Exercícios de Matemática
Matrizes

1. (Fuvest) a) Dada a matriz A, calcule a sua inversa A^{-1}.
b) A relação especial que você deve ter observado entre A e A^{-1}, seria também encontrada se calculássemos as matrizes inversas de B, C e D. Generalize e demonstre o resultado observado.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. (Ita) Dizemos que duas matrizes nxn A e B são semelhantes se existe uma matriz nxn inversível P tal que $B=P^{-1}AP$. Se A e B são matrizes semelhantes quaisquer, então:
a) B é sempre inversível.
b) se A é simétrica, então B também é simétrica.
c) B^2 é semelhante a A.
d) se C é semelhante a A, então BC é semelhante a A^2.
e) $\det(\lambda I-B)=\det(\lambda I-A)$, onde λ é um real qualquer.

3. (Ita) Sejam A e B matrizes reais 3×3. Se tr(A) denota a soma dos elementos da diagonal principal de A, considere as afirmações:

[(I)] tr(A)=tr(A)
[(II)] Se A é inversível, então $tr(A) \neq 0$.
[(III)] $tr(A+\lambda B)=tr(A)+\lambda tr(B)$, para todo $\lambda \in$ R.

Temos que:
a) todas as afirmações são verdadeiras.
b) todas as afirmações são falsas.
c) apenas a afirmação (I) é verdadeira.
d) apenas a afirmação (II) é falsa.
e) apenas a afirmação (III) é falsa.

4. (Unesp) Determine os valores de x, y e z na igualdade a seguir, envolvendo matrizes reais 2×2:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & x \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-y & 0 \\ x & z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z-4 & 0 \\ y-z & 0 \end{bmatrix}$$

5. (Fuvest) O determinante da inversa da matriz a seguir é:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \\ \frac{1}{5} & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

a) - 52/5
b) - 48/5
c) - 5/48
d) 5/52
e) 5/48

6. (Unesp) Seja $A=[a_{ij}]$ a matriz 2 x 2 real definida por $a_{ij}=1$ se $i \leq j$ e $a_{ij}=-1$ se $i>j$. Calcule A^2.

7. (Unesp) Seja $A=[a_{ij}]$ a matriz real 2 x 2 definida por $a_{ij}=1$ se $i \leq j$ e $a_{ij}=-1$ se $i>j$. Calcule A^{-1}.

8. (Ufpr) Considere a matriz A = $[a_{ij}]$, de ordem 4x4, cujos elementos são mostrado a seguir. a_{ij}=

$$\begin{cases} 1, \text{ se } i \neq j \\ 0, \text{ se } i = j \end{cases}$$

É correto afirmar que:

01) Na matriz A, o elemento a_{23} é igual ao elemento a_{32}.
02) Os elementos da diagonal principal da matriz A são todos nulos.
04) O determinante da matriz A é igual a - 4.
08) Se a matriz B é [1 -1 1 -1], então o produto B.A é a matriz -B.
16) Sendo I a matriz identidade de ordem 4, a matriz A+I possui todos os elementos iguais a 1.

9. (Fei) Se as matrizes A= (a_{ij}) e B= (b_{ij}) estão assim definidas:

$$\begin{cases} a_{ij} = 1 \text{ se } i = j \\ a_{ij} = 0 \text{ se } i \neq j \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_{ij} = 1 \text{ se } i + j = 4 \\ b_{ij} = 0 \text{ se } i + j \neq 4 \end{cases}$$

onde $1 \leq 1,j \leq 3$, então a matriz A + B é:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

10. (Fei) Dadas as matrizes A e B, a matriz de x de 2 ordem que é solução da equação matricial Ax+B=0, onde 0 representa a matriz nula de ordem 2 é:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

a) $\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$

11. (Ita) Seja a $\in$ R, a > 0 e a $\neq$ 1 e considere a matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} \log_a (3a) & \log_{10} (3a)^2 \\ \log_a \left(\frac{1}{a}\right) & -\log_a (a) \\ \log_a (1) & \log_{10} (1) \end{bmatrix}$$

