A + t_1 = 180N + 300$$

$$\Delta t_B = N \cdot t_B = 200N$$

$$\text{Logo: } 200N > 180N + 300 \rightarrow 200N - 180N > 300 \quad 20N > 300 \therefore N > 15$$

Para que o colega A vença, deve dar um número de voltas inteiras maior que N, logo 16 voltas.

- 17. a)** Analisando a figura, concluímos que, por se tratar do 3° encontro, até que ele ocorra, os corredores percorrerão:

$$\Delta S_A = 30 - 20 = 280 \text{ m e } \Delta S_B = 300 + 20 = 320 \text{ m}$$

Logo:

$$v_A = \frac{\Delta S_A}{\Delta t_3} = \frac{280}{80} = 3,5 \quad \therefore v_A = 3,5 \text{ m/s}$$

$$v_B = \frac{\Delta S_B}{\Delta t_3} = \frac{320}{80} = 4,0 \quad \therefore v_B = 4,0 \text{ m/s}$$

- b)** Os corredores mantêm suas velocidades constantes e se encontram nos tempos 0 e 80 s, logo o segundo encontro ocorre na metade do tempo entre o encontro 1 e 3, de modo que $\Delta t_2 = 40$ s. Assim, temos:

$$\Delta S_A = v_A \cdot \Delta t_2 = 3,5 \cdot 40 = 140 \therefore \Delta S_A = 140 \text{ m}$$

- c)** Encontrando o tempo que B leva para dar 8 voltas, temos:

$$\Delta S_B = 8 \cdot 300 = 2400 \text{ m}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta S_B}{v_B} = \frac{2400}{4} = 600 \quad \therefore \Delta t = 600 \text{ s}$$

Já o corredor A percorrerá neste mesmo intervalo de tempo:

$$\Delta S_A = v_A \cdot \Delta t = 3,5 \cdot 600 = 2100 \therefore \Delta S_A = 2100 \text{ m}$$

Logo, a quantidade de voltas (n) será:

$$n = \frac{\Delta S_A}{L} = \frac{2100}{300} = 7$$

Portanto, o corredor A dará 7 voltas.

Estudo para o Enem

18. D

A componente vertical da trajetória do barco se mantém com velocidade constante, enquanto a componente horizontal vai perdendo intensidade a uma taxa constante ao longo do caminho.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. E

A velocidade escalar da gota em relação à margem $v = 18 \text{ km/h}$

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{6\,500}{18} \cong 360 \text{ h} \quad \therefore \Delta t \cong 360 \text{ h}$$

Como 1 dia = 24 h, temos:

$$\Delta t \cong \frac{360}{24} = 15 \quad \therefore \Delta t \cong 15 \text{ dias}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

20. D

Para contornar o problema, para o som e para o sinal elétrico, o tempo deve ser o mesmo.

$$\Delta t_{\text{sinal}} = \frac{L_{\text{cabo}}}{v_{\text{sinal}}} = \frac{L_{\text{cabo}}}{2,6 \cdot 10^8} \text{ e } \Delta t_{\text{som}} = \frac{\Delta S_{\text{som}}}{v_{\text{som}}} = \frac{680}{340} = 2 \text{ s}$$

Igualando as equações, temos:

$$\frac{L_{\text{cabo}}}{2,6 \cdot 10^8} = 2 \quad L_{\text{cabo}} = 2 \cdot 2,6 \cdot 10^8 = 5,2 \cdot 10^8$$

$$L_{\text{cabo}} = 5,2 \cdot 10^8 \text{ m} = 5,2 \cdot 10^5 \text{ km}$$

$$\therefore L_{\text{cabo}} = 5,2 \cdot 10^5 \text{ km}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

5 MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

Comentários sobre o módulo

Professor, neste módulo será estudado o movimento uniformemente variado, a função horária do espaço, a função horária da velocidade, uma vez que a velocidade é variável no MRUV. Também será visto o cálculo da velocidade média que corresponde à média das velocidades final e inicial no movimento uniformemente variável.

Para ir além

Demonstre em aula movimentos acelerados: um experimento de baixo custo para o Ensino Médio

https://scholar.google.com/scholar?cluster=10183315972955936387&hl=pt-BR&as_sdt=0,5.

Acesso em: jul 2018. Prático artigo sobre atividade experimental.

Simulações de experiências como ferramenta de demonstração virtual em aulas de teorias de física.

<http://www.scielo.br/pdf/rbef/v23n2/v23n2a13>.

Acesso em: jul. 2018. Bom artigo referente ao uso de simuladores nas aulas de física.

Movimento retilíneo uniformemente acelerado: Uma proposta de experimento de baixo custo

<https://itp.ifsp.edu.br/ojs/index.php/IC/article/viewFile/416/625>.

Bom material sobre MRUV. Acesso em: jul. 2018.

Para enriquecer ainda mais a aula, podem-se sugerir os seguintes vídeos sobre movimento retilíneo uniformemente variado.

<https://www.youtube.com/watch?v5Vzt2BBjqcQ>.

<https://www.youtube.com/watch?v=G2Lv2y9Zapo>.

Exercícios propostos

15. A

O móvel tem MRUV, logo:

$$S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 = 40 - 30 \cdot 4 + \frac{10}{2} \cdot 4^2 =$$

$$= 40 - 120 + 80 = 0 \quad \therefore \quad \mathbf{S = 0 \text{ m}}$$

16. A

Aplicando as equações do MUV, obtemos:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{32 - 0}{8 - 0} = 4 \quad \therefore \quad \mathbf{a = 4 \text{ m/s}^2}$$

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2} \rightarrow \Delta S = \frac{v + v_0}{2} \cdot \Delta t = \frac{32 + 0}{2} \cdot 8 = 128$$

$$\therefore \quad \mathbf{\Delta S = 128 \text{ m}}$$

17. $01 + 04 + 08 = 13$

01. Verdadeiro.

$$v = v_0 + at = 23 + 2 \cdot 4 = 31 \quad \therefore \quad \mathbf{v = 31 \text{ m/s}}$$

02. Falso.

$$v = v_0 + at = 23 - 2 \cdot 10 = 3 \quad \therefore \quad \mathbf{v = 3 \text{ m/s}}$$

04. Verdadeiro.

$$S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 = 23 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 =$$

$$= 92 + 16 = 108 \quad \therefore \quad \mathbf{S = 108 \text{ m}}$$

08. Verdadeiro.

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{108}{4} = 27 \quad \therefore \quad \mathbf{v_m = 27 \text{ m/s}}$$

16. Falso. O movimento do carro, quando está sujeito a uma aceleração, é denominado movimento uniforme variado.

18. Distância percorrida durante o tempo de resposta:

Dados: $\mathbf{v = 100 \text{ km/h} = (100/3,6) \text{ m/s}}$;
 $\Delta t = 0,36 \text{ s}$.

$$\Delta S = \frac{100}{3,6} \cdot 0,36 = 10 \quad \therefore \quad \mathbf{\Delta S = 10 \text{ m}}$$

Aceleração média de frenagem:

Dados: $\mathbf{v_0 = 100 \text{ km/h} = (100/3,6) \text{ m/s}}$; $\mathbf{v = 0}$;
 $\Delta t = 5 \text{ s}$.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 100}{5} = -20 \quad \therefore \quad \mathbf{a = -20 \text{ m/s}^2}$$

19. No encontro, X_A corresponde a Y_B

$$x_A = 18 - 3 \cdot t \quad e \quad y_B = 18 + 9 \cdot t - 2t^2$$

$x_A = 0$ e $y_B = 0$, pois se encontrarão na origem do sistema, já que possuem movimentos perpendiculares entre si.

$$18 - 3 \cdot t = 0 \Rightarrow t = \frac{18}{3} = 6$$

$$18 - 9t - 2t^2 = 0 \Rightarrow t' = -1,5 \text{ s e } t'' = 6$$

$$\therefore t = 6,0 \text{ s.}$$

20. A

A partícula possui movimento uniformemente variado (MRUV) e parte do repouso ($v_0 = 0$).

O deslocamento ΔS de uma partícula em movimento uniformemente variado a partir do repouso e a velocidade v são:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta S = \frac{a}{2} \cdot t^2 \\ v = a \cdot t \end{array} \right\} \text{ sendo } a \text{ a aceleração escalar}$$

e t o tempo de movimento.

Fazendo a analogia que sugere o enunciado e aplicando para aos instantes $t = 4 \text{ h}$ e $t = 1 \text{ h}$, temos:

$$\Delta S = \frac{a}{2} \cdot t^2 \rightarrow \Delta N = \frac{a}{2} \cdot t^2 \rightarrow 8 \cdot 10^5 = \frac{a}{2} \cdot (4)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = 1 \cdot 10^5 \text{ bactérias/h}$$

$$N = at \Rightarrow N = 1 \cdot 10^5 \cdot 1 \therefore N = 1 \cdot 10^5 \text{ bactérias/h}$$

21. E

Aplicando as equações horárias das posições de cada móvel, obtemos:

$$S_1 = 0 + 10t - 0,5 \cdot t^2 \text{ e } S_2 = d - 14t + 0,25 \cdot t^2$$

$$S_1 = S_2$$

$$0 + 10t - 0,5 \cdot t^2 = d - 14t + 0,25 \cdot t^2$$

$$3 \cdot t^2 - 96t + 4d = 0$$

Como o encontro ocorre apenas uma vez, trata-se de um choque totalmente inelástico; isto é, a velocidade final das duas partículas é a mesma.

$$v_1 = 10 - t \text{ e } v_2 = -14 + 0,5t \text{ e } v_1 = v_2$$

$$10 - t = -14 + 0,5t \Rightarrow t = \frac{24}{1,5} = 16$$

$$\therefore t = 16 \text{ s}$$

Substituindo o tempo na equação horária dos espaços, temos:

$$3 \cdot 16^2 - 96 \cdot 16 + 4d = 0 \quad \therefore \quad d = 192 \text{ m}$$

22. B

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -5 = \frac{0-10}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2,0 \text{ s}$$

Como o motorista leva 0,5 s para reagir, o móvel irá se deslocar em MRU.

$$\Delta S_1 = v \cdot t = 10 \cdot 0,5 = 5 \quad \therefore \quad \Delta S_1 = 5 \text{ m}$$

Já no segundo momento, leva 2,0 s para parar em MRUV.

$$\Delta S_2 = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \rightarrow \Delta S = 10 \cdot 2 - \frac{5}{2} \cdot 2^2 = 10$$

$$\therefore \Delta S_2 = 10 \text{ m}$$

Assim, calculamos o deslocamento total:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 5 + 10 = 15 \quad \therefore \quad \Delta S = 15 \text{ m}$$

23. a) Em um gráfico $v \times t$, $\Delta S = \text{Área}$

$$A_A = \Delta S_A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{120 \cdot 20}{2} = 1200$$

$$\therefore \Delta S_A = 1200 \text{ m}$$

$$A_B = \Delta S_B = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{120 \cdot 20}{2} = 1200$$

$$\therefore \Delta S_B = 1200 \text{ m}$$

$$v_A = \frac{\Delta S_A}{\Delta t} = \frac{1200}{10} = 10 = v_B$$

$$\therefore v_A = v_B = 10 \text{ m/s}$$

b) Para encontrarmos a distância entre os veículos, é necessário encontrar o espaço que eles ocupam no instante 60 segundos.

Para isso, é necessário encontrar a velocidade dos móveis nesse ponto.

Analisando o veículo A, obtemos:

$$a_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t} = \frac{0-20}{100} = -0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \therefore \quad a_A = -0,2 \text{ m/s}^2$$

Com o valor da aceleração, podemos encontrar a velocidade do veículo A:

$$v_{A60} = v_{A20} + a_{A20} \cdot t$$

$$v_{A60} = 20 + (-0,2) \cdot (60 - 20) \Rightarrow v_{A60} = 12 \text{ m/s}$$

Note que, em comparação ao veículo A, a aceleração do veículo B tem o mesmo módulo e sentido contrário, e a velocidade tem o mesmo módulo. Assim:

$$\Delta S_{A60} = A_{\text{Triângulo}} + A_{\text{Trapézio}}$$

$$\Delta S_{A60} = \frac{20 \cdot 20}{2} + \frac{(20+12) \cdot 20}{2} = 200 + 640$$

$$\therefore \Delta S_A = 840 \text{ m}$$

$$\Delta S_{B60} = A_{\text{Triângulo}} = \frac{60 \cdot 12}{2} = 360 \therefore \Delta S_B = 360 \text{ m}$$

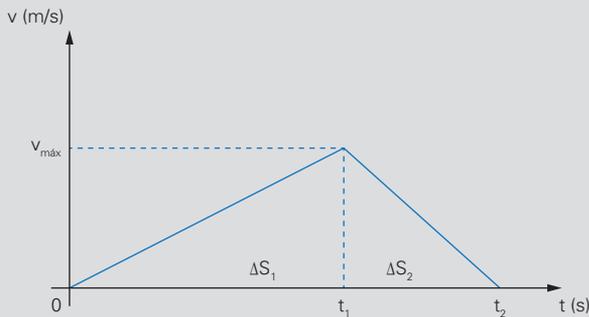
Sendo d a distância entre os veículos no instante 60 segundos, obtemos:

$$d = \Delta S_{A60} - \Delta S_{B60} = 840 - 360 = 480$$

$$\therefore d = 480 \text{ m}$$

24. B

Para a resolução deste exercício, o ideal é fazer o gráfico de $v \times t$, uma vez que a área sob o gráfico representa o deslocamento do automóvel.



Trecho: 1

Partindo do repouso ($v_0 = 0$) e com aceleração de 2 m/s^2 , o carro pode atingir em um tempo t_1 a velocidade $v_{\text{máx}}$.

$$v_{\text{máx}} = a \cdot t = 2 \cdot t_1$$

Trecho: 2

O automóvel parte com a velocidade máxima e atingirá o repouso após um tempo t_2 .

$$v = v_{\text{máx}} - a \cdot t \Rightarrow 0 = v_{\text{máx}} - 3(t_2 - t_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\text{máx}} = 3t_2 - 3t_1$$

Igualando as velocidades, temos:

$$2 \cdot t_1 = 3t_2 - 3t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{3}{5} t_2$$

Calculando ΔS_1 e ΔS_2 através das áreas, temos:

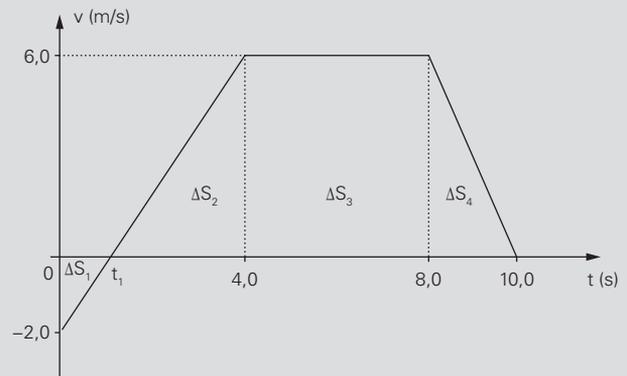
$$\Delta S_1 = \frac{v_{\text{máx}} \cdot t_1}{2} = \frac{2 \cdot t_1 \cdot t_1}{2} = \frac{3}{5} t_2 \cdot \frac{3}{5} t_2 = \frac{9}{25} t_2^2$$

$$\Delta S_2 = \frac{v_{\text{máx}} \cdot (t_2 - t_1)}{2} = \frac{2 \cdot t_1 \cdot (t_2 - \frac{3}{5} t_2)}{2} = \frac{3}{5} t_2 \cdot \frac{2}{5} t_2 = \frac{6}{25} t_2^2$$

$$\Delta S_1 + \Delta S_2 = \Delta S$$

$$\frac{9}{25} t_2^2 + \frac{6}{25} t_2^2 = 375 \Rightarrow t_2^2 = 625 \therefore t_2 = 25 \text{ s}$$

25. A



Primeiramente, deve-se obter o valor de t_1 , com a análise do gráfico.

Entre 0 e 4 s, temos:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6 - (-2)}{4 - 0} = 2 \therefore a = 1 \text{ m/s}^2$$

Com o valor da aceleração, obtemos o valor de t_1 :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow 2 = \frac{0 - (-2)}{t_1 - 0} \therefore t_1 = 1 \text{ s}$$

Agora, deve-se calcular as áreas entre os intervalos $[0, 1]$, $[1, 4]$, $[4, 8]$ e $[8, 10]$.

$$0 \leq t \leq 1 \text{ s: } \Delta S_1 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1 \therefore \Delta S_1 = 1 \text{ m}$$

$$1 \leq t \leq 4 \text{ s: } \Delta S_2 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9 \therefore \Delta S_2 = 9 \text{ m}$$

$$4 \leq t \leq 8 \text{ s: } \Delta S_3 = b \cdot h = 4 \cdot 6 = 24 \therefore \Delta S_3 = 24 \text{ m}$$

$$8 \leq t \leq 10 \text{ s: } \Delta S_4 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 6}{2} = 6 \therefore \Delta S_4 = 6 \text{ m}$$

$$\Delta S_{\text{Total}} = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4$$

$$\Delta S_{\text{Total}} = -1 + 9 + 24 + 6 = 38 \therefore \Delta S_{\text{Total}} = 38 \text{ m}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{38}{10} = 3,8 \quad \therefore \quad \mathbf{v_m = 3,8 \text{ m/s}}$$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-2)}{10} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \therefore \quad \mathbf{a_m = 0,2 \text{ m/s}^2}$$

Estudo para o Enem

26. A

Neste caso, deve-se calcular a aceleração em cada item para poder fazer a comparação entre os valores numéricos encontrados.

$$\text{Em a) } a_a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = g = 10 \quad \therefore \quad \mathbf{a_a = 10 \text{ m/s}^2}$$

$$\text{Em b) } a_b = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{11}{5} = 2,2 \quad \therefore \quad \mathbf{a_b = 2,2 \text{ m/s}^2}$$

$$\text{Em c) } a_c = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16}{4} = 4 \quad \therefore \quad \mathbf{a_c = 4 \text{ m/s}^2}$$

$$\text{Em d) } a_d = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{70}{14} = 5 \quad \therefore \quad \mathbf{a_d = 5 \text{ m/s}^2}$$

$$\text{Em e) } a_e = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{40} = 0,25 \quad \therefore \quad \mathbf{a_e = 0,25 \text{ m/s}^2}$$

$$\mathbf{a_a > a_d > a_c > a_b > a_e}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

27. B

- I. Incorreta. O movimento do corpo no trecho T1 é acelerado.
- II. Correta. No trecho T3, o corpo está em movimento com aceleração diferente de zero, em sentido oposto ao da velocidade, pois o movimento é retardado.
- III. Incorreta. No trecho T2, a velocidade é constante e a aceleração é nula.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

28. A

a. Os gráficos apresentados são de deslocamento por tempo. Como o enunciado nos informa que o automóvel desenvolve velocidade constante de módulo v , no início e no final, teremos a função $d = v \cdot t$ de primeiro grau, ou seja, o gráfico deverá ser uma reta no início e no final, o que é satisfeito por todas as alternativas.

No intervalo Δt , o automóvel aumenta e, em seguida, diminui sua velocidade, ambos uniformemente, o que nos remete à função $\Delta S = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$ de segundo grau, ou seja, o gráfico deverá ser duas parábolas seguidas: a primeira com concavidade para cima, o que representa o aumento da velocidade, e a segunda com a concavidade para baixo, o que representa a diminuição da velocidade, sendo a alternativa [A] a única que satisfaz o enunciado.

b. Falsa. O gráfico apresenta uma reta no intervalo Δt .

c. Falsa. O gráfico apresenta uma reta no intervalo Δt .

d. Falsa. O gráfico apresenta uma reta no intervalo Δt .

e. Falsa. O gráfico apresenta, aparentemente, duas parábolas, porém com as concavidades invertidas.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

6 EQUAÇÃO DE TORRICELLI

Comentários sobre o módulo

Professor, neste módulo será estudada a equação de Torricelli e a classificação dos movimentos dos objetos em acelerados ou retardados.

Para ir além

A equação de Torricelli e o estudo do movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV).

<http://www.scielo.br/pdf/rbef/v32n4/07.pdf>.

Acesso em: jul. 2018. Ótimo artigo sobre as equações de Torricelli.

<http://www.fem.unicamp.br/~em313/paginas/person/torricel.htm>.

Interessante conteúdo sobre Evangelista Torricelli. Acesso em: jul. 2018.

Para enriquecer ainda mais as aulas, podem-se sugerir os vídeos sobre a equação de Torricelli.

<https://www.youtube.com/watch?v=nYmtsEgt1kE>.

<https://www.youtube.com/watch?v=6VAHlcAkAuc>.

Exercícios propostos

7. A

Dados: $v_0 = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$; $a = -5 \text{ m/s}^2$.

Tempo de frenagem

$$v = v_0 + a \cdot t \therefore t = \frac{0 - 30}{-5} = 6 \therefore t = 6,0 \text{ s}$$

Distância de frenagem

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow \Delta S = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a} = \frac{0^2 - 30^2}{2 \cdot (-5)} = \frac{-900}{-10} = 90 \therefore \Delta S = 90 \text{ m}$$

8. D

Dados: $v_0 = 0$; $v = 12 \text{ m/s}$; $\Delta S = 100 \text{ m}$.

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow a = \frac{12^2 - 0^2}{2 \cdot 100} = \frac{144}{200} = 0,72$$

$\therefore a = 0,72 \text{ m/s}^2$

9. $a_{\text{máx}} = 0,09g = 0,09 \cdot (10) = 0,9 \text{ m/s}^2$

$v_0 = 0$

$v = 1080 \text{ km/h} = 300 \text{ m/s}$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a_{\text{máx}} \cdot d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a_{\text{máx}}}$$

$$d = \frac{300^2 - 0}{2 \cdot 0,9} = 50\,000 \text{ m} = 50 \text{ km} \therefore d = 50 \text{ km}$$

10. B

Dados: $v_0 = 396 \text{ km/h} = 110 \text{ m/s}$; $a = -5 \text{ m/s}^2$;
 $\Delta S = 80 + 130 = 210 \text{ m}$; $t = ?$

$$\Delta S = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow 210 = 110t - \frac{5}{2}t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5t^2 - 220t + 420 = 0 \Rightarrow t^2 - 44t + 84 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau, temos:

$$t_1 = 2 \text{ s e } t_2 = 42 \text{ s} \therefore t = 2,0 \text{ s}$$

11. a) Dados: $\Delta S_1 = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$; $v_2 = 7,2 \text{ km/h} = 2 \text{ m/s}$;

$\Delta t_2 = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$

$$\Delta S_2 = v_2 \cdot \Delta t_2 = 2 \cdot 120 = 240 \text{ m}$$

Distância total percorrida ($\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$), multiplicada por 8 (número de voltas)

$$\Delta S = 8 \cdot (\Delta S_1 + \Delta S_2) = 8 \cdot (1000 + 240) = 9\,920 \text{ m}$$

$$\therefore \Delta S = 9\,920 \text{ m}$$

b) Dados: $v_0 = 0$; $v_1 = 10,8 \text{ km/h} = 3 \text{ m/s}$;

$\Delta S_1 = 3 \text{ m}$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta S} = \frac{3^2 - 0^2}{2 \cdot 3} = \frac{9}{6} = 1,5$$

$\therefore a = 1,5 \text{ m/s}^2$

12. E

O carro se desloca em MRU:

$$V_{\text{carro}} = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}; \Delta S_{\text{carro}} = 2,1 \text{ km} = 2\,100 \text{ m}$$

$$\Delta t_{\text{carro}} = \frac{\Delta S_{\text{carro}}}{v_{\text{carro}}} = \frac{2\,100}{20} = 105 \text{ s} \therefore \Delta t_{\text{carro}} = 105 \text{ s}$$

A viatura se move em MRUV em um tempo 5 s menor:

$$\Delta t_{\text{viatura}} = 105 - 5 = 100 \text{ s}$$

Como carro e viatura possuem a mesma velocidade média, temos:

$$\frac{\Delta S_{\text{viatura}}}{\Delta t_{\text{viatura}}} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow v_{\text{viatura}} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 100}{100} = 42$$

$$\therefore v_{\text{viatura}} = 42 \text{ m/s}$$

13. D

Deve-se escrever a função horária do movimento para as duas partículas, A e B, observando que a partícula A possui aceleração positiva de $0,2 \text{ m/s}^2$, e a partícula B possui aceleração negativa de $-0,2 \text{ m/s}^2$. A velocidade inicial de A é igual a 50 m/s e a velocidade inicial de B é -50 m/s .

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

$$S_A = S_{0A} + v_{0A} t + \frac{a_A}{2} t^2 = 50t - 0,1t^2$$

$$S_B = S_{0B} + v_{0B} t + \frac{a_B}{2} t^2 = -50t + 0,1t^2$$

$$S_A = S_B$$

$$50t - 0,1t^2 = -50t + 0,1t^2$$

$$0,20 t^2 - 100 t = 0 \Rightarrow t' = 0 \text{ (já esperado) e } t'' = 500 \text{ s} \therefore t = 500 \text{ s}$$

14. A

Trecho 1: – aceleração nos primeiros 36 m

$$v_0 = 0; v = 12 \text{ m/s}; \Delta S_1 = 36 \text{ m}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta S} = \frac{12^2 - 0^2}{2 \cdot 36} = \frac{144}{72} =$$

$$= 2 \therefore a = 2 \text{ m/s}^2$$

Trecho 2: – corredor com velocidade constante por 3,0 s.

$$v = 12 \text{ m/s}; \Delta t_2 = 3,0 \text{ s}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \Delta S_2 = v \cdot \Delta t_2 = 12 \cdot 3 = 36$$

$$\therefore \Delta S_2 = 36 \text{ m}$$

Trecho 3: – velocidade final

$$\Delta S_3 = 100 - 36 - 36 = 28 \text{ m}$$

$$a = -0,5 \text{ m/s}^2$$

$$v_{03} = 12 \text{ m/s}$$

$$v^2 = v_{03}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S_3 \Rightarrow v^2 = 12^2 + 2 \cdot (-0,5) \cdot 28 = 116 \therefore v = 10,8 \text{ m/s}$$

15. Trecho 1: $v_0 = 0, t_1 = t, \Delta S_1 = 4 \text{ m}, v_1 = ?$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow v_1^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S_1 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2a\Delta S_1}$$

Trecho 2: $v_0 = 0, t_2 = t + 4, \Delta S_2 = 12 + 4 = 16 \text{ m}, v_2 = ?$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow v_2^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S_2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2a\Delta S_2}$$

Como:

$$v_2 = v_1 + a \cdot \Delta t \text{ e } \Delta t = t_2 - t_1 = 4 \text{ s}$$

$$\sqrt{2a\Delta S_2} = \sqrt{2a\Delta S_1} + a \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot \Delta t = \sqrt{2a\Delta S_2} - \sqrt{2a\Delta S_1} = \sqrt{2a} \cdot (\sqrt{\Delta S_2} - \sqrt{\Delta S_1})$$

Substituindo os valores, temos:

$$a^2 \cdot \Delta t^2 = 2 \cdot a \cdot (\sqrt{\Delta S_2} - \sqrt{\Delta S_1}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot 4 = 2 \cdot a \cdot (\sqrt{4} - \sqrt{16})^2 \Rightarrow 16a = 2 \cdot (2 - 4)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{8}{16} = 0,5 \therefore a = 0,5 \text{ m/s}^2$$

16. A

Etapa 1: calcular a aceleração de cada móvel.

$$a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t} = \frac{45 - 30}{10 - 0} = 1,5 \therefore a_1 = 1,5 \text{ m/s}^2$$

$$a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t} = \frac{-30 - (-10)}{10 - 0} = -2,0 \therefore a_2 = -2,0 \text{ m/s}^2$$

$$v_1^2 = v_{01}^2 + 2 \cdot a_1 \cdot \Delta S_1 \Rightarrow 45^2 = 30^2 + 2 \cdot 1,5 \cdot \Delta S_1 \therefore \Delta S_1 = 375 \text{ m}$$

$$v_1^2 = v_{02}^2 + 2 \cdot a_2 \cdot \Delta S_2 \rightarrow (-30)^2 = (-10)^2 + 2 \cdot (-2,0) \cdot \Delta S_2 \therefore \Delta S_2 = -200 \text{ m}$$

Como os objetos se encontram no tempo $t = 10 \text{ s}$, inicialmente estavam a uma distância:

$$\Delta S_{\text{inicial}} = \Delta S_1 - \Delta S_2 = 375 - (-200) = 575$$

$$\therefore \Delta S_{\text{inicial}} = 575 \text{ m}$$

17. D

Dados:

Previsão de tempo de 10 min = 600 s

Velocidade de 72 km/h = 20 m/s

$$\Delta S = v \cdot \Delta t = 20 \cdot 600 = 12000 \text{ m}$$

$$\therefore \Delta S_{\text{Previsto}} = 12000 \text{ m}$$

Devido a um imprevisto no meio do caminho, o automóvel foi obrigado a reduzir sua velocidade. Logo, ele havia percorrido 6000 m em 300 s. Faltando-lhe ainda os outros 6000 m e o tempo de 300 s.

Como o motorista foi obrigado a reduzir a velocidade, passou a ter MRUV.

$$V_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}; v = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}; \Delta t_1 = 20 \text{ s.}$$

$$v = v_0 + a \cdot \Delta t \Rightarrow a = \frac{10 - 20}{20} = -0,5$$

$$\therefore a = -0,5 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow \Delta S = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a} = \frac{10^2 - 20^2}{2 \cdot (-0,5)} = 300$$

$$\therefore \Delta S = 300 \text{ m}$$

Deslocando-se com velocidade constante, até restar 1 min (60 s) para alcançar o tempo total previsto, temos:

$$\Delta t_{\text{previsto}} = 600 \text{ s}$$

$$\Delta t_{\text{(até restar 1min)}} = 600 - 60 = 540 \text{ s}$$

$$\Delta t_{\text{percorrido}} = 300 + 20 = 320 \text{ s}$$

$$\Delta t_2 = \text{tempo que o veículo permanece a } 10 \text{ m/s}$$

$$\Delta S_2 = \text{espaço que o veículo percorre a } 10 \text{ m/s}$$

$$\Delta t_2 = 540 - 320 = 220 \text{ s}$$

$$\Delta S_2 = v \cdot \Delta t_2 = 10 \cdot 220 = 2200 \text{ m}$$

$$\therefore \Delta S_2 = 2200 \text{ m}$$

Na última etapa, o veículo é acelerado uniformemente (MRUV)

$$V_0 = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

$$V = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$$

$$\Delta t_3 = 22 \text{ s}$$

$$\Delta S_3 = ?$$

$$v = v_0 + a \cdot \Delta t \Rightarrow a = \frac{30 - 10}{22} \cong 0,91$$

$$\therefore a \cong 0,91 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow \Delta S = \frac{30^2 - 10^2}{2 \cdot 0,91} \cong 440$$

$$\therefore \Delta S_3 = 440 \text{ m}$$

Agora é possível calcular o espaço total percorrido até aqui e o tempo gasto.

$$\Delta S_{\text{percorrido}} = 6000 + \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 =$$

$$= 6000 + 300 + 2200 + 440 \cong 8940 \text{ m}$$

$$\Delta S_4 = 12000 - 8940 \cong 3060 \text{ m}$$

Como $v = 30 \text{ m/s}$, nesta última fase, temos:

$$\Delta t_4 = \frac{\Delta S_4}{v} \cong \frac{3060}{30} \cong 102 \text{ s} \therefore \Delta t_4 \cong 102 \text{ s}$$

E, dessa forma, é possível calcular o tempo de atraso:

$$\Delta t_{\text{total}} = 300 + 20 + 220 + 22 + 102$$

$$\therefore \Delta t_{\text{total}} \cong 664 \text{ s}$$

$$\Delta t_{\text{atraso}} = \Delta t_{\text{total}} - \Delta t_{\text{previsto}} = 664 - 600 = 64$$

$$\Delta t_{\text{atraso}} \cong 64 \text{ s}$$

Estudo para o Enem

18. B

$$v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta S}$$

$$a_1 = \frac{0^2 - 20^2}{2 \cdot 400} = -0,5 \text{ m/s}^2$$

$$a_2 = \frac{0^2 - 20^2}{2 \cdot 250} = -0,8 \text{ m/s}^2$$

$$|a_2 - a_1| = |-0,8 - (-0,5)| = |-0,8 + 0,5| = |-0,3| = 0,3$$

$$\therefore |a_2 - a_1| = 0,3 \text{ m/s}^2$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

19. E

Primeiramente, calculamos a distância que o *motorista atento* irá percorrer:

$$\text{Acelerando: } v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta S_1 = \frac{14^2 - 0^2}{2 \cdot 1} = 98 \therefore \Delta S_1 = 98 \text{ m}$$

$$\text{Freando: } v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta S_2 = \frac{0^2 - 14^2}{2 \cdot (-5)} = 19,6 \therefore \Delta S_2 = 19,6 \text{ m}$$

Distância total percorrida:

$$\Delta S_{\text{Atento}} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 98 + 19,6 = 117,6 \text{ m}$$

$$\therefore \Delta S_{\text{Atento}} = 117,6 \text{ m}$$

Agora calculamos a distância que o *motorista desatento* irá percorrer:

Seu tempo de percurso será 1,0 s maior, logo $t = 15 \text{ s}$.

$$v' = v_0 + a \cdot t = 0 + 1 \cdot 15 = 15 \text{ m/s}$$

$$\text{Acelerando: } v'^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta S_1 = \frac{15^2 - 0^2}{2 \cdot 1} = 112,5 \therefore \Delta S_1 = 112,5 \text{ m}$$

$$\text{Freando: } v'^2 = v_0^2 + 2 \cdot a' \cdot \Delta S_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta S_2 = \frac{0^2 - 15^2}{2 \cdot (-5)} = 22,5 \therefore \Delta S_2 = 22,5 \text{ m}$$

Distância total percorrida:

$$\Delta S_{\text{Desatento}} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 112,5 + 22,5 = 135$$

$$\therefore \Delta S_{\text{Desatento}} = 135,0 \text{ m}$$

Por fim, calculamos a diferença entre as distâncias percorridas.

$$d = \Delta S_{\text{Desatento}} - \Delta S_{\text{Atento}}$$

$$d = 135,0 - 117,6 = 17,4 \therefore d = 17,4 \text{ m}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.

20.E

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S = 30^2 + 2 \cdot (-5) \cdot 50 = 400 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{20 \text{ m}}{\text{s}} = 72 \text{ km/h}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.

7 DIAGRAMA HORÁRIO DA VELOCIDADE

Comentários sobre o módulo

Professor, neste módulo será estudado o diagrama horário da velocidade e o cálculo da aceleração de um móvel através da análise gráfica de $v \times t$.

Para ir além

O que são gráficos de posição versus o tempo?

<https://pt.khanacademy.org/science/physics/one-dimensional-motion/displacement-velocity-time/a/position-vs-time-graphs>.

Acesso em: jul. 2018. Interessante material sobre diagramas de movimento.

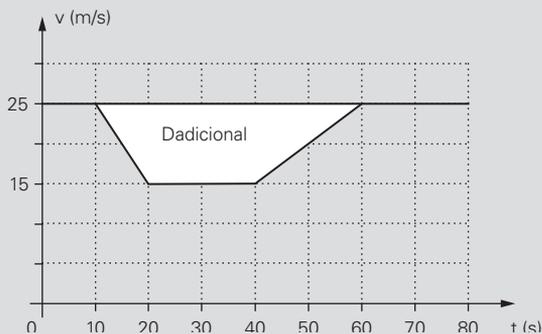
Para enriquecer ainda mais a aula, podem-se sugerir os seguintes vídeos sobre diagramas horários de movimento.

<https://pt.khanacademy.org/math/calculus-home/taking-derivatives-calc/derivative-as-tangent-slope-calc/v/derivative-as-slope-of-tangent-line>.

<https://www.youtube.com/watch?v5qFWnLJc7Az4>.

Exercícios propostos

7. Neste caso, a distância adicional que seria percorrida corresponde à área descrita no gráfico a seguir.



$$D_{\text{adicional}} = \frac{B+b}{2} \cdot h \Rightarrow D_{\text{adicional}} =$$

$$\frac{(60-10)+(40-20)}{2} \cdot (25-15)$$

$$D_{\text{adicional}} = \frac{50+20}{2} \cdot 10 = 350 \quad \therefore D_{\text{adicional}} = 350 \text{ m}$$

8. D

Como as acelerações (escalares) são constantes e positivas, os gráficos das velocidades são trechos de reta ascendentes. Sendo $a_A > a_B$, o segmento referente à velocidade do móvel A tem maior declividade, começando num ponto abaixo do de B, pois $v_A < v_B$.

9. B

No trecho I, há o aumento linear do módulo da velocidade escalar; logo, o movimento é uniformemente variado e acelerado.

No trecho II, o módulo da velocidade escalar é constante e diferente de zero, de modo que o movimento é uniforme.

No trecho III, há a diminuição linear do módulo da velocidade escalar; logo, o movimento é uniformemente variado e retardado.

10. A

Da análise do gráfico, observamos que entre 40 e 50 s o carro possui velocidade positiva, porém o seu módulo está diminuindo com o tempo; sendo assim, o carro está desacelerando (movimento retardado).

