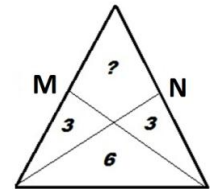


## Canguru 2012 – Nível J (1ª e 2ª séries)

### Problemas de 3 pontos

1. M e N são os pontos médios dos lados iguais do triângulo isósceles ao lado. Qual é a área do quadrilátero indicado pelo ponto de interrogação?

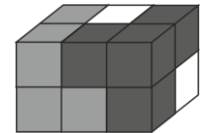


- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6

2.  $11,11 - 1,111 =$

- (A) 9,009                (B) 9,0909              (C) 9,99                (D) 9,999                (E) 10

3. Um paralelepípedo foi montado com três peças de cores diferentes, conforme o desenho. Cada uma das peças é formada por 4 cubos. A peça branca do paralelepípedo se parece com qual das peças a seguir?



- (A)      (B)      (C)      (D)      (E)

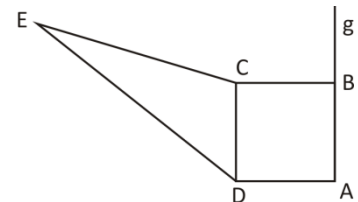
4. Em quatro das expressões abaixo podemos substituir cada ocorrência do número 8 por outro número positivo, usando sempre o mesmo número para cada substituição, obtendo o mesmo resultado final. Qual das expressões **não** tem essa propriedade?

- (A)  $8 - (8 : 8) + 8$       (B)  $8 + (8 : 8) - 8$       (C)  $8 : (8 - 8 + 8)$       (D)  $(8 + 8 - 8) : 8$       (E)  $8 \cdot (8 : 8) : 8$

5. Beto e Alice se comunicam através de sequências numéricas, assim obtidas de comum acordo:  $a = 01$ ,  $b = 02$ ,  $c = 03, \dots$ ,  $w = 23$ ,  $x = 24$ ,  $y = 25$ ,  $z = 26$ . Depois de substituir as letras de uma palavra por números, Alice soma 9 ao dobro de cada número associado, obtendo uma sequência numérica. Beto recebe a sequência  $13 - 19 - 49 - 38$  e a decifra. Qual palavra achada por Beto?

- (A) LAVE                (B) VEJA                (C) BETO                (D) BEBA                (E) nenhuma, pois Alice errou

6. O quadrado  $ABCD$  tem lado de 4 cm e tem a mesma área que o triângulo  $ECD$ . Qual é a distância do ponto  $E$  à reta  $g$ , que contém o lado  $\overline{AB}$ ?



- (A) 8 cm      (B) 12 cm      (C)  $(4 + 2\sqrt{3})$  cm      (D)  $10\sqrt{2}$  cm  
(E) Depende da localização do ponto  $E$

7. A soma dos algarismos de um número de sete algarismos é igual a 6. Qual é o produto dos algarismos desse número?

- (A) 0                      (B) 6                      (C) 7                      (D)  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$       (E) 5

8. Os catetos de um triângulo retângulo medem 6 cm e 8 cm respectivamente. Se  $K$ ,  $L$ ,  $M$  são os pontos médios dos lados desse triângulo, qual é o perímetro do triângulo  $KLM$ , em centímetros?

- (A) 10                      (B) 12                      (C) 15                      (D) 20                      (E) 24

9. Dois lados de um quadrilátero medem, respectivamente, 1 e 4. Uma de suas diagonais, de comprimento 2, divide o quadrilátero em dois triângulos isósceles. Qual é o perímetro do quadrilátero?

- (A) 8            (B) 9            (C) 10            (D) 11            (E) 12

10. Os números 144 e 220, quando divididos pelo inteiro positivo  $x$ , dão o mesmo resto 11. Qual é o número  $x$ ?

- (A) 7            (B) 11            (C) 13            (D) 17            (E) 19

**Problemas de 4 pontos**

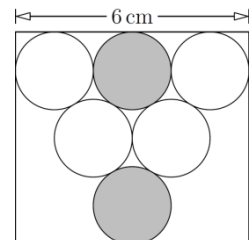
11. Se Ada fica em pé sobre a mesa e Mila fica em pé no chão, Ada se torna 80 cm mais alta que Mila. Se elas trocam de posição, então Mila se torna um metro mais alta do que Ada. Qual é a altura da mesa?

- (A) 20 cm            (B) 80 cm            (C) 90 cm            (D) 100 cm            (E) 120 cm

12. Daniel e Maria jogam cara ou coroa com uma moeda. Se cair cara, Maria ganha e Daniel deve lhe dar duas balas. Se cair coroa, Daniel ganha e Maria lhe deve dar três balas. Depois de 30 lançamentos, cada um deles fica com a mesma quantidade de balas que tinham antes de jogar. Daniel venceu quantas vezes?