Para que a característica de A seja máxima, o valor de a deve ser tal que:
a) a $\neq$ 10 e a $\neq$ 1/3
b) a $\neq$ $\sqrt{}$ 10 e a $\neq$ 1/3
c) a $\neq$ 5 e a $\neq$ 10
d) a $\neq$ 2 e a $\neq$ $\sqrt{}$ 3
e) a $\neq$ 2 e a $\neq$ $\sqrt{}$ 10

12. (Ita) Seja a $\in$ IR e considere as matrizes reais 2 $\times$ 2,

$$A = \begin{bmatrix} 3^a & -1 \\ -1 & 3^a \end{bmatrix} \quad \text{e}$$

$$B = \begin{bmatrix} 7^{a-1} & 8^{a-3} \\ 7 & 2^{-3} \end{bmatrix}$$

O produto AB será inversível se e somente se:
a) $a^2 - 5a + 6 \neq 0$
b) $a^2 - 5a \neq 0$
c) $a^2 - 3a \neq 0$
d) $a^2 - 2a + 1 \neq 0$
e) $a^2 - 2a \neq 0$

13. (Ufpe) Seja M uma matriz 2×2 inversível tal que $\det M^{-1}=1/96$, onde M^{-1} é a matriz inversa de M. Determine o valor de DetM.

14. (Puccamp) Os números reais x, y e z que satisfazem a equação matricial mostradas a seguir, são tais que sua soma é igual a

$$\begin{bmatrix} x-1 & y+2 \\ z & x+y+z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

a) - 3
b) - 2
c) - 1
d) 2
e) 3

15. (Uel) Sejam A e B matrizes quadradas de ordem 2. Se I e 0 são, respectivamente, as matrizes identidade e nula, de ordem 2, é verdade que
a) $A + B \neq B + A$
b) $(A . B) . C = A . (B . C)$
c) $A . B = 0 \Leftrightarrow A = 0$ ou $B = 0$
d) $A . B = B . A$
e) $A . I = I$

16. (Uel) Considere as matrizes M e M^2 representadas a seguir. Conclui-se que o número real a pode ser

$$M = \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & -a \end{bmatrix} \qquad M^2 = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

a) $2\sqrt{3}$
b) $2\sqrt{2}$
c) 2
d) $-\sqrt{2}$
e) $-\sqrt{3}$

17. (Unesp) Considere as matrizes reais 2x2 do tipo

$$A(x) = \begin{bmatrix} \cos x & \operatorname{sen} x \\ \operatorname{sen} x & \cos x \end{bmatrix}$$

a) Calcule o produto A(x).A(x).
b) Determine todos os valores de $x \in [0,2\pi]$ para os quais A(x).A(x)=A(x).

18. (Uece) Sejam as matrizes M_1 e M_2 representadas na figura a seguir e considere a operação entre estas matrizes.

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad M_2 = \begin{pmatrix} p & q \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_2 . M_1 - M_1 . M_2 = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Nessas condições p + q é igual a:
a) 5
b) 6
c) 7
d) 8

19. (Mackenzie) Considere as matrizes A e B a seguir.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad e \quad B = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Se $a \in$ IR, então a matriz A.B:
a) é inversível somente se a = 0.
b) é inversível somente se a = 1.
c) é inversível somente se a = 2.
d) é inversível qualquer que seja a.
e) nunca é inversível, qualquer que seja a.