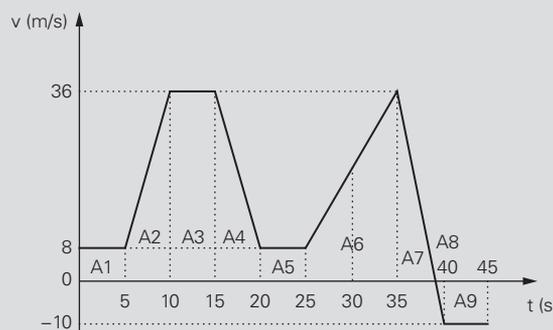
11. A

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - v_0}{4} = -\frac{v_0}{4} \quad \text{e} \quad \Delta S = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$40 = v_0 \cdot 4 + \frac{\left(-\frac{v_0}{4}\right)}{2} \cdot 4^2 \Rightarrow$$

$$40 = 4v_0 - 2v_0 = 2v_0 \quad \therefore v_0 = 20 \text{ m/s} = 72 \text{ km/h}$$

12. A distância total percorrida será numericamente igual à soma das áreas. Neste caso, vamos dividir a figura em nove partes e calcular a área de cada uma delas.



$$A_1 = 8 \cdot (5 - 0) = 40$$

$$A_2 = \frac{36+8}{2} \cdot (10 - 5) = 110$$

$$A_3 = 36 \cdot (15 - 10) = 180$$

$$A_4 = \frac{36+8}{2} \cdot (20 - 15) = 110$$

$$A_5 = 8 \cdot (25 - 20) = 40$$

$$A_6 = \frac{36+8}{2} \cdot (35 - 25) = 220$$

Para o cálculo da sétima área, deve-se calcular o instante em que o móvel possui velocidade nula:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10 - 36}{40 - 35} = -\frac{46}{5} = -29,2 \text{ m/s}^2$$

$$v = v_0 + at$$

$$0 = 36 - 9,2 \cdot t \quad \therefore t = 3,9 \text{ s}$$

Portanto, o móvel terá a sua velocidade nula no tempo $t' = 35 + 3,9 = 38,9$ s e, assim, podemos calcular a sétima área.

$$A_7 = \frac{36 \cdot (38,9 - 35)}{2} = 70,2$$

$$A_8 = \frac{-10 \cdot (40 - 38,9)}{2} = -25,5$$

$$A_9 = -210 \cdot (45 - 40) = -250$$

Com todas as áreas calculadas, encontramos a posição ao final de 45 s.

$$\Delta S_{\text{Total}} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9$$

$$\Delta S_{\text{Total}} = 40 + 110 + 180 + 110 + 40 + 220 + 70,2 - 25,5 - 250 = 714,7$$

$\therefore \mathbf{S = 714,7 \text{ m (posição aproximada do veículo)}}$

13. D

a. INCORRETA. No MRUV, a velocidade varia linearmente com o tempo.

b. INCORRETA. Observamos que o móvel possui variação de velocidade e no MRU a velocidade é constante.

c. INCORRETA. Para retornar à origem, o carro deveria inverter o sentido do seu movimento em algum momento e isso não ocorre segundo o gráfico.

d. CORRETA. O módulo da velocidade do carro se reduz nesse intervalo

e. INCORRETA. Inverte o sentido de sua aceleração e não da velocidade.

14. E

O item 1 está incorreto, pois o gráfico mostra uma situação pontual, não sendo possível prever o tipo de movimento entre os intervalos descritos.

15.

$$\Delta S_A = A_A = \frac{B+b}{2} \cdot h \Rightarrow \Delta S_A = \frac{5+3}{2} \cdot 2 = 8$$

$$\therefore \Delta S_A = 8 \text{ m}$$

$$\Delta S_B = A_B = \frac{B+b}{2} \cdot h + b' \cdot h' \Rightarrow \Delta S_B =$$

$$= \frac{4+1}{2} \cdot 2 + (5-2) \cdot 1 = 8 \quad \therefore \Delta S_B = 8 \text{ m}$$

Aceleração do carro A:

Dados: $v_0 = 0$; $v = 2 \text{ m/s}$; $\Delta t = 2 \text{ s}$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2-0}{2} = 1 \quad \therefore \mathbf{a = 1 \text{ m/s}^2}$$

16. A

Carro: A (Análise nos primeiros 15 s de movimento)

$$\Delta x_A = \frac{15+10}{2} \cdot 10 = 125 \quad \therefore \Delta x_A = 125 \text{ m}$$

Cálculo do instante em que a distância entre os carros é igual a 332 m.

$$\Delta x_A - \Delta x_B = 332 + 3 = 335 \text{ m}$$

Cálculo de Δx_A até o instante t :

$$\Delta x_A = \frac{10 \cdot 5}{2} + [10 \cdot (t - 5)] = 25 + 10t - 50 =$$

$$10t - 25$$

Cálculo de Δx_B até o instante t :

$$\Delta x_B = \frac{-10 \cdot 8}{2} + [-10 \cdot (t - 8)] = -40 - 10t + 80 =$$

$$= -10t + 40$$

Agrupando os resultados, temos:

$$\Delta x_A - \Delta x_B = 335 \text{ m}$$

$$10t - 25 - (-10t + 40) = 335 \Rightarrow 20t - 65 = 335 \quad \therefore t = 20 \text{ s}$$

17. A

A distância de 200 m percorrida pelo *kart* corresponde à área sob a curva até o eixo x. Assim, para calcular o valor da velocidade, devemos calcular as áreas 1, 2 e 3 e fazer a soma algébrica delas.

$$A_1 = \frac{12 \cdot 12,5}{2} = 75$$

$$A_2 = (16 - 12) \cdot 12,5 = 50$$

$$A_3 = \frac{(v+12,5)}{2} \cdot (20 - 16) = \frac{v+12,5}{2} \cdot 4 = 2v + 25$$

$$\Delta S_{\text{Total}} = A_1 + A_2 + A_3$$

$$200 = 75 + 50 + 2v + 25 \Rightarrow 2v = 200 - 150 = 50$$

$$\therefore v = 25 \text{ m/s} = 90 \text{ km/h}$$

Estudo para o Enem

18. D

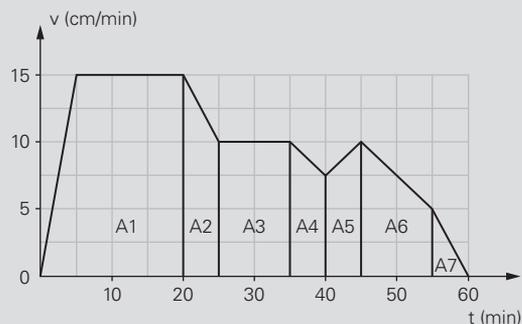
No primeiro instante do movimento, o carro possui movimento uniforme e sua velocidade permanece constante enquanto o motorista está reagindo ao que está acontecendo. A partir do momento em que o motorista aciona os freios, o carro passa a se deslocar com MRUV; neste caso, a velocidade varia com a distância, conforme a equação: $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot a \cdot \Delta S}$. Logo, o gráfico representa um arco de parábola com concavidade para baixo.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. B

A distância total percorrida será numericamente igual à soma das áreas. Neste caso, vamos dividir a figura em sete partes e calcular a área de cada uma delas.



$$A_1 = \frac{20+15}{2} \cdot 15 = 262,5$$

$$A_2 = \frac{15+10}{2} \cdot 5 = 62,5$$

$$A_3 = 10 \cdot 10 = 100$$

$$A_4 = \frac{10+7,5}{2} \cdot 5 = 43,75$$

$$A_5 = \frac{10+7,5}{2} \cdot 5 = 43,75$$

$$A_6 = \frac{10+5}{2} \cdot 10 = 75$$

$$A_7 = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12,5$$

Com todas as áreas calculadas, encontramos o deslocamento total do jipe-robô.

$$\Delta S_{\text{Total}} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7$$

$$\Delta S_{\text{Total}} = 262,5 + 62,5 + 100 + 43,75 + 43,75 + 75 + 12,5 = 600 \text{ cm}$$

$$\therefore \Delta S_{\text{Total}} = 6,0 \text{ m}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. A

a. CORRETA: O ponto material aumenta o módulo da sua velocidade linearmente entre 0 s e 2 s; logo, o movimento é MRUV acelerado.

b. INCORRETA: O ponto material só está em repouso no início do movimento.

c. INCORRETA: Nos intervalos analisados, o móvel varia a sua velocidade.

d. INCORRETA: Nos intervalos analisados, o móvel possui MRU, pois sua velocidade é constante.

e. INCORRETA: O móvel varia sua velocidade em dois intervalos de tempo distintos, entre 0 s e 2 s e entre 10 e 12 s.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

8 DIAGRAMA HORÁRIO DO ESPAÇO E DA ACELERAÇÃO

Comentários sobre o módulo

Professor, neste módulo serão estudadas as acelerações e velocidades de corpos por meio dos diagramas horários do espaço no movimento uniformemente variado e as velocidades dos móveis através do diagrama horário da aceleração.

Para ir além

O que são gráficos de aceleração versus tempo?

<https://pt.khanacademy.org/science/physics/one-dimensional-motion/acceleration-tutorial/a/what-are-acceleration-vs-time-graphs>.

Acesso em: jul. 2018. Ótimo material aprofundando o assunto sobre aceleração.

Movimento retilíneo uniformemente variado

<http://efisica.if.usp.br/mecanica/basico/mruv/intro/>.

Bom material sobre diagramas horários. Acesso em: jul. 2018.

Para enriquecer ainda mais a aula, podem-se sugerir os seguintes vídeos sobre diagramas horários do espaço e aceleração.

<https://www.youtube.com/watch?v5a58avls4efU>.

https://www.youtube.com/watch?v57Oy_hKJuNDI.

Exercícios propostos

7. A

O móvel descreve movimento uniformemente variado no primeiro instante e observamos que a parábola possui concavidade para cima; logo, o móvel ganha velocidade linearmente. Na segunda etapa, o móvel para, de modo que sua velocidade é nula. Já quanto à aceleração, é positiva na primeira etapa e nula no trecho final.

8. D

Como o movimento é uniformemente acelerado, porém retrógrado, concluímos que a velocidade e a aceleração possuem o mesmo sinal; como o movimento é retrógrado, a velocidade é negativa e, por ser acelerado, a aceleração também é negativa, sendo que o gráfico E é o único que contempla essa situação.

9. O carro B possui MRU: $\Delta S_B = v_0 \cdot t$

O carro P possui MRUV: $\Delta S_P = \frac{v_0}{2} \cdot t^2 = \frac{v_0}{2t_2} \cdot t^2$

Como os carros ocupam o mesmo espaço, temos:

$$\Delta S_P = \Delta S_B$$

$$\frac{v_0}{2t_2} \cdot t^2 = v_0 \cdot t \Rightarrow t = 2 \cdot t_2$$

E o dobro de t_2 corresponde ao instante de tempo t_4 .

$$\therefore t = t_4$$

10. $01 + 02 + 04 + 08 = 15$.

01. Correta: A velocidade não varia com o tempo, tratando-se de uma função constante; assim, o gráfico é uma reta paralela ao eixo dos tempos.

02. Correta: A função horária da posição em função do tempo para o movimento uniforme é $S = S_0 + vt$. Tratando-se de uma função do 1º grau, o gráfico é uma reta cujo coeficiente angular é v .

04. Correta: A função horária do espaço percorrido em função do tempo para o movimento uniforme é $\Delta S = vt$. Tratando-se de uma função do 1º grau, o gráfico é uma reta.

08. Correta: No gráfico $v \times t$, a "área" entre a linha do gráfico e o eixo dos tempos dá o espaço percorrido.

16. Incorreta: No movimento uniformemente variado, a função horária da velocidade é $v = v_0 + at$. Como é uma função do 1º grau, o gráfico da velocidade em função do tempo é uma reta.

11. D

$$a = 3\text{m/s}^2 \text{ (constante); } v_2 = 2\text{m/s}$$

$$v_2 = v_0 + a \cdot t_2$$

$$v_0 = -4 \text{ m/s}^2$$

$$v_8 = v_0 + a \cdot t_8 = -4 + 3 \cdot 8 = 20 \text{ m/s}$$

$$v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{20 + 2}{2}$$

$$v_m = 11 \text{ m/s}$$

12. E

No gráfico do espaço em função do tempo, a parábola possui concavidade para cima; logo, possui aceleração negativa, enquanto a declividade da curva é cada vez menos inclinada, representando um movimento retardado, com velocidade inicial diferente de zero.

13. A

No trecho do gráfico da posição em função do tempo, em que a curva é um segmento de reta

inclinada, o movimento é uniforme e a velocidade escalar é constante e não nula. O sinal da velocidade escalar é dado pela declividade da reta no gráfico do espaço em função do tempo, sendo positiva para função crescente e negativa para função decrescente.

No trecho do gráfico da posição em função do tempo em que a curva é um segmento de reta horizontal, trata-se de repouso, e a velocidade é nula.

No trecho do gráfico da posição em função do tempo em que a curva é um arco de parábola, o movimento é uniformemente variado, e a velocidade varia linearmente com o tempo.

Com esses argumentos, analisemos os três gráficos da posição.

Gráfico 1: Até o 1º intervalo, a curva é um segmento de reta decrescente, sendo a velocidade constante e negativa. No 2º intervalo, a curva é um arco de parábola de declividade decrescente que se liga a um segmento de reta horizontal, indicando que o módulo da velocidade decresce até anular-se, levando-nos ao gráfico (c).

Gráfico 2: Até o 1º intervalo, a curva é um segmento de parábola crescente, cuja declividade diminui até ligar-se a um segmento de reta, também crescente, no 2º intervalo, indicando que a velocidade é sempre positiva, decrescente no 1º intervalo e constante no 2º intervalo, levando-nos ao gráfico (D).

Gráfico 3: Até o 1º intervalo, a curva é um segmento de reta crescente, sendo a velocidade constante e positiva. No 2º intervalo, a curva é um arco de parábola crescente, cuja declividade diminui até o vértice, indicando que a velocidade decresce até anular-se. A partir daí, a função torna-se decrescente, e a declividade aumenta, indicando que a velocidade se torna negativa, cujo módulo aumenta. Essas conclusões nos levam ao gráfico (b).

$$14. a_I = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{40-0}{4-0} = 10 \therefore a_I = 10 \text{ m/s}^2$$

$$a_{II} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{40-40}{6-4} = 0 \therefore a_{II} = 0$$

$$a_{III} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-40}{14-6} = -5 \therefore a_{III} = -5 \text{ m/s}^2$$

15. A

Como se trata do gráfico de $S \times t$, primeiramente escrevemos as funções horárias dos espaços.

$$S_A = S_0 + v \cdot t \Rightarrow S_A = 500 + 8 \cdot t$$

$$S_B = S_{0B} + v_{0B} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$S_B = 0 + 45 \cdot t - \frac{1,5}{2} \cdot t^2 \Rightarrow S_B = 45 \cdot t - 0,75 \cdot t^2$$

Pelas equações, notamos que o móvel A descreve uma função afim e o móvel B uma função do 2º grau.

Agora, vamos verificar em que momento os dois móveis irão se encontrar fazendo $S_A = S_B$

$$500 + 8 \cdot t = 45 \cdot t - 0,75 \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -0,75t^2 + 37t - 500 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (37)^2 - 4 \cdot (-0,75) \cdot (-500) = -131$$

$$\therefore \Delta = -131$$

Como $\Delta < 0$, significa que a equação do 2º grau não possui raízes; logo, os dois móveis não irão se encontrar. Apenas no item a o que foi descrito acima foi contemplado.

16. D

Analisando o gráfico da velocidade, obtemos a aceleração e a função horária do espaço para o móvel nos intervalos I ($0 \text{ s} \leq t \leq 2 \text{ s}$), II ($2 \text{ s} \leq t \leq 3 \text{ s}$), III ($3 \text{ s} \leq t \leq 4 \text{ s}$) e IV ($4 \text{ s} \leq t \leq 5 \text{ s}$).

I. (MRUV)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{V - (-V)}{2 - 0} = V \therefore a = V \text{ m/s}^2$$

$$S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 = -Vt + \frac{V}{2}t^2$$

E com o estudo da função, temos:

$$\text{(Raízes)} -Vt + \frac{V}{2}t^2 = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ s e } t' = 2 \text{ s}$$

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-V)}{2 \cdot \frac{V}{2}} = 1 \therefore x_v = 1 \text{ s}$$

$$y_v = -Vt + \frac{V}{2}t^2 = -V(1) + \frac{V}{2}(1)^2 = -\frac{V}{2}$$

$$\therefore y_v = -0,5V$$

II. (MRU)

$$S = S_0 + vt \Rightarrow S = Vt \text{ (função linear crescente)}$$

III. (MUV)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - V}{4 - 3} = -V \therefore a = -V \text{ m/s}^2$$

$$S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 = V + Vt - \frac{V}{2}t^2$$

Como $a < 0$, será uma parábola de concavidade para baixo.

IV. (Parado) Com o cálculo da área sob a curva, obtemos a posição final do móvel.

$$\Delta S = A = -\frac{V \cdot 1}{2} + \frac{(4 - 1 + 3 - 2)}{2} \cdot V = 1,5V$$

$$\therefore \Delta S = 1,5V$$

17. Como temos um gráfico de $v \times t$, a área sob a curva representa o deslocamento do móvel que possui até t_1 MRU e entre t_1 e t_2 , MRUV.

No trecho \overline{AB} , temos:

$$\Delta S_{AB} = v_0 \cdot t_1$$

No trecho \overline{BC} , temos:

$$\Delta S_{BC} = \frac{v_0 \cdot (t_2 - t_1)}{2}$$

Logo, a razão $\Delta S_{AB}/\Delta S_{BC}$, será:

$$\frac{\Delta S_{BC}}{\Delta S_{AB}} = \frac{\frac{v_0 \cdot (t_2 - t_1)}{2}}{v_0 \cdot t_1} = \frac{t_2 - t_1}{2 \cdot t_1} \therefore \frac{\Delta S_{BC}}{\Delta S_{AB}} = \frac{t_2 - t_1}{2 \cdot t_1}$$

Estudo para o Enem

18. C

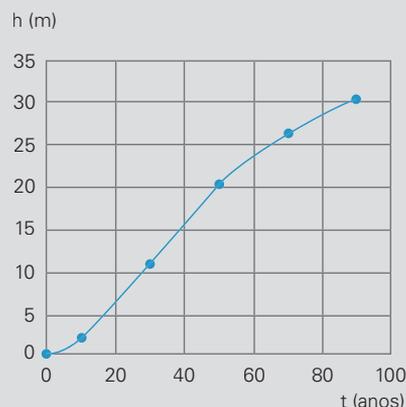
No primeiro trecho do percurso, a locomotiva possui movimento acelerado ($a > 0$); logo, no gráfico $S \times t$, terá concavidade para cima. No segundo trecho, a locomotiva terá velocidade constante ($a = 0$); logo, no gráfico $S \times t$, haverá uma reta crescente. No último trecho, a locomotiva perderá velocidade ($a < 0$). Logo, no gráfico $S \times t$, terá uma parábola com concavidade para baixo. Por fim, a locomotiva irá parar, de modo que, no gráfico $S \times t$, não há deslocamento com o tempo.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. A

Construindo o gráfico:



Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. B

Etapa 1: movimento acelerado e progressivo (correr para pegar o ônibus).

Etapa 2: repouso (esperar no ponto).

Etapa 3: movimento regressivo (volta para casa).

Etapa 4: movimento progressivo uniforme (deslocamento do táxi).

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

9 MOVIMENTOS VERTICAIS

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, daremos os primeiros passos para o estudo da mecânica, iniciando-o com a cinemática.

Para ir além

Em 2012, o austríaco Felix Baumgartner realizou uma façanha inédita e quebrou três recordes mundiais **ao pular de uma cápsula a uma altura de 39 045 metros**. Além de ter sido o primeiro homem a **superar a velocidade do som em queda livre** e a **realizar um salto partindo da estratosfera**, atingindo uma velocidade de 1 342,8 km/h, ele também esteve no **voou de balão mais alto do mundo**.

O professor pode sugerir a leitura, discussão e interpretação física de todos os fatores discutidos nos textos dos *links* abaixo.

<<https://super.abril.com.br/comportamento/o-homem-que-caiu-do-ceu/>>

<<https://super.abril.com.br/blog/superblog/austríaco-quebra-recordes-ao-saltar-da-estratosfera/>>

Exercícios propostos

7. A

Por se tratar de queda livre, a massa de 500 g não influencia no resultado.

$$v^2 = v_0^2 + 2gh \rightarrow v^2 = 0 + 2 \cdot 10 \cdot 5 = 100 \therefore$$

$$\therefore v = 10 \text{ m/s}$$

8. B

Um corpo em queda livre desenvolve MRUV, logo o espaço em função do tempo é uma parábola com concavidade para cima, pois o objeto aumenta o módulo da sua velocidade com o tempo, pois possui aceleração positiva.

9. $v = 60 \text{ km/h} \cong 16,67 \text{ m/s}$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow g = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot h} = \frac{16,67^2 - 0^2}{2 \cdot 20}$$

$$\cong 6,94 \therefore g \cong 7 \text{ m/s}^2$$

10. A

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20} = \sqrt{400} = 20 \therefore v = 20 \text{ m/s}$$

11. $g = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \cdot 12}{2^2} = 6 \therefore g = 6 \text{ m/s}^2$

12. Apesar de se tratar de um lançamento horizontal, para o cálculo do tempo de queda do objeto, a velocidade horizontal de deslocamento do balão (6 m/s) não influenciará no resultado. Assim, temos:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{10}} = \sqrt{16} = 4 \therefore t = 4 \text{ s}$$

13. E

Os passageiros estão em queda livre, portanto, com a aceleração igual à da gravidade.

14. E

Para a resolução desse exercício, podemos lembrar das Proporções de Galileu, em que Galileu afirma que no MUV, para tempos iguais ($\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3 = \Delta t_4$) os objetos terão suas distâncias percorridas iguais a $d, 3d, 5d, 7d, 9d, \dots, (2n - 1)d$.

Assim, temos:

$$t_0 \text{ a } t_1 = \Delta t_1 \rightarrow d$$

$$t_1 \text{ a } t_2 = \Delta t_2 \rightarrow 3d$$

$$t_2 \text{ a } t_3 = \Delta t_3 \rightarrow 5d = 6,25 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \frac{6,25}{5} = 1,25 \therefore d = 1,25 \text{ m}$$

$$t_3 \text{ a } t_4 = \Delta t_4 \rightarrow 7d$$

$$h = d + 3d + 5d + 7d \Rightarrow h = 16d \Rightarrow h = 16 \cdot (1,25) = 20 \therefore h = 20 \text{ m}$$

15. D

Objeto 1:

$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \Rightarrow H = 5 \cdot t^2$$

Objeto 2:

Para o segundo objeto, temos $h = H - 120$:

$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - 2)^2 \Rightarrow H - 120 = 5 \cdot (t - 2)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = 120 + 5 \cdot (t - 2)^2$$

Igualando as equações dos objetos 1 e 2, temos:

$$5 \cdot t^2 = 120 + 5 \cdot (t - 2)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5t^2 = 120 + 5t^2 - 20t + 20 \Rightarrow t = 7 \text{ s}$$

Substituindo $t = 7 \text{ s}$ para o objeto 1, obtemos:

$$H = 5 \cdot t^2 = 5 \cdot 7^2 = 245 \therefore H = 245 \text{ m}$$

16. a) Para o cálculo do tempo total devemos considerar o tempo de queda com o paraquedas fechado (t_1), adicionado ao tempo de queda com o paraquedas aberto (t_2)

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{10}} = \sqrt{16} = 4,0 \therefore t_1 = 4,0 \text{ s}$$

Com o paraquedas fechado, calculamos a velocidade que o paraquedista atinge.

$$v = g \cdot t_1 = 10 \cdot 4 = 40 \therefore v = 40 \text{ m/s}$$

Após o paraquedas ser aberto, o objeto passou a ter movimento retardado com $a = -4 \text{ m/s}^2$ e chega ao solo com velocidade $v' = 2 \text{ m/s}$ e, com isso, calculamos o segundo tempo (t_2).

$$v' = v - a \cdot t_2$$

$$2 = 40 - 4 \cdot t_2 \Rightarrow 4 \cdot t_2 = 38 \therefore t_2 = 9,5 \text{ s}$$

Logo, conseguimos calcular o tempo de queda.

$$t = t_1 + t_2 = 4 + 9,5 = 13,5 \therefore t = 13,5 \text{ s}$$

b) A distância total percorrida será: $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$. Como $\Delta S_1 = 80 \text{ m}$, calculamos ΔS_2 .

$$v'^2 = v^2 + 2 \cdot (-4) \cdot \Delta S_2$$

$$2^2 = 40^2 - 8 \cdot \Delta S_2 \therefore \Delta S_2 = 199,5 \text{ m}$$

$$\text{Logo: } \Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 80 + 199,5 = 279,5 \therefore \Delta S = 279,5 \text{ m}$$

17. E

$$\text{Corpo 1: } v_1^2 = v_{0_1}^2 + 2 \cdot g \cdot h_1$$

$$\text{Corpo 2: } v_2^2 = v_{0_2}^2 + 2 \cdot g \cdot h_2$$

$$v_{0_1} = v_{0_2} = 0 \text{ e } v_2 = 2 \cdot v_1$$

$$v_1^2 = 2 \cdot g \cdot h_1 \quad (\text{I})$$

$$v_2^2 = 2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow (2 \cdot v_1)^2 = 2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot v_1^2 = 2 \cdot g \cdot h_2 \quad (\text{II})$$

$$\frac{(\text{I})}{(\text{II})} \Rightarrow \frac{v_1^2}{4 \cdot v_1^2} = \frac{2 \cdot g \cdot h_1}{2 \cdot g \cdot h_2} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{h_1}{h_2}$$

$$h_2 = 4 \cdot h_1$$

Estudo para o Enem

18. A

Em um mesmo local, no vácuo, independentemente da massa, todos os corpos caem com a mesma aceleração, que é a aceleração da gravidade.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.

19. D

O peso da régua é constante ($P = mg$). Desprezando a resistência do ar, trata-se de uma queda livre, que é um movimento uniformemente acelerado, com aceleração de módulo $a = g$.

A distância percorrida na queda (h) varia com o tempo conforme a expressão:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

Dessa expressão, conclui-se que a distância percorrida é diretamente proporcional ao quadrado do tempo de queda, por isso ela aumenta mais rapidamente que o tempo de reação.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científicotecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.

20. A

O experimento é realizado da mesma altura h .

$$t_x = \frac{t_t}{2} \Rightarrow t_t = 2 \cdot t_x$$

$$H = \frac{1}{2} g_x \cdot t_x^2 \text{ e } H =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot g_t \cdot t_t^2 = \frac{1}{2} \cdot g_t \cdot (2 \cdot t_x)^2 = 2 \cdot g_t \cdot t_x^2$$

Igualando as equações, temos:

$$\frac{1}{2} g_x \cdot t_x^2 = 2 \cdot g_t \cdot t_x^2 \Rightarrow g_x = 4 \cdot g_t$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas e/ou efeitos dos movimentos das partículas, substâncias ou corpos celestes.

10 MOVIMENTOS VERTICAIS

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, será estudado o movimento vertical de um corpo, concluindo que se trata de um movimento uniformemente variado.

Para ir além

O professor pode sugerir aos alunos a discussão e interpretação física do lançamento vertical, por meio da leitura do artigo a seguir.

Estudo do lançamento vertical: uma proposta de ensino por meio de um objeto de aprendizagem. In: Cad. Bras. Ens. Fís., v. 29, n. Especial 1: p. 543-561, out. 2012.

<<https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2012v29nesp2p543/22935>>.

Acesso em: jul. 2018.

Estudo do lançamento vertical: uma proposta de ensino por meio de um objeto de aprendizagem.

<<file:///C:/Users/Luiz/Downloads/22995-86219-1-PB.pdf>>.

Acesso em: jul. 2018.

Exercícios propostos

7. C

A pedra em lançamento vertical possui MRUV e, nesse caso, como o sentido positivo do eixo vertical aponta para cima, a pedra terá aceleração constante e negativa, pois a aceleração que sobe é a aceleração da gravidade.

8. Analisando a mesma horizontal, o tempo de subida e descida dá um total de 4s (0,5 s + 3,5 s); logo o tempo de subida do objeto é de 2 s, e o tempo de descida também é de 2 s. Portanto, apesar de se tratar de lançamento vertical, pode-se aplicar as equações de queda livre.

$$v = g \cdot t = 10 \cdot 2 = 20 \therefore v = 20 \text{ m/s}$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 = 20 \therefore h = 20 \text{ m}$$

9. A

É importante notar que, segundo o texto, o pêndulo oscila em um plano vertical, logo, ao ser abandonado, a massa atingirá um ponto de altura máxima, sua velocidade irá se anular e passará a descer verticalmente.

10. C

1. Incorreto. A aceleração atua durante todo o movimento e seu valor é o da aceleração da gravidade. Se no ponto mais alto a aceleração fosse nula, o corpo permaneceria em repouso nesse ponto.

2. Incorreto. A ida e a volta ocorre na mesma trajetória, portanto, o deslocamento total é nulo. Já a distância percorrida é igual a 2H.

3. Correto. Sendo os deslocamentos iguais na subida e na descida e os módulos das acelerações de subida e descida, iguais, os tempos serão os mesmos.

11. B

Quando a bola é lançada verticalmente para cima, ao passar novamente pelo ponto de lançamento, ela terá velocidade de mesmo módulo, igual ao módulo da velocidade de lançamento do primeiro experimento. Assim, nos dois experimentos, a bola atingirá o solo com a mesma velocidade.

12. B

Como os corpos estão em queda livre, não há resistência do ar atuando neles. Assim, o movimento das esferas é descrito por $v_0 = \frac{\Delta S}{t} - \frac{g \cdot t}{2}$, sendo ΔS igual à altura em que as esferas são abandonadas ou lançadas.

Como as esferas de chumbo e vidro (v_1) e de vidro (v_3) chegam ao solo ao mesmo tempo, é sinal que possuíam velocidades iniciais de mesmo valor. Já a esfera de alumínio, por ter sido a primeira a atingir o solo, só pode ter iniciado o movimento com maior velocidade. Logo, $v_1 = v_3 < v_2$

13. 10 (02 + 08)

01 – Incorreta. Quando a bola atinge a altura máxima em um lançamento vertical, sua velocidade é nula.

02 – Correta.

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{0 - 25}{-10} = 2,5 \therefore \Delta t = 2,5 \text{ s}$$

04 – Incorreta. Após alcançar a altura máxima, a bola demora o mesmo tempo para descer. Logo, irá demorar 2,5 segundos.

08 – Correta. Como a resistência do ar é desprezada, a afirmação está correta.

14. a) Após atingir 100 m, a velocidade torna-se constante e igual a 20 m/s. A velocidade y de 0 a 2 s é constante, logo $y = v_0 = 20 \text{ m/s}$.

O conjunto de instrumentos desprende-se após 2 s a uma altura h.

$$h = h_0 + v \cdot t = 100 + 20 \cdot 2 = 140 \therefore h = 140 \text{ m}$$

b) Para o cálculo da altura máxima ($H_{\text{máx}}$), observe no gráfico que a velocidade se anula em $t = 4 \text{ s}$. Calculando a área sob a linha do gráfico de 2 s a 4 s, obtemos a altura percorrida durante a subida livre.

$$H_{\text{máx}} = 100 + 20 \cdot 2 + \frac{20 \cdot (4 - 2)}{2}$$

$$H_{\text{máx}} = 100 + 40 + 20 = 160$$

$$\therefore H_{\text{máx}} = 160 \text{ m}$$

$$t_q = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 160}{10}}$$

$$t_q = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} = 5,6 \therefore t_q = 5,6 \text{ s}$$

Assim, o tempo total será: $4 + 5,6 = 9,6$

$$\therefore t = 9,6 \text{ s}$$

Já a aceleração fica:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{4 - 2} = -10$$

$$\therefore a = -10 \text{ m/s}^2$$

- 15.** Como o corpo é lançado verticalmente, as funções do movimento serão:

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 \text{ e } v = v_0 - g \cdot t$$

Comparando a função dada no enunciado com a função horária do espaço para o MRUV, temos:

$$h(t) = At^2 + Bt + C$$

$$\text{Logo } A = -\frac{g}{2} \Rightarrow g = -2A$$

$$B = v_0$$

$$C = h_0$$

Já a função horária da velocidade ficará:

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

$$v(t) = B - (-2A) \cdot t$$

$$v(t) = B + 2At$$

Para $t = 4 \text{ s}$, o corpo atinge sua altura máxima ($h = 9 \text{ m}$), logo sua velocidade é nula ($v = 0$), assim temos:

$$0 = B + 2A \cdot 4 \therefore B = -8A$$

$$9 = C + B \cdot 4 - \frac{2A}{2} \cdot 4^2$$

$$9 = C + (-8A) \cdot 4 - 16A$$

$$-16A + C = 9 \text{ (Eq. I)}$$

No instante $t = 10 \text{ s}$, o corpo chega ao solo

($h = 0$); assim, temos:

$$0 = C - (8A \cdot 10) + (A \cdot 10^2)$$

$$0 = C - 80A + 100A$$

$$20A + C = 0$$

$$A = -\frac{C}{20} \text{ (Eq. II)}$$

Substituindo a Eq. II na Eq. I, temos:

$$-16 \cdot \left(-\frac{C}{20}\right) + C = 9$$

$$16C + 20C = 180$$

$$C = \frac{180}{36} = 5 \therefore C = 5 \text{ m}$$

Como C corresponde ao termo independente da equação, significa que o objeto partiu dessa altura. Logo, a altura de lançamento foi de 5 m.

16. A

Trecho I:

O foguete sobe por 10 s com aceleração de 5 m/s^2 .

Dados: $h_0 = 0 \text{ m}$, $t_1 = 10 \text{ s}$, $a_1 = 5 \text{ m/s}^2$, $v_{01} = 0$

$$h_1 = h_{01} + v_{01} \cdot t + \frac{1}{2} a_1 t_1^2$$

$$h_1 = 0 + 0 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^2 = 250$$

$$\therefore h_1 = 250 \text{ m}$$

$$v = v_0 + a_1 t_1 \Rightarrow v = 0 + 5 \cdot 10$$

$$\therefore v = 50 \text{ m/s}$$

Trecho II:

Após o primeiro trecho, o foguete continua subindo, porém desacelerando até atingir a altura máxima.

Dados: $v_2 = 0$;

$$v = v_{02} = 50 \text{ m/s};$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = h_2 - 250;$$

$$a_2 = g = -10 \text{ m/s}^2$$

$$v_2^2 = v_{02}^2 + 2a_2 \cdot \Delta h$$

$$0^2 = 50^2 + 2 \cdot (-10) \cdot (h_2 - 250)$$

$$\therefore h_2 = 375 \text{ m}$$

E o tempo de subida, após os 10 s, será:

$$v_2 = v_{02} + a_2 t_2$$

$$0 = 50 - 10 \cdot t_2$$

$$\therefore t_2 = 5 \text{ s}$$

Ao atingir a máxima altura, o foguete irá descer com a aceleração da gravidade:

$$t_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 375}{10}} = \sqrt{75} = 8,66 \therefore t \approx 8,7 \text{ s}$$

Logo, o tempo total será:

$$t_T = t_1 + t_2 + t_3 \approx 10 + 5 + 8,7 \approx 23,7$$

$$\therefore t_T \approx 23,7 \text{ s}$$

17. E

Situação I:

$$H_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

Situação II:

A velocidade de lançamento foi reduzida de um quinto, logo:

$$v_{0_2} = v_0 - \frac{v_0}{5} = \frac{4 \cdot v_0}{5}$$

$$\therefore v_{0_2} = \frac{4 \cdot v_0}{5}$$

Logo, a nova altura $H'_{\text{máx}}$ será:

$$H'_{\text{máx}} = \frac{v_{0_2}^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(\frac{4 \cdot v_0}{5}\right)^2}{2 \cdot g} = \frac{16 \cdot v_0^2}{2 \cdot 25 \cdot g}$$

$$\therefore H'_{\text{máx}} = \frac{16 \cdot v_0^2}{50 \cdot g}$$

Comparando as duas alturas, obtemos:

$$\frac{H'_{\text{máx}}}{H_{\text{máx}}} = \frac{\frac{16 \cdot v_0^2}{50 \cdot g}}{\frac{v_0^2}{2 \cdot g}} = \frac{32}{50} = 0,64$$

$$\therefore H'_{\text{máx}} = 64\% \text{ de } H_{\text{máx}}$$

Estudos para o Enem

18. A

No lançamento vertical, o móvel descreve movimento uniformemente variado, sendo descrito por uma função do 2º grau; logo o gráfico $S \cdot t$ corresponde a uma parábola.

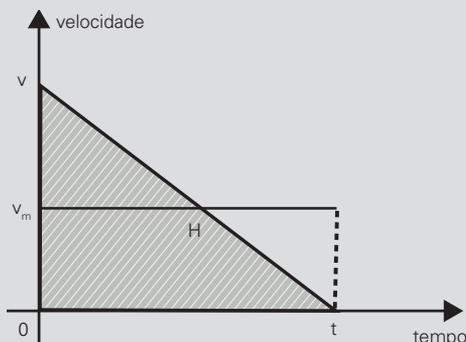
Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

19. E

Por se tratar de um lançamento vertical, despreza-se a resistência do ar e a aceleração do Super-homem será: $a = -g$.

