



# EXTENSIVO 2023

## FÍSICA PARA ITA

ELETROMAGNETISMO I



**Prof. João Maldonado**

**AULA 11**

12 DE MAIO DE 2022

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>3</b>
<b>1. MAGNETISMO</b>	<b>4</b>
<b>1.1. O CAMPO MAGNÉTICO</b>	<b>6</b>
<b>1.2. A EXPERIÊNCIA DE OERSTED</b>	<b>10</b>
1.2.1. REGRA DA MÃO DIREITA (RMD)	12
<b>1.3. A LEI DE BRIOT-SAVART-LAPLACE</b>	<b>13</b>
1.3.1. INDUÇÃO MAGNÉTICA NO CENTRO DE UMA ESPIRA CIRCULAR	19
1.3.2. INDUÇÃO MAGNÉTICA DEVIDO A UM SOLENOIDE E TOROIDE	23
<b>1.4. LEI DE AMPERE</b>	<b>37</b>
1.4.1. FIO INFINITO	37
1.4.2. SOLENOIDE IDEAL	38
<b>3. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>40</b>
<b>4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>41</b>



## INTRODUÇÃO

Nesta aula vamos iniciar os estudos sobre o Magnetismo. Faremos algumas considerações iniciais e estudaremos a experiência de Oersted. Além disso, veremos como é a interação de uma carga elétrica em uma região onde existe um campo magnético.

Após a experiência de Oersted, estudaremos como determinar a indução magnética gerada pelos condutores com corrente. Para isso, enunciaremos duas leis importantes: Lei de Briot-Savart-Laplace e Lei de Ampere.

Estes assuntos não são comuns no ensino médio. Por isso, peço que estude com calma e não se prenda aos rigores do Cálculo.

Caso tenha alguma dúvida entre em contato conosco através do fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:

ESCLARECENDO!



@prof.maldonado



# 1. MAGNETISMO

Chamamos de magnetismo a propriedade que certas substâncias apresentam, em especial, alguns minérios de ferro, cobalto e níquel, de atrair alguns corpos como pedacinhos de ferro, por exemplo.

O primeiro material com propriedades magnéticas observadas pelo homem na natureza foi a magnetita,  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ , que possui o magnetismo em forma natural e é um material sólido natural metálico que pode atrair ferro.

Alguns metais, quando submetidos a um processo chamado imantação, transformam-se em ímãs. São denominados ímãs artificiais.

Quando colocamos limalha de ferro próximo a um ímã em forma de barra, observa-se que a limalha é mais fortemente atraída pelas regiões extremas do ímã. Chamamos essas regiões de polos do ímã.

Os ímãs permanentes possuem as mais variadas formas, de acordo com a sua utilização:

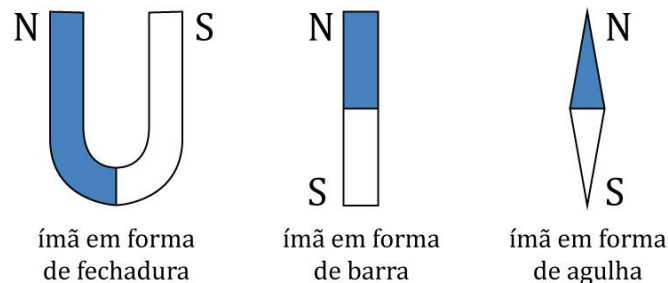


Figura 1: Representações de ímãs.

Quando suspendemos um ímã de barra pelo seu centro de gravidade com um fio, de tal maneira que pode girar livremente por esse ponto. Observa-se que a barra sempre se orienta em uma mesma direção.

Tal direção coincide, aproximadamente, com as orientações norte e sul da Terra. Por isso, os polos de um ímã são chamados de **polo norte** e **polo sul**.

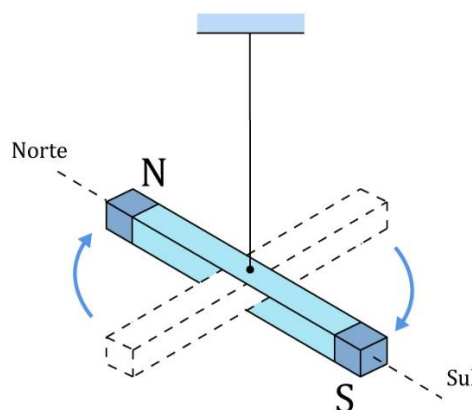


Figura 2: Ímã se orientando de acordo com o campo magnético terrestre.

Essa propriedade mostra a existência do campo magnético terrestre. Além disso, podemos construir as bússolas, instrumento formado por uma agulha magnética, que são capazes de orientar o homem geograficamente.



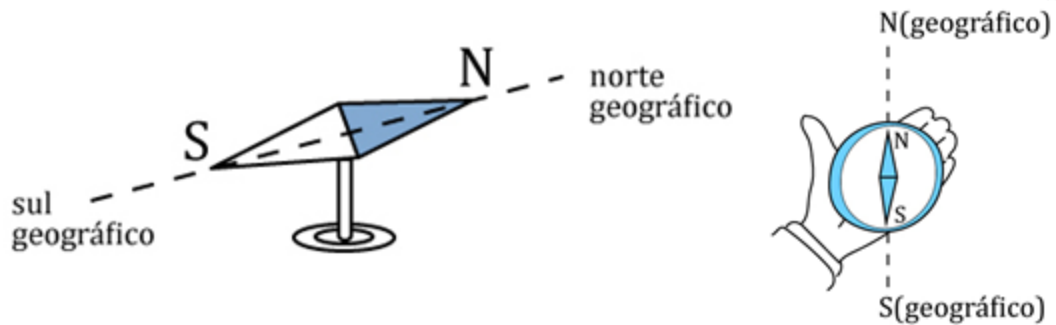


Figura 3: Orientação de uma bússola com o campo magnético terrestre.

O fato de a agulha magnética apontar para o polo norte geográfico é porque no **polo norte geográfico existe um polo sul magnético**. Conseqüentemente, no polo sul geográfico existe um polo norte magnético. Vale lembrar que os polos geográficos e os polos magnéticos da Terra não estão exatamente no mesmo local, como na figura abaixo.

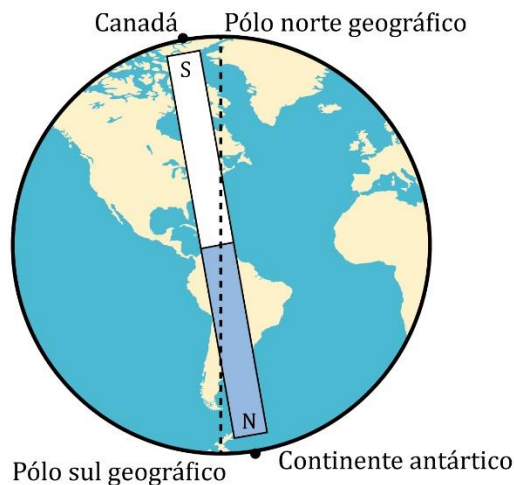


Figura 4: Representação simplificada do campo magnético terrestre. O polo sul magnético terrestre está próximo do polo norte geográfico. Assim, o polo norte magnético terrestre está próximo do polo sul geográfico.

Outra propriedade dos ímãs consiste na inseparabilidade dos polos magnéticos. Quando dividimos um ímã ao meio, produzimos outros dois ímãs com seus respectivos polos norte e sul, como na figura abaixo.

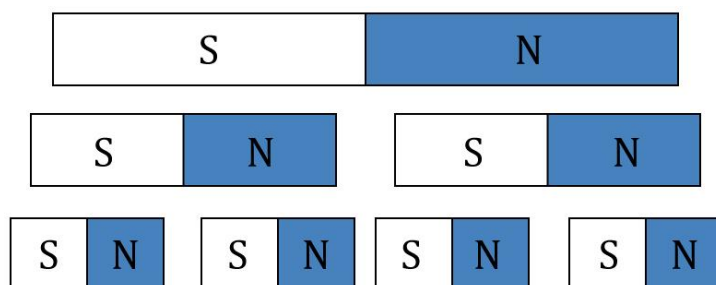


Figura 5: Princípio da inexistência do monopolo magnético.

Dessa forma, é impossível obter um ímã com somente um polo magnético, semelhante a um corpo carregado com uma carga um único sinal.

Além disso, ao manusear dos ímãs de polos magnéticos bem conhecidos, facilmente você observará que:



Polos magnéticos de mesmo nome se repelem e de nomes diferentes se atraem.

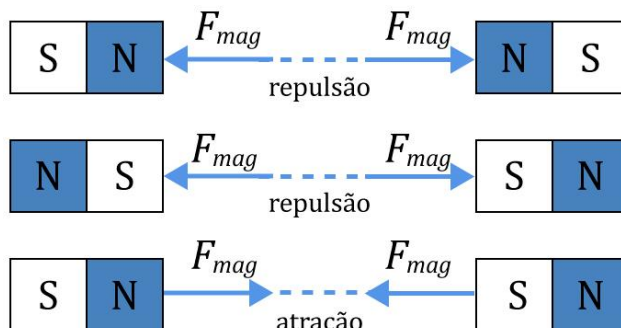


Figura 6: Interação magnética entre polos.



## 1.1. O CAMPO MAGNÉTICO

Vimos na aula de eletrostática que uma carga elétrica estática cria uma região de influências sobre outras cargas. Tal região é chamada campo eletrostático e descrito pelo vetor campo elétrico  $\vec{E}$ .

Na gravitação, vimos que uma massa cria uma região de influências sobre outras massas. Chamamos essa região de campo gravitacional e descrevemos pelo vetor campo gravitacional  $\vec{g}$ .

De forma análoga, um ímã também cria uma região de influências, que se manifestam tanto em outros ímãs quanto em alguns materiais, como o ferro, o cobalto, o níquel e outras ligas metálicas. Denominamos essa região por **campo magnético** e representamos ela, matematicamente, pelo **vetor indução magnética**  $\vec{B}$ , cuja unidade no SI é o tesla (T).

Neste momento, iremos apenas definir a direção e o sentido de  $\vec{B}$ . Para definir as linhas de força é necessário utilizar um elemento sensível ao campo. No caso do campo elétrico, a partícula de prova era carregada positivamente e para o caso do campo magnético deve ser usado uma agulha magnética.

Ao colocar uma série de agulhas dispostas sequencialmente ao redor de um ímã e fazendo coincidir o polo norte de um com o polo sul da seguinte, podemos definir a linha de força como na figura abaixo.



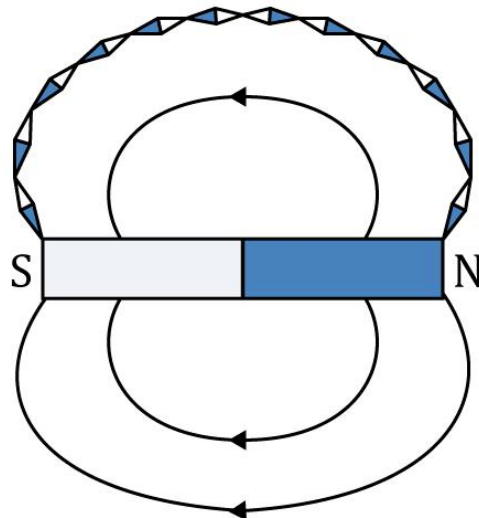


Figura 7: Orientação das linhas de força do campo magnético.

O sentido das linhas de força é determinado pela direção estabelecida pelo polo norte da agulha magnética. Por isso, observa-se que as linhas de indução magnética saem do polo norte e entram no polo sul.

Nas linhas de indução, o vetor  $\vec{B}$  tangencia as linhas em cada um de seus pontos e tem sentido concordante com elas.

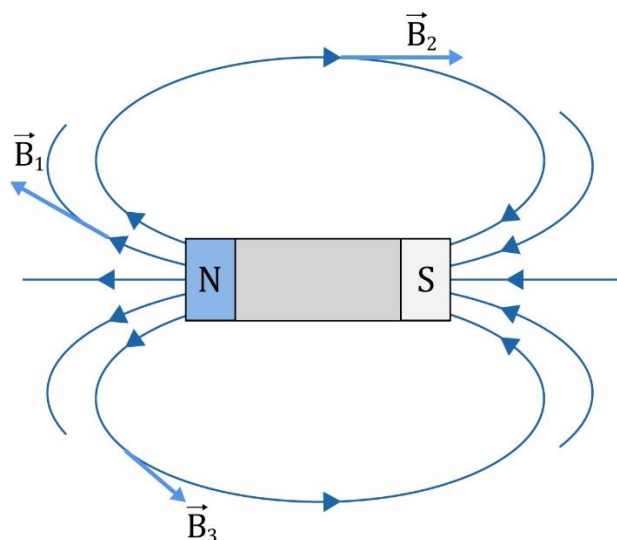


Figura 8: Orientação da indução magnética, dada as linhas de força.