20. (Fgv) Observe que

se $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$, então A.B é a matriz

a) $\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 12 & 21 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 26 & 31 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 6 & 26 \\ 7 & 31 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 0 & 12 \\ 5 & 21 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 12 & 14 \end{bmatrix}$

21. (Uel) Sejam as matrizes A e B, respectivamente, 3 x 4 e p x q. Se a matriz A.B é 3 x 5, então é verdade que
a) p = 5 e q = 5
b) p = 4 e q = 5
c) p = 3 e q = 5
d) p = 3 e q = 4
e) p = 3 e q = 3

22. (Mackenzie) Sejam as matrizes a seguir

$$\begin{cases} A = (a_{ij})_{4x3}\ ,\ a_{ij} = i^j \\ B = (b_{ij})_{3x4}\ ,\ b_{ij} = j^i \end{cases}$$

Se C = A.B, então c_{22} vale:
a) 3
b) 14
c) 39
d) 84
e) 258

23. (Fei) Considere as matrizes A e B.

$$A = \begin{pmatrix} a & 2a \\ 0 & 2a \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2b & -2b \\ 0 & b \end{pmatrix}$$

Se a inversa da matriz A é a matriz B então:
a) a = 0 ou b = 0
b) ab = 1
c) ab = 1/2
d) a = 0 e b = 0
e) a + b = 1/2

24. (Uff) Toda matriz de ordem 2 x 2, que é igual a sua transposta, possui:
a) pelo menos dois elementos iguais.
b) os elementos da diagonal principal iguais a zero.
c) determinante nulo.
d) linhas proporcionais.
e) todos os elementos iguais a zero.

25. (Fgv) Nas sentenças a seguir classificá-las em: verdadeiras (V) ou falsas (F). No caso de você classificar uma sentença como falsa, justifique sua resposta.
a) Se A, B e C são matrizes de ordem 2 e AB=AC, então B=C.
b) Uma matriz identidade admite como matriz inversa ela própria.
c) Se A é uma matriz quadrada de ordem 2, então det(3A)=3det(A).
d) As equações a seguir formam um sistema linear possível e determinado:

$x + y - 2z = 1$ e

$3x - y - z = 0$

26. (Uece) Sejam as matrizes

$$M = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & q \\ n & \sqrt{3} \end{bmatrix} \quad e \quad P = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}.$$

Se $M \cdot M^t = P$,

sendo M a matriz transposta de M, então $n^2 + n.q$ é igual a:

a) 6

b) 9

c) 12

d) 18

27. (Unirio) Considere as matrizes A, B e C na figura adiante:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

A adição da transposta de A com o produto de B por C é:

a) impossível de se efetuar, pois não existe o produto de B por C.

b) impossível de se efetuar, pois as matrizes são todas de tipos diferentes.

c) impossível de se efetuar, pois não existe a soma da transposta de A com o produto de B por C.

d) possível de se efetuar e o seu resultado é do tipo 2x3.

e) possível de se efetuar e o seu resultado é do tipo 3x2.

28. (Ita) Sejam A e B matrizes reais quadradas de ordem 2 que satisfazem a seguinte propriedade: existe uma matriz M inversível tal que:

$A = M^{-1} BM$.

Então:

a) det (- A) = det B

b) det A = - det B

c) det (2A) = 2 det B

d) Se det B $\neq$ 0 então det (- AB) < 0

e) det (A -1) = - det (1 - B)

29. (Ita) Sejam as matrizes reais de ordem 2,

$$A = \begin{bmatrix} 2+a & a \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad e \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a & 2+a \end{bmatrix}$$

Então, a soma dos elementos da diagonal principal de $(AB)^{-1}$ é igual a:

a) a + 1

b) 4(a + 1)

c) 1/4 $(5 + 2a + a^2)$

d) 1/4 $(1 + 2a + a^2)$

e) 1/2 $(5 + 2a + a^2)$

30. (Uel) Sobre as sentenças:

I. O produto de matrizes $A_{3x2} \cdot B_{2x1}$ é uma matriz 3x1.

II. O produto de matrizes $A_{5x4} \cdot B_{5x2}$ é uma matriz 4x2.

III. O produto de matrizes $A_{2x3} \cdot B_{3x2}$ é uma matriz quadrada 2x2.

é verdade que

a) somente I é falsa.

b) somente II é falsa.

c) somente III é falsa.

d) somente I e III são falsas.

e) I, II e III são falsas.