A velocidade do herói se reduz linearmente com o tempo, pois trata-se de um MRUV com aceleração negativa. Assim, temos:



A área sob a curva representa a variação do espaço percorrido, no caso, a altura H atingida pelo Super-homem.

$$\Delta S = H = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{v \cdot t}{2}$$

$$\therefore H = \frac{v \cdot t}{2}$$

Já

$$v_m = \frac{v + v_0}{2}$$

$$v_m = \frac{v}{2}$$

$$H = v_m \cdot t$$

Analisando a função horária da velocidade na subida, temos:

$$v' = v - g \cdot t$$

$$0 = v_0 - g \cdot t$$

$$\therefore t = \frac{v}{g}$$

Substituindo t em H , obtemos:

$$H = v_m \cdot t = v_m \cdot \frac{v}{g}$$

$$\therefore H = v_m \cdot \frac{v}{g}$$

Logo, a altura máxima atingida é proporcional à sua velocidade média multiplicada pelo tempo que ele permanece no ar, e esse tempo dependerá da sua velocidade inicial.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

20. C

Queda do anzol:

$$t = 2 \text{ s}$$

Movimento da lancha:

O intervalo de tempo de queda do anzol é o mesmo intervalo de tempo de deslocamento da lancha e o movimento desta é uniforme.

A competência e a habilidade continuam as mesmas.

11 VETORES

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, serão estudadas as grandezas escalares e vetoriais. Serão vistos os vetores e suas características e serão trabalhadas a adição e a subtração de vetores.

Para ir além

Interessante material sobre vetores apresentado nesse curso de introdução aos vetores no *site*:

<https://pt.khanacademy.org/computing/computer-programming/programming-natural-simulations/programming-vectors/a/intro-to-vectors>

Acesso em: jul. 2018.

Para enriquecer ainda mais a aula, pode-se sugerir aos alunos os seguintes vídeos sobre vetores.

<https://www.youtube.com/watch?v598sMzk4rzR0>.

<https://www.youtube.com/watch?v5RRgBdqBl6lg>.

Exercícios Propostos

7. B

Utilizando a lei dos cossenos, temos:

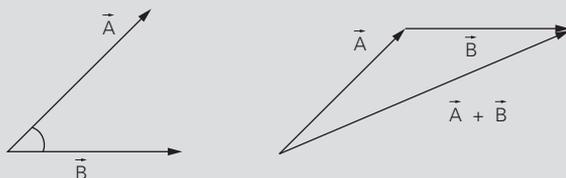
$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \theta$$

$$R^2 = 9^2 + 15^2 + 2 \cdot 9 \cdot 15 \cdot \cos 120^\circ$$

$$R^2 = 81 + 225 + 270 \cdot (-0,5)$$

$$R^2 = 171 \Rightarrow R = \sqrt{171} = 3\sqrt{19} \therefore R = 3\sqrt{19} \text{ N}$$

8. Observe a figura a seguir:



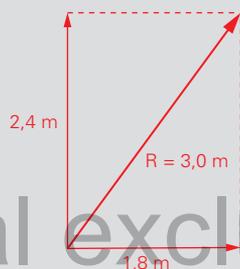
$$|A + B| = R$$

$$R^2 = 8^2 + 8^2 + 2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ$$

$$R^2 = 64 + 64 + 128 \cdot (0,5)$$

$$R^2 = 3 \cdot 64 \Rightarrow R = \sqrt{3 \cdot 64} = 8\sqrt{3} \therefore R = 8\sqrt{3} \text{ m}$$

9. D



$$R = \sqrt{1,8^2 + 2,4^2} = \sqrt{3,24 + 5,76} = \sqrt{9} = 3$$

$$\therefore R = 3,0 \text{ km}$$

Quando os vetores são ortogonais entre si, o vetor resultante corresponde ao valor dado pelo problema; logo o ângulo procurado é o de 90° .

10. E

Sim. O robô pode seguir o caminho de A a F passando sucessivamente pelos seguintes pontos: AFCBACDEF.

O deslocamento do robô será o seguimento AF.

11. Utilizando a malha quadriculada a seguir com cada quadradinho correspondendo a uma unidade (1 km) de lado, podemos representar cada deslocamento efetuado pela pessoa.

Sendo R a distância em que a pessoa se encontra do ponto onde iniciou o trajeto, temos:



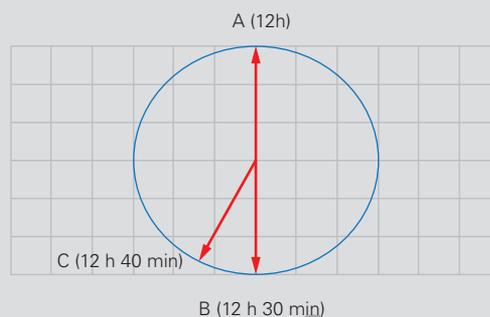
$$R = \sqrt{(-6)^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \text{ km} \therefore R = 2\sqrt{13} \text{ km}$$

12. D

Nesta soma vetorial, os vetores A (12h) e B (12h 30min) vão se cancelar, restando apenas o vetor C (12h 40min).

Assim, o módulo da soma vetorial $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ será o módulo do vetor \vec{C} .

$$|\vec{C}| = 10 \text{ cm}$$



13. A

Aplicando a regra do polígono, obtemos:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{d} = \vec{c} \Rightarrow \vec{d} = \vec{c} - \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow \vec{d} = \vec{c} - (\vec{a} + \vec{b})$$

14. D

$$F_x = F_4 - F_2 = 4 - 2 = 2 \text{ N}$$

$$F_y = F_3 - F_1 = 3 - 1 = 2 \text{ N}$$

15. C

O módulo do vetor resultante da soma $\vec{a} + \vec{b}$ é dado por:

$$R^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$R = \sqrt{(A \cdot v)^2 + (B \cdot v)^2} = \sqrt{A^2 \cdot v^2 + B^2 \cdot v^2}$$

$$\therefore R = (A^2 \cdot v^2 + B^2 \cdot v^2)^{\frac{1}{2}}$$

16. 09 (01 + 08)



01) Correto. $d^2 = 600^2 + 600^2 = 2 \cdot 600^2$

$$d = 1,4 \cdot 600 = 840 \text{ km}$$

02) Incorreto. $d = 600 + 600 = 1\,200 \text{ km}$

04) Incorreto. O vetor deslocamento terá o mesmo módulo e a mesma direção, porém, o sentido será contrário.

08) Correto. Os deslocamentos de Foz do Iguaçu a Santa Marina e a Curitiba são de módulos iguais (600 km).

16) Incorreto. Será de 840 km.

17. C



$$d^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

$$d = 13 \text{ m}$$

Estudos para o Enem

18. C

Trata-se de uma questão de vetores. Para resolvê-la, basta utilizar a regra do polígono, que diz que

o vetor soma de n vetores consecutivos é dado pela união entre o início do primeiro vetor com o final do último.

Assim, pela figura, o módulo do vetor soma é 2 cm.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. B

Em 1 hora: $d_1 = 16 \text{ km}$ e $d_2 = 6 \text{ km}$

$$\alpha = 105^\circ - 45^\circ = 60^\circ$$

A distância será a diferença entre os vetores.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. B

Adotando que o deslocamento terá sentido negativo quando o foguete tiver deslocamento para trás em relação a algum eixo e deslocamento positivo quando o foguete tiver deslocamento para frente em algum eixo, a posição atingida pelo foguete será dada pela soma das coordenadas de cada ponto.

$$(6 + 2, 6 - 3, 7 + 11) = (8, 3, 18)$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

12 VETORES II

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, serão estudadas a decomposição de um vetor nos eixos x e y e a multiplicação de um escalar por um vetor.

Para ir além

Abrangente material sobre vetores.

<http://www.mat.ufmg.br/~rodney/notas_de_aula/vetores.pdf>. Acesso em: jul. 2018.

A tese *O estudo de vetores e suas aplicações na física* é um excelente material sobre as aplicações dos vetores.

<http://sinop.unemat.br/site/download/tcc/tccs_do_curso_de_matematica/o_estudo_dos_vetores_e_suas_aplicacoes_na_fisica_jocenir_aureliano_de_azevedo.pdf>. Acesso em: jul. 2018.

Para enriquecer ainda mais a aula, podem-se sugerir aos alunos os seguintes vídeos sobre vetores.

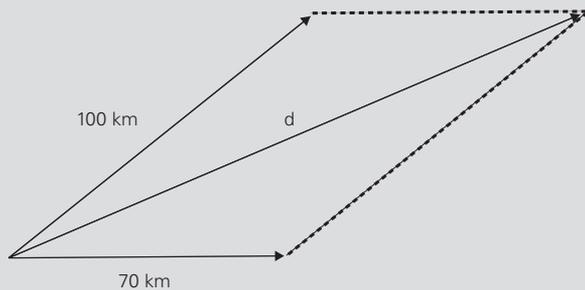
<https://www.youtube.com/watch?v=ZSRQF71_mHQ>.

<<https://www.youtube.com/watch?v=eBV3boR7Ji8>>.

Exercícios propostos

7. C

O ângulo entre os vetores será de 45° , logo $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7$



$$d = \sqrt{100^2 + 70^2 + 2 \cdot 100 \cdot 70 \cdot \cos 45^\circ} =$$

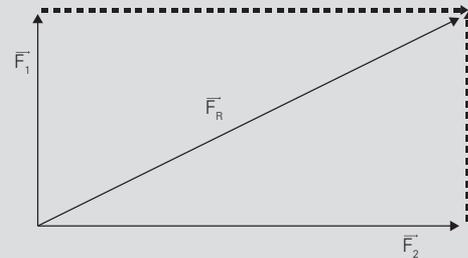
$$= \sqrt{10\,000 + 4\,900 + 14\,000 \cdot 0,7}$$

$$d = \sqrt{24\,700} \therefore d \approx 154 \text{ km}$$

8. C

A força de arrasto possui a mesma direção que o deslocamento da esfera, porém o sinal de negativo (-) indica que essa força possui sentido contrário ao da velocidade. Como a esfera no ponto mais baixo possui velocidade horizontal e de máxima intensidade, a força de arrasto também terá direção horizontal, porém de sentido contrário e máximo módulo.

9.



$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{36 + 144} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$$\therefore F_R = 6\sqrt{5} \text{ N}$$

10. D

$$\vec{v} = (1, 1) - (4, 5) = (-3, -4).$$

Portanto, segue

$$|\vec{v}| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$$

11. D

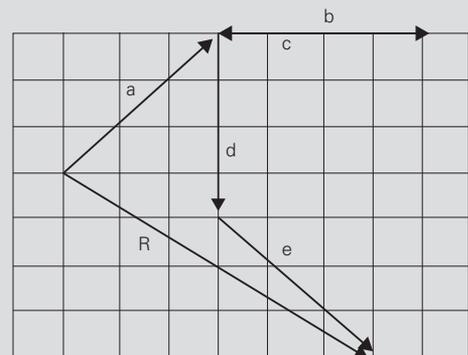
No movimento curvilíneo e uniforme, a aceleração coincide com a componente centrípeta. Seu módulo é constante e sua direção variável.

12. B

No MCU a direção do vetor velocidade varia com o tempo e a aceleração é não nula.

13. E

Utilizando o método da poligonal, temos:



$$R = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} \therefore R = \sqrt{52}$$

14. C

Resolução

$$\Delta S = \pi R = 30 \text{ m} \quad V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{30}{10} = 3,0 \text{ m/s}$$

$$|\Delta r| = 2R = 20 \text{ m} \quad |V_m| = \frac{\Delta r}{\Delta t} = 2,0 \text{ m/s}$$

15.

Deve-se calcular a variação da velocidade do móvel em cada eixo, x, y e z.

$$\Delta \vec{v}_x = 4,0\mathbf{i} - 1,0\mathbf{i} = 3,0\mathbf{i}$$

$$\Delta \vec{v}_y = -2,0\mathbf{j} - (-2,0)\mathbf{j} = 0$$

$$\Delta \vec{v}_z = 1,0\mathbf{k} - 5,0\mathbf{k} = -4,0\mathbf{k}$$

Logo:

$$\Delta \vec{v} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{k} \Rightarrow \Delta v = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore \Delta v = 5 \text{ e } \Delta t = 2 \text{ s}$$

E, assim, podemos calcular o módulo da aceleração média.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad a = \frac{5}{2} = 2,5 \quad \therefore a = 2,5 \text{ m/s}^2$$

16. A

Calculamos o módulo de A, sendo:

$$A_x = 4\mathbf{i} \text{ e } A_y = 3\mathbf{j} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \quad \therefore A = 5$$

Calculando o ângulo entre o vetor A e eixo vertical, obtemos:

$$\cos \alpha = \frac{A_y}{A} = \frac{3}{5} \text{ e } \sin \alpha = \frac{A_x}{A} = \frac{4}{5}$$

Agora, calculamos o módulo de B, sendo.

$$B_x = -1\mathbf{i} \text{ e } B_y = 1\mathbf{j} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2} \quad \therefore B = \sqrt{2}$$

Calculando o ângulo entre o vetor B e o eixo vertical, obtemos:

$$\cos \beta = \frac{B_y}{B} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ e } \sin \beta = \frac{B_x}{B} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

O ângulo entre os dois vetores será $\theta = \alpha + \beta$ e, aplicando as identidades trigonométricas, obtemos:

$$\cos \theta = \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos \theta = \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{10} - \frac{4\sqrt{2}}{10} = -\frac{\sqrt{2}}{10}$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{10}$$

17. B

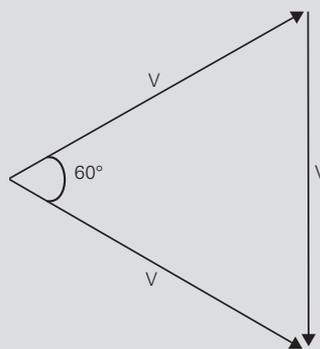
No MCU existe a componente centrípeta da aceleração, portanto, o movimento possui aceleração e a direção do vetor velocidade varia com o tempo.

Estudos para o Enem

18. A

Como os vetores velocidades possuem o mesmo módulo e formam um ângulo de 60° entre si, a diferença vetorial entre os dois vetores gera um

triângulo equilátero. Logo, a velocidade da aeronave A em relação à B tem módulo dado por V.



Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. C

$$\text{Na horizontal: } d_1 = 220 + 150 = 370 \text{ m}$$

$$\text{Na rua oblíqua: } d_2^2 = (270 - 150)^2 + 160^2 = 14400 + 25600 = 40000$$

$$d_2 = 200 \text{ m}$$

$$d = d_1 + d_2 = 370 + 200 = 570 \text{ m}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. D

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{5^2}{0,5} = \frac{25}{0,5}$$

$$a_c = 50 \text{ m/s}^2$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

13 COMPOSIÇÃO DOS MOVIMENTOS

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, revisamos o estudo dos movimentos na física clássica e seus componentes. Relembrem-se as definições de deslocamento total; deslocamento relativo e deslocamento de arrastamento, bem como as grandezas físicas a serem trabalhadas.

Para ir além

Dissertação de Mestrado sobre “Conceitos de simultaneidade, da antiguidade à relatividade: um módulo de ensino contextualizado”

<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/171719/342638.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Acesso em: jul. 2018.

Lançamento de projéteis

<https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/23542/1/Lancamento%20de%20Projeteis.pdf>.

Acesso em: jul. 2018.

Experimentos virtuais de mecânica

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/velocidadeRelativaTrem/index.html>.

Acesso em: jul. 2018.

Exercícios propostos

21. Com a ajuda do vento, o atleta terá um tempo 0,1 s menor no seu percurso.

$$\Delta t = 10,0 - 0,1 = 9,9 \text{ s}$$

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{100}{9,9} = 10,1 \therefore v \approx 10,1 \text{ m/s}$$

22. C

O pacote descreve movimento uniformemente variado e, por ser abandonado, possui a mesma velocidade horizontal do helicóptero. Como as forças resistivas são desprezadas, o pacote possui velocidade constante no eixo horizontal e, como o helicóptero o acompanha, significa que sua velocidade é constante. Tendo velocidade constante, sua aceleração é nula.

23. D

A câmara tem a mesma velocidade do trem. Então, para um referencial fixo no trem, ela descreve trajetória retilínea vertical; para um referencial fixo no solo, trata-se de um lançamento horizontal, e a câmara descreve um arco de parábola. O tempo de queda é o mesmo para qualquer um dos dois referenciais

24. 31 (01 + 02 + 04 + 08 + 16)

01. Correta. Por ser um movimento sem atrito, a velocidade horizontal da roda será a mesma do avião.

02. Correta. Para um observador no solo, lateralmente ao avião, ele observa um arco de parábola. Somente não consegue enxergar a parábola se o observador estiver alinhado com o trajeto do avião, vendo, nesse caso, uma trajetória retilínea.

04. Correta. Como não há resistência do ar, o tempo de queda da roda depende somente da altura da qual foi abandonada: $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$.

08. Correta. O alcance é diretamente proporcional à velocidade horizontal e à raiz quadrada da altura de lançamento: $x = v_x \cdot t = v_x \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$.

16. Correta. O componente vertical da velocidade surge em razão da aceleração da gravidade: $v_y = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

25. A

$$v_{\text{água}} = 0,83 \text{ m/s} \approx 3 \text{ km/h}$$

Durante a subida:

$$v_{\text{rel}} = v_{\text{barco}} - v_{\text{água}}$$

$$v_{\text{rel}} = 11 - 3 = 8 \quad \therefore v_{\text{rel}} = 8 \text{ km/h}$$

Durante a descida:

$$v'_{\text{rel}} = v_{\text{barco}} + v_{\text{água}}$$

$$v'_{\text{rel}} = 11 + 3 = 14 \quad \therefore v'_{\text{rel}} = 14 \text{ km/h}$$

26. $v_A = ?$ (velocidade de deslocamento da esteira em relação a um referencial fixo no solo).

$$v_T = 5 \text{ m/s}$$

$$v_R = 2 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_T = \vec{v}_R + \vec{v}_A$$

Como só há movimento na horizontal, temos:

$$v_T = v_R + v_A \Rightarrow 5 = 2 + v_A \Rightarrow v_A = 3 \text{ m/s}$$

27. A

As bombas abandonadas e o avião bombardeiro possuem a mesma velocidade constante e horizontal e

descrevem para um observador fixo ao avião a trajetória descrita na figura. Porém, para um observador fixo no solo, cada bomba ocupará um espaço inicial diferente e descreverá um movimento composto, com velocidade constante no eixo x e variável no eixo y, descrevendo diferentes parábolas, já que são abandonadas em instantes diferentes.

28.

$$a) \Delta S = 120 \text{ m}, v = v_a + v_{e1} = 1,5 + 1 = 2,5 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{120}{2,5}$$

$$\Delta t = 48 \text{ s}$$

$$b) \Delta S = 120 \text{ m}, v = v_A + v_{e1} + v_B + v_{e2} =$$

$$= 1,5 + 1 + 0,5 + 1 = 4 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{120}{4}$$

$$\Delta t = 30 \text{ s}$$

29. 25 (01 + 08 + 16)

01. Correta.

$$\Delta t = \frac{300 + 400}{0,875} = 800 \quad \therefore \Delta t = 800 \text{ s}$$

Já o deslocamento vetorial de Tiago será:

$$d = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500 \text{ m e, assim, obtemos a velocidade média.}$$

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{500}{800} = 0,625 \quad \therefore v_m = 0,625 \text{ m/s}$$

02. Incorreta.

O deslocamento de João usando Pitágoras será:

$$d = \sqrt{600^2 + 800^2} = 1000 \text{ m, e como sua velocidade média é de } 1,25 \text{ m/s, obtemos o tempo de deslocamento.}$$

$$\Delta t = \frac{d}{v_m} = \frac{1000}{1,25} = 800 \quad \therefore \Delta t = 800 \text{ s}$$

Logo, realizam os percursos no mesmo tempo.

04. Incorreta.

Tiago teve um deslocamento de 500 m, calculado no item 01.

08. Correta.

A velocidade escalar média é dada pela distância percorrida no tempo gasto, então:

$$v_m = \frac{\text{distância}}{\text{tempo}} = \frac{800 + 600}{800} = \frac{1400}{800} = 1,75$$

$$\therefore v_m = 1,75 \text{ m/s}$$

16. Correta.

Como João e Tiago se deslocam em sentidos

opostos, vimos que Tiago se desloca por 500 m para nordeste e João se desloca por 1 000 m para sudoeste. Portanto, fazendo a soma (500 + 1 000), obtemos a distância de 1 500 m.

32. Incorreta.

Os dois possuem sentidos opostos. Assim, a velocidade relativa entre eles será dada pela soma dos módulos de suas velocidades:

$$v_{rel} = 1,25 + 0,625 = 1,875 \quad \therefore v_{rel} = 1,875 \text{ m/s}$$

30. A

Há duas faixas de automóveis e uma faixa de ônibus.

$$\text{Comprimento do ônibus: } L_o = 12 \text{ m}$$

$$\text{Comprimento do automóvel: } L_A = 3 \text{ m}$$

$$\text{Velocidade do ônibus: } v_o = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

$$\text{Tempo de deslocamento: } \Delta t = 30 \text{ s}$$

$$\text{Deslocamento do ônibus: } d_o$$

$$d_o = v_o \cdot \Delta t = 10 \cdot 30 = 300 \text{ m} \quad \therefore d_o = 300 \text{ m}$$

Como desconsideramos o espaço entre os veículos, devemos calcular a quantidade de automóveis (Q_A) e ônibus (Q_o) que ocuparão os 300 m de comprimento.

$$Q_A = 2 \cdot \frac{d}{L_A} = 2 \cdot \frac{300}{3} = 200$$

$$\therefore Q_A = 200 \text{ automóveis}$$

$$Q_o = \frac{d}{L_o} = \frac{300}{12} = 25 \quad \therefore Q_o = 25 \text{ ônibus}$$

Com a quantidade de veículos, encontramos a quantidade de pessoas (n) em cada veículo.

$$n_A = 200 \cdot 2 = 400 \text{ pessoas}$$

$$n_o = 25 \cdot 40 = 1000 \text{ pessoas}$$

Logo, a razão entre o número de pessoas será:

$$\frac{n_o}{n_A} = \frac{1000}{400} = 2,5 \quad \therefore \frac{n_o}{n_A} = 2,5$$

31. Em relação às margens do rio Negro, a velocidade da embarcação (v) será:

$$v = v_{emb} - v_{\text{água do rio Negro}}$$

$$v = \frac{\Delta S_N}{\Delta t_N} \Rightarrow v_{emb} - 2 = \frac{48}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{emb} = 24 + 2 = 26 \quad \therefore v_{emb} = 26 \text{ km/h}$$

Como a velocidade da embarcação em relação às águas (v_{emb}) para o rio Solimões será a mesma, temos:

$$v = v_{emb} - v_{\text{água do rio Solimões}}$$

$$v' = \frac{\Delta S_s}{\Delta t_s} \Rightarrow 26 - 6 = \frac{48}{t_s} \Rightarrow 20 = \frac{48}{t_s}$$

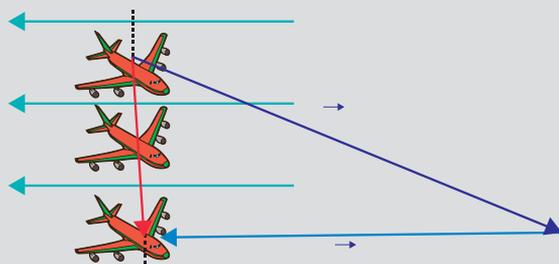
$$\therefore t_s = \frac{48}{20} = 2,4 \text{ h}$$

$$\therefore t_s = 2 \text{ h } 24 \text{ min}$$

Estudo para o Enem

32. D

O avião deverá estar orientado na direção sudeste, para que ele siga a rota norte-sul



$$\text{sen } \beta = \frac{V_v}{V_a}$$

$$\text{sen } \beta = \frac{150\sqrt{3}}{300}$$

$$\text{sen } \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\beta = 60^\circ$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

33. D

v_T = velocidade do atleta em relação a um ponto fixo no solo

v_R = velocidade do atleta em relação às águas

v_A = velocidade da água em relação a um ponto fixo no solo

Cálculo com velocidade a favor da correnteza

$$v_T = v_R + v_A \Rightarrow 12 = v_R + v_A$$

Cálculo com velocidade contrária à correnteza.

$$v_T = v_R - v_A \Rightarrow 8 = v_R - v_A$$

Agrupando as duas equações e resolvendo o sistema, temos:

$$\begin{cases} 12 = v_R + v_A \\ 8 = v_R - v_A \end{cases} \Rightarrow v_A = 2 \text{ km/h e } v_R = 10 \text{ km/h}$$

Portanto, a velocidade das águas é de 2 km/h.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

34. E

Pelo enunciado, observa-se que devem passar 5 garrafas por segundo, já que serão colocadas 5 tampas em 1 s. Como a distância entre os centros de duas garrafas consecutivas é de 10 cm, então o deslocamento da garrafa será: $\Delta S = 10 \text{ cm}$, já o tempo de deslocamento de uma garrafa será: $\Delta t = 1/5 \text{ s}$. Assim, temos:

$$v = \left(\frac{\Delta S}{\Delta t} \right) = \frac{10}{\frac{1}{5}} = 50 \therefore v = 50 \text{ cm/s}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

14 LANÇAMENTO HORIZONTAL

Comentário sobre o módulo

Neste módulo, vamos introduzir as equações do lançamento horizontal, discutindo em quais situações elas devem ser utilizadas. Discutimos também movimento retilíneo uniforme e movimento uniformemente variado e queda livre dos corpos.

Para ir além

Com a análise da composição dos movimentos e velocidade horizontal, além dos conceitos já trabalhados até aqui, o professor pode sugerir aos alunos a leitura e a discussão em sala do artigo relacionado à física por trás dos esportes.

Essa atividade pode ser trabalhada juntamente com outras áreas do conhecimento, como Educação Física e Biologia. Pode ser feito um trabalho em grupo ou até mesmo uma aula expositiva com os dois profissionais explorando suas particularidades com relação a este tema.

Cientistas desvendam a física por trás da performance dos atletas.

Atletas aplicam a energia de corridas, saltos e pedaladas para ir mais alto ou conseguir maior velocidade.

<http://jornal.usp.br/ciencias/cientistas-desvendam-a-fisica-por-tras-da-performance-dos-atletas/>.

Acesso em: ago. 2018.

Corpos no interior de um recipiente fechado e transparente em queda livre.

<https://arxiv.org/abs/0809.1471>.

Acesso em: ago. 2018.

O experimento didático do lançamento horizontal de uma esfera: Um estudo por vídeo análise.

https://www.researchgate.net/profile/Vitor_De_Jesus/publication/277929415_O_experimento_didatico_do_lancamento_horizontal_de_uma_esfera_Um_estudo_por_videoanalise/links/557ee66908aec87640ddf01e.pdf.

Acesso em: ago. 2018.

Exercícios propostos

7. B

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta S_y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,8}{10}} = 0,6$$

$$\therefore t = 0,6 \text{ s}$$

8. E

Por se tratar de lançamento horizontal, o tempo de queda será igual ao tempo de deslocamento no eixo horizontal.

Assim, temos:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta S_y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{10}} = \sqrt{1} = 1 \text{ s}$$

Com o valor do tempo de queda, encontramos o deslocamento horizontal D.

$$\Delta S_x = v_x \cdot t \Rightarrow \Delta S_x = 8 \cdot 1 = 8 \therefore \Delta S_x = D = 8 \text{ m}$$

9. Primeiramente, calculamos o tempo de queda livre.

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta S_y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 740}{3,7}} = \sqrt{400} = 20 \therefore t = 20 \text{ s}$$

Após o cálculo do tempo de queda que é igual ao tempo de deslocamento horizontal, encontramos o deslocamento.

$$\Delta S_x = v_x \cdot t = 30 \cdot 20 = 600 \therefore \Delta S_x = 600 \text{ m}$$

10. E

A figura mostra a posição do objeto para cada intervalo de tempo t. Assim, o objeto leva um tempo t para percorrer $\Delta S_y = 20 \text{ m}$ e um tempo total de 3 t para percorrer verticalmente a distância h. Calculando o tempo para percorrer 20 m, temos:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta S_y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = \sqrt{4} = 2 \therefore t = 2 \text{ s}$$

Logo, o tempo total será:

$$t_t = 3t = 3 \cdot 2 = 6 \therefore t_t = 6 \text{ s}$$

E com isso chegamos à altura h.

$$h = \frac{g}{2} \cdot t_t^2 = \frac{10}{2} \cdot 6^2 = 180 \therefore h = 180 \text{ m}$$

11. B

Por se tratar de um lançamento horizontal, a velocidade inicial em relação ao eixo y é nula ($v_{0y} = 0$), sendo que a velocidade horizontal de 35 m/s será indiferente ao cálculo da altura do penhasco (ΔS_y), já que o enunciado deu as informações necessárias.

$$\Delta S_y = v_{0y} \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2 = 0 \cdot 3 + \frac{10}{2} \cdot 3^2 = 45$$

$$\therefore \Delta S_y = 45 \text{ m}$$

12. Primeiramente, devemos calcular o tempo de queda da bolinha de borracha.

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta S_y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = \sqrt{4} = 2 \therefore t = 2 \text{ s}$$

Com o valor do tempo de queda e sabendo que o veículo se desloca com MRU, calculamos a distância D.

$$v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

$$D = 20 \cdot 2 = 40 \therefore D = 40 \text{ m}$$

13. B

Verdadeira, pois a velocidade de saída, que corresponderá à velocidade final de queda, será:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \quad v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,25} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore v = 5 \text{ m/s}$$

Com o valor da velocidade horizontal, medimos o alcance horizontal D em 1 s.

$$D = 5 \cdot 1 = 5 \quad \therefore D = 5 \text{ m}$$

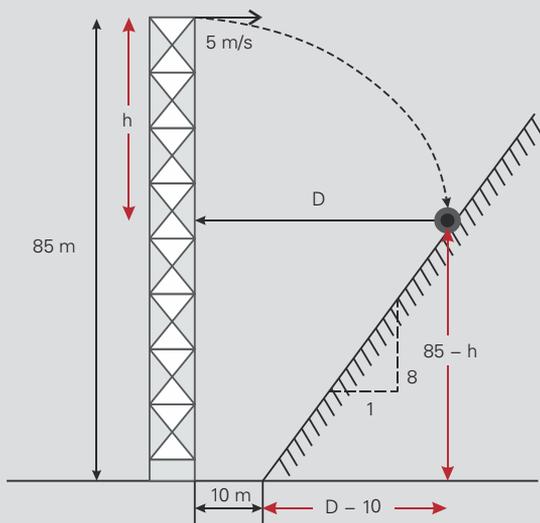
Verdadeira, pois a queda livre depende apenas da altura (h) e da gravidade local (g). Como a bola leva 1 s no seu deslocamento horizontal, também levará 1 s no seu deslocamento vertical, a partir do bordo da mesa.

Falsa, pois a massa não interfere no tempo de queda livre.

Falsa, pois o alcance horizontal é função da velocidade horizontal da bolinha e do tempo de deslocamento.

14. A

Fazendo algumas definições na figura:



Podemos obter o valor de h, por meio da semelhança de triângulos.

$$\frac{85 - h}{8} = \frac{D - 10}{1} \Rightarrow h = 165 - 8D \text{ (Eq. I)}$$

Por meio da análise do lançamento horizontal, obtemos a expressão para o alcance D.

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

$$D = v_x \cdot t = v_x \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \text{ (Eq. II)}$$

Lembrando que $v_x = 5 \text{ m/s}$ e substituindo a Eq. I na Eq. II, obtemos:

$$D = 5 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (165 - 8D)}{10}}$$

$$D^2 = 25 \cdot \left(\frac{165 - 8D}{5} \right)$$

$$D^2 + 40D - 825 = 0$$

$$D' = 15 \text{ e } D'' = -55$$

$$\therefore D = 15 \text{ m}$$

15. E

Primeiramente, deve-se obter o tempo que a esfera leva para realizar o percurso no eixo horizontal (t), sendo $v_x = 5 \text{ m/s}$ e $\Delta S_x = 5 \text{ m}$.

$$t = \frac{\Delta S_x}{v_x} = \frac{5}{5} = 1 \quad \therefore t = 1 \text{ s}$$

A componente vertical da velocidade é constante. Agora, com o valor de t, calcular a velocidade em relação ao eixo y (v_y) que a esfera chega ao solo.

$$v_y = v_{0y} + g \cdot t \Rightarrow v_y = 0 + 10 \cdot 1 = 10$$

$$\therefore v_y = 10 \text{ m/s}$$

Como v_x e v_y são perpendiculares entre si, para o cálculo de v, aplicamos o teorema de Pitágoras.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad v = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$\therefore v = 5\sqrt{5} \text{ m/s}$$

16. B

Tempo de queda:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Quadruplicando h, dobra o tempo.

Alcance:

$$D = v_0 \cdot t$$

Dobrando o gemplo, o alcance horizontal também vai dobrar.

$$D' = 2 L_0$$

17. B

Quando o movimento em análise tiver a influência do ar, esteja esse parado ou em repouso, o tempo de deslocamento do material será maior do que no vácuo; assim, t_1 terá o menor valor. Já para os lançamentos 2 e 3, a resistência do ar se dá horizontalmente, então t_1 é igual a t_3 .

Na primeira situação, o corpo irá adquirir velocidade máxima em razão da ausência de resistência causada pelo vácuo. Na segunda situação, o corpo irá sofrer atrito com o ar, tendo sua velocidade minimizada, e, na terceira situação, como o ar está em movimento, mas não se opõe à velocidade inicial, a partícula terá velocidade intermediária.

Estudo para o Enem**18. D**

Por se tratar de um lançamento horizontal, a velocidade inicial das bolinhas em relação ao eixo y é nula. Assim, o tempo de queda é descrito por

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}},$$
 e vemos que só depende da altura (sen-

do todas iguais) e da aceleração gravitacional (igual para todas as quatro bolas). Logo, os tempos de queda serão os mesmos para as quatro bolas.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. B

I. Incorreto, pois, para movimentos verticais, o tempo de queda livre é o mesmo segundo o princípio da independência dos movimentos, pois sofrem a mesma aceleração, que é a aceleração da gravidade.

II. Correto, pois os tempos independem da massa e da velocidade de lançamento horizontal.

III. Incorreto, pois a massa realmente não interfere no tempo de queda.

IV. Correto, pois os movimentos são mesmo independentes.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. B

I. Incorreta, pois, considerando as esferas como ponto material, elas não poderiam se encontrar no ar se o evento não fosse simultâneo, pois as duas esferas, quando lançadas, tem a mesma aceleração vertical.

II. Correta. A diferença de alcance horizontal é em razão da diferença de velocidade inicial entre as duas crianças. Como a criança 2 teve menor alcance até o encontro das esferas, ela aplicou uma velocidade inicial menor em relação à criança 1.

III. Incorreta. As acelerações das duas esferas são idênticas e correspondem à aceleração da gravidade.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

15 LANÇAMENTO OBLÍQUO I

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, foi estudado o lançamento de um corpo obliquamente de modo que a direção da velocidade de lançamento faz, com a horizontal, um ângulo tal que $0^\circ < \theta < 90^\circ$. O lançamento oblíquo pode ser considerado o resultado da composição de dois movimentos retilíneos, um uniforme (horizontal) e outro uniformemente variado (vertical).

Para ir além

CARVALHO, W. L. P. de. *Conceitos "intuitivos": relações entre força, velocidade, aceleração e trajetória*. 1985. 114 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Instituto de Física e Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1985.

PROJECTO FÍSICA. *Conceitos de movimento*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1978.

Exercícios propostos

7. B

A distância vertical (h) percorrida da altura máxima até o ponto acima da trave, como descrito no problema equivale a $h = \frac{g}{2}t^2$. A bola percorre 40 m, estando o vértice da parábola no eixo horizontal a 20 m do lançamento e a 10 m da trave. Assim, a bola leva o dobro do tempo (2t) para sair do ponto de altura máxima (H) e atingir o solo, sendo $H = \frac{g}{2}(2t)^2 = 4\frac{gt^2}{2} = 2gt$.

Comparando as duas alturas, temos:

$$\frac{h}{H} = \frac{\frac{g}{2}t^2}{2gt^2} = \frac{1}{4} \quad \therefore H = 4h$$

Como $H - h = 3$, temos:

$$4h - h = 3 \Rightarrow 3h = 3 \Rightarrow h = \frac{3}{3} = 1 \Rightarrow H = 1 + 3 = 4 \quad \therefore H = 4 \text{ m}$$

8.

$$v_0 = 10,8 \text{ km/h} = 3,0 \text{ m/s}$$

Eixo horizontal

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 30^\circ = 3,0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,5\sqrt{3} \quad \therefore v_{0x} \cong 2,6 \text{ m/s}$$

Eixo vertical

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 30^\circ = 3,0 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad \therefore v_{0y} = 1,5 \text{ m/s}$$

$$h = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m} \quad \therefore h = 0,8 \text{ m}$$

Resolvemos a equação quadrática do movimento em relação ao eixo vertical para obter o tempo que a bolinha toca o solo.

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow 0 = 0,8 + 1,5t - 5t^2 \Rightarrow$$

$$t' = 0,58 \text{ s} \quad \text{e} \quad t'' = -0,31 \text{ (descartado)}$$

Com o cálculo do tempo, obtemos a velocidade em y.