É comum chamar o vetor indução magnética  $\vec{B}$  de vetor campo magnético ou até mesmo de campo magnético.

Observações sobre as linhas de indução:

- 1) As linhas de indução do campo magnético de um ímã se estabelecem no seu interior, não apenas no seu exterior. Por isso, dizemos que as linhas são fechadas. E com isso, podemos enunciar a Lei de Gauss do magnetismo:

$$\phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$



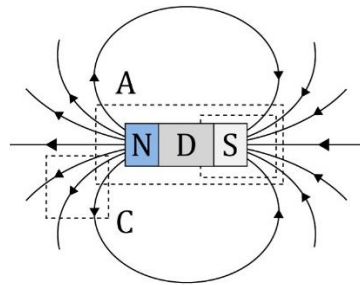


Figura 9: Representação das linhas de força perfurando cada um dos contornos fechados A, C e D.

Se as letras A, C e D indicam superfícies fechadas, note que o número de linhas de campo magnético que atravessam qualquer uma das três superfícies A, C e D de fora para dentro é igual ao número de linhas de campo que passam de dentro para a fora, de modo que o fluxo magnético total, para cada superfície, é nulo. Tal fato comprova a inexistência do monopolo magnético, como na figura abaixo:

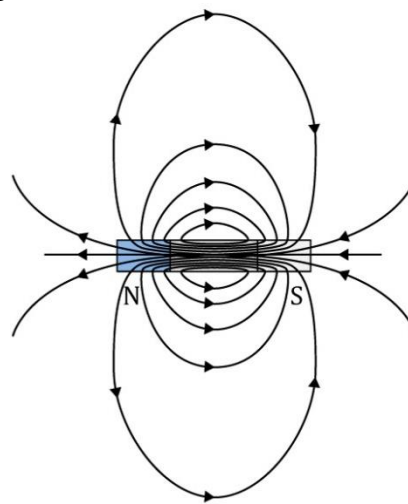


Figura 10: As linhas de força no interior do ímã se orientam do sul para o norte.

Note que as linhas de indução na região externa ao ímã, por convenção, saem do norte para o sul, mas na região interna elas se orientam do sul para o norte.

- 2) **As linhas de indução magnética nunca se cruzam.** Caso isso acontecesse, o vetor  $\vec{B}$  teria duas orientações possíveis, gerando um absurdo.

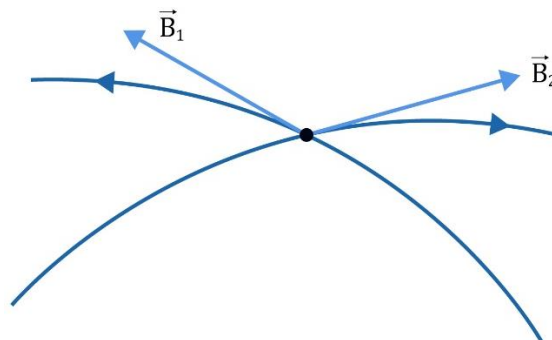


Figura 11: As linhas de força nunca se cruzam. Se elas se cruzassem, geraria um absurdo.

Lembre-se que essa propriedade também existe com relação às linhas de força de um campo elétrico.





- 3) Quando representamos um conjunto de linhas de indução, a região onde a concentração de linhas (densidade de linhas) é mais intensa é onde o campo magnético é mais intenso. Tal fato ocorre nas proximidades dos polos do ímã.

Um campo magnético que possui vetor indução magnética de mesma intensidade em todos os pontos, a mesma direção e o mesmo sentido é denominado **campo magnético uniforme**. Para atender essas restrições, as linhas de indução de um campo magnético uniforme são retas, paralelas, igualmente orientadas e igualmente espaçadas.

Podemos ter uma boa aproximação de um campo magnético uniforme na região entre duas faces polares norte e sul próximas, como na figura abaixo:

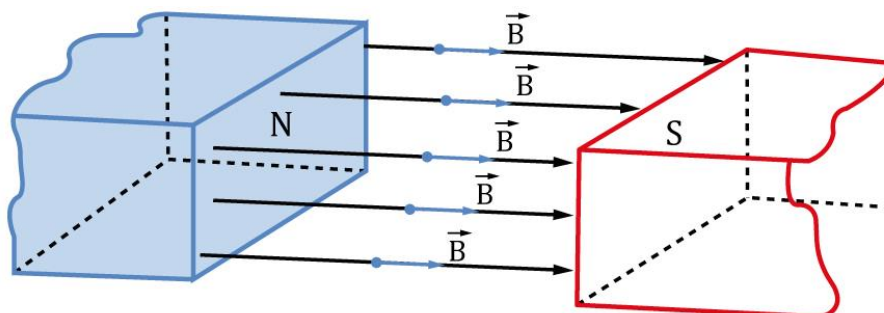


Figura 12: Campo magnético uniforme ou homogêneo.

Quando colocamos um pequeno ímã no interior de um campo magnético uniforme de indução magnética  $\vec{B}$ , o campo exerce forças magnéticas nos polos do ímã. Verifica-se experimentalmente que a força magnética sobre o polo norte tem o mesmo sentido do vetor  $\vec{B}$  e a força magnética sobre o polo sul tem sentido contrário ao de  $\vec{B}$  e ainda, essas forças possuem a mesma intensidade.

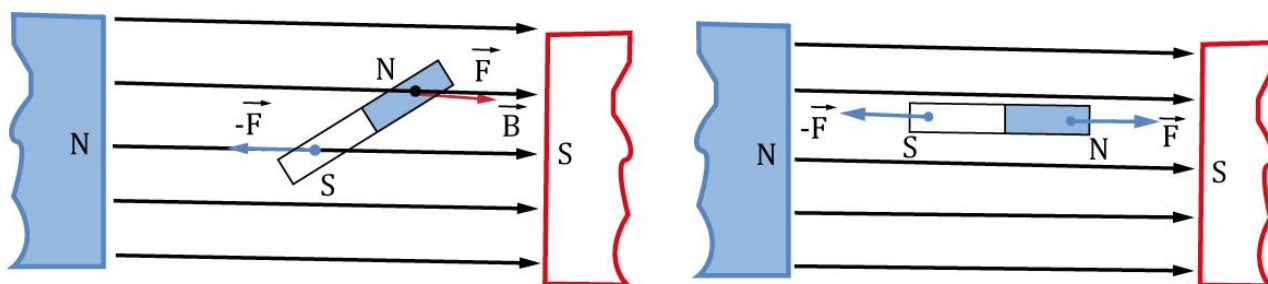


Figura 13: Ao inserir um ímã com as polaridades dispostas como na imagem, as forças magnéticas nos polos do ímã levarão a um equilíbrio estável, quando ele está submetido a um campo magnético homogêneo.

Em Magnetismo, é comum usarmos uma bolinha com um ponto para representar o vetor saindo do plano da folha e uma bolinha com uma “cruzinha”.

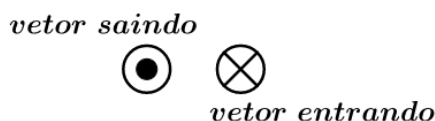


Figura 14: Representação de vetores saindo e entrando do plano da folha.





## 1.2. A EXPERIÊNCIA DE OERSTED

Hans Christian Oersted (1777 – 1851), professor de filosofia natural na Universidade de Copenhague, em 1807 iniciou os estudos a respeito da eletricidade em uma agulha magnética de uma bússola.

A experiência de Oersted foi a seguinte: colocou um arrame por onde circulava uma corrente elétrica em cima de uma bússola e observou que o polo norte da agulha se desviava para oeste.

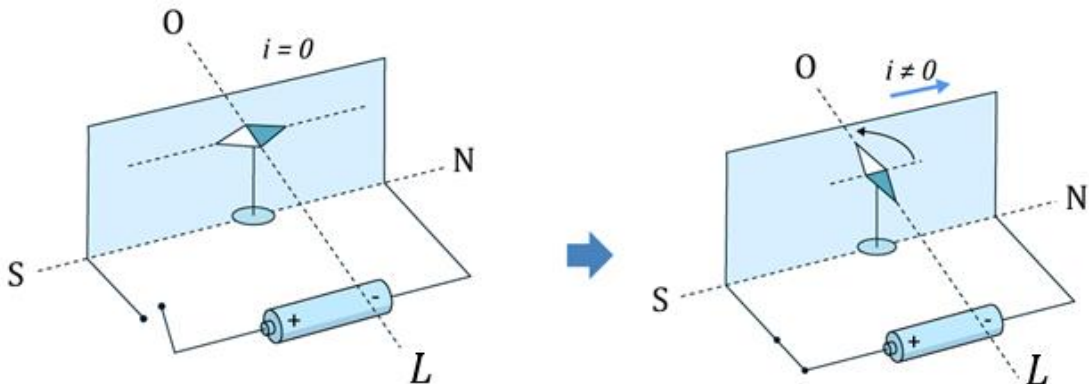


Figura 15: Deflexão da bússola para oeste ao fechar a chave do circuito, quando o fio de arame está em cima da bússola.

Em seguida, colocou este arame debaixo da bússola e observou que a agulha também se desviava, mas agora para leste.

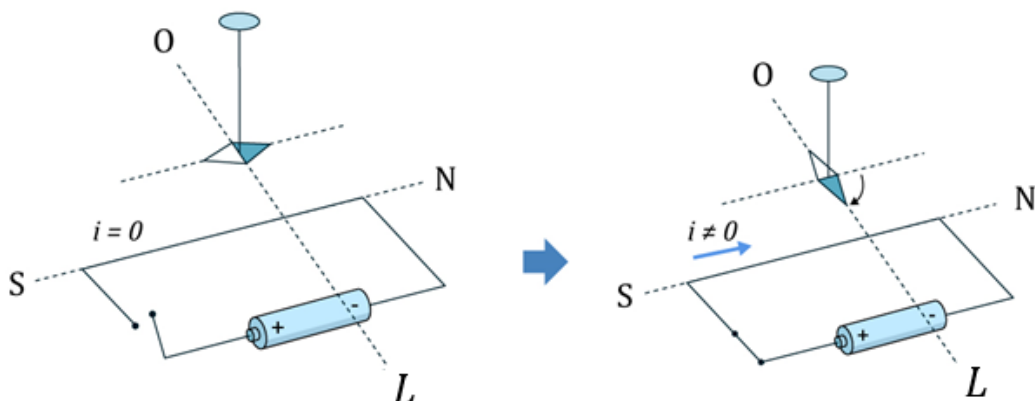


Figura 16: Deflexão da bússola para leste ao fechar a chave do circuito, quando o fio de arame está abaixo da bússola.

A partir desses resultados, Oersted concluiu que a agulha imantada da bússola só poderia se mover pois ela sofreu ação de uma força magnética, e que a corrente elétrica no arame quem gerou esta força. Assim, Oersted deduziu que a corrente elétrica produziu o efeito magnético.

Consequentemente, o efeito magnético da corrente elétrica não estava apenas confinado no interior do arame, mas em todo espaço ao redor do fio, onde estava inserida a agulha.



A conclusão da experiência de Oersted é que quando passa corrente elétrica por um condutor, em torno deste se estabelece um campo magnético. Mais tarde, um amigo matemático em destaque naquela época chamado A. M. Ampere (1775 – 1836), estudou os experimentos de Oersted.

Ampere fez passar uma corrente por uma bobina (solenóide), que é um conjunto de espiras circulares com um eixo comum, e percebeu que o campo magnético estabelecido na bobina era semelhante ao de um ímã de barra.

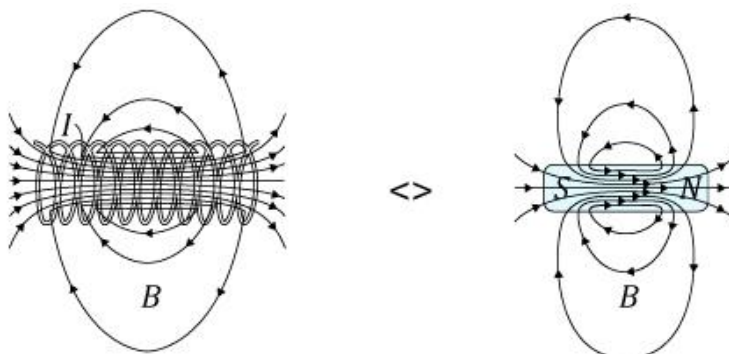


Figura 17: Se aproximarmos limalhas de ferro em um solenóide, elas terão forma semelhante ao aproximá-las de um ímã de barra, pois os campos magnéticos são semelhantes.

