CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

ÍNDICE

Determinantes

Propriedades dos Determinantes

→ Determinante de Matriz Transposta:

Se A é uma matriz de ordem "n" e A^t sua transposta, então:

Det. A^t = Det. A

$A_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$

Det. A = 4 x 6 – 7 x 2

Det. A = 24 – 14

Det. A = 10

$A^t_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$

Det. A^t = 4 x 6 – 2 x 7

Det. A^t = 24 – 14

Det. A^t = 10

→ Determinante de uma Matriz com Fila Nula:

Se uma das filas (linha ou coluna) da matriz A for toda nula, então:

Det. A = 0

$A_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 10 & 13 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Det. A = 10 x 0 – 13 x 0

Det. A = 0 – 0

Det. A = 0

→ Determinante de uma matriz cuja fila foi multiplicada por uma constante:

Se multiplicarmos uma fila (linha ou coluna) qualquer da matriz A por um número k, o determinante da nova matriz será k vezes o determinante de A.

Det. A' (k vezes uma fila de A) = k * Det. A

$A_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$

Det. A = 4 x 6 – 2 x 7

Det. A = 24 – 14

Det. A = 10

$A'_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \times 2 \\ \\ \end{array}$

Det. A' = 8 x 6 – 4 x 7

Det. A' = 48 – 28

Det. A' = 20 → Det. A' = 2 Det. A

→ Determinante de uma Matriz multiplicada por uma constante:

Se multiplicarmos uma matriz A de ordem n por um número k, o determinante da nova matriz será o produto de k^n pelo determinante de A.

Det (k.A) = k^n * Det. A

$A_{2\,x\,2} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$

Det. A = 4 x 6 – 7 x 2

Det. A = 24 – 14

Det. A = 10

$3 \text{ x } A_{2\,x\,2} = \begin{bmatrix} 12 & 21 \\ 6 & 18 \end{bmatrix}$

Det. 3A = 12 x 18 – 21 x 6

Det. 3A = 216 – 126

Det. 3A = 90

Det (k.A) = k^n * Det. A

Det (3.A) = 3^2 * 10

Det (3.A) = 9 * 10

Det (3.A) = 90

→ Determinante de uma Matriz com Filas paralelas iguais:

Se uma matriz A de ordem n ≥ 2 tem duas filas paralelas com os elementos respectivamente iguais, então:

Det. A = 0

$A_{2\,x\,2} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$

Det. A = 2 x 7 – 7 x 2

Det. A = 14 – 14

Det. A = 0

→ Determinante de uma Matriz com Filas paralelas proporcionais:

Se uma matriz A de ordem n ≥ 2 tem duas filas paralelas com os elementos respectivamente proporcionais, então:

Det. A = 0

$A_{2\,x\,2} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 12 & 21 \end{bmatrix}$

Det. A = 4 x 21 – 7 x 12

Det. A = 84 – 84

Det. A = 0

→ Determinante de uma Matriz com Troca de filas Paralelas:

Se em uma matriz A de ordem n ≥ 2 trocarmos de posição duas filas paralelas obteremos uma nova matriz B tal que:

Det. A = – Det. B

$A_{2\times2} = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 10 & 13 \end{bmatrix}$

Det. A = 7 x 13 – 4 x 10

Det. A = 91 – 40

Det. A = 51

$B_{2\times2} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 13 & 10 \end{bmatrix}$

Det. B = 4 x 10 – 7 x 13

Det. B = 40 – 91

Det. B = -51

Det. A = – Det. B

Det. A = – (-51)

Det. A = 51

→ Determinante do Produto de Matrizes:

Se A e B são matrizes quadradas de ordem n, então:

Det. (A x B) = Det. A x Det. B

$A_{2\times2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

Det. A = 1 x 3 – 2 x 2

Det. A = 3 – 4

Det. A = -1

$B_{2\times2} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

Det. B = 2 x 4 – 5 x 3

Det. B = 8 – 15

Det. B = -7

$AxB_{2\times2} = \begin{bmatrix} 8 & 13 \\ 13 & 22 \end{bmatrix}$

Det. (AxB) = 8 x 22 – 13 x 13

Det. (AxB) = 176 – 169

Det. (AxB) = 7

Det. (A x B) = Det. A x Det. B

Det. (AxB) = (-1) x (-7)

Det. (AxB) = 7

→ Determinante de uma Matriz Inversa:

Seja B a matriz inversa de A, então a relação entre os determinantes de B e A é dado por:

$$\text{Det}\ (B) = \frac{1}{\text{Det}\ (A)}$$

$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$

Det. A = 2 x 5 – (-1 x -1)

Det. A = 10 – 1

Det. A = 9

$B = A^{-1}{}_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 5/9 & 1/9 \\ 1/9 & 2/9 \end{pmatrix}$

Det. B = 5/9 x 2/9 – (1/9 x 1/9)

Det. B = 10/81 – 1/81

Det. B = 9/81

Det. B = 1/9

$\text{Det. } B = \frac{1}{\text{Det}(A)}$

$\text{Det. } B = 1/9$

EXERCÍCIOS

01. Dadas as matrizes

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$,

Calcule o determinante do produto A.B

a) 8.
b) 12.
c) 9.
d) 15.
e) 6.

02. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ o determinante de A5 é igual a

a) 20.
b) 28.
c) 32
d) 30.
e) 25.

GABARITO

01 - E

02 - C