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow v_y = 1,5 - 10 \cdot 0,58 = 4,3$$

$$\therefore v_y = -4,3 \text{ m/s}$$

E com os valores de v_x e v_y , obtemos a velocidade de chegada ao solo.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2,6^2 + 4,3^2} \cong \sqrt{25} \cong 5 \quad \therefore v \cong 5 \text{ m/s}$$

9. D

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 60^\circ = 20 \cdot 0,8 = 16$$

$$\therefore v_{0y} = 16 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t$$

$$0 = 16 - 10 \cdot t$$

$$t = 1,6 \text{ s}$$

$$v_x = v_0 \cdot \cos 60^\circ = 20 \cdot 0,5 = 10$$

$$\therefore v_x = 10 \text{ m/s}$$

O tempo de deslocamento (T) será o dobro do tempo de subida (t).

$$T = 2 \cdot t = 2 \cdot 1,6 = 3,2$$

$$\therefore T = 3,2 \text{ s}$$

Agora, sabemos que o atleta tem 3,2 segundos para se deslocar em campo. Com isso, obtemos o seu deslocamento D.

$$D = v_x \cdot T$$

$$D = 10 \cdot 3,2 = 32$$

$$\therefore D = 32 \text{ m}$$

10.

O tempo que a bola chega até o gol é o mesmo tempo que o goleiro se joga para tentar agarrar a bola.

$$v_0 = 0$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$v = 30 \text{ m/s}$$

$$t = 1 \text{ s}$$

$$h = \frac{v_0 \cdot t + g \cdot t^2}{2}$$

$$h = \frac{0 \cdot 1 + 10 \cdot 1}{2}$$

$$h = 5 \text{ m}$$

11. E

Decompondo a velocidade inicial da bola em seus eixos vertical e horizontal, temos:

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 45^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 20 \cdot \sqrt{2} = 14 \text{ m/s}$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 45^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 20 \cdot \sqrt{2} = 14 \text{ m/s}$$

Como na altura máxima, a componente vertical da velocidade é nula, enquanto a componente horizontal da velocidade não se altera, concluímos que a bola terá no ponto de altura máxima apenas a componente horizontal da velocidade, ou seja, 14 m/s.

12. C

Conhecendo o valor do componente horizontal da velocidade, já que o movimento horizontal é uniforme, podemos calcular o tempo que a bola leva para atingir o solo.

$$t = \frac{\Delta S_x}{v_x} = \frac{4}{8} = 0,5 \quad \therefore t = 0,5 \text{ s}$$

O tempo para o movimento horizontal é o mesmo que o tempo para o movimento vertical que acontece de maneira uniformemente variada, sendo possível calcular a altura ($\Delta y = h$).

$$\Delta y = v_{0y} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = 3 \cdot 0,5 + \frac{10}{2} \cdot (0,5)^2 = 1,5 + 1,25 = 2,75$$

$$\therefore h = 2,75 \text{ m}$$

13.

a) Ao analisar o movimento no eixo y, temos:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1,35 = 0 + v_{0y} \cdot 0,9 - \frac{10}{2} \cdot (0,9)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,9v_{0y} = 4,05 + 1,35 = 5,4 \Rightarrow v_{0y} = \frac{5,4}{0,9} = 6$$

$$\therefore v_{0y} = 6 \text{ m/s}$$

b) Analisando o movimento em relação ao eixo x, temos:

$$S_x = S_{0x} + v_{0x} \cdot t \Rightarrow 27 = 0 + v_{0x} \cdot (0,9) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{0x} = \frac{27}{0,9} = 30$$

$$\therefore v_{0x} = 30 \text{ m/s}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{6}{30} = 0,2 \quad \therefore \theta = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 0,2$$

c) Para o cálculo de H, temos:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S_y \Rightarrow 0^2 = 6^2 - 2 \cdot 10 \cdot H \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = \frac{36}{20} = 1,8 \quad \therefore H = 1,8 \text{ m}$$

14. A

Obtemos a velocidade inicial em y (v_{0y}):

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$2,4 = 0 + v_{0y} \cdot 2 - \frac{10}{2} \cdot 2^2$$

$$\therefore v_{0y} = 11,2 \text{ m/s}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{v_{0x}}{v_{0y}}$$

$$v_{0x} = \frac{v_{0y}}{\operatorname{tg} 45^\circ} = \frac{11,2}{1}$$

$$\therefore v_{0x} = 11,2 \text{ m/s}$$

Com o valor da velocidade inicial no eixo horizontal, calculamos a distância percorrida (ΔS_x).

$$\Delta S_x = v_{0x} \cdot t = 11,2 \cdot 2 = 22,4$$

$$\therefore \Delta S_x \approx 22 \text{ m}$$

15. B

Decompondo a velocidade inicial da bola em seus eixos vertical e horizontal, temos:

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 45^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10 \cdot \sqrt{2}$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 45^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10 \cdot \sqrt{2}$$

O tempo de deslocamento oblíquo da bola do ponto A até o ponto D é o mesmo tempo em que o jogador se desloca de B para C.

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$0 = 0 + 10 \cdot \sqrt{2} \cdot t - \frac{10}{2} \cdot t^2$$

$$10 \cdot \sqrt{2}t - 5t^2 \Rightarrow$$

$$t' = 0 \quad \text{e} \quad t'' = 2 \cdot \sqrt{2} \text{ s}$$

O primeiro tempo t' mostra o início do lançamento e utilizaremos t'' que mostra o tempo que a bola leva para chegar ao ponto D.

$$S_{AD} = S_{0x} + v_{0x} \cdot t'' = 0 + 10 \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 20 \cdot 2 = 40$$

$$\therefore S_{AD} = 40 \text{ m}$$

O jogador se desloca de B para C com MUV.

$$S_{BC} = S_{0B} + v_{0x} \cdot t + \frac{a_x}{2} \cdot t^2$$

$$S_{BC} = 24 + 0 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + \frac{3}{2} \cdot (2 \cdot \sqrt{2})^2 = 37$$

$$\therefore S_{BC} = 37 \text{ m}$$

A distância CD será dada pela posição que a bola toca o solo $S_{AD} = 40 \text{ m}$ e a posição que o atleta ocupa $S_{BC} = 37 \text{ m}$

$$d = S_{AD} - S_{BC} = 40 - 37 = 3$$

$$\therefore d = 3 \text{ m}$$

16. E

Pela expressão vetorial dada, obtemos:

$$\vec{x}(t) = (6,0t + 2,5)\vec{i}$$

$$\vec{y}(t) = (-5,0t^2 + 2,0t + 8,4)\vec{j}$$

Para o instante $t = 1,0 \text{ s}$, a altura (h) correspondente ao valor da ordenada y.

$$h = |\vec{y}(1)| = [-5,0 \cdot (1)^2 + 2,0 \cdot (1) + 8,4]$$

$$h = -5 + 10,4 = 5,4$$

$$\therefore h = 5,4 \text{ m}$$

Calculando o módulo da velocidade:

$$\vec{v}_x = 6\vec{i}$$

$$\vec{v}_y = (-10t + 2)\vec{j} = (-10 \cdot 1 + 2)\vec{j} = -8\vec{j}$$

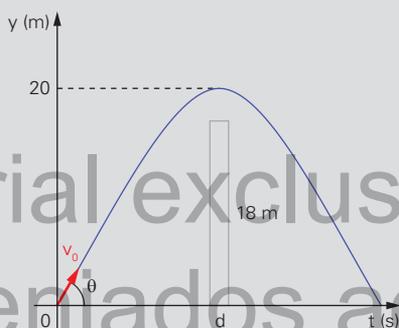
$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y \Rightarrow \vec{v} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(6)^2 + (-8)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore |\vec{v}| = 10 \text{ m/s}$$

17.

a) O gráfico da altura em função do tempo será uma parábola com a sua concavidade voltada para baixo.



b) A velocidade, no eixo y, do projétil, será nula quando ele estiver em sua máxima altura (H). Assim, temos:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot H$$

$$0 = v_{0y}^2 - 2 \cdot 10 \cdot 20$$

$$v_{0y} = 20 \text{ m/s}$$

Logo, a velocidade de lançamento será:

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 45^\circ$$

$$v_0 = \frac{v_{0y}}{\sin 45^\circ} \approx \frac{20}{0,7} \approx 28,2$$

$$\therefore v_0 \approx 28 \text{ m/s}$$

c) Deve-se calcular o tempo que o projétil leva para atingir a altura máxima:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\therefore t = 2 \text{ s}$$

Já a distância horizontal do lançamento do projétil até a muralha será:

$$d = v_{0x} \cdot \cos \theta \cdot t = 28,2 \cdot 0,7 \cdot 2 = 39,48$$

$$\therefore d \approx 39,5 \text{ m}$$

Estudo para o Enem

18. C

Na vertical:

$$t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \cdot \sin \theta}{g} = \frac{10 \cdot 0,3}{10} = 0,3 \text{ s}$$

Na horizontal:

$$D = v_{0x} \cdot 2t = v_0 \cdot \cos \theta \cdot 2t = 10 \cdot 0,9 \cdot 2 \cdot 0,3$$

$$D = 5,4 \text{ m}$$

19. B

O movimento do projétil no eixo horizontal é uniforme, logo sua velocidade é constante e positiva, pois está a favor do eixo. Portanto, apenas o gráfico II contempla essa situação.

Já o movimento do projétil no eixo vertical é uniformemente variado, tendo velocidade inicial positiva que decresce até o projétil atingir a altura máxima, quando, neste instante, terá o seu valor, no eixo vertical, zerado. Após isso, a velocidade passa a aumentar uniformemente. O gráfico que contempla essa situação é o gráfico V.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. B

Em razão da força peso atuando sobre a flecha, sua trajetória será desviada para baixo durante o movimento. Por isso, o atirador tem que

lançá-la numa linha acima do alvo que fará uma trajetória oblíqua até ele.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

16 LANÇAMENTO OBLÍQUO II

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, será estudado o alcance máximo dos corpos: em quais situações os corpos, depois de serem lançados em certo ângulo, podem descrever a maior trajetória possível em relação ao eixo horizontal.

Para ir além

<http://www.cienciaemtela.nutes.ufrj.br/artigos/0110_cargnin.pdf>.

Acesso em: ago. 2018.

<<http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/9339/1/PDF%20-%20DOUGLAS%20ALVES%20FERREIRA.pdf>>.

Acesso em: ago. 2018.

Exercícios propostos

7. D

$$v_{0x} = \frac{\Delta S_x}{2t} = \frac{5,7}{2 \cdot 0,7} = 4,07 \therefore v_{0x} = 4,07 \text{ m/s}$$

$$v_0 = \frac{v_{0x}}{\cos 60^\circ} = \frac{4,07}{0,5} = 8,14 \therefore v_0 \cong 8 \text{ m/s}$$

8. Encontramos, primeiramente, v_x e v_y

$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha = 100 \cdot 0,6 = 60 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha = 100 \cdot 0,8 = 80 \text{ m/s}$$

No eixo vertical, o movimento é uniformemente variado. Assim, temos:

$$\Delta S_y = v_y \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2 \Rightarrow 300 = 80t - 5t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 - 16t + 60 = 0$$

$$t' = 6 \text{ s (descartado) e } t = 10 \text{ s}$$

Leva-se em conta apenas o tempo $t = 10 \text{ s}$, pois o enunciado pediu o ponto após o projétil passar pela altura máxima, coisa que não ocorre com $t' = 6 \text{ s}$.

Agora, podemos calcular o deslocamento horizontal.

$$\Delta S_x = v_x \cdot t \Rightarrow D = 60 \cdot 10 = 600 \therefore D = 600 \text{ m}$$

9. 29 (01 + 04 + 08 + 16)

01. Correta.

02. Incorreta: A componente horizontal está correta, pois, no eixo x , o movimento é uniforme, porém, no eixo y , o movimento é uniformemente variado, logo a equação correta é: $y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$, como $y_0 = 0$ e $v_{0y} = v_0 \sin \theta$. Portanto, a função correta seria: $y = (v_0 \sin \theta) t - \frac{g}{2} t^2$.

08. Correta.

16. Correta.

$$10. v_{0y} = v_0 \cdot \sin 30^\circ = 30 \cdot 0,85 = 25,5 \text{ m/s}$$

$$\Delta S_x = v_x \cdot t = 25,5 = 76,5 \therefore \Delta S_x = 76,5 \text{ m}$$

$$11. B_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{g}$$

$$g = \frac{v_0^2}{D_{\text{máx}}} = \frac{4^2}{20} = 0,8$$

$$\therefore g = 8,0 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}^2$$

12. No eixo horizontal, o movimento é uniforme com velocidade constante v_H ; portanto, com a distância percorrida e o tempo, podemos calculá-la.

$$\bar{v}_H = \frac{\Delta S}{2t} \Rightarrow \bar{v}_H = \frac{60}{6} \therefore \bar{v}_H = 10 \text{ m/s}$$

Com o auxílio da trigonometria e com a velocidade horizontal v_H , calculamos a velocidade de lançamento v .

$$\cos \beta = \frac{v_H}{v} \Rightarrow v = \frac{v_H}{\cos \beta} = \frac{10}{0,6} \therefore v = 16,7 \text{ m/s}$$

$$H_{\text{máx}} = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{16,7}{2 \cdot 10} = 0,84 \text{ m}$$

13. B

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 45^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \therefore v_{0x} = 5\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 45^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \therefore v_{0y} = 5\sqrt{2} \text{ m/s}$$

Para o movimento vertical, temos:

$$v_y = v_{0y} + a \cdot t \Rightarrow 0 = 5\sqrt{2} - 10t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{5\sqrt{2}}{10} \therefore t = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ s}$$

Já o tempo de voo (T) será:

$$T = 2t = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \therefore T = \sqrt{2} \text{ s}$$

E o alcance (D) valerá:

$$D = v_{0x} \cdot T = 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot 2 = 10 \therefore D = 10 \text{ m}$$

Já a altura máxima (H) atingida será:

$$H = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{(5\sqrt{2})^2}{2 \cdot 10} = \frac{50}{20} = 2,5 \therefore H = 2,5 \text{ m}$$

14. B

$$v_0 = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 45^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \therefore v_{0x} = 5\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 45^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \therefore v_{0y} = 5\sqrt{2} \text{ m/s}$$

No ponto de altura máxima, a componente vertical da velocidade anula-se.

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow 0^2 = (5\sqrt{2})^2 - 20H \Rightarrow H = 2,5 \text{ m}$$

$$v_y = v_{0y} + a \cdot t \Rightarrow 0 = 5\sqrt{2} - 10t \Rightarrow t = \frac{5\sqrt{2}}{10} \therefore t = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ s}$$

Já o alcance horizontal (D) será:

$$D = v_{0x} \cdot T = 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot 2 = 10 \cdot D = 10 \text{ m}$$

- 15.** No caso, é preciso saber o tempo e, então, descobrir o alcance. Para saber o tempo, a decomposição dos vetores da velocidade, cosseno e seno, é indispensável. Com essas poucas operações, pode-se descobrir o tempo em V_y e o alcance com V_x , sempre lembrando que o tempo em alcance é 2 vezes o tempo da altura máxima.

$$54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$$

$$D = \frac{|v_0^2| \cdot \sin \theta}{g}$$

$$D = \frac{15^2 \cdot 0,85}{10}$$

$$D = 19,125 \text{ m}$$

16. C

Para decompor a velocidade inicial (v_0) em velocidade inicial horizontal (v_{0x}) e velocidade inicial vertical (v_{0y}), devemos aplicar as fórmulas de adição de arcos, para determinar seno e cosseno de 15° .

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 15^\circ = \sin (45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cos 45^\circ$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \cong 0,26 \therefore$$

$$\therefore \sin 15^\circ \cong 0,26$$

$$\cos 15^\circ = \cos (45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \cong 0,97 \therefore$$

$$\cos 15^\circ \cong 0,97$$

Agora, calculamos as componentes vertical e horizontal da velocidade inicial da bola.

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 15^\circ \Rightarrow v_{0y} \cong 12 \cdot 0,26 \cong 3,12 \text{ m/s}$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 15^\circ \Rightarrow v_{0x} \cong 12 \cdot 0,97 \cong 11,64 \text{ m/s}$$

No eixo x, a bola desloca-se por 9 m (ΔS_x) até chegar à rede.

$$t = \frac{\Delta S_x}{v_{0x}} \cong \frac{9}{11,64} \cong 0,77 \therefore t = 0,77 \text{ s}$$

No eixo y, utilizando o valor do tempo de deslocamento da bola até a rede, conseguimos calcular a altura y.

$$y = v_0 y + v_{0y} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y \cong 3 + 3,12 \cdot 0,77 - \frac{10}{2} \cdot 0,77^2 \cong 2,44 \therefore y \cong 2,44 \text{ m}$$

A bola passará sobre a rede, pois a rede está a 2,24 m de altura e a bola estará a aproximadamente 2,44 m de altura.

Agora, calculamos em quanto tempo (T) a bola atingirá o solo após o saque.

$$h = h_0 + v_{0y} \cdot T + \frac{g}{2} \cdot T^2 \Rightarrow h = 3 + 3,12 \cdot T - 5T^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = 3 + 3,12T - 5T^2 \Rightarrow T' \cong 1,15 \text{ s e}$$

$$T'' - 0,85 \text{ s (descartado)}$$

Em seguida, descobriremos onde a bola irá cair (D), utilizando o tempo de voo (T).

$$D = v_{0x} \cdot T \Rightarrow D \cong 11,64 \cdot 1,15 \cong 13,39 \therefore D = 13,39 \text{ m}$$

Portanto, a bola cairá antes da linha de fundo.

17. C

No eixo horizontal, a bola descreve movimento uniforme e possui tempo (T) de voo igual a 4 s e alcance máximo (D) de 60 m. Assim, temos:

$$D = V_H \cdot t$$

$$V_H = \frac{D}{t} = \frac{60}{4} = 15$$

$$\therefore V_H = 15 \text{ m/s}$$

Utilizando as relações trigonométricas, obtemos a velocidade V.

$$\cos \beta = \frac{\text{ca}}{\text{hip}} = \frac{V_H}{V}$$

$$V = \frac{V_H}{\cos \beta} = \frac{15}{0,6} = 25$$

$$\therefore V = 25 \text{ m/s}$$

Como o exercício pede, respectivamente V e V_H , a resposta correta é a alternativa C.

Estudos para o Enem

18. D

O alcance horizontal máximo que um objeto adquire quando é lançado obliquamente com velocidade inicial v_0 , formando um ângulo θ com a

horizontal, é dado por: $D = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2 \cdot \theta)}{g}$. Por-

tanto, o alcance horizontal independe da massa, do volume e do tipo de material.

$$A_1 = A_2 = A_3$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. B

A escolha do raio de segurança mínimo implica considerar o alcance máximo dos projéteis. Como se trata de um lançamento oblíquo, o alcance máximo ocorre para um ângulo de lançamento de 45° . Analisando o movimento nos eixos x e y separadamente, tem-se:

Eixo y

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t$$

$$\text{Na altura máxima; } 0 = v_0 \cdot \sin 45^\circ - 10 \cdot t_s$$

O tempo total é; $t = 2 \cdot t_s$

$$t = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sqrt{2}}{20}$$

Eixo x

$$x = v_{0x} \cdot t$$

$$x = v_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sqrt{2}}{20}$$

$$x = \frac{v_0^2}{g} = \frac{30^2}{10}$$

$$x = 90 \text{ m}$$

Competência: Entender métodos e procedimen-

tos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. E

- I. Correta, pois, ao desprezar a resistência do ar durante todo o movimento, a aceleração da bola será a aceleração da gravidade (constante).
- II. Correta, pois não há força resultante horizontal atuando sobre ela.
- III. Incorreta, pois, no ponto de altura máxima, a velocidade em relação ao eixo x é nula, porém a componente horizontal da velocidade é constante.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.



Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

RESPOSTAS E COMENTÁRIOS

FÍSICA 2

SHUTTERSTOCK / ABC7

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

1 FENÔMENOS ONDULATÓRIOS

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, iniciamos a ondulatória apresentando o conceito de pulso de onda e de ondas periódicas. Classificamos as ondas quanto à natureza, quanto à direção de propagação e à dimensão. Definimos as grandezas físicas que descrevem o comportamento das ondas e a equação fundamental da ondulatória.

Para ir além

Utilize o simulador para explorar as grandezas físicas que descrevem o comportamento das ondas mecânicas. Explore os conceitos de pulso de onda, ondas periódicas, amplitude, frequência e comprimento de onda.

https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_pt_BR.html

Acesso em: 22 ago. 2018.

Utilize o simulador para explorar as grandezas físicas que descrevem o comportamento das ondas eletromagnéticas, em especial das ondas de rádio.

https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/legacy/radio-waves

Acesso em: 22 ago. 2018.

Exercícios propostos

7. B

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{40 \cdot 10^6} = 7,5 \text{ m}$$

8. C

Quando $h = 4 \text{ m}$, a velocidade da onda é, segundo o gráfico, $v \approx 6,5 \text{ m/s}$.

Sua frequência é, portanto, $f = \frac{6,5}{50} = 0,13 \text{ Hz}$.

Em $h = 1 \text{ m}$, segundo o gráfico, $v \approx 3,2 \text{ m/s}$, logo

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3,2}{0,13} = 24,6 \approx 25 \text{ m}$$

9. D

Sendo ambas as radiações eletromagnéticas, suas velocidades são iguais, logo:

$$\lambda_\gamma \cdot f_\gamma = \lambda_{\text{luz}} \cdot f_{\text{luz}}$$

$$\frac{f_\gamma}{f_{\text{luz}}} = \frac{\lambda_{\text{luz}}}{\lambda_\gamma} = \frac{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{1,0 \cdot 10^{-12} \text{ m}} = 5 \cdot 10^5$$

10.

A onda possui comprimento $6,0 \text{ m}$, desloca-se 12 m em 4 s . Logo, se deslocará 6 m em 2 s ; dessa forma, o período da onda vale 2 s .

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{2} \Rightarrow f = 0,5 \text{ Hz}$$

11. C

I. Falsa. Pela figura, obtemos que o comprimento de onda é $\lambda = 0,12 \text{ m}$.

II. Verdadeira.

III. Falsa. Ambos os campos se propagam transversalmente.

12. D

$$A = \frac{2,4}{2} = 1,2 \text{ cm}$$

$$\lambda = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

$$f = \frac{200}{0,02} = 10\,000 \text{ Hz} = 10 \text{ kHz}$$

13. B

$$v = \lambda \cdot f = 0,5 \cdot 50 = 25 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{10}{25} = 0,4 \text{ s}$$

14.

a) O ponto A desloca-se de uma crista para um vale de onda em meio período, isto é

$$v_m = \frac{0,8 \text{ m}}{0,25 \text{ s}} = 3,2 \text{ m/s.}$$

b) Da figura, $\lambda = \frac{3,6}{1,5} = 2,4 \text{ m}$.

$$\text{Logo, } v = \frac{2,4 \text{ m}}{0,5 \text{ s}} = 4,8 \text{ m/s.}$$

15. A

A onda propaga-se da esquerda para a direita. Dessa forma o ponto A está subindo para a crista, o ponto B descendo para o vale e o ponto C subindo para a crista.

16. C

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{10^4}{10^{11}} = 10^{-7} \text{ m} = 100 \text{ nm}$$

$$d = \lambda = 100 \text{ nm}$$

17.

Segundo a figura, temos 8 comprimentos de onda equivalentes a $L = 1,2 \text{ m}$, o que nos garante que $\lambda = 0,15 \text{ m}$.

Sendo assim, a frequência de oscilação é

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1,5 \text{ m/s}}{0,15 \text{ m}} = 10 \text{ Hz.}$$

Estudo para o Enem

18. C

O comprimento de onda é calculado por meio da distância entre o primeiro e o último torcedor de cada período de oscilação. Como são 16 torcedores, há 15 espaços de distância, ou seja,

$$\lambda = 15 \cdot 0,8 = 12 \text{ m}$$

Agora, a velocidade de propagação da onda no SI é

$$v = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1.000 \text{ m}}{3.600 \text{ s}} = 12,5 \text{ m/s}$$

Assim, a frequência dessa *ola mexicana* é

$$f = \frac{12,5}{12} = 1,04 \approx 1,0 \text{ Hz}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. B

O comprimento de onda ideal é aquele que maximiza a absorção pela melanina enquanto minimiza

a absorção pela água e a oxi-hemoglobina. O comprimento de onda em que isso ocorre, segundo a figura, é 700 nm.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. B

A diminuição na frequência das ondas acarreta um aumento do comprimento de onda, e a velocidade de propagação dessas ondas deve manter-se constante, pois depende apenas do meio de propagação.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

2 FENÔMENOS ONDULATÓRIOS

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, estudamos os fenômenos ondulatórios, como reflexão, refração, difração, polarização, ressonância, interferência, batimento e suas principais aplicações.

Para ir além

Utilize o simulador para explorar as grandezas físicas que descrevem o comportamento da reflexão nas cordas

https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_pt_BR.html

Acesso em: 24 ago. 2018.

Em 1940, a ponte de Tacoma Narrows, nos Estados Unidos, ficou famosa após entrar em colapso por conta de fortes oscilações causadas pelo vento. Inicialmente, a causa do desastre foi atribuída ao fenômeno da ressonância, mas estudos recentes atribuem a causa a um fenômeno chamado de autoexcitação aeroelástica, ou *flutter*.

<http://www.physics.ohio-state.edu/~kagan/phy596/Articles/TacomaNarrowsBridge/PhysicsTeacher-TacomaNarrowBridge.pdf>

Acesso em: 24 ago. 2018.

Exercícios propostos

7. C

Ao passar do ar para a água, a velocidade da onda eletromagnética diminui na mesma proporção que o comprimento de onda, pois a frequência permanece constante.

8. Como na reflexão a frequência é constante, temos:

$$f_1 = f_2$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{1,5 \cdot v_2}{v_2}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 1,5$$

9. B

I. Correta. Somente as ondas transversais podem ser polarizadas.

II. Incorreta. Somente as ondas transversais podem ser polarizadas.

III. Incorreta. Ao passar pelo polarizador, a intensidade da radiação diminui.

IV. Correta. Nem todos os óculos possuem filtros polarizadores.

10. a) Ao longo da linha OM, a intensidade do som é máxima quando ocorre interferência construtiva e mínima quando ocorre interferência destrutiva.

$$\Delta x = |x_1 - x_2| = |10 - 8|$$

$$\Delta x = 2 \text{ m}$$

$$\Delta x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$2 = 2 \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 2 \text{ m}$$

b) Como a velocidade é constante, o aumento da frequência implica em diminuição do comprimento de onda. Como este é diretamente proporcional à diferença de percurso, esta diminuirá; logo, M estará mais próximo.

11. A

Pelo texto, podemos concluir que ocorre difração, pois a onda possui comprimento de onda semelhante à fenda. Como não há mudança de meio, o comprimento de onda permanece constante e a onda propaga-se com padrão circular com origem na fenda.

12. A intensidade de luz é proporcional ao quadrado do módulo do campo elétrico, logo:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{E_V^2}{E_H^2 + E_V^2} = \frac{E_V^2}{5 \cdot E_V^2}$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$$

13. B

A difração será mais intensa quando o comprimento da onda for próximo da abertura da fenda.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{14}}$$

$$\lambda = 7,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$$

14. C

I. Incorreta. A difração pode ocorrer para qualquer tipo de onda.

II. Incorreta. A ressonância pode ocorrer também com ondas mecânicas, por exemplo, um tenor pode quebrar uma taça.

III. Correta. A onda longitudinal, ao passar por uma fenda, não sofre polarização.

15. O máximo da interferência construtiva ocorre para $n = 2$, logo:

$$\Delta x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$d = 2 \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$d = \lambda$$

16. D

A onda emitida pela antena transmissora bate no obstáculo, sofre difração e atinge a antena receptora.

17. A situação descrita no enunciado retrata o som mudando de meio de propagação, ou seja, sofrendo refração. Na refração, a frequência permanece constante, a velocidade e o comprimento de onda mudam de valores.

Estudo para o Enem

18. A

A difração é um fenômeno que permite que uma onda contorne obstáculos e, portanto, que um menino ouça a conversa de seus colegas atrás do muro.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. A

$$\lambda_{\text{agudo}} = \frac{v}{f_{\text{agudo}}} = \frac{340}{4000} = 0,085 \text{ m} = 8,5 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\text{grave}} = \frac{v}{f_{\text{grave}}} = \frac{340}{20} = 17 \text{ m}$$

É razoável raciocinar que os corpos e as cabeças dos indivíduos à frente do músico têm dimensões maiores que o comprimento de onda do som mais agudo. Dessa forma, a difração é dificultada por esses obstáculos físicos, ocasionando uma diferenciação na percepção desses sons.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. C

O fenômeno que explica o funcionamento da ultrassonografia é a reflexão.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

3 ONDAS ESTACIONÁRIAS

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, estudamos a definição de ondas estacionárias, seus elementos e sua formação. É de fundamental importância que os alunos compreendam o conceito de ondas estacionárias, pois ele será utilizado nos módulos sobre cordas e tubos sonoros.

Para ir além

Utilize o simulador para explorar a formação das ondas estacionárias.

<https://www.physicsclassroom.com/Physics-Interactives/Waves-and-Sound/Standing-Wave-Patterns/Standing-Wave-Patterns-Interactive>

Acesso em: 27 ago. 2018.

Exercícios propostos

$$7. L = \frac{5}{2} \cdot \lambda$$

$$150 = \frac{5}{2} \cdot \lambda$$

$$\lambda = 60 \text{ cm}$$

8. A

As extremidades correspondem aos nós cuja vibração é nula.

9. A

$$\frac{4 \cdot \lambda}{2} = 1,0$$

$$\lambda = 0,5 \text{ m}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$v = 0,5 \cdot 1000$$

$$v = 500 \text{ m/s}$$

10. D

Enquanto a corda passar pelo ponto 1 para cima, por exemplo, alternadamente passará pelo ponto 3 com sentido oposto. Portanto $v_1 = -v_3$ (ventres). Já o ponto 2, um nó, permanece parado por causa da interferência que originou a onda estacionária.

$$11. \text{ a) } \lambda = 12 \cdot 2 = 24 \text{ cm}$$

$$A = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}$$

$$\lambda = 6 \cdot A$$

$$\text{b) } v = \lambda \cdot f$$

$$48 = 24 \cdot f$$

$$f = 2 \text{ Hz}$$

$$12. \text{ a) } a = \frac{2,4}{2} = 1,2 \text{ m}$$

$$A = 2 \cdot a = 2,4 \text{ m}$$

$$\lambda = 2 \text{ cm}$$

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

$$f = \frac{200}{0,02} = 10\,000 \text{ Hz}$$

13. C

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{24,5 \cdot 10^8} = 0,12 \text{ m} = 12 \text{ cm}$$

Logo,

$$d = \frac{\lambda}{2} = 6 \text{ cm}$$

14. C

$$v = 36 \text{ km/h} \Rightarrow v = 36/3,6 = 10 \text{ m/s}$$

$$\lambda = 0,2 \text{ m}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$10 = 0,2 \cdot f$$

$$f = \frac{10}{0,2}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

15. Pela figura dada, concluímos que entre as paredes cabem 2,5 comprimentos de onda. Assim:

$$2,5 \cdot \lambda = L$$

$$\lambda = \frac{30}{2,5} = 12 \text{ cm}$$

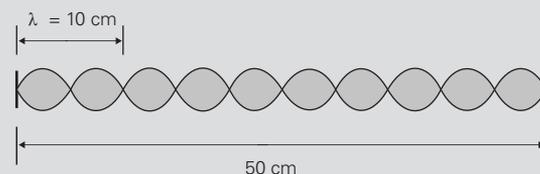
$$v = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{3 \cdot 10^8}{0,12} = 2,5 \cdot 10^9 = 2,5 \text{ GHz}$$

16. a) $v = \lambda \cdot f$

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^9} = 10^{-1} = 10 \text{ cm}$$

b) A figura mostra a onda estacionária formada no interior do forno.



Pela figura, temos 10 antinodos.

17. a) $d = \frac{\lambda}{2}$

$$\lambda = 2 \cdot 12 = 24 \text{ cm}$$

$$\text{b) } T = P = m \cdot g$$

$$T = 0,180 \cdot 10 = 1,8 \text{ N}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{1,8}{5,0 \cdot 10^{-4}}}$$

$$v = 60 \text{ m/s}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{60}{0,24} = 250 \text{ Hz}$$

Estudo para o Enem

18. E

$$f = \frac{n^\circ \text{ de repetições}}{\Delta t} = \frac{75}{30} = 2,5 \text{ Hz}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. B

Pela figura dada, concluímos que entre as paredes cabe 1,5 comprimento de onda. Assim:

$$1,5 \cdot \lambda = L$$

$$\lambda = \frac{6}{1,5} = 4 \text{ m}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ Hz}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. E

Número de ventres:

$$N = \frac{L}{d} = \frac{50}{0,5} = 100 \text{ ventres}$$

Sendo a distância entre dois ventres consecutivos equivalente a meio comprimento de onda, temos:

$$\frac{\lambda}{2} = d$$

$$\lambda = 1 \text{ m}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seu papel nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

4 ONDAS SONORAS I

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, iniciamos o estudo das ondas sonoras, apresentando uma classificação para elas. Verificamos como a velocidade do som é influenciada pelo meio. Indicamos algumas aplicações das ondas sonoras: na ultrassonografia e no sonar. E, para finalizar, estudamos as qualidades fisiológicas do som: altura, timbre e intensidade.

Para ir além

Utilize o simulador para explorar as características das ondas sonoras, como a variação da intensidade com distância.

<https://phet.colorado.edu/pt/simulation/legacy/sound>

Acesso em: ago. 2018.

Utilize o vídeo: *Scientists "See" Ocean Floor via Sonar* | National Geographic para explicar as aplicações do sonar.

<https://www.youtube.com/watch?v5-fAAxEIFeLU>

Acesso em: ago. 2018.

Exercícios propostos

7. Para que ocorra o eco, o som deve sair da fonte, atingir o obstáculo e voltar até a fonte ($\Delta S = 2 \cdot d$).

Assim, temos,

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$340 = \frac{2 \cdot d}{0,1}$$

$$2 \cdot d = 34$$

$$d = 17 \text{ m}$$

8. E

A qualidade fisiológica do som que nos permite distinguir produções de diferentes instrumentos é o timbre.

9. E

I) Correta. O timbre está relacionado ao formato da onda.

II) Correta. Observando-se as ondas, pode-se notar que elas possuem oscilações de mesmo tamanho.

III) Correta. Pelo gráfico, o número de oscilações por intervalo de tempo (frequência) é igual para ambas as ondas.

IV) Correta. Sendo as alturas iguais, as frequências também serão iguais.

V) Correta. As amplitudes das ondas são iguais.

VI) Incorreta. Sendo as ondas de intensidades iguais, elas possuem amplitudes iguais.

VII) Incorreta. Os sons possuem a mesma frequência, portanto, a mesma altura.

VIII) Correta. Como as frequências são iguais, é possível afirmar que os períodos também são.

10. a) A profundidade do oceano é:

$$\Delta s = 0,5 \cdot \Delta t \cdot v = (0,5) \cdot (0,8 \text{ s}) \cdot (1,6 \cdot 10^3 \text{ m/s}) = 640 \text{ m.}$$

$$\text{b) O comprimento de onda é: } \lambda = v/f = (1,6 \cdot 10^3 \text{ m/s}) / (4 \cdot 10^4 \text{ Hz}) = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

11. B

A alternativa B está incorreta, pois a qualidade descrita é a altura, não a amplitude.

12. C

O som ouvido por Caio tem intensidade maior que o som ouvido por José, pois a intensidade do som é inversamente proporcional ao quadrado da distância.

13. D

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \mu\text{s}} = 5 \cdot 10^4 \text{ Hz} = 50 \text{ kHz.}$$

Assim, apenas gatos e morcegos serão capazes de ouvir esse apito.

14. 09 (01 + 08)

01. Correta.

02. Incorreta. É necessário, também, que aconteça a reflexão.

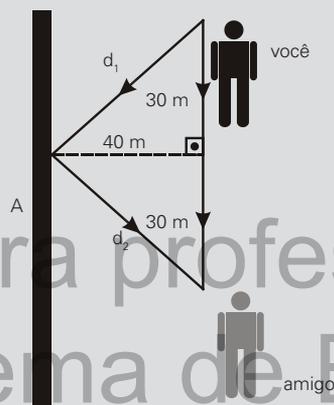
04. Incorreta. O ultrassom é uma onda longitudinal.

08. Correta.

$$t = 1 \mu\text{s}$$

$$\Delta s_{\text{mín}} = 1500 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \cdot 10^{-6} \text{ s} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,5 \text{ mm.}$$

15. A



Para o som direto, a distância percorrida é 60 m.

Para o som refletido, temos:

$$d^2 = 30^2 + 40^2$$

$$d_1 = 50 \text{ m}$$

$$d_1 = d_2 = 50 \text{ m}$$

$$d_1 + d_2 = 100 \text{ m}$$

$$\Delta d = 100 - 60 = 40 \text{ m}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta d}{v} = \frac{40}{340} = 0,12 \text{ s}$$

16. E

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{0,8} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{3,125}{5 \cdot 10^{-3}}} = \sqrt{625}$$

$$v = 25 \text{ m/s}$$

17. a) Para o som mais grave, temos a menor frequência ($f = 20 \text{ Hz}$).