Afinal, qual é a essência da experiência de Oersted? As partículas com carga elétrica em movimento são as fontes do campo magnético.

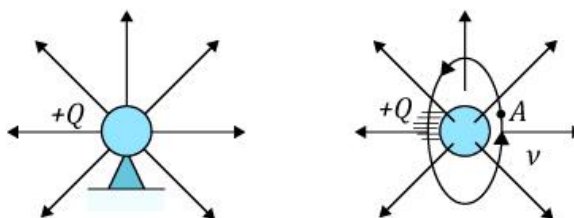


Figura 18: Quando a carga elétrica está em repouso, temos apenas um campo elétrico associado a ela. Entretanto, quando a carga está em movimento, se associa um campo elétrico e um campo magnético.

Assim, podemos dizer que para um condutor atravessado por uma corrente, o campo elétrico que há em torno dele é consequência do movimento orientado dos elétrons livres.

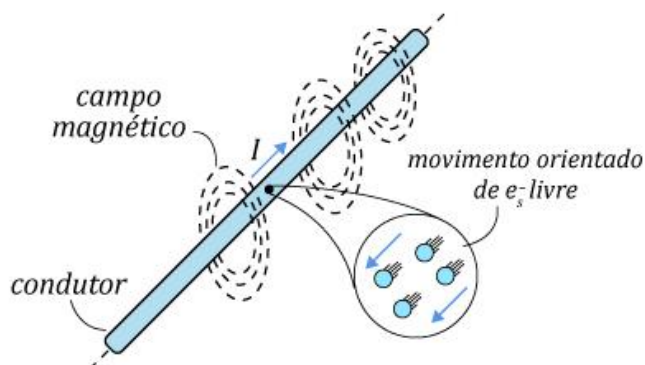


Figura 19: Representação do campo magnético e da movimentação orientada dos elétrons livres no condutor. Lembrando que a corrente elétrica tem sentido convencional oposto ao movimento ordenado dos elétrons.

Por volta de 1900, A. Einstein desenvolveu as leis do eletromagnetismo e, em 1905, em sua teoria especial da relatividade demonstrou que o campo magnético é um efeito relativístico do campo elétrico.



Curiosidade!

Um campo magnético pode se estabelecer com o movimento de cargas elétricas, denominado campo magnetostático, isto é, invariante no tempo. De mesma forma é o campo que se estabelece em um condutor percorrido por uma corrente. Entretanto, podemos ter o caso em que um campo magnético também pode estabelecer pela ajuda de um campo elétrico variável no tempo, mas neste caso, o campo magnético estabelecido não é magnetostático.

A partir de agora, vamos representar o campo magnético que há em torno de um condutor sendo atravessado por uma corrente utilizando as linhas de indução magnética.

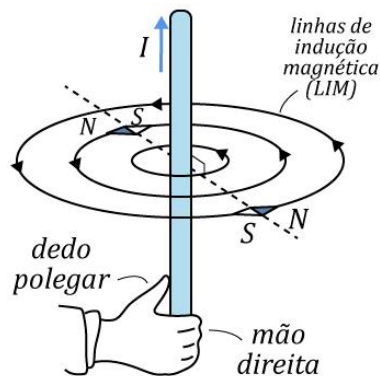


Figura 20: Regra da mão direita para determinar a indução magnética, de acordo com as linhas de força. No caso da figura, a corrente está para cima.

De acordo com a orientação das agulhas magnéticas ao redor do fio, foi possível criar uma regra prática para determinar o sentido das linhas de indução.



### 1.2.1. REGRA DA MÃO DIREITA (RMD)

A regra que permite estabelecer o sentido das linhas que representam o campo magnético que envolve um condutor percorrido por corrente é denominada regra da mão direita. Aplicamos a regra da seguinte maneira:

**O polegar da mão direita** tem que estar orientado no **sentido da corrente** e os outros **4 dedos** tem que **envolver ou abraçar o condutor**. A forma como se orienta estes últimos será o sentido das linhas de indução magnética. A figura abaixo mostra como se aplica a RMD.



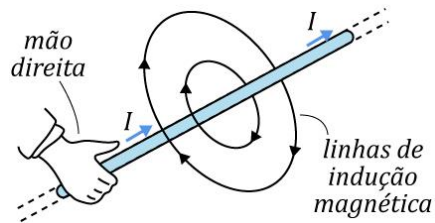


Figura 21: Aplicação da regra da mão direita.

Deve-se ter em mente que as linhas de indução sempre envolvem o condutor seja reto seja curvo, como veremos logo adiante em espira circular percorrida por corrente.

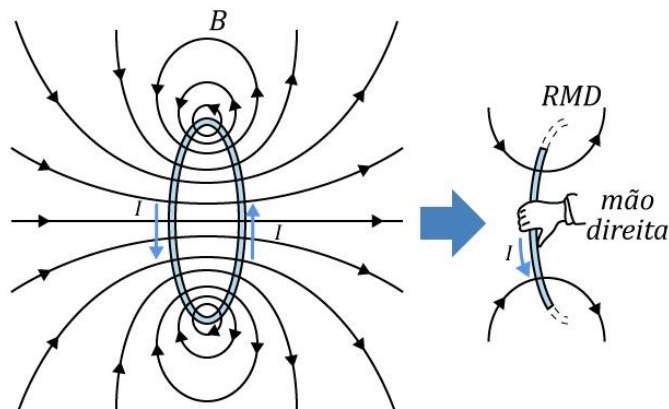


Figura 22: O campo dessa espira é chamado campo dipolar magnético, pois se assemelha também ao de um ímã de barra.

Observação: embora a regra da mão direita (RMD) tenha sido aplicada sabendo o sentido da corrente elétrica e, com isso, determinamos o sentido das linhas de indução, podemos estabelecer o sentido da corrente elétrica a partir das linhas de indução. Esta última aplicação é muito utilizada quando estudamos a Lei de Lenz, tema da nossa próxima aula.



### 1.3. A LEI DE BRIOT-SAVART-LAPLACE

Após termos estudado a origem do campo, a direção e o sentido, vamos aprender como calcula a intensidade do vetor indução magnética.

Como vimos, quando um condutor é percorrido por uma corrente elétrica, temos um campo magnético na região do fio. Este efeito magnético pode ser apresentar de forma mais intensa ou mais amena para diferentes posições próximas ao fio.



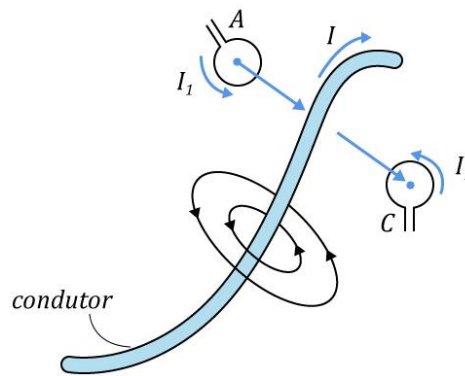


Figura 23: Condutor percorrido por uma corrente elétrica.

Por exemplo, quando pegamos um plano que contenha as linhas de indução em destaque na figura logo acima, vemos que:

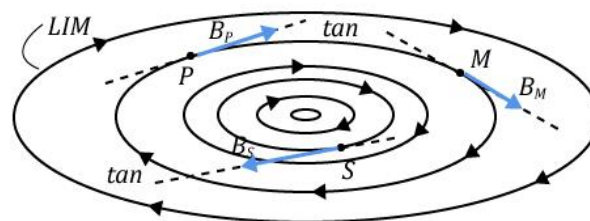


Figura 24: Plano qualquer para mostrar como varia a intensidade de  $\vec{B}$  com a distância até o condutor.

Neste caso, devemos ter que:

$$B_M = B_P \text{ e } B_P < B_S$$

A partir de agora, vamos estudar leis que nos permitem calcular o campo gerado por diferentes condutores percorridos por correntes em determinados pontos.

Dos experimentos com corrente elétrica em espiras formadas por fios condutores, concluíram-se que:

- Quanto maior a intensidade da corrente  $I$ , maior era o efeito magnético sobre a espira.
- Em pontos mais distantes do condutor, menor era o efeito magnético.
- Quanto maior o comprimento do condutor, maior era o efeito magnético.

A lei que se formula matematicamente para uma pequena porção de um condutor ( $\Delta l$ ) percorrido por uma corrente deve relacionar essas três características destacadas.

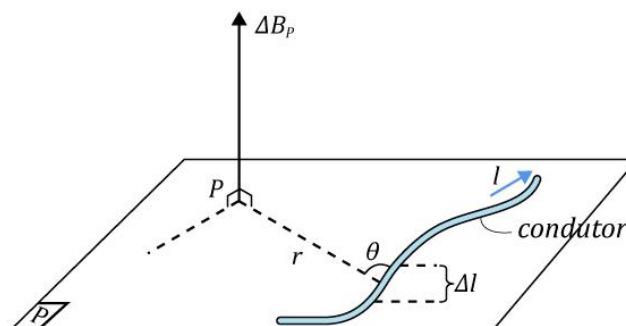


Figura 25: Figura ilustrativa para a formulação da Lei de Biot-Savart-Laplace. O plano P contém o condutor a uma distância  $r$ .



Devido ao elemento pequeno do condutor de comprimento  $\Delta l$ , em  $P$  se estabelece um elemento de toda a indução magnética  $\Delta B$ , por causa da corrente elétrica atravessando o condutor e a magnitude de  $\Delta B$  é dada por:

$$\Delta B_P = b \cdot \frac{I \cdot \text{sen}(\theta) \cdot \Delta l}{r^2}$$

Em que:

- $I$  é a corrente em ampere (A).
- $r$  e  $\Delta l$  são distâncias dadas em metro (m).
- $B_P$  é a indução magnética em  $P$  gerada pelo elemento  $\Delta l$  percorrido por uma corrente.
- $b$  é uma constante de proporcionalidade.

A constante de proporcionalidade  $b$  foi determinada experimentalmente, a partir da análise da interação de dois condutores paralelos percorridos por corrente. Mais a frente detalharemos mais este tema. Por hora, saiba que esse valor é igual a:

$$b = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

Em que  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo. No SI,  $\mu_0$  vale  $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ .

Então, a Lei de B.S.L. é expressa por:

$$\Delta B_P = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \text{sen}(\theta) \cdot \Delta l}{4\pi r^2}$$

Na matemática do ensino superior, quando os elementos pequenos se levam ao limite, isto é, tendem a zero, se transformam em elementos diferenciais. Portanto, a lei de B.S.L. se tornam:

$$dB_P = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \text{sen}(\theta) \cdot dl}{4\pi r^2}$$

Observação: a indução magnética dada por  $d\vec{B}_P$  tem uma direção tal que é perpendicular à distância  $r$  e ao elemento condutor ( $dl$ ). Portanto, a indução magnética é perpendicular ao plano formado pelo condutor e pela distância.

Em sua forma vetorial, a lei de B.S.L. é escrita como:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi r^3} \cdot d\vec{l} \times \vec{r}$$

Como vemos pela expressão logo acima, para determinar a indução magnética em  $P$  devido a todo condutor, devemos somar a contribuição de cada elemento do condutor ( $dl$ ), isto é, integrar a lei de Briot-Savart-Laplace. Nosso objetivo aqui não é ficar resolvendo integrais, então vamos apenas mostrar como aplica a lei e o resultado na maioria das vezes.

Quando aplicamos a lei de Briot-Savart-Laplace a um condutor reto finito, encontramos a seguinte relação:



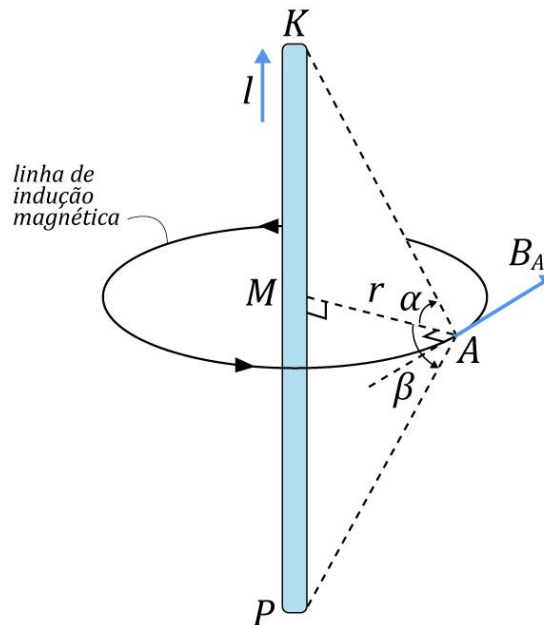


Figura 26: Condutor finito reto percorrido por uma corrente I.

