

Competência(s):
2 e 3

Habilidade(s):
6, 7, 8, 9, 12 e 14

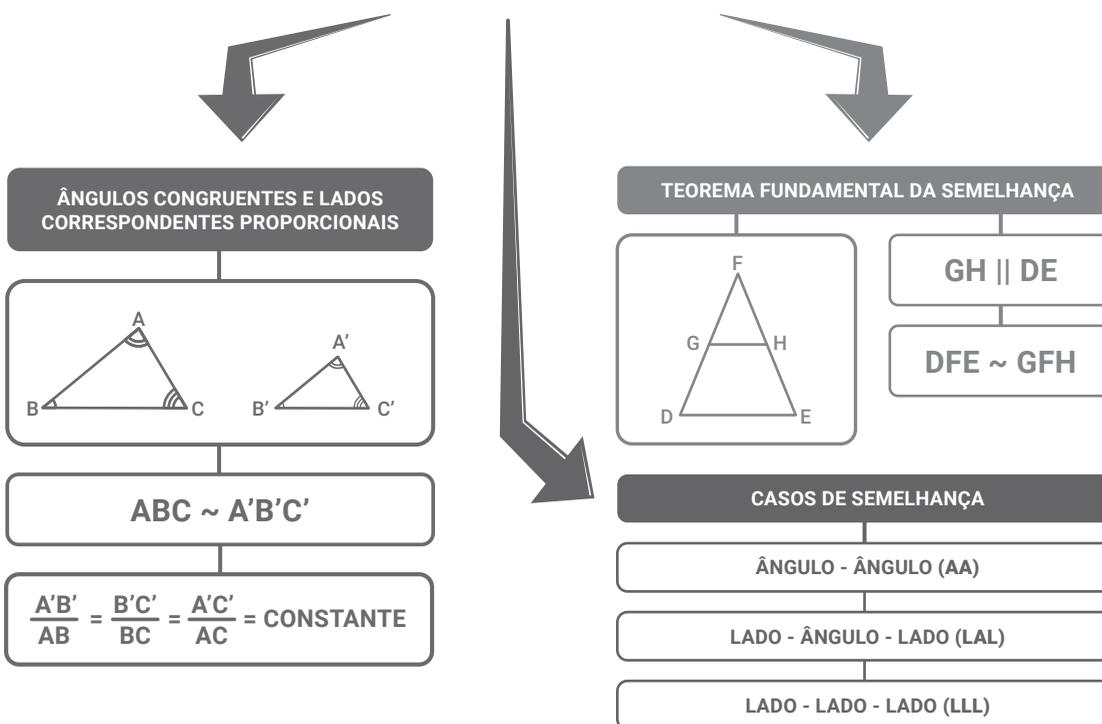
AULAS 9 e 10

VOCÊ DEVE SABER!

- Semelhança de triângulos
- Teorema fundamental da semelhança de triângulos
- Casos de semelhança
- Congruência de triângulos
- Base média de um triângulo
- Potência de ponto