Logo,

$$v = \lambda \cdot f$$

$$340 = \lambda \cdot 20$$

$$\lambda = \frac{340}{20} = 17 \text{ m}$$

b) Para o som mais agudo, temos a maior frequência ($f = 20 \text{ kHz}$).

Logo,

$$v = \lambda \cdot f$$

$$340 = \lambda \cdot 20\,000$$

$$\lambda = \frac{340}{20\,000} = 0,017 \text{ m}$$

Estudo para o Enem

18. D

A distância é a função do produto do intervalo de tempo entre os pulsos e a velocidade deles.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como cons-

truções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. D

$$f_{\text{batimento}} = |f_2 - f_1|$$

$$f_{\text{batimento}} = f_1 - f_2$$

$$4 = f_1 - 88$$

$$f_1 = 88 + 4$$

$$f_1 = 92 \text{ Hz}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. A

Entre a emissão e a recepção do eco, a onda sonora percorre a distância $2 \cdot d$.

Assim:

$$2 \cdot d = v \cdot \Delta t$$

$$d = v \cdot \frac{\Delta t}{2} = \frac{340 \cdot 0,1}{2} = 17 \text{ m}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

5 ONDAS SONORAS II

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, damos prosseguimento ao conhecimento das ondas sonoras com o estudo no nível sonoro ou de sonoridade. Como a maior parte dos alunos tem certo receio de trabalhar com logaritmo, se houver tempo, faça uma pequena revisão sobre o assunto.

Para ir além

Utilize o *link* para mostrar a Norma Regulamentadora 15.

<http://sislex.previdencia.gov.br/paginas/05/mtb/15.htm>.

Acesso em: ago. 2018.

Exercícios propostos

$$7. NS_1 = 10 \cdot \log \left(\frac{10^{-12}}{10^{-12}} \right) = 0 \text{ dB}$$

$$NS_2 = 10 \cdot \log \left(\frac{1}{10^{-12}} \right) = 120 \text{ dB}$$

8. C

O menor valor na escala de nível sonoro é 0 dB, correspondente a uma intensidade de 10^{-12} W/m^2 .

9. E

I) Correta.

II) Correta.

III) Incorreta. A frequência da onda ultrassônica é mais elevada do que a da onda sonora.

10. C

Antes do gol:

$$N = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$80 = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$8 = \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

No momento do gol:

$$N' = 10 \cdot \log \left(\frac{I'}{I_0} \right)$$

$$N' = 10 \cdot \log \left(\frac{1000 \cdot I}{I_0} \right)$$

$$N' = 10 \cdot (\log \frac{I}{I_0} + \log 1000)$$

$$N' = 10 \cdot (8 + 3)$$

$$N' = 110 \text{ dB}$$

11. C

$$NS = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} = 10 \cdot \log \frac{1}{10^{-12}} = 10 \log 10^{12} = 10 \cdot 12$$

$$NS = 120 \text{ dB}$$

12. 02 (02)

01) Incorreta. Seres humanos, em média, escutam na faixa entre 20 Hz e 20 000 Hz.

02) Correta. $400000 \cdot 10^{-5} \text{ W} = 4 \text{ W}$

04) Incorreta. Ondas sonoras são longitudinais.

08) Incorreta. Altura de um som é uma grandeza relacionada à frequência.

16) Incorreta. A intensidade é inversamente proporcional ao quadrado da distância.

13. E

I) Incorreta. A altura de um som é uma grandeza relacionada à frequência.

II) Correta.

III) Correta.

14. a) Pelo gráfico: $d > 10 \text{ m}$

$$b) \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{100} = 3,4 \text{ m}$$

c) A 50 m de distância, o nível sonoro é de 70 dB

$$\frac{I}{I_0} = 10^7. \text{ Portanto, } I = 10^{-5} \text{ W/m}^2.$$

15. D

70 dB equivale a uma intensidade emitida de $I = I_0 \cdot 10^7 = 10^{-5} \text{ W/m}^2$.

120 dB equivale a uma intensidade de $I = 1 \text{ W/m}^2$.

A razão entre as potências é $\frac{1}{10^{-5}} = 10^5 = 10000000\%$.

O aumento:

$$\Delta I = 10000000\% - 100\% = 9999900\%.$$

16. B

I) Incorreto. A intensidade mínima para audição com a orelha direita está um pouco acima de 20 dB ($\approx 25 \text{ dB}$).

II) Correto.

III) Incorreto. Os ossículos citados são responsáveis pela ampliação do sinal mecânico que será traduzido em elétrico na cóclea.

17. 29 (01 + 04 + 08 + 16)

01) Correta. 105 dB equivalem a 0,5 h e 110 dB equivalem a 0,25 h.

02) Incorreta. Não varia linearmente com a intensidade.

04) Correta. $110 = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right)$
 $I = 10^{-1} \text{ W/m}^2$

08) Correta. Como é uma escala logarítmica, cada vez que aumentamos em 10 unidades o nível sonoro, a intensidade aumenta 10 vezes.

16) Correta. $N = 10 \cdot \log \left(\frac{10^{-3}}{10^{-12}} \right) = 90 \text{ dB}$

Estudo para o Enem

18. E

$$\alpha = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right) = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$$

I) $\alpha = 100 \text{ dB}; I = 10^{-2} \text{ W/m}^2$

II) $\alpha = 90 \text{ dB}; I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$

III) $\alpha = 60 \text{ dB}; I = 10^{-6} \text{ W/m}^2$

IV) $\alpha = 40 \text{ dB}; I = 10^{-8} \text{ W/m}^2$

V) $\alpha = 20 \text{ dB}; I = 10^{-10} \text{ W/m}^2$

I-E; II-D; III-C; IV-B e V-A

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. D

Para *shows* de *rock*, temos:

$$N_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

Para buzinas, temos:

$$N_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$$

Então:

$$N_1 - N_2$$

$$N_1 - N_2 = 110 - 90 = 10 \log \frac{I_1}{I_2}$$

$$20 = 10 \log \frac{I_1}{I_2}$$

$$2 = \log \frac{I_1}{I_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = 10^2 = 100$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. A

Para $f = 1,0 \text{ kHz}$, temos $I = 10^{-4} \text{ W/m}^2$; portanto, no limiar da dor.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

6 CORDAS SONORAS

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, estudamos as cordas sonoras. Apresentamos o conceito de harmônico. Relacionamos a frequência, a velocidade de propagação e o comprimento de onda para os três primeiros harmônicos. Deduzimos as equações para determinar a frequência e a velocidade para o n ésimo harmônico em função do fundamental. Por fim, relembramos a equação de Taylor e da densidade linear, apresentadas no módulo 2, pois serão úteis na resolução dos exercícios.

Para ir além

Professor, neste [link](https://aletp.com.br/2010/03/anuncio-retrata-a-vibricao-das-cordas-de-guitarristas/) temos algumas imagens das cordas sonoras vibrando em guitarras. Se houver tempo, apresente-o aos alunos para ilustrar o conceito.

<<https://aletp.com.br/2010/03/anuncio-retrata-a-vibricao-das-cordas-de-guitarristas/>>

Exercícios propostos

7. C

Pela relação $f_n = \frac{nv}{2L}$, temos que $L = \frac{nv}{2f_n}$.

Percebe-se que o comprimento da corda é inversamente proporcional à frequência e diretamente proporcional à velocidade da onda. Assim, dobrada a velocidade e também a frequência, concluímos que o comprimento da corda deve ser o mesmo.

8. B

I. Incorreta. A velocidade e a frequência têm dependência com a tensão. Portanto, cordas idênticas tracionadas diferentemente apresentarão velocidades distintas.

II. Correta. Ambas possuem $\lambda = 4 \text{ cm}$.

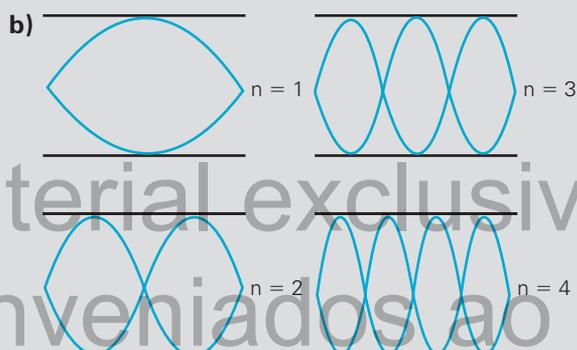
III. Incorreta. Seria correta se a afirmação I também o fosse.

9. a) $f_n = \frac{n \cdot v}{2L}$

Sendo $v = \lambda \cdot f$,

$$f_n = \frac{n \cdot \lambda_n \cdot f_n}{2L}$$

Assim, $\lambda_n = 2L/n$.



10. C

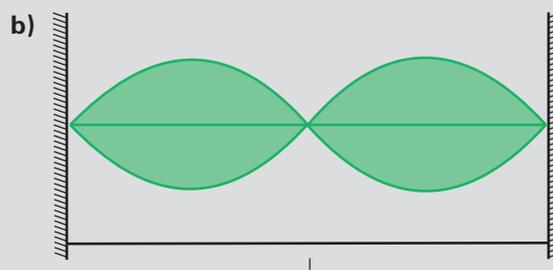
$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$v' = \sqrt{\frac{2 \cdot F}{2 \cdot \mu}} = v$$

Portanto, a velocidade não se altera.

11. a) $f_n = \frac{nv}{2L}$

$$L = \frac{nv}{2f} = \frac{3v}{2f_3} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 5} = 0,6 \text{ m}$$



12. B

Frequência do primeiro harmônico:

$f = \frac{v}{2 \cdot L} = \frac{1}{2 \cdot L} \cdot \sqrt{T}$, T é a tensão por unidade de área da seção transversal da corda, isto é, $T = F/\pi \cdot D^2$.

$$\text{Então: } f = \frac{1}{D \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi} \cdot \mu}$$

13. C

Para ambos os fios:

$$T = \frac{\text{força}}{\text{área}} = \frac{F}{\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2}$$

$$f = \frac{1}{d \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \mu}}$$

Logo, temos:

$$f_1 = \frac{1}{d \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \mu}} = 600 \text{ Hz}$$

$$f_2 = \frac{2}{3 \cdot d \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \mu}} = \frac{2}{3} \cdot 600 = 400 \text{ Hz}$$

14. $f_n = \frac{n}{2 \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2 \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

Corda 1

$$36 = \frac{1}{2 \cdot 0,6} \cdot \sqrt{\frac{40}{\mu}}$$

$$\mu = 0,021 \text{ kg/m}$$

Corda 2

$$f_1 = \frac{1}{2 \cdot 0,4} \cdot \sqrt{\frac{90}{0,021}}$$

$$f_1 \approx 81 \text{ Hz}$$

15. A

$$f_n = \frac{n \cdot v}{2 \cdot L}$$

Como $v_1 = v_2$, temos:

$$\frac{2 \cdot L \cdot f_1}{1} = \frac{2 \cdot \frac{L}{2} \cdot f_2}{1}$$

$$\frac{2 \cdot L \cdot 220}{1} = \frac{2 \cdot L \cdot f_2}{2}$$

$$f_2 = 440 \text{ Hz}$$

16. a) Para três ventres, temos o terceiro harmônico e, portanto:

$$\lambda = \frac{2 \cdot L}{3} = \frac{2 \cdot 0,8}{3} = \frac{1,6}{3}$$

Assim,

$$v = \lambda \cdot f = \frac{1,6}{3} \cdot 150$$

$$v = 80 \text{ m/s}$$

b) Para um único ventre, temos o harmônico fundamental, ou primeiro harmônico.

Pelo gráfico:

$$f = \frac{v}{2 \cdot L} = \frac{75}{2 \cdot 0,5}$$

$$f = 75 \text{ Hz}$$

17. a) A velocidade de um pulso na corda é dada por

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$$

A tensão, em Newtons, na corda, é dada por

$$F = \frac{T}{\pi \cdot (d/2)^2}$$

$$v = \frac{2}{d} \cdot \sqrt{T/\pi \cdot \rho}$$

b) Na nova corda, $v' = \frac{8}{d} \sqrt{\frac{T}{\pi} \cdot \rho} = 4 \cdot v$.

c) $f_1 = v/2L$

$$f'_1 = 4 \cdot f_1 = 1680 \text{ Hz}$$

Estudo para o Enem

18. D

Sendo o número de harmônico proporcional à frequência, temos:

$$\frac{f_s}{f_p} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos

processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. C

Primeiro harmônico:

$$\lambda_1 = \frac{L}{2}$$

Segundo harmônico:

$$\lambda_2 = \frac{2 \cdot L}{5}$$

Sendo as mesmas velocidades de propagação, temos:

$$v_1 = v_2$$

$$\lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2$$

$$f_2 = \frac{\lambda_1 \cdot f_1}{\lambda_2}$$

$$f_2 = \frac{\frac{L}{2} \cdot 400}{2 \cdot \frac{L}{5}}$$

$$f_2 = 500 \text{ Hz}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. E

Juntando as equações da frequência e da velocidade, tal que:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \text{ e } v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \text{ temos que:}$$

$$f = \frac{1}{2 \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{1}{2 \cdot 0,55} \cdot \sqrt{\frac{144}{10^{-2}}}$$

$$f = 110 \text{ Hz}$$

Pela tabela, essa corda emitirá a nota lá.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

7 TUBOS SONOROS

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, estudaremos os tubos sonoros. Apresentaremos o conceito de tubos abertos e fechados. Relacionaremos a frequência, a velocidade de propagação e o comprimento de onda para os dois tipos de tubos. Por fim, deduziremos as equações para determinar a frequência e a velocidade para o enésimo harmônico em função do fundamental.

Para ir além

Professor, neste *link*, temos um artigo sobre instrumentos de sopro, para auxiliar na compreensão dos tubos sonoros.

https://paginas.fe.up.pt/~projfeup/submit_13_14/uploads/relat_1M3_3.pdf.

Acesso em: ago. 2018.

Exercícios propostos

7. E

$$f_5 = \frac{5 \cdot 320}{4 \cdot 5} = 80 \text{ Hz}$$

8. 7 (01 + 02 + 04)

01. Correto.

02. Correto. Por se tratar de um tubo fechado.

04. Correto.

08. Incorreto. O sexto harmônico deve ocorrer quando $f_6 = 6 \cdot f_1$, isto é, $H_6 = 6 \cdot H_1 = 0,75 \text{ m}$.

16. Incorreto. De fato, $\lambda_7 = \frac{4 \cdot H_7}{7} = 4 \cdot H_1 = 0,5 \text{ m}$. Porém, haverá a formação de 7 antinodos (fusos).

9. C

Para tubos fechados, temos:

$$f_n = \frac{n \cdot v}{4 \cdot L}, \text{ então:}$$

$$f_{M_i} = \frac{v}{4 \cdot L_{M_i}}$$

$$L_{M_i} = \frac{330}{4 \cdot 660} = 0,125 \text{ m}$$

$$L_{á} = \frac{v}{4 \cdot L_{Lá}}$$

$$L_{Lá} = \frac{330}{4 \cdot 220} = 0,375 \text{ m}$$

10. B

Para tubos fechados, temos:

$$f_1 = \frac{n \cdot v}{4 \cdot L}, \text{ então:}$$

$$f_1 = 1 \cdot \frac{330}{4 \cdot L} = 375$$

$$L = \frac{330}{4 \cdot 375}$$

$$L = 0,22 \text{ m}$$

11. B

Para tubos fechados, temos:

$$f_1 = \frac{n \cdot v}{4 \cdot L}$$

$$L_n = \frac{n \cdot v}{4 \cdot f}, \text{ então}$$

$$L_1 = \frac{3 \cdot v}{4 \cdot f_3}$$

$$L_2 = \frac{5 \cdot v}{4 \cdot f_5}$$

Uma vez que $f_5 = f_3$, temos $\frac{L_2}{L_1} = \frac{5}{3}$.

12. B

O menor valor de L corresponde à situação em que ocorre o primeiro harmônico. Embora o tubo seja aberto, a água representa uma fechadura em uma das extremidades, portanto, temos um tubo

$$\text{fechado: } f_1 = \frac{v}{4 \cdot L} = \frac{340}{4 \cdot 0,1 \text{ m}} = 850 \text{ Hz}$$

13. C

Em um tubo aberto, $f_2 = \frac{2 \cdot v}{2 \cdot L} = \frac{340}{0,34} = 1000 \text{ Hz}$.

14. Tubo **fechado** com 3 nós = quinto harmônico.

$$f_5 = \frac{5 \cdot v}{4 \cdot L} = \frac{5 \cdot 340}{4 \cdot 5} = 85 \text{ Hz}$$

15. C

A densidade linear de massa de cada fio é

$$\mu = \frac{0,001}{2} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m.}$$

A frequência de oscilação do fio é

$$f_1 = \frac{1}{2 \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{\frac{80}{5 \cdot 10^{-4}}} = 100 \text{ Hz.}$$

O buraco é um tubo **fechado**. Na condição de ressonância.

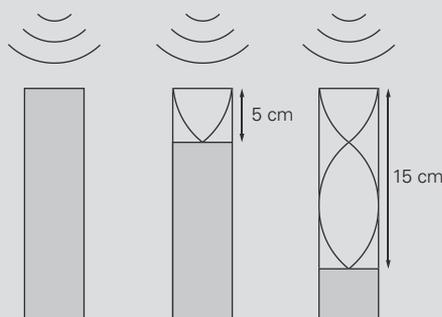
$$L_{\text{buraco}} = \frac{v}{4 \cdot f_1} = \frac{330}{4 \cdot 100} = 0,825 \text{ m}$$

16. E

Para o tubo aberto, temos $f_n = \frac{n \cdot V}{2 \cdot L}$; para o modo fundamental, temos: $f_B = \frac{V}{2 \cdot L}$.

Para o tubo fechado, temos $f_n = \frac{n \cdot V}{4 \cdot L}$; para o modo fundamental, temos: $f_A = \frac{V}{4 \cdot L}$.

17. a)



Cálculo da velocidade de escoamento:

$$v = \frac{15}{60}$$

$$v = 0,25 \text{ cm/s}$$

b) Da figura,

$$\frac{\lambda_f}{4} = 5 \text{ cm} \Rightarrow \lambda_f = 0,2 \text{ m}$$

Sendo:

$$v = \lambda_f \cdot f$$

$$340 = 0,2 \cdot f$$

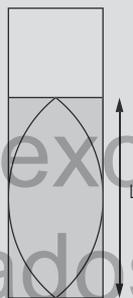
$$f = 1700 \text{ Hz}$$

c) Após a refração, a frequência continua a mesma (propriedade da fonte).

$$1700 = \lambda \cdot 1700$$

$$\lambda = 1 \text{ m}$$

d)



Sendo assim:

$$L = \frac{\lambda}{2} = \frac{1 \text{ m}}{2}$$

$$L = 0,5 \text{ m}$$

Estudo para o Enem

18. B

O comprimento de onda daquela no tubo fechado é dado por:

$$\lambda = \frac{4 \cdot L_n}{n} = \frac{4 \cdot L_{n+2}}{n+2}$$

Lembrando que tubos fechados não apresentam valores de n pares. Dessa relação, obtemos $n = 3$.

Assim, o comprimento da onda produzida no tubo

$$\text{é } \lambda = \frac{4 \cdot 0,96 \text{ m}}{3} = 1,28 \text{ m, e, portanto, a velocidade do som dentro do tubo é } v = 320 \text{ m/s.}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. A

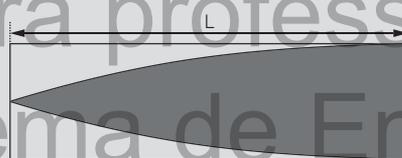
Como a velocidade é constante, se o comprimento de onda dobrar, a frequência deverá reduzir pela metade ($v = \lambda \cdot f$).

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. B

Podemos aproximar o canal auditivo para a representação a seguir.



$$f = n \cdot \frac{v}{4 \cdot L}$$

Para o 1º harmônico:

$$f = \frac{340}{4 \cdot 3,4 \cdot 10^{-2}} = 25 \cdot 10^2 \text{ Hz} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

$$f = 2,5 \text{ kHz.}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

8 EFEITO DOPPLER

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, estudamos o efeito Doppler. Apresentamos o efeito Doppler para as ondas sonoras e eletromagnéticas. Mencionamos brevemente algumas aplicações. Caso julgue necessário, utilize os *links* da sessão Para ir além. É importante deixar claro que o referencial adotado determinará o sinal a ser utilizado na equação.

Para ir além

Simulador sobre efeito Doppler

http://gruposputnik.com/paginas_com_flash/Doppler%20Shift%20Demonstrator.htm

Acesso em: ago. 2018.

Radares e trânsito

<https://www.tecmundo.com.br/infografico/10350-como-funcionam-os-radares-de-transito-infografico-.htm>

Acesso em: ago. 2018.

O efeito Doppler na ultrassonografia

<http://www.scielo.br/pdf/cr/v38n3/a47v38n3.pdf>

Acesso em: ago. 2018.

Exercícios propostos

7. E

$$v_f = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

$$f_o = f_f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

Adotando o referencial observador – fonte –, temos:

$$f_o = 630 \cdot \frac{340}{340 - 25} = 680 \text{ Hz}$$

8. A

$$f_o = f_f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

Adotando o referencial observador – fonte –, temos:

$$2 \cdot f = f \cdot \frac{v \pm v_o}{v}$$

$$2 \cdot v = v + v_o$$

$$v = v_o$$

Portanto:

$$\frac{v}{v_o} = 1$$

$$9. f_o = f_f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

Aproximação:

$$284 = f_f \cdot \frac{330}{330 - v_f}$$

Afastamento:

$$266 = f_f \cdot \frac{330}{330 + v_f}$$

Dividindo as duas equações, temos:

$$\frac{284}{266} = \frac{330 + v_f}{330 - v_f}$$

$$v_f = 10,8 \text{ m/s}$$

10. D

Fusca afastando-se de A: $f_A < f$.

Fusca aproximando-se de B: $f_B > f$.

11. B

Sabe-se, pelo efeito Doppler, que a frequência aparente de uma onda aumenta quando a fonte se aproxima do observador e diminui quando a fonte se afasta dele.

Dessa forma, a estrela afasta-se da Terra, pois sua luz emitida está mais avermelhada, ou seja, está com o comprimento de onda maior, significando afastamento da fonte em relação ao observador.

12. 06 (02 + 04)

01. Incorreto. Ondas transportam energia, mas não matéria.

02. Correto.

04. Correto.

08. Incorreto. O som é uma onda longitudinal de compressão.

16. Incorreto. O efeito Doppler ocorre com ondas de ambas as naturezas.

13. C

O efeito Doppler baseia-se no fato de a frequência recebida após a reflexão ser diferente da frequência emitida. Isso ocorre em razão da velocidade relativa entre o detector e o objeto refletor.

14. D

A figura mostra que os comprimentos de onda estão diminuindo de oeste para leste, o que mostra que a frequência está aumentando nessa direção. Portanto, o efeito Doppler ocorre de oeste para leste.

$$15. f_o = f_f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

$$485 = 512 \cdot \frac{340}{340 + v_f}$$

$$v_f = 18,9 \text{ m/s}$$

Como o corpo está em queda livre, temos:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h$$

$$\text{Logo, } h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{18,9^2}{2 \cdot 9,8} = 18,2 \text{ m.}$$

16. B

I. Incorreta. Quando a ambulância se afasta, o número de cristas de onda por segundo que chegam ao ouvido do observador é menor.

II. Incorreta. As variações na tonalidade do som da sirene da ambulância percebidas pelo observador devem-se ao movimento relativo entre o observador e a fonte.

III. Correta. Há movimento relativo entre o observador e a fonte.

IV. Correta. O efeito Doppler é um fenômeno ondulatório, e não exclusivamente sonoro.

17. A

$$f_o = f_f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

Aplicando a expressão do efeito Doppler para as duas situações:

Aproximação

$$1000 = f_f \cdot \frac{333}{333 - v_f}$$

Afastamento

$$875 = f_f \cdot \frac{333}{333 + v_f}$$

Dividindo uma equação pela outra:

$$\frac{1000}{875} = \frac{333 + v_f}{333 - v_f}$$

$$v_f = 22,2 \text{ m/s}$$

Estudo para o Enem

18. A

A intensidade deverá diminuir com o quadrado da distância, d , segundo a relação $I = P/4\pi d^2$, pois d está aumentando.

O tempo de retorno dos pulsos deverá aumentar, pois $\Delta t = d/v$; d está aumentando e v , a velocidade da mariposa, é constante.

De acordo com o efeito Doppler, o afastamento entre fonte e observador causa diminuição na frequência observada.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. D

Quando a fonte se aproxima do observador, a frequência deve aumentar, de modo que $f_o (t < t_0) > f_A$.

Após passar pelo observador, a fonte vai se afastando dele; é caso em que a frequência passa a diminuir, isto é, $f_o (t > t_0) < f_A$.

Em t_0 , a velocidade da fonte inverte seu sentido em relação ao observador; é caso em que $V_{\text{fonte}} = 0$. Então $f_o = f_A$.

A curva contínua que descreve as três situações mencionadas é a do item D.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. E

Se o carro de bombeiros fosse uma galáxia, a luz emitida seria captada pelo observador central como deslocamento para o azul, primeiramente, na aproximação, já que essa é a cor de maior faixa de frequências. Logo em seguida, seria captada como deslocamento para o vermelho, no afastamento, já que essa é a cor de menor frequência no espectro visível.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

9 INTRODUÇÃO À ÓPTICA GEOMÉTRICA I

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, fizemos a introdução à óptica geométrica. Trabalhamos de forma breve a discussão sobre a natureza da luz. Conceituamos as fontes, os raios e os feixes de luz. Explicamos o conceito de ano-luz, fizemos uma breve explicação sobre reflexão, refração e difração e finalizamos apresentando uma classificação para os meios de propagação da luz.

Para ir além

Simulador sobre a percepção das cores

https://phet.colorado.edu/sims/html/color-vision/latest/color-vision_pt.html.

Acesso em: ago. 2018.

Exercícios propostos

7. C

- I. Correta. A luz é uma onda eletromagnética.
- II. Incorreta. Nos meios transparentes, a luz propaga-se segundo trajetórias regulares, propiciando a visualização nítida dos objetos.
- III. Correta. A cor que um corpo apresenta depende da reflexão difusa.
- IV. Correta. Fenômenos luminosos: reflexão, refração, interferência e difração.

8. D

O ano-luz corresponde à distância percorrida pela luz em um intervalo de tempo equivalente a um ano.

9. C

A luz do Sol é uma fonte natural de luz branca, isto é, ela é uma fonte primária de luz policromática. Ao projetar-se sobre uma pigmentação branca, ela será refletida em sua quase totalidade, devolvendo a energia de radiação térmica ao meio externo. Se o telhado não for de cor branca, parte da luz incidente será absorvida, aquecendo o interior dos imóveis.

10.

O enunciado nos diz que a luz leva 40 anos para chegar ao sistema Trappist-1.

A Helios-2, que viaja a $v = 2,5 \cdot 10^5$ km/h \approx

$\approx 7,0 \cdot 10^4$ m/s, levará mais tempo para realizar tal feito:

$$t = \frac{3,0 \cdot 10^8}{7,0 \cdot 10^4} \cdot 40 \approx 1,7 \cdot 10^5 \text{ anos.}$$

11. A

- I. Verdadeira. Nos meios transparentes, a luz não sofre dispersões.

- II. Falsa. Nos meios translúcidos, a trajetória da luz não é regular.

- III. Falsa. Nos meios opacos, a luz não se propaga.

12. B

L1 é um meio translúcido que produz sombra de coloração verde. Isso quer dizer que uma luz de comprimento de onda igual a λ_{VERDE} é capaz de refratar em L1, sendo transmitida.

L2 é um meio opaco que aparenta ser verde justamente por refletir luz verde em grande quantidade.

13. D

- I. Correta. Segundo a definição de ano-luz, a luz, para percorrer uma distância de 250 anos-luz, levará 250 anos para fazê-lo.

- II. Incorreta. Ano-luz não é unidade de medida de tempo.

- III. Correta. A informação de qualquer ocorrido só será perceptível a nós após a luz percorrer a distância de 250 anos-luz.

- IV. Incorreta. Uma foto tirada hoje mostra como ela era há 250 anos.

14. E

Branca: reflete todas as cores.

Amarela: absorve todas as cores, menos o vermelho.

Azul: absorve todas as cores, menos o vermelho.

15. E

A luz solar sofre refração ao deparar-se com a solução de água e cloro acima do telhado, propagando-se em meio líquido até atingir a porção inferior da lâmpada e refratar para o ambiente interno do imóvel.

16. D

Na figura observamos dois fenômenos: a refração da luz devido à mudança de meio de propagação ar-vidro-ar e a dispersão da luz branca em suas sete cores monocromáticas.

17. 27 (01 + 02 + 08 + 16)

01) Correta.

02) Correta.

04) Incorreta. A luz branca é policromática e contém a luz cujo comprimento de onda está associado ao vermelho. Dessa forma, o material será capaz de refletir a luz vermelha, cor que aparentará ser.

08) Correta. Menor comprimento de onda → ultravioleta; maior comprimento de onda → infravermelho.

16) Correta. Maior frequência → ultravioleta; menor frequência → infravermelho.

Estudo para o Enem

18. A

A camiseta branca refletirá a luz verde, resultando na cor verde.

A camiseta vermelha absorverá a luz verde, resultando na cor preta.

A camiseta verde refletirá a luz verde, resultando na cor verde.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. A

Para que seja possível ver a imagem dos produtos na vitrine, a luz deve sofrer refração. Quando a imagem formada é de si, significa que uma parcela da luz está refletida no vidro.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. B

I. Correta. A transparência é explicada pela refração e reflexão.

II. Incorreta. Não é reflexão, e sim refração.

III. Incorreta. A luz é formada por infinitas cores, e não por apenas três.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

10 INTRODUÇÃO À ÓPTICA GEOMÉTRICA II

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, concluímos a introdução à óptica geométrica. Trabalhamos os princípios da óptica geométrica e suas consequências. Estudamos a câmara escura de orifício, que deu origem às máquinas fotográficas. Diferenciamos sombra de penumbra e, para finalizar, estudamos os eclipses solares e lunares.

Para ir além

Simuladores simples de eclipses

<<https://eclipsemega.movie/simulator>>

<<http://astro.unl.edu/classaction/animations/lunarcycles/shadowsim.html>>

Acesso em: set. 2018.

Simulador mais sofisticado, que requer instalação

<<https://eclipse2017.nasa.gov/nasas-eyes>>

Acesso em: set. 2018.

Exercícios propostos

7. D

Aplicando a relação $\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$, temos $\frac{0,03}{o} = \frac{p'}{6} \Rightarrow o \text{ p}' = 0,18$.

Assim, $i(p) = \frac{0,18}{p}$, de modo que $i(2) = 0,09 \text{ m} = 9 \text{ cm}$.

8. E

No eclipse lunar, a Terra bloqueia os raios de luz provenientes do Sol que iluminariam a Lua. Portanto, a Terra está entre o Sol e a Lua.

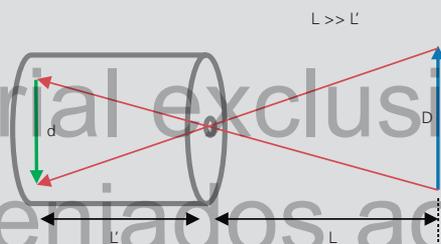
9. D

Num meio homogêneo, a luz propaga-se em linha reta. [I] Princípio da propagação retilínea da luz.

A trajetória ou caminho de um raio não depende do sentido da propagação. [III] Princípio da reversibilidade dos raios de luz.

Os raios de luz propagam-se independentemente dos demais. [III] Princípio da independência dos raios de luz.

10. a) Por semelhança de triângulo no tubo, temos:



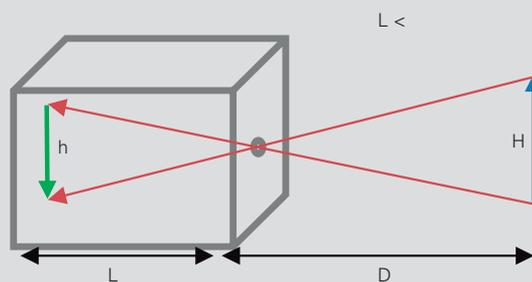
$D = d \left(\frac{L}{L'} \right)$, onde D é o diâmetro do Sol, $d = 1,4 \text{ cm}$ é o diâmetro da imagem, $L = 1,5 \times 10^8 \text{ km}$ é a distância da Terra ao Sol e $L' = 1,5 \text{ m}$ é o comprimento do tubo.

$$D = 0,014 \cdot \left(\frac{1,5 \cdot 10^{11}}{1,5} \right) = 1,4 \cdot 10^6 \text{ km.}$$

b) Porque a Lua, apesar de possuir diâmetro menor, está muito mais próxima da Terra do que o Sol.

11. C

Um feixe estreito de luz, emitido pelo ponto de extremidade superior do objeto, penetra na caixa por meio do orifício, atingindo-a na sua parte inferior, e vice-versa. O objeto é reproduzido ponto a ponto, formando a imagem. A imagem criada é real e invertida em relação ao objeto.



Por semelhança de triângulos e considerando o fato de que $L < D$, temos que a altura, h , da imagem formada no anteparo é

$$h = H \cdot L/D \Rightarrow h < H.$$

12. A

O ângulo que o prédio faz com o feixe r_2 é igual a \widehat{CBD} , de modo que $\text{tg}(\widehat{CBD}) = 3/8$.

$$\text{Assim, } CD = \frac{3CB}{8} = \frac{3(CA - BA)}{8} = \frac{3(2,9 - 1,3)}{8} = 0,6 \text{ m.}$$

13. B

O ponto de iluminação está sobre o segmento BD , de modo que $L = 30 \cdot \text{tg} \theta \approx 17,4 \text{ m}$.

Assim, o raio de luz que mais se aproxima do pé do poste está a 2,6 m dele (ponto B).

14. H = altura do edifício

S = sombra projetada no solo pelo edifício

h = altura do muro

s = sombra projetada no solo pelo muro

Pela semelhança de triângulos, escrevemos:

$$\frac{H}{h} = \frac{S}{s} \rightarrow \frac{H}{15} = \frac{2}{4} \rightarrow H = 7,5 \text{ m}$$

15. D

A correspondência correta é:

1 – I: a Lua está totalmente iluminada, portanto não há eclipse.

2 – V: a Lua está na região de penumbra e recebe somente parte da luz do sol, ficando um pouco escurecida. Essa situação é denominada eclipse penumbral.

3 – II: metade da Lua está numa região de sombra e a outra metade, na penumbra, resultando em um eclipse parcial da Lua.

4 – IV: a lua está na região de sombra, portanto há eclipse total da Lua.

16. As situações são descritas pelas figuras.

Por semelhança de triângulo

$$\frac{P_1}{H} = \frac{L}{0,05 \cdot H}$$

$$P_1 = 20 \cdot L$$

No segundo caso, encontramos L em função de P_2 , também por semelhança de triângulos:

$$L = P_2 \cdot \left(\frac{0,5 \cdot H}{H} \right) = \frac{P_2}{2}$$

Assim, $P_1 = 10P_2$.

17. **06 (02 + 04) 01.** Incorreto. A luz branca é resultante das luzes de cores de todo o espectro visível.

02. Correto. Não haverá reflexão de luz nas cores azul e vermelha.

04. Correto. O estudante pode ler a palavra Física, porque está ocorrendo reflexão da luz verde.

08. Incorreto. A relação correta seria $f_3 > f_2 > f_1$.

16. Incorreto. A cor preta consiste na ausência de luz, não podendo ser produzida por interferência de luzes.

Estudo para o Enem

18. E

Temos a relação a seguir:

$$30 \text{ cm} \text{ — } 15 \text{ cm}$$

$$30 \text{ cm} + 150 \text{ cm} \text{ — } x$$

$$X = 90 \text{ cm}$$

Para saber o número de vezes que a sombra será maior que a mão é necessário fazer a razão da sombra com a mão: $\frac{90}{15} = 6$ vezes

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. A

Para um objeto ser observado, é necessário que nele reflitam raios de luz e que estes cheguem aos olhos do observador.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. A

Cálculo da altura

$$\text{tg } 60^\circ = \frac{h}{300}$$

$$h = 300 \cdot \text{tg } 60^\circ = 300 \sqrt{3} \text{ m} \approx 520 \text{ m.}$$

A altura de cada nível é, aproximadamente,

$$\frac{830}{8} = 103,7 \text{ m, de modo que } h \text{ se encontra mais próximo do nível 5.}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

11 ESPELHOS PLANOS I

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, iniciamos o estudo dos espelhos planos. Trabalhamos o princípio do tempo mínimo, as leis da reflexão. Mostramos como construir geometricamente as imagens em espelhos planos. Caracterizamos a sua imagem e estudamos o conceito de campo visual.

Para ir além

Simulador de campo visual

<http://www.if.ufrj.br/~marta/aplicativos/espelhoplano.swf>.

Acesso em: set. 2018.

Simulador sobre as leis da reflexão

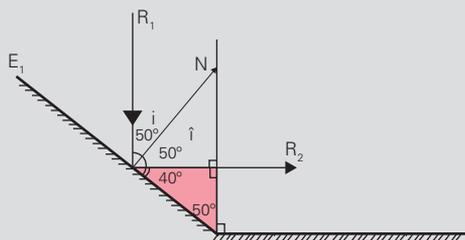
<http://demonstrations.wolfram.com/OpticsLawOfReflection/>.

