1. A equação da circunferência de centro $(1, 2)$ e raio 3 é:

a) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 14 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ d) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 14 = 0$

e) $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 14 = 0$

2. Dados três pontos colineares $A(x, 8), B(-3, y)\ e\ M(3, 5)$, determine o valor de $x + y$, sabendo que M é ponto médio de AB

a) 3 b) 11 c) 9 d) -2,5 e) 5

3. Em um sistema de coordenadas cartesianas no plano, considere os pontos $O(0,0)$ e $A(8,0)$. A equação do conjunto dos pontos $P(x, y)$ desse plano sabendo que a distância de O a P é o triplo da distância de P a A, é uma:

a) circunferência de centro $(9,0)$ e raio 3.

b) elipse de focos $(6,0)$ e $(12,0)$, e eixo menor 6.

c) hipérbole de focos $(3,0)$ e $(15,0)$, e eixo real 6.

d) parábola de vértice $(9,3)$, que intercepta o eixo das abscissas nos pontos $(6,0)$ e $(12,0)$.

e) reta que passa pelos pontos $(6,0)\ e\ (9,3)$.

4. Dada a equação da circunferência: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, sendo (a, b) as coordenadas do centro e r a medida do raio, identifique a equação geral da circunferência de centro $(2\ , 3)$ e raio igual a 5.

a) $x^2 + y^2 = 25$ b) $x^2 + y^2 - 4xy - 12 = 0$ c) $x^2 - 4x = -16$

d) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ e) $y^2 - 6y = -9$

5. Para que as retas de equações $2x - ky = 3\ e\ 3x + 4y = 1$ sejam perpendiculares, deve-se ter

a) $k = 3/2$. b) $k = 2/3$. c) $k = -1/3$. d) $k = -3/2$. e) $k = 2$.

6. Um quadrado $ABCD$ está contido completamente no 1º quadrante do sistema cartesiano. Os pontos $A(5,1)$ e $B(8,3)$ são vértices consecutivos desse quadrado. A distância entre o ponto A e o vértice C, oposto a ele, é

a) 13. b) $2\sqrt{13}$. c) 26. d) $\sqrt{13}$. e) $\sqrt{26}$.

7. A reta $y = mx + 2$ é tangente à circunferência de equação $(x - 4)^2 + y^2 = 4$. A soma dos possíveis valores de m é

a) 0. b) 4/3. c) - 4/3. d) - 3/4. e) 2.

8. Considere o triangulo de vértices A (1,1), B (2,3) e C (5,2). A mediatriz do lado AB encontra o eixo das abscissas no ponto de coordenadas:

a) (0,11/2) b) (-5/2,0) c) (1/2,0) d) (-11/2,0) e) (11/2,0)

Gabarito Comentado

1. A equação da circunferência de centro (m, n) e raio R é

$$\boxed{(x-m)^2+(y-m)^2=R^2}$$

Assim, a equação desejada é $(x-1)^2+(y-2)^2=3^2$, vamos fazer as contas e verificar a resposta correta:

$$(x-1)^2+(y-2)^2=3^2$$

$$x^2-2x+1+y^2-4y+4=9$$

$$x^2+y^2-2x-4y-4=0$$

Letra B.

2. Se M é ponto médio dos pontos $A(x_A,y_A)$ e $B(x_B,y_B)$, então $M=\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)$. M é médio de AB, então $M=\left(\frac{x-3}{2},\frac{8+y}{2}\right)=(3,5)$. Por esta razão, temos $x-3=6\rightarrow x=9$ e $8+y=10\rightarrow y=2$. Assim, $x+y=9+2=11$.

Letra B.

3. A distância entre os pontos $A(x_A,y_A)$ e $B(x_B,y_B)$ é dada por

$$\boxed{d=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}}.$$

Pelos dados do problema, temos

$$d_{OP}=3d_{AP}$$

$$\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2}=3\sqrt{(x-8)^2+(y-0)^2}$$

$$x^2+y^2=9(x^2-16x+64+y^2)$$

$$8x^2+8y^2-144x=-576$$

Que é a equação de uma circunferência. Vamos colocar no formato padrão, aplicando a técnica do completamento de quadrados:

$$8x^2+8y^2-144x=-576\ \rightarrow\ x^2+y^2-18x=-72\ \rightarrow\ (x-9)^2+(y-0)^2=3^2$$

Com isto, vemos que se trata de uma circunferência de centro $(9,0)$ e raio $R=3$.

Letra A.

4. Fazendo a substituição na fórmula dada, temos

$$(x-2)^2+(y-3)^2=5^2\ \rightarrow\ x^2-4x+4+y^2-6y+9=25\ \rightarrow\ x^2+y^2-4x-6y-12=0$$

Letra D.