O módulo da indução magnética em A é expresso por:

$$B_A = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r} \cdot [\text{sen}(\alpha) + \text{sen}(\beta)] \quad (\text{eq. 1})$$

Observação: observe que r é perpendicular a  $\vec{B}_A$  e ao condutor. Dessa forma, o sentido que fixa para os ângulos α (horário) e β (anti-horário), a partir de r, são considerados positivos. Do contrário, devemos inserir na expressão com sinal negativo.

A partir deste resultado, podemos calcular a indução magnética devido a um condutor infinito ou semi-infinito. Para isso, basta alterar algumas condições de contorno da expressão deduzida para o condutor finito.

À medida que o comprimento do condutor aumenta, os segmentos que unem os extremos do fio ao ponto A se tornam cada vez mais próximos de serem paralelos ao condutor.

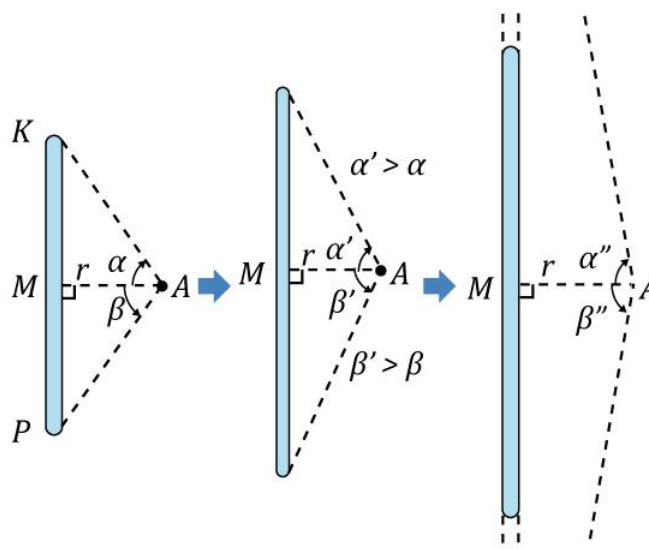


Figura 27: Condutor finito sendo extrapolado para um fio infinito.





Como podemos ver, os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  tende a  $90^\circ$ :

$$\begin{cases} \alpha \rightarrow 90^\circ \\ \beta \rightarrow 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \text{sen}(\alpha) = \text{sen}(\beta) = 1$$

Substituindo estes valores na equação 1, temos:

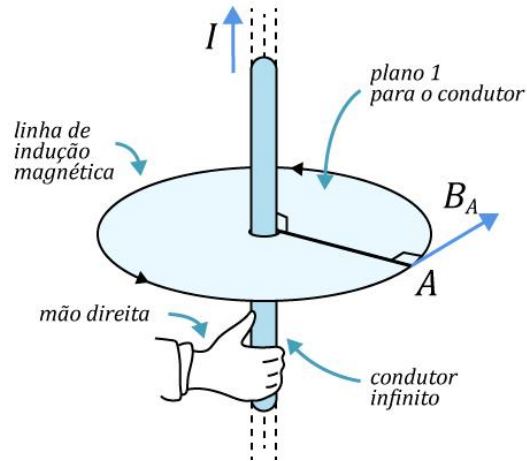


Figura 28: Indução magnética de um fio condutor infinito.

$$B_A = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r} \cdot [\text{sen}(90^\circ) + \text{sen}(90^\circ)]$$

$$B_A = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r} \cdot (1 + 1)$$

$$\boxed{B_A = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}} \quad (\text{eq. 2})$$

Como podemos ver pela equação 2, a intensidade de  $\vec{B}$  é inversamente proporcional a distância  $r$ .

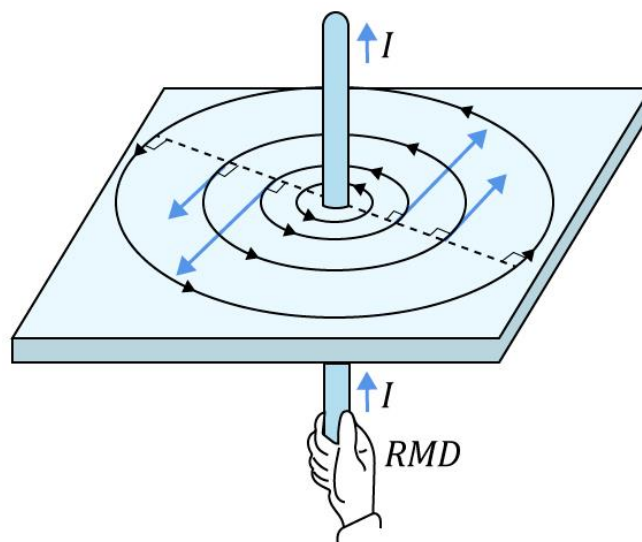


Figura 29: As linhas de campo são círculos concêntricos em um fio condutor longo, reto, quando percorrido por uma corrente elétrica. A direção das linhas de campo é definida pela regra da mão direita envolvente.



Observe que pela regra da mão direita, se a corrente está entrando no plano da folha, as linhas de campo possuem sentido horário. Por outro lado, se a corrente está saindo do plano da folha, então as linhas de campo possuem sentido anti-horário, como na figura abaixo:

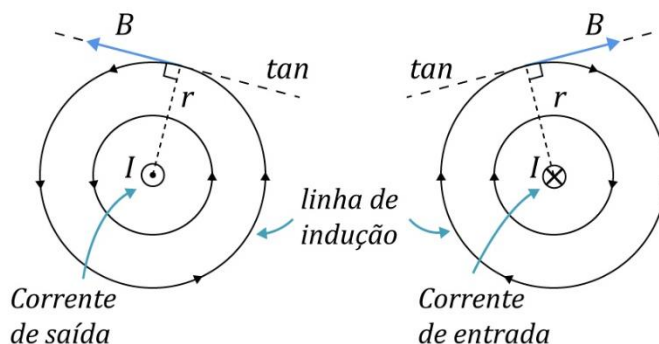


Figura 30: Sentido das linhas de campo de acordo com o sentido da corrente elétrica.

Obviamente, não precisamos decorar este resultado, basta apenas aplicar a regra da mão direita envolvente. Mostramos este resultado apenas para salientar a relação da corrente com as linhas de campo.

Se tomarmos um fio condutor muito longo e desejarmos o campo na direção radial no plano que contém uma das extremidades, a intensidade de  $\vec{B}$  será dada por:

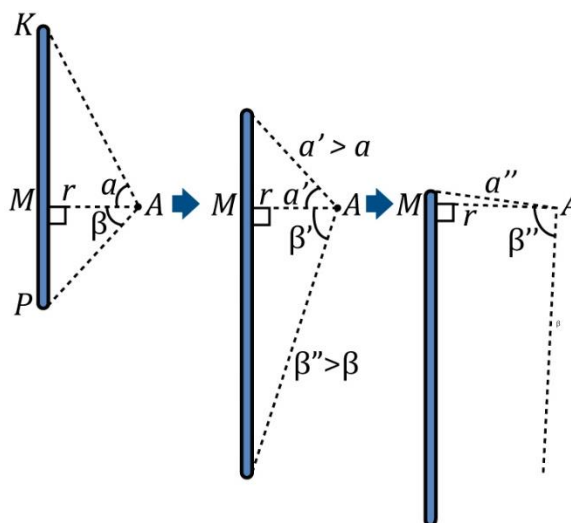


Figura 31: Cálculo da indução magnética para um condutor semi-infinito.

$$\alpha \rightarrow 0 \text{ e } \beta \rightarrow 90^\circ \Rightarrow \text{sen}(\alpha) \approx 0 \text{ e } \text{sen}(\beta) \approx 1$$

$$B_A = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r} \cdot [\text{sen}(0) + \text{sen}(90^\circ)]$$

$$B_A = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r}$$



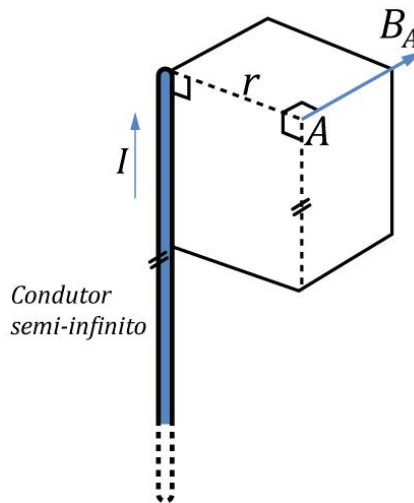


Figura 32: Campo resultante no ponto A.



### 1.3.1. INDUÇÃO MAGNÉTICA NO CENTRO DE UMA ESPIRA CIRCULAR

Uma espira percorrida por uma corrente elétrica nada mais é que um dipolo magnético. Lembre-se que o campo magnético associado a uma espira com corrente se assemelha a um ímã de barra, como mostra a figura abaixo.

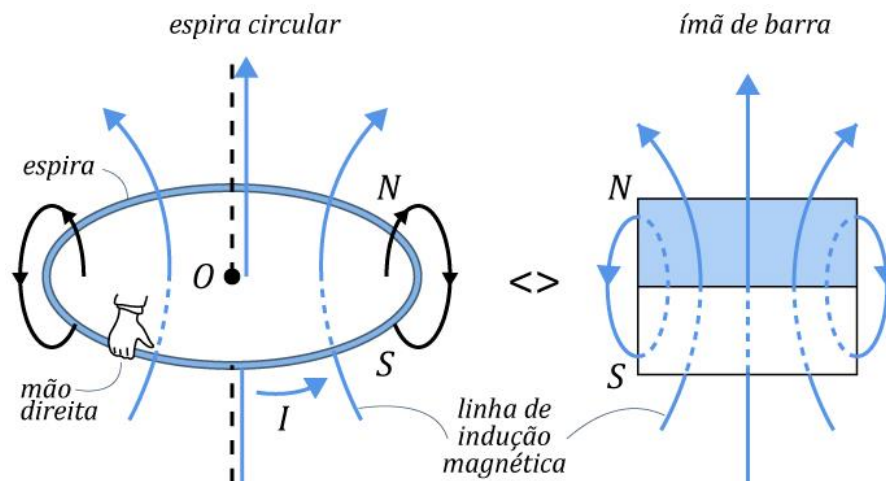


Figura 33: Representação das linhas de indução em uma espira circular.

Para aplicações futuras, tenha em mente que uma espira com corrente tem um norte e um sul magnético. Aplicando a RMD, podemos determinar a orientação do vetor  $\vec{B}$  no centro da espira:



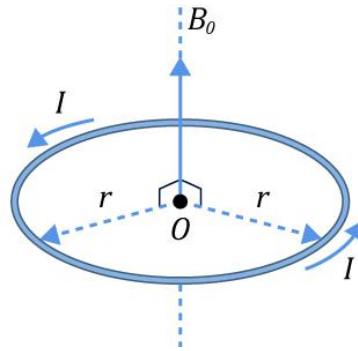


Figura 34: Indução magnética no centro da espira circular de acordo com a RMD.

O módulo de  $\vec{B}$  é dada pela Lei de B.S.L. da seguinte forma:

$$dB = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r^2} \cdot dl \cdot \text{sen}(\theta)$$

Neste caso,  $\theta = 90^\circ$  e o comprimento da espira é de  $2\pi \cdot r$ . Portanto:

$$dB = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r^2} \cdot dl \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r^2} \int_0^{2\pi r} dl \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot r^2} \cdot [2\pi r - 0] \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r}} \text{ (eq. 3)}$$

Caso deseje-se saber a indução magnética no centro devido apenas a uma parte da espira, devemos usar a equação 3 tomando apenas uma fração correspondente à porção desejada. Por exemplo:

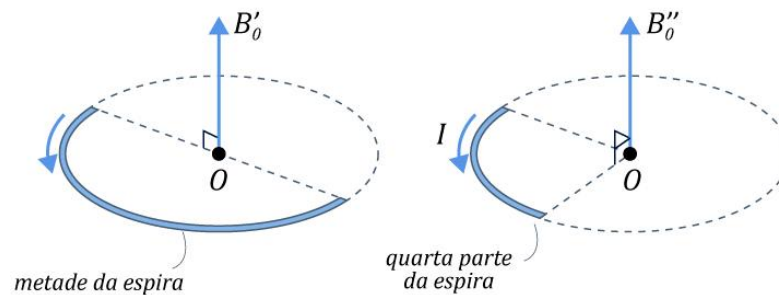


Figura 35: Vetor indução magnética devido aos arcos da espira.