Acesso em: set. 2018.

Exercícios propostos

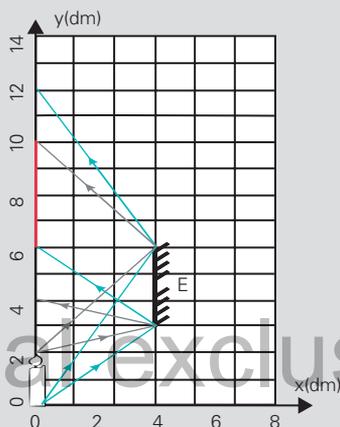
7. D

Se R_2 for paralelo a E_2 , podemos formar o triângulo retângulo que está em azul. Sabemos todos os ângulos do retângulo e, a partir deles, encontramos o ângulo de reflexão, que é igual ao ângulo de incidência.



8. E

Traçando os raios que delimitam o campo de visão do espelho e passam pela vela, temos:



Por isso, é possível enxergar a vela inteira entre as posições verticais de 6 a 10 dm.

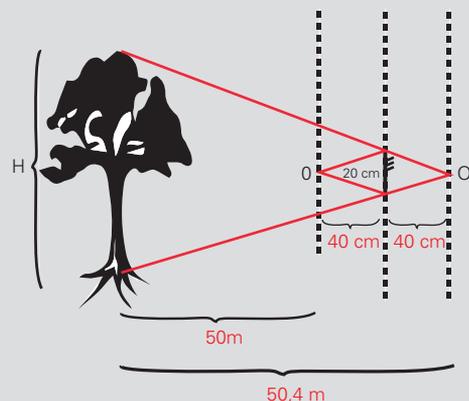
9. D

Da geometria, temos que:

$$\cos \theta = \frac{100}{200} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

$$\theta = i + r, \text{ com } i = r \Rightarrow \theta = 2\hat{i} \Rightarrow \hat{i} = 30^\circ$$

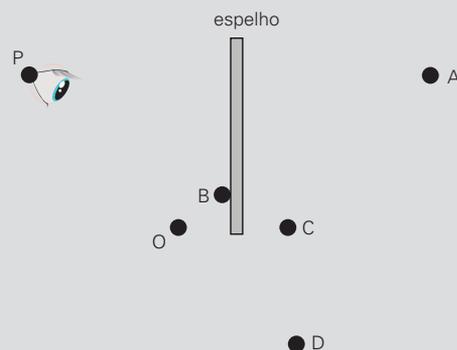
10.



$$\frac{H}{50,4} = \frac{0,2}{0,4} \Rightarrow H = 25,2 \text{ m}$$

11. B

Utilizando o princípio do tempo mínimo, projetamos a imagem da lâmpada no ponto C, posição na qual o observador verá a imagem virtual da lâmpada.



12. E

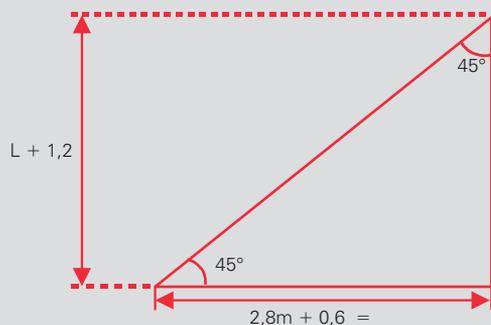
Utilizando o princípio do tempo mínimo, sabemos que a imagem virtual I deve estar "dentro" do espelho e na mesma altura de O. Uma linha reta entre o observador e I deverá cruzar com o espelho P em um dado ponto. É nesse ponto que a luz proveniente de O atingirá o espelho e refletirá aos olhos do observador, satisfazendo à relação de igualdade entre os ângulos de incidência e reflexão, conforme o item E.

13. C

A imagem é virtual e simétrica em relação ao plano "E" (enantiomorfa). A fonte emite luz monocromática, portanto, apenas uma única frequência.

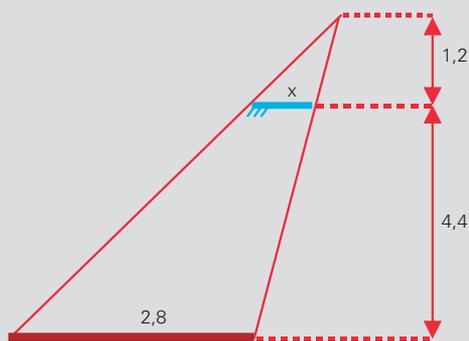
14.

a) A largura da janela pode ser encontrada por meio do seguinte triângulo retângulo isósceles:



$$L + 1,2 = 3,4 \Rightarrow L = 2,2 \text{ m}$$

b) Obtemos o comprimento x por semelhança de triângulos:

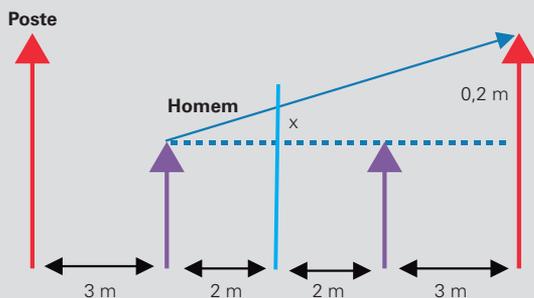


$$\frac{x}{2,8 \text{ m}} = \frac{1,2 \text{ m}}{(4,4 + 1,2) \text{ m}} \Rightarrow x = 0,6 \text{ m}$$

15. 17 (01 + 16)

01. Correta.

02. Incorreta. A altura mínima para o espelho será $1,80 \text{ m} + x$, onde $\frac{x}{0,2} = \frac{2}{7} \Rightarrow x \approx 0,06 \text{ m}$, de modo que a altura mínima do espelho é $1,86 \text{ m}$.



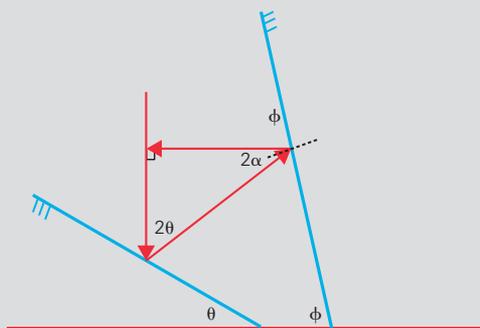
04. Incorreta. Ele continuará a observar todo seu corpo.

08. Incorreta. A distância do poste à imagem virtual do homem será igual a 7 m .

16. Correta.

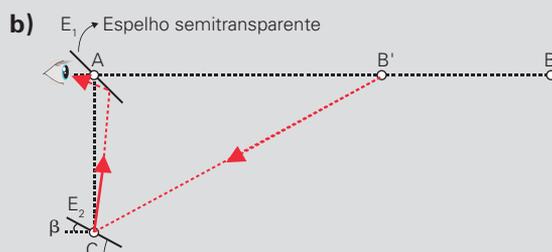
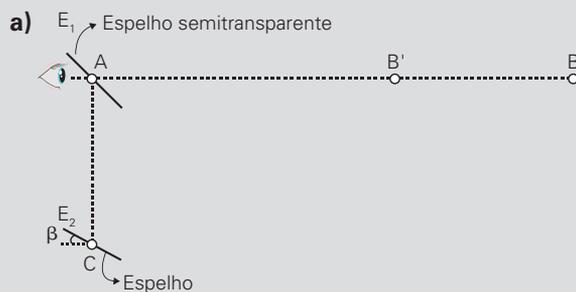
16. B

A inclinação de $\theta = 15^\circ$ em E_1 faz que o raio seja refletido com ângulo de 30° . No triângulo retângulo em destaque na figura a seguir, temos $\theta + \alpha = 45^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$.

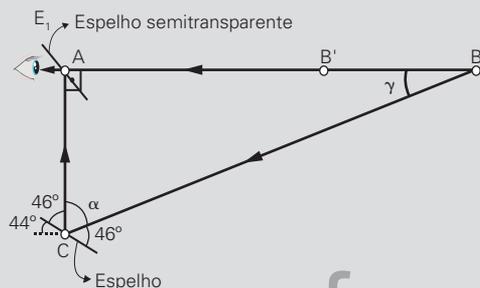


Além disso, temos que $\alpha + \phi = 90^\circ \Rightarrow \phi = 60^\circ$.

17.



c) A seguinte configuração deve ocorrer para que os raios provenientes de E_1 e E_2 sejam sobrepostos no observador:



No triângulo anterior, temos:

$$\alpha + \gamma + 90^\circ = 180^\circ$$

$$2 \cdot 46^\circ + \alpha = 180^\circ$$

De onde obtemos $\gamma = 2^\circ$.

d) Considere a figura anterior, sendo $\alpha = 88^\circ$. O triângulo ABC permite-nos dizer que

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen}(88^\circ)}{\cos(88^\circ)} = \frac{AB}{10}$$

Logo, $AB = 330 \text{ cm}$.

Estudo para o Enem

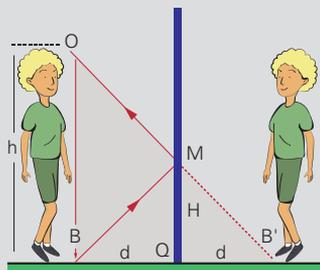
18. C

Os triângulos OBB' e MQB' são semelhantes.

$$2 \cdot d/h = d/H$$

$$2 \cdot H = h$$

$$H = h/2 = 1,6/2 = 0,8 \text{ m}$$

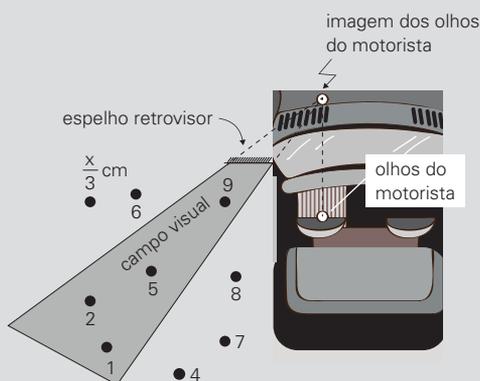


Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. C

Considerando o espelho plano, temos na figura a seguir seu campo de visão.

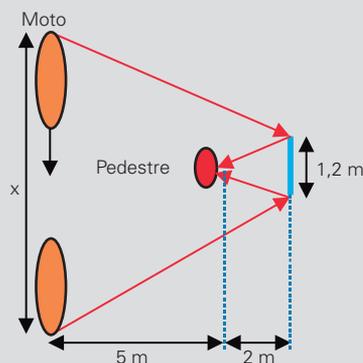


Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. B

Utilizando o princípio do tempo mínimo, construímos os feixes que denotam os extremos para essa situação, conforme a figura.



Temos a semelhança de triângulos:

$$\frac{x}{1,2} = \frac{5 + 2}{2} \Rightarrow x = 4,2 \text{ m}$$

A moto tem comprimento igual a 1,8 m. Levando isso em consideração, o tempo de visibilidade total da moto por parte do pedestre será

$$\Delta t = \frac{4,2 - 1,8}{0,8} = 3,0 \text{ s.}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

12 ESPELHOS PLANOS II

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, encerramos o estudo dos espelhos planos. Trabalhamos a translação, a rotação e a associação de espelhos planos. Mostramos como construir geometricamente as imagens em espelhos planos.

Para ir além

Professor, neste *link*, temos um simulador de associação de espelhos planos

http://www.ciencia.ao.usp.br/tudo/exibir.php?midia=te&cod=_associacaodeespelhosplanos

Acesso em: set. 2018.

Exercícios propostos

7. C

Em relação ao espelho, por causa da simetria, Camila e sua imagem têm velocidades de mesmo módulo, em sentidos opostos. Assim, o módulo da velocidade relativa de aproximação entre ela e sua imagem é:

$$v_{\text{rel}} = v_c + v_i = 45 + 45$$

$$v_{\text{rel}} = 90 \text{ cm/s}$$

8. E

Inicialmente, a distância entre as imagens era igual a $D = 2x + 2y$.

Após mover os espelhos, essa relação passou a ser $2D = 2(x + 2) + 2(y + 2)$.

Assim, temos que $D = 8 \text{ m}$, de modo que a distância entre os espelhos equivale à metade disso, isto é, 4.

9. A distância inicial do estudante à sua imagem é $2 \cdot 12 \text{ m} = 24 \text{ m}$.

A velocidade de aproximação do estudante à sua imagem é $v = 2 \cdot 2 \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}$.

O tempo para que o estudante chegue a uma distância de 1 m de sua imagem é:

$$\Delta t = \frac{23}{4} = 5,75 \text{ s}$$

10. D

O ângulo entre os dois espelhos colados é 60° , de modo que o número de imagens observadas por João é

$$N = \frac{360^\circ}{60^\circ} - 1 = 5$$

11. Velocidade de aproximação do patinador em relação ao espelho:

$$V_{\text{RE}} = 10 \text{ m/s} - 8 \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$

Velocidade de aproximação do patinador em relação à sua imagem:

$$V = 2 \cdot V_{\text{RE}} = 2 \cdot 2 \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}$$

12. C

Transformando radianos para graus, temos:

$$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

Pela equação:

$$n = \frac{360^\circ}{\beta} - 1 \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{60^\circ} - 1 \Rightarrow n = 5 \text{ imagens}$$

13. C

Número de imagens formadas:

$$N = \frac{360^\circ}{\theta} - 1 = \frac{360^\circ}{60^\circ} - 1$$

$$N = 5$$

Para 20 pontos, então, são necessárias 4 faces voltadas para o espelho.

14. D

3 objetos \Rightarrow 15 imagens

1 objeto \Rightarrow 5 imagens

$$n = \frac{360^\circ}{\beta} - 1 \Rightarrow 5 = \frac{360^\circ}{\beta} - 1 \Rightarrow \beta = 60^\circ$$

15. A

Por simetria, a distância da imagem ao espelho plano é a mesma distância do objeto ao espelho. Se a distância do poste ao espelho for reduzida à metade, então a distância entre a imagem e o espelho também se reduzirá à metade, resultando em 6 m.

Já o tamanho (altura) da imagem, em um espelho plano, é sempre igual ao do objeto, logo não é alterado pela aproximação do poste ao espelho. Sendo assim, ficara com os mesmos 3 m.

16. B

O número de imagens formadas é:

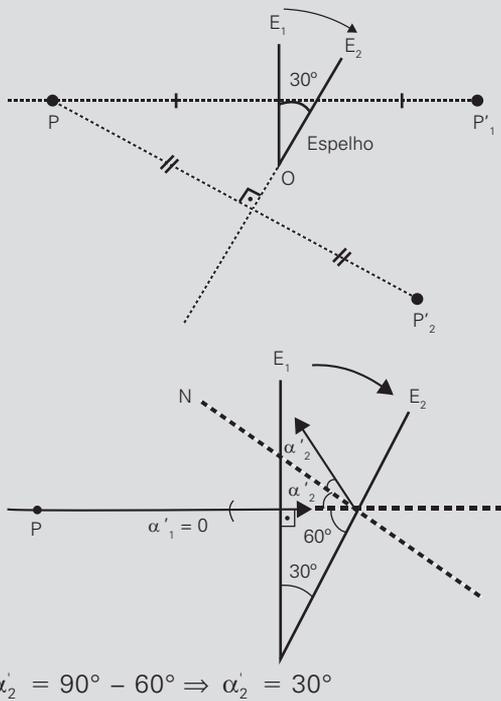
$$n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1 \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{20^\circ} - 1 = 18 - 1$$

$$n = 17$$

Cada reflexão gera uma imagem em cada espelho, sendo a última formada pela superposição de duas imagens. A primeira reflexão gera duas imagens enantiomorfas, a segunda gera duas imagens diretas, a terceira, duas imagens enantiomorfas e, assim por diante, até a nona reflexão que gera duas imagens enantiomorfas superpostas. Chamando de A e B os dois espelhos e ordenando as imagens enantiomorfas em cada espelho, temos:

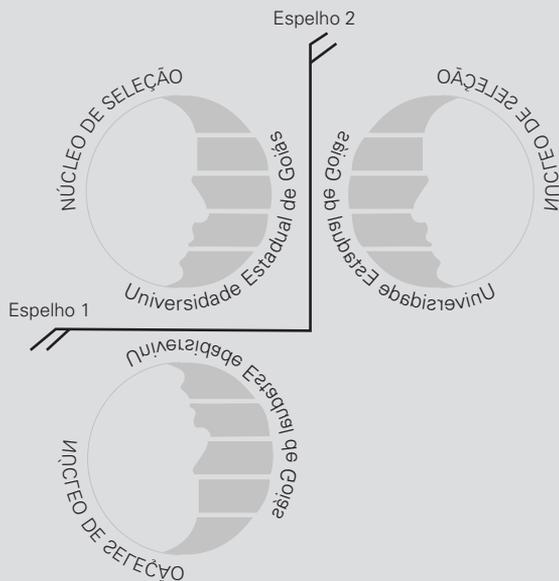
1A e 1B; 3A e 3B; 5A e 5B; 7A e 7B; 9AB.
São, portanto, 9 imagens enantiomorfas.

17.



Estudo para o Enem

18. A



Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

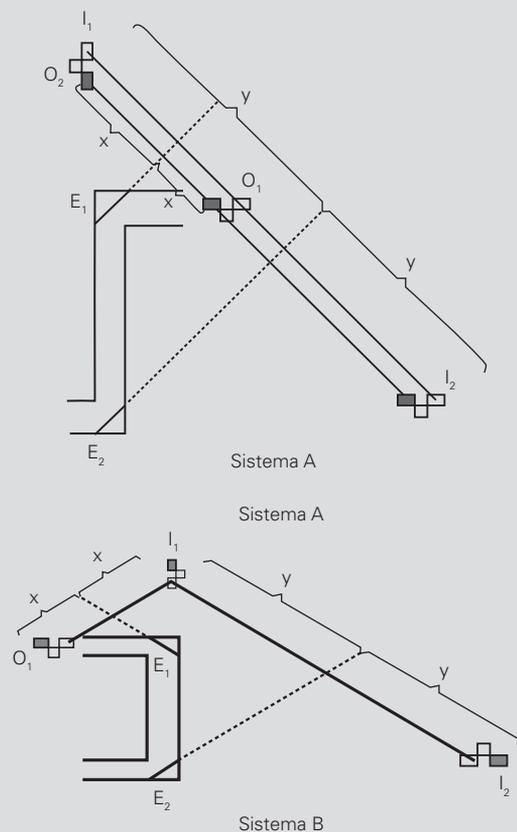
19. C

Uma imagem, refletida no espelho, possui o dobro da velocidade do objeto.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. B



Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

13 ESPELHOS ESFÉRICOS I

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, iniciamos o estudo dos espelhos esféricos. Explicamos a origem, os tipos desses espelhos. Trabalhamos as condições de nitidez de Gauss e os raios notáveis, que possibilitam a construção geométrica das imagens e a determinação das suas características.

Para ir além

Simuladores para a construção de imagens em espelhos esféricos

http://www.ciencia.ao.usp.br/tudo/exibir.php?midia5tex&cod5_espelhoesferico

Acesso em: set. 2018.

<https://www.geogebra.org/m/GmzBXvRm>

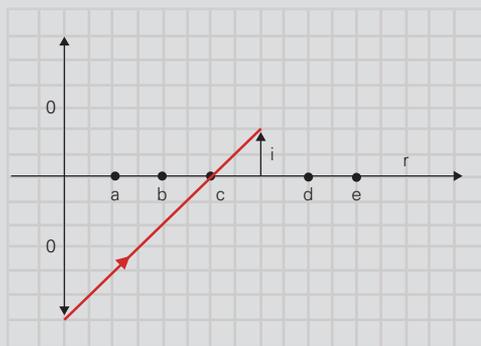
Acesso em: set. 2018.

Exercícios propostos

7. D

Com base no esquema, podemos perceber que a imagem i é menor que o objeto o e é direita. É o único tipo de imagem formada pelo espelho esférico convexo.

Para determinarmos a posição desse espelho esférico convexo, usaremos o raio notável que diz que todo raio de luz que incide sobre o vértice do espelho esférico reflete-se simetricamente em relação ao eixo principal. Para isso, devemos inverter o objeto e unir os extremos dele invertido com os da imagem:



8. E

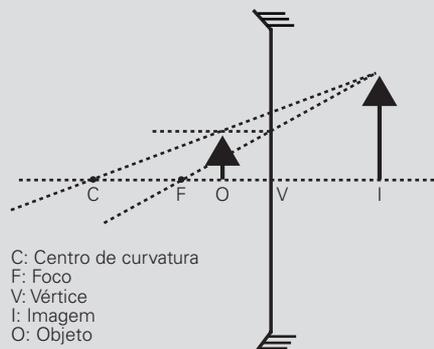
É virtual, porque é uma imagem formada pelos prolongamentos dos raios luminosos e não pelos próprios raios.

É direita, porque possui o mesmo sentido e não sentidos opostos.

É maior devido ao posicionamento do objeto, entre o foco e o vértice do espelho côncavo..

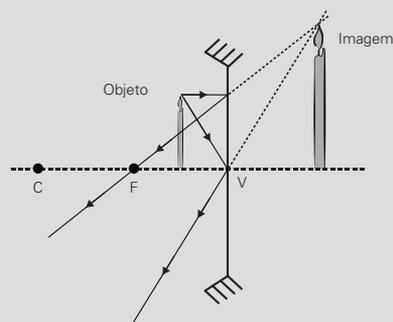
9. A

Usando dois raios notáveis, temos:



C: Centro de curvatura
F: Foco
V: Vértice
I: Imagem
O: Objeto

10. C



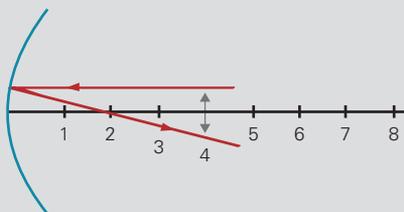
11. A

Tratando-se de uma imagem diferenciada apenas pelo tamanho, o espelho poderia ser convexo. De outra maneira, haveria inversão da imagem.

12. D

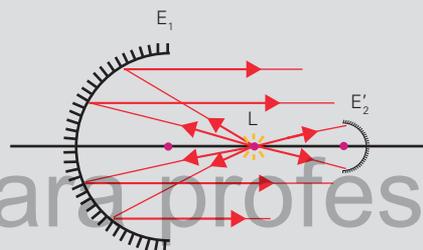
Convexos: maior campo de visão.
Côncavo: pode ampliar as imagens.

13. B



Todo raio paralelo ao eixo principal reflete passando pelo foco.

14. E



L deve ser posicionada no foco do espelho 1 e no centro de curvatura do espelho 2.

15.03 (01 + 02)

01) Correta. Somente imagens reais podem ser projetadas

02) Correta. Espelho convexo conjuga somente imagem virtual, direita e menor.

04) Incorreta. Espelho côncavo conjuga imagens reais e virtuais, dependendo da posição.

08) Incorreta. Se o objeto for colocado entre o foco e o vértice, a imagem fica ampliada.

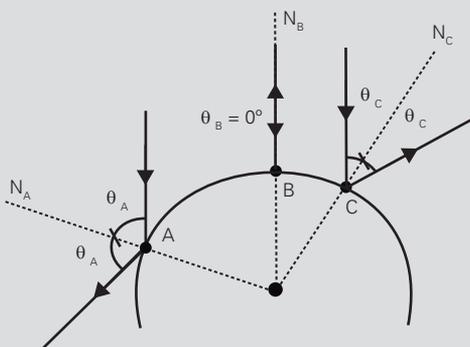
16) Incorreta. A imagem virtual formada é sempre maior que o objeto.

32) Incorreta. Raios paralelos ao eixo de um espelho esférico convergem para o foco.

16.B

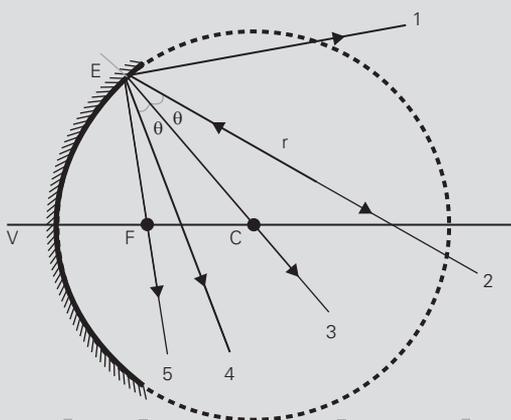
A figura ilustra a resolução, mostrando que

$$\theta_A > \theta_C > \theta_B.$$



17.D

Qualquer reflexão, inclusive em espelho esférico, obedece a 2ª lei de refração. Sendo assim, a melhor linha é a 4.



Estudo para o Enem

18.C

Espelho A → **convexo**, pois a imagem é virtual direita e **menor**.

Espelho B → **plano**, pois a imagem é virtual direita e de **mesmo tamanho**.

Espelho C → **côncavo**, pois a imagem é virtual direita e **maior**.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19.B

Imagens virtuais, menores e direitas são características de imagens conjugadas por espelhos convexos, aumentando o campo visual.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20.A

No espelho esférico convexo, a imagem de um objeto real é sempre virtual, direita e menor, situada entre o foco e o vértice. O fato de a imagem ser menor amplia o campo visual. Esse fato também dá a falsa sensação de que a imagem está mais longe que o objeto.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

14 ESPELHOS ESFÉRICOS II

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, fizemos o estudo analítico dos espelhos esféricos. Explicamos o referencial de Gauss e demonstramos as equações dos pontos conjugados e do aumento.

Para ir além

Simuladores para a construção de imagens em espelhos esféricos

<http://www.ciencia.iao.usp.br/tudo/exibir.php?midia=te&cod=_espelhoesferico>

Acesso em: set. 2018.

Exercícios propostos

7. a) Se a imagem é virtual, direita e maior, o espelho deve ser **côncavo**.

$$b) A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow \frac{i}{o} = \frac{f}{f - p}$$

$$\frac{2 \cdot o}{o} = \frac{2}{2 - p} \Rightarrow p = 1 \text{ m}$$

8. C

Aplicando a equação de Gauss:

$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'} = \frac{20 \cdot 12}{20 + 12} = 7,5 \text{ cm}$$

$f > 0 \Rightarrow$ espelho côncavo

9. B

Como $f = 22,5 \text{ cm}$ e $o = 3 \cdot i$, o aumento linear transversal (A) é dado por:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{3 \cdot i} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p = -3 p'$$

Da equação de Gauss, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{22,5} = \frac{1}{-3p'} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = -15 \text{ cm}$$

10. B

Como $f = -10 \text{ cm}$ e $p = 40 \text{ cm}$, da equação de Gauss, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{-10} = \frac{1}{40} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = -8 \text{ cm}$$

O aumento linear transversal (A) é dado por:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow A = -\frac{(-8)}{40} \Rightarrow A = \frac{1}{5}$$

O tamanho da imagem é um quinto do tamanho do objeto.

11. D

O aumento linear transversal (A) é dado por:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow 2 = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p' = -2p$$

Em módulo, temos:

$$|p| + |p'| = 30 \Rightarrow |p| + 2|p| = 30 \Rightarrow |p| = 10 \text{ cm}$$

e $|p'| = 20 \text{ cm}$

Aplicando a equação de Gauss:

$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'} = \frac{-10 \cdot 20}{10 - 20} = 20 \text{ cm}$$

$$R = 2f \Rightarrow R = 40 \text{ cm}$$

12. B

1ª lacuna – Segundo o texto, a imagem é virtual e maior. Portanto, trata-se de um espelho **côncavo**.

2ª lacuna – Do texto, $p = 10 \text{ cm}$

O aumento linear transversal (A) é dado por:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow 2 = -\frac{p'}{10} \Rightarrow p' = -20 \text{ cm}$$

Aplicando a equação de Gauss:

$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'} = \frac{-10 \cdot 20}{10 + (-20)} = 20 \text{ cm}$$

13. B

Aplicando a equação de Gauss:

$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'} \Rightarrow 60 = \frac{10 p'}{10 + p'} \Rightarrow 600 + 60p' = 10p'$$

$$\Rightarrow p' = -12 \text{ cm}$$

O aumento linear transversal (A) é dado por:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{4} = -\frac{(-12)}{10} \Rightarrow i = 4,8 \text{ cm}$$

14. Aplicando a equação de Gauss:

$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'} \Rightarrow 40 = \frac{120p'}{120 + p'}$$

$$\Rightarrow 4800 + 40p' = 120p' \Rightarrow p' = 60 \text{ cm}$$

O aumento linear transversal (A) é dado por:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{10} = -\frac{60}{120} \Rightarrow i = -5 \text{ cm}$$

15. A

$$p = 40 \text{ cm}$$

$$i = -o$$

$$A = -1 \Rightarrow p' = p$$

Aplicando a equação de Gauss:

$$f = \frac{p \cdot p'}{p + p'}$$

$$f = \frac{40 \cdot 40}{40 + 40}$$

$$f = 20 \text{ cm}$$

16. D

Como $f = 10 \text{ cm}$ e $p = \frac{20}{3} \text{ cm}$, da equação de Gauss, temos:

Para **A**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{\frac{20}{3}} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{3}{20} + \frac{1}{p'} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p' = -20 \text{ cm}$$

Para **B**

Como objeto e imagem estão na mesma posição, significa que o objeto se encontra sobre o centro de curvatura. Sendo assim:

$$p' = 2 \cdot f \Rightarrow p' = 20 \text{ cm}$$

Dessa forma, a distância entre as imagens A' e B' é dada por:

$$D = |-20| + |20| = 40 \text{ cm}$$

17. a) Virtual, formado por prolongamentos dos raios.

b) O encontro dos raios incidentes comporta-se como um objeto para o espelho pequeno.

Sendo assim, temos:

$$P = -0,5 \text{ m (objeto virtual)}$$

$$P' = 2 \text{ m}$$

Da equação de Gauss, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{-0,5} + \frac{1}{2} \Rightarrow f = -\frac{2}{3} \text{ m}$$

Como raio de curvatura (R) é o dobro da distância focal, temos:

$$R = 2 |f| \Rightarrow R = \frac{4}{3} \text{ m}$$

c) Como $f < 0$, o espelho é convexo.

Estudo para o Enem

18. C

Aplicando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{1} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = -1,25 \text{ cm}$$

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{i}{0,8} = -\frac{(-1,25)}{1}$$

$$i = 1 \text{ cm}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. D

Por ser uma imagem projetada, o aumento é negativo, já que a imagem é invertida.

$$-5 = \frac{100}{100 - p}$$

$$100 - p = -20$$

$$p = 120 \text{ cm}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. A

O espelho que, independentemente da posição, sempre produzirá imagem direita é o convexo.

Aplicando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow -\frac{1}{0,25} = \frac{1}{3} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = -\frac{3}{13} \text{ m}$$

O aumento linear transversal (A) é dado por:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{i}{o} = -\frac{\left(-\frac{3}{13}\right)}{3} \Rightarrow \frac{i}{o} = \frac{1}{13}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

15 REFRAÇÃO I

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, iniciamos o estudo da refração luminosa. Caracterizamos a refração e trabalhamos os conceitos de índice de refração absoluto e relativo. Apresentamos as leis da refração e suas consequências.

Para ir além

Simulador para refração

https://phet.colorado.edu/sims/html/bending-light/latest/bending-light_pt_BR.html

Acesso em: set. 2018.

Exercícios propostos

7. D

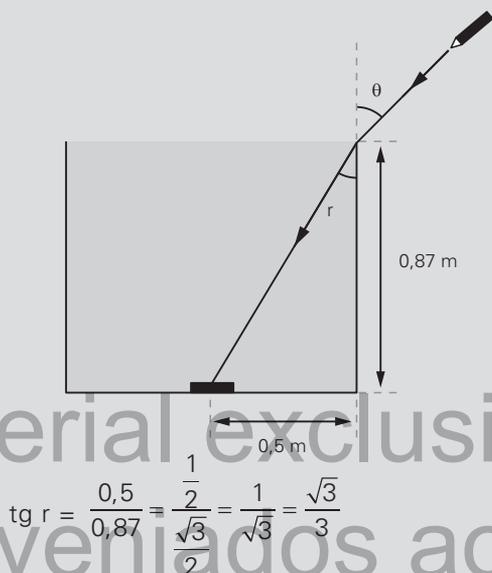
Nessa situação, é possível ver que o corpo cilíndrico, com a sua substância líquida, amplia a imagem da garrafa. Essa ampliação projeta as laterais da garrafa para a parede do copo, fazendo que se confunda uma com a outra, dando a impressão do seu desaparecimento. Conclui-se, portanto, que, para conseguir o desaparecimento da lateral da garrafa, é necessário um diâmetro conveniente do copo a fim de que a sua lateral coincida com a da garrafa.

8. C

O desvio de cada cor se dá por causa do índice de refração do vidro para cada frequência. Percebemos que o desvio maior é sofrido pela cor violeta e o menor desvio é sofrido pela cor vermelha.

9. C

Considerando o esquema a seguir:



$$r = 30^\circ$$

Aplicando a lei de Snell:

$$n_{\text{ar}} \operatorname{sen} \theta = n_{\text{ág}} \operatorname{sen} 30^\circ$$

$$1 \cdot \operatorname{sen} \theta = 1,4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\operatorname{sen} \theta = 0,7$$

$$\theta = 45^\circ$$

10. B

Se o feixe de luz se aproxima da normal após a refração, o ângulo está diminuindo e, consequentemente, $\operatorname{sen}(\theta)$ também diminui. Logo, podemos concluir que o índice de refração do meio 2 é maior do que o do meio 1. Assim: $n_{\text{cr}} > n_{\text{po}} > n_{\text{ar}}$.

11. C

Ao passar do ar para a água, a luz sofre refração. Das propriedades citadas, só não varia a frequência da onda, pois é determinada pela fonte.

12.

a) Em razão da diferença dos índices de refração entre o vidro e o ar, pela lei de Snell-Descartes, o raio de luz que incide com ângulo nulo sofre desvio que pode ser observado pela mudança entre os seus ângulos de incidência e refração.

b) Adotando $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, temos:

$$n = \frac{c}{v}$$

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5}$$

$$v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

13. C

$$\operatorname{sen} \beta = 0,5 \rightarrow \beta = 30^\circ$$

$$\text{Como } \alpha = 2\beta \rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Pela lei de Snell, podemos escrever:

$$n_A \cdot \operatorname{sen} \alpha = n_B \cdot \operatorname{sen} \beta$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = n_B \cdot \frac{1}{2} \rightarrow n_B = \sqrt{3}$$

14. A

$$\text{Dados: } n_m = 1; \theta_p = 60^\circ; \theta_r = 30^\circ$$

Aplicando a lei de Snell:

$$n_m \cdot \operatorname{sen} \theta_p = n_r \cdot \operatorname{sen} \theta_r$$

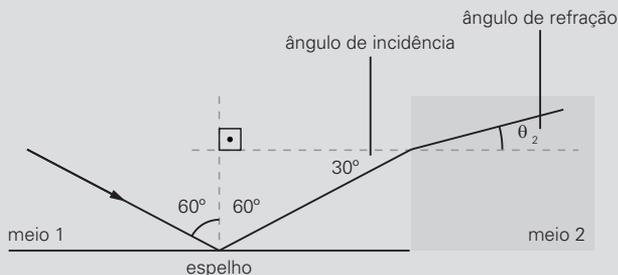
$$1 \cdot \sin 60^\circ = n_L \cdot \sin 30^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = n_L \cdot \frac{1}{2}$$

$$n_L = \sqrt{3}$$

15.

Considerando o esquema a seguir:



Usando a lei de Snell, com a definição de índice de refração, podemos relacionar as velocidades da luz em cada meio:

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

$$n = \frac{c}{v}$$

$$\frac{\sin \theta_1}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{v_2}$$

$$v_2 = \frac{v_1 \cdot \sin \theta_2}{\sin \theta_1}$$

Assim, substituindo os valores:

$$v_2 = \frac{v_1 \cdot \sin \theta_2}{\sin \theta_1}$$

$$v_2 = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{2}}$$

$$v_2 = 1,2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

16. E

Pela lei de Snell, temos:

$$n_{\text{am}} \cdot \sin \theta_i = n_{\text{ar}} \cdot \sin \theta_r$$

$$n_{\text{am}} \frac{2}{\gamma} = 1 \cdot \frac{3}{\gamma}$$

$$n_{\text{am}} = 1,5$$

17. B

- I. Correta. Luz monocromática é aquela que apresenta uma determinada frequência específica.
- II. Incorreta. A velocidade da luz no vácuo independe da frequência da onda.
- III. Correta. A refração acontece por causa da mudança da velocidade da luz que causa desvio

quando passa de um meio para outro. Essa mudança ocorre sem alteração na frequência da onda.

- IV. Correta. O índice de refração se dá por meio dessa razão fornecer uma grandeza de como aquele meio diminui a velocidade da luz.

Estudo para o Enem

18. D

Essa alternativa é a única que tem refração não esperada para índice de refração positivo.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

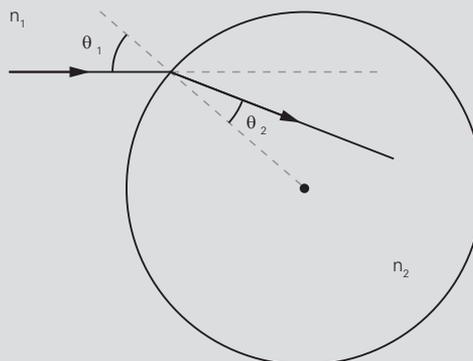
Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. B

Quanto maior o índice de refração de um feixe, maior será o desvio.