MAPEANDO O SABER

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

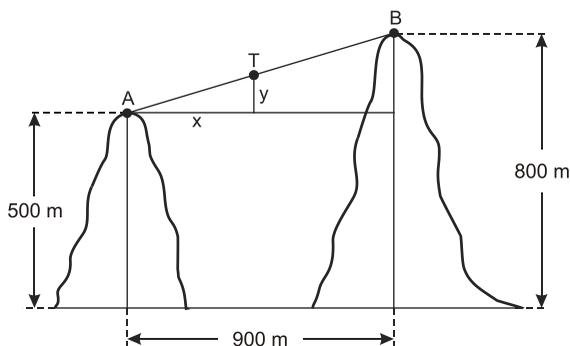


ANOTAÇÕES

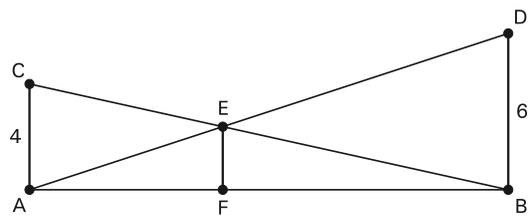


EXERCÍCIOS DE SALA

1. (FUVEST) Um teleférico transporta turistas entre os picos **A** e **B** de dois morros. A altitude do pico **A** é de 500 m, a altitude do pico **B** é de 800 m e a distância entre as retas verticais que passam por **A** e **B** é de 900 m. Na figura, **T** representa o teleférico em um momento de sua ascensão e x e y representam, respectivamente, os deslocamentos horizontal e vertical do teleférico, em metros, até este momento.

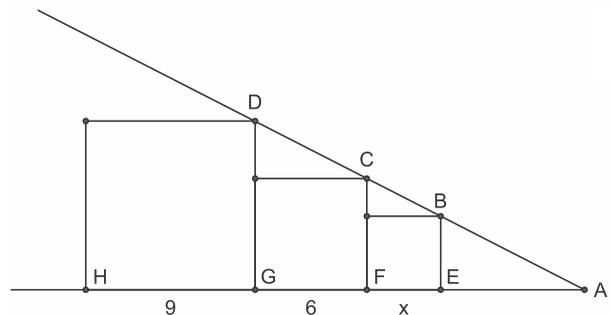


- a) Qual é o deslocamento horizontal do teleférico quando o seu deslocamento vertical é igual a 20 m?
 b) Se o teleférico se desloca com velocidade constante de 1,5 m/s, quanto tempo o teleférico gasta para ir do pico **A** ao pico **B**?
2. (FUVEST) Um marceneiro possui um pedaço de madeira no formato de um triângulo retângulo, cujos catetos medem 12 cm e 35 cm. A partir desta peça, ele precisa extrair o maior quadrado possível, de tal forma que um dos ângulos retos do quadrado coincida com o ângulo reto do triângulo. A medida do lado do quadrado desejado pelo marceneiro está mais próxima de
- a) 8 cm.
 b) 8,5 cm.
 c) 9 cm.
 d) 9,5 cm.
 e) 10 cm.
3. (ENEM) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6 m e 4 m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos **AC** e **BD** e a haste é representada pelo **EF**, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta **AB**. Os segmentos **AD** e **BC** representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste **EF**?

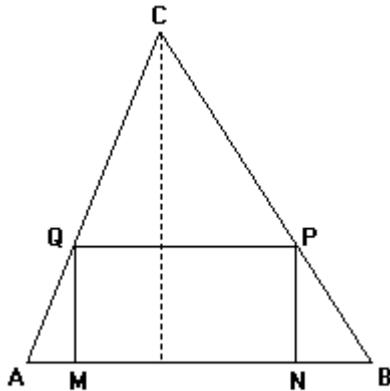
- a) 1 m
 b) 2 m
 c) 2,4 m
 d) 3 m
 e) $2\sqrt{6}$ m
4. (FUVEST) Uma circunferência de raio 3 cm está inscrita no triângulo isósceles **ABC**, no qual $AB = AC$. A altura relativa ao lado **BC** mede 8 cm. O comprimento de **BC** é, portanto, igual a
- a) 24 cm
 b) 13 cm
 c) 12 cm
 d) 9 cm
 e) 7 cm
5. (UFRGS) Na figura abaixo, há três quadrados de lados 9, 6 e x justapostos; os vértices **A**, **B**, **C** e **D** são colineares; os vértices **A**, **E**, **F**, **G** e **H** são colineares.



A soma das áreas dos três quadrados é

- a) 38.
 b) 76.
 c) 126.
 d) 133.
 e) 136.

