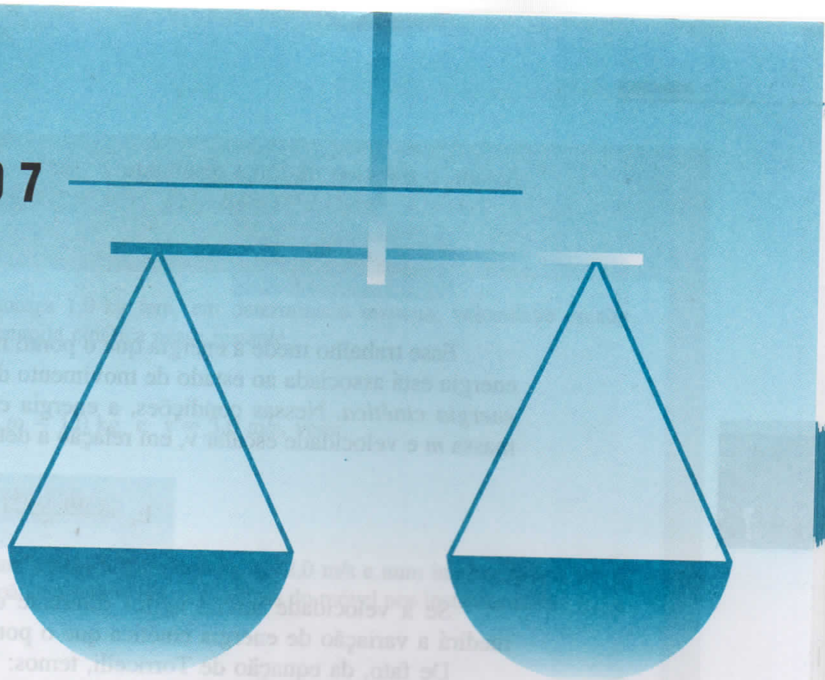
CAPÍTULO 7

ENERGIA



1. ENERGIA CINÉTICA. TEOREMA DA ENERGIA CINÉTICA

Considere um ponto material de massa m, em repouso ($v_0 = 0$) numa superfície horizontal, em relação a determinado referencial. Sob ação de uma força resultante $\vec{F}$, constante e horizontal, o ponto material apresenta, em certo instante t, velocidade escalar v (Fig. 1).

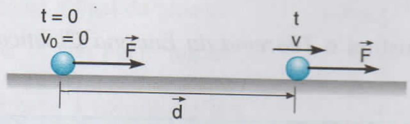


Fig. 1

Calculemos o trabalho da força resultante $\vec{F}$ no deslocamento $\vec{d}$:

$\tau_{result} = F \cdot d$

Da Segunda Lei de Newton, sabemos que $F = m \cdot a$ e, portanto:

$\tau_{result} = m \cdot a \cdot d$

Da equação de Torricelli, temos:

$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot d$

Sendo $v_0 = 0$, resulta:

$v^2 = 2 \cdot a \cdot d$ e $ad = \frac{v^2}{2}$

Assim, o trabalho da força resultante $\vec{F}$ será:

$$\mathcal{T}_{result} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Esse trabalho mede a energia que o ponto material possui no instante *t*. Essa energia está associada ao estado de movimento do ponto material e é denominada *energia cinética*. Nessas condições, a energia cinética de um ponto material de massa *m* e velocidade escalar *v*, em relação a determinado referencial, é dada por:

7

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Se a velocidade inicial v_0 for diferente de zero, o trabalho da resultante medirá a variação de energia cinética que o ponto material sofre.