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

$$n_1 < n_2 \Rightarrow \sin \theta_1 > \sin \theta_2 \Rightarrow \theta_1 > \theta_2$$



Logo, como $n_{\text{azul}} > n_{\text{vermelho}}$, temos a configuração do item B como resposta correta.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. B

A alteração da altitude gera uma mudança na densidade e no índice de refração das camadas de ar, comportando-se como meios ópticos diferentes.

Ao longo da trajetória de luz, a mudança de meio óptico implicará uma refração.

Com isso, haverá uma mudança na posição dos objetos em razão dessa mudança de direção dos raios luminosos.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

16 REFRAÇÃO II

Comentários sobre o módulo

Neste módulo, demos continuidade ao estudo de refração luminosa. Caracterizamos o ângulo limite e a reflexão total. Trabalhamos os conceitos de dioptros planos e de lâminas de faces paralelas e suas consequências.

Para ir além

Professor, neste *link*, temos um simulador para a percepção de cor e formação de arco-íris

https://phet.colorado.edu/sims/html/bending-light/latest/bending-light_pt_BR.html

Acesso em: set. 2018.

Exercícios propostos

7.37 (01 + 04 + 32)

01) Correta. n e V são inversamente proporcionais.

02) Incorreta. Quando a luz sofre refração em dois meios diferentes, ela deve sofrer desvio, a não ser que incida perpendicularmente à superfície de separação.

04) Correta. Em B, ao passar do ar para a água, o feixe de luz aproxima-se da normal e, da água para o ar, afasta-se da normal. Em C, incidência normal à superfície de separação, não sofre desvio.

08) Incorreta. Em D, ao passar da água para o ar, deveria sofrer desvio.

16) Incorreta. Deveria sofrer desvio em A.

32) Correta. Veja justificativas anteriores.

8. B

I. Incorreta. A reflexão total ocorre quando o raio passa de um meio mais refringente para um menos refringente.

II. Incorreta. Para ocorrer a reflexão total, o ângulo de incidência deve ser maior do que o de limite.

III. Correta. Pela lei de Snell: $L = \text{arc sen } \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}} \Rightarrow L = \text{arc sen } \frac{n_{\text{casca}}}{n_{\text{núcleo}}}$.

IV. Correta. Se ocorre reflexão total, não há refração.

9. A

$$d = \frac{e \cdot \text{sen}(i - r)}{\cos r} = \frac{H \cdot \text{sen}(60^\circ - 30^\circ)}{\cos 30^\circ}$$

$$d = \frac{H \cdot \text{sen } 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{H \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$d = \frac{H}{\sqrt{3}}$$

10. D

I. Correta. Essa é a definição de índice de refração. Como não existe a possibilidade de uma onda viajar com velocidade maior que a da luz no vácuo, seu valor será sempre maior que 1.

II. Correta. O valor médio do índice de refração da luz visível na água é $\frac{4}{3}$, assim:

$$n = \frac{c}{v}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{3c}{4}$$

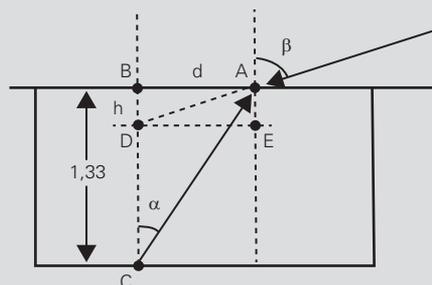
$$v = 0,75c$$

Ou seja, 75% da velocidade da luz.

III. Incorreta. A impressão é que a profundidade da piscina parece mais rasa que na realidade.

11. B

Primeiro traçamos uma linha paralela à superfície da água, passando pelo ponto de encontro entre o prolongamento do raio de luz refratado e a normal (DE). Os triângulos ABC e ADE são retângulos. Da figura temos as seguintes relações:



$$\text{tg } \alpha = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \text{tg } \alpha = \frac{d}{1,33}$$

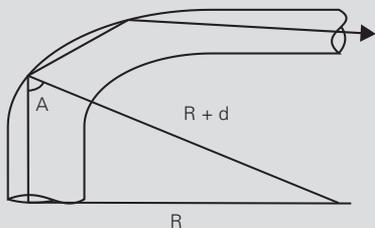
E, como $\triangle ADE \cong \triangle ABC$, pois são opostos pelo vértice,

$$\text{temos: } \text{tg } \alpha = \frac{DE}{AE} \Rightarrow \text{tg } \beta = \frac{d}{h}$$

Da lei de Snell-Descartes: $n_{\text{ar}} \cdot \text{sen } \beta = n_{\text{ág}} \cdot \text{sen } \alpha$.

Das aproximações do enunciado e dos dados do problema: $1 \cdot \frac{d}{h} = 1,3 \cdot \frac{d}{1,33} \Rightarrow h \approx 1,00 \text{ m}$.

12. C



Pela lei de Snell, temos que, na condição de reflexão total:

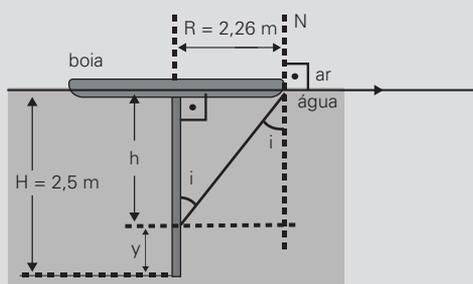
$$\text{sen } L = \frac{1}{n}$$

$$\text{sen } A > \text{sen } L$$

$$\frac{R}{R+d} > \frac{1}{n}$$

$$R > \frac{d}{n-1}$$

13. D



fora de escala

Usando a lei de Snell para o ângulo limite:

$$n_{\text{água}} \cdot \text{sen } i = n_{\text{ar}} \cdot \text{sen } 90^\circ$$

$$\frac{4}{3} \text{sen } i = 1(1)$$

$$\text{sen } i = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

$$\text{sen } i = \frac{3}{4}$$

Pelos dados fornecidos:

$$i = 48,6^\circ \Rightarrow \text{tg } i = 1,13$$

Pela figura:

$$\text{tg } i = \frac{R}{h} \Rightarrow 1,13 = \frac{2,26}{h} \Rightarrow h = \frac{2,26}{1,13} \Rightarrow h = 2 \text{ m}$$

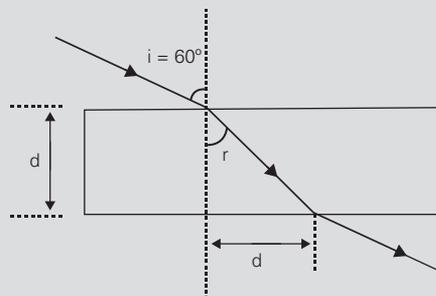
Sendo $y + h = H$.

Então:

$$y = H - h = 2,5 - 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 0,5 \text{ m} = 20\% \text{ de } H$$

14. B



Pelo esquema anterior:

$$\text{tg } r = \frac{d}{d} = 1 \Rightarrow r = 45^\circ.$$

Aplicando a lei de Snell:

$$n_{\text{ar}} \cdot \text{sen } i = n_{\text{L}} \cdot \text{sen } r$$

$$1 \cdot \text{sen } 60^\circ = n_{\text{L}} \cdot \text{sen } 45^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = n_{\text{L}} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$n_{\text{L}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$n_{\text{L}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

15.

a) O raio de luz que chega primeiro é o de maior velocidade.

Da definição de índice de refração absoluta:

$$n = \frac{c}{v}$$

$$v = \frac{c}{n}$$

Assim,

$$v_{\text{az}} = \frac{c}{n_{\text{az}}}$$

$$v_{\text{vm}} = \frac{c}{n_{\text{vm}}}$$

$$n_{\text{vm}} < n_{\text{az}}$$

$$v_{\text{vm}} > v_{\text{az}}$$

Logo, o raio de luz vermelho chega primeiro.

b) O atraso é dado pela diferença dos tempos de percurso:

$$\Delta t = \Delta t_{az} - \Delta t_{vm} \Rightarrow \Delta t = \frac{D}{v_{az}} - \frac{D}{v_{vm}}$$

$$\Delta t = \frac{D}{c} - \frac{D}{c} = \frac{D}{c} (n_{az} - n_{vm})$$

$$\Delta t = \frac{3 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^8} (1,528 - 1,513)$$

$$\Delta t = 10^{-3} (0,015) = 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}$$

$$\Delta t = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

16.

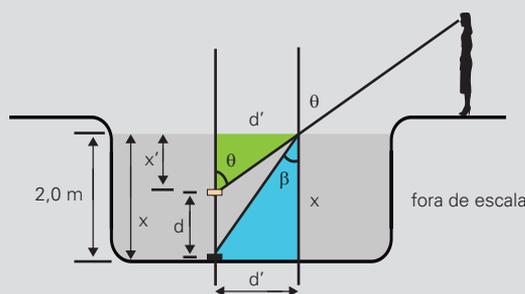
a) De acordo com a lei de Snell:

$$n_1 \cdot \text{sen } \beta = n_2 \cdot \text{sen } \theta$$

$$\frac{4}{3} \cdot \text{sen } \beta = 1 \cdot 0,8$$

$$\text{sen } \beta = 0,6$$

b) Considerando a figura, podemos identificar triângulos retângulos que serão úteis para a resolução com o auxílio da trigonometria.



Da trigonometria:

$$\text{sen } \theta = 0,80$$

$$\text{cos } \theta = \sqrt{1 - \text{sen}^2 \theta}$$

$$\text{cos } \theta = 0,60$$

$$\text{tg } \theta = \frac{0,80}{0,60} = \frac{4}{3}$$

$$\text{sen } \beta = 0,80$$

$$\text{cos } \beta = \sqrt{1 - \text{sen}^2 \beta}$$

$$\text{cos } \beta = 0,60$$

$$\text{tg } \beta = \frac{0,80}{0,60} = \frac{4}{3}$$

Sendo:

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto à } \alpha}{\text{cateto adjacente à } \alpha}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{d'}{x'}$$

$$d' = x' \cdot \text{tg } \theta$$

$$\text{tg } \beta = \frac{d'}{x}$$

$$d' = x \cdot \text{tg } \beta$$

Juntando as duas equações, temos:

$$d' = x' \cdot \text{tg } \theta = x \cdot \text{tg } \beta$$

$$x' = \frac{x \cdot \text{tg } \beta}{\text{tg } \theta} = \frac{2 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{4}{3}} = \frac{9}{8}$$

$$x' = 1,125 \text{ m}$$

Logo, a distância procurada é:

$$d = x - x'$$

$$d = 2 - 1,125$$

$$d = 0,875 \text{ m}$$

17.

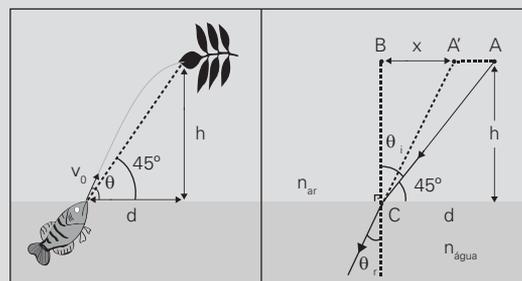


Fig. 1

Fig. 2

Aplicando a lei de Snell na Fig 2:

$$n_{ar} \text{sen } \theta_i = n_{\text{água}} \text{sen } \theta_r$$

$$1 \cdot \text{sen } 45^\circ = \sqrt{2} \text{sen } \theta_r$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \text{sen } \theta_r$$

$$\text{sen } \theta_r = \frac{1}{2}$$

$$\theta_r = 30^\circ.$$

Ainda na Fig 2, no triângulo retângulo A'BC:

$$\text{tg } \theta_r = \frac{x}{h}$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{x}{h}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{h}$$

$$x = h \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Estudo para o Enem

18. B

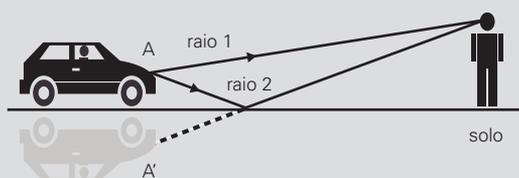
Na fibra óptica, a luz fica confinada no interior do núcleo, sem penetrar na casca, sendo conduzida por reflexão total, fenômeno que somente é possível quando o sentido de propagação da luz é do meio mais refringente para o menos refringente. Portanto, o índice de refração do núcleo é maior que o da casca.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

19. A

A figura ilustra a situação mostrando dois raios de luz recebidos pelo observador. O raio 1 por incidência direta e o raio 2, após **reflexão total** nas camadas de ar próximas do chão quente.



Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

20. E

$$n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r$$

Considerando $n_{\text{ar}} = 1$ e a razão entre os senos como 1,4, temos:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_g}{1}$$

Concluimos que o índice de refração da gasolina é 1,4.

Para o teste realizado, a substância apresentou índice de refração 1,9. Como houve aumento do índice de refração, o raio refratado aproxima-se ainda mais da reta normal.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.



Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

MATERIAL DO PROFESSOR

Material do Professor

RESPOSTAS E COMENTÁRIOS

FÍSICA 3

SHUTTERSTOCK / SURANGASL

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

1 ELETRIZAÇÃO

Comentários sobre o módulo

Neste módulo iniciaremos o estudo das propriedades elétricas dos corpos. Definiremos o que é carga elétrica e suas propriedades; discutiremos conservação de carga elétrica; apresentaremos os processos de eletrização: por atrito; por contato e indução magnética.

Para ir além

<<http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/23896>>

<<http://ri.ufmt.br/handle/1/264>>

Exercícios Propostos

7. B

Ocorre a indução elétrica em ambas as bolinhas.

No condutor ocorre a polarização de cargas no corpo do induzido; assim, as cargas elétricas negativas aproximam-se do bastão eletrizado positivamente, fazendo com que a bolinha condutora e o bastão se atraiam.

No isolante ocorre a polarização de cargas na superfície do induzido, também resultando na atração entre a bolinha e o bastão.

8. Após o contato de A e B, cada esfera fica eletrizada com $\frac{+3 e^- + (-5 e^-)}{2} = \frac{-2 e^-}{2} = -e^-$

Assim, após o contato de A e C, cada esfera fica eletrizada com $\frac{-e^- + 3 e^-}{2} = \frac{+2 e^-}{2} = +e^-$

Após o contato, A e C possuem carga igual a $+e^-$.

9. 14 (02 + 04 + 08)

01. FALSO – Ficar com carga positiva, pois a pele cederá elétrons para o teflon.

02. VERDADEIRO – A quantidade de cargas elétricas que um recebe é a mesma que o outro cede, ou seja, o vidro cederá elétrons e adquirirá carga positiva $+Q$ e a lã receberá elétrons e ficará com carga de mesmo módulo, mas negativa $-Q$, fazendo com que se atraiam.

04. VERDADEIRO – A quantidade de cargas elétricas que um recebe é a mesma que o outro cede.

08. VERDADEIRO – quanto mais afastados os elementos atritados estiverem na tabela triboelétrica, maior será a facilidade de transferência

de elétrons e, portanto, maior quantidade de eletricidade estática adquirida.

16. FALSO – Os dois bastões de vidro, quando atritados com pele de gato, ficarão com carga positiva, portanto, como possuem cargas de mesmo sinal, vão se repelir.

32. FALSO – Só há transferência de elétrons em materiais diferentes.

10. D

a. FALSO – Na eletrização por indução não é necessário o contato direto entre os corpos.

b. FALSO – Apenas em uma etapa da eletrização por indução deve-se ter um dos corpos ligado a um aterramento.

c. FALSO – Na eletrização por contato pode-se ter cargas de sinais iguais no final do processo.

d. VERDADEIRO – Em ambos os casos, um corpo deve estar carregado eletricamente.

e. FALSO – Na eletrização por indução, o indutor pode ser tanto um isolante quanto um condutor.

11. B

Se A e B se repelem e B tem carga negativa, então A também tem carga negativa.

Quando o objeto metálico é aproximado de A, que tem carga negativa, e é atraído, ou ele tem carga positiva, ou ele é neutro e suas cargas são polarizadas por indução elétrica.

12. C

Ao colocar os bastões em contato, há um equilíbrio de cargas entre os corpos; logo:

$$Q = \frac{9 + 9 + 0}{3} \mu\text{C} = 6 \mu\text{C}$$

13. E

No contato de todas as esferas, obtemos:

$$\frac{+3 e^- + (-5 e^-) + (-4 e^-) + 6 e^-}{4} = \frac{0}{4} e^- = 0 e^-$$

14. B

No processo de eletrização, são as cargas elétricas negativas (elétrons) que se deslocam. Logo,

o dedo se comporta como uma ligação à terra ao tocar no eletroscópio, havendo transferência de cargas para a esfera na tentativa de neutralizá-la eletricamente.

15. Deve-se levar em consideração a conservação da carga elétrica, o processo de eletrização por contato e o fato de os três corpos estarem em contato simultaneamente. Assim, temos:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q_T = 9 + 9 + 0 = 18 \mu\text{C}$$

Como haverá a distribuição de cargas entre os bastões, temos:

$$Q_{1,2,3} = \frac{Q_T}{3} = \frac{18}{3} = 6 \therefore Q_{1,2,3} = 6 \mu\text{C}$$

16. B

I. M_1 e M_2 em contato:

$$Q_{1,2} = \frac{Q + 0}{2} = \frac{Q}{2} \Rightarrow M_1 : \frac{Q}{2} \text{ e } M_2 : \frac{Q}{2}$$

II. M_3 e M_2 em contato:

$$Q_{3,2} = \frac{Q + \frac{Q}{2}}{2} = \frac{\frac{3}{2}Q}{2} = \frac{3Q}{4} \Rightarrow M_3 : \frac{3Q}{4} \text{ e } M_2 : \frac{3Q}{4}$$

17. 08

01. FALSO – A barra ficará neutra.

02. FALSO – A placa de vidro permanecerá eletrizada.

04. FALSO – A cortiça foi eletrizada por indução e teve suas cargas polarizadas, por isso ocorre atração.

08. VERDADEIRO – No caso de força de repulsão, sim, podemos concluir que a cortiça possui carga positiva, pois, se houvesse eletrização por indução, a cortiça seria atraída pelo vidro.

16. FALSO – Os elétrons do lado esquerdo da barra se deslocam para o lado direito da barra, atraídos pela carga positiva da placa e, conseqüentemente, o lado esquerdo da barra fica positivo e o lado direito, negativo.

Estudo para o Enem

18. E

A tinta, por se comportar como um isolante elétrico, vai se acumulando na pinça do braço robótico a cada nova etapa (mergulho da peça a ser pintada), interferindo, dessa forma, para que o processo de eletrização ocorra naturalmente.

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações para compreender manuais de instalação ou utilização de aparelhos, ou sistemas tecnológicos de uso comum.

19. D

Condutores são os materiais que possibilitam às cargas (elétrons livres) movimentar-se com facilidade em seu interior. Os metais geralmente são bons condutores.

Assim, alumínio, ouro e mercúrio são os três bons condutores.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. B

I. FALSO – Não é necessário cortar o fio terra.

II. VERDADEIRO

III. FALSO – Os prótons não escoam para a terra.

IV. VERDADEIRO

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

2 LEI DE COULOMB

Comentário sobre o módulo

Neste módulo trabalharemos com o tema Força Elétrica, com ênfase no Pêndulo Eletrostático, e principalmente a Lei de Coulomb, o que permite confrontar as interpretações científicas e o modo como são entendidas pelo senso comum. O tema foi desenvolvido se valendo de recursos dos mais diversos, entre os quais o uso de gráficos, como o gráfico $F \times d$, as relações matemáticas existentes e a linguagem simbólica implícita, com isso, valer-se de leis físicas para o entendimento do contexto da eletrostática.

Se possível, explore o tema dentro da realidade do aluno para que o tema não fique solto, sem utilidade prática no contexto do dia a dia.

Para ir além

Um bom vídeo para o entendimento da Lei de Coulomb, está disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=MURbr0sD8uc>

Acesso em: set. 2018

Outro vídeo interessante está disponível em:

<https://pt.khanacademy.org/science/physics/electric-charge-electric-force-and-voltage/charge-electric-force/v/coulombs-law>

Acesso em: set. 2018

Exercícios propostos

7. B

Ao colocar as três esferas em contato, as cargas distribuem-se igualmente entre elas. Podemos calcular a carga resultante a partir da média aritmética entre elas, logo,

$$\frac{(5Q + 3Q + (-2Q))}{3} = \frac{6Q}{3} = 2Q.$$

Portanto, cada esfera ficará com $+2Q$. Como todas têm o mesmo sinal, elas se repelirão.

Calculando a força elétrica entre A e C, obtemos:

$$F = k \cdot \frac{2Q \cdot 2Q}{d^2} = 4k \cdot \frac{Q^2}{d^2} \therefore F = 4k \cdot \frac{Q^2}{d^2}$$

8. $F' = F/2$

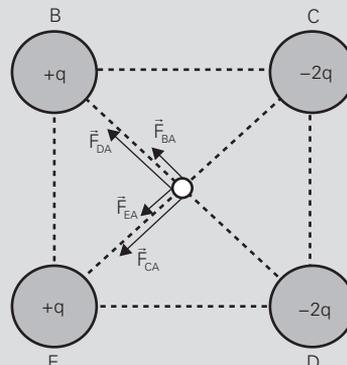
Obtemos

$$F = F_{BC} = k \cdot \frac{q \cdot q}{4\text{cm}^2} \text{ e } F_{AB} = k \cdot \frac{2q \cdot q}{16\text{cm}^2} = k \cdot \frac{q \cdot q}{8\text{cm}^2} = F/2.$$

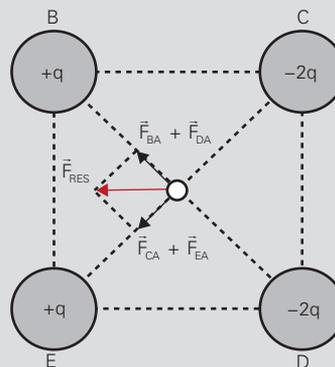
$$\therefore F = \frac{F}{2}$$

9. D

Vamos construir o diagrama de todas as forças que atuam na partícula A.



Com isso, podemos calcular o vetor da força resultante \vec{F}_{RES}



Assim, concluímos que a força resultante é horizontal para a esquerda.

10. A

Pela lei de Coulomb, obtemos

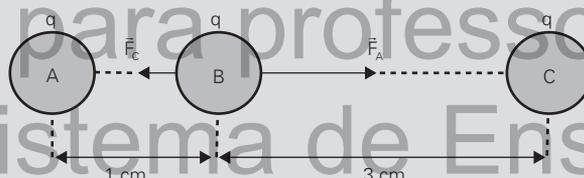
$$F_{12} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{x^2} = k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_1}{x^2} = F_{21},$$

Portanto, são iguais em módulo.

Como as cargas têm mesmo sinal, as forças que nelas atuam têm sentidos opostos (repulsão).

11. D

Como as cargas são idênticas, então, todas têm mesmo sinal, portanto, a força é de repulsão.



Seja q a carga de cada objeto, então, a força elétrica de C em B é dada por:

$$F_C = k \cdot \frac{q^2}{9\text{cm}^2} = 3,0 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

A força elétrica de A em B é dada por:

$$F_A = k \cdot \frac{q^2}{1\text{cm}^2} = 9 \cdot k \cdot \frac{q^2}{9\text{cm}^2} = 9 \cdot F_C =$$

$$= 9 \cdot 3,0 \cdot 10^{-6} \text{ N} = 27,0 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

Logo, a força resultante será:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_A - \vec{F}_C$$

$$F_{\text{res}} = F_A - F_C = (27 - 3) \cdot 10^{-6} \text{ N} = 24,0 \cdot 10^{-6} \text{ N},$$

$$\therefore F_{\text{res}} = ; 24,0 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

12.

a) $Q_1 = N \cdot e$

$$\text{Logo, } N = \frac{Q_1}{e} = \frac{8,0 \cdot 10^{-10} \text{ C}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 5 \cdot 10^9$$

Portanto, a esfera E_1 ficará com $5 \cdot 10^9$ elétrons a menos que prótons, pois a carga da esfera é positiva.

b) Pelo princípio da conservação de cargas, obtemos:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \rightarrow Q_2 = -Q_1$$

$$Q_2 = -Q_1 = -0,8 \text{ nC} = -8,0 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

$$Q_2 = -8 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

c) Pela lei de Coulomb, obtemos:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{8,0 \cdot 10^{-10} \cdot (-8,0 \cdot 10^{-10})}{d^2}$$

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 10^9 \cdot 10^{-20}}{9} = 6,4 \cdot 10^{-8} \therefore F = 6,4 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

13. B

Por simetria, o sistema só ficará em equilíbrio se $Q_1 = Q_2 > 0$.

Logo,

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$$

Ou seja,

$$\frac{Q_1}{d^2}$$

14. B

Pela lei de Coulomb, para que a força fique 4 vezes maior, deve haver o dobro da distância, logo, 2d.

15. C

Como entre A e B existe uma força de repulsão, então, elas têm mesmo sinal, logo, a força exercida em B será igual à diferença entre F_{AC} e F_{BC} .

$$F_{AB} = k \cdot \frac{Q \cdot Q}{9a^2} = 40 \text{ N} \Rightarrow k \cdot \frac{Q \cdot Q}{a^2} = 360 \text{ N}$$

16. E

Existe um ponto de equilíbrio de forças exercidas em q que está entre A e B. Portanto, se C cair entre A e esse ponto de equilíbrio, a carga vai se deslocar em direção a B.

Logo, chamaremos a distância de A até o ponto de equilíbrio de d .

No ponto de equilíbrio:

$$F_{AC} = F_{BC} \rightarrow k \cdot \frac{Q \cdot q}{d^2} = k \cdot \frac{4Q \cdot q}{(1-d)^2} \rightarrow 4d^2$$

Resolvendo a equação de segundo grau e assumindo $d > 0$, obtemos $d = 1/3$.

17.

$$P = m \cdot g = 0,0001 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}_2 = 0,001 \text{ N}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-14} \text{ C} \cdot 4,0 \cdot 10^{-14} \text{ C}}{d^2}$$

Fazendo $P = F \rightarrow d^2 = 144 \cdot 10^{-16} \text{ m}$; portanto, $d = 12 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 0,12 \mu\text{m}$.

$$d = 0,12 \mu\text{m}$$

Estudo para o Enem

18. A

$$\text{A nova força será } F' = k \cdot 3Q_1 \cdot \frac{(Q_2/2)}{d^2}$$

$$\therefore F' = 6F$$

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

19. E

Se a força entre dois pares é de atração (sinais opostos), a força entre o outro par deverá ser de repulsão (mesmo sinal).

Competência: Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

Habilidade: Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

20.A

De acordo com a Lei de Coulomb, a intensidade da força elétrica é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as cargas e diretamente proporcional ao módulo do produto das cargas elétricas.

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$$

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

3 CAMPO ELÉTRICO

Comentário sobre o módulo

Estudos a respeito da eletricidade estática remontam a Tales de Mileto. O filósofo e estudioso da natureza descreveu o fenômeno observado numa barra de âmbar (seiva petrificada), a qual atrai pequenos objetos depois de esfregada com uma pele de coelho. No cotidiano, é o mesmo que friccionar uma caneta de plástico (material isolante) contra um pano ou o próprio cabelo. Em ambas as situações, o objeto fica eletricamente carregado. A explicação da força entre partículas por meio da existência de um campo vem desde a época em que foi desenvolvida a teoria da gravitação universal. A dificuldade em aceitar que uma partícula possa afetar outra distante, sem existir nenhum contato entre elas, foi ultrapassada na física clássica com o conceito do campo de força. No caso da força eletrostática, o campo mediador que transmite essa força foi designado por éter. A luz é uma onda que se propaga nesse éter luminoso. No século XIX foram realizadas inúmeras experiências para detectar a presença do éter, sem nenhum sucesso. No fim do século chegou-se à conclusão de que não existe tal éter. No entanto, o campo elétrico tem existência física, no sentido de que transporta energia e que pode subsistir até após desaparecerem as cargas que o produzem.

Para ir além

<http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=5S0102-47442002000400016>

Acesso em: set. 2018.

<<http://www.scielo.br/pdf/%0D/qn/v27n6/22294.pdf>>

Acesso em: set. 2018.

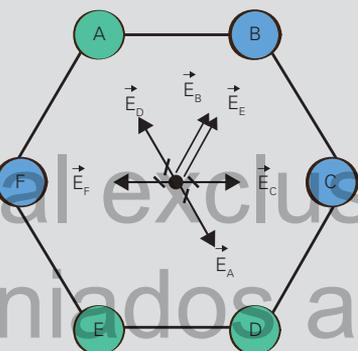
Exercícios Propostos

7. C

Ao triplicarmos o valor de uma das cargas e a distância entre elas: seja F' a nova força entre as cargas alteradas $F' = k \cdot \frac{3q_1 \cdot q_2}{d^2}$; logo, a força de repulsão elétrica não permanece inalterada.

8. E

Desenhando os vetores de campo elétrico de cada carga:



Sendo assim, temos que $\vec{E}_A = -\vec{E}_D$ e $\vec{E}_C = -\vec{E}_F$, portanto a resultante tem sentido de E para B.

Como o hexágono é regular, a distância do centro até um vértice é $l = 0,3 \text{ m}$. Portanto, o módulo do campo elétrico no centro do hexágono é dado por

$$E_B + E_E = 2 \cdot k_0 \cdot \frac{Q}{l^2} = 2 \cdot 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{5,0 \cdot 10^{-5} \text{ C}}{9 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2} = 1,0 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

9. q_2 atuando na carga q_3 :

A distância r_{23} de q_2 para q_3 pode ser calculada pelo teorema de Pitágoras, já que o ângulo entre elas e a origem do plano é 90° .

$$\text{Logo, } r_{23}^2 = 2^2 + 1^2 \Rightarrow r_{23} = \sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Então, } E_{23} &= k \cdot \frac{q_2}{r_{23}^2} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-2}} = \\ &= 5,4 \cdot \frac{10^5 \text{ N}}{\text{C}} \therefore E_{23} = 5,4 \cdot 10^5 \text{ N/C} \end{aligned}$$

q_1 atuando na carga q_2 :

A distância r_{12} de q_1 para q_2 pode ser calculada pelo teorema de Pitágoras, já que o ângulo entre elas e a origem do plano é 90° .

$$\text{Logo, } r_{12}^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow r_{12} = \sqrt{8} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Então, } E_{12} &= k \cdot \frac{q_1}{r_{12}^2} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{8 \cdot 10^{-2}} = \\ &= 1,125 \cdot \frac{10^5 \text{ N}}{\text{C}} \therefore E_{12} = 1,125 \cdot 10^5 \text{ N/C} \end{aligned}$$

10. B

$$F = 18 \cdot 10^{-5} \text{ N} = E \cdot q = 2,0 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot q \Rightarrow q = 9,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

11. A

A carga q_1 é negativa, logo apresenta um vetor campo elétrico de atração no sentido de P para q_1 . A carga q_2 é positiva, logo apresenta um vetor campo elétrico de repulsão no sentido de q_2 para P. Somando esses dois vetores, temos um vetor campo elétrico resultante ↖.

12. A

$$F = 1,2 \text{ N} = E \cdot q = E \cdot 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ C} \\ E = 3,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

13. Temos que os vetores de campo elétrico gerados pelas cargas q_1 e q_2 se anulam, pois estão na mesma direção e sentidos opostos. Logo, o vetor campo elétrico resultante será proveniente

da carga q_3 .

$$\text{Portanto, } E_3 = E_c = \frac{2 \cdot k_0 \cdot Q}{r^2}$$

14. B

$$E = \frac{F}{q}$$

Como o campo é uniforme, temos:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{F_1}{q_1} = \frac{F_2}{q_2} \Rightarrow \frac{10}{20} = \frac{F_2}{10} \Rightarrow F_2 = 5,0 \text{ N}$$

15. B

Sendo D a distância da carga Q até o ponto B, pelo teorema de Pitágoras, temos que

$$D^2 = (4d)^2 + (4d)^2 \Rightarrow D = 4\sqrt{2}d$$

Na posição A:

$$F = k \cdot \frac{Q \cdot q}{(4d)^2} = k \cdot \frac{Q \cdot q}{16d^2}$$

Na posição B:

$$F' = k \cdot \frac{Q \cdot q}{(4\sqrt{2}d)^2} = k \cdot \frac{Q \cdot q}{32d^2}$$

Portanto, temos que

$$\frac{F'}{F} = \frac{k \cdot \frac{Q \cdot q}{32d^2}}{k \cdot \frac{Q \cdot q}{16d^2}} = \frac{1}{2}. \text{ Logo: } F' = \frac{F}{2}$$

16. D

$$E = 3,2 \cdot 10^4 = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{q}{(3,0 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$\text{Portanto, } q = 3,2 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 2 \cdot 10^{10} \cdot e.$$

$$\text{17. a) } F_N = 20F_E = 20 \cdot K \cdot \frac{q^2}{d^2} = 20 \cdot 9,0 \cdot 10^9$$

$$\therefore F_N = 1800 \text{ N}$$

$$\text{b) } F = E \cdot q = 2,0 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-9} = 3,2 \cdot 10^{-13} \text{ N}$$

$$\therefore F = 3,2 \cdot 10^{-13} \text{ N}$$

Estudo para o Enem

18. A

As descargas elétricas, que são fruto do deslocamento de partículas elétricas carregadas (íons), são favorecidas pelo aumento da intensidade do campo elétrico entre as nuvens e o solo.

19. A

No ponto A temos que o campo elétrico tem módulo de quatro unidades. Portanto, ao dobrarmos a distância, devemos ter um campo elétrico com módulo quatro vezes menor, logo \rightarrow .

20. D

Como as duas cargas são de mesmo sinal, o ponto onde o campo elétrico é nulo está entre Q_1 e Q_2 . Chamamos de d a distância de Q_1 até esse ponto. Como o campo elétrico é nulo, temos que os campos elétricos de Q_1 e Q_2 são iguais em módulo.

$$\text{Portanto, } E_1 = k \cdot \frac{10 \cdot 10^{-6}}{d^2} = k \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{(0,2 - d)^2} = E_2$$

Logo, $d^2 = 2 \cdot (0,2 - d)^2$, como $0 < d < 0,2$, temos que $d \approx 0,12$, ou seja, mais próximo de Q_2 .

4 CAMPO ELÉTRICO UNIFORME

Comentário sobre o módulo

Neste módulo daremos continuidade aos estudos de campo elétrico, vamos abordar as linhas de campo elétrico, ou linha de força, com estudos relativos ao comportamento de partículas de acordo com suas cargas de modo interativo, tanto para partículas opostas, quanto para partículas iguais e de que forma se comportam em situações diversas. Também abordamos as questões representativas dos campos elétricos e o equilíbrio de cargas em um campo elétrico uniforme. É importante sempre relacionar o conteúdo estudado com o dia a dia do aluno, a partir de exemplos que permitam ver a importância dos estudos relativos ao tema abordado. Procure, sempre que possível, estimulá-los a saber mais a respeito do que é estudado.

Para ir além

O vídeo a seguir auxilia no entendimento das linhas que se formam a partir de campos magnéticos, com um quê de arte. Disponível em:

https://www.youtube.com/watch?v=XDJu_XVBQP0

Acesso em: set. 2018

Outro vídeo interessante traz um experimento que permite ver a tendência de certos materiais seguirem linhas de um campo elétrico. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=hKbHhUbRjuA>

Acesso em: set. 2018

Exercícios Propostos

7. C

I. FALSO – O campo é menos intenso na região A.

II. FALSO – O vetor campo elétrico terá sentido da esquerda para a direita.

III. CORRETO – Pois as linhas de campo têm sentido de A para B.

8. Devemos ter $F = P$ para que a partícula permaneça em repouso, logo

$$E \cdot |q| = m \cdot g \Rightarrow 500 \text{ N/C} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2$$

$$|q| = 40 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

Para que a força tenha sentido para cima, a carga deverá ser negativa

$$\text{Portanto: } q = -40 \mu\text{C}$$

9. C

Sobre o elétron atuará uma força elétrica constante e como o elétron está acelerado com velo-

cidade variando linearmente é sinal que o campo elétrico é uniforme, apontando da placa Y, positiva, para a placa X, negativa.

10. C

Por serem bem caracterizados apenas pela sua intensidade e unidade, tempo e massa são classificados como grandezas escalares. Já o campo elétrico é uma grandeza vetorial, pois para ser bem caracterizado, além da intensidade, são necessários direção e sentido.

11. D

I. VERDADEIRO

II. VERDADEIRO – O dipolo é composto por duas cargas, uma positiva, que resulta nas linhas de campo de afastamento, e uma negativa, que resulta nas linhas de campo de atração.

