1. Divida $A(x) = 6x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ por $B(x) = 3x^2 + 2x + 1$, empregando o método da chave.

$$6x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1 \quad | \; 3x^2 + 2x + 1$$

$$-6x^5 - 4x^4 - 2x^3 \qquad 2x^3 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{9}x + 16/27$$

$$0 + x^4 + 2x^3 + 3x^2$$

$$-x^4 - 2/3x^3 - 1/3x^2$$

$$0 \quad 4/3x^3 + 8/3x^2 + 2x$$

$$-4/3x^3 - 8/9x^2 - 4/9x$$

$$0 \quad 16/9x^2 + 14/9x + 1$$

$$-16/9x^2 - 32/27x - 16/27$$

$$10/27x + 11/27$$

- $Q(x) = 2x^3 + 1/3x^2 + 4/9x + 16/27$
- $R(x) = 10/27x + 11/27$

2. Divida $A(x) = x^5 + x - 1$ por $B(x) = x^2 - x + 1$, empregando o método dos coeficientes a determinar (Descartes).

$A(x) = x^5 + x - 1$ → grau = 5

$B(x) = x^2 - x + 1$ → grau = 2

$Q(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$R(x) = ex + f$

$P(x) = Q(x).B(x) + R(x)$

$x^5 + x - 1 = (x^2 - x + 1).(ax^3 + bx^2 + cx + d) + ex + f$

$P(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 - ax^4 - bx^3 - cx^2 - dx + ax^3 + bx^2 + cx + d + ex + f$

$P(x) = x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 + x - 1$

$P(x) = ax^5 + (b-a)x^4 + (c-b+a)x^3 + (d-c+b)x^2 + (-d+c+e)x + (d+f)$

$x^5 = ax^5$ → $a = 1$

$0x^4 = (b-a)x^4$ → $b - a = 0$ → $b - 1 = 0$ → $b = 1$

$0x^3 = (c-b+a)x^3$ → $c - b + a = 0$ → $c - 1 + 1 = 0$ → $c = 0$

$0x^2 = (d-c+b)x^2$ → $d - c + b = 0$ → $d - 0 + 1 = 0$ → $d = -1$

$x = (-d+c+e)$ → $1 = -(-1) + 0 + e$ → $e = 0$

$-1 = d + f$ → $-1 = -1 + f$ → $f = 0$

$Q(x) = x^3 + x^2 - 1$ e $R(x) = 0$

3. Divida $A(x) = 5x^2 + 2x + 5$ por $B(x) = x^2 + 5$.

$$5x^2 + 2x + 5 \quad | \; x^2 + 5$$

$$-5x^2 - 0x - 25 \qquad 5$$

$$0 + 2x - 20$$

$Q(x) = 5$ e $R(x) = 2x - 20$

4. Divida $A(x) = x^2 + x + 3$ por $B(x) = 2x^3 + 1$.

O grau de $B(x)$ é maior do que o grau de $A(x)$, portanto, $A(x)$ não é divisível por $B(x)$.

$$x^2 + x + 3 \quad | \; 2x^3 + 1$$

$$-0 - 0 - 0 \qquad 0$$

$$x^2 + x + 3$$

$R(x) = x^2 + x + 3$ e $Q(x) = 0$

5. Divida $2x^2 + ix + 1$ por $2x + i$.

$$2x^2 + ix + 1 \quad | \; 2x + i$$

$$-2x^2 - ix \qquad x$$

$$0 \quad 0 + 1$$

$Q(x) = x$ e $R(x) = 1$

6. Verifique que $x^3 - (2 + \sqrt{2})x^2 + (1 + 2\sqrt{2})x - \sqrt{2}$ é divisível por $x^2 - 2x + 1$. Qual é o quociente?

$P(x) = x^3 - (2 + \sqrt{2})x^2 + (1 + 2\sqrt{2})x - \sqrt{2}$ → grau 3

$B(x) = x^2 - 2x + 1$ → grau 2

$Q(x) =$ grau 1 → $ax + b$

$R(x) =$ grau 0 → 0

$P(x) = B(x).Q(x) + R(x)$

$x^3 - (2 + \sqrt{2})x^2 + (1 + 2\sqrt{2})x - \sqrt{2} = (x^2 - 2x + 1).(ax + b) + c$

$x^3 - (2 + \sqrt{2})x^2 + (1 + 2\sqrt{2})x - \sqrt{2} = ax^3 + bx^2 - 2ax^2 - 2xb + ax + b + c$

$1x^3 = ax^3$ → $a = 1$

$-(2 + \sqrt{2})x^2 = (b - 2a)x^2$ → $b = -\sqrt{2}$

$(1 + 2\sqrt{2})x = (a - 2b)x$ → $1 + 2\sqrt{2} = 1 + 2\sqrt{2}$

$-\sqrt{2} = b + c$ → $c = 0$

$Q(x) = x - \sqrt{2}$ e $R(x) = 0$

7. Calcule p e q de modo que $x^4 + px^2 + q$ seja divisível por $x^2 - x + 1$.

$$x^4 + 0x^3 + px^2 + 0x + q \quad | \; x^2 - x + 1$$

$$-x^4 + x^3 - x^2 \qquad x^2 + x + k$$

$$0 + x^3 + (p-1)x^2$$

$$-x^3 + x^2 - x$$

$$0 \quad px^2 - x + q$$

$$-kx^2 + kx - k$$

$$0 \quad 0 \quad 0$$

$px^2 - kx^2 = 0$

$-x - kx = 0$ $\qquad -x = -kx$ $\qquad k = 1$

$px^2 - 1x^2 = 0$ $\qquad p = 1$

$q - k.1 = 0$ $\qquad q = 1$

8. Dividindo $x^3 + x^2 + ax + b$ por $x^2 - x - 1$, encontra-se o resto igual a $x + 1$. Calcule a e b.

$$x^3 + x^2 + ax + b \quad | \; x^2 - x - 1$$

$$-x^3 + x^2 + x \qquad x + 2$$

$$0 \quad 2x^2 + (a+1)x + b$$

$$-2x^2 + 2x + 2$$

$$0 \quad (a+3).x \quad (2+b) \quad R(x)$$

$R(x) = x + 1$ → $R(x) = (a+3)x + (2+b)$

$1x = (a+3)x$ → $a = -2$

$1 = 2 + b$ → $b = -1$