De fato, da equação de Torricelli, temos:

$$v^2 = {v_0}^2 + 2ad \quad \therefore \quad ad = \frac{v^2 - {v_0}^2}{2}$$

Nessa situação, o trabalho da força resultante $\vec{F}$ será:

$$\mathcal{T}_{result} = F \cdot d$$

$$\mathcal{T}_{result} = m \cdot a \cdot d$$

$$\mathcal{T}_{result} = m \left(\frac{v^2 - {v_0}^2}{2} \right)$$

$$\mathcal{T}_{result} = \frac{mv^2}{2} - \frac{m{v_0}^2}{2}$$

Esse resultado constitui o *Teorema da Energia Cinética* (TEC) e pode ser assim enunciado:

> O trabalho da resultante das forças que agem sobre um ponto material entre dois instantes é igual à variação da energia cinética do ponto material nesse intervalo de tempo.

$$\mathcal{T}_{result} = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot {v_0}^2}{2}$$

ou

$$\mathcal{T}_{result} = E_{c_{final}} - E_{c_{inicial}}$$

ou

$$\mathcal{T}_{result} = E_{c_B} - E_{c_A} \quad \text{(}A\text{ e }B\text{ são as posições inicial e final.)}$$

O Teorema da Energia Cinética tem validade geral, isto é, podemos aplicar esse teorema qualquer que seja o tipo de movimento que o ponto material realize.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1 Um ponto material de massa 1,0 kg tem, em determinado instante, velocidade escalar 3,0 m/s. Determine sua energia cinética nesse instante.

Resolução:

De $E_c = \dfrac{m \cdot v^2}{2}$, sendo m = 1,0 kg e v = 3,0 m/s, vem:

$$E_c = \frac{1{,}0(3{,}0)^2}{2} \qquad \boxed{E_c = 4{,}5\ \text{J}}$$

2 A velocidade escalar de um móvel é, num instante t_1, 2,0 m/s e num instante posterior t_2, 4,0 m/s. Determine a relação entre as energias cinéticas do móvel nos instantes inicial (t_1) e final (t_2).

Resolução:

Sendo *m* a massa do móvel, temos:

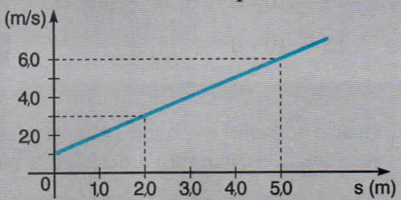
Instante t_1: $E_{c_1} = \dfrac{m \cdot v_1^2}{2} = \dfrac{m \cdot (2{,}0)^2}{2} = 2{,}0 \cdot m$

Instante t_2: $E_{c_2} = \dfrac{m \cdot v_2^2}{2} = \dfrac{m \cdot (4{,}0)^2}{2} = 8{,}0 \cdot m$

Portanto: $\dfrac{E_{c_1}}{E_{c_2}} = \dfrac{2{,}0 \cdot m}{8{,}0 \cdot m}$ $\qquad \boxed{\dfrac{E_{c_1}}{E_{c_2}} = 0{,}25}$

3. Um bloco de massa 2,0 kg se desloca retilineamente com velocidade escalar constante de 5,0 m/s, quando lhe é aplicada uma força de sentido contrário ao movimento até o bloco parar. Determine as energias cinéticas inicial e final do bloco.

4. A velocidade escalar de um ponto material varia com o tempo, segundo o gráfico anexo. Determine a relação entre a energia cinética no instante 2,0 s e a energia cinética no instante 5,0 s.



5 Um móvel executa um movimento circular e uniforme de raio *R* e energia cinética E_c. Seja F_c a intensidade da resultante centrípeta que age sobre o móvel. Determine a relação entre E_c, F_c e R.

Resolução:

Sendo $F_c = m \cdot \dfrac{v^2}{R}$, vem: $\qquad m \cdot v^2 = F_c \cdot R$

De $E_c = \dfrac{m \cdot v^2}{2}$, resulta $\qquad \boxed{E_c = \dfrac{F_c \cdot R}{2}}$

Exemplifiquemos: um homem e uma garota estão inicialmente em repouso sobre uma pista de gelo de atrito desprezível (Fig. 13a). A massa do homem é 60 kg e a da garota 30 kg. Num dado instante, eles se empurram mutuamente. Como não há forças externas horizontais, a quantidade de movimento horizontal do sistema permanece constante; o homem adquire movimento e a garota também (Fig. 13b). Suponhamos que esta tenha adquirido velocidade de módulo 10 m/s; ele, que tem o dobro de sua massa, que velocidade adquirirá?

