Gabarito:

QUESTÃO 01 ==

[C]

O tempo gasto com as digitações foi igual a $30 \cdot 4 = 120$ segundos. Ademais, como ele errou as três primeiras tentativas, teve que esperar $60 + 120 + 240 = 420$ segundos. Portanto, a resposta é $120 + 420 = 540$ segundos.

QUESTÃO 02 ==

[A]

Calculando:

PG $\rightarrow$ 81, 45, 25

$$q = \frac{45}{81} = \frac{5}{9}$$

$$a_5 = 81 \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^4 = \frac{625}{81}$$

QUESTÃO 03 ==

[E]

O número de lados cresce segundo a progressão geométrica $(12, 48, 192, \ldots, 12 \cdot 4^{n-1}, \ldots)$, com n sendo um inteiro positivo. Assim, como queremos calcular o número de lados após 6 iterações, tem-se que a resposta é dada por $12 \cdot 4^{6-1} = 12288$.

QUESTÃO 04 ==

[E]

Segue que a duraçمo de uma mيnima corresponde a $\frac{1}{2}$ da duraçمo de uma semibreve, uma semيnima corresponde a $\frac{1}{2}$ da duraçمo de uma mيnima, ou seja, $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ da duraçمo de uma semibreve, uma colcheia corresponde a $\frac{1}{2}$ da duraçمo de uma semيnima, isto é, $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$ da duraçمo de uma semibreve, e assim sucessivamente, até $\frac{1}{64}.$

A resposta é $\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\frac{1}{16},\frac{1}{32},\frac{1}{64}.$

QUESTÃO 05 ===

[A]

Desde que todos os retângulos têm bases congruentes e de medida igual a $1,$ segue que o resultado é dado por

$$\begin{aligned} f(1)+f(2)+f(3)+\ldots &= 8+4+2+\ldots \\ &= \frac{8}{1-\frac{1}{2}} \\ &= 16. \end{aligned}$$

QUESTÃO 06 ==

[A]

As distâncias percorridas em cada etapa constituem uma progressão geométrica de primeiro termo igual a $\frac{1}{2}$ e razão $\frac{1}{2}.$ Portanto, a distância percorrida após n etapas é dada por

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}=\frac{2^n-1}{2^n}.$$

QUESTÃO 07 ==

[A]

Os comprimentos das faixas constituem uma progressão geométrica infinita, sendo $a_1 = m$ o primeiro termo $q = \frac{2}{3}$ a razão.
Portanto, a soma dos comprimentos de todas as faixas é dada por

$$\lim_{x \to \infty} S_n = \frac{m}{1 - \frac{2}{3}} = 3m.$$

QUESTÃO 08 ==

[A]

A soma pedida é igual a

$$3 \cdot \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots\right) = 3 \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 9.$$

QUESTÃO 09 ==

[E]

Seja C_n o comprimento da trajetória.

Temos

$$C_n = \pi \cdot R + \pi \cdot \frac{R}{2} + \pi \cdot \frac{R}{4} + \dots + \pi \cdot \frac{R}{2^n} + \dots,$$

que corresponde à soma dos termos de uma progressão geométrica infinita.

Portanto,

$$\lim_{n \to \infty} C_n = \frac{\pi \cdot R}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \cdot \pi \cdot R.$$

QUESTÃO 10 ===

[B]

É fácil ver que o número de quadrados pretos que restam após a n-ésima iteração é dado por 8^n. Portanto, após a terceira iteração, o número de quadrados pretos que restam é igual a $8^3 = 512$.