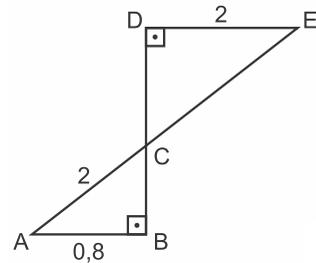
6. (FUVEST) No triângulo acutângulo ABC a base AB mede 4 cm e a altura relativa a essa base também mede 4 cm. MNPQ é um retângulo cujos vértices M e N pertencem ao lado AB, P pertence ao lado BC e Q ao lado AC. O perímetro desse retângulo, em cm, é



- a) 4
- b) 8
- c) 12
- d) 14
- e) 16

ESTUDO INDIVIDUALIZADO (E.I.)

1. (Fear) Os segmentos \overline{AE} e \overline{BD} interceptam-se no ponto C e os pontos B e D são retos, como mostra a figura. Sendo $AB \parallel DE$, a medida de \overline{AE} é



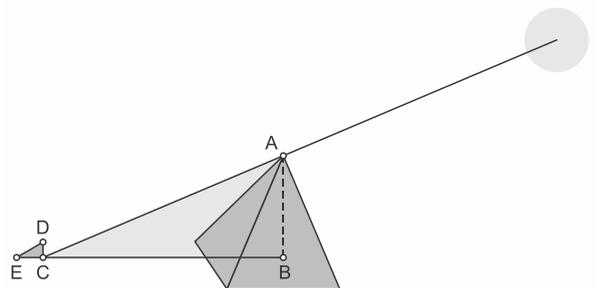
- a) 6
 - b) 7
 - c) 8
 - d) 9
2. (G1 - IFSC) Como foi medida a altura da pirâmide de Quéops? Há duas versões para este fato.

Hicrônimos, discípulo de Aristóteles, diz que Tales mediu o comprimento da sombra da pirâmide no momento em que nossas sombras são iguais a nossa altura, assim medindo a altura da pirâmide.

Plutarco diz que ficando uma vara vertical no extremo da sombra projetada pela pirâmide, construímos à sombra projetada da vara, formando no solo dois triângulos semelhantes.

Notamos que, neste relato, é necessário o conhecimento de teoremas sobre triângulos semelhantes.

Observando o desenho abaixo, a vara colocada no extremo C da sombra da pirâmide forma, com sua sombra, o triângulo DCE que é semelhante ao triângulo ABC.



Fonte da imagem e do texto: <http://www.matematica.br/historia/calpiramide.html>

Sabendo que a altura da vara é de 2 m, a sua sombra projetada é de 3 m e a distância entre B e C é de 210 m, qual é a altura aproximada da pirâmide de Quéops?

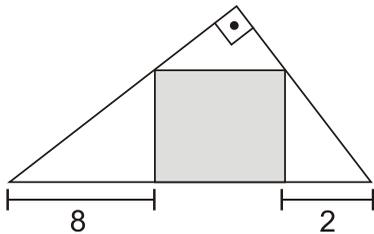
Assinale a alternativa **CORRETA**.

- a) 160 m
- b) 140 m
- c) 150 m
- d) 180 m
- e) 170 m

3. (UPE-SSA 1) Os lados de um triângulo medem, respectivamente, 5 cm, 7 cm e 8 cm. Quais são as respectivas medidas dos lados de um triângulo semelhante a este cujo perímetro mede 0,6 m?

- a) 15 cm, 21 cm e 24 cm
- b) 12 cm, 22 cm e 26 cm
- c) 18 cm, 20 cm e 22 cm
- d) 11 cm, 23 cm e 26 cm
- e) 16 cm, 18 cm e 26 cm

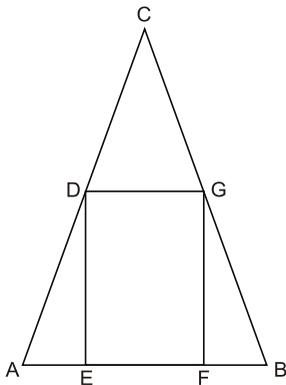
4. (G1 - IFCE)



O valor do lado de um quadrado inscrito em um triângulo retângulo, conforme o esboço mostrado na figura, é

- a) 10.
- b) 8.
- c) 6.
- d) 4.
- e) 2.