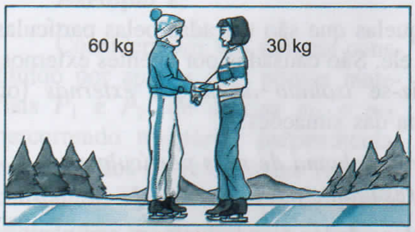


Fig. 13a

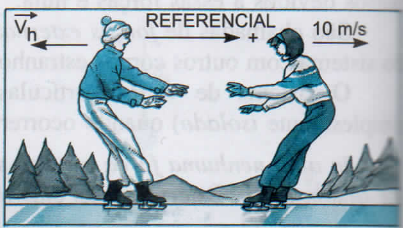


Fig. 13b

$\vec{Q}_i = \vec{0}$ (o sistema estava inicialmente em repouso)

$\vec{I}_{hor} = \vec{0}$ (não há forças externas horizontais)

$\vec{Q}_f = \vec{Q}_i = \vec{0}$

Algebricamente, temos:

$Q_f = m_h v_h + m_g v_g = 0$

$60 \cdot v_h + (30) \cdot (-10) = 0$

$60 \cdot v_h = +300$ $\boxed{v_h = +5{,}0 \text{ m/s}}$

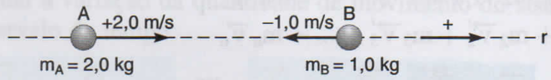
Ou seja, o homem adquiriu velocidade de módulo 5,0 m/s, igual à metade do módulo da velocidade da garota. Porém, seu movimento tem sentido oposto ao dela.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

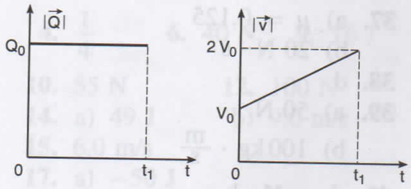
62 Determine a quantidade de movimento (módulo, direção e sentido) do sistema constituído pelas partículas *A* e *B*:

Resolução:

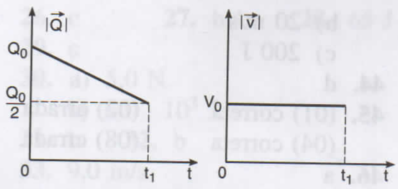
Inicialmente, calculemos o valor algébrico das quantidades de movimento, orientando-se positivamente a trajetória indicada na figura:



58. a) $Q_1 = 9{,}6\,kg \cdot \frac{m}{s}$
b) $F_m = 3{,}2 \times 10^2\,N$
59. a
60. $F_m = 20\,N$
61. $F_m = 8{,}0\,N$
63. a) $6{,}0\,kg\,\frac{m}{s}$
b) $6{,}0\,kg\,\frac{m}{s}$
c) $4{,}0\,kg\,\frac{m}{s}$
64. a) 2,5 m/s b) 3,1 J
65. 3,0 m/s
67. a) zero b) zero c) zero
69. a) $5{,}0\,kg \cdot \frac{m}{s}$
b) $2{,}0\,kg \cdot \frac{m}{s}$
71. 3,0 m/s
73. $\frac{5\,v}{7}$; $\frac{10\,v}{7}$
74. $v = 1{,}0\,\frac{m}{s}$; $E_{cin} = 50\,J$
76. 3,0 m/s
77. a) $v_1 = 2\,v_0$



78. a) $v_1 = v_0$
b)



80. $\vec{v}'_3 = -\vec{v}$
$\vec{v}'_3$: direção do eixo x; sentido oposto a ele;
módulo $|\vec{v}'_3| = |-\vec{v}\,| = v$
81. $\vec{v}'_3 = 0$
83. $\Delta Q \cong 2{,}1\,kg \cdot \frac{m}{s}$
85. a) 1,5 m
b) 4,5 m