III. FALSO – Cada carga é responsável pelo seu vetor campo elétrico.

12. E

O vetor indução magnética é tangente à linha de indução magnética em cada ponto do campo, e no mesmo sentido que ela: do polo norte para o polo sul fora do ímã e do sul para o norte dentro do ímã. Quando uma partícula eletrizada desloca-se num campo magnético, com velocidade não paralela às linhas, surge sobre ela uma força magnética cuja direção é perpendicular à do vetor indução magnética em cada ponto. As linhas de força do campo elétrico são linhas abertas, originadas em cargas positivas ou no infinito e terminando em cargas negativas ou no infinito, sempre orientadas no sentido dos potenciais decrescentes. No campo elétrico uniforme, as linhas de força são retas paralelas, igualmente espaçadas e todas orientadas no sentido dos potenciais decrescentes.

13. A

I. VERDADEIRO – Pois as linhas são de repulsão, que podem ser criadas tanto por duas cargas positivas quanto duas cargas negativas.

II. FALSO – O campo elétrico varia conforme a densidade das linhas de campo.

III. FALSO – Pois nesse caso teríamos linhas de força de atração entre as cargas.

14. Temos que a força elétrica tem sentido contrário ao campo elétrico e à força peso. Logo, como o balão está em repouso, temos

$$F_e = P$$

$$E \cdot q = m \cdot g \Rightarrow q = \frac{m \cdot g}{E}$$

$$q = \frac{1,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2}{50 \text{ N/C}} = 0,02 \cdot 10^{-2} \text{ C} =$$

$$= 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ C} = 200 \mu\text{C} \therefore q = 200 \mu\text{C}$$

15. A

Para $a \ll x$, temos: $(a^2 + x^2) = x^2$ e substituindo esse valor na fórmula dada, temos:

$$E_p = \frac{kQx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{kQx}{(x^2)^{3/2}} = \frac{kQx}{x^3} = \frac{kQ}{x^2} \therefore E_p = \frac{kQ}{x^2}$$

E o valor de E_p obtido corresponde ao campo elétrico para uma carga pontual.

16. A

Temos que a distância entre as placas é de $d = 5 \text{ mm} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ e a diferença de potencial (d.d.p) é de $300 \text{ V/m} = 300 \text{ N/C}$.

Portanto, temos 300 V em 1 m . Logo, em $d = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ temos

$$E_A = E_B = E_C = \frac{300 \text{ V}}{5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 6,0 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}} =$$

$$E_A = E_B = E_C = 6,0 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

17. a) No equilíbrio, força peso e força eletrostática possuem sentidos opostos e mesma intensidade.

$$F_e = P \Rightarrow F_e = mg = 1,2 \cdot 10^{-14} \cdot 1,6 =$$

$$= 1,92 \cdot 10^{-14} \therefore F_e = 1,92 \cdot 10^{-14} \text{ N}$$

$$\text{b) } F_e = q \cdot E \Rightarrow E = \frac{F_e}{q} = \frac{1,92 \cdot 10^{-14}}{1,9 \cdot 10^{-15}} = 10 \therefore$$

$$\therefore E \cong 10 \text{ N/C}$$

$$\text{c) } \text{Energia} = hf \Rightarrow f = \frac{\text{Energia}}{h} = \frac{8 \cdot 10^{-19}}{6 \cdot 10^{-34}} =$$

$$= 1,33 \cdot 10^{15} \therefore f = 1,33 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

d) Se cada fóton arranca 1 elétron em 2s são arrancados n elétrons. Logo, obtemos:

$$n = 5 \cdot 10^5 \cdot 2 = 10^6 \therefore n = 10^6 e^-$$

$$Q = n \cdot q_{e^-} = 10^6 \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19}) =$$

$$= -1,6 \cdot 10^{-13} \therefore Q = -1,6 \cdot 10^{-13} \text{ C}$$

Estudo para o Enem

18. A

Na figura 1 temos cargas de mesmo sinal e de magnitudes distintas;

Na figura 2 temos cargas de sinais distintos e de magnitudes distintas;

Na figura 3 temos cargas de sinais distintos e de mesma magnitude;

Na figura 4 temos cargas de mesmos sinais e de mesma magnitude.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

19. B

Cargas positivas geram um campo elétrico de afastamento e cargas negativas um campo elétrico de aproximação. Como a nuvem é positiva no topo e a base é negativa, o vetor campo elétrico resultante será vertical, com sentido de cima para baixo.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Avaliar possibilidades de geração, uso ou transformação de energia em ambientes específicos, considerando implicações éticas, ambientais, sociais e/ou econômicas.

20. B

A carga positiva ($Q > 0$) gera campo elétrico de afastamento e como a carga q é negativa ($q < 0$), ela sofre força em sentido oposto ao do campo elétrico gerado por Q .

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Utilizar leis físicas e/ou químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e(ou) do eletromagnetismo. Avaliar possibilidades de geração, uso ou transformação de energia em ambientes específicos, considerando implicações éticas, ambientais, sociais e/ou econômicas.

5 POTENCIAL ELÉTRICO I

Comentário sobre o módulo

Professor, neste módulo trabalharemos com o potencial elétrico. Assim, com objetivo de contextualizar o estudo da energia potencial elétrica, faça uma comparação com a energia potencial gravitacional, comentando a semelhança do comportamento de ambos. Destaque que a massa abandonada em repouso próxima à superfície da Terra é acelerada em direção ao centro do planeta, perdendo energia potencial gravitacional e ganhando energia cinética. Da mesma forma, a carga elétrica positiva é atraída em direção à negativa, perdendo energia potencial elétrica e ganhando energia cinética. Em ambos os casos, o campo realiza trabalho sobre a partícula. Explique que calcula-se o trabalho realizado por meio do produto da força pela distância percorrida – somente quando a força é constante. O trabalho realizado equivale à variação da energia potencial em ambos os casos.

Para ir além

Um vídeo interessante que apresenta a formação de raios pode ser visto em:

<https://www.youtube.com/watch?v=IwIOZo1UQ6M>

Acesso em: set. 2018.

Exercícios Propostos

7. A

A. Correta

B. Incorreta: A força elétrica, dada pela Lei de Coulomb $F_e = K_0 \cdot \frac{Q \cdot q_0}{d^2}$ tem a direção da reta

que une os centros das duas cargas podendo ter o sentido de afastamento se as cargas forem de mesmo sinal (repulsão) ou de aproximação (atração) se as cargas forem de sinais contrários.

C. Incorreta: O campo elétrico é a razão entre a força e a carga de prova $E = \frac{F_e}{q_0} = K_0 \cdot \frac{Q}{d^2}$, logo não depende apenas da carga Q e também da distância entre as cargas.

D. Incorreta: a dependência é com o inverso de d . A energia potencial elétrica é dada pelo produto do potencial elétrico e a carga de prova, então

$$E_p = q_0 \cdot V = q_0 \cdot K_0 \cdot \frac{Q}{d} \Rightarrow E_p = K_0 \cdot \frac{Q \cdot q_0}{d}$$

8. D

Sistema I.

$$E = K_0 \cdot \frac{Q \cdot q}{d}$$

Para cargas de mesmo sinal, a energia potencial será positiva. Podemos observar na equação que a energia potencial é inversa ao quadrado

da distância entre as cargas. Assim, quando a distância entre as cargas aumenta, a energia potencial diminui.

Sistema II.

Já para cargas de sinais opostos, a energia potencial será negativa. Com o aumento da distância, a energia potencial aumenta e com a redução da distância a energia potencial diminui.

9. A

$$U = E \cdot d \Rightarrow 1 = E \cdot 10^{-6} \Rightarrow E = 10^6 \frac{V}{m} \Rightarrow E = 1 \cdot M \cdot \frac{V}{m}$$

10. Calculando a variação de energia potencial elétrica: $\Delta E_p = V \cdot q = 1,0 \cdot 10^9 \cdot 31,25 = 3,125 \cdot 10^9 \text{ J}$

11. Temos que $E_p = K_0 \cdot \frac{Q \cdot q_0}{d}$; portanto, se aproximarmos as duas partículas, estamos diminuindo o valor de d e assim aumentando a energia potencial elétrico (E).

12. C

$$E_p = K_0 \cdot \frac{Q \cdot q_0}{d} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-1}} = 3 \cdot 10^{-1} \text{ J}$$

13. C

$$E = \frac{K \cdot Q^2}{L} + \frac{K \cdot Q^2}{2 \cdot L} + \frac{K \cdot Q^2}{L}$$

$$E = \frac{2 \cdot K \cdot Q^2 + K \cdot Q^2 + 2 \cdot K \cdot Q^2}{2 \cdot L} = \frac{5 \cdot K \cdot Q^2}{2 \cdot L} = 2,5 \cdot \frac{K \cdot Q^2}{L}$$

14. 5 (01 + 04)

01. VERDADEIRA

02. FALSA, pois o potencial elétrico é medido em volt (Volt = Joule/Coulomb).

04. VERDADEIRA

15. Para os pontos A e B:

$$\text{Temos que } d_{AB} = d_A - d_B = 4 \text{ mm} - 1 \text{ mm} = 3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$V_{AB} = E \cdot d_{AB} = 6 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 180 \text{ V}$$

Logo,

Para os pontos B e C:

$$\text{Temos que } V_{BC} = E \cdot d_{BC} = 6 \cdot 10^4 \cdot 0 = 0$$

Logo, $V_{BC} = 0$.

16. B

Temos um caso de movimento circular uniforme, a única força é a força elétrica. Logo:

$$k \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\text{Assim, } k \cdot \frac{q \cdot Q}{r} = m \cdot v^2$$

$$v^2 = \frac{k \cdot q \cdot Q}{m \cdot r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 9,5 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

17. D

Vamos encontrar o potencial no ponto em que a terceira carga foi colocada, pois a energia potencial neste ponto depende do potencial elétrico $E_p = Q \cdot U$, o potencial no ponto onde foi colocado a terceira carga é a soma dos potenciais produzido pelas duas cargas iniciais $U_p = U_1 + U_2 = U + U = 0$, logo a energia potencial no ponto será $E_p = Q \cdot U = +Q \cdot 0 = 0 \text{ J}$

Isso mostra que o adição desta terceira carga não afeta o valor da energia potencial do sistema que continuará sendo U .

Estudo para o Enem

18. D

Elétron-volt é a unidade de energia igual à $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ medido no SI que é a quantidade de energia obtida (ou perdida), através da carga de um único elétron movido através de uma diferença de potencial de um volt.

$$\text{Logo, [elétron - volt]} = C \cdot \frac{J}{C} = J$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidades: Relacionar propriedades físicas, químicas ou biológicas de produtos, sistemas

ou procedimentos tecnológicos às finalidades a que se destinam.

19. B

Para que haja a descarga elétrica, é necessário que a rigidez dielétrica do ar, que é bom isolante térmico, seja rompida. Como o campo elétrico entre o solo e a nuvem rompeu a rigidez dielétrica do ar, a diferença de potencial foi suficiente para produzir a descarga elétrica.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidades: Utilizar leis físicas e/ou químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e/ou do eletromagnetismo.

20. C

Seja d o lado do triângulo e Q o valor de cada carga, temos que $U = \frac{K \cdot Q^2}{d} + \frac{K \cdot Q^2}{d} + \frac{K \cdot Q^2}{d} = \frac{3 \cdot K \cdot Q^2}{d}$

Após substituirmos uma das cargas por outra com o dobro do valor $U' = \frac{K \cdot Q^2}{d} + \frac{K \cdot 2 \cdot Q^2}{d} + \frac{K \cdot 2 \cdot Q^2}{d} = \frac{5 \cdot K \cdot Q^2}{d}$, $\therefore U' = \frac{5}{3} U$.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidades: Utilizar leis físicas e (ou) químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e (ou) do eletromagnetismo.

6 POTENCIAL ELÉTRICO II

Comentário sobre o módulo

Professor, neste material trabalharemos com o potencial elétrico de várias cargas elétricas puntiformes, superfície equipotencial e carga elétrica isolada. Para facilitar a compreensão dos alunos, mostre as diferenças entre os campos elétricos e os potenciais elétricos nos casos de carga puntiforme positiva e negativa.

Desenhe algumas superfícies equipotenciais e mostre que uma partícula se deslocando entre dois pontos de uma mesma superfície equipotencial tem trabalho de força elétrica nulo. Apesar de ser um tema de conotação teórica, é sempre aconselhável que o trabalho seja associado a atividades que mostrem como os conceitos fazem parte do nosso cotidiano.

Para ir além

O vídeo a seguir traz vários experimentos envolvendo eletricidade estática para que se entenda a importância de se fazer o aterramento quando o risco de se ter os efeitos da eletricidade estática são grandes. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=vKJB6UJ17RA>

Acesso em: 25 jul. 2018.

Um dos avanços tecnológicos ligado ao estudo da eletricidade estática pode ser visto no vídeo a seguir:

<https://www.youtube.com/watch?v=ttpXsO6X9b0>

Acesso em: 25 jul. 2018.

Exercícios Propostos

7. B

$$U = d \cdot E$$

$$6 = 0,2 \cdot E$$

$$E = \frac{6}{0,2}$$

$$E = 30 \text{ V/m}$$

$$8. V_B = k \cdot \left(\frac{Q}{1 \text{ cm}} - \frac{Q}{2 \text{ cm}} \right) = k \cdot \frac{Q}{2 \text{ cm}} = 60 \text{ V} \quad V_A =$$

$$= k \cdot \left(\frac{Q}{1 \text{ cm}} - \frac{Q}{4 \text{ cm}} \right) = k \cdot \frac{3Q}{4 \text{ cm}}, \text{ logo, } V_A = 90 \text{ V.}$$

9. 24 (08 + 16)

01. FALSO – O potencial no interior do tanque é constante e não nulo.

02. FALSO – O corpo neutro possui número de prótons igual ao número de elétrons. O que o torna eletricamente carregado é a falta ou excesso dessas partículas.

04. FALSO – Campo elétrico:

$$E = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{270 \cdot 10^{-6}}{d^2}$$

Potencial elétrico:

$$V = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{270 \cdot 10^{-6}}{200} = 12 \text{ 150 V}$$

08. VERDADEIRO

16. VERDADEIRO

10. A

Como as cargas são idênticas, elas têm o mesmo sinal; logo, o campo elétrico no ponto médio entre as cargas é nulo.

Já o potencial elétrico será o dobro, pois $V = k \cdot \frac{Q}{d}$,

e se tivermos $d/2$, temos $V = 2k \cdot \frac{Q}{d}$.

11. D

Campo elétrico é uma grandeza vetorial; logo, pelo princípio da superposição o campo elétrico resultante será: $\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, já o potencial elétrico é uma grandeza escalar; logo, em P a soma dos potenciais elétricos é dada por: $V_p = V_1 + V_2$.

$$12. V = \frac{k_0 Q}{d} \rightarrow k_0 Q = Vd \rightarrow Q = \frac{Vd}{k_0}$$

$$Q = \frac{V}{k_0} \cdot d = 1 \cdot 10^5 \cdot 0,20 = 2 \cdot 10^4 \text{ .}$$

$$Q = 2 \cdot 10^4 \text{ C}$$

13. B

Analisando cada uma das afirmações:

I. CORRETO, pois o campo elétrico é mais intenso, quanto mais concentradas forem as linhas de força.

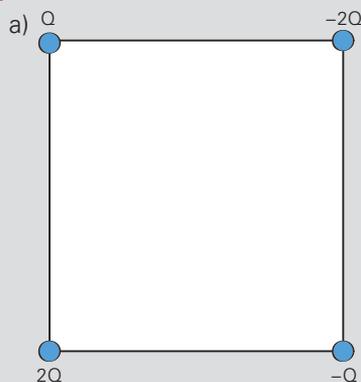
II. FALSO, pois no sentido das linhas de força o potencial elétrico é decrescente; portanto, $V_D > V_C$.

III. FALSO, pois partículas com carga negativa sofrem força em sentido oposto ao do vetor campo elétrico, movimentando-se espontaneamente para regiões de maior potencial elétrico.

IV. CORRETO, pois partículas positivamente carregadas movimentam-se espontaneamente no mesmo sentido dos menores potenciais, ganhando energia cinética, consequentemente diminuindo sua energia potencial.

14. B

15.



$$E = k \cdot \frac{Q^2}{L} \left(2 - 2 + 2 - 2 + \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\sqrt{2} \right) =$$

$$= \left(\frac{5}{\sqrt{2}} \right) \cdot k \cdot \frac{Q^2}{L} \therefore E = \left(\frac{5}{\sqrt{2}} \right) \cdot k \cdot \frac{Q^2}{L}$$

b) Podemos escrever:

$$F = (0, -2kQ^2/L) + (-2kQ^2/L, 0) +$$

$$+ (kQ^2/L, -kQ^2/L) \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$|F| = \frac{\sqrt{33}}{2} kQ^2 = \frac{2 \cdot 87 kQ^2}{L} \therefore |F| = \frac{2 \cdot 87 kQ^2}{L}$$

16. C

$$V = \frac{kQ}{d} \rightarrow Q = \frac{Vd}{k}$$

$$E = \frac{kQ}{d^2} = \frac{k}{d^2} = \frac{Vd}{k} = \frac{V}{d} \rightarrow d = \frac{V}{E} = \frac{600}{200} =$$

$$= 3 \therefore d = 3 \text{ m}$$

E utilizando a expressão do potencial, obtemos o valor da carga Q.

$$Q = \frac{Vd}{k} = \frac{600 \cdot 3}{9 \cdot 10^9} = 200 \cdot 10^{-9} = 2 \cdot 10^{-7} \therefore Q =$$

$$= 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

17. B

As duas cargas terão uma distância mínima (x) quando toda a energia cinética ($E_{c_{q_1}}$) da carga q_1 for convertida em energia potencial elétrica entre as cargas ($E_{p_{q_1q_2}}$).

$$E_{c_{q_1}} = E_{p_{q_1q_2}}$$

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} = \frac{K_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{r} \rightarrow r \cdot m \cdot v_0^2 =$$

$$= 2 \cdot K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \therefore r = \frac{2 \cdot K_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{m \cdot v_0^2}$$

Estudo para o Enem

18. C

$$V = \frac{K \cdot Q}{d} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^8} =$$

$$= 1,35 \cdot 10^{-4} \text{ V} \approx 10^{-4} \text{ volts}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Utilizar leis físicas e/ou químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e/ou do eletromagnetismo.

19. E

Utilizando a fórmula $V = k_0 \cdot \frac{Q}{d}$ e analisando o gráfico, temos que:

$$\text{quando } V = 45 \text{ V} : 45 = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{2} \rightarrow$$

$$Q = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$V_1 = k_0 \cdot \frac{Q}{d_1} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}}{2} = 90 \text{ V}$$

$$V_2 = 15 = k_0 \cdot \frac{Q}{d_2} = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}}{d_2} \rightarrow$$

$$\rightarrow d_2 = 6,0 \text{ m.}$$

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

20. E

Somente ocorre diferença de potencial ao longo do campo elétrico.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

7 TRABALHO NO CAMPO ELÉTRICO

Comentário sobre o módulo

É importante conduzir os alunos a analisar variáveis e dados de cada problema com base em conceitos da eletrostática aplicada. Comente a importância de relacionar fenômenos físicos e suas aplicações nos diversos aparelhos eletrônicos usados diariamente. É importante lembrar conceitos de trabalho mecânico e associar ao trabalho da força elétrica:

Trabalho motor: quando a força elétrica F desloca a carga de prova q no sentido da própria força.

Trabalho resistente: quando se realiza um trabalho contra forças do campo elétrico, ou seja, quando a força é contrária ao sentido do deslocamento do campo.

Força elétrica = Força conservativa: a igualdade ocorre porque o trabalho executado fica armazenado na forma de energia.

Características das forças conservativas: o trabalho da força elétrica não depende da trajetória, mas apenas dos pontos inicial e final.

Para ir além

A BBC traz um fantástico trabalho a respeito da história da eletricidade que está disponível em três vídeos abaixo indicados, na sequência:

Parte 1 - Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=rAqUvE97iCU>

Acesso em 26 jul. 2018.

Parte 2 - Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=t5m-9vjCe1g>

Acesso em 26 jul. 2018.

Parte 3 - Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=BkkoaXCLYGI>

Acesso em 26 jul. 2018.

Exercícios Propostos

7.

O trabalho de **A** até **B** independe da trajetória, logo

$$\tau_{AB} = q \cdot (V_A - V_B) = 400 \cdot 10^{-6} \cdot (100 - 20) = 32\,000 \cdot 10^{-6} \text{ J} = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

$$\tau_{AB} = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

8. E

Sim, como o campo tem sentido de **A** para **B**, a força elétrica em um próton proveniente do campo elétrico tem mesmo sentido, logo, o trabalho é resistente.

9. E

- I. FALSO – O potencial diminui.
- II. FALSO – As linhas de campo (força) são perpendiculares às superfícies equipotenciais.
- III. FALSO – As superfícies equipotenciais são paralelas e planas.

10. B

A partícula vai do ponto A para o ponto B. Como o trabalho não depende da trajetória, temos que:

$$\begin{aligned} \tau_{AB} &= 3 \cdot 10^{-6} \cdot (20 - (-10)) = 9 \cdot 10^{-5} \\ \tau_{AB} &= 9 \cdot 10^{-5} \text{ J} \end{aligned}$$

11. B

$U_{AB} = 0 \text{ V}$, pois estão na mesma superfície equipotencial.

12.

07 (01 + 02 + 04)

01. VERDADEIRO –

$$F_A = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{9,0 \cdot 10^{-4}} = 100 \text{ N}$$

02. VERDADEIRO – $V_A = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{3,0 \cdot 10^{-2}} = 15 \cdot 10^5 \text{ V}$

04. VERDADEIRO – $V = V_A - V_B = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{5 \cdot 10^{-6}}{6,0 \cdot 10^{-2}} + 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{3,0 \cdot 10^{-2}} \right) = 7,5 \cdot 10^5 - 15,0 \cdot 10^5 \text{ V} = -7,5 \cdot 10^5 \text{ V}$

08. FALSO – $\tau_{AB} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot (-7,5 \cdot 10^5) = -15 \text{ J}$

16. FALSO – Existe uma diferença de potencial entre A e B.

13.

11 (01 + 02 + 08)

01. VERDADEIRO – A energia potencial elétrica é a energia de um objeto carregado na presença de um campo elétrico.

02. VERDADEIRO – Quando solta em uma região onde existe campo elétrico ela adquire força elétrica ($F = q \cdot E$), logo adquire velocidade e consequentemente energia cinética.

04. FALSO – A carga é repelida pela placa carregada positivamente e atraída pela placa carregada negativamente.

08. VERDADEIRO – $\tau = \Delta E_C$

16. FALSO – $\Delta E_C = \Delta E_P$

14.

Observe que $V_{AB} = V_{AC} = V_{CA} = 180 \text{ V}$, logo, $\tau_{CA} = 1,6 \cdot 10^{19} \cdot 180 = 2,88 \cdot 10^{-17} \text{ J}$. $\therefore \tau_{CA} = 2,88 \cdot 10^{-17} \text{ J}$
Como a placa esquerda é carregada positivamente, o trabalho do elétron é positivo.

15. D

$$\tau_{AB} = q \cdot U_{AB}, \text{ logo } U_{AB} = \tau_{AB}/q$$

16. D

I. FALSO – $E_{\text{centro}} = 0$, pois os campos elétricos das cargas opostas se anulam no centro.

II. VERDADEIRO, pois $\tau = q \cdot U = 6 \text{ kQq/R}$.

III. VERDADEIRO – $F_R = 0$, pois as forças elétricas das cargas opostas se anulam no centro.

17. C

O trabalho total será a soma de todas as energias potenciais, tomadas as cargas duas a duas. Portanto:

$$E_{AB} = \frac{kqq}{a} = \frac{kq^2}{a}$$

$$E_{AD} = \frac{kqq}{2a\sqrt{2}} = \frac{kq^2}{2a\sqrt{2}}$$

$$E_{AC} = \frac{kqq}{3a} = \frac{kq^2}{3a}$$

$$E_{BC} = \frac{kqq}{2a\sqrt{2}} = \frac{kq^2}{2a\sqrt{2}}$$

$$E_{BD} = \frac{kqq}{3a} = \frac{kq^2}{3a}$$

$$E_{CD} = \frac{kqq}{a} = \frac{kq^2}{a}$$

Portanto, $\tau = E_{AB} + E_{AD} + E_{AC} + E_{BC} + E_{BD} +$

$$E_{CD} = 2 \frac{kq^2}{a} \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3} + 1 \right) =$$

$$= \frac{k(16 + 3\sqrt{2})q^2}{6a}$$

$$\tau = \frac{k(16 + 3\sqrt{2})q^2}{6a}$$

Estudo para o Enem

18. B

$$\text{Vamos calcular o campo elétrico: } E = \frac{(40 - 10)V}{0,05 \text{ m}}$$

$$= \frac{30 \text{ V}}{0,05 \text{ m}} = 600 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Portanto, o potencial elétrico no ponto C é: $V_C = 40 - 600 \cdot 0,2 = 40 - 120 = -80 \text{ V}$
Assim, temos que o trabalho no deslocamento de A até C é $\tau_{AC} = 4 \cdot 10^{-6} (40 - (-80)) = 480 \cdot 10^{-6} = 480 \mu\text{J}$.

$$\tau = 480 \mu\text{J}$$

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da Física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidade: Utilizar leis físicas e/ou químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e (ou) do eletromagnetismo.

19. E

$$\text{Força elétrica } F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} = V \cdot \frac{q_2}{d} = \frac{e \cdot V}{d}.$$

Competência: Compreender interações entre organismos e ambiente, em particular aquelas relacionadas à saúde humana, relacionando conhecimentos científicos, aspectos culturais e características individuais.

Habilidade: Interpretar modelos e experimentos para explicar fenômenos ou processos biológicos em qualquer nível de organização dos sistemas biológicos.

20. A

O trabalho e a energia não dependem da trajetória pois a força elétrica é uma força conservativa.

Competência: Entender métodos e procedimentos próprios das Ciências Naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

Habilidade: Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, química ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

8 CONDUTORES EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO

Comentário sobre o módulo

Professor, neste módulo é importante ressaltar ao aluno a importância e aplicações dos condutores elétricos, além de mostrar o porquê de o campo elétrico no interior de um condutor elétrico ser nulo, bem como analisar graficamente o campo elétrico e o potencial elétrico e explique a gaiola de Faraday.

Para ir além

Os alunos podem desenvolver uma pesquisa sobre a gaiola de Faraday. Sugira que assistam ao vídeo indicado a seguir. Ele traz experimentos interessantes com este tema. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=YniztDeGRwE>

Acesso em: jul. 2018.

O próximo vídeo sugerido ensina como construir um gerador de Van der Graaf caseiro, que também utiliza o princípio da Gaiola de Faraday. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=XGNsSshWzzA>

Acesso em: jul. 2018.

Exercícios Propostos

7. Ao longo da mesma superfície equipotencial, o potencial elétrico é sempre o mesmo; portanto, o trabalho é nulo.

8. E

O potencial elétrico é dado por $V_{AB} = E \cdot d_{AB}$.

9. 06

$$02. \text{ FALSO} - U = \frac{k_0 \cdot Q_1}{d} + \frac{k_0 \cdot Q_2}{d} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{0,24}$$

$$- \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{0,24} = 0$$

$$04. \text{ FALSO} - U = \frac{k_0 \cdot Q_1}{d} + \frac{k_0 \cdot Q_2}{d} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{0,16}$$

$$- \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{0,08} = -4,5 \cdot 10^5$$

06. VERDADEIRO – Pela lei de Coulomb

$$F = \frac{k_0 \cdot Q_1 \cdot Q_2}{d^2} \text{ têm-se que em módulo as duas}$$

forças são iguais.

10. 24 (08 + 16)

01. FALSO – O campo elétrico em um ponto situado a 2 cm da carga Q é 4 vezes menor que o campo elétrico situado a 1 cm da carga Q. Logo,

$$E = \frac{K \cdot Q}{d^2} \Rightarrow Q = \frac{E \cdot d^2}{K} = \frac{36 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-2}}{9 \cdot 10^9} = 4 \cdot 10^{-10}$$

Então a força elétrica sobre a carga de prova q é de .

02. FALSO – O potencial elétrico no ponto situado a 1 cm de Q é \cdot O potencial elétrico $V_1 = 36 \cdot 10^3 \cdot 1,0 \cdot 10^{-2} = 360 \text{ V}$ situado a 2 cm de Q é. Logo, o $V_2 = 9,0 \cdot 10^3 \cdot 2,0 \cdot 10^{-2} = 180 \text{ V}$ trabalho para deslocar a carga de prova é de $\tau = 2 \cdot 10^{-6} \cdot (360 - 180) = 180 \cdot 10^{-6} \text{ J} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ J}$.

04. FALSO O potencial elétrico no ponto B é representado pela equação:

$$V_B = k_0 \cdot \frac{Q}{d_B} \Rightarrow V_B = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \cdot \frac{4 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$

Portanto, $V_B = 180 \text{ V}$

08. VERDADEIRO – O campo elétrico em um ponto situado a 2 cm da carga Q é 4 vezes menor que o campo elétrico situado a 1 cm da carga Q. Logo,

16. VERDADEIRO

11. E

As cargas elétricas em excesso de um condutor distribuem-se na superfície externa do mesmo. Na questão, a esfera encontra-se em excesso de elétrons (eletrizada negativamente).

12. 07 (01 + 02 + 04)

01. VERDADEIRO

$$= \frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{d^2} = \frac{9,00 \cdot 10^9 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}}{(3,00 \cdot 10^{10})^2} = 2,56 \text{ nN}$$

02. VERDADEIRO

04. VERDADEIRO

$$E = \frac{F}{q} \rightarrow F = E \cdot q = 2,00 \cdot 10^{10} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} = 3,20 \text{ nN}$$

$$08. \text{ FALSO } F = \frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{d^2}$$

$$16. \text{ FALSO } \tau_{AB} = E \cdot q \cdot \Delta d = 2,00 \cdot 10^{10} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 3,20 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

13. D

I. VERDADEIRO – Todos os pontos têm o mesmo potencial elétrico.

II. FALSO – Para que o objeto induza uma carga uniformemente distribuída, o indutor e o induzido deveriam ser duas superfícies planas e paralelas ou duas esferas concêntricas, com o indutor interno, por exemplo.

III. FALSO – A carga negativa sempre se desloca no sentido de perder energia potencial

elétrica, ou seja, de menor potencial para maior potencial.

IV. VERDADEIRO – No ponto médio entre duas cargas de mesmo módulo e sinais opostos, o potencial é nulo. Como o potencial elétrico no infinito também é zero, temos que o trabalho é dado por $\tau = q(V_{\infty} - V_f) = 0$.

14. D

R 10^{-3} (da ordem de milímetros)

r 10^{-6} (da ordem de micrômetros)

A = R²

Fazendo a razão entre as áreas, obtemos a ordem de grandeza entre as cargas elétricas.

Logo, a esfera maior terá na ordem de 10^6 vezes mais carga que a esfera menor.

Portanto:

15. a) O canudo eletrizado é aproximado da esfera sem que haja contato. Ela é atraída por ele por indução eletrostática, com as cargas de sinal contrário às do canudo concentradas no lado próximo a ele. Em seguida, aterriza-se o lado oposto da esfera, fazendo com que ela perca ou receba elétrons. Após a ligação ser rompida, afasta-se o canudo, e ele e a esfera ficam eletrizados com cargas de sinais opostos.
- b) Na situação de equilíbrio, para uma das esferas, temos:

$$\cos\theta = \frac{P}{T} \Rightarrow T = \frac{P}{\cos\theta} = \frac{9 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{1} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ N.}$$

$$\therefore T = 9 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

c) A força elétrica tem mesma intensidade que a componente vertical da tração e $Q_2 = Q_1$

$$F_{el} = T \cdot \sin\theta \Rightarrow \frac{k \cdot Q_1 \cdot Q_2}{d^2} = T \cdot \sin\theta$$

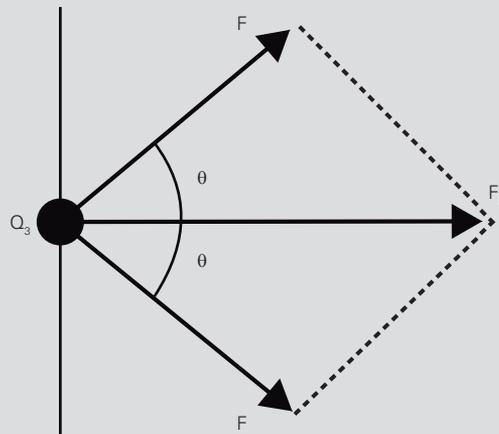
$$\frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q_2^2}{(8 \cdot 10^{-2})^2} = 9 \cdot 10^{-2} \cdot 0,1 \Rightarrow Q_2 = 8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

d) Com o valor de Q_2 conhecido, obtemos n.

$$Q_2 = q \cdot n \Rightarrow n = \frac{Q_2}{e} = \frac{8 \cdot 10^{-8}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 5 \cdot 10^{11} \therefore n = 5 \cdot 10^{11}$$

16. B

Como o sinal de Q_3 não é conhecido, vamos supô-lo positivo. A distância entre Q_1 e Q_3 e a distância entre Q_2 e Q_3 é a mesma.



Como o valor da carga é elevado ao quadrado, não há diferença se a carga Q_3 é negativa ou positiva.

17. D

Isolando as cargas e os raios

Já a densidade volumétrica de cargas

E fazendo a relação entre as densidades

Estudo para o Enem

18. C

A esfera B induzirá cargas de sinal oposto em C; e, após a conexão desta com o fio terra, C ficará com o excesso de cargas de sinal contrário ao da esfera B.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações-problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidades: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

19. D

O item V está incorreto, pois as cargas que se transferem são as negativas. Logo, a esfera pode ganhar ou perder elétrons, tornando-se negativa ou positiva, mas não haverá movimento de cargas positivas.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científicotecnológicas.

Habilidades: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

20. B

Ocorre aqui o fenômeno conhecido como blindagem eletrostática. Na caixa metálica as cargas elétricas se distribuem na superfície externa e, conseqüentemente, o campo elétrico interno é nulo. Com o campo nulo, o telefone em seu interior não receberá sinal.

Competência: Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

Habilidades: Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

Exercícios interdisciplinares

21. E

Para diminuir os impactos do rebaixamento de águas subterrâneas deve ser feita a recomposição da vegetação natural evitando a erosão do solo, já o conceito físico relevante é a ação da força gravitacional, que faz com que água se concentre em regiões mais profundas.

22. D

Temos que 200 m^2 de painéis solares irão economizar $200 \cdot 1 \text{ kWh} = 200 \text{ kWh}$.

Temos que 200 m^2 de energia térmica irão economizar $200 \cdot 0,7 \text{ kWh} = 140 \text{ kWh}$.

Assim, temos uma economia de $200 + 140 = 340 \text{ kWh}$ no projeto inicial.

Em seguida, na 2ª fase do projeto, temos que a energia elétrica será aumentada em 75%, ou seja, $200 \cdot 1,75 = 350 \text{ kWh}$.

Para obtermos o dobro da quantidade de energia economizada no projeto inicial, ou seja, $2 \cdot 340 = 680 \text{ kWh}$, temos $E_{\text{Térmica}} = 680 - 350 = 330 \text{ kWh}$.

Tem-se que 1 m^2 equivale a $0,7 \text{ kWh}$, então 330 kWh , equivalerá a $\frac{330}{0,7} \approx 472 \text{ m}^2$, alternativa c.

Competência: Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como cons-

truções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

Habilidade: Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

23. (02 + 04 + 08)

01. Falsa, pois analisando a questão pelo ponto de vista da Matemática, nas extremidades das artérias o valor de $x = 0$, logo:

$$V(x) = C \cdot x \cdot (2R - x) \rightarrow V(0) = C \cdot 0 \cdot (2R - 0) = 0$$

02. Verdadeira, pois analisando a questão pelo ponto de vista da Matemática, temos:

$$V(R) = C \cdot R \cdot (2R - R) = C \cdot R^2 \text{ (I)}$$

$$V\left(\frac{R}{2}\right) = C \cdot \left(\frac{R}{2}\right) \cdot \left(2R - \frac{R}{2}\right) = \frac{3}{4} \left(2R - \frac{R}{2}\right) \cdot C \cdot R^2 \text{ (II)}$$

Substituindo I em II, temos:

$$V\left(\frac{R}{2}\right) = \frac{3}{4} \cdot V(R) \therefore V\left(\frac{R}{2}\right) = 0,75 \cdot V(R)$$

04. Verdadeira, pois analisando a questão pelo ponto de vista da Física, substituímos as unidades de medidas e temos:

$$X \rightarrow \text{cm} \quad R \rightarrow \text{cm} \quad v \rightarrow \text{cm/s}$$

$$V(x) = C \cdot x \cdot (2R - x)$$

$$\left[\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right] = C \cdot [\text{cm}] \cdot ([\text{cm}]) \rightarrow$$

$$\rightarrow C \cdot [\text{cm}]^2 = [\text{cm}] \cdot [\text{s}^{-1}] \rightarrow C = \frac{[\text{s}^{-1}]}{\text{cm}}$$

$$\therefore [C] = [\text{cm}^{-1}][\text{s}^{-1}]$$

08. Verdadeira

16. Falsa, pois analisando a questão pelo ponto de vista da Biologia, as hemácias dos mamíferos são células anucleadas, desprovidas de organelas, bicôncavas e circulares. São produzidas no tecido conjuntivo hematopoético da medula óssea vermelha, durante 90 a 120 dias e são removidas no baço, fígado e na medula óssea vermelha.

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

Material exclusivo para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco

Material exclusivo  para professores
conveniados ao Sistema de Ensino
Dom Bosco