Exercícios de Matemática
Análise Combinatória - Arranjo

1. (Fuvest-gv 91) As atuais placas de licenciamento de automóveis constam de sete símbolos sendo três letras, dentre as 26 do alfabeto, seguidas de quatro algarismos.
a) Quantas placas distintas podemos ter sem o algarismo zero na primeira posição reservada aos algarismos?
b) No conjunto de todas as placas distintas possíveis, qual a porcentagem daquelas que têm as duas primeiras letras iguais?

2. (Unesp 92) Determinar quantos são os números de três algarismos, múltiplos de 5, cujos algarismos das centenas pertencem a {1,2,3,4} e os demais algarismos a {0,5,6,7,8,9}.

3. (Cesgranrio 95) Durante a Copa do Mundo, que foi disputada por 24 países, as tampinhas de Coca-Cola traziam palpites sobre os países que se classificariam nos três primeiros lugares (por exemplo: 1Ž lugar, Brasil; 2Ž lugar, Nigéria; 3Ž lugar, Holanda).
Se, em cada tampinha, os três países são distintos, quantas tampinhas diferentes poderiam existir?
a) 69
b) 2024
c) 9562
d) 12144
e) 13824

4. (Ufmg 94) Considere formados e dispostos em ordem crescente todos os números que se obtêm permutando os algarismos 1, 3, 5, 7 e 9. O número 75391 ocupa, nessa disposição, o lugar
a) 21Ž
b) 64Ž
c) 88Ž
d) 92Ž
e) 120Ž

5. (Ufmg 95) Duas das cinqüenta cadeiras de uma sala serão ocupadas por dois alunos. O número de maneiras distintas possíveis que esses alunos terão para escolher duas das cinqüenta cadeiras, para ocupá-las, é
a) 1225
b) 2450
c) 2^{50}
d) 49!
e) 50!

6. (Ufc 96) Atualmente, as placas dos veículos são formadas por três letras seguidas de quatro algarismos. Considerando estas informações, calcule o número de placas distintas que podem ser fabricadas, iniciadas pelas letras HUI, nesta ordem, e cujo último algarismo seja ímpar.

7. (Ufba 96) Com os dígitos 1, 2, 3, 4, 6 e 8, podem-se formar x números ímpares, com três algarismos distintos cada um. Determine x.

8. (Fgv 95) Uma pessoa vai retirar dinheiro num caixa eletrônico de um banco mas, na hora de digitar a senha, esquece-se do número. Ela lembra que o número tem 5 algarismos, começa com 6, não tem algarismos repetidos e tem o algarismo 7 em alguma posição. O número máximo de tentativas para acertar a senha é
a) 1 680
b) 1 344
c) 720
d) 224
e) 136

9. (Cesgranrio 93) Em um tabuleiro com 6 linhas e 9 colunas, 32 casas estão ocupadas. Podemos afirmar que:
a) todas as colunas têm pelo menos 3 casas ocupadas.
b) nenhuma coluna tem mais de 3 casas ocupadas.
c) alguma coluna não tem casas ocupadas.
d) alguma linha tem pelo menos 6 casas ocupadas.
e) todas as linhas têm pelo menos 4 casas ocupadas.

10. (Faap 97) Quantas motos podem ser licenciadas se cada placa tiver 2 vogais (podendo haver vogais repetidas) e 3 algarismos distintos?
a) 25.000
b) 120
c) 120.000
d) 18.000
e) 32.000

11. (Ufmg 97) O número de múltiplos de 10, compreendidos entre 100 e 9999 e com todos os algarismos distintos, é:
a) 250
b) 321
c) 504
d) 576

12. (Unesp 98) Considere o conjunto A dos múltiplos inteiros de 5, entre 100 e 1000, formados de algarismos distintos. Seja B o subconjunto de A formado pelos números cuja soma dos valores de seus algarismos é 9. Então, a soma do menor número ímpar de B com o maior número par de B é:
a) 835.
b) 855.
c) 915.
d) 925.
e) 945.