86. d **87.** c **88.** b
89. b **90.** c **91.** a
92. c **93.** c **94.** d
95. $v_1 = \frac{2}{3}\,v_0$; $v_2 = \frac{4}{3}\,v_0$
96. c **97.** b
98. a) 24 km/h
b) 1,4 kJ
99. a) $5{,}0\,kg \cdot \frac{m}{s}$
b) na direção horizontal
c) 1,5 m/s
100. a) 4,0 m/s b) 200 J
101. c
102. a) $\mu = 0{,}125$
b) $|\vec{I}\,| = 20\,N \cdot s =$
$= 20\,kg\,\frac{m}{s}$
103. ... **104.** b **105.** c
106. a) $H_{máx} = 1{,}25\,m$
b) $Q_p = 1{,}2 \times 10^2\,kg \cdot \frac{m}{s}$
112. e **113.** e

CAPÍTULO 9

2. I) 2,5 m/s
II) 10,5 m/s (para a esquerda)
III) 5,6 m/s
3. 1,0 m/s
5. a) 0,800 m/s
b) 0,032 m
6. 300 m/s
8. a) ~ 12 m/s
b) ~ 36°
10. a) ~ 37°
b) 6,25 m/s
12. $\sqrt{10}$ m/s; 18°
13. 10 kg
14. 1,5 m/s
15. b
16. a) 1,5 m/s b) 400 m/s
17. c
18. a) 12 m b) 1,0 m/s
19. 51 m/s
20. b
21. a) 2,0 m/s
b) 1,0 m/s (para a esquerda)
22. $\sim 5 \cdot 10^{-2}$ m

104. 8,0 m

105. a) 0,10 s   b) 1,25 m

106. a) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ N · s
b) Sim; sim, para o sistema "esfera + plano + Terra".
c) 45°
d) $2{,}0\sqrt{15}$ m/s
e) 1,0 m

107. 80 N   **108.** 80 gramas

109. 45°; Sim

110. c   **111.** d

112. 4,8 N   **113.** b

CAPÍTULO 10

2. Fig. a ⇒ o *CM* está a 1,5 cm de *A* e a 0,5 cm de *B*.
Fig. b ⇒ o *CM* está no ponto médio da haste.
Fig. c ⇒ o *CM* está a 1,0 cm de *A* e a 2,0 cm de *B*.

5. Fig. a ⇒ $v_{CM} = 0$
Fig. b ⇒ $v_{CM} = 2{,}0$ m/s

6. $v_{CM} = 90$ km/h

7. $v_{CM} = 24$ m/s

8. $v_{CM} = 0$

9. d   **10.** a

12. Fig. a ⇒ $a_{CM} = 2{,}5$ m/s²
Fig. b ⇒ $a_{CM} = 0$

14. $a_{CM} = 5{,}0$ m/s²

15. $a_{CM} = 6{,}0$ m/s²; vertical; para baixo

16. a) o *CM* está a 0,60 m de *A*
b) $a_{CM} = 75$ m/s²

17. a) $\vec{a}_A = 0$; $a_B = 150$ m/s²
b) $a_{CM} = 100$ m/s²

19. $x_{CM} = 1{,}2$ cm; $y_{CM} = 1{,}2$ cm

21. $x_{CM} = 0$; $y_{CM} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ m

22. $x_{CM} \cong 4{,}6 \cdot 10^3$ km (a partir do *CM* da Terra)

24. $x_{CM} = 0$; $y_{CM} = 2{,}64$ cm

25. b   **26.** d

27. $x_{CM} = 1{,}0$ m; $y_{CM} = 1{,}0$ m; $z_{CM} = 2{,}0$ m

28. $x_{CM} = 0$; $y_{CM} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ m

29. $v_{CM} = \frac{18\,v}{5}$

32. $v_{CM} = 5{,}0$ m/s

35. F = 6,0 N

36. a   **37.** a   **38.** c   **39.** a

40. c   **41.** c   **42.** d   **43.** d

44. a) $x_{CM} = 1{,}5$ m; $y_{CM} = 0{,}50$ m
b) $v_{CM} = 1{,}25$ m/s
c) $a_{CM} = 0{,}75$ m/s²

45. $v_{x_{CM}} = -1{,}5$ m/s
$v_{y_{CM}} = +2{,}0$ m/s
$v_{CM} = 2{,}5$ m/s

46. d

CAPÍTULO 11

2. $K_t = \frac{\pi R^2}{T}$ e

$K_m = \frac{\pi(1{,}5R)^2}{(2T)} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{K_t < K_m}$

4. 8R   **5.** 28R

7. a) 3,5 dias   b) 2

8. 10 UA   **10.** 64 anos

11. e   **12.** b

13. b   **14.** 9 meses

15. e   **16.** a

17. d

18. a) Igual.
b) A relação apresentada não varia: é a constante de proporcionalidade da Terceira Lei de Kepler.

