Gabarito

Resposta da questão 1:
[A]

Tem-se que

$$\begin{vmatrix} 3+t & -4 \\ 3 & t-4 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (t+3)(t-4)+12=0$$
$$\Leftrightarrow t(t-1)=0$$
$$\Leftrightarrow t=0 \text{ ou } t=1.$$

Portanto, como $1>0,$ segue que a resposta é $1.$

Resposta da questão 2:
[D]

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = (-1)^{1+1} = 1$$
$$a_{12} = (-1)^{1+2} = -1$$
$$a_{13} = (-1)^{1+3} = 1$$
$$a_{21} = 2-1 = 1$$
$$a_{22} = (-1)^{2+2} = 1$$
$$a_{23} = (-1)^{2+3} = -1$$
$$a_{31} = 3-1 = 2$$
$$a_{32} = 3-2 = 1$$
$$a_{33} = (-1)^{3+3} = 1$$

Então,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

$$\det\left(A^{-1}\right) = \frac{1}{\det A} = \frac{1}{4}$$

Resposta da questão 3:
[B]

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{matrix}$$

Calculando o determinante pela regra de Sarrus, temos:
$0 - b + 2 - 0 - 2b + 1 = 3 \Rightarrow -3b + 3 = 3 \Rightarrow -2b = 0 \Rightarrow b = 0$

Resposta da questão 4:
[C]

De acordo com o Teorema Binet, segue que

$$\begin{aligned} \det(A \cdot B) = 3x &\Leftrightarrow \det A \cdot \det B = 3x \\ &\Leftrightarrow (x-2)\cdot(x+2) = 3x \\ &\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 4. \end{aligned}$$

Portanto, a diferença entre os valores de x, tais que $\det(A \cdot B) = 3x$, pode ser igual a $4 - (-1) = 5$.

Resposta da questão 5:
[D]

Desde que $2 + a = a + b + 1 = b + 4$, temos $a = 3$ e $b = 1$. Logo, vem

$$\begin{aligned} \det A &= \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} \\ &\overset{\text{Chió}}{=} \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 10. \end{aligned}$$

Resposta da questão 6:
[C]

Calculando:

$$\begin{vmatrix} 0 & \log_3 3 & \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} \\ 1 & \log_3 27 & \log_{\frac{1}{3}} 27 \\ 0 & \log_3 81 & \log_3 243 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -3 \\ 0 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 4 - 5 = -1$$

Resposta da questão 7:
[B]

Temos

$$\det A^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ m & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - m \cdot (-1) = m.$$

Logo, pelo Teorema de Binet, segue que

$$\begin{aligned} \det A \cdot \det A^{-1} = 1 &\Leftrightarrow 1 \cdot m = 1 \\ &\Leftrightarrow m = 1. \end{aligned}$$

Resposta da questão 8:
[C]

Reescrevendo a matriz A, tem-se:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & \log_2 8 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & \log_2 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

O determinante da mesma será:

$$\det A = -4 + 12 + 6 + 18 - 16 - 1$$

$$\det A = 15$$

Resposta da questão 9:
[A]

Tem-se que

$$\begin{vmatrix} 1 & \log_2(x) & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & \log_2(x) & 1 \end{vmatrix} = 8 \Leftrightarrow 1 + 6\log_2 x + 6\log_2 x - 9 - 2\log_2 x - 2\log_2 x = 8$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 16.$$

Portanto, a solução real da equação é um número par, composto e que não é múltiplo nem de 3 e nem de 5.

Resposta da questão 10:
[D]

$$A^{-1}BA = D \Rightarrow \det(A^{-1}BA) = \det D$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\det A} \cdot \det B \cdot \det A = \det D$$

$$\Rightarrow \det B = \det D = 2 \cdot 2 - (-1) \cdot 1 = 5$$