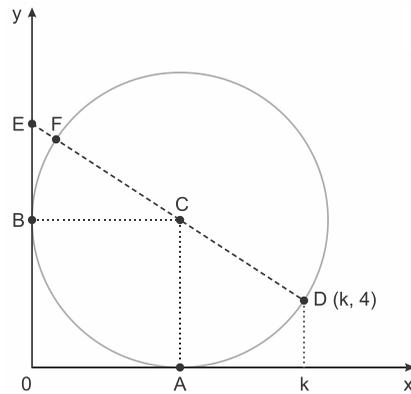
5. (PUCRJ) O retângulo DEFG está inscrito no triângulo isósceles ABC, como na figura abaixo:



Assumindo $\overline{DE} = \overline{GF} = 12$, $\overline{EF} = \overline{DG} = 8$ e $\overline{AB} = 15$, a altura do triângulo ABC é:

- a) $\frac{35}{4}$
- b) $\frac{150}{7}$
- c) $\frac{90}{7}$
- d) $\frac{180}{7}$
- e) $\frac{28}{5}$

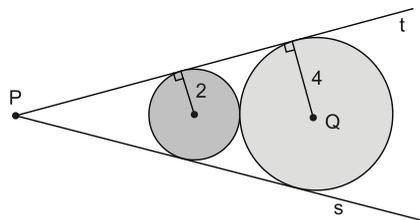
6. (PUCSP) Considere uma circunferência tangente aos eixos ortogonais cartesianos nos pontos A e B, com 10 cm de raio, conforme mostra a figura.



Sabendo que os pontos E, F, C, D (k, 4) estão alinhados, a medida do segmento \overline{EF} é

- a) 1,0 cm
- b) 1,5 cm
- c) 2,0 cm
- d) 2,5 cm

7. (UFRGS) Observe os discos de raios 2 e 4, tangentes entre si e às semirretas s e t, representados na figura abaixo.



A distância entre os pontos P e Q é

- a) 9.
- b) 10.
- c) 11.
- d) 12.
- e) 13.

8. (G1 - IFCE) O triângulo ABC é retângulo em A e tem catetos medindo 12 cm e 24 cm. Os pontos D, E e F são tomados em AB, BC e AC, respectivamente, de tal forma que ADEF é um quadrado. A área desse quadrado, em cm^2 , vale

- a) 25.
- b) 49.
- c) 36.
- d) 64.
- e) 81.

9. (UECE) Se dois círculos cujas medidas dos raios são respectivamente u e v com $u < v$ são tangentes exteriormente no ponto P e se estes círculos também tangenciam os lados de um ângulo com vértice no ponto M, então, o comprimento do segmento MP é

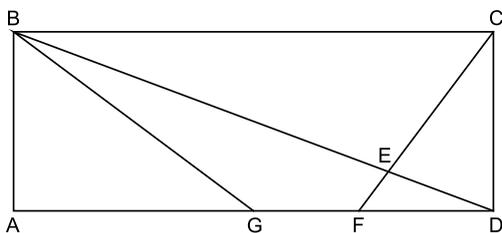
- a) $\frac{2u+v}{v-u}$.
- b) $\frac{2uv}{v-u}$.
- c) $\frac{uv}{v-u}$.
- d) $\frac{2(u+v)}{v-u}$.

10. (FMP) Os lados de um triângulo medem 13 cm, 14 cm e 15 cm, e sua área mede 84 cm^2 . Considere um segundo triângulo, semelhante ao primeiro, cuja área mede 336 cm^2 .