31. (Unirio) O produto das matrizes representadas a seguir

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} c & d \\ d & c \end{bmatrix}$$

a) $A.B = \begin{bmatrix} ac & bd \\ bd & ac \end{bmatrix}$

b) $A.B = \begin{bmatrix} ad & bc \\ bd & ac \end{bmatrix}$

c) $B.A = \begin{bmatrix} ac + bd \\ bd + ac \end{bmatrix}$

d) $B.A = \begin{bmatrix} abcd & abcd \\ abcd & abcd \end{bmatrix}$

e) A.B = B.A, para quaisquer valores de a, b, c, d.

é tal que

32. (Unesp) Seja a matriz A mostrada na figura adiante.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Justifique, através do cálculo do determinante, que A é inversível.

b) Mostre que $A^{-1} = A$.

33. (Cesgranrio) Cláudio anotou suas médias bimestrais de matemática, português, ciências e estudos sociais em uma tabela com quatro linhas e quatro colunas, formando uma matriz, como mostra a figura.

Sabe-se que as notas de todos os bimestres têm o mesmo peso, isto é, para calcular a média anual do aluno em cada matéria basta fazer a média aritmética de suas médias bimestrais. Para gerar uma nova matriz cujos elementos representem as médias anuais de Cláudio, na mesma ordem da matriz apresentada, bastará multiplicar essa matriz por:

$$\begin{array}{l} \\ \text{matemática} \\ \text{português} \\ \text{ciências} \\ \text{est. sociais} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1^{o}b & 2^{o}b & 3^{o}b & 4^{o}b \end{array} \\ \begin{bmatrix} 5{,}0 & 4{,}5 & 6{,}2 & 5{,}9 \\ 8{,}4 & 6{,}5 & 7{,}1 & 6{,}6 \\ 9{,}0 & 7{,}8 & 6{,}8 & 8{,}6 \\ 7{,}7 & 5{,}9 & 5{,}6 & 6{,}2 \end{bmatrix} \end{array}$$

a) $\frac{1}{2}$

b) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

d) $\frac{1}{4}$

e) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

34. (Unesp) Se A, B e C forem matrizes quadradas quaisquer de ordem n, assinale a única alternativa verdadeira.

a) AB = BA.

b) Se AB = AC, então B = C.

c) Se $A^2 = O_n$ (matriz nula), então $A = O_n$.

d) (AB)C = A(BC).

e) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

35. (Ufpr) Considerando a matriz na figura a seguir, onde a, b, c e d são números reais, é correto afirmar:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

(01) Se $a=\log_2(6)$, $b=\log_2(3)$ e $c=d=1$, então detA=2.
(02) Se $a=b=c=d=1$, então $A^2=2A$.
(04) Se $a=2$, $b=-2$, $c=2^{-x}$ e $d=2^x$, então existe somente um valor real de x tal que detA=5.
(08) Se $a.d \neq b.c$, então A tem matriz inversa.
(16) Se A é matriz identidade, então $\log_{\square 0}(\det A)=0$.

Soma (   )

36. (Ufrj) Antônio, Bernardo e Cláudio saíram para tomar chope, de bar em bar, tanto no sábado quanto no domingo.
As matrizes a seguir resumem quantos chopes cada um consumiu e como a despesa foi dividida:

$$S = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

S refere-se às despesas de sábado e D às de domingo.
Cada elemento a_{ij} nos dá o número de chopes que i pagou para j, sendo Antônio o número 1, Bernardo o número 2 e Cláudio o número 3 (a_{ij} representa o elemento da linha i, coluna j de cada matriz).
Assim, no sábado Antônio pagou 4 chopes que ele próprio bebeu, 1 chope de Bernardo e 4 de Cláudio (primeira linha da matriz S).
a) Quem bebeu mais chope no fim de semana?
b) Quantos chopes Cláudio ficou devendo para Antônio?