13. (Ufrs 97) O número de múltiplos de três, com quatro algarismos distintos, escolhidos entre 3, 4, 6, 8 e 9 é
a) 24
b) 36
c) 48
d) 72
e) 96

14. (Mackenzie 98) Os números pares com 4 algarismos distintos, que podemos obter com os elementos do conjunto {0; 3; 4; 5; 6; 7; 8}, são em número de:
a) 6^3
b) 420
c) 5.6^2
d) 5.4^3
e) 380

15. (Unicamp 99) Um torneio de futebol foi disputado por quatro equipes em dois turnos, isto é, cada equipe jogou duas vezes com cada uma das outras. Pelo regulamento do torneio, para cada vitória são atribuídos 3 pontos ao vencedor e nenhum ponto ao perdedor. No caso de empate, um ponto para cada equipe. A classificação final no torneio foi a seguinte:

Classificação	Equipe	Número de pontos
1° lugar	A	13
2° lugar	B	11
3° lugar	C	5
4° lugar	D	3

a) Quantas partidas foram disputadas em todo o torneio?
b) Quantos foram os empates?
c) Construa uma tabela que mostre o número de vitórias, de empates e de derrotas de cada uma das quatro equipes.

16. (Puccamp 96) Usando os algarismos 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 9, sem repetição, quantos números pares de três algarismos e maiores que 234 pode-se formar?
a) 110
b) 119
c) 125
d) 129
e) 132

17. (Ufrs 96) Quantos números inteiros positivos, com 3 algarismos significativos distintos, são múltiplos de 5?
a) 128
b) 136
c) 144
d) 162
e) 648

18. (Uerj 99) Ana dispunha de papéis com cores diferentes. Para enfeitar sua loja, cortou fitas desses papéis e embalou 30 caixinhas de modo a não usar a mesma cor no papel e na fita, em nenhuma das 30 embalagens.
A menor quantidade de cores diferentes que ela necessitou utilizar para a confecção de todas as embalagens foi igual a:
a) 30
b) 18
c) 6
d) 3

19. (Ufes 99) Quantos são os números naturais de cinco algarismos, na base 10, que têm todos os algarismos distintos e nenhum deles igual a 8, 9 ou 0? Quantos deles são pares?

20. (Mackenzie 99) Uma prova de atletismo é disputada por 9 atletas, dos quais apenas 4 são brasileiros. Os resultados possíveis para a prova, de modo que pelo menos um brasileiro fique numa das três primeiras colocações, são em número de:
a) 426
b) 444
c) 468
d) 480
e) 504

21. (Unioeste 99) Quatro amigos vão ao cinema e escolhem, para sentar-se, uma fila em que há seis lugares disponíveis. Sendo n o número de maneiras como poderão sentar-se, o valor de n/5 é igual a:

22. (Uerj 2000) Um restaurante self-service cobra pela refeição R$ 6,00, por pessoa, mais uma multa pela comida deixada no prato, de acordo com a tabela.

INTERVALO DO DESPERDÍCIO (em gramas)	MULTA (em reais)
[0 , 100 [	0
[100 , 200 [	1
[200 , 300 [	2
[300 , 400 [	3

a) Se Júlia pagou R$ 9,00 por uma refeição, indique a quantidade mínima de comida que ela pode ter desperdiçado.

b) Y é o valor total pago em reais, por pessoa, e $X \in \mathbb{R}$ é a quantidade desperdiçada, em gramas.
Esboce o gráfico de Y em função de X.

23. (Ufc 2001) Assinale a alternativa na qual consta a quantidade de números inteiros formados por três algarismos distintos, escolhidos dentre 1, 3, 5, 7 e 9, e que são maiores que 200 e menores que 800.
a) 30
b) 36
c) 42
d) 48
e) 54

24. (Ufpe 2001) Suponha que existam 20 diferentes tipos de aminoácidos. Qual dos valores abaixo mais se aproxima do número de agrupamentos ordenados, formados de 200 aminoácidos, que podem ser obtidos?

Dado: Use a aproximação: $\log_{10} 2 \approx 0,30$.

a) 10^{220}
b) 10^{230}
c) 10^{240}
d) 10^{250}
e) 10^{260}

25. (Unicamp 2001) O sistema de numeração na base 10 utiliza, normalmente, os dígitos de 0 a 9 para representar os números naturais, sendo que o zero não é aceito como o primeiro algarismo da esquerda. Pergunta-se:

a) Quantos são os números naturais de cinco algarismos formados por cinco dígitos diferentes?

b) Escolhendo-se ao acaso um desses números do item a, qual a probabilidade de que seus cinco algarismos estejam em ordem crescente?