Em que:

$$B'_O = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r} \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \text{ e } B''_O = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)$$

Podemos generalizar este resultado para o caso de um arco qualquer. Note que a indução no ponto O será perpendicular ao plano onde se encontra o arco e expresso matematicamente por:

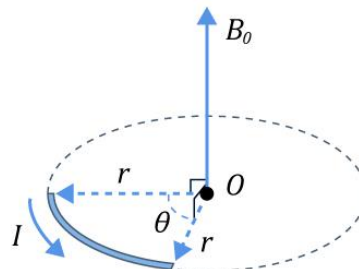


Figura 36: Vetor indução magnética para um condutor em formato de um arco de circunferência.



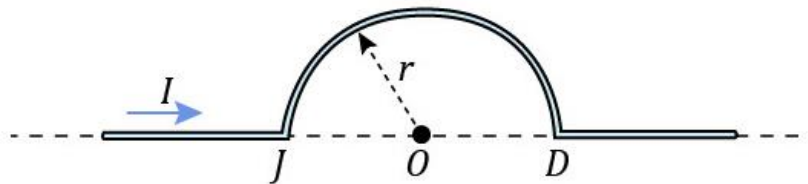
$$B_O = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r} \cdot \left( \frac{\theta}{2\pi} \right)$$

Em que  $\theta$  é o ângulo central **em radianos**.



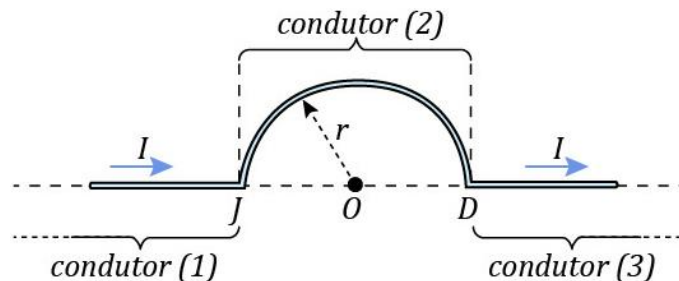
1.

Um condutor muito longo tem o formato conforme indica a figura abaixo, determine o módulo da indução magnética em  $O$ .



**Comentários:**

Para resolver este problema, vamos dividir o condutor em 3 partes e determinar a indução no ponto  $O$  devido a cada parte.



Cada condutor estabelece em  $O$  uma certa indução magnética e o vetor resultante é dado pela soma vetorial:

$$\vec{B}_O = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

Note que para os condutores 1 e 3, o ponto  $O$  está situado no prolongamento dos fios. Pela lei de B.S.L. a indução magnética gerada pelos fios na direção dos seus prolongamentos deve ser nula, já que o ângulo formado entre  $d\vec{l}$  e  $\vec{r}$  ser igual a zero. Então:

$$d\vec{l} \times \vec{r} = \vec{0} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi r^3} \cdot d\vec{l} \times \vec{r} = \vec{0}$$

Ou seja:

$$\vec{B}_1 = \vec{B}_3 = \vec{0}$$

Portanto, o campo no ponto  $O$  dependerá apenas do arco com corrente:

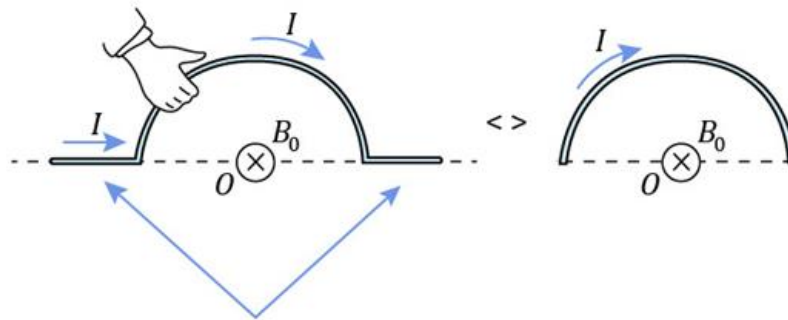


$$B_O = B_2$$

Como vimos anteriormente,  $B_2$  é dado por:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r} \left( \frac{\pi}{2\pi} \right) \Rightarrow \boxed{B_O = B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot r}}$$

O sentido de  $\vec{B}_2$ , que é o mesmo de  $\vec{B}_O$  é dado pela RMD.



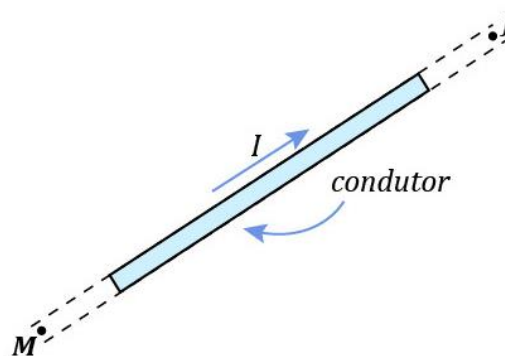
*Estas partes não contribuem para a indução magnética em O.*

TOME  
NOTA!



**Propriedade:**

De acordo com a Lei de Briot-Savart-Laplace podemos demonstrar que a indução magnética ( $\vec{B}$ ) no prolongamento do condutor é nula.



$$B_J = B_M = 0$$

Uma forma de intensificar o campo magnético associado a uma espira com corrente é colocar mais espiras de mesmo raio e percorridas pela mesma intensidade de corrente.



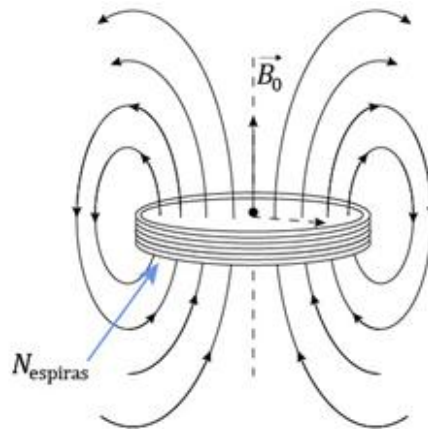


Figura 37: Campo magnético sendo intensificado devido à associação de  $N$  espiras circulares iguais.

### 1.3.2. INDUÇÃO MAGNÉTICA DEVIDO A UM SOLENOIDE E TOROIDE

Chamamos de solenoide um fio metálico enrolado sobre uma superfície cilíndrica, que forma uma bobina de secção circular.

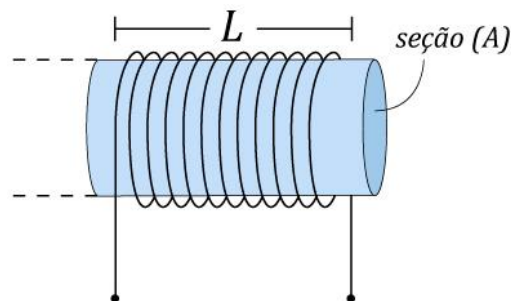


Figura 38: Representação de um solenoide.

Neste caso, a bobina é formada por  $N$  voltas. Quando passamos uma corrente pelo condutor, se estabelece um campo magnético semelhante ao de um ímã de barra. Por isso, dizemos que o solenoide com corrente é um dipolo magnético.

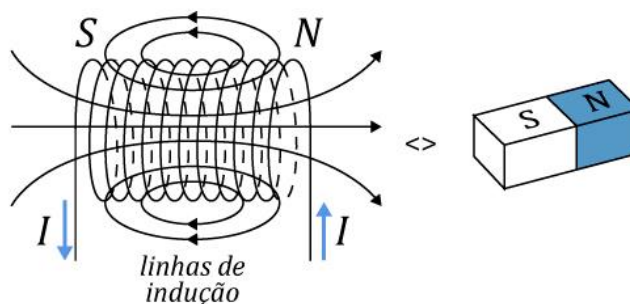


Figura 39: Linhas de indução magnética em um solenoide.

O campo magnético no interior do solenoide pode ser considerado homogêneo se o comprimento  $L$  é bem grande com respeito a secção  $A$ . A partir dessa consideração e aplicando a Lei de B.S.L. (utilizando o cálculo integral), pode-se mostrar que o módulo da indução magnética no interior é dado por:



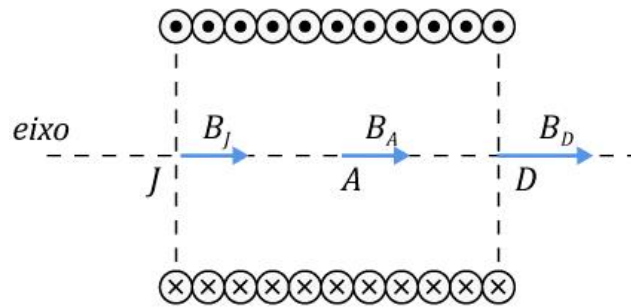


Figura 40: Representação do corte longitudinal de um solenoide com corrente elétrica.

$$B_A = \mu_0 \cdot I \cdot \left(\frac{N}{L}\right)$$

Como o campo é considerado uniforme no interior do solenoide, temos que:

$$B_A = B_J = B_D = \mu_0 \cdot I \cdot \left(\frac{N}{L}\right)$$

Chamamos o termo  $\frac{N}{L}$  de número de espira por unidade de comprimento e denotamos pela letra  $n$ :

$$n = \frac{N}{L}$$

Se o arame possui diâmetro igual a  $2r$ , então os  $N$  enrolamentos ao longo do comprimento  $L$ , definem que:

$$L = N \cdot 2r \Rightarrow \boxed{\frac{N}{L} = \frac{1}{2r} = n}$$

Logo, o módulo da indução magnética no interior do solenoide pode ser escrito como:

$$\boxed{B_A = \mu_0 \cdot n \cdot I}$$

Utilizando limalhas de ferro, podemos ver que o campo em um solenoide se distribui da seguinte forma:

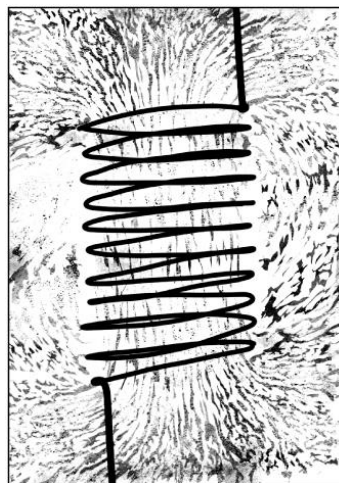


Figura 41: Ao colocar limalha de ferro em um solenoide com corrente, temos a seguinte disposição das limalhas.

Pela RMD, as linhas de campo são representadas por:





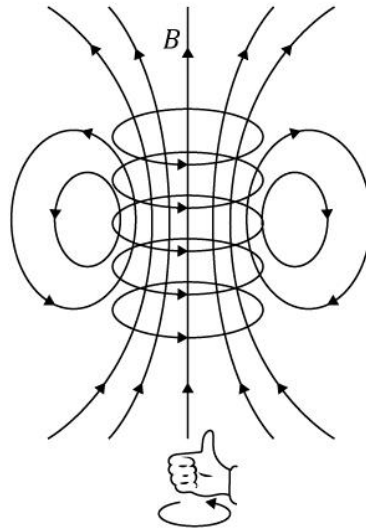


Figura 42: Regra da mão direita para determinação das linhas de indução em um solenoide.

Quando as espiras do solenoide se encontram muito afastadas, as linhas de campo são dadas por:

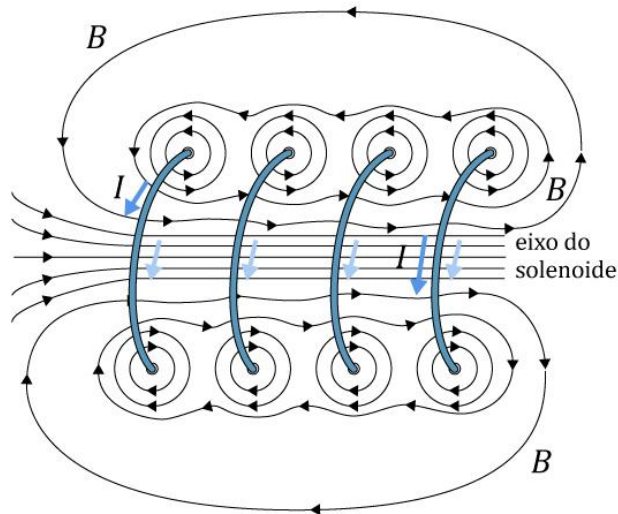


Figura 43: Linhas de indução em um solenoide que possuem enrolamentos não tão próximos.