- (A) 6            (B) 12            (C) 18            (D) 24            (E) 30

13. Um retângulo tem comprimento de 6 cm e nele está inscrito um “triângulo equilátero” de círculos tangentes, conforme indicado na figura. Qual é a menor distância entre os dois círculos cinzentos, em centímetros?

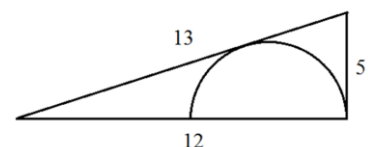


- (A) 1            (B)  $\sqrt{2}$             (C)  $2\sqrt{3} - 2$             (D)  $\frac{\pi}{2}$             (E) 2

14. No quarto de Cristina há um relógio em cada parede, todos eles adiantados ou atrasados. O primeiro relógio está errado por 2 minutos, o segundo por 3 minutos, o terceiro por 4 minutos e o quarto por 5 minutos. Olhando para seus relógios, Cristina vê que um deles marca 6 minutos para as 3, o outro, 3 minutos para as 3, o seguinte, 3 horas e 2 minutos e o último, 3 horas e 3 minutos. Neste momento, que horas são realmente?

- (A) 3h            (B) 2h 57min            (C) 2h 58min            (D) 2h 59min            (E) 3h 01min

15. O triângulo da figura é retângulo. Qual é o raio da semicircunferência inscrita, representada na figura?



- (A)  $\frac{7}{3}$             (B)  $\frac{10}{3}$             (C)  $\frac{12}{3}$             (D)  $\frac{13}{3}$             (E)  $\frac{17}{3}$

16. O algarismo das centenas de um número de quatro algarismos é 3 e a soma dos outros três algarismos também é 3. Quantos números há nestas condições?

- (A) 2            (B) 3            (C) 4            (D) 5            (E) 6

17. Um número de 1 a 9 deve ser escrito em cada quadradinho da tabela ao lado, de modo que a soma dos números escritos em cada linha seja a mesma e a soma dos números em cada coluna também. Alguns números já foram escritos. Qual número deverá ser escrito na casa cinza?

2	4		2
	3	3	
6		1	

- (A) 1            (B) 4            (C) 6            (D) 8            (E) 9

18. Três esportistas, Can, Gu e Ru, participaram de uma maratona. Antes do início da corrida, quatro espectadores discutem as chances de vitória dos três corredores:

O primeiro diz: "Um dos dois, Can ou Gu, irá vencer".

O segundo: "Se Gu for o segundo, Ru irá vencer".

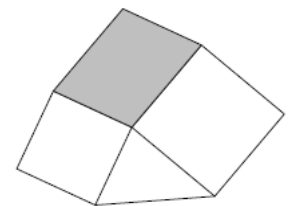
O terceiro: "Se Gu for o terceiro, Can não irá vencer".

O quarto: "Um dos dois, Gu ou Ru, será o segundo".

Terminada a corrida, verificou-se que todas as afirmações acima estavam corretas. Qual foi a ordem de chegada dos corredores?

- (A) Can, Gu, Ru    (B) Can, Ru, Gu    (C) Ru, Gu, Can    (D) Gu, Ru, Can    (E) Gu, Can, Ru

19. A figura ao lado é formada por dois quadrados, com lados de 4 e 5 cm, respectivamente, um triângulo de área  $8 \text{ cm}^2$  e um paralelogramo, representado em cinza. Qual é a área do paralelogramo, em  $\text{cm}^2$ ?



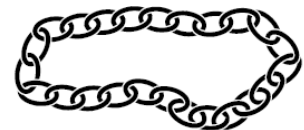
- (A) 15            (B) 16            (C) 18            (D) 20            (E) 21

20. Ana escreveu  $2012 = m^m (m^k - k)$  para valores inteiros positivos de  $m$  e  $k$ . Quanto vale  $k$ ?

- (A) 2            (B) 3            (C) 4            (D) 9            (E) 11

### Problemas de 5 pontos

21. Um joalheiro tem 12 peças de correntes com dois elos. Ele quer fabricar uma única corrente com esses elos. Para isso, ele tem que abrir alguns desses elos para depois fechá-los. Para economizar tempo, ele quer abrir o menor número possível de elos. Qual é esse número?