26. (Ufal 2000) Quantos números pares de quatro algarismos distintos podem ser formados com os elementos do conjunto A={0,1,2,3,4}?
a) 60
b) 48
c) 36
d) 24
e) 18

27. (Ufrn 2000) Em virtude de uma crise financeira, uma fábrica dispõe de apenas quatro vigilantes para ocuparem sete postos de vigilância.
Considerando que, em cada posto, fica, no máximo, um vigilante e que o posto da entrada principal não pode ficar desguarnecido, indique a opção correspondente ao número de maneiras distintas de que o chefe de segurança pode dispor para distribuir os vigilantes.
Obs.: Duas maneiras são ditas idênticas se, em ambas, os vigilantes ocupam os mesmos postos e cada posto é ocupado pelo mesmo vigilante; caso contrário, são ditas distintas.
a) 35
b) 80
c) 480
d) 840

28. (Fatec 2000) Uma pessoa escreveu todos os anagramas da sigla FATEC, cada em um pedacinho de papel, e colocou-os em um recipiente vazio. Retirando-se um desses papéis do recipiente, ao acaso, a probabilidade de que o anagrama nele escrito tenha as duas vogais juntas é
a) 7/10
b) 3/10
c) 2/5
d) 3/5
e) 1/2

29. (Ufsm 2002) Para ter acesso a uma sala reservada, cada usuário recebe um cartão de identificação com 4 listras coloridas, de modo que qualquer cartão deve diferir de todos os outros pela natureza das cores ou pela ordem das mesmas nas listras. Operando com 5 cores distintas e observando que listras vizinhas não tenham a mesma cor, quantos usuários podem ser identificados?
a) 10
b) 20
c) 120
d) 320
e) 625

30. (Enem 2002) O código de barras, contido na maior parte dos produtos industrializados, consiste num conjunto de várias barras que podem estar preenchidas com cor escura ou não. Quando um leitor óptico passa sobre essas barras, a leitura de uma barra clara é convertida no número 0 e a de uma barra escura, no número 1. Observe a seguir um exemplo simplificado de um código em um sistema de código com 20 barras.

Se o leitor óptico for passado da esquerda para a direita irá ler: 01011010111010110001

Se o leitor óptico for passado da direita para a esquerda irá ler: 10001101011101011010

No sistema de código de barras, para se organizar o processo de leitura óptica de cada código, deve-se levar em consideração que alguns códigos podem ter leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, como o código 00000000111100000000, no sistema descrito acima. Em um sistema de códigos que utilize apenas cinco barras, a quantidade de códigos com leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, desconsiderando-se todas as barras claras ou todas as escuras, é

a) 14.
b) 12.
c) 8.
d) 6.
e) 4.

31. (Uerj 2003) Numa cidade, os números telefônicos não podem começar por zero e têm oito algarismos, dos quais os quatro primeiros constituem o prefixo. Considere que os quatro últimos dígitos de todas as farmácias são 0000 e que o prefixo da farmácia Vivavida é formado pelos dígitos 2, 4, 5 e 6, não repetidos e não necessariamente nesta ordem.
O número máximo de tentativas a serem feitas para identificar o número telefônico completo dessa farmácia equivale a:

a) 6
b) 24
c) 64
d) 168

32. (Ufsc 2003) Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

(01) A solução da equação (x+3)!+(x+2)!=8.(x+1)! é 0 (zero).

(02) A solução da equação A(x, 3) = 4 . A(x, 2) é 6.

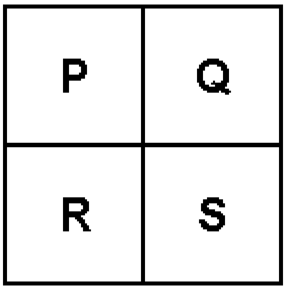
(04) No desenvolvimento do binômio $(2x - 1)^6$, o termo independente de x é 1.

(08) O número de anagramas que podemos formar com as letras da palavra BRASIL, que começam com B e terminam com L, é 24.