20. $2{,}7 \times 10^{-6}$ N

21. F ≅ 10 N

23. $1{,}0 \times 10^9$ kg

25. F   **26.** d/2

28. 9d/10   **29.** d/4

30. c   **31.** d   **32.** d

33. a   **34.** b   **35.** a

37. 6×10^3 m/s

38. $8{,}0 \cdot 10^6$ m

39. a) $7{,}1 \cdot 10^3$ s
b) $6{,}3 \cdot 10^3$ N

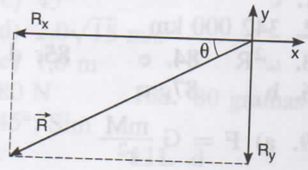
41. a) $7{,}1 \cdot 10^3$ m/s
b) $8{,}9 \cdot 10^{-4}$ rad/s
c) $7{,}1 \cdot 10^3$ s
d) 12

CAPÍTULO 12

2. 1,0 N

4. 4,0 N; direção do eixo x e sentido da esquerda para a direita.

5.



Direção: $\text{tg}\,\theta = \dfrac{1}{3}$

Sentido: figura

Intensidade: 6,3 N

6. d **7.** b **8.** b

9. b **10.** b **11.** d

13. 5,0 N; 8,7 N

15. 100 N; 70 N

17. $T_{AC} = 40$ N;
$T_{BC} = 30$ N;
$T_{CD} = 50$ N

19. 14,3 N; 10 N; 10 N; 45°

20. d **21.** c **22.** d **23.** d

24. d **25.** b **26.** b **27.** c

28. a **29.** a **30.** c **31.** b

32. romperão **33.** c **34.** b

35. 20 N; 10 N

36. a

37. a

38. a

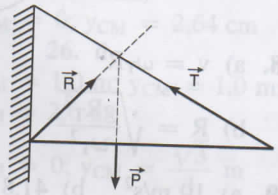
40. Zero; 1,0 N · m (anti-horário); 0,50 N · m (horário).

42. 1,8 N · m

44. −1,2 N · m; 2,0 N · m; sentido anti-horário

47. a) $R_S = 1\,300$ N;
$R_Q = 1\,300$ N
b) $R_S = 1\,200$ N;
$R_Q = 1\,400$ N
c) $R_S = 1\,000$ N;
$R_Q = 1\,600$ N

49. a)



b) 28,6 N d) 40 N
c) 20 N e) 44,7 N

51. a) 400 N
b) 320 N; 240 N
c) 320 N
d) 100 N

52. a **53.** c **54.** a **55.** b

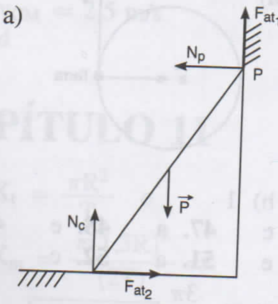
56. b **57.** c **58.** b **59.** d

60. 700 N; 10 m

61. a **62.** b **63.** b **64.** a

65. b **66.** e **67.** c **68.** e

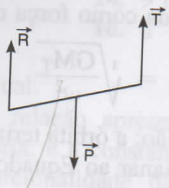
69. a)



b) Sem atrito em P é possível manter a escada estacionária.
N = 400 N; $F_{at} = 150$ N

70. d **71.** d **72.** b

73. a)



b) 10 N

74. e **75.** e

76. a) 0,20 m b) $\dfrac{800}{3}$ N

77. a) $\dfrac{\sqrt{3}\,Mg}{3}$ c) $\dfrac{\sqrt{3}}{6}Mg$
b) $\dfrac{3Mg}{2}$

78. a **79.** c **80.** c

81. Apoio superior: $F'_x = 250$ N
Apoio inferior: $F_x = 250$ N;
$F_y = 600$ N
F'_x e F_x têm sentidos opostos.