Experimentalmente, nota-se que as linhas de indução magnética no interior do solenoide estão muito concentradas, mas fora dele são muito dispersas. Caso o solenoide fosse infinitamente longo, o campo em seu exterior seria nulo.



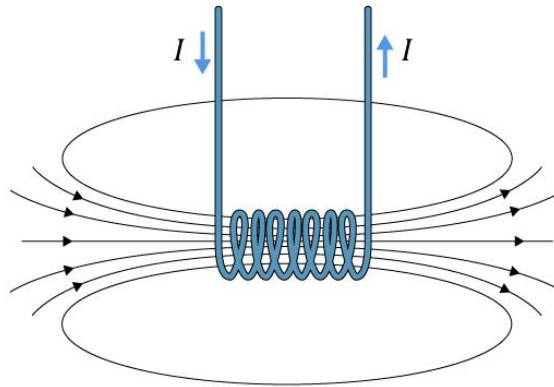


Figura 44: Solenoide com enrolamentos muito próximos, o campo fora dele é praticamente nulo.

Quando dobramos um tubo de secção transversal circular aos poucos e juntamos seus extremos, se forma um toroide. Dessa forma, se enrolarmos um fio condutor envolta do tubo toroidal, formamos uma bobina denominada toroide.

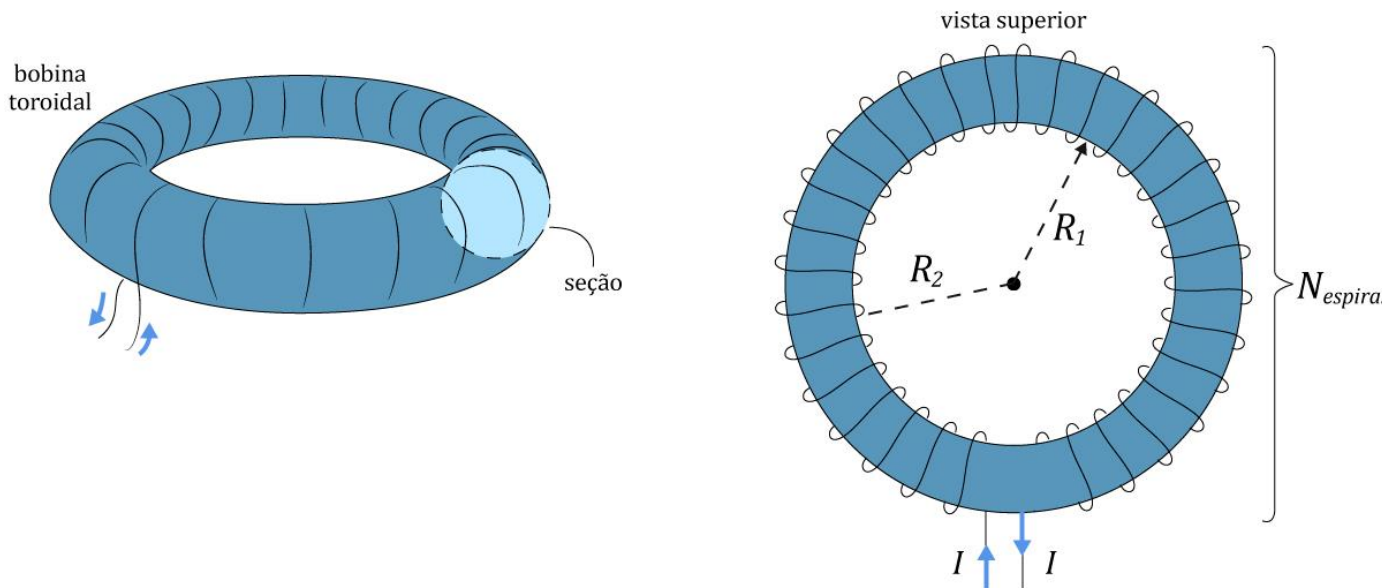


Figura 45: Representação de uma bobina toroidal.

O módulo da indução magnética nos pontos inteiros do toroide é dado por:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{L_m} \cdot I$$

Em que:

$$L_m = 2\pi R_m$$

$$R_M = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

Chamamos  $R_m$  de raio médio. Uma propriedade muito importante de uma bobina toroidal com corrente está no fato do campo magnético associado a ela se encontrar confinado no interior do toroide, além do módulo da indução em todos os pontos ser praticamente o mesmo.

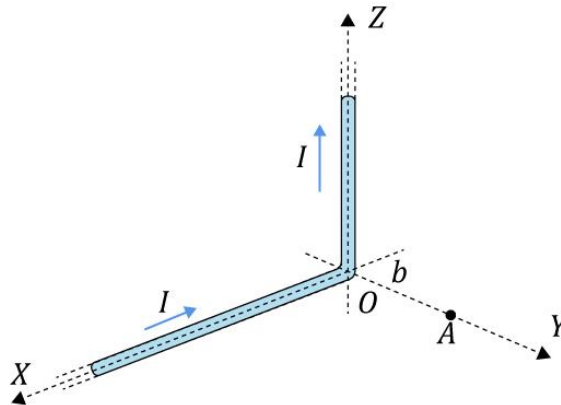


ATENÇÃO  
DECORE!



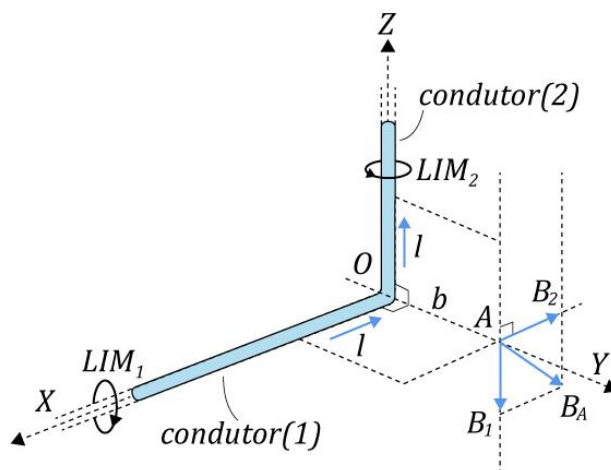
2.

Um condutor muito longo é dobrado como na figura abaixo. Determine a intensidade da indução magnética em  $A$ .



**Comentários:**

Vamos dividir o condutor em dois fios condutores semi-infinitos nos eixos  $OX$  e  $OZ$  e superpor as induções magnéticas no ponto  $A$ :



Os sentidos de  $B_1$  e  $B_2$  devido aos fios semi-infinitos  $OX$  e  $OZ$ , respectivamente, geram campos em  $A$  com orientações dadas pela RMD, como na figura logo acima. Note que  $\vec{B}_1$  e  $\vec{B}_2$  estão em um plano paralelo ao formado por  $OX$  e  $OZ$ . Os módulos destes campos são dados por:

$$B_1 = B_2 = B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}$$

Conforme vimos o campo para um fio semi-infinito. Então, o módulo da indução magnética em  $A$  é dado pela soma vetorial:



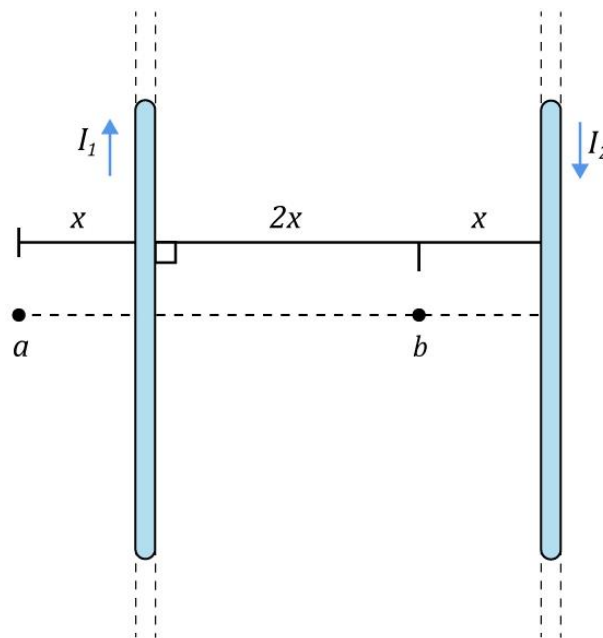
$$\vec{B}_A = \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \text{ com } \vec{B}_1 \perp \vec{B}_2$$

$$B_A = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{B^2 + B^2} = B\sqrt{2}$$

$$B_A = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \sqrt{2}$$

3.

Considere dois arames paralelos, muito longos, que são atravessados por correntes  $I_1$  e  $I_2$ , respectivamente, como na figura abaixo. Se a indução magnética tem mesma intensidade nos pontos  $a$  e  $b$ , qual o valor da relação  $I_1/I_2$ ?



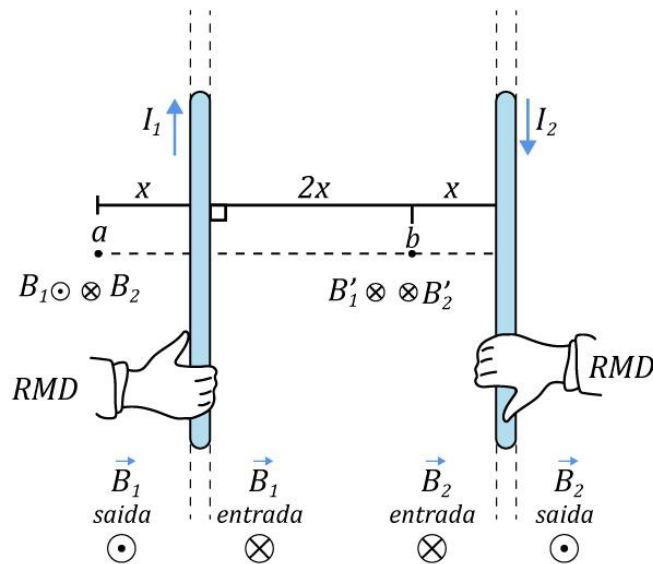
**Comentários:**

De acordo com o enunciado:

$$B_a = B_b$$

Aplicando o princípio da superposição, podemos encontrar os campos em  $a$  e em  $b$  devido as correntes  $I_1$  e  $I_2$ . Pela RMD, temos a seguinte configuração dos campos nesses pontos:





Em  $a$ , temos que:

$$B_a = |B_1 - B_2|$$

$$B_a = \left| \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot x} - \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot 4x} \right| \Rightarrow B_a = \frac{\mu_0}{2\pi \cdot x} \cdot \left| I_1 - \frac{I_2}{4} \right|$$

Em  $b$ , vem:

$$B_b = B'_1 + B'_2$$

$$B_b = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot 2x} + \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot x} \Rightarrow B_b = \frac{\mu_0}{2\pi \cdot x} \cdot \left( \frac{I_1}{2} + I_2 \right)$$

Pela condição do problema, temos:

$$B_a = B_b$$

$$\frac{\mu_0}{2\pi \cdot x} \cdot \left| I_1 - \frac{I_2}{4} \right| = \frac{\mu_0}{2\pi \cdot x} \cdot \left( \frac{I_1}{2} + I_2 \right)$$

$$\left| I_1 - \frac{I_2}{4} \right| = \frac{I_1}{2} + I_2 \text{ (eq. 1)}$$

Agora, vamos dividir a equação 1 em duas possibilidades:

$$1) I_1 > \frac{I_2}{4}:$$

Neste caso, temos que:

$$I_1 - \frac{I_2}{4} > 0 \Rightarrow I_1 - \frac{I_2}{4} = \frac{I_1}{2} + I_2 \Rightarrow \frac{I_1}{2} = \frac{5}{4} I_2 \Rightarrow \boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{5}{2}}$$

$$2) I_1 < \frac{I_2}{4}:$$

Neste caso, o termo dentro do módulo é negativo. Então, para retirar módulo, devemos acrescentar um sinal de menos no termo:

$$\left| I_1 - \frac{I_2}{4} \right| = \frac{I_1}{2} + I_2 \Rightarrow I_1 - \frac{I_2}{4} < 0 \Rightarrow -\left( I_1 - \frac{I_2}{4} \right) = \frac{I_1}{2} + I_2$$

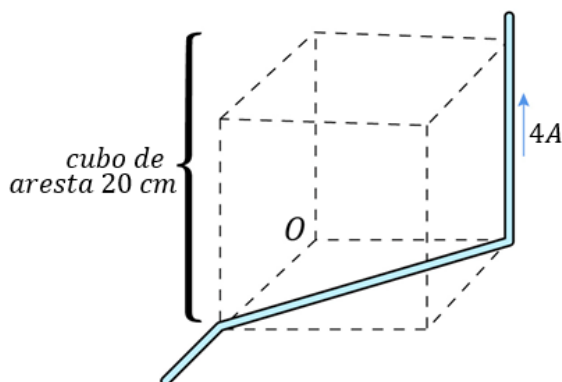


$$\frac{I_2}{4} - I_2 = \frac{I_1}{2} + I_1 \Rightarrow -\frac{3I_2}{4} = \frac{3I_1}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{I_1}{I_2} = -\frac{1}{2}}$$

Note que esse caso não é possível, pois estamos trabalhando com módulos das correntes elétricas. Portanto, a relação entre as correntes requeridas é de 5/2.