(16) Um time de futebol de salão é formado por 5 jogadores. Dispondo de 8 jogadores, podemos formar 64 times de futebol de salão.

Soma (   )

33. (Unesp 2003) Dispomos de 4 cores distintas e temos que colorir o mapa mostrado na figura com os países P, Q, R e S, de modo que países cuja fronteira é uma linha não podem ser coloridos com a mesma cor.



Responda, justificando sua resposta, de quantas maneiras é possível colorir o mapa, se:
a) os países P e S forem coloridos com cores distintas?
b) os países P e S forem coloridos com a mesma cor?

34. (Ufpr 2003) O mapa a seguir representa as regiões em que está dividido o Brasil. Cada região do mapa deve ser colorida de modo que regiões com uma fronteira comum tenham cores distintas (por exemplo, as regiões Sul e Sudeste devem ter cores diferentes, enquanto as regiões Sul e Nordeste podem ter a mesma cor). Tendo como base essa condição, é correto afirmar:

(01) Três cores diferentes são suficientes para colorir o mapa.
(02) Estando disponíveis cinco cores, existem 5x4x3x2 modos diferentes de colorir o mapa se, em cada um desses modos, forem aplicadas as 5 cores.
(04) Estando disponíveis cinco cores, e colorindo-se as regiões Nordeste e Sul com a mesma cor, existem somente 4x3x3 modos diferentes de colorir o mapa.
(08) Estando disponíveis cinco cores, e colorindo-se as regiões Nordeste e Sul com a mesma cor, assim como as regiões Norte e Sudeste, existem 5x4x3 modos diferentes de colorir o mapa.

Soma (   )

35. (Cesgranrio 2002) Um brinquedo comum em parques de diversões é o "bicho-da-seda", que consiste em um carro com cinco bancos para duas pessoas cada e que descreve sobre trilhos, em alta velocidade, uma trajetória circular. Suponha que haja cinco adultos, cada um deles acompanhado de uma criança, e que, em cada banco do carro, devam acomodar-se uma criança e o seu responsável.
De quantos modos podem as dez pessoas ocupar os cinco bancos?
a) 14 400
b) 3 840
c) 1 680
d) 240
e) 120

36. (Pucmg 2003) Um bufê produz 6 tipos de salgadinhos e 3 tipos de doces para oferecer em festas de aniversário. Se em certa festa devem ser servidos 3 tipos desses salgados e 2 tipos desses doces, o bufê tem x maneiras diferentes de organizar esse serviço. O valor de x é:
a) 180
b) 360
c) 440
d) 720

37. (Ufsm 2003) A reforma agrária ainda é um ponto crucial para se estabelecer uma melhor distribuição de renda no Brasil. Uma comunidade de sem-terra, após se alojar numa fazenda comprovadamente improdutiva, recebe informação de que o INCRA irá receber uma comissão para negociações. Em assembléia democrática, os sem-terra decidem que tal comissão será composta por um presidente geral, um porta-voz que repassará as notícias à comunidade e aos representantes e um agente que cuidará da parte burocrática das negociações. Além desses com cargos específicos, participarão dessa comissão mais 6 conselheiros que auxiliarão indistintamente em todas as fases da negociação.
Se, dentre toda a comunidade, apenas 15 pessoas forem consideradas aptas aos cargos, o número de comissões distintas que poderão ser formadas com essas 15 pessoas é obtido pelo produto
a) $13.\ 11.\ 7.\ 5^2.\ 3^2.\ 2^4$
b) $13.\ 11.\ 7.\ 5.\ 3.\ 2$
c) $13.\ 11.\ 7^2.\ 5^2.\ 3^3.\ 2^6$
d) $13.\ 7^2.\ 5^2.\ 3^3.\ 2^6$
e) $13.\ 11.\ 7^2.\ 5.\ 3^2.\ 2^3$

38. (Uel 2003) Sejam os conjuntos A = {1,2,3} e B = {0,1,2,3,4}. O total de funções injetoras de A para B é:
a) 10
b) 15
c) 60
d) 120
e) 125

39. (Unesp 2003) O conselho administrativo de um sindicato é constituído por doze pessoas, das quais uma é o presidente deste conselho. A diretoria do sindicato tem quatro cargos a serem preenchidos por membros do conselho, sendo que o presidente da diretoria e do conselho não devem ser a mesma pessoa. De quantas maneiras diferentes esta diretoria poderá ser formada?
a) 40.
b) 7920.
c) 10890.
d) 11!.
e) 12!.