A medida do perímetro do segundo triângulo, em centímetros, é

- a) 42
- b) 84
- c) 126
- d) 168
- e) 336

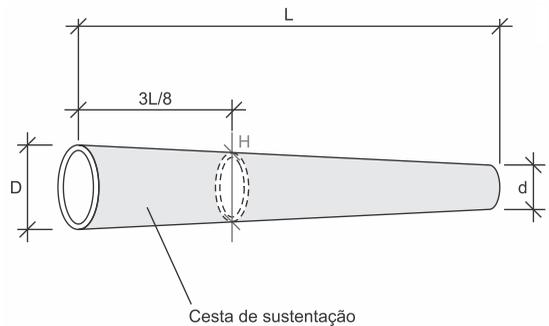
11. (UFMS) Na figura a seguir, há um retângulo ABCD, e os triângulos $\triangle ABG$ e $\triangle DFC$ são semelhantes. O ângulo $\widehat{CBG} = 37^\circ$.



Ao prolongar os segmentos de reta \overline{BG} e \overline{CF} , o ângulo formado pelo cruzamento dos segmentos é:

- a) 37°
- b) 53°
- c) 90°
- d) 127°
- e) 143°

12. (Unesp) O indicador de direção do vento, também conhecido como biruta, é item obrigatório em todo heliponto. Suas dimensões devem estar em conformidade com a figura e com a tabela apresentadas na sequência, retiradas do Regulamento Brasileiro da Aviação Civil.



Dimensões	Heliponto elevado (cm)	Heliponto ao nível do solo (cm)
L	120	240
D	30	60
d	15	30

(Agência Nacional de Aviação Civil. RBAC nº 155, 25.05.2018. Adaptado.)

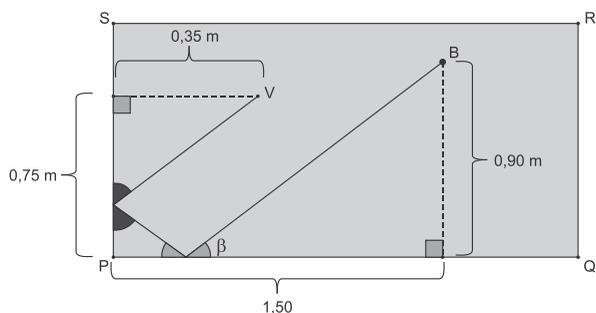
A fabricação da cesta de sustentação é baseada nos valores de D , L e H e considera que a figura corresponde a um tronco de cone reto, cujas circunferências de diâmetros D , H e d são paralelas. No caso de o heliponto estar ao nível do solo, o valor de H é igual a

- a) 52,50 cm.
- b) 41,25 cm.
- c) 48,75 cm.
- d) 37,50 cm.
- e) 45,00 cm.

13. (G1 - cmrj) Dado que a bissetriz do ângulo \widehat{ACB} é o lugar geométrico dos pontos que equidistam das semirretas \overline{CA} e \overline{CB} e, portanto, divide o ângulo em dois ângulos congruentes, considere um triângulo ABC isósceles com $AB = AC = 1 \text{ cm}$ e $\widehat{A} = 36^\circ$. Se $D \in \overline{AB}$ de forma que \overline{CD} seja a bissetriz do ângulo \widehat{C} , então a medida BC é

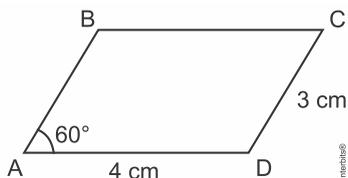
- a) $\frac{\sqrt{5}-1}{2} \text{ cm}$
- b) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$
- c) $\frac{2-\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$
- d) $\frac{2+\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$
- e) $\frac{2-\sqrt{5}}{2} \text{ cm}$

14. (G1 - CMRJ) O retângulo PQRS é a representação de uma mesa de sinuca. O objetivo é alcançar a bola verde, representada pelo ponto V, com a bola branca, representada pelo ponto B. Sabe-se que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, como destacado na figura abaixo.