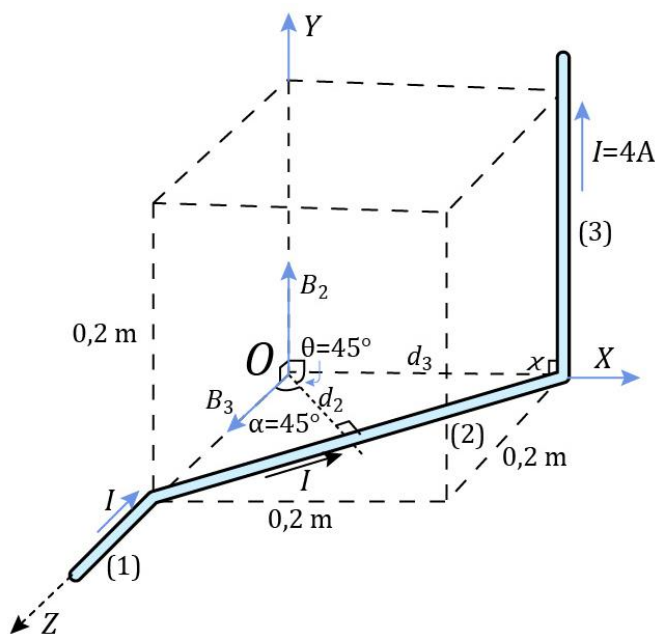
**4.**

Considere um condutor muito longo como na figura abaixo. Encontre o valor do módulo de  $\vec{B}$  no ponto  $O$ .



**Comentários:**

Para determinar a indução magnética em  $O$ , superporemos a indução magnética de cada segmento (1), (2) e (3).



Indução magnética em  $O$  devido ao segmento (1) é nula, pois  $O$  se encontra no prolongamento de (1).

$$\boxed{B_1 = 0}$$



A indução magnética em  $O$  devido ao segmento (2) é dada pela equação:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot d_2} \cdot [\text{sen}(\theta) + \text{sen}(\alpha)]$$

Em que:

$$- d_2 = 0,1\sqrt{2} \text{ m}$$

$$- \theta = \alpha = 45^\circ$$

$$B_2 = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{4\pi \cdot 0,1\sqrt{2}} \cdot [\text{sen}(45^\circ) + \text{sen}(45^\circ)] \Rightarrow \boxed{B_2 = 4 \mu\text{T}}$$

Por fim, o segmento (3) é o fio conduto semi-infinito paralelo ao eixo  $Y$ . Sua intensidade é dada por:

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d_3}$$

Com:

$$- d_3 = 0,2 \text{ m}$$

$$B_3 = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{4\pi \cdot 0,2} \Rightarrow \boxed{B_3 = 2 \mu\text{T}}$$

As orientações de cada vetor de indução são dadas pela RMD, como na figura detalhada logo acima. Portanto:

$$\vec{B}_O = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 \Rightarrow \vec{B}_O = \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

Como  $\vec{B}_2 \perp \vec{B}_3$ , então:

$$B_O = \sqrt{B_2^2 + B_3^2} \Rightarrow B_O = \sqrt{(4\mu)^2 + (2\mu)^2} \Rightarrow B_O = \sqrt{20\mu^2} \Rightarrow \boxed{B_O = 2\sqrt{5} \mu\text{T}}$$

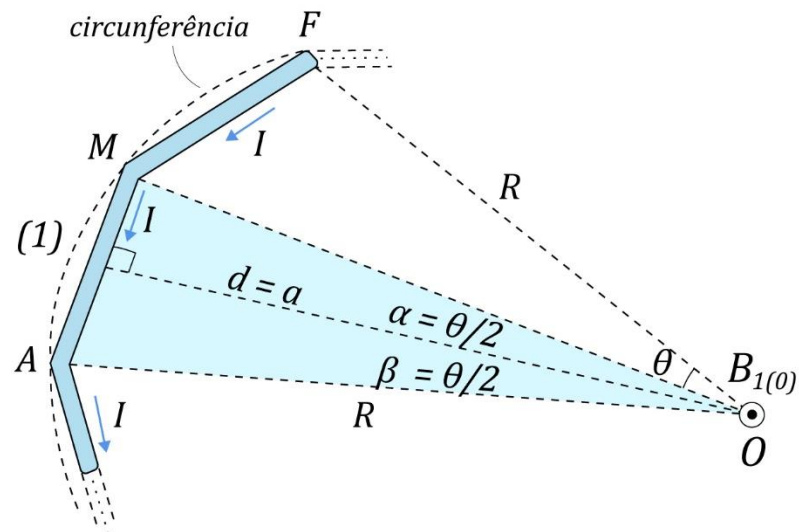
#### 4.

Considere um arame metálico dobrado de tal maneira que forma um polígono regular de  $N$  lados (espiras). Além disso, por ele passa uma corrente  $I$  e o ângulo central para um dos seus lados é  $\theta$ . Calcule o módulo da indução magnética no centro do polígono. O que acontece se o número de lados do polígono tende ao infinito?

#### Comentários:

De imediato, vamos dividir a espira poligonal em  $N$  segmentos (lados) com comprimento finito. Vamos calcular a contribuição para a indução no centro a partir de um lado e depois multiplicar por  $N$ , pois cada lado gera a mesma indução no centro com o mesmo sentido do vetor  $\vec{B}$ . Ao dividir o polígono, temos:





O campo estabelecido pela porção 1 está saindo do plano da folha em  $O$  e é perpendicular a este plano. Seu módulo é dado por:

$$B_1(O) = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\text{sen}(\alpha) + \text{sen}(\beta))$$

Como  $\alpha = \beta = \frac{\theta}{2}$  e  $d = a$ , então:

$$B_1(O) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Como mencionado anteriormente, o campo total no centro da espira é dado por:

$$B_O = N \cdot B_1(O)$$

$$B_O = N \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Da geometria plana, podemos determinar o valor de  $a$  em função do raio da circunferência que circunscreve o polígono:

$$a = R \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Além disso, vale a relação:

$$N \cdot \theta = 2\pi \Rightarrow N = \frac{2\pi}{\theta} = \frac{\pi}{\theta/2}$$

Substituindo esses valores da geometria na expressão de  $B_O$ , vem:

$$B_O = \frac{\pi}{\theta/2} \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi R \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$B_O = \frac{\mu_0 I}{2R} \left[ \frac{\text{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\frac{\theta}{2}} \right]$$





Pela relação  $N \cdot \theta = 2\pi$ , vemos que quando  $N$  tende ao infinito,  $\theta$  tende a zero. Dessa forma, podemos ver que se  $N \rightarrow \infty$ , então  $\frac{\theta}{2} \rightarrow 0$ . Assim, ao fazer  $\frac{\theta}{2} \rightarrow 0$  na expressão de  $B_O$ , vemos que:

$$B'_O = \lim_{\frac{\theta}{2} \rightarrow 0} B_O = \lim_{\frac{\theta}{2} \rightarrow 0} \frac{\mu_0 I}{2R} \left[ \frac{\text{tg} \left( \frac{\theta}{2} \right)}{\frac{\theta}{2}} \right]$$

Note que o termo  $\frac{\mu_0 I}{2R}$  é constante, então:

$$B'_O = \frac{\mu_0 I}{2R} \lim_{\frac{\theta}{2} \rightarrow 0} \left[ \frac{\text{tg} \left( \frac{\theta}{2} \right)}{\frac{\theta}{2}} \right]$$

No Cálculo Diferencial Integral, aprendemos que este limite possui a seguinte propriedade:

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\text{tg}(\alpha)}{\alpha} = 1$$

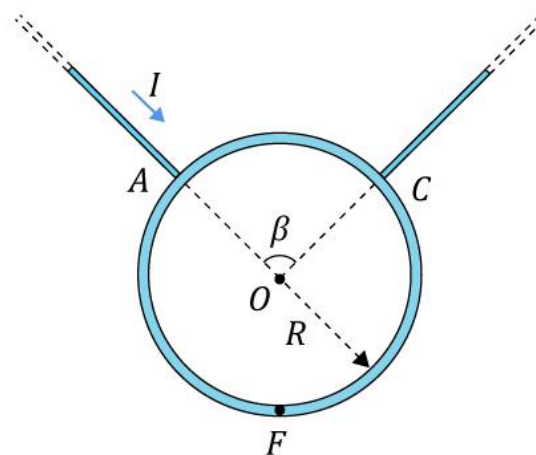
Este é um dos limites fundamentais do Cálculo. Sendo assim, nosso campo no centro  $O$ , quando o número de lados da espira tende ao infinito é igual a:

$$B'_O = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Note que este resultado é o mesmo que encontramos para uma espira circular, quando aplicamos a Lei de Briot-Savart-Laplace. Ao fazer o número de lados tender para o infinito, o polígono se aproxima muito da circunferência que o circunscreve.

5.

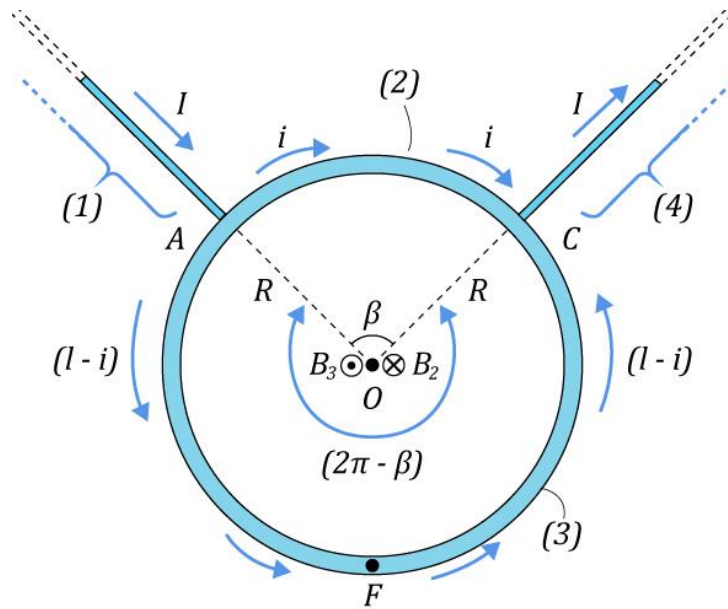
O aro da figura abaixo tem secção uniforme. Calcule o módulo da indução magnética em  $O$ .