37. (Ufrj) Seja a matriz A representada a seguir:

a) Determine $A^3 = A . A . A$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b) Se A^n denota o produto de A por A n vezes, determine o valor do número natural k tal que

$$A^{k^2} - A^{5k} + A^6 = I,$$

onde I é a matriz identidade.

38. (Fuvest) Se as matrizes A e B indicadas na figura adiante

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

são tais que AB = BA, pode-se afirmar que
a) A é inversível
b) det A = 0
c) b = 0
d) c = 0
e) a = d = 1

39. (Unirio) Dada a matriz representada na figura adiante

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

.
Determine o valor de $A^{-1} + A - I_2$.

40. (Puccamp) Sejam A, B e C matrizes quadradas de ordem n e os números reais α e β , não nulos. Das sentenças a seguir, a FALSA é
a) (A.B).C = A.(B.C)
b) (A+B).C = C.(A+B)
c) 1.A = A.1 = A
d) (A+B)+C = A+(B+C)
e) α.A+β.A = (α+β).A

41. (Uel) Uma matriz quadrada A se diz ANTI-SIMÉTRICA se A =-A. Nessas condições, se a matriz A mostrada na figura adiante é uma matriz anti-simétrica, então x+y+z é igual a
a) 3
b) 1
c) 0
d) -1
e) -3

$$A = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 2 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

42. (Unicamp) Considere as matrizes mostradas na figura,

$$M = \begin{pmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta & 0 \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ e } Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

a) Calcule o determinante de M e a matriz inversa de M.
b) Resolva o sistema MX = Y.

43. (Ufrs) A matriz C fornece, em reais, o custo das porções de arroz, carne e salada usados num restaurante:
A matriz P fornece o número de porções de arroz, carne e salada usados na composição dos pratos tipo P_1, P_2, P_3 desse restaurante:
A matriz que fornece o custo de produção, em reais, dos pratos P_1, P_2 e P_3, está indicada na alternativa

$$C = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{arroz} \\ \text{carne} \\ \text{salada} \end{array} \qquad P = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{arroz} & \text{carne} & \text{salada} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \text{prato } P_1 \\ \text{prato } P_2 \\ \text{prato } P_3 \end{array}$$

a) $\begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 9 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

44. (Unirio) Seja a matriz mostrada na figura adiante

$$A = \begin{bmatrix} -1 & c & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ a & b & -2 \end{bmatrix}$$

. Sabendo-se que A =A, calcule o determinante da matriz A - 2A + $I^2(_3)$.

45. (Ita) Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix},\quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix},\quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Se x e y são soluções do sistema (AA - 3I) X = B, então x + y é igual a:
a) 2
b) 1
c) 0
d) -1
e) -2

46. (Ita) Sejam x, y e z números reais com $y \neq 0$. Considere a matriz inversível

$$A = \begin{bmatrix} x & 1 & 1 \\ y & 0 & 0 \\ z & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Então :

a) A soma dos termos da primeira linha de A^{-1} é igual a x + 1.

b) A soma dos termos da primeira linha de A^{-1} é igual a 0.

c) A soma dos termos da primeira coluna de A^{-1} é igual a 1.

d) O produto dos termos da segunda linha de A^{-1} é igual a y.

e) O produto dos termos da terceira coluna de A^{-1} é igual a 1.

47. (Uerj) João comeu uma salada de frutas com a, m e p porções de 100g de abacaxi, manga e pêra, respectivamente, conforme a matriz X. A matriz A representa as quantidades de calorias, vitamina C e cálcio, em mg, e a matriz B indica os preços, em reais, dessas frutas em 3 diferentes supermercados. A matriz C mostra que João ingeriu 295,6cal, 143,9mg de vitamina C e 93mg de cálcio.