Qual o valor da tangente do ângulo β ?

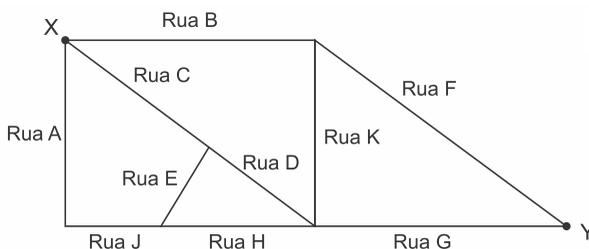
- a) $32/37$
 b) $33/37$
 c) $36/37$
 d) $32/35$
 e) $33/35$
15. (G1 - COL. NAVAL) Analise a figura a seguir.



Essa figura representa o paralelogramo ABCD, cujas medidas dos lados são $AB = CD = 3$ cm, $BC = AD = 4$ cm e $\hat{A} = 60^\circ$. Do vértice D traça-se a altura DH relativa ao lado AB, que encontra a diagonal AC no ponto I. Determine, em cm, a medida DI e marque a opção correta.

- a) $\frac{6\sqrt{3}}{5}$
 b) $\frac{7}{3}$
 c) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
 d) $\frac{9}{5}$
 e) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

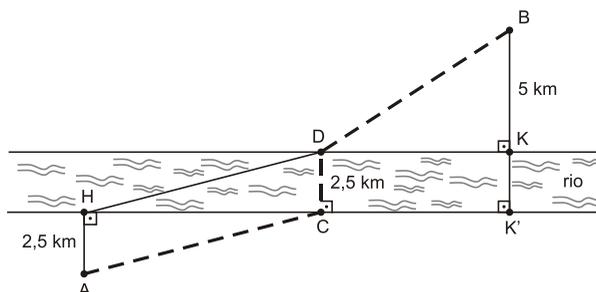
16. (UFJF-PISM 1) Um estudante da UFJF usou um site para obter rotas para ir de um ponto X até um ponto Y. O site forneceu um mapa das ruas como na figura abaixo.



Após analisar o mapa ele percebeu que cada uma das ruas A, B, K são lados de um retângulo e as ruas J e H formam outro lado desse mesmo retângulo. Enquanto cada uma das ruas B, F e G são lados de um paralelogramo e as ruas C e D formam outro lado desse mesmo paralelogramo. Além disso, o aluno identificou que a rua E intercepta as ruas C e D em 90° , e que na escala usada pelo mapa a rua G mede 8 e as ruas E e J medem 3 cada.

- a) Determine o comprimento da rua C e da rua K.
 b) Determine, justificando, o caminho mais curto (ou os caminhos mais curtos) para percorrer o trajeto do ponto X até o ponto Y.

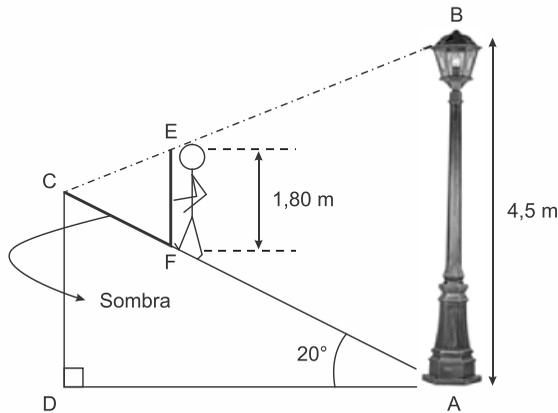
17. (UFSC) Duas cidades, marcadas no desenho abaixo como A e B, estão nas margens retilíneas e opostas de um rio, cuja largura é constante e igual a 2,5 km, e a distâncias de 2,5 km e de 5 km, respectivamente, de cada uma das suas margens. Deseja-se construir uma estrada de A até B que, por razões de economia de orçamento, deve cruzar o rio por uma ponte de comprimento mínimo, ou seja, perpendicular às margens do rio. As regiões em cada lado do rio e até as cidades são planas e disponíveis para a obra da estrada. Uma possível planta de tal estrada está esboçada na figura abaixo em linha pontilhada:



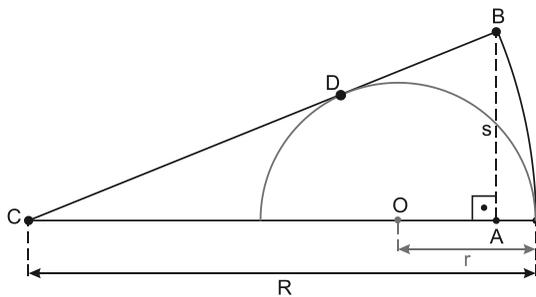
Considere que, na figura, o segmento HD é paralelo a AC e a distância $HK' = 18$ km.

Calcule a que distância, em quilômetros, deverá estar a cabeceira da ponte na margem do lado da cidade B (ou seja, o ponto D) do ponto K, de modo que o percurso total da cidade A até a cidade B tenha comprimento mínimo.

18. (G1 - CP2) Um homem de 1,8 metros de altura sobe uma ladeira com inclinação de 20° e sustentada por um barranco de extremos C e D, conforme mostra a figura abaixo. No ponto A, está um poste que mede 4,5 metros de altura, com uma lâmpada no ponto B. Considere que os segmentos de medidas AB, EF e CD são paralelos e ainda: $\text{sen}20^\circ = 0,34$; $\text{cos}20^\circ = 0,94$ e $\text{tg}20^\circ = 0,36$.

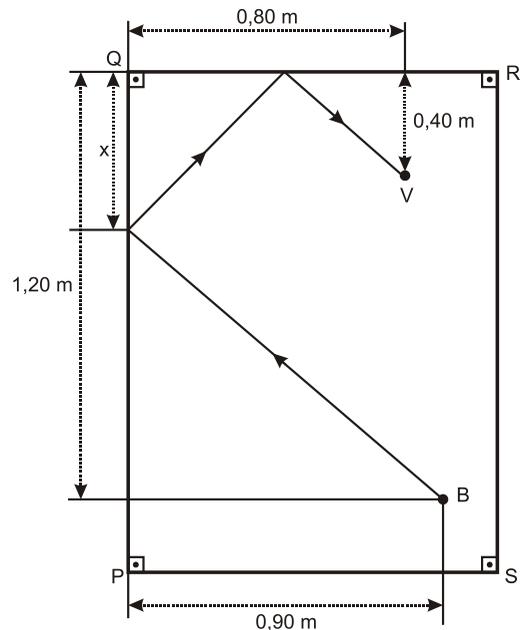


- a) Determine o comprimento da sombra do homem, representada pelo segmento de extremos C e F, depois que ele percorreu 3 metros sobre a ladeira.
 b) Qual a distância entre o poste e o barranco que sustenta a ladeira?
19. (UNESP) Uma semicircunferência de centro O e raio r está inscrita em um setor circular de centro C e raio R, conforme a figura.



O ponto D é de tangência de \overline{BC} com a semicircunferência. Se $\overline{AB} = s$, demonstre que $R \cdot s = R \cdot r + r \cdot s$.

20. (FUVEST) Em uma mesa de bilhar, coloca-se uma bola branca na posição B e uma bola vermelha na posição V, conforme o esquema a seguir.



Deve-se jogar a bola branca de modo que ela siga a trajetória indicada na figura e atinja a bola vermelha. Assumindo que, em cada colisão da bola branca com uma das bordas da mesa, os ângulos de incidência e de reflexão são iguais, a que distância x do vértice Q deve-se jogar a bola branca?

Resolvendo, temos:

$$x = \frac{6}{17}$$