**Comentários:**

Ao chegar no nó  $A$ , a corrente se divide nos arcos  $AC$  e  $AFC$ , retornando o seu valor ao sair por  $C$ . Para calcular a indução magnética em  $O$  vamos dividir nosso condutor em 4 partes:





Como (1) e (4) são fios semi-infinitos retos e seus prolongamentos passa por  $O$ , esses trechos não geram indução magnética em  $O$ . Dessa forma, a indução em  $O$  é devido a (2) e (3):

$$\vec{B}_O = \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

Pela RMD podemos determinar os sentidos de  $\vec{B}_2$  e  $\vec{B}_3$ . Se supormos que  $B_2 > B_3$ , então:

$$B_O = B_2 - B_3$$

Como vimos, um arco de circunferência condutor, percorrido por corrente, gera um campo no centro dado por:

$$B = \frac{\mu I}{2R} \left( \frac{\theta}{2\pi} \right)$$

Assim, para os arcos (2) e (3), temos:

$$B_O = \frac{\mu_0 I}{2R} \left( \frac{\beta}{2\pi} \right) - \frac{\mu_0 (I - i)}{2R} \left( \frac{2\pi - \beta}{2\pi} \right)$$

$$B_O = \frac{\mu_0}{4\pi R} [\beta i - (I - i)(2\pi - \beta)]$$

Para determinar uma relação entre  $I$  e  $i$ , devemos notar que os terminais dos arcos (2) e (3) estão submetidos a mesma ddp:

$$U_2 = U_3$$

$$R_2 i = R_3 (I - i)$$

Como o fio tem secção uniforme, podemos usar a segunda lei de Ohm e determinar uma relação entre as correntes a partir da medida dos arcos:

$$\frac{\rho L_{AC}}{A} i = \frac{\rho L_{AFC}}{A} (I - i)$$

$$L_{AC} i = L_{AFC} (I - i)$$

Mas da geometria plana, temos que:

$$L_{AC} = R \cdot \beta \text{ e } L_{AFC} = R \cdot (2\pi - \beta)$$



Portanto:

$$R \cdot \beta \cdot i = R \cdot (2\pi - \beta) \cdot (I - i)$$

$$\beta \cdot i = (2\pi - \beta) \cdot (I - i)$$

$$\beta \cdot i - (2\pi - \beta) \cdot (I - i) = 0$$

Assim:

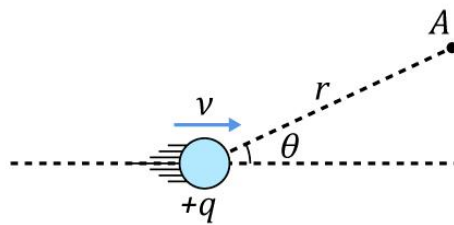
$$B_O = \frac{\mu_0}{4\pi R} [\beta i - (I - i)(2\pi - \beta)]$$

$$B_O = \frac{\mu_0}{4\pi R} [0]$$

$$\boxed{B_O = 0}$$

6.

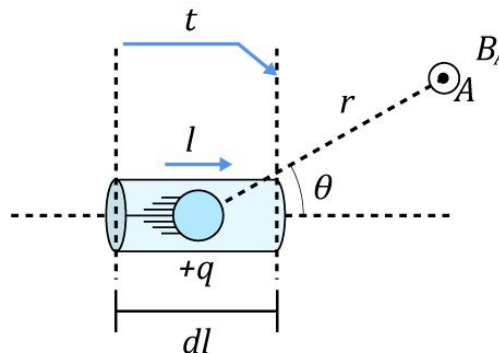
Uma partícula se move com velocidade constante. Calcule para o instante considerado o módulo da indução magnética que se estabelece em  $A$ .



**Comentários:**

Como vimos em teoria, a uma partícula com carga elétrica em movimento se associa um campo eletromagnético. No ponto  $A$ , a partícula estabelece um campo elétrico e um campo magnético. Pela Lei de Briot-Savart-Laplace permite determinar a indução magnética para condutores com corrente elétrica, mas neste caso não temos uma corrente, temos apenas uma carga. Por isso, devemos fazer um certo artifício. (Por este motivo colocamos esta questão no material, pois ela traz uma ideia nova).

Vamos dizer que a carga se move no interior de um elemento imaginário, de tal forma que o pequeno condutor tenha uma corrente  $I$  e, com isso, podemos aplicar a Lei de Briot-Savart-Laplace.



Pela regra da mão direita (RMD), vemos que  $\vec{B}_A$  se estabelece em  $A$  saindo do plano da folha e seu módulo é calculado por:



$$B_A = \frac{\mu_0 I \text{sen}(\theta) dl}{4\pi r^2}$$

Pela definição de corrente, temos que:

$$I = \frac{|q|}{\Delta t}$$

Logo:

$$B_A = \frac{\mu_0 \frac{|q|}{\Delta t} \text{sen}(\theta) dl}{4\pi r^2}$$

$$B_A = \frac{\mu_0 |q| \text{sen}(\theta) dl}{4\pi r^2 \Delta t}$$

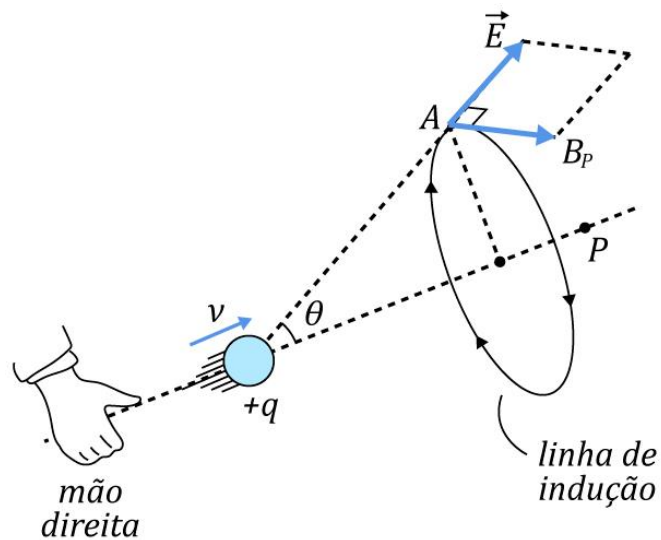
Mas  $\frac{dl}{\Delta t} = v$ , então:

$$B_A = \frac{\mu_0 |q| v \text{sen}(\theta)}{4\pi r^2}$$

O resultado encontrado corresponde a um elemento de condutor imaginário, mas se deve entender que ele também corresponde a uma carga em movimento.

Observação:

A indução magnética  $\vec{B}$  devido a uma partícula com carga elétrica em movimento em pontos pertencentes a reta suporte da orientação da velocidade é nula. Esta propriedade vem do fato de considerarmos  $\theta = 0$  no resultado deduzido anteriormente.



INDO MAIS  
FUNDO!



## 1.4. LEI DE AMPERE

Utilizamos a Lei de Ampere para a determinação de  $|\vec{B}|$  devido a uma distribuição de corrente com **elevado grau de simetria**. Ela é enunciada da seguinte forma:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \cdot I_{int} \text{ (Lei de Ampere)}$$

Em que:

- $C$  é contorno onde desejamos determinar  $|\vec{B}|$ . Um percurso fechado!
- $I_{int}$  é a corrente interna ao contorno.

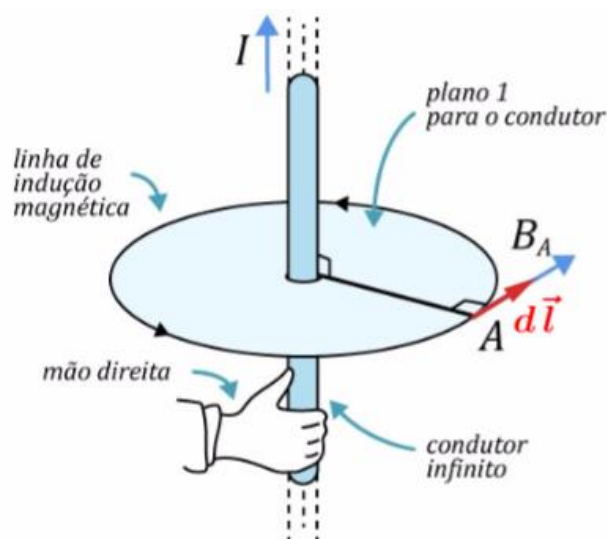
Vamos criar um procedimento para utilizar a Lei de Ampere, assim como criamos para a Lei de Gauss da Eletricidade:

- 1) Passamos pelo ponto  $P$  onde desejamos calcular  $|\vec{B}|$  um percurso fechado que contenha a distribuição de corrente e que possua a simetria do problema. Por simetria associe-a:
  - $|\vec{B}|$  constante em todos os pontos onde  $\vec{B} \cdot d\vec{l} \neq 0$ .
  - O ângulo entre  $\vec{B}$  e  $d\vec{l}$  é igual a  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  ou  $180^\circ$  em todos os pontos do contorno, denominado **curva amperiana**.
- 2) Devemos somar a contribuição de cada trecho da curva amperiana na determinação da indução no ponto desejado, isto é, efetua-se  $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \cdot I_{int}$  ao longo da amperiana.

Vamos resolver alguns exemplos que já calculamos pela Lei de Briot-Savart-Laplace, mas agora pela Lei de Ampere.

### 1.4.1. FIO INFINITO

Considere um fio muito longo percorrido por uma corrente elétrica de intensidade  $I$  e desejamos calcular a indução magnética em um ponto  $A$ , a uma distância  $R$  do fio.



Vimos que a determinação de  $\vec{B}$  é dada pela RMD. Note que a curva amperiana é uma circunferência que passa por  $A$ , pois nesta curva  $|\vec{B}|$  é constante e o ângulo entre  $\vec{B}$  e  $d\vec{l}$  ( $dl$  na amperiana) é zero. Logo:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \cdot I_{int} \Rightarrow \oint_C B \cdot dl \cdot \cos \theta = \mu \cdot I$$

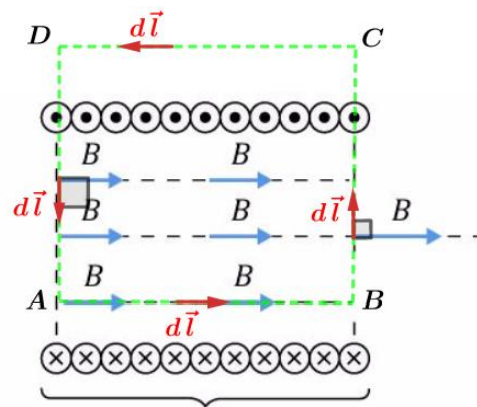
$$B \cdot \oint dl = \mu \cdot I$$

$$B \cdot (2\pi R) = \mu \cdot I$$

$$\boxed{B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi R}}$$

### 1.4.2. SOLENOIDE IDEAL

Considere um solenoide ideal com  $N$  espiras por unidade de comprimento ( $L$ ). Podemos traçar a curva amperiana da seguinte forma:



representação do solenóide  
com corrente após um  
corte longitudinal

Aplicando a Lei de Ampere, vem:

$$\oint_{AB} B dl \cdot \cos \theta_{AB} + \oint_{BC} B dl \cdot \cos \theta_{BC} + \oint_{CD} B dl \cdot \cos \theta_{CD} + \oint_{DA} B dl \cdot \cos \theta_{DA} = \mu \cdot i_{int}$$

Como vimos, no solenoide ideal, o campo no seu interior é uniforme e nulo no exterior. Além disso, note que  $\theta_{BC} = \theta_{DA} = 90^\circ$ , ou seja, tais ângulos possuem cosseno nulo. Portanto, a expressão logo acima, que parece ser um pouco assustadora, se resume a:

$$\oint_{AB} B dl \cdot \cos \theta_{AB} = \mu \cdot i_{int}$$

Já que:

$$\oint_{BC} B dl \cdot \cos \theta_{BC} = \oint_{CD} B dl \cdot \cos \theta_{CD} = \oint_{DA} B dl \cdot \cos \theta_{DA} = 0$$



Agora, perceba que  $\theta_{AB} = 0^\circ$  e  $B$  é constante. Além disso, a corrente interna ao solenoide é a corrente que atravessa as  $N$  voltas. Portanto:

$$B \oint_{AB} dl = \mu \cdot N \cdot I$$

$$B \cdot L = \mu \cdot N \cdot I$$

$$\boxed{B = \mu \cdot \frac{N}{L} \cdot I}$$



### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conte comigo nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:

ESCLARECENDO!



@prof.maldonado





## 4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Calçada, Caio Sérgio. Física Clássica volume 5. 2. Ed. Saraiva Didáticos, 2012. 576p.
- [2] Bukhovtsev, B.B. Krivtchenkov, V.D. Miakishev, G.Ya. Saraeva, I. M. Problemas Seleccionados de Física Elementar. 1 ed. MIR, 1977.518p.
- [3] Newton, Gualter, Helou. Tópicos de Física volume 3. 11ª ed. Saraiva, 1993. 303p.
- [4] Toledo, Nicolau, Ramalho. Os Fundamentos da Física volume 3. 9ª ed. Moderna. 490p.
- [5] Resnick, Halliday, Jearl Walker. Fundamentos de Física volume 3. 10ª ed. LTC. 365p.
- [6] Asociación Fondo de Investigadores y Editores. Una visión analítica del movimiento volume II. 11ª ed. Lumbreras editores. 989 p.