5. Primeiro colocamos as retas na forma reduzida: $y=mx+n$.

$$i)\ 2x-ky=3\ \rightarrow\ -ky=-2x+3\ \rightarrow ky=2x-3\ \rightarrow \boxed{y=\frac{2}{k}x-\frac{3}{k}}$$

$$ii)\ 3x+4y=1\ \rightarrow 4y=-3x+1\ \rightarrow \boxed{y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}}$$

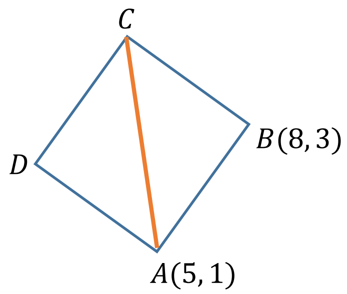
Utilizaremos o fato de que se as retas $y=m_1x+n_1$ e $y=m_2x+n_2$ são perpendiculares então os coeficientes angulares são tais que $\boxed{m_1.m_2=-1}$.

O coeficiente angular da primeira reta é $\frac{2}{k}$ e o coeficiente da segunda é $-\frac{3}{4}$, assim

$$\frac{2}{k}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) = -1 \rightarrow \frac{6}{4k} = 1 \rightarrow k = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Letra A.

6. Veja o desenho:



O lado do quadrado pode ser calculado pela distância entre A e B:

$$l = d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(8-5)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

AC é diagonal do quadrado e sua medida é $d = l\sqrt{2} = \sqrt{13}.\sqrt{2} = \sqrt{26}$.

Letra E.

7. Se uma reta é tangente a uma circunferência, então a distância da reta ao centro da circunferência é igual ao raio.

A equação da circunferência de centro (p, q) e raio R é $\boxed{(x-p)^2 + (y-q)^2 = R^2}$. Comparando com a equação da circunferência dada, temos que o centro é $(4, 0)$ e o raio é 2.

A fórmula da distância entre um ponto (p, q) e uma reta $ax + by + c = 0$ é

$$\boxed{d = \frac{|ap + bq + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$$

A reta $y = mx + 2$ pode ser reescrita por $mx - y + 2 = 0$, e sua distância até o centro deve ser igual ao raio:

$$\frac{|m.4 + (-1).0 + 2|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 2 \rightarrow \frac{|4m+2|}{\sqrt{m^2+1}} = 2 \rightarrow |4m+2| = 2.\sqrt{m^2+1}$$

Elevando ambos os lados da equação ao quadrado, obtemos:

$$16m^2 + 16m + 4 = 4.(m^2+1) \rightarrow 16m^2 + 16m + 4 = 4m^2 + 4 \rightarrow 12m^2 + 16m = 0$$

$$\rightarrow 3m^2 + 4m = 0 \rightarrow m(3m+4) = 0 \; m = 0(descartado) \; ou \; m = -\frac{4}{3}$$

Letra C.

Uma solução alternativa é substituir $y = mx + 2$ na equação da circunferência dada:

$$(x-4)^2 + (mx+2)^2 = 4 \rightarrow x^2 - 8x + 16 + m^2x^2 + 4mx + 4 = 4$$
$$\rightarrow (m^2+1)x^2 + (4m-8)x + 16 = 0$$

Essa equação do 2° grau deve ter apenas uma raiz, tendo em vista que se a reta tangencia a circunferência, então elas possuem apenas uma intersecção. Uma equação do 2º grau possui apenas uma raiz real quando Δ= 0.

$$\Delta = 0 \ \rightarrow (4m-8)^2 - 4.(m^2+1).16 = 0 \ \rightarrow 16m^2 - 64m + 64 - 64m^2 - 64 = 0$$

$$-48m^2 - 64m = 0 \ \rightarrow \ 3m^2 + 4m = 0 \ \rightarrow m(3m+4) = 0$$

$$\rightarrow m = 0(descartado) \ ou \ m = -\frac{4}{3}$$

Letra C.

8. Inicialmente vamos calcular o coeficiente angular da reta que suporta o lado AB:

$$m_{AB} = \frac{3-1}{2-1} = \frac{2}{1} = 2$$

Por definição, a mediatriz relativa ao lado AB é perpendicular ao lado AB. Desta forma, podemos determinar seu coeficiente angular m, usando o fato de que se duas retas são perpendiculares, então o produto de seus coeficientes angulares é igual a -1:

$$m.m_{AB} = -1 \rightarrow m.2 = -1 \ \rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

Assim, a mediatriz é $y = -\frac{1}{2}x + n$.

Por definição, a mediatriz relativa ao lado AB passa pelo ponto médio de AB:

$$\boxed{M_{AB} = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y + y_B}{2}\right)} \rightarrow M_{AB} = \left(\frac{1+2}{2}, \frac{1+3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, 2\right)$$

Utilizando essas coordenadas, $x = 3/2$ e $y = 2$, na reta mediatriz, obtemos

$$y = -\frac{1}{2}x + n \ \rightarrow 2 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} + n \ \rightarrow n = 2 + \frac{3}{4} \ \rightarrow n = \frac{11}{4}$$

Assim, a mediatriz é $y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{4}$. A intersecção com o eixo das abscissas (x) ocorre quando $y = 0$:

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{4} \ \rightarrow \ 0 = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{4} \ \rightarrow x = \frac{11}{2}$$

A resposta é (11/2,0).

Letra E.