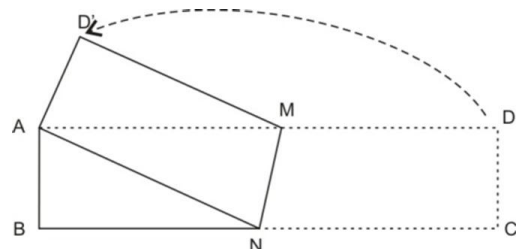


- (A) 8            (B) 9            (C) 10            (D) 11            (E) 12

22. Da direita para a esquerda, qual é o primeiro algarismo não nulo do número  $K = 2^{59} \cdot 3^4 \cdot 5^{53}$ ?

- (A) 1            (B) 2            (C) 4            (D) 6            (E) 9

23. Uma peça retangular de papel  $ABCD$  de 4 cm por 16 cm é dobrada ao longo da reta  $MN$ , de modo que o vértice  $C$  coincida com o vértice  $A$ , conforme a figura ao lado. Qual é a área do pentágono  $ABNMD$ ?

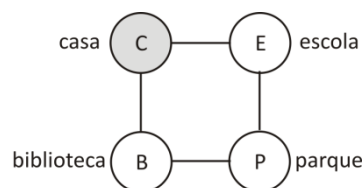


- (A) 17            (B) 27            (C) 37            (D) 47            (E) 57

24. O trem de comprimento  $G$  passa por um marco durante 8 segundos e em seguida encontra o trem de comprimento  $H$ , ficando ambos emparelhados 9 segundos. Em seguida, o trem de comprimento  $H$  passa mesmo marco durante 12 segundos. Admitindo velocidades constantes, o que se pode concluir sobre o comprimento dos trens?

- (A)  $G=2H$       (B)  $G=H$       (C)  $H=1,5G$       (D)  $H=2G$       (E) nada, pois falta informação

25. A figura à direita representa a tela do videogame do Canguru. No início, o Canguru está na escola E. De acordo com a regra do jogo, o Canguru pode saltar de qualquer lugar, exceto da sua casa C, para qualquer um dos dois lugares vizinhos. Quando ele chegar a casa C, acaba o jogo. Qual é o número de maneiras com que o Canguru pode ir de E para C dando exatamente 13 pulos?



- (A) 12      (B) 32      (C) 64      (D) 144      (E) 1024

26. Um painel eletrônico tem 5 lâmpadas. Quando você escolhe uma lâmpada qualquer para acender ou apagar, automaticamente uma outra lâmpada vai mudar de estado (acender ou apagar). Para uma mesma lâmpada escolhida, a outra que se acende ou apaga ao acaso pode mudar. No início, todas as lâmpadas estão apagadas e você faz 10 operações acende/apaga. Depois disso, podemos afirmar que:

- (A) É impossível que todas as lâmpadas estejam acesas.  
 (B) Todas as lâmpadas estão acesas.  
 (C) É impossível que todas as lâmpadas estejam apagadas  
 (D) Todas as lâmpadas estão apagadas.  
 (E) Nenhuma das afirmações anteriores é verdadeira.

27. São dados seis inteiros positivos diferentes, sendo  $n$  o maior deles. Existe exatamente um par desses números tal que o menor não divide o maior. Qual é o menor valor possível de  $n$ ?

- (A) 18      (B) 20      (C) 24      (D) 36      (E) 45

28. Nico escreveu todos os naturais de três algarismos e calculou o produto dos algarismos de cada um deles. Em seguida, achou a soma de todos os produtos. Qual é o valor dessa soma?

- (A) 45      (B)  $45^2$       (C)  $3^{45}$       (D)  $2^{45}$       (E)  $45^3$

29. Os números de 1 a 120 foram escritos em 15 linhas, conforme a tabela ao lado. Em qual das colunas, lidas da esquerda para a direita, a soma dos números é a maior?

1							...	
2	3						...	
4	5	6					...	
7	8	9	10				...	
11	12	13	14	15			...	
...	...	...	...	...	...	...	...	...
106	107	108	109	110	111	112	...	120

- (A)  $1^a$       (B)  $3^a$       (C)  $5^a$       (D)  $7^a$       (E)  $9^a$

30. A, B, C, D, E, F, G, H são os oito vértices consecutivos de um octógono convexo. Escolha ao acaso um dos vértices C, D, E, F, G ou H e conecte-o com um segmento ao vértice A. Em seguida, escolha um vértice ao acaso entre os mesmos seis vértices e conecte-o por um segmento ao vértice B. Qual é a probabilidade de que o octógono seja dividido por esses segmentos em exatamente 3 regiões?

- (A)  $\frac{1}{6}$       (B)  $\frac{1}{4}$       (C)  $\frac{4}{9}$       (D)  $\frac{1}{3}$       (E)  $\frac{5}{18}$