40. (Pucsp 2006) A região denominada Amazônia Legal, com 5 milhões de km^2, cobre 60% da área do território nacional, abrangendo Amazonas, Acre, Amapá, oeste do Maranhão, Mato Grosso, Rondônia, Pará, Roraima e Tocantins. (Figura 1). Nessa região está a Floresta Amazônica que já há algum tempo vem sendo devastada. Se por um lado não se tem evitado a progressiva diminuição da floresta, por outro, pelo menos, nunca foi possível medir a devastação com tanta precisão, devido às imagens captadas por satélites.

Parte do monitoramento da devastação é feita por meio dos dados enviados pelos satélites Landsat e CBERS-2 ao INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) onde os cientistas produzem boletins diários, identificando os locais e as características dos desmatamentos mais recentes. Esses satélites giram ao redor da Terra em uma órbita praticamente polar e circular (Figura 2), de maneira que a combinação sincronizada entre as velocidades do satélite e da rotação da Terra torna possível "mapear" todo o planeta após certo número de dias.

Dependendo do satélite, a faixa de território que ele consegue observar pode ser mais larga ou mais estreita (Figura 3). O satélite Landsat "varre" todo o planeta a cada 16 dias, completando uma volta em torno da Terra em aproximadamente 100 minutos. O CBERS-2, que também tem período de revolução de 100 minutos, observa uma faixa mais larga que a observada pelo Landsat e consegue "varrer" todo o planeta em apenas 5 dias. (Fonte: www.inpe.br)

Dados:

Constante da gravitação universal: $G = 6,0 \times 10^{-11}$ (S.I.)

Massa da Terra: $M(T) = 6,0 \times 10^{24}$ kg

Raio da Terra: $R(T) = 6200$ km $= 6,2 \times 10^6$ m

Período de rotação da Terra em torno de seu eixo: T = 24 h

$\pi = 3$

a) Apenas 25% da superfície terrestre estão acima do nível dos oceanos. Com base nisso, calcule a relação porcentual entre a área da Amazônia Legal e a área da superfície terrestre que não está coberta pela água dos oceanos.

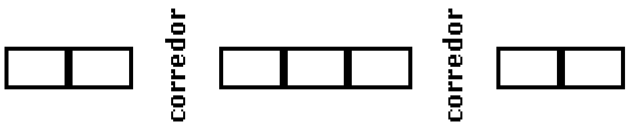
b) Considere duas voltas consecutivas do satélite CBERS-2 em torno da Terra. Na primeira volta, ao cruzar a linha do Equador, fotografa um ponto A. Na volta seguinte, ao cruzar novamente a linha do Equador, fotografa um ponto B (Figura 4). Calcule, em km, o comprimento do arco AB.

c) Desenhe em escala o gráfico da velocidade V de um satélite em função do raio R de sua órbita ao redor da Terra, assinalando no gráfico:

- um ponto qualquer (R▯, V▯).

- três outros pontos de abscissas , R▯/4, 4R▯ e 16R▯.

41. (Mackenzie 2003) Num avião, uma fila tem 7 poltronas dispostas como na figura abaixo.



Os modos de João e Maria ocuparem duas poltronas dessa fila, de modo que não haja um corredor entre eles, são em número de:

a) 6

b) 7

c) 8

d) 10

e) 12

42. (Ufpi 2000) Escrevendo-se em ordem decrescente todos os números de cinco algarismos distintos formados pelos algarismos 3, 5, 7, 8 e 9, a ordem do número 75389 é:

a) 54

b) 67

c) 66

d) 55

e) 56

43. (Ita 2001) Sabendo que é de 1024 a soma dos coeficientes do polinômio em x e y, obtido pelo desenvolvimento do binômio $(x+y)^n$, temos que o número de arranjos sem repetição de n elementos, tomados 2 a 2, é:

a) 80

b) 90

c) 70

d) 100

e) 60

GABARITO

1. a) 158184000
b) 1/26 ≈ 3,85 %

2. 48

3. [D]

4. [C]

5. [B]