MATRIZ X
Porções de 100g

$$\begin{array}{r} \text{Abacaxi} \\ \text{Manga} \\ \text{Pêra} \end{array} \begin{bmatrix} a \\ m \\ p \end{bmatrix}$$

MATRIZ A
(por cada 100g)

$$\begin{array}{r} \\ \text{Calorias} \\ \text{Vitamina C} \\ \text{Cálcio} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{Abacaxi} & \text{Manga} & \text{Pêra} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 52 & 64{,}3 & 63{,}3 \\ 27{,}2 & 43 & 3{,}5 \\ 18 & 21 & 15 \end{bmatrix} \end{array}$$

MATRIZ B
(por cada 100g)

$$\begin{array}{r} \\ \text{Coma bem} \\ \text{Compre mais} \\ \text{Boa compra} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{Abacaxi} & \text{Manga} & \text{Pêra} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0{,}15 & 0{,}30 & 0{,}40 \\ 0{,}16 & 0{,}25 & 0{,}45 \\ 0{,}20 & 0{,}27 & 0{,}35 \end{bmatrix} \end{array}$$

MATRIZ C

$$\begin{array}{r} \text{Calorias} \\ \text{Vitamina C(mg)} \\ \text{Cálcio(mg)} \end{array} \begin{bmatrix} 295{,}6 \\ 143{,}9 \\ 93 \end{bmatrix}$$

Considerando que as matrizes inversas de A e B são A^{-1} e B^{-1}, o custo dessa salada de frutas, em cada supermercado, é determinado pelas seguintes operações:

a) $B \cdot A^{-1} \cdot C$

b) $C \cdot A^{-1} \cdot B$

c) $A^{-1} \cdot B^{-1} \cdot C$

d) $B^{-1} \cdot A^{-1} \cdot C$

48. (Uff) Determine o(s) valor(es) de x para que a matriz

$$M = \begin{bmatrix} X^3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & X \\ 0 & -X & 1 \end{bmatrix}, X \in R$$

não admita inversa.

49. (Ufv) Considerando a matriz A_{3x3} cujo termo geral é dado por $a_{xy} = (-1)^{x+y}$, é CORRETO afirmar que:

a) A = -A

b) A é inversível

c) $a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0$

d) $a_{xy} = \cos((x + y)\pi)$

e) $a_{11} + a_{21} + a_{31} = 0$

50. (Ufv) Dada a matriz mostrada na figura adiante

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix},$$

,determine:

a) A^2

b) A . A

c) 2A + 3A

51. (Uel) Sejam as matrizes $A=(a_{ij})_{3x2}$, tal que $a_{ij}=2i-3j$ e $B=(b_{jy})_{2x3}$, tal que $b_{jy}=y-j$. O determinante da matriz A . B é igual a

a) -12
b) - 6
c) 0
d) 6
e) 12

52. (Uel) A soma de todos os elementos da inversa da matriz M mostrada na figura é igual a

a) -2
b) -1
c) 0
d) 1
e) 2

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

53. (Ufes) Considere a matriz mostrada na figura a seguir

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$$

Determine A^{1998}.

54. (Ufsc) Sejam A, B e C matrizes. Determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S).

01. Se A é uma matriz de ordem n, então $\det(kA)=k^n.\det A$, $k \in R$.
02. (A) . A^{-1} = I
04. det (A + B) = det A + det B.
08. Se A é uma matriz de ordem $n \times m$ e B é de ordem $m \times k$, então A+B é uma matriz de ordem $n \times k$.
16. A . B só é possível quando A e B forem matrizes de mesma ordem.

55. (Mackenzie) Dada a matriz M, mostrada na figura adiante

$$M = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & K \\ -K & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

, se $M^{-1}=M$, então K pode ser:

a) $\sqrt{(3)}/4$
b) $-\sqrt{(3)}/4$
c) 1/4
d) $-\sqrt{(3)}/2$
e) 1/2

56. (Ufu) Sejam A, B e C matrizes reais quadradas de ordem 3. Considere as seguintes afirmações:

I - Se A=A e B=B , então AB = (AB) .