6. 5000

7. x = 40

8. [B]

9. [D]

10. [D]

11. [D]

12. [E]

13. [D]

14. [B]

15. a) 12
b) 4
c) Observe a figura a seguir

Equipe	Vitórias	Empates	Derrotas
A	4	1	1
B	3	2	1
C	1	2	3
D	0	3	3

16. [B]

17. [B]

18. [C]

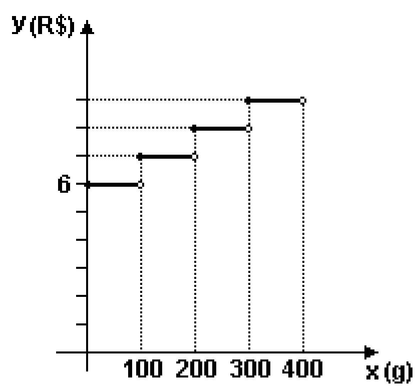
19. 2520 números e 1080 números pares

20. [B]

21. 72

22. a) 3 reais
Desperdício mínimo = 300g

b) Observe a figura a seguir:



23. [B]

24. [E]

25. a) 27.216

b) 1/216

26. [A]

27. [C]

28. [C]

29. [D]

30. [D]

31. [B]

32. 01 + 02 + 04 + 08 = 15

33. a) 48 maneiras
b) 36 maneiras

34. 01 + 02 + 08 = 11

35. [B]

36. [D]

37. [E]

38. [C]

39. [C]

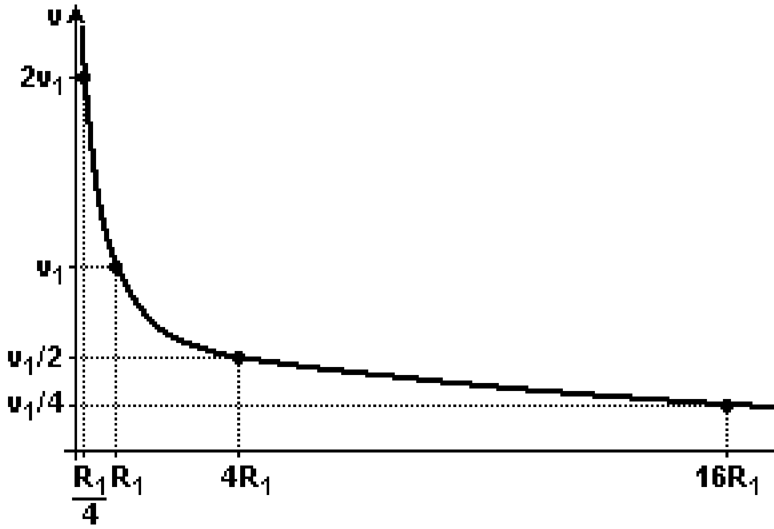
40. a) 1) A área da superfície terrestre, em km^2, é
$4\pi\ R^2 = 4 . 3 . (6200)^2 = 46128 . 10^4$

2) A área da superfície terrestre que está acima dos níveis oceânicos, em km^2, é
$25\% . 46128 . 10^4 = 11532 . 10^4$

3) A relação porcentual entre a área da Amazônia Legal e a área da superfície terrestre que não está coberta pela água dos oceanos é
$(5 . 10^6\ km^2)/(11532 . 10^4\ km^2) = 500/11532 \approx$
$\approx 0,0433 = 4,33\%$

b) No intervalo de tempo
$\Delta t = 100min = 100 . 60s = 6,0 . 10^3 s$, um ponto na linha do equador na superfície terrestre percorre uma distância Δs dada por:
$\Delta s = V \Delta t = \omega\ R \Delta t$
$\Delta s = 2\pi /T . R . \Delta t$
$\Delta s = [6/(8,6 . 10^4)] . 6,2 . 10^6 . 6,0 . 10^3$ (m)
$\Delta s \approx 26 . 10^5$ m
$\Delta s \approx 2,6 . 10^3$ km

c) F(cp) = F(grav)
$m V^2/R = G (m M/R^2)$
Obs: em que: m = massa do satélite e M = massa da Terra.
$V^2 = G (M/R)$
$V = \sqrt{[G (M/R)]}$



41. [D]

42. [C]

43. [B]