II - det(A+B)=detA+ detB.

III - Se AB=CB, então A=C.

IV - $A^2-B^2=(A-B)(A+B)$.

A respeito dessas afirmações, assinale a alternativa correta.
a) Todas as afirmações são falsas.
b) Apenas a afirmação I é verdadeira.
c) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.
d) Apenas a afirmação II é falsa.
e) Todas as afirmações são verdadeiras.

57. (Ufpr) Dadas as matrizes A e B mostradas na figura adiante.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

É correto afirmar:

(01) B . A = B
(02) Todos os elementos da matriz A + B são números ímpares.
(04) O conjunto formado pelos elementos da matriz A.B é igual ao conjunto formado pelos elementos da matriz B.
(08) det(3 . A) = det(B)
(16) A matriz inversa de A é a própria matriz A.

Soma (   )

58. (Ita) Considere as matrizes mostradas na figura adiante

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ e } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Se X é solução de $M^{-1}NX=P$, então $x^2+y^2+z^2$ é igual a
a) 35.
b) 17.
c) 38.
d) 14.
e) 29.

GABARITO

1. Observe a figura a seguir:

a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

b) $A = \begin{bmatrix} -a & a+1 \\ 1-a & a \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -a & a+1 \\ 1-a & a \end{bmatrix}$

2. [E]

3. [D]

4. x = 2, y = 2 e z = 4

5. [C]

6. A^2 é a matriz a seguir:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

7. A^{-1} é a matriz a seguir:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

8. 01 + 02 + 08 + 16 = 27

9. [D]

10. [A]

11. [B]

12. [E]

13. 96

14. [E]

15. [B]

16. [B]

17. Observe a figura a seguir:

a) $\begin{pmatrix} 1 & \text{sen } 2x \\ \text{sen } 2x & 1 \end{pmatrix}$

b) $x = 0$ ou
$x = 2\pi$

18. [C]

19. [E]

20. [B]

21. [B]

22. [D]

23. [C]

24. [A]

25. a) F
b) V
c) F
d) F

26. [A]

27. [D]

28. [A]

29. [C]

30. [B]

31. [E]

32. Observe a figura a seguir

a)

$$\det A = 1 \,.\, (-1)^{3+3} \,.\, \begin{vmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{-1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \,.\, 1 \,.\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = 1$$

Como $\det A \neq 0$, tem-se que A é inversível.

b)

$$A' = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{-1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = A$$

A matriz inversa de A é

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \,.\, (A')^t =$$

$$= \frac{1}{1} \,.\, A^t = A^t$$

33. [E]

34. [D]

35. 02 + 08 + 16 = 26

36. a) Cláudio
b) 2 chopes

37. a) observe o esquema a seguir

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) k = 2 ou k = 3

38. [D]

39. Observe a figura adiante.

$$\begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

40. [B]

41. [D]

42. a) Observe a matriz a seguir

$$\det M = 1 \quad e \quad M^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\,\theta & 0 \\ \text{sen}\,\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{1998} = \begin{bmatrix} 2^{1998} & 0 \\ 0 & 2^{1998} \end{bmatrix}$$

b) $x = \cos\theta$, $y = \text{sen}\theta$ e $z = 3$

43. [A]

44. -14

45. [D]

46. [C]

47. [A]

48. x = 0, x = -1 ou x = 1

49. [D]

50. Observe as matrizes a seguir:

a) $$A^2 = \begin{bmatrix} -2 & 7 & 4 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

b) $$A \,.\, A^t = \begin{bmatrix} 14 & 8 & -2 \\ 8 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

c) $$2A + 3A^t = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 6 & 5 & 7 \\ 7 & 8 & -5 \end{bmatrix}$$

51. [C]

52. [E]

53. Observe a figura a seguir:

54. 01 + 02 = 03

55. [E]

56. [A]

57. 02 + 04 + 08 + 16 = 30

58. [A]